令和五年度　博士論文

光渦を用いた
新規ドップラー分光法に関する研究

Study on Novel Doppler Spectroscopy

Using Optical Vortex

日本大学大学院生産工学研究科

皆川裕貴

Hiroki Minagawa

指導教員　荒巻光利　教授

目次

Study on Novel Doppler Spectroscopy Using Optical Vortex

Hiroki Minagawa

In the measurement of neutral particle flow in plasma, tunable diode laser absorption spectroscopy (TDLAS) is commonly used. However, TDLAS is inherently constrained to observing only the velocity component along the propagation direction of the probe beam. This limitation is because the longitudinal Doppler shift is constrained only to the velocity component aligned with the propagation direction of the plane wave used as the probe beam. To overcome this limitation, we developed optical vortex laser absorption spectroscopy (OVLAS) to measure the transverse flow velocity relative to the probe beam. An optical vortex is a light wave with a helical wavefront. In an optical vortex, particles experience not only the usual axial Doppler shift but also an azimuthal Doppler shift. This azimuthal Doppler shift is smaller than the axial Doppler shift has historically been observed experimentally in systems without axial motion, such as using rotating prisms or wave plates. In our developed OVLAS, optical vortex beam is incident perpendicularly to the uniform flow in the plasma. On the beam profile of the optical vortex, a spatial distribution of the azimuthal Doppler shift occurs due to the interaction between the spiral-shaped phase front and the uniform transverse flow. In this paper, we measured this azimuthal Doppler shift distribution using a camera, and by accurately evaluating the transverse flow velocity, we conducted a principle verification of OVLAS. Additionally, in this paper, we discussed the coarse graining of the measurement approach in OVLAS, intended to enhance its time resolution and reducing the computational resources required for analysis. Coarse graining of the measurement is achieved by replacing the camera with a quadrant photodiode, which significantly reduces the computational resources needed for analysis. Moreover, it is possible to improve the time resolution in the future to a level comparable to that of TDLAS.

第 1 章　序論

1.1. プラズマにおける中性粒子のダイナミクス測定の重要性

プラズマとは，荷電粒子と中性粒子によって構成され，クーロン力によって粒子が集団的なふるまいをする準中性気体のことをいう[1.1][1.2]．ここでいう準中性とは，電子密度n_e，イオン密度n_iが $n_e \approx n_i$となる関係のことで，この関係における非常にわずかな電荷のアンバランスによって，プラズマではクーロン力に起因する集団的なふるまいが生じる．中性ガスにおける粒子間の相互作用は，主に弾性衝突によるもので，粒子の大きさ程度の距離で相互作用する．対して，クーロン力が働くプラズマ中の荷電粒子間の相互作用は，中性粒子間に比べて長距離である．プラズマ中に局所的に電場が生じた場合，電子はその電場を打ち消そうと一斉に運動する．この電子の運動によって，プラズマ中に電荷の空間分布が生じ，新たな電場を生じさせる．このような連鎖反応によって，プラズマ全体が振動することになる．これをプラズマ振動という．また，外部から何らかのプラスの電荷が導入された場合，電荷が形成する電場によって，プラスの電荷を持つイオンは反発するのに対して，電子は引き付けられる．電子は最終的には，電場を遮蔽する．これをデバイ遮蔽といい，遮蔽の距離はデバイ長と呼ばれる．デバイ長は，中性粒子の大きさよりもはるかに大きい．このように，プラズマ中の荷電粒子は，中性粒子のみによって構成される中性ガスと異なって，粒子が集団的にふるまう．そのため，プラズマは，通常の中性粒子のみによって構成される気体とは大きく異なる性質をもち，物質の第 4 の状態と呼ばれることもある．プラズマは，アークプラズマ加工，材料生成，半導体プロセス等の様々な分野で現代の豊かな生活を支えている．また，次世代のエネルギー源として核融合発電の実現が期待されており，国際的な研究が行われている[1.3]．半導体プロセス等の応用研究が開始された当初は，結果を最適化するために試行錯誤的な手法が取られていたが，現代では単原子層レベルの加工技術など極限的な応用が進められており，プラズマのより高度な診断・制御が求められている．また，核融合発電においても核融合プラズマ自体の流れやダイバータ領域等の粒子流の高度な制御が求められている．自然界においては，ダークマターやダークエネルギー[1.4]を除く宇宙の物質の99%はプラズマである．我々の周辺では，太陽，炎，電離層，稲妻，オーロラなどは全てプラズマである．プラズマの応用において，プラズマ全体が完全に電離した状態は一般的ではなく，多くは中性粒子が大部分を占める弱電離プラズマである．蛍光灯，ネオンサイン，ガスレーザー，半導体プロセスプラズマや，核融合炉のダイバータ領域などの核融合周辺プラズマもまた弱電離プラズマである[1.5]．自然界においても，電離層，稲妻，オーロラ等は全て弱電離プラズマである．よって，弱電離プラズマに対する物性の理解は，プラズマの応用上および研究上，極めて重要である．プラズマは，通常の中性粒子によって構成される流体と異なり，クーロン力による集団的なふるまいをする．直感的には，荷電粒子の流れなどの運動量は，イオン流体が担うものであると考えられる．イオンは電場によって加速されるた

め中性粒子よりも高速に運動する．また，水素によるプラズマを仮定した場合，イオンは電子に対して約 1837 倍も大きい，プラズマ実験でよく用いられるアルゴンの場合，約 72821 倍もの質量比がある．このため，電子による運動量の寄与は非常に小さく，荷電粒子の流れの運動量のほぼ全量をイオン流体が担う．中性粒子の場合，流れの速度は非常に遅いが，中性粒子密度はイオン密度よりも 1 桁程度高いため，運動量は荷電粒子の流れと同程度となることもある．イオン-電子間に働くクーロン散乱は，質量が小さい電子による多くの小角散乱が累積して大きな散乱角度となる．対して，イオン-中性粒子間は，クーロン相互作用が働かず，また，電子よりも質量が大きいために動きにくい．結果として，イオン-電子間に比べてイオン-中性粒子間の散乱角度は小さい傾向がある．よって，イオン-中性粒子間は，相互作用が十分に小さく，荷電粒子の流れに対する中性粒子の寄与は小さいと仮定できる．しかしながら，sena 効果と呼ばれるイオン-中性粒子間の荷電交換衝突によって，イオン-中性粒子間で運動量の交換が行われる（図 1.1）[1.6]．そのため，イオン-中性粒子間において，相互作用が十分に小さいという仮定は成り立たない．実際に，荷電交換衝突によって駆動されるプラズマ中の流れは，2009 年に直線型プラズマ実験装置 HYPER-Iにおいて高精度な分光診断によって詳細に報告されている[1.9][1.10][1.11][1.12][1.13]．この報告では，既存のレーザー誘起蛍光法（Laser-induced fluorescence: LIF）に飽和吸収分光法を組み合わせることで新規開発された速度分解能 2 m/s の高分解能 LIF によって，HYPER-I中で発生する渦構造の流れ場を高精度に測定している．この渦構造は，プラズマ中での$E \times B$ドリフトとは逆方向に回転していることが観測されており，イオン-中性粒子間の荷電交換衝突によって引き起こされることが分かっている．このようにイオンと中性粒子の相互作用は，プラズマのダイナミクスや構造形成に重要な役割を果たしていると考えられるため，中性粒子の診断技術は非常に重要である．

核融合プラズマにおいても中性粒子は重要な役割を果たしている．例として，粒子補給，プラズマ加熱，ダイバータ領域等があげられる．核融合プラズマの粒子補給（燃料供給）として，プラズマ周辺から燃料ガスを注入する方式がある．まさしく燃料ガスは中性粒子であり，ガス注入によって供給された粒子がどのような輸送過程となるのかは重要な研究課題である．また，核融合プラズマの加熱にはいくつかの方式が存在するが，その中でも中性粒子ビーム入射と呼ばれる方式では，文字通り中性粒子が重要な役割を果たす．中性粒子ビームは，負イオン源から引き出した負イオンを加速し，これを変換することで生成される．プラズマに入射する中性粒子ビームは，非常に高エネルギーであるため，プラズマ中の電子・イオンと衝突することでプラズマを加熱する．核融合プラズマでは，コアから漏れ出したプラズマをダイバータと呼ばれる領域にて排気する．ダイバータ板にイオンが到達すると，ダイバータ板表面で電子と再結合し，中性粒子が発生する．この中性粒子は，再びプラズマと衝突し，イオン化する．この過程の繰り返しがダイバータ板にて生じており，また，イオン-中性粒子間の荷電交換衝突も重要な過程の一つとなる．また，ダイバータ領域には，強力な熱負荷が集中するため，ダイバータ板への熱負荷を低減することが核融合発電実現の上

で非常に重要な課題となっている．このような，熱・粒子負荷を低減させるために，非接触プラズマダイバータと呼ばれる方式の研究が盛んに行われている[1.5][1.14][1.15]．この方式は，ダイバータ板表面に中性ガス層（中性粒子）を形成して，ダイバータ板とプラズマを非接触状態とするもので，荷電粒子と中性粒子の相互作用による放射性再結合を通してプラズマの温度を下げ，さらに粒子束を低減する．このように，中性粒子は核融合プラズマにおいて重要な役割を果たしている．しかしながら，核融合プラズマにおけるレーザー分光法には測定方向上の制約が存在する．核融合炉は，そのプラズマを診断するための測定ポート（窓）が少なく，ポートの位置が限られる．通常のドップラー分光法は，レーザーの伝播方向の速度成分しか測れないという特性が存在するため，限られた測定ポートでは観測が困難な速度成分が存在してしまう．そこで，中性粒子のダイナミクスの研究においては，直線型プラズマ実験装置を用いることが望ましい．直線型プラズマ実験装置では，測定ポートが核融合炉に比べて多いので，プラズマにアクセスしやすく，レーザー分光法による測定にとって制約が少ない．レーザー分光法を用いた直線型プラズマ実験装置における中性粒子のダイナミクスの研究に関連したものでは，最近では，ダイバータ模擬プラズマ実験装置NAGDIS-IIにおける研究[1.5][1.16]があげられる．この研究では，波長可変ダイオードレーザー吸収分光法（Tunable diode laser absorption spectroscopy: TDLAS）とレーザートムソン散乱を組み合わせ，ヘリウムの準安定原子（中性粒子）と電子を同時測定することで，粒子輸送についての議論が行われている．また，ヘリコン波プラズマ装置と呼ばれる直線型プラズマ実験装置では，密度限界を決める要因の一つとして中性粒子枯渇があげられている[1.17]．これは，装置内における高密度プラズマ領域にて，プラズマの「種」となる中性粒子が枯渇して，電離がそれ以上に進まなくなってしまうという現象である．中性粒子枯渇の観測においては，TDLAS によるアルゴンの準安定原子の測定[1.18]や LIF を用いてアルゴンのイオンと準安定原子の流れを直接観測した研究があげられる[1.19]．

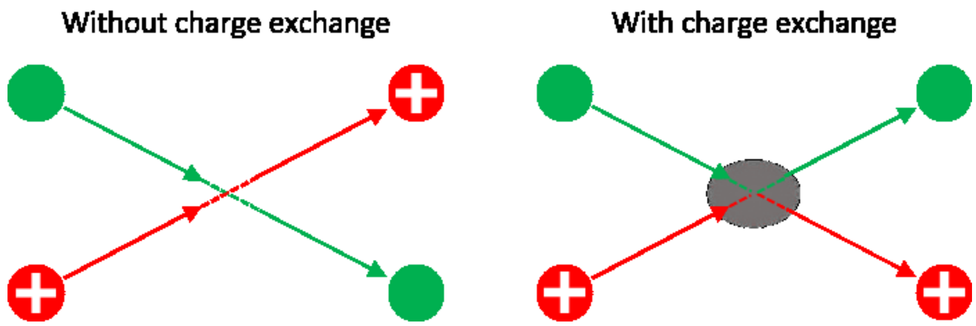

図 1.1: イオン-中性粒子間の荷電交換衝突

1.2. 中性粒子測定におけるレーザー分光法

プラズマの診断方法として，プラズマを乱すことなく非接触・非破壊的にプラズマの温度・密度・流れの速度などを測定できるレーザー分光法は優れた手法である．プラズマにレーザーを入射することで，レーザーは吸収，屈折，散乱等の影響を受ける．その程度は，主にプラズマの温度・密度・流れの速度などによって決定される．レーザー分光法のうち，特にレーザーの等位相面を横切る粒子に働く縦ドップラー効果を利用して速度分布関数を測定する手法は，レーザードップラー分光法とも呼ばれる．LIF や TDLAS に代表されるレーザードップラー分光法は，狭帯域なレーザーを用いることで，スペクトルを波長方向に高い分解能で観測でき，スペクトルのわずかなドップラーシフトを評価することが可能である．そのため，プラズマ中の粒子の速度分布関数測定法として非常に有用で，イオン-中性粒子間の相互作用[1.9][1.10][1.11][1.12]や非接触プラズマダイバータ研究[1.5][1.16]に多大な貢献をしている．レーザードップラー分光法におけるスペクトルはドップラーシフトした中心波長に対して広がりを持っている．広がりの要因は

1) 自然幅
2) シュタルク広がり（衝突広がり）
3) ゼーマン広がり
4) ドップラー広がり

等がある[1.20]. 自然幅は不確定性原理の要請に基づいたものであり, レーザー分光法では, 一般的にはレーザーの線幅より狭いものとなる．シュタルク広がりは衝突広がりとも呼ばれ, 原子またはイオンと周りの荷電粒子との相互作用によるもので, 荷電粒子の密度が高い高密度（高電子密度）のプラズマにおいて大きな影響がある．ゼーマン広がりは原子が磁気双極子を持っていることによるもので，ECR プラズマのような高強度の磁場によってプラズマを閉じ込めている実験装置において考慮する必要があるが，磁場の向きに対してプローブビームの偏光を揃えることで無視することができる．ドップラー広がりは，プラズマを構成する粒子が常にランダムに熱運動しているために，粒子それぞれのドップラーシフトが異なることによるものである. TDLAS がよく用いられる弱電離プラズマの測定において, スペクトルの広がりはドップラー広がりが主要なものとなる．また, 熱運動とは別にプラズマが全体としてドリフトすることで，スペクトルにドップラーシフトが生じる．よって，TDLAS を用いて観測される吸収係数スペクトルは，測定対象粒子の速度分布のうち，ビームの伝播方向に沿った速度成分を反映したものとなる．

また，近年では技術進歩に伴って半導体レーザーが光計測の主要な光源となってきている．特に，外部共振器と組み合わせた外部共振器型半導体レーザー（External-cavity diode laser : ECDL）[1.21]は発振波長が狭帯域かつ，リアルタイムに制御することができ，装置自体もチタンサファイアレーザーなどと比べて安価で，レーザーダイオードがあればハンドメイドが可能であるため，非常に扱いやすいものとなってきている．このように，TDLAS

は ECDL を光源とすることでプラズマ中の速度分布を高精度に測定できるだけでなく，実用性が高まっている．プラズマ診断法として優れた手法である TDLAS だが，原理的に強い測定方向上の制限がある．

1.3. ドップラー分光法の測定方向に関する感度の制限

ドップラー分光法では，測定対象の粒子が経験するドップラー効果を利用する．ドップラー効果とは，異なる慣性系間にて，同一の発生源からの波の周波数が異なって観測される現象のことである．我々は，救急車が近づいてくるときにサイレンの音が高く聞こえ，遠ざかるときに低く聞こえるという現象で，日常的に経験している．前述したサイレンの音の例は縦ドップラー効果と呼ばれ，相対論的な速度によって生じる効果は横ドップラー効果と呼ばれる．今日では，縦ドップラー効果は，天体の運動の観測，レーザー冷却，血流の測定などに用いられている[1.22]. TDLAS や LIF 等のドップラー分光法では，粒子は特定の共鳴周波数のレーザーによって励起される．一般的には，プラズマ中の粒子は静止しておらず，ランダムな方向に運動している．そのため，個々の粒子が経験する励起レーザーの周波数はドップラー効果によって異なるので，観測されるスペクトルは共鳴周波数から広がりをもったものとなる．また，レーザーの光路上でプラズマが何らかの方向にドリフトしている場合，観測されるスペクトルは，全体としてシフトする．このように，ドップラー分光法では，励起レーザー中で粒子が経験する縦ドップラー効果を利用することで，測定対象であるプラズマ中の粒子の速度成分関数を観測することができる．ここで，ドップラー分光法の測定方向に関する感度について，レーザー光源とプラズマ中の粒子が経験するドップラー効果を通して考える．ドップラー効果は，次のように示される．

$$\nu' = \nu \frac{1 - \frac{v\cos\theta}{c}}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}. \tag{1.1}$$

ここで，cは光速，vはプラズマ中の一つの粒子の速度，νはレーザー光源の周波数，ν'はプラズマ中の一つの粒子が観測するレーザーの周波数である．レーザーは，平面波のレーザーを仮定しており，平面波の波数ベクトルと運動するプラズマ中の一つの粒子の位置がなす角をθとしている．式(1.1)は，光源とプラズマ中の粒子の相対速度が$v \ll c$のとき，$\nu' = \nu[1 - (v\cos\theta/c)]$となる．このとき，プラズマ中の粒子が平面波の波数ベクトルに対して横方向に運動している場合，$\cos\theta = 0$となり，$\nu' \approx \nu$が成り立つ．したがって，ドップラー効果は無視される．これは，レーザーの波面が平面であるために，波数ベクトルに垂直に運動する観測者が波面を横切ることができないことに起因する．ドップラー分光法では，レーザーの光路上でプラズマが何らかの方向にドリフトしている場合，そのドリフト速度をスペクトルのドップラーシフトとして観測できる．しかし，前述したように，平面波の波数ベクトルに対してプラズマ中の粒子が横方向に運動している場合は，ドップラー効果が生じな

い．よって，レーザーの光路上でプラズマが横方向にドリフトしている場合は，その速度成分を観測することができない．これがドップラー分光法の速度方向に関する感度の制限である．1.1 節で述べたように，核融合炉は測定ポートが限られているため，ドップラー分光法では，測定が困難な速度成分が存在してしまう．また，ダイバータ板や半導体プロセスプラズマなどの境界面に流入するプラズマにおいて，境界面に垂直方向の速度成分の測定を行うことは困難である．プラズマ壁相互作用の研究において，境界領域への垂直な粒子の流れは重要であるものの，ドップラー分光法の速度方向の感度の制限によってアクセスが制限されている[1.23][1.24].

1.4. 方位角ドップラーシフトによるドップラー分光法の測定方向に関する感度の拡張

ドップラー分光法の測定方向に関する感度の制限は，レーザーとして用いられる基本ガウシアンモード（付録 A.2.）の等位相面が進行方向に垂直な平面であることに由来する．もし，レーザーの波面が 3 次元的な構造をしている場合，伝播方向に対して垂直に運動する粒子は波面を横切ることができるので，この制限を克服できる可能性がある．そこで，本研究では，ドップラー分光法で用いるレーザーに光渦を適用する．光渦は，3 次元的な螺旋状の等位相面を持つ光波である（図 1.2)．光渦は，ラゲール・ガウシアンモード（Laguerre-Gaussian mode : LG mode）と呼ばれる伝播モードとして扱われることが多く，円筒座標系における近軸ヘルムホルツ方程式（付録 A.1.）の解として導かれる[1.25][1.26][1.27][1.28]．図 1.3 に，LG モードの強度分布と位相分布の例を示す．LG モードは，方位角方向のモード指数ℓと動径方向のモード指数pを持つ．特に，方位角方向のモード指数ℓはトポロジカルチャージと呼ばれる．図 1.3(b)より，LG モードの位相分布は，$\ell \neq 0$のとき方位角方向に変化していることが分かる．この方位角方向への位相変化はトポロジカルチャージℓに依存するため，トポロジカルチャージは非常に重要なモード指数である．LG モードは，方位角方向に変化する位相によって，ビームの中心で位相が不定となり，これを位相特異点と呼ぶ．強度分布は，位相特異点によって暗点を持ち，ドーナツ状となる．このような，暗点を利用することで，明るい星からの光を遮断する光渦コロナグラフ[1.29]や暗点の大きさが回折限界に制限されないことを利用した STED と呼ばれる超解像顕微鏡が開発されている[1.30]．光渦は，位相が光軸を中心として渦巻いている光波を指すため，LG モードとは厳密には異なるが，実用上は区別されないことが多い．光渦は，波面の螺旋度に由来する軌道角運動量を持ち，光渦中の観測者は，光軸を中心として回転方向に運動量を受け取る．光渦の応用は，軌道角運動量を基盤として展開されるものが多く，高強度な光渦ビームによるナノニードル形成，同一の経路内に複数の異なるトポロジカルチャージを持つ光渦を多重に伝送する軌道角運動量多重と呼ばれる大容量情報通信などが開発されている[1.31][1.32][1.33]．光波中のドップラ

ーシフトは，その光波の位相勾配に起因し，光渦では，通常の平面波によるドップラー効果に加えて方位角方向の成分が加わる．光渦中の粒子が経験するドップラーシフトは，LG ビームの位相勾配から求めることができる．Allen らは，原子系における方位角方向のドップラーシフトを 1994 年に詳細に理論化した[1.34]. ドップラー分光法では，一般的にはコリメートされたビームが用いられる．コリメートされた光渦ビームによって観測される方位角ドップラーシフトを次に示す.

$$\delta_{LG} \approx -kv_z - \left(\frac{\ell}{r}\right) v_\phi. \tag{1.2}$$

ここで，kは波数，rは位相特異点からの距離で，v_z，v_ϕはそれぞれ軸方向，方位角方向の速度である．第 1 項は軸方向ドップラーシフトで，第 2 項が方位角ドップラーシフトである．方位角ドップラーシフトは軸方向ドップラーシフトに比べて小さいため，実験的には回転するプリズムや波長板などを用いた並進運動のない系で観測が行われてきた[1.35][1.36][1.37][1.38]. 原子系における方位角ドップラーシフトの最初の観測は，2006 年に Barreiro らによって行われた[1.39]．Barreiro らは，トポロジカルチャージの異なる光渦ビームを重ね合わせて 3 準位系を共鳴励起することで，方位角ドップラーシフトを電磁誘起透過（Electromagnetically induced transparency: EIT）スペクトルの線幅の拡大として検出した．この実験では，非常に高い精度で方位角ドップラーシフトを測定できるが，同時に非常に高い精度のビームアライメントが求められる．さらに，磁場掃引が必要であり，分光法としては制約がある．このように，方位角ドップラーシフトは，それを観測するために用意された特殊な系によって行われてきた．本研究では，方位角ドップラーシフトを利用することでドップラー分光法の測定方向上の制限を克服することを目的としている．この新規ドップラー分光法は，励起レーザーを光渦に置き換えることによって達成するため，実現した場合，一般的な系での方位角ドップラーシフトの観測例である．また，原子系において光渦を利用した実用性のある分光法を確立することになる．

レーザー計測技術は，時間分解能，空間分解能，線幅（周波数分解能）に着目した多くの極限的な手法が開発されてきた．パルス幅については，フェムト秒レーザー[1.40][1.41]に代表されるような超短パルスの光源を利用することで，極限的な手法が開発されてきている．空間分解能についての極限的なレーザー計測技術の例については，LIF を利用した顕微技術があげられ，生物学において一般的に利用されている．この手法では，蛍光分子を選択的に励起することで高い空間分解能で観測することができる[1.42][1.43]．また，前節にて述べた STED 顕微鏡は，位相特異点を利用することで回折限界を超えた空間分解能を達成している．線幅については，ECDL[1.21]，分布帰還型レーザー（Distributed Feedback: DFB）等の狭帯域レーザーが開発されている．TDLAS や LIF 等に代表されるドップラー分光法は，これらの狭帯域レーザーを用いてプラズマ中の粒子の速度分布を高い周波数分解能で観測できる．特に，LIF については，飽和吸収分光法と組み合わせることで 2 m/s もの非常に高い速度分解能が達成されている[1.9][1.10][1.11][1.12][1.13]．このように，極限的なレーザー計測技術

が多く開発されてきたが，位相や偏光の空間構造を利用した計測技術については，未開拓な領域が多く残されている．本研究で開発する新規ドップラー分光法では，光渦という位相に空間構造のある光波を用いるため，この未開拓領域における計測技術にあたる．

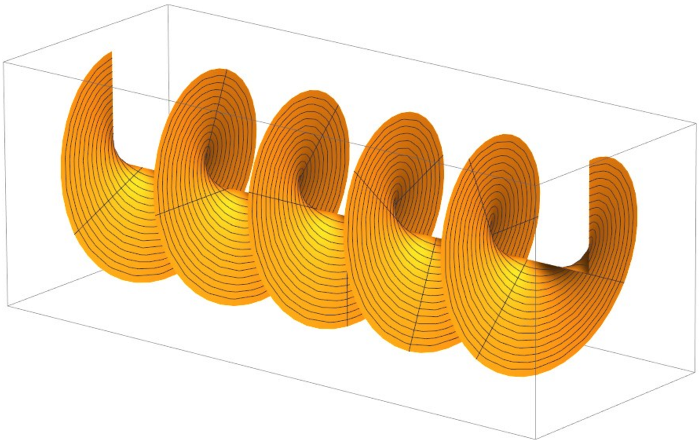

図 1.2:光渦（$\ell = +1$）の等位相面の模式図.

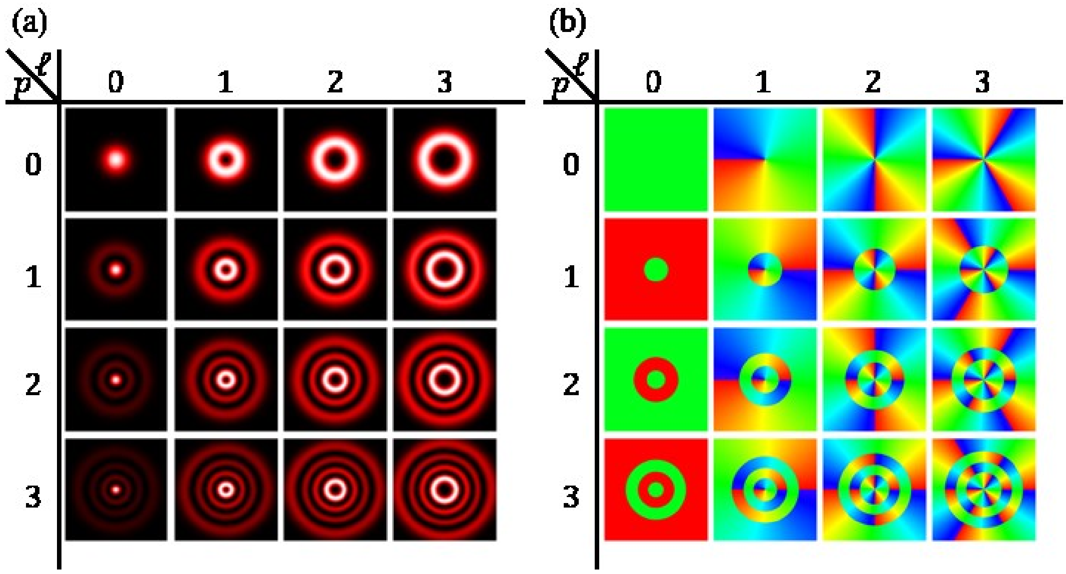

図 1.3: LG モードのモード指数ごとの(a)強度分布と(b)位相分布．(a)は黒の強度が 0 で白が最大強度を示している．(b)では，青から赤へ位相が2π変化している．

1.5. 本研究の目的および本論文の構成

以上の背景を踏まえて，本研究では，TDLAS のプローブビームを平面波から光渦に置き

換えることで，方位角ドップラー効果を利用した新規レーザードップラー分光法を開発する．これを光渦レーザー吸収分光法（Optical vortex laser absorption spectroscopy: OVLAS）と呼称する．

光渦ビームの等位相面は螺旋状であるため，速度空間における測定対象粒子の励起条件は平面波と異なる．さらに，螺旋状の位相構造は，中心ほど方位角方向への勾配が大きい．ここで，ビームの伝播方向に対して横方向の一様な流れの速度U_xを仮定した場合，その方位角方向成分は，$-U_x \sin\phi$によって示される．よって，OVLAS では，ビーム断面上において位置ごとに異なる方位角ドップラーシフトが生じる．そのため，通常の平面波ビームを用いたレーザー分光法と異なるドップラースペクトルを理論的に検討する必要がある．

方位角ドップラーシフトがビーム断面上の位置ごとに異なるので，ある周波数の光渦ビームの断面上では，共鳴吸収条件が位置ごとに異なる．したがって，プラズマ中を吸収されながら伝播する光渦ビームは異方的に吸収されることになる．このような吸収は，ビームの空間モードと異なる強度の構造を生じさせる．本研究では，光渦ビームとして LG ビームを用いる．吸収による強度の構造は，プローブビームの基本 LG モードと異なる高次モードの重ね合わせによって構成され，モードごとに伝播特性が異なることで，吸収による構造が伝播によって変化すると考えられる．このような現象は，一般的には回折として知られる．また，LG ビームがプラズマ中において吸収されながら伝播するため，構造の形状変化と吸収による構造の生成が同時に生じていくことになる．本研究では，このようなプラズマ中を吸収されながら伝播する LG ビームを角スペクトル法と呼ばれる回折伝播計算手法を用いて数値解析することで，OVLAS の測定への影響について評価した．

OVLAS の実験系は，プラズマ中を吸収されながら伝播する LG ビームの数値解析の結果を元に設計した．吸収による構造は，高次モードの重ね合わせによって構成されるため，モード純度の高い LG ビームをプローブビームに用いることが望ましい．LG ビームの生成には，空間光変調器（Spatial light modulator : SLM）によるホログラフィー法を用いた．本研究では，SLM に描画するホログラムに，振幅と位相を同時に変調できる複素振幅変調ホログラムを利用することで，高品質な LG ビームを生成した．OVLAS の原理検証には，横方向流速を任意に制御できるシステムが必要である．そこで，真空容器として用いる放電管へ導入するガス流量によって，横方向流速とするガス流速を制御するシステムを構築した．数値解析では，LG ビームがプラズマ中を吸収されながら伝播する過程のみを扱っている．そのため，プラズマ端まで到達した LG ビームのビームプロファイルを受光デバイスとして用いるカメラに結像する受光系を構成した．OVLAS では，平面波を用いる従来の TDLAS と異なり，カメラによる二次元的な吸収分光測定を行う．

OVLAS を多様なプラズマ実験に適用していくために，時間分解能の改善と解析に要する計算リソースの削減を試みた．OVLAS では，高解像度のカメラを受光デバイスとして用いているために，実験データ量が大きく，時間分解能がカメラから PC へのデータ転送時間および露光時間によって決まる．そこで，時間分解能の向上と計算リソースの削減を目的とし

て，OVLAS の測定の粗視化を行った．測定の粗視化は，受光面が 4 象限に分割される 4 分割フォトダイオード（Quadrant photodiode : QPD）を用いて行った．この試みは，本質的には 4 つのディテクターを用いることと変わらないため, TDLAS と同等の時間分解能となり，データ量の大幅な削減が期待できる．本研究では，QPD を用いて 4 分割ディテクターを作成し，受光装置として用いられるカメラを置き換えることで粗視化を検証した．まず，カメラによって観測されたデータを数値的に粗視化して方位角ドップラーシフトの測定に関する原理実証を行った．そして，数値的な原理実証を踏まえて，4 分割ディテクターによって横方向流速測定を行った．

本論文は以下のように構成されている．

第 2 章では，ドップラー分光法の励起レーザーとして光渦を用いた場合に観測されるドップラースペクトルについての理論的な検討を行う. 光渦は単一横モードとして LG モードを扱う. 円筒座標系で示した速度空間において，方位角ドップラーシフトによって励起される粒子を考えることで，ドップラースペクトルを解析的に導く.

第 3 章では, プラズマ中を吸収されながら伝播する LG ビームについての数値解析を行う. LG ビームを横切る一様なプラズマの流れを仮定した場合，方位角ドップラーシフトはビーム断面上の位置ごとに異なる．そのため，LG ビームはプラズマ中で異方的な吸収を受け，基本モードと異なる強度の構造が生成される．このような構造は高次モードによって構成されるため，伝播特性が基本モードと異なる．そのため，伝播に伴って吸収の構造が変化すると考えられる．そこで，角スペクトル法と呼ばれる回折伝播計算手法を用いて，プラズマ中を吸収されながら伝播する LG ビームについての数値解析を行う．本章で行う数値解析は，実際の実験パラメータも想定する.

第 4 章では，OVLAS に用いる光源系の開発について述べる. LG ビームのビーム断面上に生じる吸収の構造は, 高次モードによって構成される. そのため，プローブビームである LG ビームに基本モード以外の伝播モードが混在することは望ましくない. すなわち，モード純度の高い LG ビームが求められる．また，方位角ドップラーシフトはトポロジカルチャージに比例するため，プローブビームには高次 LG ビームが望ましい. 本章では，高品質な高トポロジカルチャージの LG ビーム生成系について詳細に述べる.

第 5 章では，OVLAS のための実験系を構築し，横方向流速測定を行う．OVLAS で観測される方位角ドップラーシフトは数 MHz 程度しかないため，高精度なレーザー周波数の校正システムを構築する. 本章では，レーザー周波数の高精度な相対値校正システムについても述べている. また, テストプラズマを含めて設計・製作された実験系の詳細を示すとともに，横方向流速測定の誤差についても検討する.

第 6 章では，OVLAS を多様なプラズマ実験系に適用するために，時間分解能の改善，解析に要する計算リソースの低減の試みを行う. この試みは，受光デバイスとして用いているカメラを QPD に置き換えることで，測定を粗視化して行う．本章では，まず，カメラのデ

ータを元に数値的な粗視化を行う．そして，数値的な粗視化の結果を元に，QPD を用いたディテクターを製作する．本章では，設計・製作されたディテクターの詳細について示すとともに，測定の誤差についても検討する．

最後に，第 7 章にて，本研究のまとめを行うとともに，今後の課題と展望についても述べる．

参考文献

[1.1] F. F. Chen, *Introduction to Plasma Physics and Controlled Fusion* (Springer International Publishing, Cham, 2016).

[1.2] 東辻浩夫., *プラズマ物理学： 基礎物理からプラズマ工学へ*. 朝倉書店, 184p (2010).

[1.3] G. Federici et al., Plasma-Material Interactions in Current Tokamaks and Their Implications for next Step Fusion Reactors, Nuclear Fusion **41**, 1967 (2002).

[1.4] D. N. Spergel, The Dark Side of Cosmology: Dark Matter and Dark Energy, Science **347**, 1100 (2015).

[1.5] S. Kajita et al., Behavior of 2^3S Metastable State He Atoms in Low-Temperature Recombining Plasmas, Physics of Plasmas **24**, 073301 (2017).

[1.6] B M Smirnov, The Sena Effect, Physics-Uspekhi **51**, 291 (2008).

[1.7] M. Y. Tanaka, M. Bacal, M. Sasao, and T. Kuroda, High-Density Plasma Production for Neutralizing Negative Ion Beam, Review of Scientific Instruments **69**, 980 (1998).

[1.8] S. Yoshimura, K. Terasaka, E. Tanaka, M. Aramaki, A. Okamoto, K. Nagaoka, and M. Y. Tanaka, Exploration of Spontaneous Vortex Formation and Intermittent Behavior in ECR Plasmas: The HYPER-I Experiments, J. Plasma Phys. **81**, 345810204 (2015).

[1.9] M. Y. Tanaka, M. Aramaki, K. Ogiwara, S. Etoh, S. Yoshimura, J. Varanjes, P. K. Shukla, B. Eliasson, and L. Stenflo, Vortex Formation in a Plasma Interacting with Neutral Flow, in *AIP Conference Proceedings* AIP, Trieste, Italy, 2008, pp. 57–65.

[1.10] S. Etoh, M. Aramaki, K. Ogiwara, S. Yoshimura, and M. Y. Tanaka, Development of high resolution LIF spectroscopy with saturated absorption spectrum, J. Plasma Fusion Res., **8**, 24 (2009)

[1.11] M. Aramaki, K. Ogiwara, S. Etoh, S. Yoshimura, and M. Y. Tanaka, High Resolution Laser Induced Fluorescence Doppler Velocimetry Utilizing Saturated Absorption Spectroscopy, Review of Scientific Instruments **80**, 053505 (2009).

[1.12] M. Aramaki, K. Ogiwara, S. Etoh, S. Yoshimura, and M. Y. Tanaka, Measurement of Neutral Flow Velocity in an ECR Plasma Using Tunable Diode Laser LIF Spectroscopy Combined with Saturated Absorption Spectroscopy, J. Phys.: Conf. Ser. **227**, 012008 (2010).

[1.13] M. Y. Tanaka, 中性粒子の流れと相互作用する渦. 数理解析研究所講究録 **1642**, 101-108 (2009).

[1.14] 高村秀一., 3.非接触プラズマ(Detached Plasma)(<小特集>最近のダイバータ研究の動向>). プラズマ・核融合学会誌 = Journal of plasma and fusion research **72**, 866–873 (1996).

[1.15] N. Ohno, Plasma Detachment in Linear Devices, Plasma Phys. Control. Fusion **59**, 034007 (2017).

[1.16] M. Aramaki, T. Tsujihara, S. Kajita, H. Tanaka, and N. Ohno, Measurement of He Neutral Temperature in Detached Plasmas Using Laser Absorption Spectroscopy, AIP Advances **8**,

015308 (2018).
[1.17] S. Shinohara, S. Isayama, D. Kuwahara, J. Plasma Fusion Res. **99**, 444-448 (2023).
[1.18] B. Clarenbach, B. Lorenz, M. Kr mer, and N. Sadeghi, Time-Dependent Gas Density and Temperature Measurements in Pulsed Helicon Discharges in Argon, Plasma Sources Sci. Technol. **12**, 345 (2003).
[1.19] J. Green, O. Schmitz, and M. Zepp, Direct Measurement of the Ionization Source Rate and Closure of the Particle Balance in a Helicon Plasma Using Laser Induced Fluorescence, Physics of Plasmas **27**, 043511 (2020).
[1.20] 山本学, 村山精一., *プラズマの分光計測.* 学会出版センター, pp.69-82 (1995).
[1.21] L. Ricci, M. Weidemüller, T. Esslinger, A. Hemmerich, C. Zimmermann, V. Vuletic, W. König, and T. W. Hänsch, A Compact Grating-Stabilized Diode Laser System for Atomic Physics, Optics Communications **117**, 541 (1995).
[1.22] D. D. Nolte, The Fall and Rise of the Doppler Effect, Physics Today **73**, 30 (2020).
[1.23] M. J. Goeckner, J. Goree, and T. E. Sheridan, Measurements of Ion Velocity and Density in the Plasma Sheath, Physics of Fluids B: Plasma Physics **4**, 1663 (1992).
[1.24] D. Lee, N. Hershkowitz, and G. D. Severn, Measurements of Ar^+ and Xe^+ Velocities near the Sheath Boundary of Ar–Xe Plasma Using Two Diode Lasers, Appl. Phys. Lett. **91**, 041505 (2007).
[1.25] A.E. Siegman, *Lasers*, University Science Books, Mill Valley, California, 1986, pp. 647-648.
[1.26] H. Kogelnik and T. Li, Laser Beams and Resonators, Proc. IEEE **54**, 1312 (1966).
[1.27] L. Allen, M. W. Beijersbergen, R. J. C. Spreeuw, and J. P. Woerdman, Orbital Angular Momentum of Light and the Transformation of Laguerre-Gaussian Laser Modes, Phys. Rev. A **45**, 8185 (1992).
[1.28] M. Padgett, J. Courtial, and L. Allen, Light's Orbital Angular Momentum, Physics Today **57**, 35 (2004).
[1.29] G. Foo, D. M. Palacios, and G. A. Swartzlander, Optical Vortex Coronagraph, Opt. Lett. **30**, 3308 (2005).
[1.30] S. W. Hell and J. Wichmann, Breaking the Diffraction Resolution Limit by Stimulated Emission: Stimulated-Emission-Depletion Fluorescence Microscopy, Opt. Lett. **19**, 780 (1994).
[1.31] K. Toyoda, F. Takahashi, S. Takizawa, Y. Tokizane, K. Miyamoto, R. Morita, and T. Omatsu, Transfer of Light Helicity to Nanostructures, Phys. Rev. Lett. **110**, 143603 (2013).
[1.32] F. Tamburini, E. Mari, A. Sponselli, B. Thidé, A. Bianchini, and F. Romanato, Encoding Many Channels on the Same Frequency through Radio Vorticity: First Experimental Test, New J. Phys. **14**, 033001 (2012).
[1.33] J. Wang et al., Terabit Free-Space Data Transmission Employing Orbital Angular Momentum Multiplexing, Nature Photon **6**, 488 (2012).

[1.34] L. Allen, M. Babiker, and W. L. Power, Azimuthal Doppler Shift in Light Beams with Orbital Angular Momentum, Optics Communications **112**, 141 (1994).

[1.35] J. Courtial, K. Dholakia, D. A. Robertson, L. Allen, and M. J. Padgett, Measurement of the Rotational Frequency Shift Imparted to a Rotating Light Beam Possessing Orbital Angular Momentum, Phys. Rev. Lett. **80**, 3217 (1998).

[1.36] J. Courtial, D. A. Robertson, K. Dholakia, L. Allen, and M. J. Padgett, Rotational Frequency Shift of a Light Beam, Phys. Rev. Lett. **81**, 4828 (1998).

[1.37] M. P. J. Lavery, F. C. Speirits, S. M. Barnett, and M. J. Padgett, Detection of a Spinning Object Using Light's Orbital Angular Momentum, Science **341**, 537 (2013).

[1.38] C. Zhang and L. Ma, Detecting the Orbital Angular Momentum of Electro-Magnetic Waves Using Virtual Rotational Antenna, Sci Rep **7**, 4585 (2017).

[1.39] S. Barreiro, J. W. R. Tabosa, H. Failache, and A. Lezama, Spectroscopic Observation of the Rotational Doppler Effect, Phys. Rev. Lett. **97**, 113601 (2006).

[1.40] D. Strickland, and G. Mourou, Compression of Amplified Chirped Optical Pulses, Optics Communications **56**, 219-221 (1985).

[1.41] S. Sheta, Z. Hou, Y. Wang, and Z. Wang, Evaluation of Femtosecond Laser-Induced Breakdown Spectroscopy System as an Offline Coal Analyzer, Sci Rep **11**, 15968 (2021).

[1.42] V. Kumar, N. Coluccelli, & D. Polli, Coherent Optical Spectroscopy/Microscopy and Applications. in *Molecular and Laser Spectroscopy*, 87–115 (Elsevier, 2018).

[1.43] J. L. Kinsey, Laser-Induced Fluorescence. Annu. Rev. Phys. Chem. **28**, 349–372 (1977).

第２章　光渦を用いたドップラー分光法の理論的な検討

本研究は，ドップラー分光法の励起レーザーを一般的に用いられる平面波から光渦に置き換えることで新規ドップラー分光法である OVLAS を確立する．本章では，OVLAS で観測されるスペクトルについて理論的に検討し，観測される吸収係数スペクトルを解析的に求める．また，導かれた吸収係数スペクトルを示す式によって，OVLAS によって観測される吸収係数分布や方位角ドップラーシフト分布についての数値計算を行った．

2.1. 光渦とは

第 1 章で述べたように，光渦はラゲール・ガウシアンモード（Laguerre-Gaussian mode : LG mode）と呼ばれる伝播モードとして扱われることが多い．本研究では，TDLAS で励起レーザーとして用いられている平面波のガウシアンビームを LG ビームに置き換えることで，OVLAS を確立する．LG ビームは，円筒座標系における近軸ヘルムホルツ方程式の解で，自由空間中を伝播する LG モードの電場は偏光を考慮しない場合, 次の式によって示される（付録 A.3. ）[2.1][2.2][2.3].

$$E_{\ell p}(r,\phi,z) = u_{\ell p}(r,\phi,z)\exp[i(kz-\omega t)].$$

$$\begin{aligned} u_{\ell p}(r,\phi,z) = \sqrt{\frac{2p!}{\pi(p+|\ell|)!}}\left(\frac{\sqrt{2}r}{w(z)}\right)^{|\ell|} L_p^{|\ell|}\left[\frac{2r^2}{w(z)^2}\right]\frac{w_0}{w(z)} \\ \times\exp\left[-\frac{r^2}{w(z)^2}\right] \\ \times\exp[i\ell\phi] \\ \times\exp\left[-i(1+2p+|\ell|)\tan^{-1}\left(\frac{z}{z_R}\right)\right] \\ \times\exp\left[i\frac{kr^2}{2R(z)}\right]. \end{aligned} \tag{2.1}$$

ここで，$w_0 = w(0)$は最低次のビームスポット半径，$L_p^{\ell}[x]$はラゲールの陪多項式，z_Rはレイリー長である．$R(z)$は曲率半径で，以下の式で表される．

$$R(z) = z\left[1+\left(\frac{z_R}{z}\right)^2\right]. \tag{2.2}$$

式(2.2)の第 4 列の項は，Gouy 位相と呼ばれ，ビームウェストを原点として離れた特定の位置からもう片側に伝播するときの平面波との位相ずれを表している．p, ℓはそれぞれ動径方向，方位角方向のモード指数を与える．特にℓはトポロジカルチャージと呼ばれ，方位角方向への位相変化を特徴づける上で特に重要である．$\exp[i\ell\phi]$の項は，方位角方向への位相変化を表し，トポロジカルチャージに比例して方位角方向への位相勾配が大きくなることが

分かる．LG モードの強度分布と位相分布の例は，図 1.3 に示されている．最低次($p = l = 0$)のモードはガウシアンモード(TEM_{00})に対応し，高次モードでは，ラゲールの陪多項式によって動径方向に強度変調が加わる．物理的には，$\ell \neq 0$で位相が方位角方向に変化し，中心に位相が不定の暗点が生じることで，LG モードはドーナツ状の強度分布となる．このような位相が不定となる点を位相特異点と呼ぶ.

2.2. 光渦中の粒子が経験する方位角ドップラーシフト

光波中のドップラーシフトは，その光波の位相勾配によるものである．通常，平面波（球面波成分がない）によるドップラーシフトは，軸方向への 1 次元成分しかない．対して，光渦は螺旋状の等位相面を有する位相構造が 3 次元的な光波である．光渦中の粒子が経験するドップラーシフトは，L. Allen らによって LG モードの位相勾配から詳細に理論化されている[2.4][2.5].

$$\delta_{LG} = \left[-k + \frac{kr^2}{2(z^2+z_R^2)}\left(\frac{2z^2}{z^2+z_R^2} - 1\right) - \frac{(2p+|\ell|+1)z_R}{z^2+z_R^2}\right]v_z - \frac{krz}{z^2+z_R^2}v_r - \frac{\ell}{r}v_\phi. \tag{2.3}$$

ここで，v_z，v_r，v_ϕ，は円筒座標系における軸方向z，動径方向r，方位角方向ϕの粒子の速度成分，rは位相特異点からの距離を表す．ドップラーシフトの各成分は次の式によって示される．

$$\delta_{LG} = \delta_{axial} + \delta_{Gouy} + \delta_{curve} + \delta_{azimuth}, \tag{2.4}$$

ここで，平面波と同様に観測される軸方向成分δ_{axial}は

$$\delta_{axial} = -kv_z, \tag{2.5}$$

で表される．Gouy 位相と呼ばれる平面波との位相ずれによって生じるドップラーシフトδ_{Gouy}は

$$\delta_{Gouy} = -\frac{(2p+|\ell|+1)z_R}{z^2+z_R^2}v_z, \tag{2.6}$$

と示される．通常，$z_R \gg w_0$の関係が成り立つため，Gouy 位相によるドップラーシフトは非常に小さい．ビームの曲率成分に起因するδ_{curve}は，次の式で示される．

$$\delta_{curve} = \left[-\frac{krz}{z^2+z_r^2}\right]V_r + \frac{kr^2}{2(z^2+z_R^2)}\left[\frac{2z^2}{z^2+z_r^2} - 1\right]V_z, \tag{2.7}$$

第 1 項が半径方向，第 2 項が軸方向のビームの広がりによる寄与を示している．この成分は，十分にコリメートされた LG ビームの場合，非常に小さい．最も注目すべき方位角ドップラーシフト$\delta_{azimuth}$は，次のように示される．

$$\delta_{azimuth} = -\left(\frac{\ell}{r}\right)v_\phi \tag{2.8}$$

方位角ドップラーシフトの重要な特性は，LG モードのトポロジカルチャージℓに比例し，動径方向の距離rに反比例することである．十分にコリメートされたビームの場合，δ_{Gouy}，

δ_{curve}は非常に小さいので，式(2.3)は次のように示される．

$$\delta_{LG} \approx -kv_z - \left(\frac{\ell}{r}\right) v_\phi. \tag{2.9}$$

式(2.9)に示されるように, 光渦中の観測者は平面波とは異なる追加のドップラーシフトを経験する．通常のドップラー分光法では，ドップラースペクトルのドップラーシフトは軸方向成分によって示されるが，光渦を用いた場合は方位角方向成分について考慮して解析する必要がある．

2.3. レーザー吸収分光法の原理

OVLAS によって観測される吸収係数スペクトルを解析するために，まず，通常のレーザー吸収分光法の原理について解説する．

光と物質の相互作用は，吸収，自然放出，および誘導放出という三つの基本的な過程が核心をなしている．吸収について考えると，原子に対して，エネルギー準位差（$E_2 - E_1$）に相当する周波数νの光を入射すると一定の確率で，電子は低エネルギー準位（E_1）から高エネルギー準位（E_2）に遷移する．この過程は，二準位間のエネルギー差をΔEとすると，

$$\Delta E = E_2 - E_1 = h\nu_0\,, \tag{2.10}$$

として示せる[2.6]．ここで，hはプランク定数である．このときの周波数ν_0を共鳴周波数と呼ぶ．また，波長λと周波数νには,

$$\lambda = \frac{c}{\nu}\,, \tag{2.11}$$

という関係がある．

吸収分光法とは，プラズマに外部から粒子の共鳴吸収周波数近傍の光を入射し，透過光の減衰率からプラズマ中の粒子の密度を求める手法である．連続スペクトルの光源からの平行光を強度I_iの入射光とし，厚さLのプラズマを透過した光の強度をI_tとしたとき，ランベルト・ベールの法則から次のような式が与えられる[2.7].

$$I_t(\nu) = I_i(\nu)\exp[-\kappa(\nu)L]. \tag{2.12}$$

ここで，κは吸収係数である．通常，吸収線には何らかの広がりが生じる．このときの周波数と透過光の強度の関係を図 2.1 のように仮定する．このとき，プラズマの吸収線は周波数ν_0にあることになり，これが共鳴吸収周波数である．

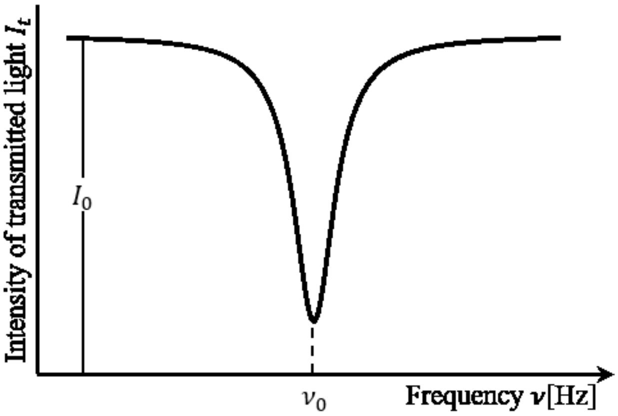

図 2.1: 吸収線の概念図．I_iが入射光の強度で，ν_0を共鳴吸収周波数としている．

図 2.1 より，吸収係数を縦軸とした概念図を得ることができる（図 2.2）．

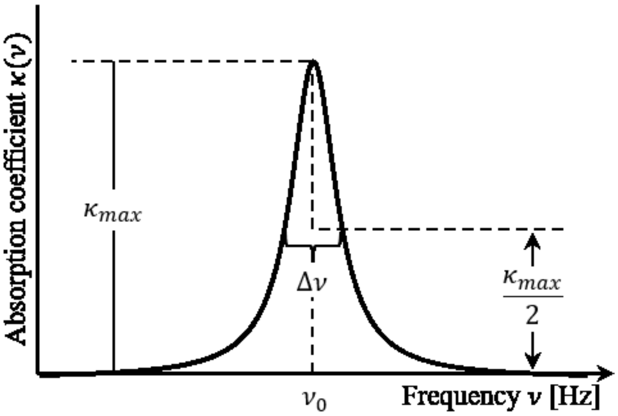

図 2.2: 吸収係数と周波数の関係．

図 2.2 は吸収係数スペクトルと呼ばれる．吸収係数が$\kappa_{max}/2$のときの全幅$\Delta\nu$は半値全幅と呼ばれる．吸収について詳細に考えていくために，吸収，自然放出，誘導放出について以下のような係数を定義する

$$B_{1\to2}I_\nu \tag{2.13}$$

$$A_{2\to1} \tag{2.14}$$

$$B_{2\to1}I_\nu \tag{2.15}$$

- 式(2.13)は，エネルギー準位E_1の原子が周波数νと$\nu + d\nu$の間で強度がI_νの等方性放射に曝されたときに，$h\nu$の光子を吸収してエネルギー準位E_2に遷移する単位秒当たりの確率．
- 式(2.14)は，エネルギー準位E_2にある原子がランダムな方向に光子$h\nu$を自発的に放射し，エネルギー準位E_1に遷移する単位秒当たりの確率．
- 式(2.15)は，エネルギー準位E_2にある原子が周波数νと$\nu + d\nu$の間で強度がI_νの等方性放

射に曝されたときに，放射された光子と同方向に光子を放出してエネルギー準位E_1に遷移する単位秒当たりの確率.

アインシュタインは，放射と原子の間の熱力学的平衡を考慮して，次のように示している.

$$\frac{A_{2\to1}}{B_{1\to2}} = \frac{4h\nu^3}{c^3}\frac{g_1}{g_2}. \tag{2.16}$$

$$\frac{B_{2\to1}}{B_{1\to2}} = \frac{g_1}{g_2}. \tag{2.17}$$

ここで，cは光速，g_1とg_2はそれぞれ基底状態と励起状態の統計重率である．ここで，$A_{2\to1}$は励起状態から基底状態への自然放出の遷移確率で，

$$A_{2\to1} = \frac{1}{\tau}, \tag{2.18}$$

となり，励起状態における原子の寿命を表す．ここで，zと$z + dz$の平面で区切られた原子の層を周波数νと$\nu + d\nu$の間で強度I_νの平面波が$+z$方向に通過することを考える．層には，数密度N [particles/cm^3]の基底状態の原子が存在し，δN_ν個の原子が光を吸収する．また，N' [particles/cm^3]の励起状態の原子も存在し，そのうち$\delta N_\nu{}'$個の原子が光を放射をする．このとき，吸収によって励起状態となった原子による自然放出は，ランダムな方向に行われるため，平面波のエネルギーに与える影響は無視する.

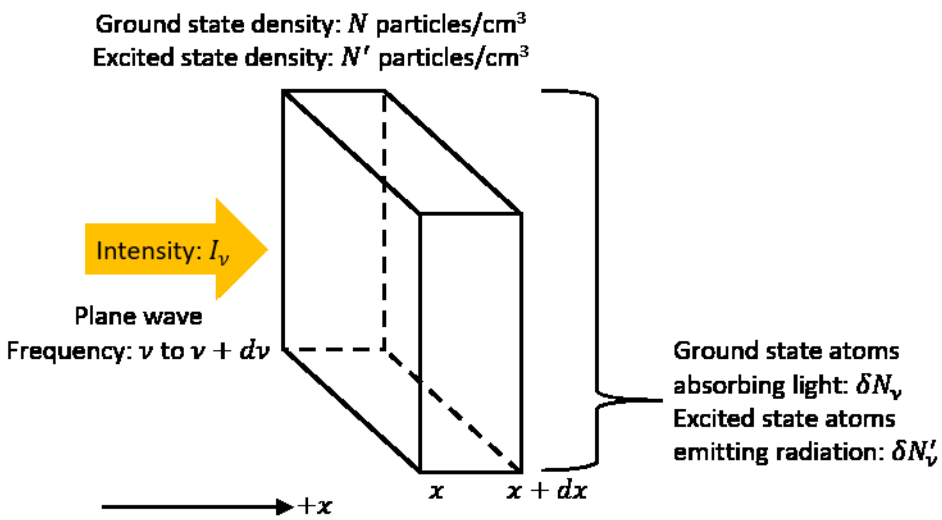

図 2.3: 平面波による吸収の模式図．粒子が詰まった直方体に平面波が一様に照射され，一様に吸収される.

吸収による平面波のエネルギーの減少を以下のように示す.

$$-d[I_\nu \delta\nu] = \delta N_\nu dz h\nu B_{1\to2}\frac{I_\nu}{4\pi} - \delta N'_\nu dz h\nu B_{2\to1}\frac{I_\nu}{4\pi}. \tag{2.19}$$

ここで，$B_{1\to2}$と$B_{2\to1}$は等方的な放射強度について定義しているため，$I_\nu/4\pi$によって単位立

体角当たりの強度を考える．右辺第一項は吸収によるビームエネルギーの減少で，第二項はビームの進行方向への放射を示している．式(2.19)を次のように書き換える．

$$-\frac{1}{I_\nu}\frac{dI_\nu}{dx}\delta\nu=\frac{h\nu}{4\pi}(B_{1\to2}\delta N_\nu-B_{2\to1}\delta N_\nu{}'). \tag{2.20}$$

ここで，式(2.12)の微分を式(2.20)に代入する．

$$\kappa_\nu\delta\nu=\frac{h\nu}{4\pi}(B_{1\to2}\delta N_\nu-B_{2\to1}\delta N_\nu'). \tag{2.21}$$

吸収係数をスペクトル線の広がり全体に渡って積分する．

$$\int\kappa_\nu d\nu=\frac{h\nu_0}{4\pi}(B_{1\to2}N-B_{2\to1}N'). \tag{2.22}$$

ここで，ν_0は吸収線の中心周波数である．式(2.16)，式(2.17)を用いて式(2.22)を書き直すことで，以下の式を得る．

$$\int\kappa_\nu d\nu=\frac{\lambda^2}{8\pi}\frac{g_2}{g_1}A_{2\to1}\left(N-\frac{g_1}{g_2}N'\right). \tag{2.23}$$

このとき，λは波長である．上準位密度が下準位密度に比べて無視できるほど小さいと仮定する（吸収の飽和が生じない）ならば，式(2.23)は次のように書き換えることができる．

$$\int\kappa_\nu d\nu=\frac{\lambda^2}{8\pi}\frac{g_2}{g_1}A_{2\to1}N. \tag{2.24}$$

式(2.24)より，吸収係数スペクトルを実験的に取得できれば，積分によって下準位密度Nを求めることができる．ここまでの議論では，図 2.3 に示される領域内の原子が一様に光を吸収するとしている．プラズマ中の原子はランダムな方向に熱運動しているため，原子の共鳴吸収周波数νには個々に異なるドップラーシフトが生じる．ここで，図 2.4 のように，速度空間において平面波によって励起される領域を考える．図 2.4 で，紫の点は速度空間上の粒子，緑の領域は励起レーザーによって励起される粒子の範囲で，励起領域である．励起領域の厚さは励起レーザーの線幅に対応する．この励起領域は$v \ll c$の条件で広がっており，図中では一部のみを示している．このとき，粒子はいずれの方向にもドリフト速度を持たないため，紫の点は原点を中心に分布している．励起領域が原点に重なっているとき，励起レーザーの周波数は，共鳴吸収周波数となる．今，レーザーの等位相面は伝播方向であるz軸方向に対して垂直な平面で，v_z方向にシフトした励起領域中の粒子には，共鳴吸収周波数の軸方向ドップラーシフトが生じていることになる．

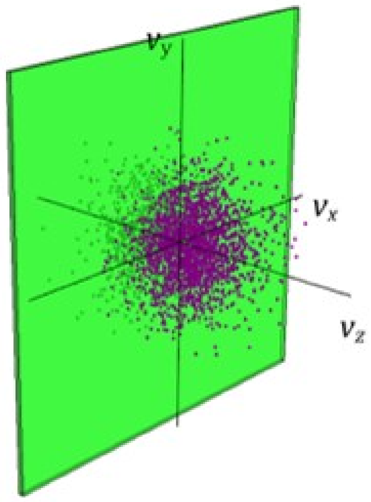

図 2.4: 速度空間上の粒子（紫の点）と平面波による励起領域（緑の領域）を表す模式図.

紫の点で示されるプラズマ中の原子は，等方的なマクスウェル分布に従うとし，速度ベクトル$\boldsymbol{v}$のときの速度分布関数は次式で与えられる[2.8].

$$f(\boldsymbol{v}) = n\left(\frac{m}{2\pi k_B T}\right)^{\frac{3}{2}} \exp\left(-\frac{m\boldsymbol{v}^2}{2k_B T}\right). \tag{2.25}$$

ここで，mは原子の質量，k_Bはボルツマン定数である．原子は熱運動だけでなく，特定の方向に一様に流れているとする．ここで，速度空間中におけるそれぞれの方向への一様な流れの速度として，U_x，U_y，U_zを考え，それぞれの方向への速度成分v_x，v_y，v_zによって，式(2.25)を書き直す．このとき，式(2.25)は$n = 1$としている．

$$f(v_x, v_y, v_z) = \left(\frac{m}{2\pi k_B T}\right)^{\frac{3}{2}} \exp\left(-\frac{m\left((v_x - U_x)^2 + \left(v_y - U_y\right)^2 + (v_z - U_z)^2\right)}{2k_B T}\right). \tag{2.26}$$

平面波はz方向に伝播しており，等位相面はz軸方向に対して垂直に平面である．そのため，式(1.1)から分かるように，レーザーの伝播方向に対して垂直な方向の運動に縦ドップラー効果が生じない．そのため，v_x，v_yについては積分してよい．式(2.26)をv_x，v_yについて積分すると，

$$f(v_z) = \left(\frac{m}{2\pi k_B T}\right)^{\frac{1}{2}} \exp\left(-\frac{m(v_z - U_z)^2}{2k_B T}\right), \tag{2.27}$$

となる．原子を励起する平面波を$\exp\left(i(\omega t - k_z z)\right)$と表すと，レーザーの周波数$\nu$と$v_z$の関係は次のように示せる．

$$\omega t - kz = \omega t - k v_z t = 2\pi\left(\nu - \frac{k}{2\pi} v_z\right) t \tag{2.28}$$

$\omega = k v_z$のドップラー吸収条件を満たすと考えると，

$$\nu = -\frac{k}{2\pi} v_z \tag{2.29}$$

となる．ここで，kは波数で，$k = 2\pi/\lambda$の関係で表される．よって，v_zは次のように示される．

$$\therefore v_z = -\frac{2\pi\nu}{k}. \tag{2.30}$$

式(2.27)を式(2.30)によって書き換える．

$$f(\nu) = \left(\frac{m}{2\pi k_B T}\right)^{\frac{1}{2}} \exp\left(-\frac{m\left(-\frac{2\pi\nu}{k} - U_z\right)^2}{2k_B T}\right)$$
$$= \left(\frac{m}{2\pi k_B T}\right)^{\frac{1}{2}} \exp\left(-\frac{4\pi^2 m(\nu + kU_z)^2}{2k^2 k_B T}\right). \tag{2.31}$$

式(2.31)が平面波によって励起される原子のドップラースペクトルである．ドップラースペクトルは，励起レーザーの伝播方向に対応する速度成分によるドップラー効果を反映している．そのため，ドップラースペクトルにおいて，最も粒子が励起されたとき，吸収係数は最大となる．したがって，式(2.31)の指数関数の係数はスペクトル線中心の吸収係数κ_0に相当する．測定対象がv_z方向にドリフトしていないとき，スペクトル線中心の共鳴吸収周波数ν_0で吸収係数は最大となる．これらを考慮することで，吸収係数スペクトルは次のように示される．

$$\kappa_\nu = \kappa_0 \exp\left(-\frac{4\pi^2 m(\nu - \nu_0 + kU_z)^2}{2k^2 k_B T}\right). \tag{2.32}$$

波数は$k = 2\pi/\lambda = 2\pi\nu_0/c$という関係があるので，式(2.32)を次のように書き直す．

$$\kappa_\nu = \kappa_0 \exp\left[-\frac{mc^2(\nu - \nu_0 + kU_z)^2}{2k_B T \nu_0^2}\right] \tag{2.33}$$

式(2.33)から分かるように，粒子のガウス型の速度分布を反映した吸収係数スペクトルκ_νが観測される．式(2.33)は，共鳴吸収周波数ν_0を中心に分布しており，v_z方向のドリフト速度による$+kU_z$の軸方向ドップラーシフトが生じる．式(2.33)の半値全幅は，

$$\Delta\nu_D = 2\sqrt{2\ln 2}\left(\frac{k_B T}{mc^2}\right)^{\frac{1}{2}} \nu_0, \tag{2.34}$$

となる．$\Delta\nu_D$は，絶対温度Tおよび原子の質量mにのみ依存する．プラズマが低圧力の場合，吸収係数スペクトルの幅は，粒子の熱運動によるドップラー広がりが主要となるので，式(2.34)によって温度を求めることができる．実験的には，透過光強度の減少によって吸収スペクトルが観測される．吸収率αは，

$$\alpha(\nu) = \frac{I_i(\nu) - I_t(\nu)}{I_i(\nu)}, \tag{2.35}$$

である．また，吸収係数と吸収率には以下の関係が成り立つ．

$$\kappa(\nu) = -\left(\frac{1}{L}\right)\ln[1-\alpha(\nu)], \tag{2.36}$$

レーザー吸収分光法では，式(2.24)，(2.33)，(2.34)によって中性粒子の下準位の密度，温度，速度を決定することができる[2.7][2.9]．式(2.33)から分かるように，レーザー吸収分光法では，レーザーの伝播方向の流れの速度U_zを吸収係数スペクトルのドップラーシフトとして観測することができる．ただし，観測可能な流れに対応する速度成分はレーザーの伝播方向に対応する成分のみである．そのため，レーザーの伝播方向を横切る方向の流れの速度を測定することはできない．このような測定方向上の感度の制限は，同様の物理的な原理に基づく LIF 等のドップラー分光法にも存在する．

2.4. 光渦によって観測されるドップラースペクトルと吸収係数スペクトル

2.2 節，2.3 節の議論を元に，光渦によって観測されるドップラースペクトルと吸収係数スペクトルについての理論的な検討を行う．

式(2.9)のように，光渦中の粒子が経験するドップラーシフトは円筒座標系にて示される．円筒座標系でのドップラーシフトと速度空間の各成分を対応させて，光渦によって観測されるドップラースペクトルを検討する．そこで，まず，円筒座標系の速度分布関数を示す．式(2.25)について，速度空間における各方向への一様な流れの速度をU_r, U_ϕ, U_zと定義する．そして，それぞれの方向への速度成分v_r，v_ϕ，v_zによって書き直す．このとき，$n=1$として規格化している．

$$f(v_r, v_\phi, v_z) = \left(\frac{m}{2\pi k_B T}\right)^{\frac{3}{2}} \exp\left(-\frac{m\left((v_r-U_r)^2+\left(v_\phi-U_\phi\right)^2+(v_z-U_z)^2\right)}{2k_B T}\right). \tag{2.37}$$

各速度成分は，互いに独立した運動のもとに生じていると仮定している．光渦によって観測されるドップラースペクトルは，速度空間において光渦によって励起される原子を考えることで定式化できる．図 2.5 に，円筒座標系の速度に対する速度空間において，光渦によって励起される領域を示している．このとき，粒子は全体としてv_ϕ方向に一様な速度を持つ（ドリフト速度）ので，分布全体がv_ϕ方向にシフトしている．励起領域が原点に重なっているとき，励起レーザーの周波数は共鳴吸収周波数となる．LG ビームを測定対象となる粒子の共鳴吸収周波数からδだけ離調させてプラズマに入射したとき，$v_\phi = -(kr/\ell)v_z$の平面で厚さが自然幅によって定義される励起領域によって原子が励起される．励起領域の傾きは，ビームの各速度成分に対する位相勾配の比に比例する．方位角方向成分においては，ℓ/rに依存する．

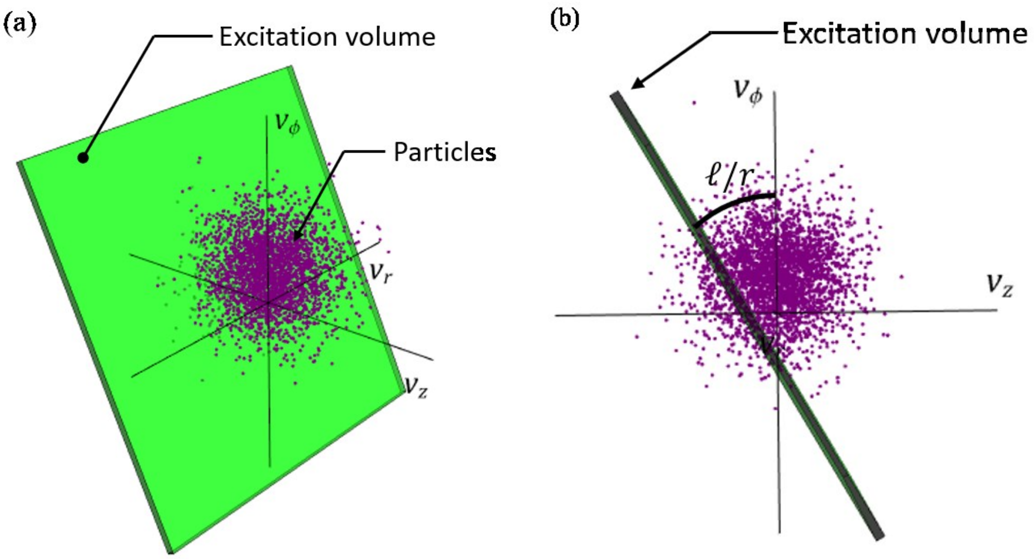

図 2.5: (a)速度空間において光渦の位相面によって励起される粒子の模式図．(b)$\boldsymbol{v_r}$方向から(a)を見た場合．紫の点がある速度成分を持つ粒子を示し，緑の領域は励起体積で，領域中に存在する粒子が励起される．

この励起領域中の原子数をδの関数として表すことで，光渦によって観測されるドップラースペクトルを解析する．円筒座標系における速度分布関数は，式(2.37)に示されている．コリメートされた LG ビームによる励起を考えるため，ビームの動径方向成分に対応するv_rについて積分する（図 2.5(b)）．

$$f(v_z, v_\phi) = \left(\frac{m}{2\pi k_B T}\right) \exp\left(-\frac{m\left((v_z - U_z)^2 + \left(v_\phi - U_\phi\right)^2\right)}{2k_B T}\right). \tag{2.38}$$

式(2.9)をv_ϕについて変形し，式(2.38)に代入する．

$$f(v_\phi, v_z) = \left(\frac{m}{2\pi k_B T}\right) \exp\left(-\frac{m\left(\left(-\frac{r}{\ell}(\delta + k(v_z - U_z)) - U_\phi\right)^2 + (v_z - U_z)^2\right)}{2k_B T}\right). \tag{2.39}$$

これを整理すると，

$$f\left(-\frac{r}{l}\left(\delta+k(v_z-U_z)\right),v_z\right)$$

$$=\left(\frac{m}{2\pi k_BT}\right)\exp\left(-\frac{m}{2k_BT}\left(1+\frac{r^2}{\ell^2}k^2\right)\left(V_z+\frac{\frac{r^2}{\ell^2}\delta k+\frac{r}{\ell}v_{flow}k}{1+\frac{r^2}{\ell^2}k^2}\right)^2\right)$$

$$\times\exp\left(-\frac{m}{2k_BT}\left(-\left(\frac{\frac{r^2}{\ell^2}\delta k+\frac{r}{\ell}v_{flow}k}{1+\frac{r^2}{\ell^2}k^2}\right)^2+\frac{r^2}{\ell^2}\delta^2+2\frac{r}{\ell}v_{flow}\delta+f_{flow}^2\right)\right). \quad (2.40)$$

v_zについて積分し，δについて整理すると次の式を得る[2.10].

$$f_{atom}(\delta_{LG})=\left(\frac{m}{2\pi k_BT}\right)^{\frac{1}{2}}\left(\frac{r^2}{\ell^2+k^2r^2}\right)^{\frac{1}{2}}\exp\left[-\frac{m}{2k_BT}\frac{r^2}{\ell^2+k^2r^2}\left(\delta_{LG}+U_\phi\right)^2\right]. \quad (2.41)$$

これが光渦によって観測されるドップラースペクトルである．次に，吸収係数スペクトルについて考える．式(2.9)において，$\ell=0$は平面波のドップラーシフトに相当する．これは平面波をプローブビームとした一般的な TDLAS で観測される吸収係数スペクトルに対応すると考えることができる．光源側から見た式(2.41)によって，

$$f_{abs}(\delta)_{\ell=0}=\left(\frac{m}{2\pi k_BT}\right)^{\frac{1}{2}}\frac{1}{k}\exp\left[-\frac{m}{2k_BT}\frac{1}{k^2}\delta^2\right], \quad (2.42)$$

となる．式(2.42)において，係数は吸収係数スペクトルにおける中心周波数の最大吸収係数に相当する．これをα_0として次のように示す.

$$\alpha_0=\left(\frac{m}{2\pi k_BT}\right)^{\frac{1}{2}}\frac{1}{k}. \quad (2.43)$$

式(2.41)を光源側から見て，式(2.43)を代入し，

$$f_{abs}(\delta_{LG})=\alpha_0k\left(\frac{r^2}{\ell^2+k^2r^2}\right)^{\frac{1}{2}}\exp\left[-\frac{m}{2k_BT}\frac{r^2}{\ell^2+k^2r^2}\left(\delta_{LG}-\frac{\ell}{r}U_\phi\right)^2\right], \quad (2.44)$$

となる[2.11]．これが，TDLAS のプローブビームを光渦に置き換えた場合に観測される吸収係数スペクトルである．TDLAS は，ビームの伝播方向に対して垂直方向（横方向）の速度成分に感度がない．本研究では，この測定方向上の感度の制限を克服しようとしている．光渦ビームに対して横方向に一様に流れるプラズマの速度成分を考える（図 2.6）.

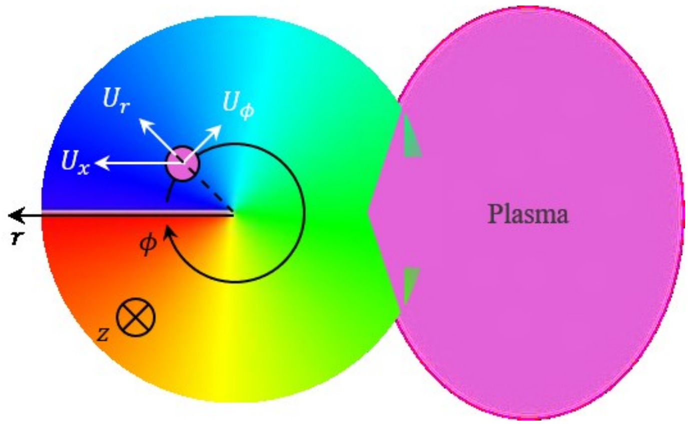

図 2.6: 光渦の位相分布と横方向に一様に流れるプラズマとその速度成分．ビームは，紙面奥側に伝播している．

横方向への速度をU_xとすると，U_xの方位角方向成分は次のように示される．

$$U_\phi = -\left(\frac{\ell}{r}\right) U_x \sin\phi. \tag{2.45}$$

これを式(2.9)に代入することで，OVLAS によって観測されるドップラーシフトは，

$$\delta_{LG} \approx -kv_z - \left(\frac{\ell}{r}\right) U_x \sin\phi, \tag{2.46}$$

となる．式(2.45)を式(2.44)に代入することで，OVLAS によって観測される横方向流速に対応した吸収係数スペクトルを得る[2.11]．

$$f_{abs}(\delta_{LG}) = \alpha_0 k \left(\frac{r^2}{\ell^2 + k^2 r^2}\right)^{\frac{1}{2}} \exp\left[-\frac{m}{2k_B T}\frac{r^2}{\ell^2 + k^2 r^2}\left(\delta_{LG} + \left(\frac{\ell}{r}\right) U_x \sin\phi\right)^2\right]. \tag{2.47}$$

式(2.47)に示されるように，吸収係数スペクトルのドップラーシフトはビーム断面上の空間的な位置に依存する．通常の TDLAS で用いられるディテクターでは，ビーム断面全体の強度の積分値が観測されるため，実験的には二次元的な撮像素子が必要となる．

2.5. 光渦によって観測される吸収係数スペクトルに関する数値計算

前節で，OVLAS によって観測される吸収係数スペクトルを解析的に導いた．本節では，実験的なパラメータを仮定した数値計算を行うことで，実際の横方向流速測定実験系に要求される仕様について検討を行う．

実際の横方向流速測定による OVLAS の原理検証では，準安定状態のアルゴン原子の吸収測定 ($({}^2\mathrm{P}^0_{2/3})4\mathrm{s} \rightarrow ({}^2\mathrm{P}^0_{1/2})4\mathrm{p}$) を想定し，レーザーの波長を$\lambda = 697$ nm とする[2.12]. 主に，アルゴンガス，波長に関連した半導体レーザーの入手性からこの遷移が選択されている．観測されるスペクトルの形状について明確に考察するために，$U_x = 150$ m/s，$\ell = +1$のとき観測される吸収係数スペクトルを数値計算する．150 m/s の準安定原子の流れは，第 5 章で

述べる放電管内で流れる最大流速に対応する．図 2.7 に，吸収係数スペクトルのドップラーシフトと半値全幅に関する計算結果を表 2.1 に示す． y軸方向への位相特異点からの距離ごとに，赤線，緑線，青線でプロットしており，λはレーザーの波長 697 nm である．吸収長 15 mm のプラズマによって 50 %吸収されたと仮定し，吸収係数α_0は 46 m^{-1}とした．アルゴン準安定原子の温度は室温程度の 300 K としている．吸収係数α_0とアルゴン準安定原子の温度は，第 5 章で述べる本研究で用いるテストプラズマに対して，通常の TDLAS を行った際に観測される典型的なパラメータである．吸収係数スペクトルは，位相特異点からの距離に近いほどドップラーシフトが大きく，スペクトルの半値全幅は位相特異点に近いほど大きいことが分かる．また，最大吸収係数は位相特異点に近いほど小さい．このように，光渦によって観測される吸収係数スペクトルは TDLAS とは違い空間的な位置によって形状が変化する．

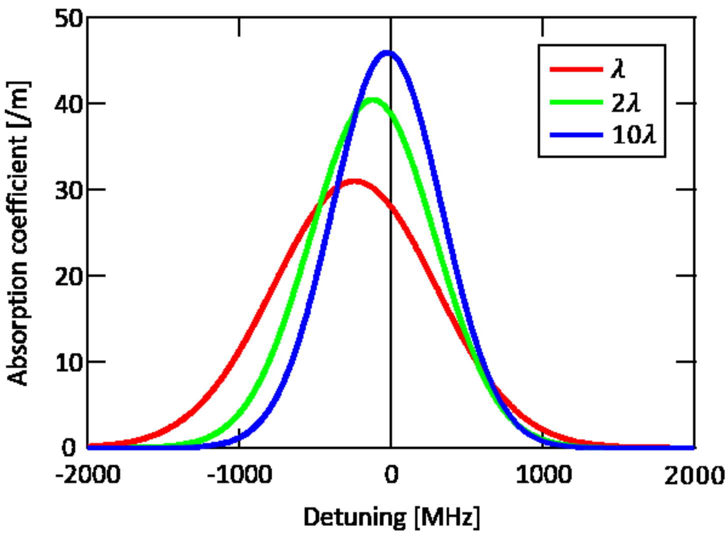

図 2.7: 位相特異点からの距離ごとの光渦によって観測される吸収係数スペクトル．$\boldsymbol{y}$軸方向への位相特異点からの距離ごとにプロットの色分けを行っている．$\boldsymbol{\lambda}$はレーザーの波長で， 697 nm である．

表 2.1: 位相特異点からの距離に依存した吸収係数スペクトルのドップラーシフトと半値全幅

位相特異点からの距離 [μm]	ドップラーシフト [MHz]	半値全幅 [MHz]
λ	-240	-1290
2λ	-120	-960
10λ	-20	-850

式(2.46)に示されるように，方位角ドップラーシフトはビーム断面上の空間的な位置に依存している．実験的にはビーム断面上の位置ごとの吸収係数スペクトルを観測し，それぞれの吸収係数スペクトルを元に方位角ドップラーシフト分布を解析する．横方向流速は，方位角ドップラーシフト分布から評価される．実験的に観測される方位角ドップラーシフト分布と比較するため，方位角ドップラーシフト分布の数値計算結果を図 2.8 に示す．計算条件は，図 2.7 と同様である．このとき，光源側から見た座標系であるため，z軸は紙面奥側を向いている．図 2.8 では，方位角ドップラーシフトの符号が式(2.46)とは異なる，これは原子側から見たドップラーシフトと励起レーザー側から見たドップラーシフトの符号が異符号となるためである．U_xの方位角方向成分は，$-U_x \sin\phi$であるため，方位角ドップラーシフトはℓ，rおよびϕに依存したものとなる．そのため，LG ビーム断面上における共鳴吸収条件は位置ごとに異なる．図 2.9 には，$x = 0$における方位角ドップラーシフトを示している．方位角ドップラーシフトは，位相特異点からの距離に反比例している．

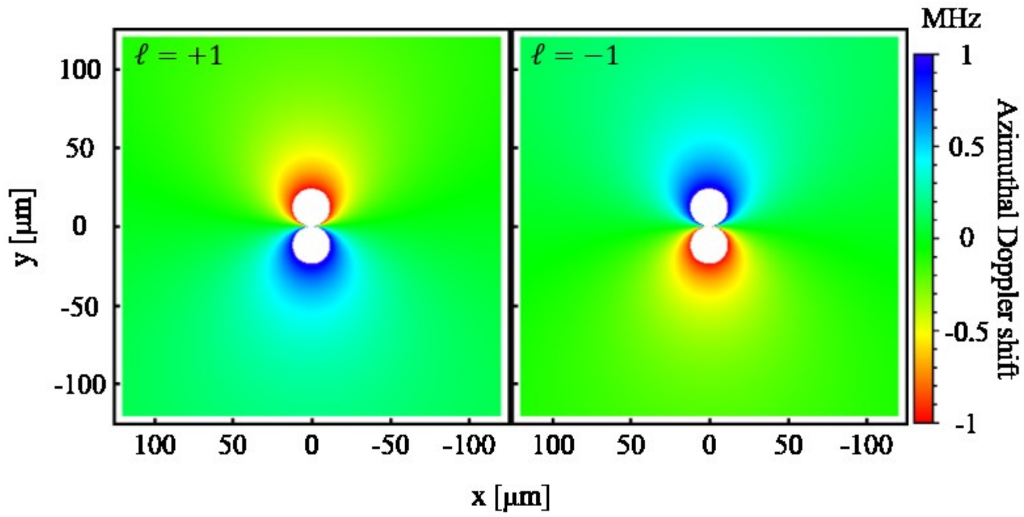

図 2.8: ビーム断面上に生じる方位角ドップラーシフト分布．プロットレンジ外の数値は白色でプロットされている．

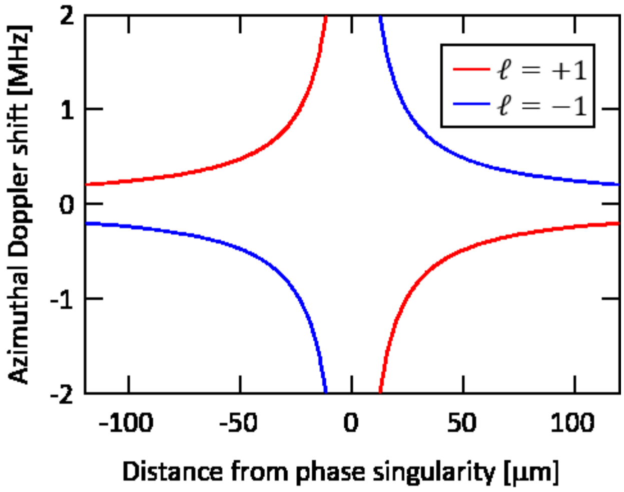

図 2.9: ビーム断面上に生じる方位角ドップラーシフト分布（$\boldsymbol{x}=\boldsymbol{0}$）.

方位角ドップラーシフトは，ビームの中心ほど大きいため実際の測定では，位相特異点近傍の吸収係数スペクトルを解析することが望ましい．しかしながら，ビームの中心は暗点であるため，観測されるスペクトルの信号雑音比（Signal-noise ratio: SNR）は低くなる．吸収スペクトルは，ビーム強度の減衰から解析されるため，元のビーム強度が吸収の飽和が生じない範囲で大きいほど散乱光等の影響を受けにくくなり，SNR が高くなる．そのため，LG ビームにおけるドーナツ状の強度の領域を観測することが望ましい．しかしながら，方位角ドップラーシフトはrに反比例するため，ビームの中心から離れたドーナツ状の領域ではドップラーシフトが小さくなってしまう．方位角ドップラーシフトは，トポロジカルチャージに比例するため，高トポロジカルチャージの LG ビームを用いることで，ドーナツ上の強度領域でも方位角ドップラーシフトを観測できると考えられるが，LG ビームのドーナツの最大強度の半径はトポロジカルチャージに依存して大きくなる．結果的に観測される方位角ドップラーシフトの絶対値は小さくなってしまう．このように，トレードオフの関係が生じており，実験で用いるトポロジカルチャージについて最適な条件を検討する必要がある．そこで，LG モードのドーナツ状のリングの半径と方位角ドップラーシフトの関係について検討する．LG モードの振幅の形状は，式(2.1)から

$$u_{profile}=\left|\left(\frac{\sqrt{2}r}{w(z)}\right)^{|\ell|}\exp\left[-\frac{r^2}{w(z)^2}\right]\right|, \tag{2.48}$$

と示される．図 2.10 に$w_0=1$とし，$0\leq r$の範囲でトポロジカルチャージℓごとに計算した LG モードの振幅を示す．このとき，縦軸は 1 に規格化している．ドーナツの半径は，トポロジカルチャージに依存して大きくなっているが比例していない．$\ell=+1$や$\ell=+2$のような低次ほど，トポロジカルチャージの増加に対するリングの半径の拡大が大きく，高次ではリングの半径の拡大は小さくなる．ドーナツ状の強度の領域を観測する場合，トポロジカル

チャージの増加に依存したドーナツの半径の拡大の程度が小さければ，トポロジカルチャージに比例して増加する方位角ドップラーシフトを観測する上で望ましい．そこで，トポロジカルチャージに依存して拡大するドーナツの半径と比例して増加する方位角ドップラーシフトの関係を調べる．まず，ドーナツの半径r_pについて定式化する．ドーナツの半径は，式(2.48)の微分値が 0 となる位置である．このとき，絶対値を考慮する必要はなく，式(2.48)の微分は次のようになる．

$$\frac{dI}{dr} = -\frac{2r}{w_0^2}\left(\frac{\sqrt{2}r}{w_0}\right)^{|\ell|} \exp\left[-\frac{r^2}{w_0^2}\right] + \left(\frac{\sqrt{2}r}{w_0}\right)^{|\ell|} \exp\left[-\frac{r^2}{w_0^2}\right]\frac{|\ell|}{r}. \tag{2.49}$$

よって，ドーナツの半径r_pは次のように示される．

$$r_p = \frac{w_0\sqrt{2\ell}}{2}. \tag{2.50}$$

このとき，解が負となる場合には物理的な意味がないため，正の解だけがドーナツの半径を示す．式(2.50)を式(2.9)に代入することで，ドーナツの半径r_pにおける方位角ドップラーシフトδ_pが求まる．

$$\delta_p = -\frac{\sqrt{2}\ell}{w_0\left|\sqrt{\ell}\right|}. \tag{2.51}$$

ここで，方位角方向の速度成分は 1 としている．図 2.11 にトポロジカルチャージごとに計算したドーナツの半径r_pにおける方位角ドップラーシフトの絶対値を示す．方位角ドップラーシフトの増加はトポロジカルチャージの 1/2 乗に比例している．図 2.11 の変化は，$\ell = +8$程度で緩やかになっているように見える．実験的に用いる LG ビームのトポロジカルチャージが再現なく大きくできるならば，より大きい絶対値で方位角ドップラーシフトを観測できるが，現実的ではない．トポロジカルチャージに対する方位角ドップラーシフトの増大の程度が緩やかな領域では，それ以上，トポロジカルチャージを大きくする効果が小さい．本研究で用いる実験系で生成可能な LG ビームのトポロジカルチャージが OVLAS の原理検証に適切であるかを検討する．第 4 章で述べる我々の LG ビーム生成系では，$\ell = \pm 10$程度までは高品質なビームの生成が行える．図 2.11 の変化について微分することで，緩やかな変化の領域を明確にする．式(2.51)をℓについて微分する．このとき，$\ell = 0$を考える意味はないため，$0 < \ell$の場合について考える．

$$\frac{d\delta_p}{d\ell} = -\frac{\sqrt{2}}{w_0\left|\sqrt{\ell}\right|}. \tag{2.52}$$

式(2.52)より，トポロジカルチャージに依存したドーナツの半径r_p上の方位角ドップラーシフトδ_pの変化が計算される．図 2.12 に方位角ドップラーシフトの変化について示す．このとき，絶対値をとっている．トポロジカルチャージが$\ell = +7$程度で方位角ドップラーシフトの変化が小さくなることが分かる．よって，OVLAS では，$\ell = \pm 7$以上の LG モードをプローブビームに用いると効果的である．我々の実験系で出力可能な$\ell = \pm 10$の LG ビームは，OVLAS の原理検証に最適な値である．

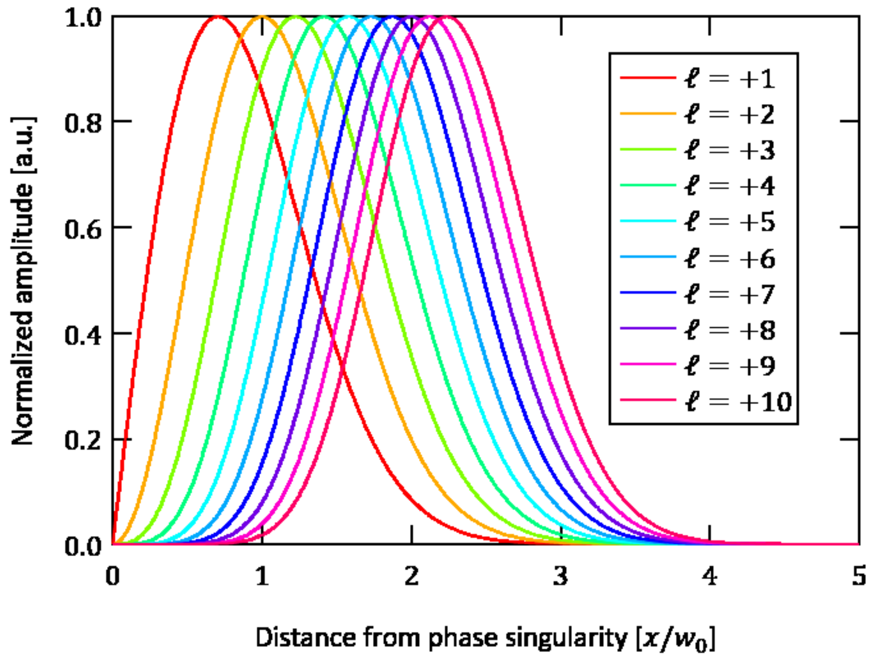

図 2.10: $0 \leq r$におけるトポロジカルチャージごとの LG モードの振幅の形状．縦軸は規格化された振幅.

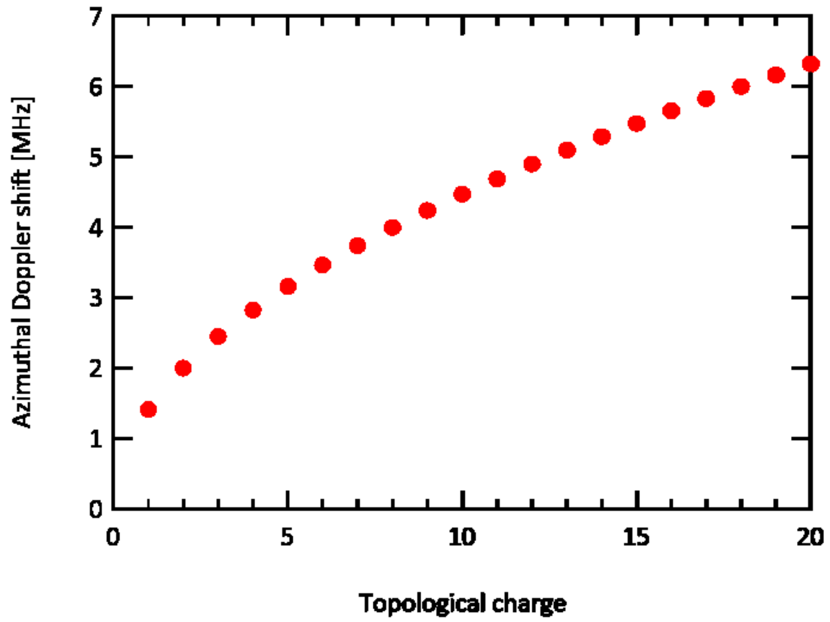

図 2.11: トポロジカルチャージに依存したドーナツの半径位置における方位角ドップラーシフト.

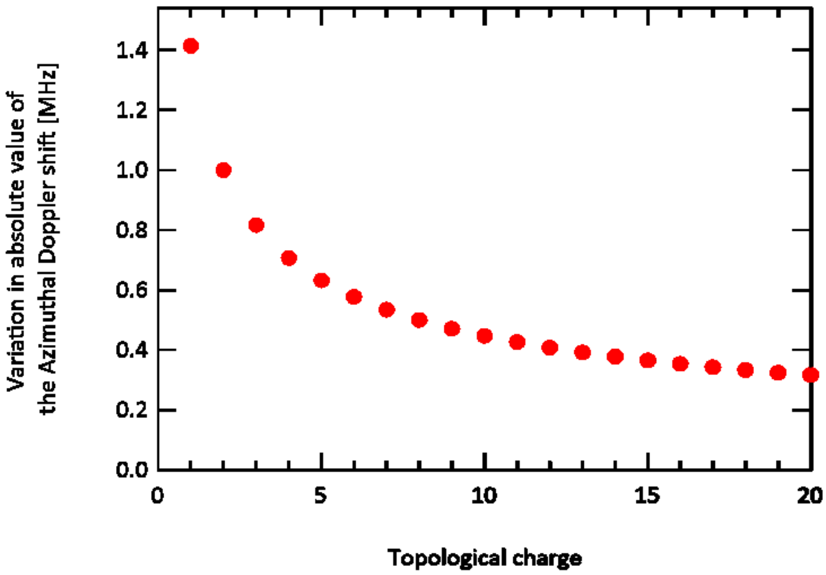

図 2.12: トポロジカルチャージに依存したドーナツの半径の拡大に対するドーナツの半径位置の方位角ドップラーシフトの変化.

OVLAS では，ビーム断面上の位置ごとにスペクトルを観測する．これは二次元的な撮像素子，すなわち，カメラ等を用いて行われる．実験では，レーザーの周波数ごとに LG ビームのビーム断面を撮影し，ピクセルごとのスペクトルを解析する．OVLAS では，ビーム断面上にて共鳴吸収条件が空間的に異なっているため，ある周波数の LG ビームの強度分布には吸収による不均一な構造が生じる．このような不均一な吸収は，平面波を用いる TDLAS には生じないものである．そこで，OVLAS 特有の不均一な吸収による構造を調べる．共鳴吸収周波数を基準として，式(2.47)から離調周波数ごとの吸収係数分布（f_{abs}の空間分布）を数値計算する．図 2.7 と同様に，準安定状態のアルゴン原子の吸収測定（$({}^2\mathrm{P}^0_{2/3})4\mathrm{s} \rightarrow ({}^2\mathrm{P}^0_{1/2})4\mathrm{p}$）を想定し，レーザーの波長を$\lambda = 697$ nm とする．第 5 章で述べる実験系を想定し，$w_0 = 117$ μm，$\ell = +10$とした．共鳴吸収吸収条件の違いがより大きければ，吸収の構造が理解しやすいと考えられるので，$U_x = 3000$ m/s とした．図 2.13 に，離調周波数ごとに計算したf_{abs}の空間分布を示す．離調± 360 MHz は，吸収係数スペクトルの最も傾きが大きい点である（微分の極値）．吸収係数が空間的に異なっていることが分かる．同じ離調周波数で，トポロジカルチャージの正負が異なると，中心から離れた位置の吸収係数を中心の値として吸収係数分布が反転している．図 2.14 に，$x = 0$上の 4 点の吸収係数スペクトルを示した[2.11]．また，262 μm は，LG ビームのドーナツの半径r_pである．吸収係数スペクトルが位置に依存してシフトしている．図 2.14(a)，(b)，(c)，(d)の方位角ドップラーシフトは，それぞれ，-18.2 MHz，-47.6 MHz，47.6 MHz，18.2 MHz である．$U_x = 3000$ m/s という高速の横方向流れにも関わらず 10 MHz オーダーのドップラーシフトである．そのため，OVLAS の原理検証には高精度な周波数校正が必要である．吸収係数スペクトルの位置ごとのドップラーシフトより方位角ドップラーシフトの二次元分布が解析される．OVLAS における吸収係数分布は，LG ビームを不均一に吸収するため，ビームの強度分布には基本モードと異なる構造が生じる．このような強度の構造は，高次の LG モードの重ね合わせによって構成されるため，吸収による構造の伝播特性は基本モードと異なると考えられる．そのため，LG ビームがプラズマ中を吸収されながら伝播していく過程で，吸収による構造の形状が変化する（回折）する．また，吸収によって生じた構造は，欠陥構造である． J. Hamazaki らは，LG ビームに非対称な欠陥構造を導入し，この欠陥構造が伝播に伴う Gouy 位相シフトによって回転することを報告している[2.13]．OVLAS における非等方な吸収係数分布もまた同様に Gouy 位相シフトの影響を受けると考えられる．吸収係数分布の形状が変化する場合，吸収係数スペクトルから解析される方位角ドップラーシフト分布も形状が変化してしまうと考えられる．そのため，OVLAS における回折伝播の効果について詳細に解析する必要がある．

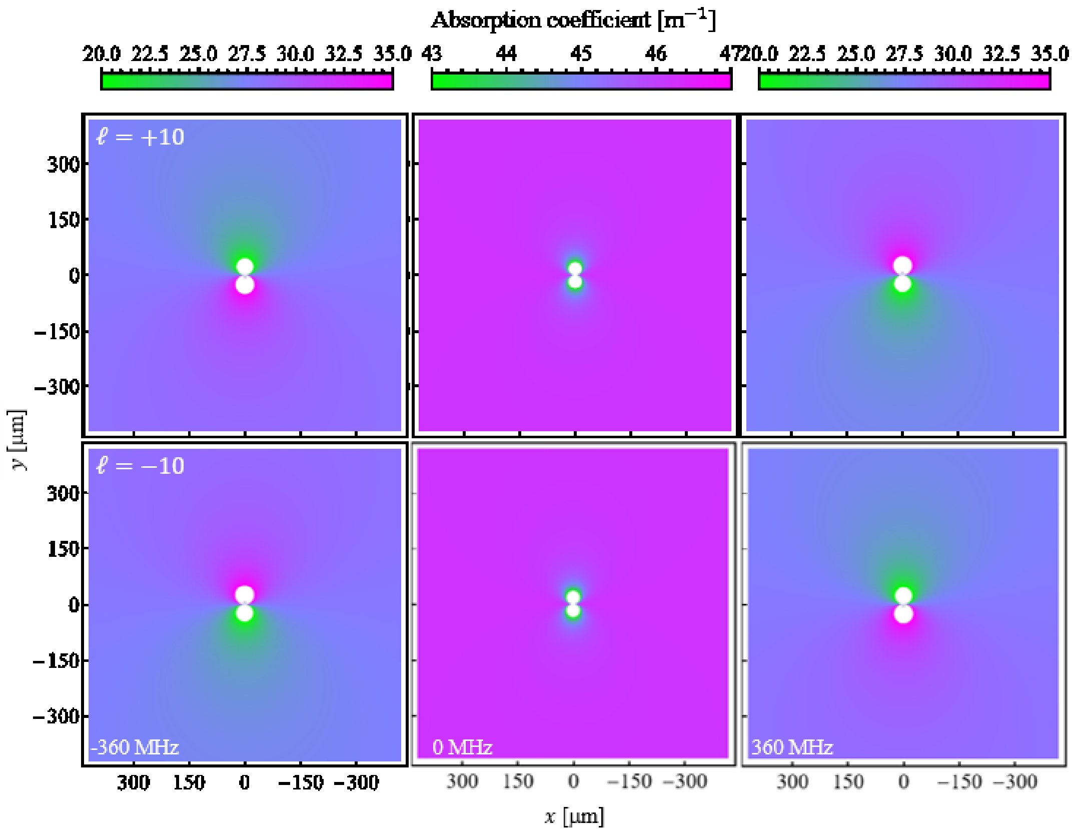

図 2.13: LG ビームのビーム断面上に生じる吸収係数の空間分布．上段が$\ell = +10$，下段が$\ell = -10$で，離調周波数ごとに横に並べているプロットレンジ外は白で示している．

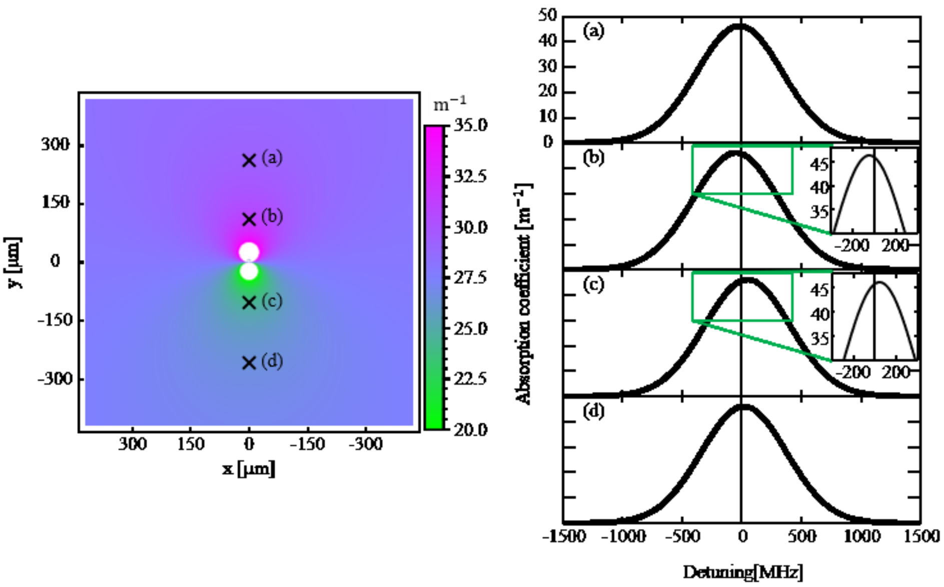

図 2.14: 離調周波数+360 MHz のときの吸収係数分布と空間的な位置ごとに異なるドップラーシフトを示す吸収係数スペクトル．(a)$y = 262$ μm，(b) $y = 100$ μm，(c)$y = -100$ μm，(d) $y = -262$ μm.

参考文献

[2.1] Siegman, A.E., *Lasers* (ed. Aidan, K). 647-648. (University Science Books, Mill Valley, California, 1986).

[2.2] Kogelnik, H. & Li, T. Laser beams and resonators. Proc. IEEE **54**, 1312–1329 (1966).

[2.3] Allen, L., Beijersbergen, M. W., Spreeuw, R. J. C. & Woerdman, J. P., Orbital angular momentum of light and the transformation of Laguerre-Gaussian laser modes. Phys. Rev. A **45**, 8185–8189 (1992).

[2.4] Allen, L., Babiker, M. & Power, W. L., Azimuthal Doppler shift in light beams with orbital angular momentum. Optics Communications **112**, 141–144 (1994).

[2.5] Power, W. L., Allen, L., Babiker, M. & Lembessis, V. E., Atomic motion in light beams possessing orbital angular momentum. Phys. Rev. A **52**, 479–488 (1995).

[2.6] Demtröder, W., *Laser Spectroscopy 1*, 30-31 (Springer Berlin Heidelberg, 2014).

[2.7] Mitchell, A. C. G., Zemansky, M. W. & Davis, S. P., *Resonance Radiation and Excited Atoms.* Am. J. Phys. **40**, 1187,(1972).

[2.8] 高村 秀一. *プラズマ理工学入門.* 森北出版, pp. 7-11 (1997).

[2.9] プラズマ・核融合学会 編, et al., *プラズマ診断の基礎と応用.* コロナ社, 2006, p. 132, ISBN 978-4-339-00782-4.

[2.10] Yoshimura, S., Terasaka, K. & Aramaki, M. Modification of laser-induced fluorescence spectrum by additional azimuthal Doppler effect in optical vortex beams. Jpn. J. Appl. Phys. **59**, SHHB04 (2020).

[2.11] Minagawa, H., Yoshimura, S., Terasaka, K. & Aramaki, M. Analysis of Azimuthal Doppler Shift of Anisotropically Absorbed Laguerre-Gaussian Beam Propagating in Transverse Flow. Plasma and Fusion Research **17**, 1401099–1401099 (2022).

[2.12] National Institute of Standards and Technology. NIST Atomic Spectra Database Lines Form. Available at: https://physics.nist.gov/PhysRefData/ASD/lines_form.html (Accessed: 11 December 2023).

[2.13] Hamazaki, J., Mineta, Y., Oka, K. & Morita, R. Direct observation of Gouy phase shift in a propagating optical vortex. Opt. Express **14**, 8382 (2006).

第 3 章　横方向流れ中を伝播する LG ビームの解析

OVLAS における LG ビームはプラズマ中を不均一に吸収されながら伝播することが分かった．不均一な吸収により強度分布に生じる構造は，基本モードとは異なる伝播モードによって構成されるため，伝播によって形状が変化すると考えられる．本章では，OVLAS における伝播の影響について調査するため，回折伝播計算手法を用いて，プラズマ中を伝播する LG ビームの数値解析を行った．

自由空間中の光の回折伝播計算は，フレネルやキルヒホッフといった 18~19 世紀の科学者にまで遡りフレネル近似やフラウンホーファー回折に基づく計算手法が提案されている．近年では，高速フーリエ変換を用いた畳み込みベースの回折伝播計算手法が多く提案されている[3.1][3.1][3.3][3.4]．本研究では，近距離伝播において，高精度な計算が行える角スペクトル法と呼ばれる回折伝播計算手法を用いた．

3.1. 角スペクトル法による回折伝播計算

ゾンマーフェルトは，反射とも屈折とも解釈できない光線の直線経路からのずれを回折と呼んだ[3.5]．これは，光は直進するものとして定めたとき，物体の影にまで光がわずかに回り込むように見える現象である．任意の面上での波動の複素振幅分布の回折伝播計算については，計算可能な伝播距離や計算時間に特徴を持つ様々な手法が考案されている．プラズマ中の LG ビームの回折伝播の計算については，計算が数日程度で完了すれば良く，リアルタイム性などは求められないため，計算時間は考慮しない．そのため，伝播距離に制限がなく，高精度な計算結果が得られれば良い．そこで，回折伝播計算手法の一つである角スペクトル法（Angular spectrum method : AS）を用いる[3.6][3.7][3.8][3.9][3.10][3.11]．角スペクトル法は，リアルタイム性の求められる高速な計算を行うことができないものの，原理的に伝播距離の制限がない回折伝播計算を行える．ここでいう”原理的に”とは，遠距離の伝播を計算するとき，サンプリング窓を大きく確保しなければエイリアシング誤差が生じてしまうためである．そのため，莫大な計算リソースがあれば”原理的に”伝播距離に制限がない．ただし，後述するサンプリング範囲をゼロ埋めによって 2 倍に拡張する角スペクトル法では伝播距離によるエイリアシング誤差が生じず，基本的には伝播距離に制限のない回折伝播計算が行える．（ただし，多くの場合，光波は拡散しつつ伝播するため，伝播距離によっては，得られる計算結果の分布がサンプリング窓の範囲外に拡散する可能性がある．）．本節では，まず，角スペクトル法の原理から述べる．

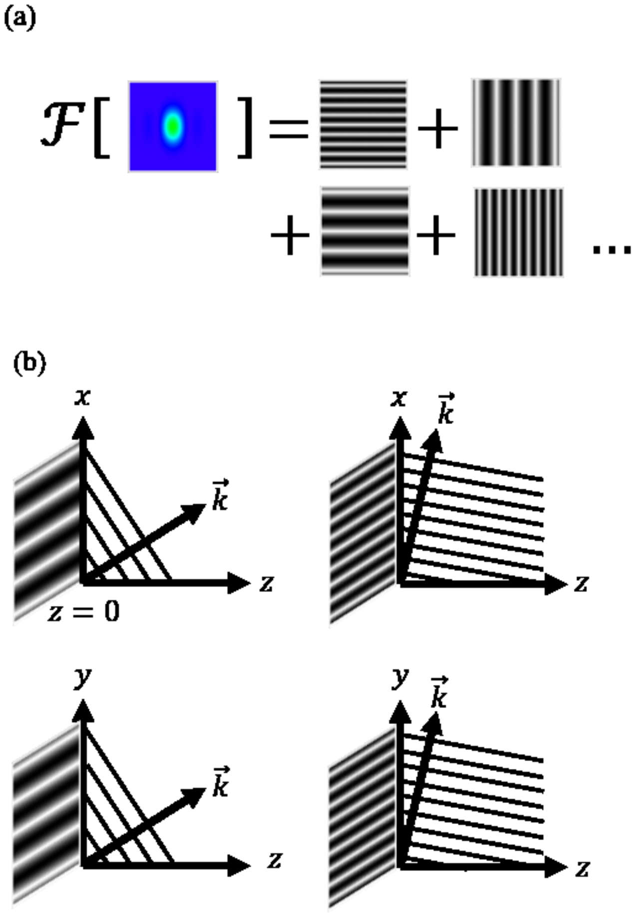

図 3.1: (a)複素振幅分布の二次元フーリエ変換と(b)空間周波数に関連する平面波．$\mathcal{F}$は
フーリエ変換を示している．

一次元信号は，フーリエ変換によって，何らかの周波数を持つ波動に分解できる．二次元の場合も同様に，ある波長をもつコヒーレント光の複素振幅分布は任意の面上で二次元フーリエ変換できる．二次元フーリエ変換によって，複素振幅は何らかの空間周波数を持つ分布に分解される（図 3.1(a)）．このとき，図 3.1(b)のように空間周波数は，任意の面からあらゆる方向に進む平面波とみなせる．平面波の周波数は，元の光によって決定されるが，それの任意の面上での断面の周波数，すなわち，空間周波数は，平面波の角度によって決まる（図 3.1(b)）．このとき，それぞれの平面波が任意の点へ伝播したときの位相変化を計算して，再度，合成することにより，任意の面から別の任意の面への複素振幅分布の伝播を計算することができる．このような回折伝播計算手法を角スペクトル法と呼ぶ．ある波長をもつコヒーレント光の複素振幅分布$U(x,y,0)$の二次元フーリエ変換$A(f_x,f_y,0)$は次のように与えられる．

$$A\left(f_x.f_y,0\right) = \iint_{-\infty}^{\infty} U(x,y,0)\exp\left[-i2\pi\left(f_x x + f_y y\right)\right]dxdy. \tag{3.1}$$

また，$U(x, y, 0)$は二次元逆フーリエ変換によって，

$$U(x, y, 0) = \iint_{-\infty}^{\infty} A(f_x, f_y, 0) \exp[i2\pi(f_x x + f_y y)]\, df_x df_y, \tag{3.2}$$

と表される．二次元フーリエ変換は関数$\exp[i2\pi(f_x x + f_y y)]$によって複素振幅分布$U(x, y, 0)$を分解していることが式(3.2)から分かる．関数$\exp[i2\pi(f_x x + f_y y)]$の物理的な意味を考える．3 次元波動

$$p(x, y, z, t) = \exp(i(\boldsymbol{k} \cdot \boldsymbol{r} - 2\pi\nu t)), \tag{3.3}$$

を考える，ベクトルrは空間に対応し，デカルト座標系によって定義している．図 3.2 に示されるように，波数ベクトル$\vec{k}$は，ノルムが$2\pi/\lambda$，方向余弦(α, β, γ)を持ち，次の式で表される．

$$\boldsymbol{k} = \frac{2\pi}{\lambda}(\alpha\hat{\boldsymbol{x}} + \beta\hat{\boldsymbol{y}} + \gamma\hat{\boldsymbol{z}}) \tag{3.4}$$

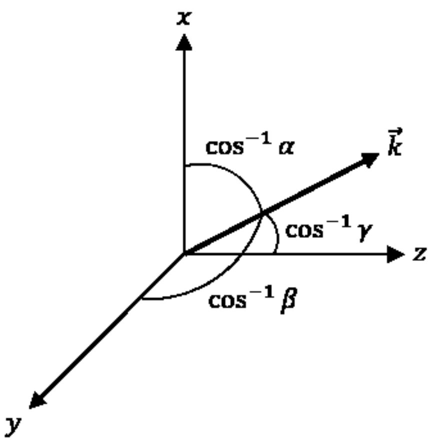

図 3.2: 波数ベクトルと方向余弦.

ここで，3 次元波動を時間について無視することで，z軸に対して垂直なある面上における平面波pは式(3.3)，式(3.4)より次のように書ける．

$$\begin{aligned}
&p(x, y, z) \\
&= \exp(i\boldsymbol{k} \cdot \boldsymbol{r}) \\
&= \exp\left(i\frac{2\pi}{\lambda}(\alpha\hat{\boldsymbol{x}} + \beta\hat{\boldsymbol{y}} + \gamma\hat{\boldsymbol{z}}) \cdot (x\hat{\boldsymbol{x}} + y\hat{\boldsymbol{y}} + z\hat{\boldsymbol{z}})\right) \\
&= \exp\left(i\frac{2\pi}{\lambda}(\alpha x + \beta y)\right) \cdot \exp\left(i\frac{2\pi}{\lambda}\gamma z\right).
\end{aligned} \tag{3.5}$$

このとき，図 3.2 について考えると，次のような関係がある．

$$\gamma = \sqrt{1 - \alpha^2 - \beta^2}. \tag{3.6}$$

式(3.5)，式(3.6)より関数$\exp[i2\pi(f_x x + f_y y)]$は，方向余弦

$$\begin{aligned}\alpha &= \lambda f_x,\\ \beta &= \lambda f_y,\\ \gamma &= \sqrt{1-(\lambda f_x)^2-\left(\lambda f_y\right)^2},\end{aligned} \tag{3.7}$$

を持って伝播する平面波という物理的な意味があると分かる．したがって，複素振幅分布$U(x,y,0)$の二次元フーリエ変換において空間周波数$\left(f_x,f_y\right)$を持つ平面波の複素振幅は$A\left(f_x,f_y,0\right)df_x df_y$となる．式(3.1)は方向余弦を用いて次のように書き直せる．

$$A\left(\frac{\alpha}{\lambda},\frac{\beta}{\lambda},0\right)=\iint_{-\infty}^{\infty}U(x,y,0)\exp\left[i2\pi\left(\frac{\alpha}{\lambda}x+\frac{\beta}{\lambda}y\right)\right]dxdy. \tag{3.8}$$

このとき，$A(\alpha/\lambda,\beta/\lambda,0)$を複素振幅分布$U(x,y,0)$の角スペクトルと呼ぶ．任意の距離$z$における角スペクトルの伝播が分かれば，複素振幅分布$U(x,y,z)$を計算することができる．自由空間中を伝播した複素振幅分布$U(x,y,z)$を次のように定義する．

$$U(x,y,z)=\iint_{-\infty}^{\infty}A\left(\frac{\alpha}{\lambda},\frac{\beta}{\lambda},z\right)\exp\left[i2\pi\left(\frac{\alpha}{\lambda}x+\frac{\beta}{\lambda}y\right)\right]d\frac{\alpha}{\lambda}d\frac{\beta}{\lambda}. \tag{3.9}$$

$U(x,y,z)$は自由空間中のどのような点においてもヘルムホルツ方程式

$$\nabla^2U+k^2U=0. \tag{3.10}$$

を満たす．そのため，式(3.9)を式(3.10)に代入すると，次の微分方程式が成り立つ．

$$\frac{d^2}{dx^2}A\left(\frac{\alpha}{\lambda},\frac{\beta}{\lambda},z\right)+\left(\frac{2\pi}{\lambda}\right)^2\left(1-\alpha^2-\beta^2\right)A\left(\frac{\alpha}{\lambda},\frac{\beta}{\lambda},z\right)=0. \tag{3.11}$$

式(3.11)を解くことで距離zにおける角スペクトルを求めることができる．

$$A\left(\frac{\alpha}{\lambda},\frac{\beta}{\lambda},z\right)=A\left(\frac{\alpha}{\lambda},\frac{\beta}{\lambda},0\right)\exp\left(i\frac{2\pi}{\lambda}\sqrt{1-\alpha^2-\beta^2}z\right). \tag{3.12}$$

式(3.12)を式(3.9)に代入すると次の式が成り立つ．

$$\begin{aligned}U(x,y,z)&=\iint_{-\infty}^{\infty}A\left(\frac{\alpha}{\lambda},\frac{\beta}{\lambda},0\right)\exp\left(i\frac{2\pi}{\lambda}\sqrt{1-\alpha^2-\beta^2}z\right)\\ &\qquad\times\exp\left[-i2\pi\left(\frac{\alpha}{\lambda}x+\frac{\beta}{\lambda}y\right)\right]d\frac{\alpha}{\lambda}d\frac{\beta}{\lambda}\\ &=\mathcal{F}^{-1}\left[\mathcal{F}[U(x,y,0)]\exp\left(i2\pi\sqrt{\lambda^{-2}-f_x^2-f_y^2}z\right)\right].\end{aligned} \tag{3.13}$$

ここで，$\mathcal{F}$，$\mathcal{F}^{-1}$はそれぞれフーリエ変換，逆フーリエ変換である．式(3.13)を用いた回折伝播計算手法を角スペクトル法と呼ぶ[3.11]．式(3.13)は畳み込み形式の演算となっており，一般的な高速フーリエ変換（Fast fourier transform: FFT）を用いて数値計算を行うことができる．

式(3.13)による角スペクトル法の計算コードのテストを行う．距離$z=0$における LG ビームを距離$z=0.1\ \mathrm{m}$まで角スペクトル法で伝播させた結果と，式(2.1)から直接計算した距

離$z = 0.1\ \mathrm{m}$における LG ビームを比較することで動作を検証する．図 3.3 に計算結果を示す．計算条件も図中に示した．図 3.3(b)と(c)の計算結果が一致していれば，角スペクトル法によって伝播計算を行えたことになる．図 3.3(a)，(b)，(c)について，$y = 0$の強度分布を図 3.3(d)に示している．角スペクトル法による計算結果と LG モードの式からの直接計算の結果が一致しているために，プロット線が重なっている．このことから，角スペクトル法によって伝播計算が行えている．次に，伝播距離$z = 1\ \mathrm{m}$の場合を計算し，エイリアシングについて確認する．図 3.4 に計算結果を示す．計算条件は，伝播距離以外は，図 3.3 と同様である．ビーム半径は，伝播距離の絶対値に依存して拡大する．図 3.4(b)は，$z = 1$ m 伝播したことで，ビームが拡大している．図 3.4(a)と(b)で，計算結果が全く異なっている．このことは，図 3.3(a)，(b)について，$y = 0$の強度分布をプロットした図 3.4(c)からも明確に分かる．本来，角スペクトル法による計算と LG モードの式からの直接計算の結果は，一致していなくてはならない．この計算結果の違いは，エイリアシング誤差に起因している．角スペクトル法では，指数関数$\exp\left(i2\pi\sqrt{\lambda^{-2} - f_x^2 - f_y^2}z\right)$によって，二次元フーリエ変換により分解された各平面波に位相シフトが与えられる．このとき，指数関数の局所的な空間周波数は，f_x成分のみを考えると，

$$\left|\frac{\partial}{\partial f_x}\left(\sqrt{\lambda^{-2} - f_x^2 - f_y^2}z\right)\right| = \frac{|f_x|z}{\sqrt{\lambda^{-2} - f_x^2 - f_y^2}}, \tag{3.14}$$

と示される．したがって，式(3.13)の指数関数$\exp\left(i2\pi\sqrt{\lambda^{-2} - f_x^2 - f_y^2}z\right)$は，伝播距離$z$が大きくなると空間周波数が増加する．伝播前の複素振幅分布がサンプリング間隔δx，サンプリング数Nでサンプリングされている場合，その空間周波数δuは，

$$\delta u = \frac{1}{N \cdot \delta x}, \tag{3.15}$$

となる．これは，フーリエ空間における標本化周波数である．ナイキスト定理に従うとエイリアシング誤差を起こさないためには，次の関係が満たされている必要がある[3.6].

$$2\frac{|f_x|z}{\sqrt{\lambda^{-2} - f_x^2 - f_y^2}} \leq \delta u. \tag{3.16}$$

角スペクトル法では，式(3.16)の条件が満たされない場合，重大な計算誤差が生じる可能性がある．実際，図 3.4 では伝播距離が長いことで重大な計算誤差が生じている．このようなナイキスト定理に起因する計算誤差を生じさせないために，実空間のサンプリング窓をゼロ埋めで拡大するという手法が存在する．この場合，図 3.5 のように周囲をゼロで埋め，指数関数$\exp\left(i2\pi\sqrt{\lambda^{-2} - f_x^2 - f_y^2}z\right)$の計算をゼロ埋め後の範囲に合わせて行う．伝播前の複素振幅分布のサンプリング間隔は変わらないため，最大空間周波数は変化しない．しかしながら，サンプリング点数は一次元的には$2N$となるため，この場合のフーリエ空間における標本化周波数$\delta u_{\mathrm{padding}}$は，

$$\delta u_{\mathrm{padding}} = \frac{1}{2N \cdot \delta x} = \frac{1}{2}\delta u, \tag{3.17}$$

となる．伝播前の複素振幅分布の最大空間周波数は変化しないが，フーリエ空間における標本化周波数δuが$1/2$になるため，常にナイキスト定理を満たす条件となる．この場合の角スペクトル法では，エイリアシング誤差が生じない．図 3.4 と同様の計算条件で，ゼロ埋めによる拡張を行った角スペクトル法によって計算した結果を図 3.6 に示す．図 3.6(a)で図 3.4(a)で見られる重大な計算誤差が生じていない．図 3.6 (a)，(b)について，$y = 0$の強度分布をプロットした図 3.6 (c)においてもプロット線が重なっており，正確な計算が行えている．位相特異点近傍の暗点，ビームの周囲の強度が非常に低い領域を含めて，ピクセルごとに誤差を計算した結果，最大で 0.34 %であったため，高精度な計算が行えていることが分かる．以後，本論文では，ゼロ埋めによってサンプリング窓を一時的に拡張した角スペクトル法を単に角スペクトル法と呼称する．

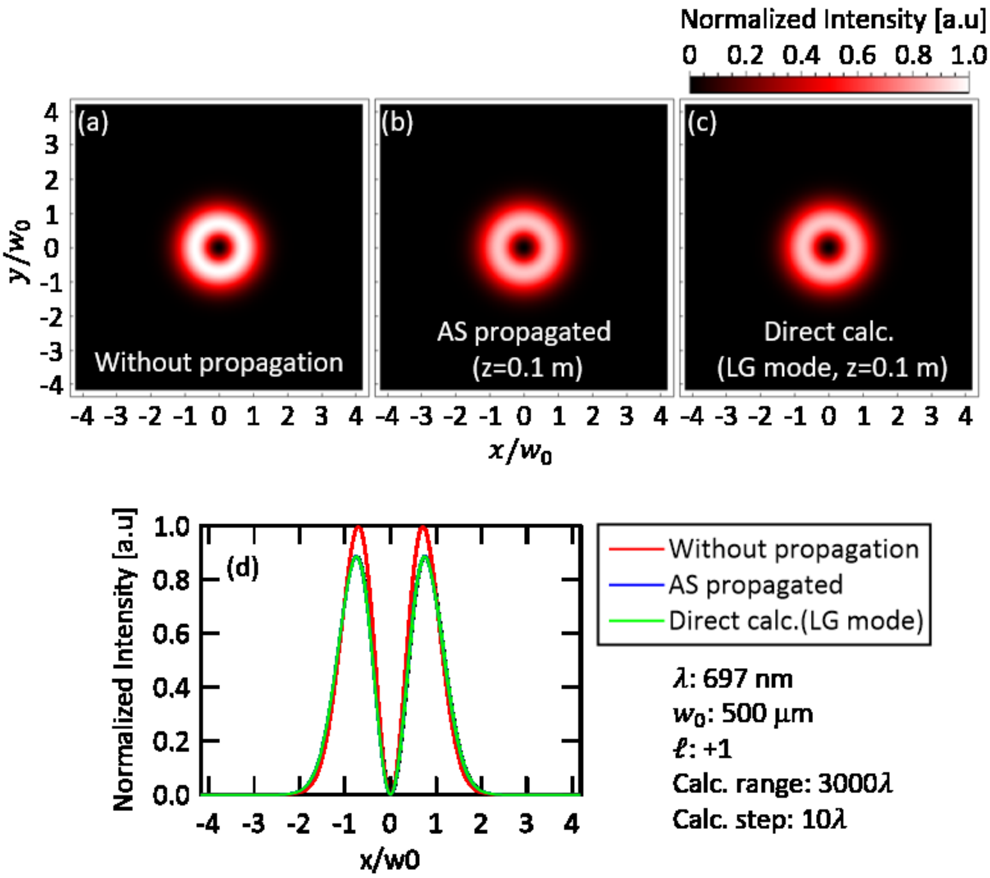

図 3.3: LG ビームの伝播計算による角スペクトル法のテスト．(a)距離$z = 0$ m における LG ビームの強度分布．(b)角スペクトル法によって計算された伝播距離$z = 0.1$ m における LG ビームの強度分布．(c)LG モードの式（式(2.1)）によって直接計算された伝播距離$z = 0.1$ m おける LG ビームの強度分布．(d)(a)，(b)，(c)において$y = 0$の強度分布．”AS propagated” は角スペクトル法（Angular spectrum method: AS）による計算を示している．(d)の青線と緑線は重なっている．図中には計算条件が示されている．

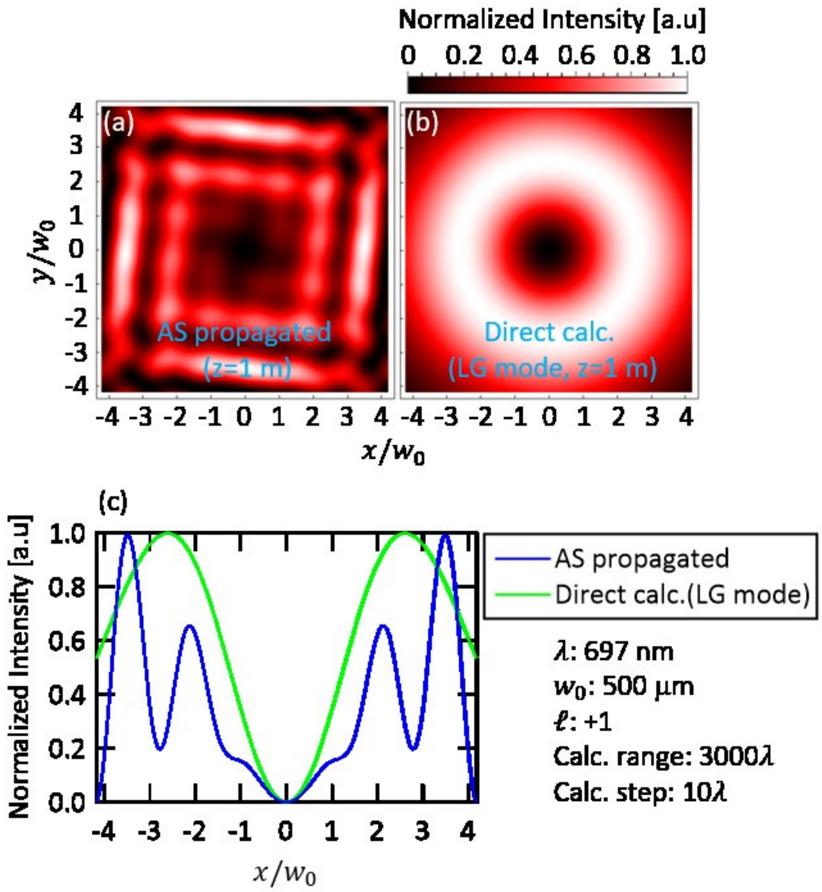

図 3.4: 距離$z = 1$ m まで伝播させた LG ビームとエイリアシング．(a)角スペクトル法によって計算された伝播距離$z = 1$ m における LG ビームの強度分布．(b)LG モードの式（式(2.1)）によって直接計算された伝播距離$z = 1$ m おける LG ビームの強度分布．(c)(a)，(b)において$y = 0$の強度分布．”AS propagated” は角スペクトル法（Angular spectrum method: AS）による計算を示している．図中には計算条件が示されている．

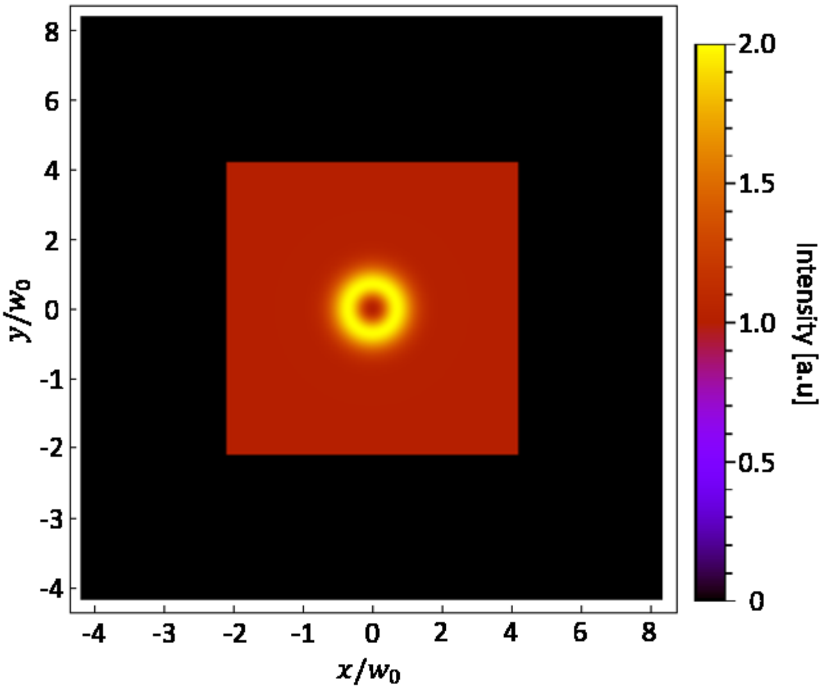

図 3.5: ゼロ埋めによるサンプリング窓の拡張のイメージ．強度が 1.0~2.0 の範囲で LG ビームを計算し，サンプリング窓が倍になるように周囲にゼロを埋めた．

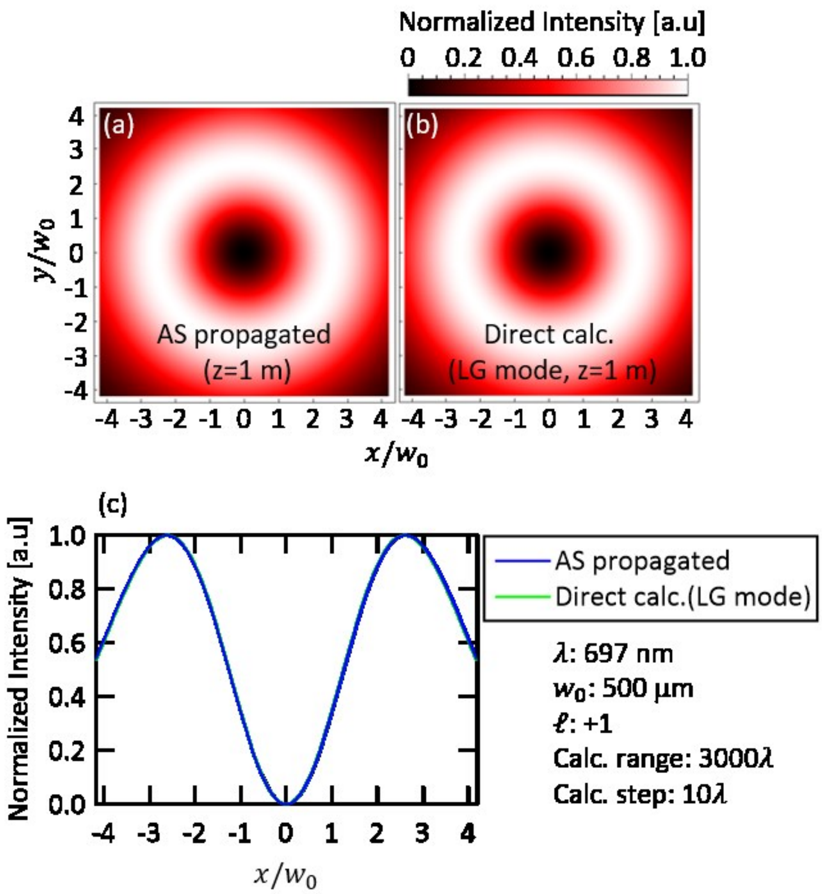

図 3.6: ゼロ埋めによるサンプリング窓の拡張を行った角スペクトル法による LG ビームの伝播計算結果．(a)サンプリング窓の拡張を行った角スペクトル法によって計算された伝播距離$z = 1$ m における LG ビームの強度分布．(b)LG モードの式（式(2.1)）によって直接計算された伝播距離$z = 1$ m おける LG ビームの強度分布．(c)(a)，(b)において$y = 0$の強度分布．青線と緑線は，完全に重なっている．”AS propagated” は角スペクトル法（Angular spectrum method: AS）による計算を，図中には計算条件が示されている．

3.2. プラズマ中を伝播していく LG ビームの数値解析

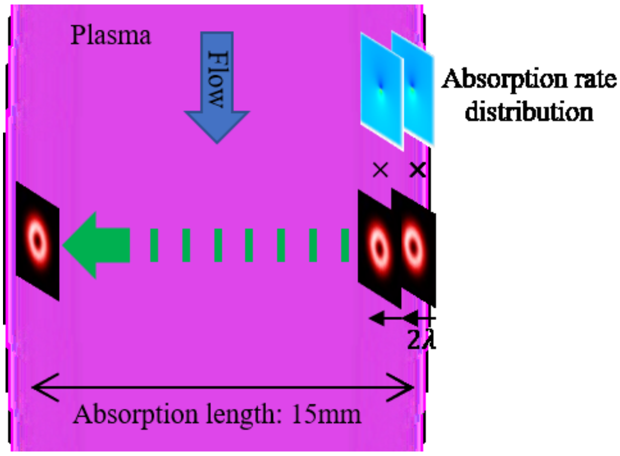

図 3.7: プラズマ中を伝播していく LG ビームの数値解析に関する概略図.

前節にて，角スペクトル法による伝播計算を確認した．本節では，実際にプラズマ中を吸収されながら伝播していく LG ビームの数値解析を行う．図 3.7 に計算の概略を示す．LG ビームを角スペクトル法によって短い距離を伝播させ，横方向流れによる吸収率分布を乗算することを出射側のプラズマ端まで繰り返すことで，プラズマ中を伝播した LG ビームが計算される．計算を周波数ごとに実行することで，位置ごとの吸収係数スペクトルを得ることができる．吸収係数スペクトルにガウスフィッティングを行うことで，方位角ドップラーシフトが求まり，フィッティングを全ピクセルで行うことで方位角ドップラーシフト分布が解析される．2.5 節と同様に，準安定状態のアルゴン原子の吸収測定（$({}^2\mathrm{P}^0_{2/3})4\mathrm{s} \rightarrow ({}^2\mathrm{P}^0_{1/2})4\mathrm{p}$）を想定し，レーザーの波長を$\lambda = 697$ nm とする．空間領域のサンプリング間隔は 2λ，ビームスポット径$w_0 = 117$ μm，吸収係数$\alpha_0 = 34\ \mathrm{m}^{-1}$，吸収長（伝播距離）は 15 mm，$U_x = 3000$ m/s，アルゴン準安定原子の温度は室温程度の 300 K として計算を行った．ビームスポット径w_0は第 5 章で述べる光学系によって決定されている．前述した「短い距離」の伝播では，距離方向へのサンプリング間隔を2λとした．距離方向へのサンプリング間隔を2λとしたときと，λの場合で 15 mm までの計算を行った場合，最終的な計算結果の差異が非常に小さいことを確認している．また，複数の条件で計算を実行するため，伝播距離を2λとすることで計算時間を半分にできるという利点がある．また，空間領域のサンプリング間隔を 2λから半分のλにした場合，サンプリング点数は 4 倍になる．メモリ使用量の大幅な増加，計算時間の増大が伴うため，サンプリング間隔を 2λとしている．計算は，ワークステーション（CPU: intel Core i9-9900X，RAM: 128GB）によって行われた．共鳴吸収周波数からの離調を 360 MHz とし，$z = 15$ mm における強度分布と吸収率分布を図 3.8 に示す[3.13]．レーザーの周波数が共鳴吸収周波数から離調されているため，ビームの下部が上部より多く吸収されていることが分かる（図 3.8(a)）．全体として吸収率分布は時計周りに回転して

いる．2.5 節で述べたように，これは Gouy シフトの効果によるものであると考えられる．Gouy 位相シフトとは，ガウシアンビームが伝播していく過程での平面波に対する位相のズレである．LG モードにおける Gouy 位相$\Phi_G(z)$は，式(1.39)においては

$$\Phi_G(z) = \exp\left[-i(1+2p+|\ell|)\tan^{-1}\left(\frac{z}{z_R}\right)\right], \tag{3.18}$$

として示されている．ここで，$\tan^{-1}(z/z_R)$は基本ガウシアンモードにおける Gouy 位相で，絶対値では$z = z_R$にて$\pi/4$ rad の位相シフトが生じる．本研究では，LG ビームのビームプロファイルにて，ドーナツ状の強度の大きい領域で吸収係数スペクトルを観測する．方位角ドップラーシフトは，rに反比例するため，ビーム径を小さくすることで，より大きい絶対値の方位角ドップラーシフトを観測できる．しかしながら，Gouy 位相はレイリー長z_Rに依存するため，ビーム径を小さくしすぎることは望ましくない．本研究で用いるビームのレイリー長z_Rは 61 mm で，これは吸収長 15 mm の 4 倍程度である．LG ビームのビームプロファイルにおけるリング状の領域の半径で吸収率分布の回転角度を見積もると，時計回りに 0.12 rad であった．数値計算の条件で，ビームが$z = 15$ mm に伝播した場合，時計回りに約 0.24 rad 回転するため，おおよそ半分しか回転していない．ビームはプラズマ中を伝播するにしたがって，徐々に吸収されるため，回転角度が小さくなっていると考えられる．計算を周波数方向に行い，ピクセルごとの吸収係数スペクトルを解析した．吸収係数スペクトルに対してフィッティングを行い，得られた方位角ドップラーシフト分布を図 3.9 に示す．方位角ドップラーシフトの符号に注目すると，図 2.8 と同様に，おおよそ上下に反転している．しかしながら，吸収率分布と同様に全体として時計回りに回転している．このように OVLAS では，吸収係数分布の形状変化が方位角ドップラーシフト分布の測定結果に影響を及ぼすことが分かる．このような伝播による測定への影響を調査する必要がある．

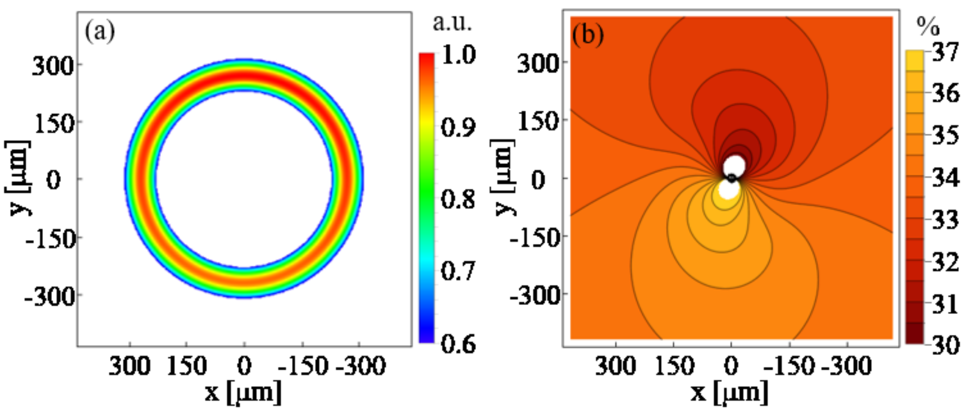

図 3.8: プラズマ透過後の不均一に吸収された LG ビームの(a)強度分布と(b)吸収率分布．(a)について，ビーム強度は規格化している．不均一な吸収による強度の減少を見やすくするために，0.6~1.0 の範囲でプロットしており，プロットレンジ外の値は白く示されている．(b)においても，プロットレンジ外の吸収率は白く示されている．

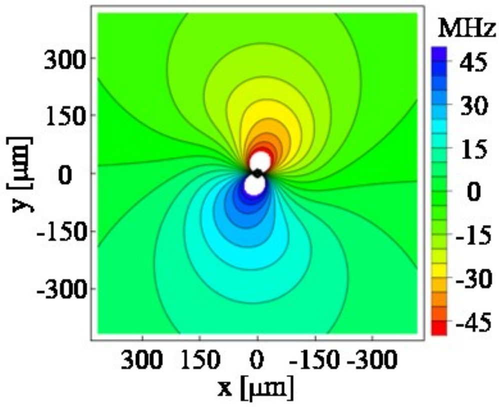

図 3.9: プラズマ透過後の方位角ドップラーシフト分布．プロットレンジ外は白く示されている．全体として時計回りに回転している．

式(2.46)に示されるように，横方向流れによる方位角ドップラーシフトは，ϕ方向に正弦的な依存性がある．したがって，方位角ドップラーシフトのϕ方向依存性を解析することで，横方向流速を評価できる．図 3.9 の方位角ドップラーシフト分布にて，rを特定の値としてϕ方向に値を取り出すことで，方位角ドップラーシフトのϕ方向依存性を計算した．図 3.10 に，$r = 100$ μm，$r = 262$ μm における方位角ドップラーシフトのϕ方向依存性を示す[3.13]．破線は$-(\ell/r)U_x \sin\phi$の曲線を示している．実線は，吸収係数スペクトルから計算された方位角ドップラーシフトである．$r = 262$ μm は，LG ビームのドーナツ状のビームプロファイルにおいて最も強度が大きい半径である．ビームの中心に近いほど，理論の予想と比べて方位角ドップラーシフトの絶対値が小さくなり，回転角が大きくなることが分かる．rが大きいほど，方位角ドップラーシフトに及ぼす伝播の影響が減少することが明確に示されている．LG ビームの暗点は，ビーム強度が非常に小さいので，スペクトルを観測することは難しい．そのため，ビーム強度が高いドーナツ状の領域でスペクトルを観測することが望ましい．さらに，本節にて，伝播の影響が小さいことが分かったため，OVLAS の原理検証実験には，ドーナツ状のビームプロファイルにおいて最も強度が大きい$r = 262$ μm にてスペクトルを観測する．

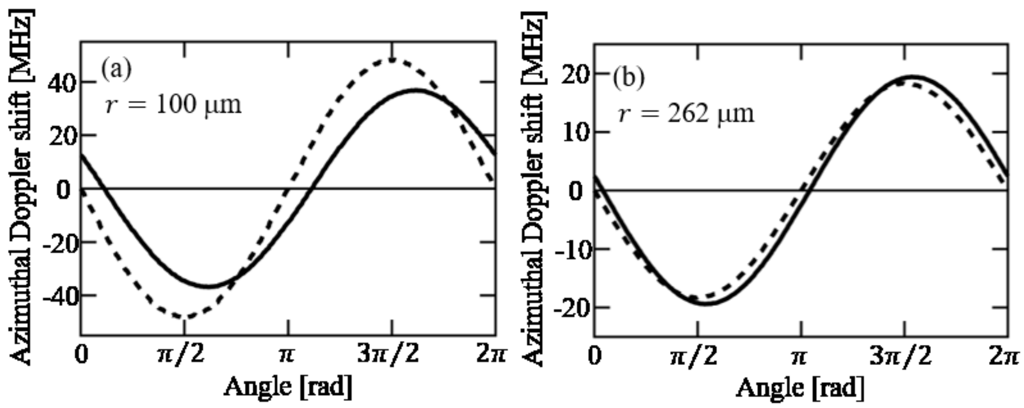

図 3.10: 伝播の影響を受けた方位角ドップラーシフトのϕ方向依存性．破線は$-(\ell/r)U_x\sin\phi$の曲線を示している．実線は，吸収係数スペクトルから計算された方位角ドップラーシフトである．

3.3. 実験パラメータによる数値解析

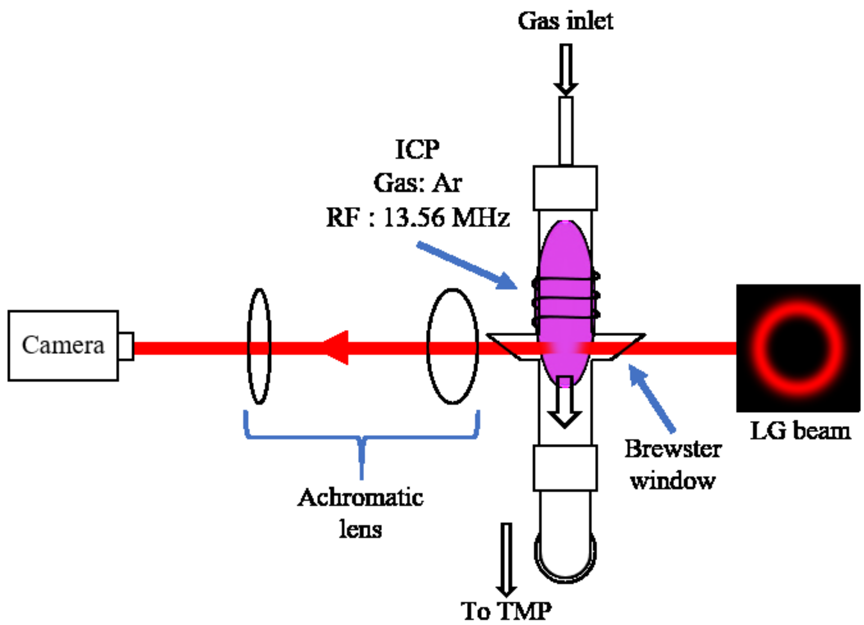

図 3.11:　数値解析で想定する実験系の概略図．プラズマの流れに対して垂直方向から LG ビームを入射する．プラズマ中のみの数値解析を行う．プラズマ端まで到達した LG ビームのビームプロファイルは 4f 光学系によってカメラのデバイス面にて結像されると想定している．

本節では，図 3.11 のような実験系を想定し，実際の実験を想定したパラメータによる数値解析を行う．ガス温度 300 K，吸収長は 15 mm のアルゴンによる誘導結合プラズマ（Inductively Coupled Plasma: ICP）を測定対象と想定する．Ar の準安定状態での吸収（$({}^2\mathrm{P}^0_{2/3})4\mathrm{s} \rightarrow ({}^2\mathrm{P}^0_{1/2})4\mathrm{p}$）を対象とするため，レーザーの波長は$\lambda = 697$ nm とする．準安定原子の横方向流れはガスの流れによって生じる．LG ビームは横方向流れに対して垂直に入射する．ここで，LG ビームは，空間光変調器（Spatial light modulator: SLM）に表示したホログラムからの回折光として生成する．方位角ドップラーシフトはトポロジカルチャージに比例するため，より高次の LG モードが望ましいが，トポロジカルチャージが大きいほど回折効率が低くなることやビーム品質の劣化が生じるため，それらを勘案して$\ell = +10$が選択された．プラズマ透過直後の LG ビームの像は 4f 光学系によってカメラに転送されるため，回折伝播の影響はプラズマ中でのみ生じる．レーザー周波数の掃引中にカメラによって大量の画像を撮影することで周波数ごとの強度分布を観測する．吸収係数スペクトルは透過光強度の減衰から解析され，ピクセルごとに吸収係数スペクトルが評価される．方位角ドップラーシフトはピクセルごとの吸収係数スペクトルから得られる．

伝播の影響による吸収の構造の変形は，その構造が基本 LG モードと異なることによる．その構造の深さ，すなわち，最大吸収係数α_0の違いによる影響について実験パラメータを想定した条件にて数値解析する．最大吸収係数を変えて計算した$U_x = 150$ m/s における方位角ドップラーシフトのϕ方向依存性を図 3.12 に示す．吸収係数α_0は，それぞれ 34, 46 および 61 m^{-1}で，それぞれ吸収率 40，50，60 %に相当する．方位角ドップラーシフトの正弦的な変動の振幅は約 1 MHz で，吸収係数の違いによる方位角ドップラーシフトの差は無視できる．また，$-(\ell/r)U_x \sin\phi$からの差も実際の速度測定を想定すると無視できるほどに小さい．このような結果は，吸収による欠陥構造の深さは測定に影響しないことを示している．実際の横方向流速の解析において，方位角ドップラーシフトのϕ方向依存性にカーブフィットを行い，正弦的な変動の振幅から横方向流速を評価することができる．

次に，U_xを 50~150 m/s の範囲で変化させて方位角ドップラーシフトのϕ方向依存性を計算した結果を図 3.13 に示す．最大吸収係数α_0は 50 m^{-1} としている．縦軸は，方位角ドップラーシフトのϕ方向依存性に式(2.46)によるカーブフィットを行い，正弦的な変動の振幅から評価している．このとき，軸方向ドップラーシフトは 0 で，式(2.46)の第 2 項には位相差を含めている．破線は$-(\ell/r)U_x \sin\phi$から計算されている．伝播の影響に関わらず，全データ点は完全な線形増加を示している．また，破線からの偏差は 50~150 m/s の範囲で 10%未満である．このような結果は，我々の想定する実験システムでは，Gouy 位相シフトによる影響を 10%未満に抑えて横方向流速を測定できることを示している．

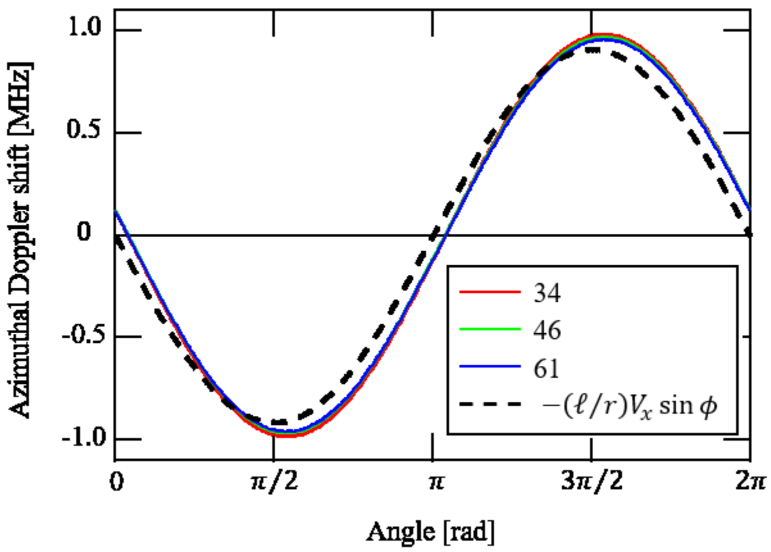

図 3.12: 方位角ドップラーシフトの吸収係数依存性．破線は$-(\ell/r)U_x \sin\phi$の曲線を示している．実線は，吸収係数スペクトルから計算された方位角ドップラーシフトである．

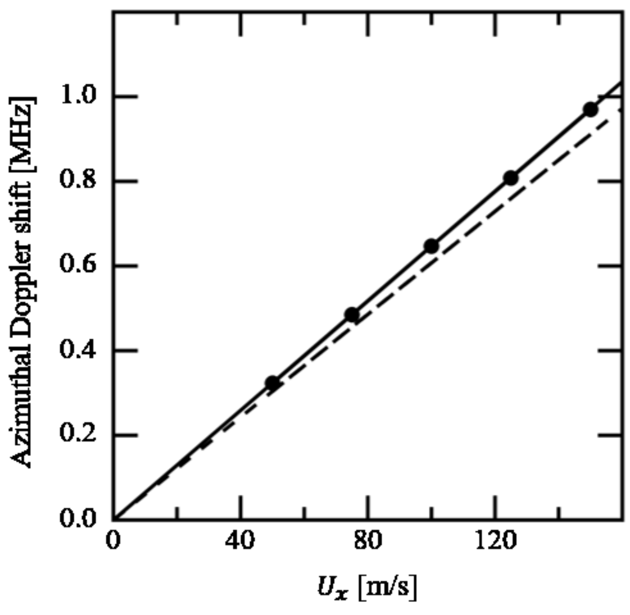

図 3.13: 伝播計算による横方向流速U_xと方位角ドップラーシフトの関係．破線は，$-(\ell/r)U_x \sin\phi$の理論的な予測について，$\phi = 3\pi/2$として計算している．

参考文献

[3.1] H. M. Ozaktas and D. Mendlovic, Fractional Fourier optics. J. Opt. Soc. Am. A **12**, 743 (1995).

[3.2] M. Sypek, Light propagation in the Fresnel region. New numerical approach. Optics Communications **116**, 43–48 (1995).

[3.3] T. M. Kreis, M. Adams, and W. P. O. Jueptner, Methods of digital holography: a comparison, in Proc. SPIE **3098**, 224–233 (1997).

[3.4] N. Delen and B. Hooker, Free-space beam propagation between arbitrarily oriented planes based on full diffraction theory: a fast Fourier transform approach. J. Opt. Soc. Am. A **15**, 857 (1998).

[3.5] A. Sommerfeld and K. W. Meissner, *Optics: Lectures on Theoretical Physics*, Vol. 4. Academic Press, 398 (1964).

[3.6] K. Matsushima and T. Shimobaba, Band-limited angular spectrum method for numerical simulation of free-space propagation in far and near fields. Opt. Express **17**, 19662 (2009).

[3.7] X. Yu, T. Xiahui, Q. Y. xiong, P. Hao, and W. Wei, Wide-window angular spectrum method for diffraction propagation in far and near field. Opt. Lett. **37**, 4943 (2012).

[3.8] W. Zhang, H. Zhang, and G. Jin, Band-extended angular spectrum method for accurate diffraction calculation in a wide propagation range. Opt. Lett. **45**, 1543 (2020).

[3.9] D. Mas, J. Garcia, C. Ferreira, L. M. Bernardo, and F. Marinho, Fast algorithms for free-space diffraction patterns calculation. Optics Communications **164**, 233–245 (1999).

[3.10] F. Shen and A. Wang, Fast-Fourier-transform based numerical integration method for the Rayleigh-Sommerfeld diffraction formula. Appl. Opt. **45**, 1102 (2006).

[3.11] J. Goodman, *Introduction to Fourier Optics, 2nd ed.* W.H.Freeman & Co Ltd, (1996).

[3.12] J. Hamazaki, Y. Mineta, K. Oka, and R. Morita, Direct observation of Gouy phase shift in a propagating optical vortex. Opt. Express **14**, 8382 (2006).

[3.13] H. Minagawa, S. Yoshimura, K. Terasaka, and M. Aramaki, M., Analysis of Azimuthal Doppler Shift of Anisotropically Absorbed Laguerre-Gaussian Beam Propagating in Transverse Flow. Plasma and Fusion Research **17**, 1401099–1401099 (2022).

第 4 章　高品質な高次ラゲール・ガウシアンビーム光源開発

吸収によって LG ビーム断面上に生じる構造は基本モードと異なる高次モードによって構成されている．そのため，プローブビームに基本モードと異なる構造が混ざったモード純度が低い LG ビームは望ましくない．また，方位角ドップラーシフトは，トポロジカルチャージに比例して大きくなるため，高次 LG モードが望ましい．

LG ビームの生成には，レーザー共振器から直接 LG ビームを発生させる方法があるが，要求される共振器の工作精度が高く，モードの制御性が低い．そのため，応用上はガウシアンビームから変換することでラゲール・ガウシアンビームが生成される．本研究では，4.2 節にて述べる高品質なガウシアンビームを元に LG ビームに変換する．LG ビームの生成には，高次エルミートガウシアン（HG）モードの重ね合わせ[4.1]，方位角方向に厚さが変化するらせん位相板[4.2]，q-plate という高速軸の向きが方位角方向に変化する特殊な 1/2 波長板[4.3]，ホログラフィーによる生成[4.4][4.5]などの方法がある．高次 HG モードの重ね合わせでは，そもそも高次 HG モードを最初から用意する必要があり，また，らせん位相板を用いる方法では，非常に高い精度で位相板を加工する必要がある．そのため，本研究では q-plate，ホログラフィー法による 2 種類のビーム生成方法を検討した．

生成された光渦ビームの位相分布の測定には，フーリエ変換縞解析法を用いた．フーリエ変換縞解析法は，同一の光源からの平面波（ガウシアンビーム）を分岐させることで構成したマッハツェンダー干渉計にて，測定対象のビームに対して平面波をわずかに斜め方向から重ね合わせることで生じる干渉縞のフーリエスペクトルから位相を解析する手法である．本章では，最初に，本研究遂行にあたっての要素技術であるフーリエ変換縞解析法の原理について述べる．その後，高品質な高次 LG モード生成について述べる．

4.1 フーリエ変換縞解析法

OVLAS における方位角ドップラーシフトの大きさは，ビーム断面の位相勾配に依存する．そのため，生成された光渦の位相の空間構造に歪みが生じている場合，測定結果に誤差が生じる可能性がある．本研究では，生成された光渦の位相分布の解析に，Takeda method として知られるフーリエ変換縞解析法[4.6][4.7][4.8]を用いた．

測定対象のレーザーに対して，微小角αだけ傾けて参照波として平面波を重ねる場合を考える．このとき，干渉縞の強度分布は 1 次元的には次の式で示される．

$$g(x) = a(x) + b(x)\cos\bigl(2\pi f_0 x + \phi(x)\bigr). \tag{4.1}$$

ここで，$a(x)$は干渉縞のバックグラウンドの強度，$b(x)$は干渉縞の明暗の振幅である．f_0は干渉縞の空間周波数で，フーリエ変換縞解析法では，空間キャリア周波数とも呼ばれる．$\phi(x)$が測定対象のレーザーの位相の情報を持つ．このとき，以下の関係

$$\exp(\pm i\theta) = \cos(\theta) \pm i\sin\theta\,,$$
$$\cos\theta = \frac{1}{2}\exp(i\theta) + \frac{1}{2}\exp(-i\theta), \tag{4.2}$$
を用いて，式(4.1)を変形する．

$$g(x) \\ = a(x) + \frac{1}{2}b(x)\exp\bigl(i\phi(x)\bigr)\exp(2\pi i f_0 x) + \frac{1}{2}b(x)\exp\bigl(-i\phi(x)\bigr)\exp(-2\pi i f_0 x). \tag{4.3}$$
ここで，$c(x)$，$c^*(x)$という複素共役対の関数を導入することで，式(4.3)を書き換える．
$$g(x) = a(x) + c(x)\exp(2\pi i f_0 x) + c^*(x)\exp(-2\pi i f_0 x). \tag{4.4}$$
式(4.4)をフーリエ変換し，フーリエ空間での空間周波数成分を調べる．
$$\begin{aligned} G(f) &= \int_{-\infty}^{\infty} a(x)\exp(-2\pi i f x)\,dx \\ &+ \int_{-\infty}^{\infty} c(x)\exp(2\pi i f_0 x)\exp(-2\pi i f x)\,dx \\ &+ \int_{-\infty}^{\infty} c(x)\exp(-2\pi i f_0 x)\exp(-2\pi i f x)\,dx \\ &= A(f) + C(f - f_0) + C^*\bigl(-(f + f_0)\bigr). \end{aligned} \tag{4.5}$$
式(4.5)から分かるように，フーリエ空間には 3 つの分離したフーリエスペクトルが生じる．測定対象のレーザーの位相の情報は，
$$c(x) = \frac{1}{2}f(x)\exp\bigl(i\phi(x)\bigr), \tag{4.6}$$
に含まれる．そこで，フーリエ空間にて$C(f - f_0)$を原点にシフトし，不要な$A(f)$，$C^*\bigl(-(f + f_0)\bigr)$をフィルタリングする（図 4.1）．最後に，逆フーリエ変換を行うことで，測定対象の位相を評価することができる．

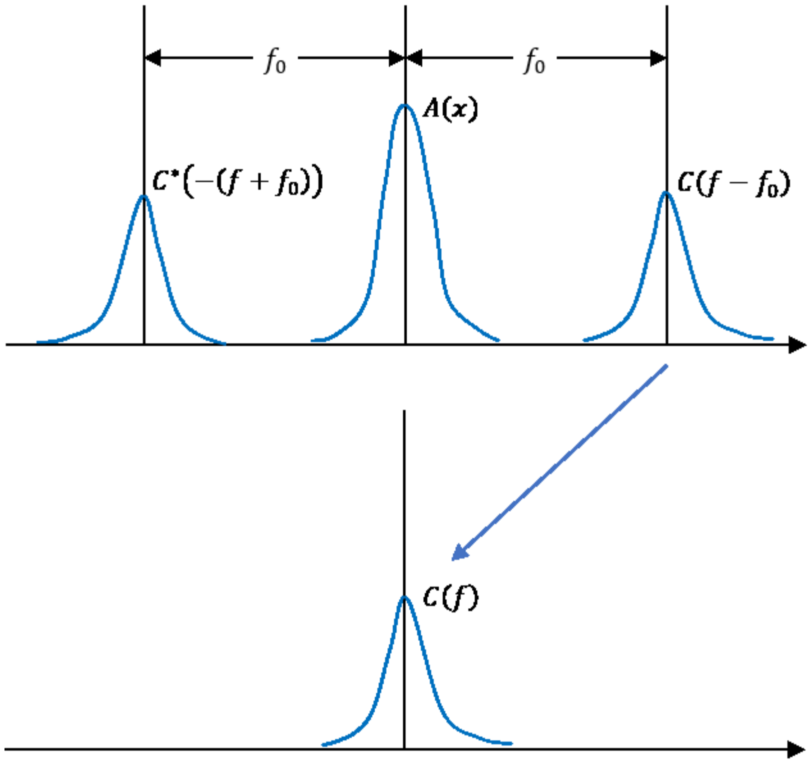

図 4.1: 一次元にて示されたフーリエ変換縞解析法におけるフーリエ空間での各スペクトル成分の模式図．干渉縞には，参照光A，測定対象の光C，C^*のフーリエスペクトルが含まれる．Cのフーリエスペクトルのみを取り出すことで，測定対象の光の情報を複素振幅として得ることができる

4.2 高品質なガウシアンビームの生成

本研究で用いる q-plate，ホログラフィー法による LG ビーム生成は，ガウシアンビームからの変換によって行われる．そのため，元のガウシアンビームに高次成分が混ざった低品質な状態であると，変換後の LG ビームのモード純度を高めることが難しくなる．そこで，レーザー光源として用いられる ECDL からの出力光に対して，シングルモードファイバーと空間フィルタを用いて高次成分を除去した．

OVLAS の原理検証に用いる実験系のうち，ガウシアンビーム生成系を図 4.2 に示す．音響工学変調器（Acousto-optics modulator: AOM），ファブリペロー干渉計（Fabry–Pérot interferometer: FPI），フォトディテクター（Photodetector: PD）によって構成される光学系は，光の周波数の相対値校正のためのシステムであり，詳細については第 5 章で述べる．ECDL からの出力光をシングルモードファイバー（Single mode fiber: SMF）にカップリングし，高次成分を除去する．図 4.3 にシングルモードファイバー入射前の ECDL からの出力光，(b) にシングルモードファイバー通過後のビームの強度分布を示す．それぞれ，ビームプロファ

イラ（Spiricon SP620U）を用いて撮影されている．図 4.3(a)では，強度分布は楕円形かつ歪な形状を示しており，非常に低品質であることが分かる．図 4.3(b)の強度分布は円形となっており，ECDL からの出力光が高品質化されている．しかしながら，実験系を構築する過程で，レンズの集光点付近でビームの中心に窪みが生じることを確認した．そのため，実際にはまだ十分なモード品質ではないと考えられる．そこで，シングルモードファイバー通過後のガウシアンビームを空間フィルタに通すことで，さらに高次成分を除去する．空間フィルタは，共焦点の凸レンズとその焦点にピンホールを配置することで構成される光学系で，レンズの二次元フーリエ変換作用を利用してビームの高次成分を除去することができる光学系である．

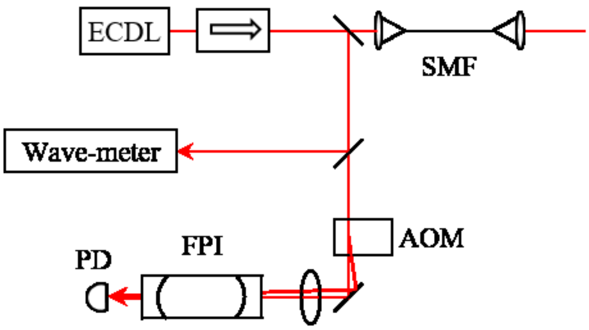

図 4.2: OVLAS の実験セットアップのうち光源に関する系統．音響工学変調器（AOM），ファブリペロー干渉計（FPI），フォトディテクター（PD）によって校正される光学系は，周波数の相対値校正のためのシステムであり，ガウシアンビーム生成には直接関係しない．ECDL からの出力光はアイソレーターを通してシングルモードファイバー（SMF）にカップリングされ，高次成分が除去される．

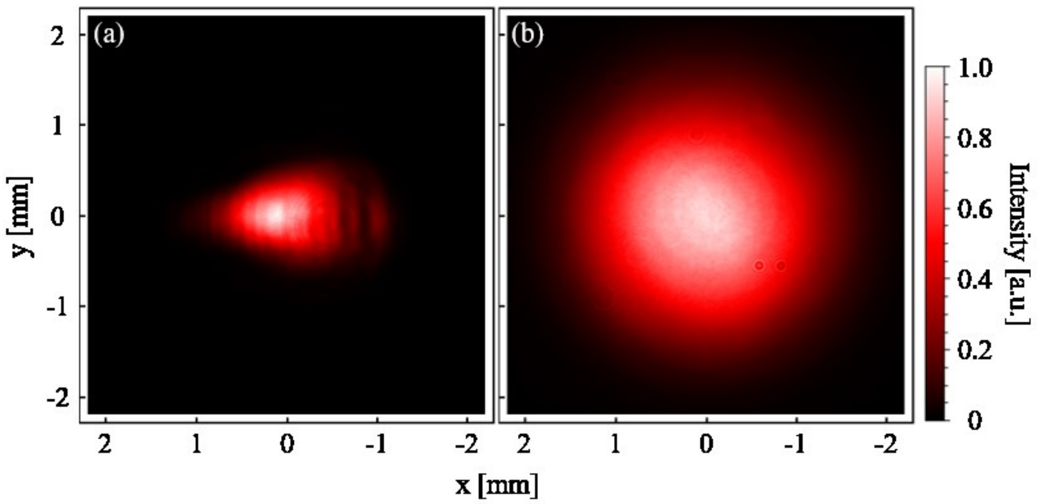

図 4.3: (a)シングルモードファイバー入射前のガウシアンビームと(b)シングルモードファイバー通過後のガウシアンビーム．強度は規格化されている．

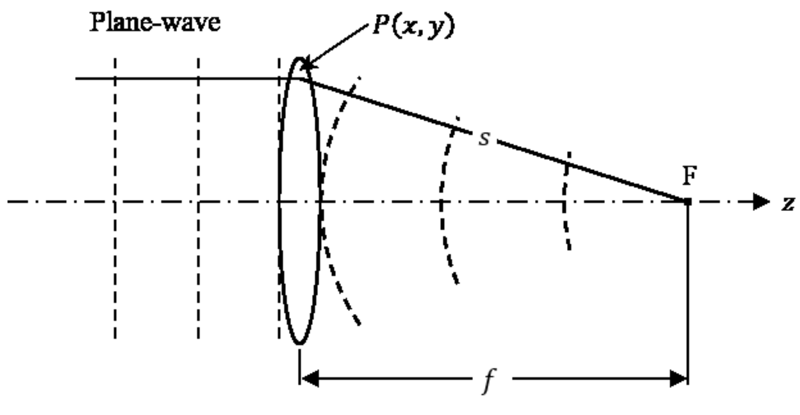

図 4.4: レンズによる入射光の位相変化.

図 4.4 に空間フィルタにおける入射側レンズと入射光の位相の関係を示す．コヒーレント光がレンズに入射したとき，レンズ通過後の光波はレンズの焦点Fに収束する球面波となる．レンズ上の任意の点$P(x,y)$と焦点Fとの距離をsとし，レンズ通過直後の複素振幅分布$U_o(x,y)$とレンズ入射直前の複素振幅分布$U_i(x,y)$との間の位相シフトは次の式で示される．

$$U_o(x,y) = U_i(x,y)\exp[ik(s-f)]. \tag{4.7}$$

このとき，近軸領域では，次の近似が成り立つ．

$$s - f = \sqrt{f^2 + x^2 + y^2} - f \approx \frac{x^2 + y^2}{2f}. \tag{4.8}$$

したがって，レンズは光波に

$$\Phi = \frac{k(x^2 + y^2)}{2f}, \tag{4.9}$$

という位相シフトを与えることが分かる[4.9]．焦点距離fのレンズに複素振幅分布$U_i(x, y)$をもつコヒーレント光が入射してきた場合の後方焦点上の複素振幅分布$U_F(x', y')$を考える．$U_i(x, y)$は式(4.9)で示される位相シフトを受け，焦点位置に集光される．この集光の過程は，フレネル回折より次のように示せる[4.10]．

$$\begin{aligned} U_F(x', y') &= \frac{A}{i\lambda f} \exp(-ikf) \iint_{-\infty}^{\infty} U_i(x, y) \exp\left[ik\frac{x^2 + y^2}{2f}\right] \\ &\quad \times \exp\left[-ik\frac{(x - x')^2 + (y - y')^2}{2f}\right] dxdy \\ &= \frac{A}{i\lambda f} \exp\left[-ik\left(f + \frac{x'^2 + y'^2}{2f}\right)\right] \iint_{-\infty}^{\infty} U_i(x, y) \exp\left[ik\frac{x'x + y'y}{f}\right] dxdy \end{aligned} \tag{4.10}$$

このとき，x'，y'は焦点位置に対して垂直な平面の空間座標を表す．空間周波数u_x，u_yを考え，次のように変数を置き換える．

$$A' \equiv \frac{A}{i\lambda f} \exp\left[ik\left(f + \frac{x'^2 + y'^2}{2f}\right)\right] \tag{4.11}$$

$$u_x = \frac{k}{f}x',\ \ u_y = \frac{k}{f}y' \tag{4.12}$$

したがって，式(4.10)，式(4.11)，式(4.12)よりレンズの焦点面における複素振幅分布を次のように表すことができる．

$$U_F(x', y') = A' \iint_{-\infty}^{\infty} U_i(x, y) \exp\left[-i\left(u_x x + u_y y\right)\right] dxdy \tag{4.13}$$

式(4.13)から分かるように，焦点面における複素振幅分布$U_F(x', y')$は入射光の複素振幅分布$U_i(x, y)$の二次元フーリエ変換である．このように，レンズには二次元フーリエ変換の作用があるため，焦点面にピンホールを設置することで，ローパスフィルタとすることができる．したがって, 集光点におけるビームのスポットサイズによってピンホール直径を適切に設計する必要がある．ガウシアンビームの場合，レンズの焦点位置におけるビーム径（スポット径）w_0は次のように与えられる[4.11]．

$$w_0 = \frac{2f}{\pi D}\lambda \tag{4.14}$$

fは焦点距離，Dは入射ビームの直径を表す．入射ビームの直径は，二次元フィッティングによって解析した．ガウシアンビームの強度は次の式で示される．

$$I(x, y) = I_0 \exp\left[-\frac{2(x - x_0)^2}{w_x^2}\right] \exp\left[-\frac{2(y - y_0)^2}{w_y^2}\right] \tag{4.15}$$

ここで，w_x，w_yはデカルト座標径におけるそれぞれの方向へのビーム径で，x_0，y_0はビームの変位を示す．フィッティング結果より，$w_x = 1.73$ mm，$w_y = 1.72$ mm となった．この

結果より，入射ビーム直径Dは3.45 mm である．レンズの焦点距離fは 30 mm であるため，式(4.14)よりスポットサイズw_0は，3.86 μm となる．空間フィルタにおけるピンホールの直径を計算する方法は，参照する資料によって異なる．参考として，”実用レーザ技術（平井紀光　著）”[4.12]によればw_0の 3~10 倍程度, Edmund Optics の”空間フィルターの理解”[4.13]によると$2w_0$の 1.5 倍, Thorlabs の”空間フィルタのチュートリアル”[4.14]によると$2w_0$の 30%大きいサイズが適当とされている. 表 4.1 に資料ごとの定義にしたがって計算したピンホール直径を示す．それぞれの計算結果を比較して，おおよそ12 μm 程度のピンホールで良いと考えられる．空間フィルタは，高次成分を除去するために用いるため，最低次ガウシアンモードのビームを部分的にでも除去することは望ましくない. そこで，ピンホールサイズと通過するガウシアンビームのエネルギーの関係について検討する．式(4.15)で示されるガウシアンビームの強度について，簡単のために円筒座標系で書き直す.

$$I(r, w_0) = I_0 \exp\left[-\frac{2r^2}{w_0^2}\right]. \tag{4.16}$$

このとき, $r = 0$はビームの中心である. ピンホール通過前のビームのエネルギーに対して，w_0のP倍の半径のピンホールを通過したビームのエネルギーの比率ER（Energy Ratio とした.）は，次のように示せる．

$$ER = \frac{\int_0^{P\cdot w_0} 2\pi r \cdot I(r, w_0) dr}{\int_0^{\infty} 2\pi r \cdot I(r, w_0) dr}. \tag{4.17}$$

式(4.17)を用いて，比率ERを計算した結果を図 4.5 に示す．このとき，$w_0 = 1$としている．いずれの資料の計算結果でも通過するエネルギーは，ほぼ 1 であることが分かる．そのため，直径12 μm 程度のピンホールは，最低次ガウシアンモードを全く除去しないと考えられる．実際には，1μmずつのように細かく値が設計されたピンホールは市販されていないため，本研究では，直径 15 μm のピンホールを選定した.

表 4.1: 空間フィルタにおけるピンホール直径の計算

参考資料	ピンホール直径[μm]
実用レーザー技術　（平井紀光　著）[4.12]	11.6~38.6
Edmond Optics “空間フィルターの理解” [4.13]	11.6
Thorlabs “空間フィルタのチュートリアル” [4.14]	10.0

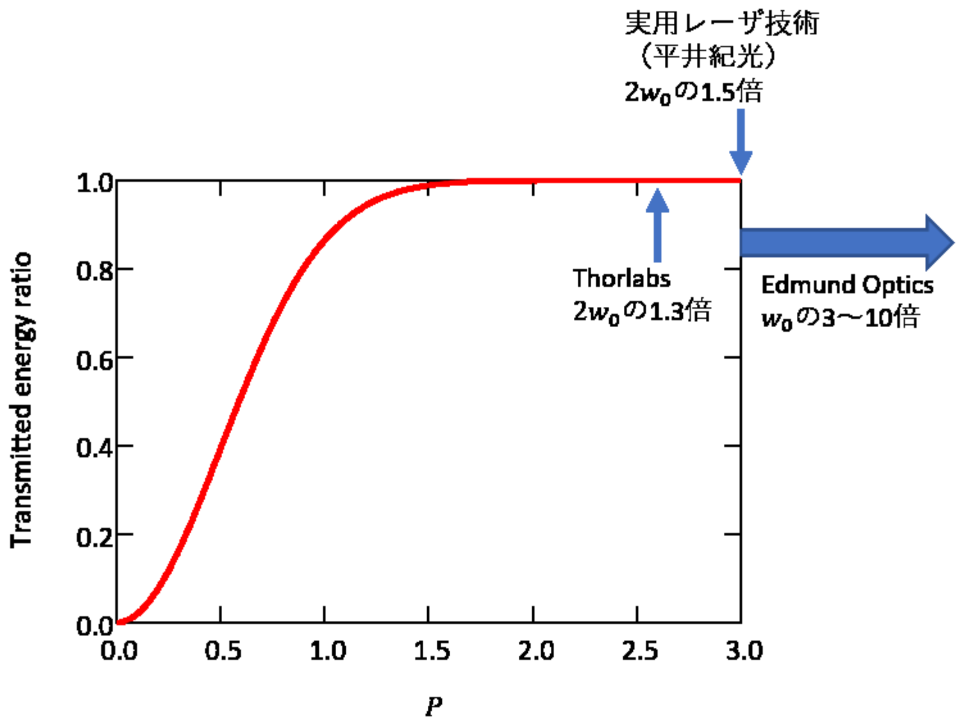

図 4.5: ピンホール通過前のビームのエネルギーに対して，w_0のP倍の半径のピンホールを通過したビームのエネルギーの比率．図中の矢印および文字は，表 4.1 に対応する．

空間フィルタを実際に設置して，ビームの高次成分を除去する．図 4.2 に空間フィルタを追加した光学系を図 4.6 に示す．空間フィルタの効果について確認するため，空間フィルタの前後でガウシアンビームをビームプロファイラによって撮影した．図 4.7(a)に空間フィルタ入射前のガウシアンビーム，(b)に空間フィルタ入射後のガウシアンビームを示す．差異は小さいものの，空間フィルタ入射後のガウシアンビームの方が見た目は真円に近い．ビーム品質の評価指標の一つとして，式(4.15)による二次元フィッティングを強度分布に対して行った．フィッティング結果から，二乗平均平方誤差（Root-mean-square error: RMSE）を評価し，これを指標とした．RMSE は，空間フィルタ入射前では 0.024 に対して，空間フィルタ入射後では 0.02 であった．RMSE は小さい値ほどモデルに適合していると言え，この場合，空間フィルタによって 20%程度ビーム品質が向上したと言える．次に，M^2（エムスクエア）因子を測定することで，空間フィルタの効果を評価した．M^2因子とは，TEM_{00}の基本ガウシアンビームに比べて，実験的に生成されたガウシアンビームの集光度が何倍程度悪いかを示す指標である．ビーム品質を表すデファクト・スタンダードとして用いられている[4.15][4.16][4.17]． M^2因子とビーム径の関係を次に示す．

$$w(z) = w_0 \sqrt{1 + \left(\frac{M^2 \lambda (z - z_0)}{\pi w_0^2}\right)^2}. \tag{4.18}$$

ここで，z_0は集光位置を基準とした変位である．測定は，空間フィルタの前後に焦点距離 50 mm のレンズと光軸方向に移動可能なビームプロファイラによって，集光位置付近で位置ごとに強度分布を撮影することで行った．図 4.8 に光学系を示す．ビーム径は，式(4.15)によって評価し，M^2因子は式(4.18)を用いて解析する[4.17]．図 4.9 にビームプロファイラの移動距離に対するビーム径の変化を示す．ビームプロファイラの移動距離はマイクロメーターの値である．焦点位置とマイクロメーターの中心値が一致するように目視で調整しているために，空間フィルタ入射前後でビームプロファイラの絶対的な移動距離に差が生じている．しかしながら，本実験では相対的な移動距離によって解析を行うため無視して良い．解析されたビームのM^2値は，空間フィルタ入射前で 1.025，空間フィルタ通過後に 1.007 である．M^2は 1 に近いことが望ましいので，空間フィルタによってM^2値が向上したと言える．空間フィルタ入射前のビームのM^2値である 1.025 は一般的には高品質と見なせる．しかしながら，空間フィルタ入射前のビームでは，ビームプロファイラの位置が 2 mm のとき，中心付近に歪みが生じている．対して，空間フィルタ入射後のビームからは，そのような歪みが除去されていることが分かる．このように，十分に良いM^2値であっても，必ずしもビーム品質が高いとは言えない．そのため，M^2因子はデファクト・スタンダードとして用いられる指標であるが，注意が必要である．空間フィルタの効果として，基本ガウシアンモードに対しての RMSE が減少したこと，M^2値が向上したことから，高品質なガウシアンビームを生成することができたと結論できる．

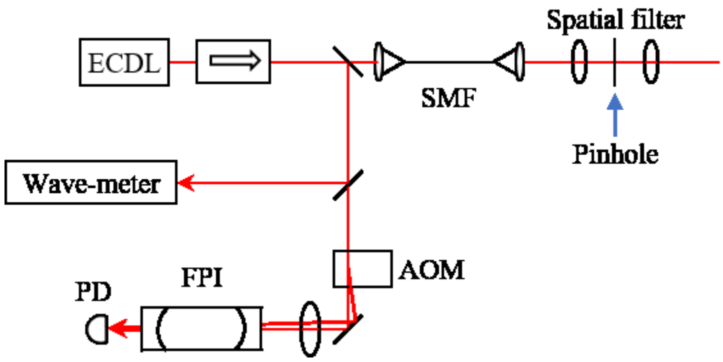

図 4.6: 空間フィルタ（Spatial fileter）を設置した OVLAS の光源系．

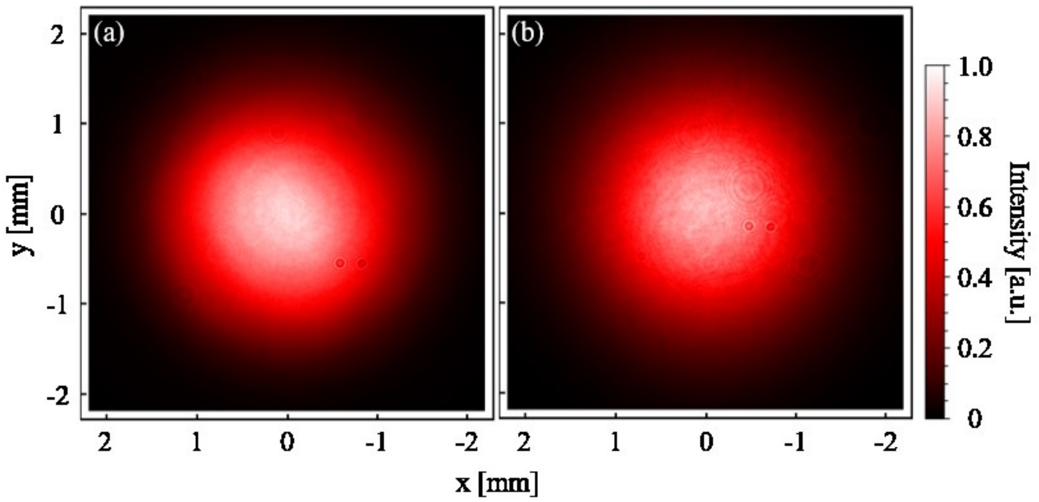

図 4.7: (a)空間フィルタ入射前のガウシアンビームと(b)空間フィルタ入射後のガウシアンビーム．強度は規格化している．

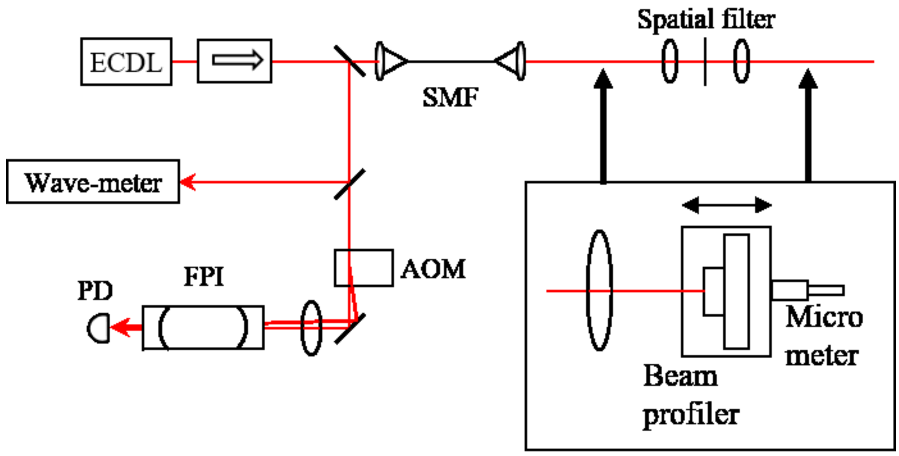

図 4.8: M^2因子測定のためのビームプロファイラの設置の模式図．黒矢印で示された位置にレンズとビームプロファイラを設置する．マイクロメーターによって，ビームプロファイラの位置をレンズの集光点付近で動かして設置する．

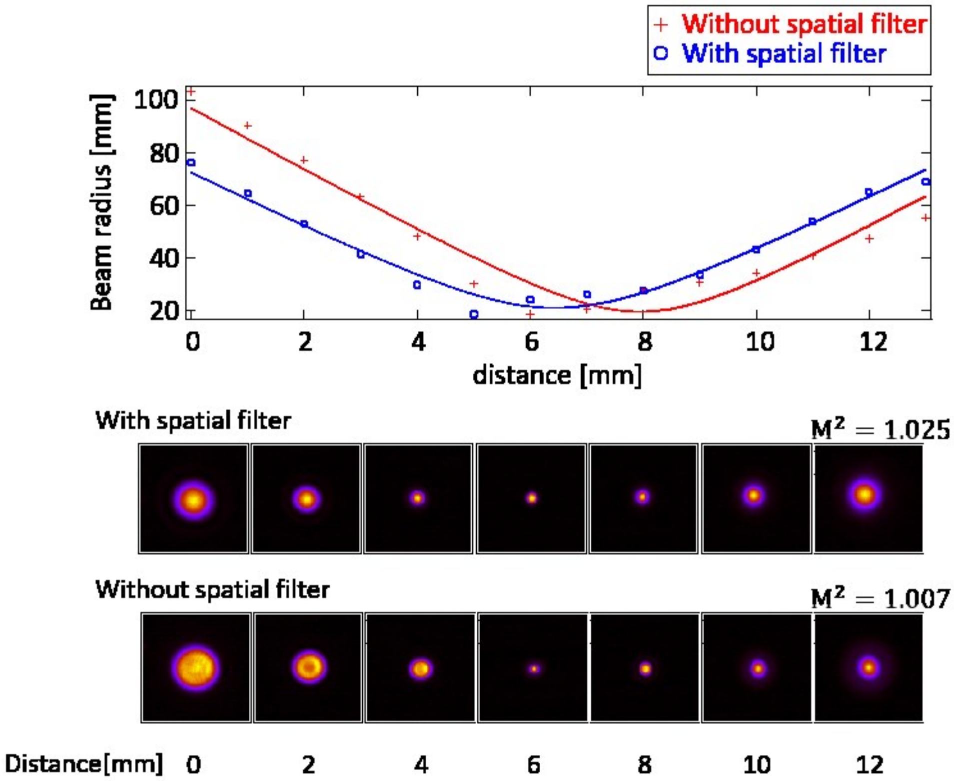

図 4.9: ビームプロファイラの移動距離に対するビーム径の変化．各測定点でのビームプロファイルを下段に示している．

4.3 高品質な高次 LG ビームの生成

前節にて, LG ビームの変換元となるガウシアンビームを高品質化した. 本節では, q-plate, ホログラフィー法による LG ビームの生成について述べる.

4.3.1 q-plate による光渦生成

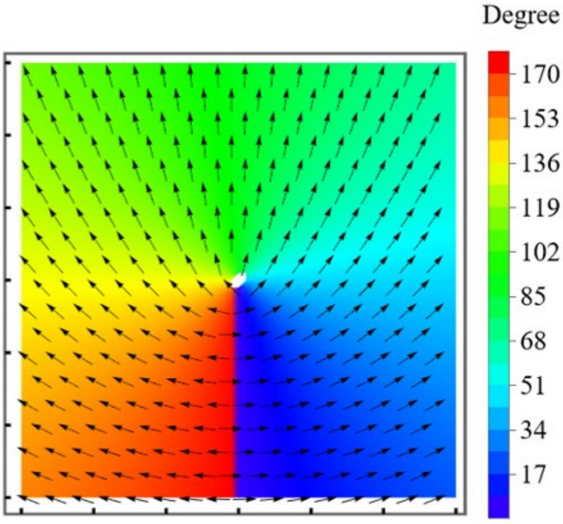

図 4.10: q-plate の高速軸の二次元分布. q-plate は, 素子面上で高速軸が変化する波長板である.

q-plate とは素子面全体に渡って高速軸が面上で

$$\alpha(r,\phi) = q\phi + \alpha_0, \tag{4.19}$$

に従って変化した$\lambda/2$のリタータンスを持つ光学素子である. ここで, αは素子面上のxy平面における角度, q, α_0は定数を表す. 図 4.10 に, $q = 1/2$, $\alpha_0 = 0$のときの q-plate の素子面上における高速軸の向きを表す. この場合の q-plate に円偏光の平面波が入射すると, その平面波には$\exp(i2q\phi)$の位相因子が与えられる[4.3]. トポロジカルチャージの正負は円偏光の回転方向によって決定される.

q-plate による光渦生成では, 入射光の偏光の真円度が低い場合, 変換された LG ビームの位相分布が歪むことになる. そのため, 入射光の真円度が極めて高い円偏光が求められる. 円偏光の精度は, 1/4 波長板の出射側に偏光板を設置し, 偏光板の角度ごとにレーザーパワーを測定することで評価することができる. 1/4 波長板を精密に調整することで生成した円偏光の角度ごとのレーザーパワーを図 4.11 に示す. 円偏光のレーザーパワーは 30 度ずつ測定され, 極座標プロットした. 偏光板の角度ごとのレーザーパワーの数値は表 4.2 に示されている. 完全な円偏光が偏光板に入射している場合, 偏光板の角度に関わらず測定されるレ

ーザーパワーは一定となる．円偏光の真円度は，全角度のレーザーパワーの平均値を基準として，角度ごとのレーザーパワーの誤差から解析した．各角度におけるレーザーパワーは平均値から 1.1%以内の誤差であった．真円度は，0.997 であり極めて高い精度の円偏光が生成された．

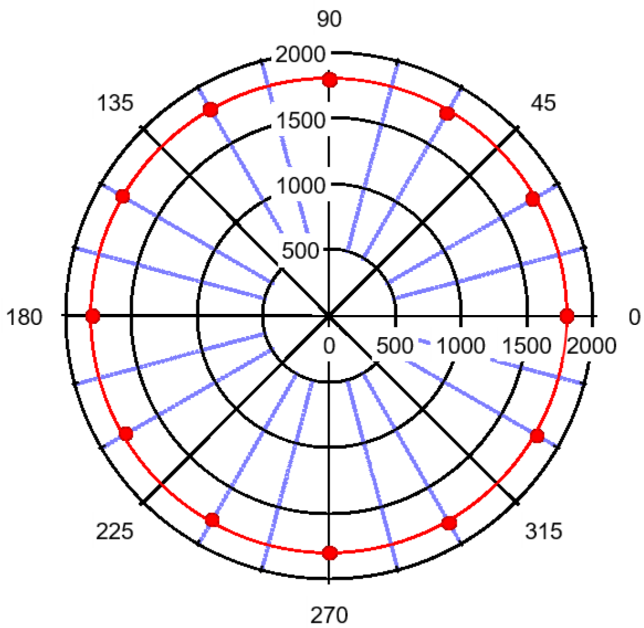

図 4.11: 円偏光の測定結果．動径軸はレーザーパワー[μW]を示し，方位角軸は偏光板の角度で，赤線は楕円フィッティングの結果である．

表 4.2: 偏光板の角度ごとのレーザーパワー.

偏光版の角度 [deg]	レーザーパワー [μW]	平均値との誤差 [%]
0	1794	0.95
30	1792	1.06
60	1810	0.06
90	1827	-0.87
120	1826	-0.82
150	1813	-0.10
180	1800	0.62
210	1801	0.56
240	1818	-0.38
270	1830	-1.04
300	1828	-0.93
330	1812	-0.05
360	1794	0.95

図 4.12 に，q-plate による光渦の生成系および位相の測定系を示す．円偏光のガウシアンビームを q-plate に入射させ，ガウシアンビームに$\exp(i\phi)$の位相を与えた．実際のプラズマ測定では，放電管の入射窓はブリュースター窓である．そのため，円偏光の光渦を放電管に入射した場合，窓によって強度が減衰する．そこで，光渦ビームを 1/4 波長板に再度入射させることで，直線偏光の光渦とした．実際の分光測定を想定しているため，光渦ビームは縮小光学系（倍率：1/5）を通して放電管に入射され，4f 光学系によって sCMOS カメラに結像される．位相の診断のために，同一の光源からのガウシアンビームを分岐させてマッハツェンダー干渉計を構成した．光渦とガウシアンビームによる干渉縞はカメラによって撮影され，フーリエ変換縞解析法を用いて位相を解析する．q-plate は Thorlabs の WPV10L-705，sCMOS は Oxford instruments の Andor Zyla 5.5 USB3 を用いた．図 4.12 に，q-plate によって生成された光渦ビームを示す．(a)が強度分布，(b)が位相分布である．図 4.12(b)より，位相は螺旋状となっており，中心には位相特異点が生じていることが分かる．そのため，図 4.12(a)では，中心に暗点のあるドーナツ状の強度分布となっている．位相は，方位角方向に2π変化しており，光渦の生成が確認できた．q-plate による光渦生成は，後述する SLM による光渦生成に比べてシステム全体の部品点数が少ないことや，透過型であるため空間的な安定性が高いという利点がある．しかしながら，モードの選択性が低いという欠点がある．方位角ドップラーシフトは，トポロジカルチャージに比例して大きくなるため，高次の LG ビームを用

いることが望ましいが，高次の LG ビームには，位相特異点が分裂するという現象が発生する．そのため，当初の OVLAS の研究では，$\ell = \pm 1$の低次の LG ビームが用いられていた．しかし，研究の進展によって高次モードを効果的に利用できることがわかったため，現在は q-plate による光渦生成は行われていない．また，前述したように，q-plate による光渦生成では，ガウシアンビームに$\exp(i2q\phi)$の位相因子が与えられるだけである．そのため，振幅が変調されないので，LG ビームの生成としては不十分である．対して，SLM を用いたホログラフィー法では，位相のみならず振幅の変調も可能で，さらに高次 LG ビームを q-plate に比べて簡単に生成できる．そのため，本研究では，SLM によって高次 LG ビームを生成する．本研究では，q-plate を用いてはいないが，q-plate を用いた経験から得た豊富な技術的な知見がホログラフィー法による高品質な LG ビーム生成の最適化に貢献している．本研究において q-plate は間接的ながらも重要な役割を果たした．

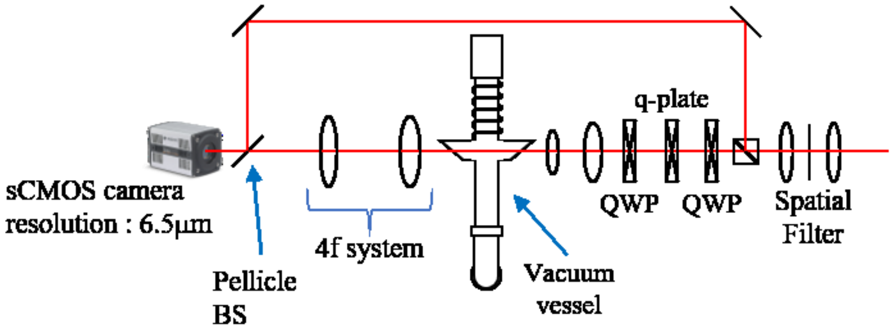

図 4.12: q-plate による光渦生成とマッハツェンダー干渉計による干渉縞の測定系．位相分布は干渉縞に対してフーリエ変換縞解析法を用いて解析される．

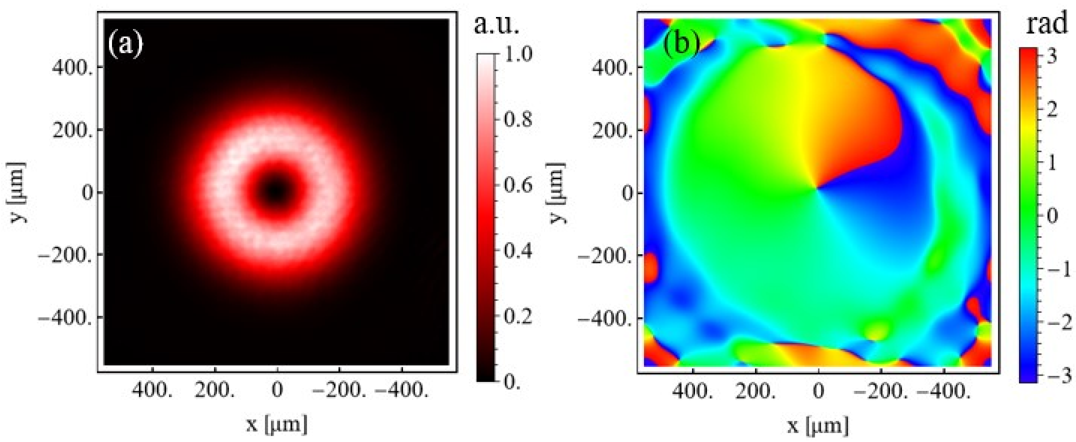

図 4.13: q-plate によって生成された光渦の(a)強度分布と(b)位相分布．位相分布において，螺旋状となっていない領域は，ビーム強度の低い位置に対応している．

4.3.2　空間光変調器による LG ビーム生成

前節で述べたように, 本研究では, ホログラフィー法によって LG ビームを生成している. q-plate とは異なり, ホログラフィー法では位相のみならず振幅の変調も可能である. そのため, ガウシアンビームに対して$\exp(i\ell\phi)$の位相を与えるのみの q-plate とは異なり, 高品質な LG ビームを生成することができる. ホログラフィー法は, ホログラムをコンピューターで計算し, 空間光変調器（Spatial light modulator: SLM）に描画することで実現される. また, このようなコンピューター上で計算されたホログラムをコンピューター合成ホログラム（Computer-generated hologram: CGH）と呼ぶ.

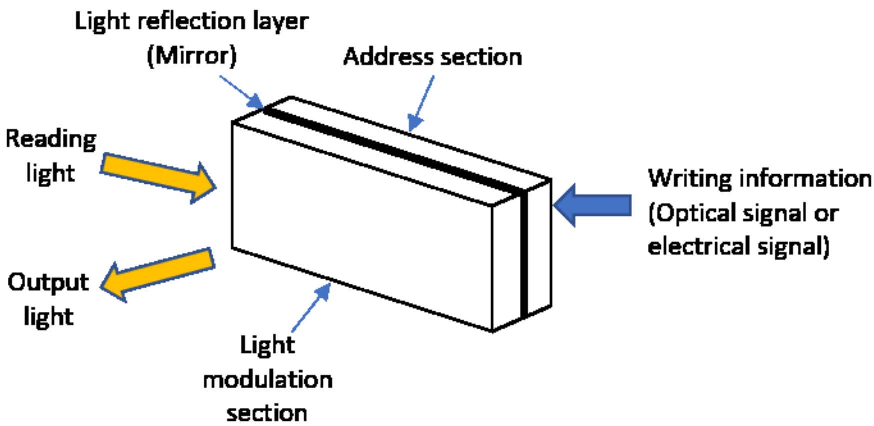

図 4.14: SLM の模式図.

図 4.14 に示すように, SLM は, 2 次元または 1 次元の読み出し光の位相・偏波面・振幅・強度・伝播方向の分布をコンピューターからの書き込み情報によって変調させるデバイスで, アドレス部と光変調部から構成される[4.18]. 本研究では, SLM として浜松ホトニクスの LCOS（Liquid crystal on silicon）型空間光変調器（LCOS-SLM）である x10468-07 を用いて, ガウシアンビームから LG ビームを生成する. LCOS-SLM は電気信号によってアドレス部に書き込まれた CGH を用いて, 光を変調するデバイスである. 図 4.15 に LCOS-SLM の構造を示す. アドレス部は CMOS アクティブマトリクス回路が形成され, その上に画素電極が配置されている. アクティブマトリクスとは, 液晶や有機 EL ディスプレイの駆動方式の 1 つで, 各画素を独立に制御できる方式である. 光変調部は, シリコン基板と, それに対向するガラス基板の間に保持されたネマチック液晶層からなっており, 液晶分子は基板に平行に配向されている[4.18][4.19]. 液晶分子の長軸は印加される電場の向きと同方向に回転し, 十分大きな電場が印加されると長軸は垂直に向く. また, 液晶分子は複屈折性を持っており, 長軸に平行な偏光に対して大きな屈折率をもち, 長軸に垂直な偏光に対しては小さな屈折率をもつ[4.10]. そのため, LCOS-SLM に一様な偏光の光を入射した場合, 液晶層において, 液晶分子の向きに応じた屈折率による局所的な位相遅延が生じる. よって, 適切な

CGH を描画することで，読み出し光に対して所望の位相変調を加えることができる．本研究で用いる x10468-07 は，8bit の階調値によって変調されるため，描画されるブレーズド回折格子は量子化されたものとなる．SLM は入射光に対して位相変調を行うデバイスであるため入射光の波長によって2πとなる階調が異なることに留意する．

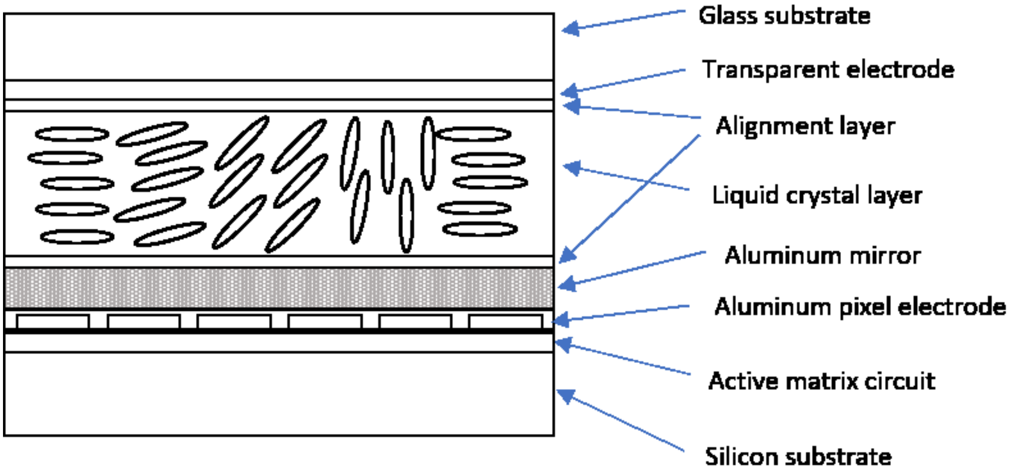

図 4.15: LCOS-SLM の構造（断面図）の模式図.

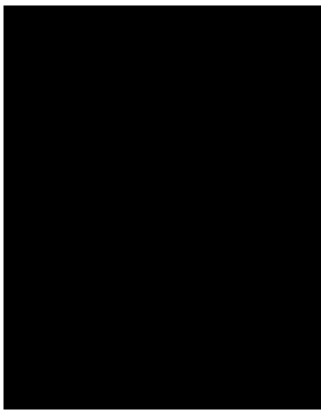

図 4.16: ネマチック液晶の模式図．楕円は液晶分子を模している．

実際の SLM によるホログラフィーでは，LCOS-SLM のシリコン基板が機械的張力に対して平坦性を維持するのに十分な厚さがないため，製造プロセス中に生じた歪みを考慮する必要がある．歪んだシリコン基板と平坦なガラス基板の間に挟まれる液晶層は，シリコン基板の歪みの影響を受ける．そのため，SLM から反射される光波の位相も歪みの影響を受けることになる．この歪みは，面精度をあらかじめ計測し，歪みを打ち消すパターンを SLM 上に描画することで補償することができる[4.10][4.18]．図 4.17 に面精度補償のための歪み

補正パターンを示す．グレイスケールは，2πの位相変化を示している．後述する LG ビーム生成の CGH を用いる際，歪み補正パターンが加算される．この際，2πを超える位相は折りたたまれる．

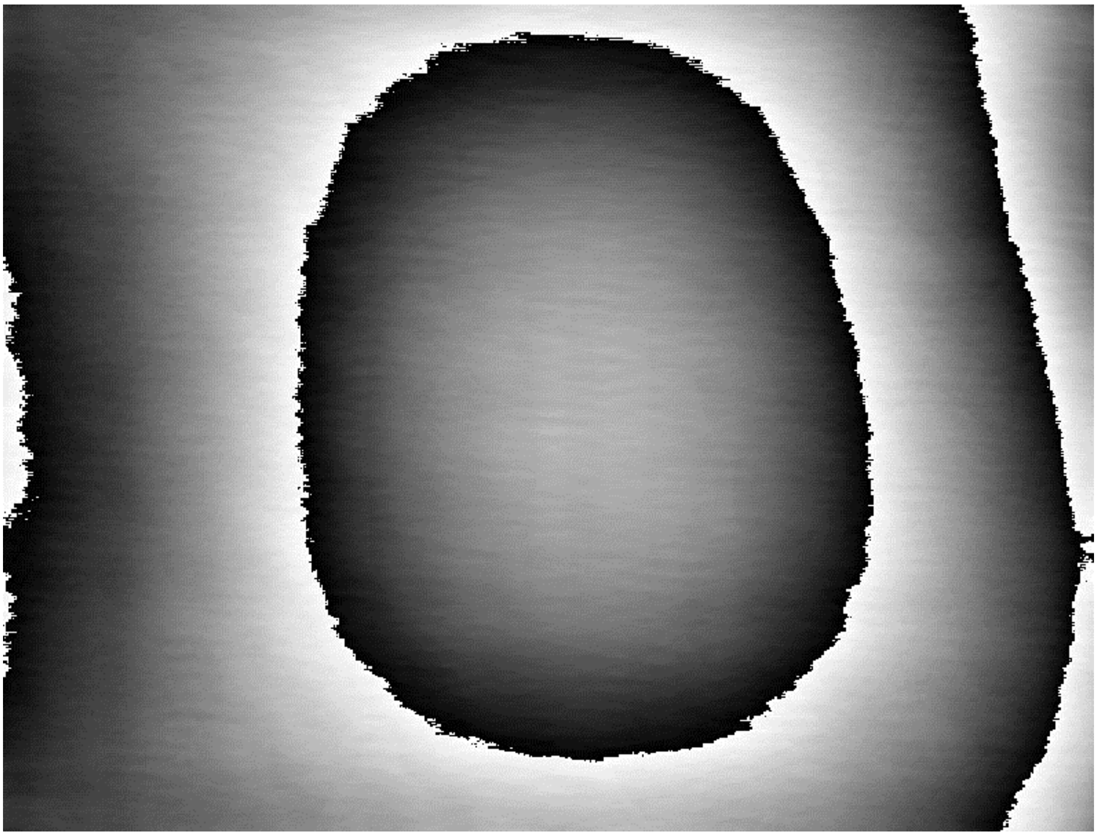

図 4.17: 歪み補正パターン．グレイスケールは，2πの位相変化を示している．

前述したように，SLM による LG ビーム生成ではホログラフィーと呼ばれる手法を利用する．通常，写真のような光学的な記録媒体は光強度にしか応答しない．しかし，空間的にコヒーレントな参照光を用いて干渉縞を記録媒体に記録すると，振幅と位相の両方の情報を保存することができる．記録された干渉縞から元の像を再生する手法をホログラフィーと呼ぶ．ホログラフィーにおいて，再生される未知の像の波面を

$$a(x,y) = |a(x,y)| \exp[i\phi(x,y)], \tag{4.20}$$

と表し，干渉する未知の参照光の波面を

$$A(x,y) = |A(x,y)| \exp[i\psi(x,y)], \tag{4.21}$$

としたとき，これらの干渉縞の強度分布は，$a(x,y)$と$A(x,y)$の和の 2 乗から次のように示される．

$$\Gamma(x,y) = |A(x,y)|^2 + |a(x,y)|^2 + 2|A(x,y)||a(x,y)| \cos[\psi(x,y) - \phi(x,y)]. \tag{4.22}$$

式(4.22)の右辺第1項，第2項は強度のみに依存するが，第3項はそれぞれの波面の相対的な位相に依存している．したがって，参照光$A(x,y)$が平面波のとき，物体光の位相のみに依存した位相を記録できる．LG ビームの生成（再生）では，LG ビームと平面波の干渉縞をコンピューター上で計算し，干渉縞から CGH を作成する．本研究では，高い回折効率で LG ビーム再生を行うために，ブレーズド回折格子を用いた．ブレーズド回折格子とは，溝を鋸歯状に刻むことで，0 次回折光のエネルギーを特定の次数の回折光に効率良く移すことができるものである．図 4.18 にブレーズド回折格子の模式図を示す．回折光は，回折格子表面で光が干渉しあい，光が強め合う角度に生じる．このような条件を明線条件と呼び，次のような関係がある．

$$d \sin \theta_m = m\lambda. \tag{4.23}$$

ここで，dは回折格子の間隔，mは回折光の次数である．図 4.18 (b)のように回折格子に対して垂直に光が入射したとき，回折格子の溝（ファセット）による鏡面反射は次の式で表される．

$$\theta_r = 2\theta_\gamma. \tag{4.24}$$

ここで，1 次回折光について考え，$\theta_m = \theta_r = 2\theta_\gamma$のとき，最高の回折効率となる．したがって，特定の回折角$2\theta_\gamma$で 1 次回折光の回折効率が最高となるブレーズド回折格子は次の式を用いて設計する．

$$d \sin \theta_\gamma = \lambda. \tag{4.25}$$

SLM はピクセル化されたデバイスであるため，デバイスの解像度を考慮して回折格子を設計する必要がある．浜松ホトニクスの x10468-07 のピクセルサイズは 20 μm で，回折効率を高めるためにファセットを構成する最適なピクセル数は 8 ピクセルであることが分かっている[4.20]．また，回折格子間隔が小さいほど，より細かい構造のホログラムを描画することができるため，回折効率と格子間隔を勘案して合理的な値を設定する必要がある．ファセットを 8 ピクセルで構成した場合，回折格子間隔は 160 μm で，入射光の波長を 697 nm としたとき，1 次回折角は 0.24 deg となる．回折角が小さい場合，各次数の回折光が近接してしまうので，隣り合う次数の回折光が所望の回折光と混在する恐れがある．ファセットを次点で回折効率の良い 7 ピクセルで構成すると，回折角は 0.28 deg となる．これらの指標をもとに 7 ピクセルで回折格子を設計した．

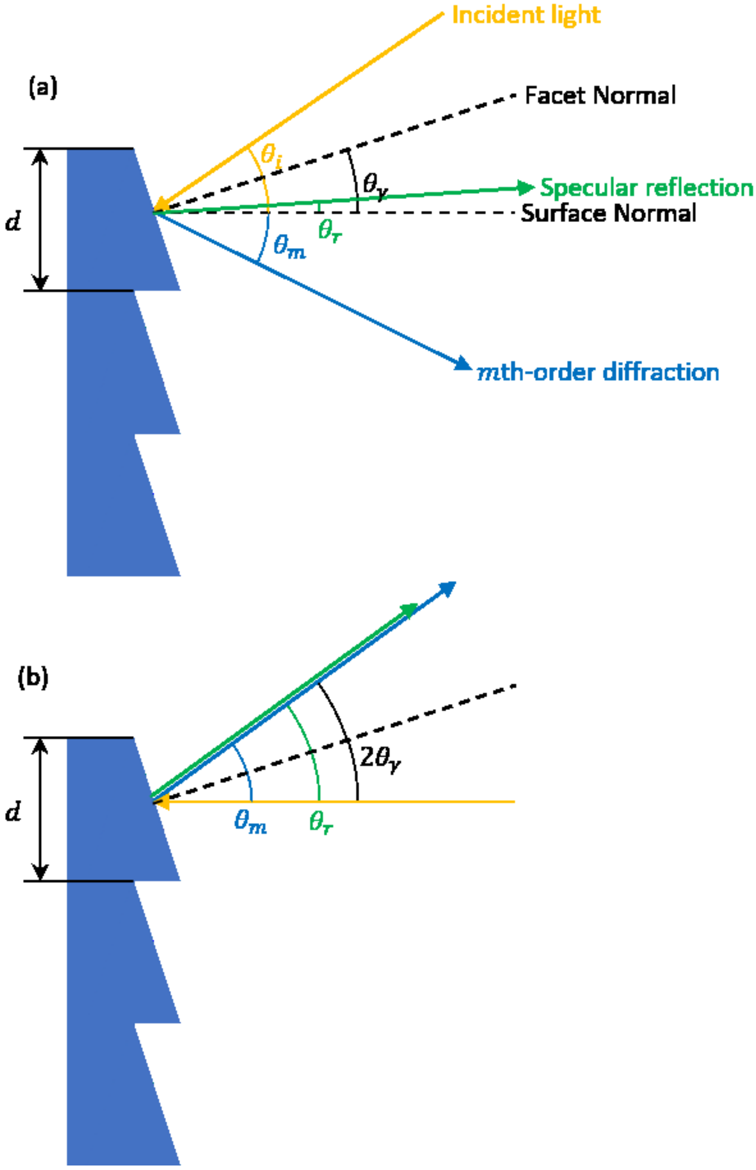

図 4.18: ブレーズド回折格子の模式図．(a)入射光および回折光と鏡面反射の関係．(b)入射角がブレーズド回折格子に対して垂直な場合.

反射型ブレーズド回折格子のパターンは，式(4.26)によって計算される[4.20][4.21].

$$\Phi(r, \phi) = \mathrm{mod}\left(\ell\phi - \frac{2\pi}{\Lambda} r\cos\phi, 2\pi\right) \tag{4.26}$$

このとき，第 1 項は方位角方向の位相変化を表し，ℓはトポロジカルチャージである．第 2 項がブレーズド回折格子のパターンを表し，Λはブレーズド周期である．図 4.19 に計算された位相変調パターンを示す．全体としてフォーク状のホログラムとなっており，フォークの分岐点は位相特異点に関連する．ファセットの本数が上下で異なり，この本数の差はトポロジカルチャージに対応する．また，トポロジカルチャージの正負によってフォークの上下が反転する．図 4.19 は，位相変調のみを行うホログラムであるため，入射光に対して$\exp(i\ell\phi)$の位相項を与えることしかできない．

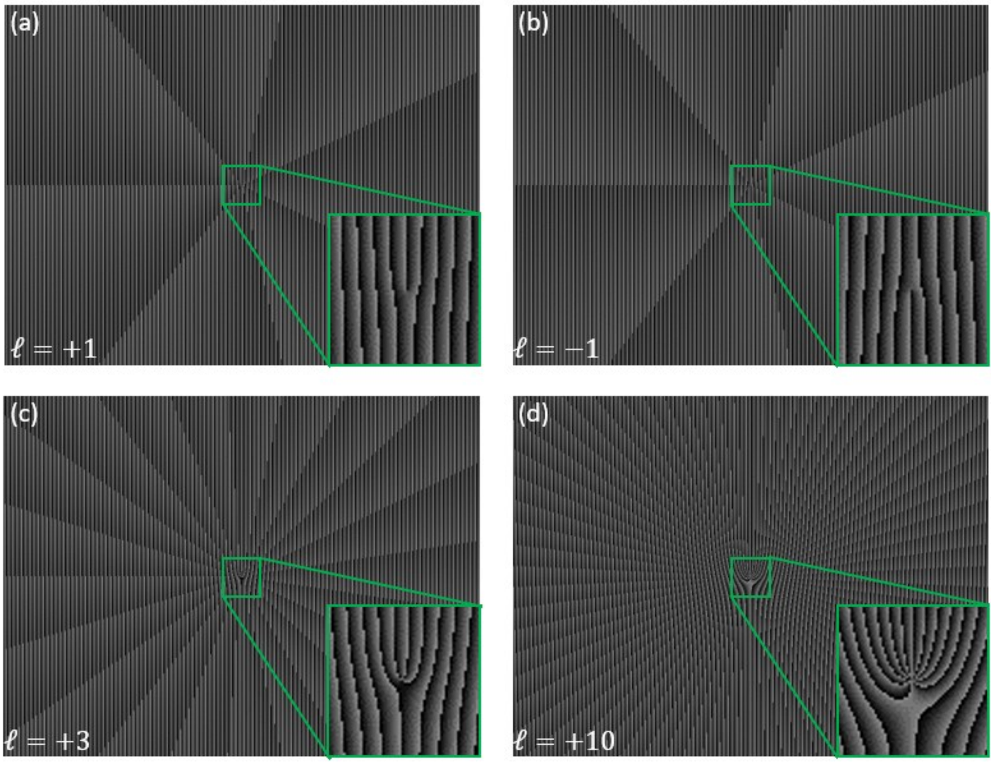

図 4.19: 位相変調ホログラム．(a)$\ell = +1$，(b)$\ell = -1$，(c)$\ell = +3$，(d)$\ell = +10$．それぞれのホログラムにて，緑枠内を拡大した図を右下に示している．

図 4.18 から分かるように，ブレーズド回折格子の回折効率は，ファセット上の入射光の鏡面反射の角度と 1 次回折角によって決定される．したがって，鏡面反射の角度を局所的に変化させることで，回折光の強度を変化させることができる[4.22]．このように，本来は位相変調のみしか行えない SLM によって振幅の制御を行うことができる．このような複素振幅

を変調できるホログラムを用いることで，高品質な LG ビームが生成可能であることが報告されている[4.23][4.24].

ブレーズド回折格子におけるファセットの深さは，SLM の位相変調の階調値に依存する．x10468-07 は，8bit の階調値によって変調されるため，描画されるブレーズド回折格子は深さ方向に量子化されたものとなる．そのため，ブレーズド回折格子は，理想的な鋸歯状とはならず，変調量と回折効率の間に非線形な関係が発生する．そこで，ブレーズド回折格子の最大階調値と回折効率の関係を実験的に評価した．図 4.20 にブレーズド回折格子の最大階調値とレーザーパワーの関係を示す．ブレーズド回折格子を描画した SLM に対して波長 697 nm のガウシアンビームを入射し，一次回折光の強度を測定した．図 4.20 から明らかにブレーズド回折格子の最大階調値に対してレーザーパワーは非線形に変化している．測定値に対して多項式フィットによる補間を行い，レーザーパワーが最大となる階調値が 133 であると評価された．LCOS-SLM は入射光の位相を変調するデバイスであるため，入射光の波長によって2πとなる階調値が異なる．697 nm のレーザーに対する x10468-07 の仕様上の2πとなる階調値は 133 であり，レーザーパワーが最大となる階調値と一致する．ここで，134 以上の階調値でレーザーパワーが減少しているのは，2π以上の変調値となり，位相が折りたたまれることで不完全なファセットとなるためであると考えられる．最大階調値と回折効率には非線形な関係があるため，LG ビームの振幅分布を階調値に対応するように変化させて，位相変調パターンにかけあわせた．図 4.21 は，LG ビームの元の振幅分布と階調値に合わせて変化させた振幅分布である．元の強度に対して階調値に合わせて変化した強度は大きく異なることが分かる．図 4.19 に示されるような位相変調パターンに対して，振幅のパターンをかけ合わせることで，複素振幅変調ホログラムを作成した．図 4.19 に対して振幅変調を導入した結果を図 4.22 に示す．このとき，グレイスケールでは，パターンを視認することが難しいので，画像のコントラストを調整していることに留意されたい．LG ビームの強度に対応した回折格子が成り立っており，振幅が 0 となる領域ではファセットが存在していないことが分かる．

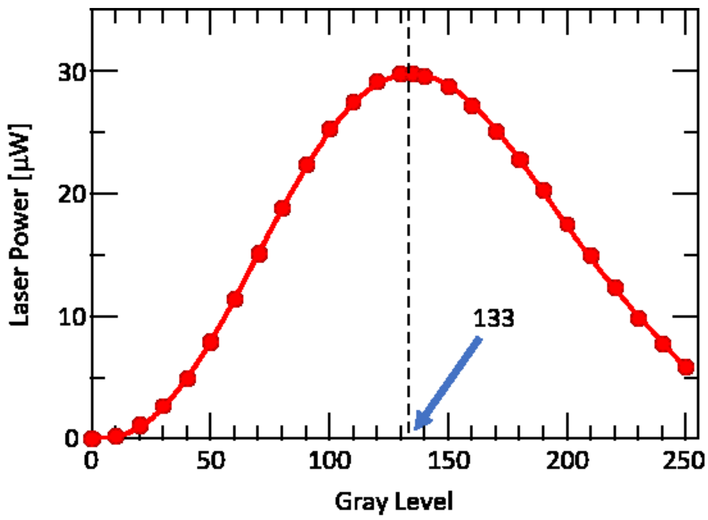

図 4.20: SLM の最大階調値と回折効率の関係．縦軸は回折光のレーザーパワーで，パワーが大きいほど回折効率が高い．

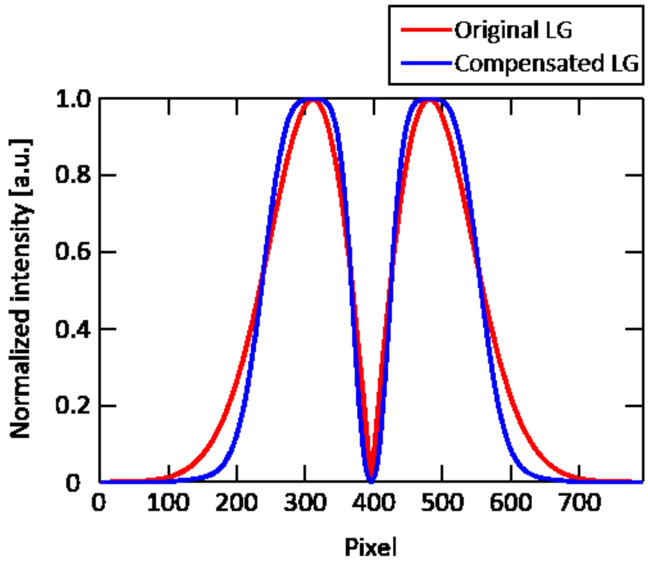

図 4.21: 階調値に合わせて強度を変化させた LG モードの振幅．青線が階調値と回折効率の間の非線形な関係を考慮して補償した振幅分布である．それぞれx軸上の振幅分布をプロットしている．

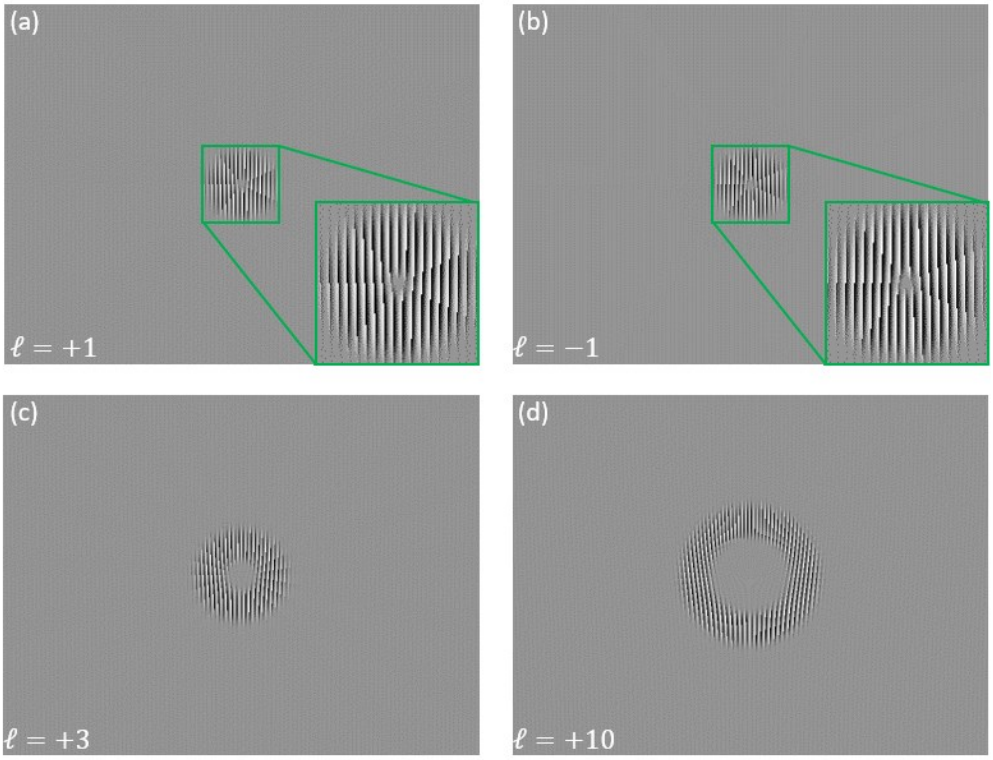

図 4.22: 複素振幅変調ホログラム．(a)$\ell = +1$，(b)$\ell = -1$，(c)$\ell = +3$，(d)$\ell = +10$．(a)と(b)については振幅の変調を視認することが難しいので，緑枠内で拡大した図を右下に示している．

図 4.23 に SLM を用いたホログラフィー法による LG ビーム生成系を示す. 振幅変調では, SLM に強度分布が平坦なビームが入射することを仮定している．そこで，ガウシアンビームをビームエキスパンダーで 10 倍に拡大し, SLM のデバイス面上で強度分布が近似的に平坦となるようにした．SLM には， 図 4.22 に示されるような複素振幅変調ホログラムが描画され，回折光はレンズによって直径 1 mm のピンホールに集光される．ピンホールによって，一次回折光以外が除去されることで所望の LG ビームが取り出される．このとき，隣接する次数のビームが除去されれば良いので，ピンホールの直径は一次回折光のビームが除かれないのあれば，厳密に設計する必要はない．LG ビームは後段のレンズを通過することで縮小されて放電管に入射する．放電管を透過した LG ビームは，4f 光学系によってカメラに結像される．さらに，フーリエ変換縞解析法による位相の解析のために，同一の光源からのガウシアンビームを分岐させ，マッハツェンダー干渉計を構成する．振幅変調におけるホログラム上のビーム径w_0の最適値は，それぞれのw_0で生成された LG ビームの強度分布と位相分布から評価した．ホログラム上のビーム径w_0ごとの強度分布に LG モードの強度で二次元フィッティングをした．式(4.27)に，$p = 0$，$z = 0$における LG モードの強度を示す

$$\left|E_{\ell p}(r,\phi,0)\right|^2 = A\exp\left(-\frac{2r^2}{w_0^2}\right)\cdot\left(\frac{r}{w_0}\right)^{2|\ell|} \tag{4.27}$$

図 4.24 に，ホログラム上のビーム径w_0ごとに評価された二次元フィッティングによる平均平方誤差を示す．w_0が 35 から 50 ピクセルの間で平均平方誤差が小さい．図 4.19(d)より分かるように，ホログラムの中心では，解像度に対して回折格子の構造が複雑になるため，鋸歯状のファセットが構成されない．そのため，ビーム径w_0が小さい場合，ビーム全体を構成する回折格子が理想的な形状ではないため，ビームが歪んでいると考えられる．また，このことが SLM を用いたホログラフィー法によって生成される LG ビームのトポロジカルチャージの上限を制約している．ビーム径w_0が大きい場合，ビームが SLM のデバイス面の境界にはみ出してしまうことや，デバイス面の歪みによって位相ラッピングが生じ，非理想的な位相分布となっていると考えられる．次に，フーリエ変換縞解析法によって LG ビームの位相分布を解析した．図 4.25 に，位相の解析の模式図を示す．フーリエ変換縞解析法によって解析された位相分布を LG ビームのドーナツ状のリングの半径で方位角方向に取り出し，位相アンラッピングを行う．LG ビームの位相は$\exp(i\ell\phi)$によって定義されるため，方位角方向に線形に変化する．よって，位相アンラッピングされたデータに対して線形フィットを行うことで平均平方誤差から生成された LG ビームの位相の品質を評価することができる．図 4.26 に，ビーム径w_0ごとに方位角方向に取り出した位相に対するフィッティングの平均平方誤差を示す．このとき，横軸は Ref.[4.25]によって定義される LG ビームの半径によって規格化している．ホログラム状のビーム径w_0が 25 から 45 ピクセルのとき，平均平方誤差が小さい．図 4.24，図 4.26 の結果より，ビーム径w_0が 40 pixel が最適であるとした．Ref.[4.23]及び Ref.[4.24]では，ホログラム上のビーム径w_0をそれぞれ 40，50 ピクセルとしており，同様の結果を得られた．ビーム径w_0を 40 ピクセルとし，複素振幅変調ホログラム

によって生成された LG ビームの強度分布，位相分布を図 4.27 に示す．ビームの外側における位相分布の歪んだ形状は，LG ビームの強度が非常に小さい領域であるので無視してよい．また，LG ビームの中心付近では，位相特異点が分裂しているのでスペクトルの観測には用いない．最適化された複素振幅変調ホログラムによるビームと従来の位相変調ホログラムによるビームの比較を行った．それぞれの変調方式によるビームを図 4.28 に示す．このとき，位相変調ホログラムを用いた場合は，ビームエキスパンダーによって 10 倍に拡大したビームではなく，通常のガウシアンビームを照射している．これは，位相変調ホログラムはガウシアンビームに$\exp(i\ell\phi)$の位相を与えるために用いるからである．位相変調によって生成された光渦ビームは二重のリングとなっている．明らかに，複素振幅変調によって生成された LG ビームの方が品質が高い．強度分布に対して二次元フィットを行い，平均平方誤差を比較した．複素振幅変調と位相変調の MSE は，それぞれ 0.053，0.0013 であり，平均平方誤差にして 40.7 倍品質が向上している．複素振幅変調ホログラムによって高品質な LG ビームが生成されていることが分かる．

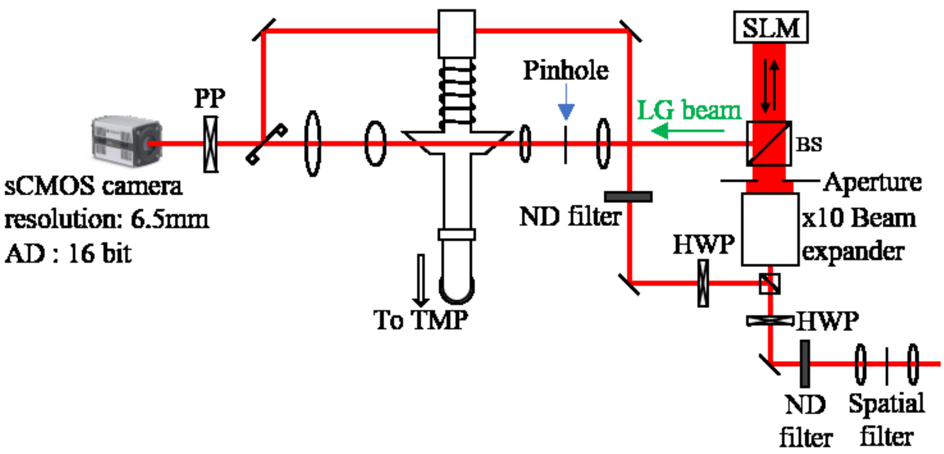

図 4.23: SLM を用いたホログラフィー法による LG ビーム生成系とマッハツェンダー干渉計による干渉縞の測定系．

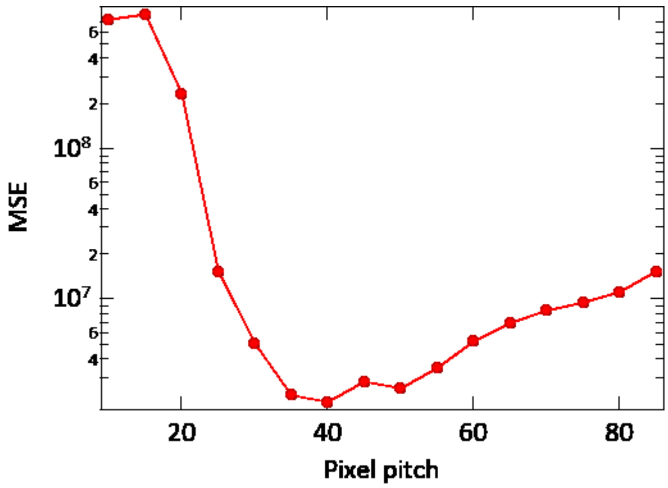

図 4.24: 振幅変調におけるw_0ごとの LG ビームの平均平方誤差．Pixel pitch はホログラム上のピクセル数を示す.

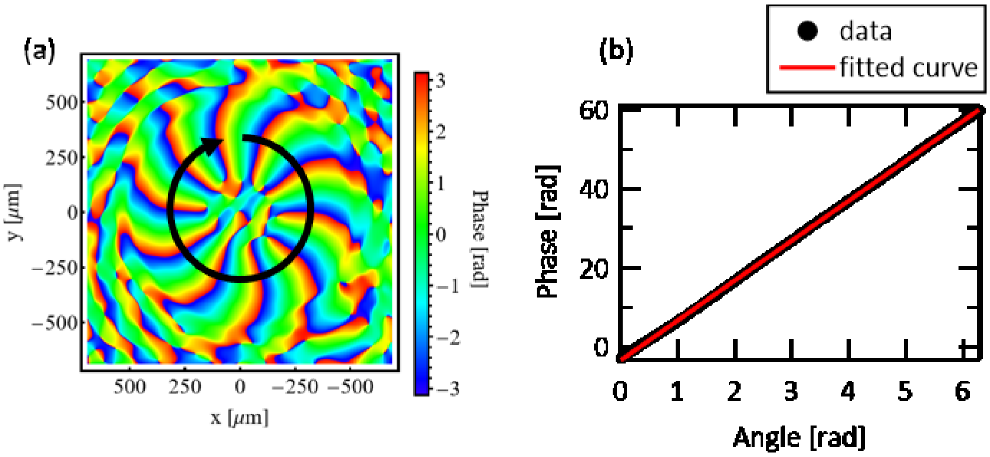

図 4.25: 複素振幅変調ホログラムの最適なビーム径w_0の評価における位相の解析. (a)$w_0 = 40$ ピクセルのホログラムによる LG ビームの位相分布．(b)方位角方向（(a)の矢印上）に取り出した位相のアンラッピング処理.

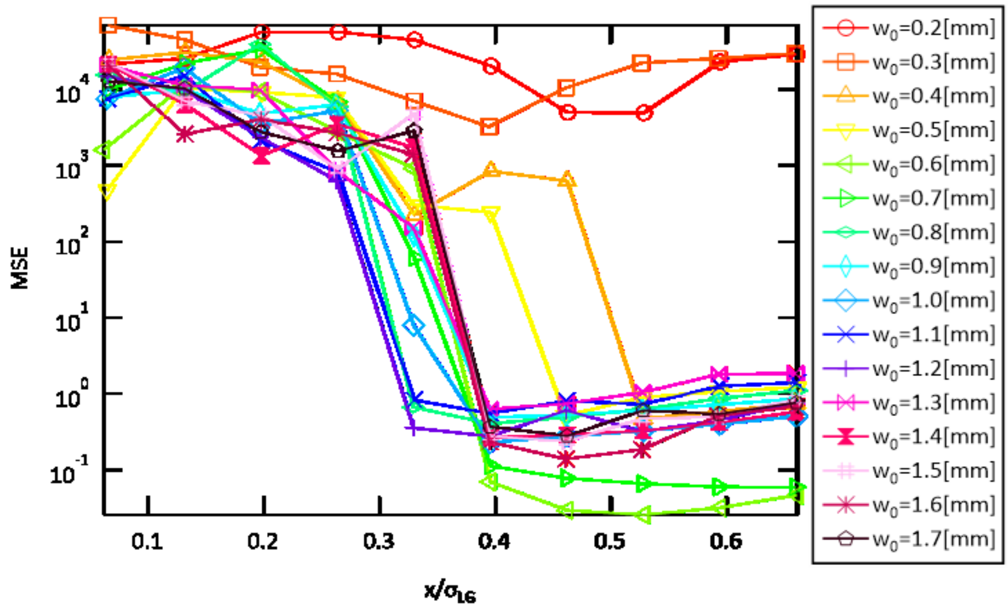

図 4.26: 方位角方向に変化する位相の平均平方誤差.

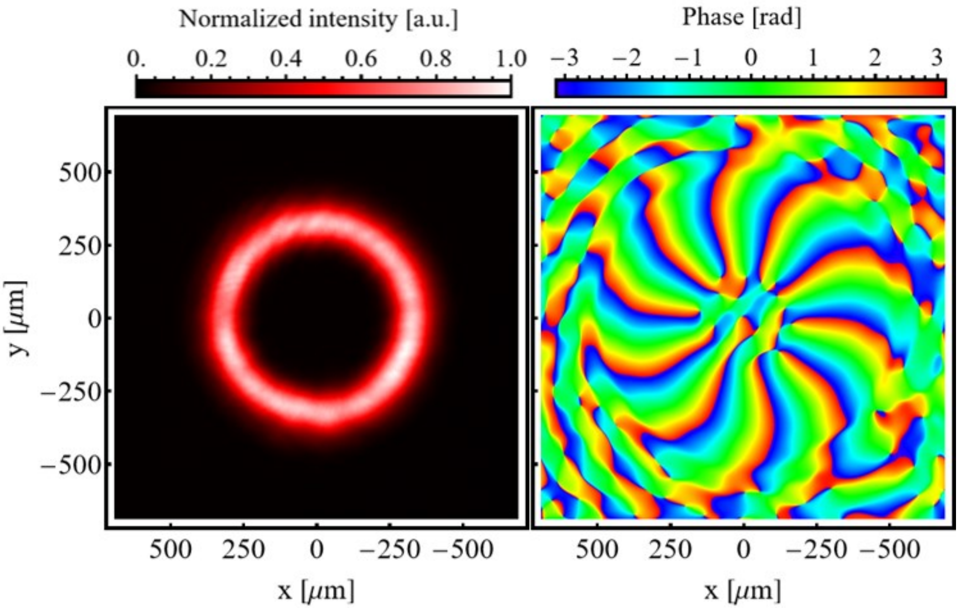

図 4.27: ビーム径w_0を最適化した複素振幅変調ホログラムによる高品質 LG ビーム.

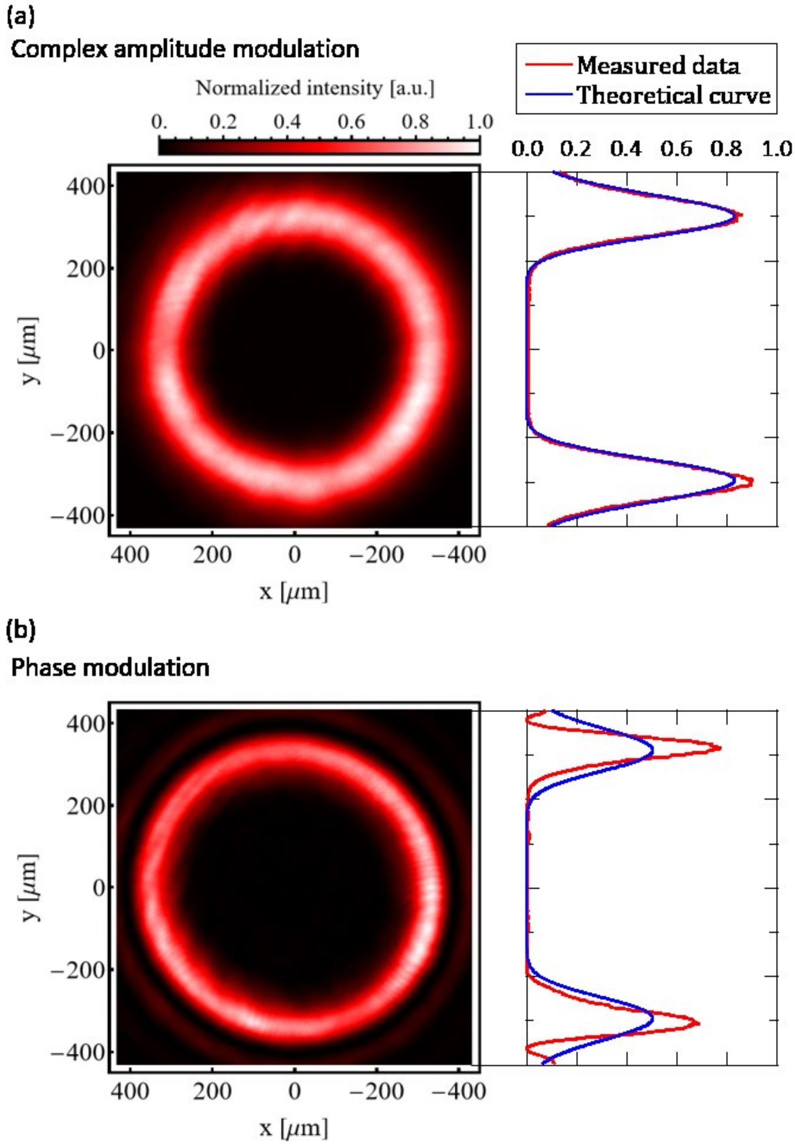

図 4.28: 異なる変調方式によって生成されたビームの比較．(a)複素振幅変調ホログラムによって生成された LG ビーム，(b)位相変調ホログラムによって生成された LG ビーム．右側にプロットされたグラフは，$x = 0$でのビーム強度．赤線が測定値，青線が LG モードの強度（式 4.27）によるフィッティング結果．

参考文献

[4.1] M. W. Beijersbergen, L. Allen, H. E. L. O. van der Veen, and J. P. Woerdman, Astigmatic laser mode converters and transfer of orbital angular momentum, Optics Communications **96**, 123 (1993).

[4.2] M. W. Beijersbergen, R. P. C. Coerwinkel, M. Kristensen, and J. P. Woerdman, Helical-wavefront laser beams produced with a spiral phaseplate, Optics Communications **112**, 321 (1994).

[4.3] L. Marrucci, C. Manzo, and D. Paparo, Optical Spin-to-Orbital Angular Momentum Conversion in Inhomogeneous Anisotropic Media, Phys. Rev. Lett. **96**, 163905 (2006).

[4.4] N. R. Heckenberg, R. McDuff, C. P. Smith, and A. G. White, Generation of optical phase singularities by computer-generated holograms, Opt. Lett. **17**, 221 (1992).

[4.5] A. V. Carpentier, H. Michinel, J. R. Salgueiro, and D. Olivieri, Making optical vortices with computer-generated holograms, American Journal of Physics **76**, 916–921 (2008).

[4.6] M. Takeda, H. Ina, and S. Kobayashi, Fourier-transform method of fringe-pattern analysis for computer-based topography and interferometry, J. Opt. Soc. Am. **72**, 156 (1982).

[4.7] M. Takeda, Spatial-carrier fringe-pattern analysis and its applications to precision interferometry and profilometry: An overview, Industrial Metrology **1**, 79–99 (1990).

[4.8] K. Yamane, Z. Yang, Y. Toda, and R. Morita, Frequency-resolved measurement of the orbital angular momentum spectrum of femtosecond ultra-broadband optical-vortex pulses based on field reconstruction, New J. Phys. **16**, 053020 (2014).

[4.9] 国分泰雄, *光波工学*, pp. 83-86. 共立出版, (1999).

[4.10] J. Goodman, *Introduction to Fourier Optics,* 2nd ed, W.H.Freeman & Co Ltd, (1996).

[4.11] H. Kogelnik and T. Li, Laser beams and resonators, Proc. IEEE **54**, 1312–1329 (1966).

[4.12] 平井紀光, *実用レーザ技術*, pp. 145-147. 共立出版, 1987.

[4.13] "Understanding Spatial Filters." Edmund Optics. [Online]. Available: https://www.edmundoptics.jp/knowledge-center/application-notes/lasers/understanding-spatial-filters/. [Accessed: 13-Dec-2023].

[4.14] 福光 於莵三, *光エレクトロニクス入門*, pp. 143-145. 昭晃堂 (1987).

[4.15] 笠松直史, "レーザービームの品質って何？ -M^2 の定義-." 光学, vol. **29**, no. 11, pp. 42-43 (2000).

[4.16] 笠松直史, "レーザービームの品質って何？ -M^2 の測定と評価-." 光学, vol. **29**, no. 12, pp. 42-43 (2000).

[4.17] 平等拓範, "レーザービーム品質測定の基礎." レーザー研究, vol. **26**, no. 10, pp. 723-729 (1998).

[4.18] 原勉, "液晶空間光変調素子の最近の展開." 光学 = Japanese Journal of Optics **36**, no. 3 (2007): 122-128. Optical Society of Japan, Tokyo.

[4.19] N. Matsumoto, T. Ando, T. Inoue, Y. Ohtake, N. Fukuchi, and T. Hara, Generation of high-quality higher-order Laguerre-Gaussian beams using liquid-crystal-on-silicon spatial light modulators, J. Opt. Soc. Am. A **25**, 1642 (2008).

[4.20] H. He, N. R. Heckenberg, and H. Rubinsztein-Dunlop, Optical Particle Trapping with Higher-order Doughnut Beams Produced Using High Efficiency Computer Generated Holograms, J. Mod. Opt., **42**, 217–223 (1995).

[4.21] J. Arlt, K. Dholakia, L. Allen, and M. J. Padgett, The production of multiringed Laguerre–Gaussian modes by computer-generated holograms, J. Mod. Opt., **45**, 1231–1237 (1998).

[4.22] J. A. Davis, D. M. Cottrell, J. Campos, M. J. Yzuel, and I. Moreno, Encoding amplitude information onto phase-only filters, Appl. Opt. **38**, 5004 (1999).

[4.23] V. Arrizón, U. Ruiz, R. Carrada, and L. A. González, Pixelated phase computer holograms for the accurate encoding of scalar complex fields, J. Opt. Soc. Am. A **24**, 3500 (2007).

[4.24] T. Ando, Y. Ohtake, N. Matsumoto, T. Inoue, and N. Fukuchi, Mode purities of Laguerre–Gaussian beams generated via complex-amplitude modulation using phase-only spatial light modulators, Opt. Lett. **34**, 34 (2009).

[4.25] R. L. Phillips and L. C. Andrews, Spot size and divergence for Laguerre Gaussian beams of any order, Appl. Opt. **22**, 643 (1983).

第 5 章　光渦を用いた新規レーザードップラー分光法による横方向流速測定

第 2 章，第 3 章にて，OVLAS の理論的な議論を行った．$\ell = +10$の LG ビームを用いた OVLAS では，横方向流速 150 m/s による吸収係数スペクトルのドップラーシフトはドーナツ状の強度が高い領域にて約 1 MHz 程度しかない．そのため，OVLAS のプローブビームには周波数的に精密に校正された光源が求められる．また，レーザーの波長ごとに LG ビームの強度分布を観測するためには, ECDL の波長掃引とカメラのシャッターを同期しなければならない．第 4 章では，OVLAS のプローブビームとして用いる高品質な LG ビーム光源についての検討を行った．このように，OVLAS の原理検証のためには，いくつものコンポーネントを統合して用いなくてはならない. 本章では，これまでの結果を踏まえて実験系を構築し，実際に横方向流速測定を行った結果を報告する．

5.1 OVLAS の実験系と測定の流れ

本節では，これまでの議論を踏まえて OVLAS による横方向流速測定を行うために必要な実験系の概要，測定の流れについて述べる．これまでの議論から，OVLAS の実験系に求められる仕様を箇条書きする．

- 小さいドップラーシフトを観測するための高精度な周波数の相対値校正システム．
- 高品質な LG ビームの生成システム（第 4 章）．
- 方位角ドップラーシフトを二次元的に観測するために，空間的に高分解能の受光システム．また，受光システムには，プラズマ透過後の LG ビームのビームプロファイルをカメラまで転送するための結像系が必要.
- ガス流量によって流速の制御が可能なテストプラズマ生成系.
- ECDL の波長掃引とカメラのシャッターを同期するシステム.
- ECDL のドリフトの影響を抑制するために，周波数の絶対値校正システムが必要．これは飽和吸収分光法によって行う．
- コンピューターによる測定タイミングの自動制御システム．

実際の測定の流れをフローチャートによって図 5.1 に示す．ECDL の波長掃引は，回折格子を保持するピエゾ素子への印加電圧を制御することで行われる．波長掃引では，ピエゾ素子に印加する電圧をマイナスの最低掃引電圧からプラスの最大掃引電圧まで変化させるため, 実験初期にピエゾ素子へ最低掃引電圧を印加して, 測定プロセスを開始する. このとき, ピエゾ素子に急激に最低掃引電圧を印加すると，ピエゾ素子内部で応力が急激に変化してしまう．原理検証のため，測定誤差の要因となる可能性を極力排除したい．そのため，最初に, 時間をかけてピエゾ素子への印加電圧を最低掃引電圧まで下げる. 測定は, 複数回行う.

各測定回では，測定点毎にピエゾ素子に微小な電圧を印加し，カメラのシャッターへのトリガー，FPI および SAS 信号の記録を行う．この測定は最大掃引電圧（最大測定点数）まで到達するまで繰り返し，その回の測定を終了する．このとき，周波数の相対値校正を精密に行うために，FPI のサンプリングレートはカメラのN倍となるようにする．$\mathrm{N}=100$のとき，ECDL の波長掃引および FPI，SAS のサンプリングが 50000 点で行われるならば，カメラによる撮影は 100 点ごとに行われるので 500 枚の画像が撮影される．そして，次の測定回へ向けてピエゾ素子への印加電圧を最低掃引電圧まで下げる．一連のプロセスを最大測定回数まで実行し，全測定を完了する．測定プロセスはプログラムによって自動制御されている．

実験系を図 5.2 に示す．波長 697 nm の ECDL を光源として用いて，出力光は，ファブリペロー干渉計（FPI）と音響光学素子（AOM）によって構成される周波数の相対値校正系とシングルモードファイバーへと分岐される．周波数の相対値校正系については，次節（5.2 節）にて述べる．シングルモードファイバーにカップリングされたビームは，空間フィルタによって高次成分を除去され，高品質なガウシアンビームとなる．ガウシアンビームはビームエキスパンダーによって拡大され，SLM に入射する．SLM には，LG ビーム生成用ホログラムを描画し，回折光として LG ビームが生成される．LG ビームは，レンズ L1，L2 から構成される縮小光学系によってビーム径が 1/6 に縮小され，ブリュースター窓を通して放電管に対して垂直に入射する．このとき，隣接するオーダーの回折光の混在を防ぐために縮小光学系の 1 段目レンズ L1 の焦点位置にピンホールを挿入した．放電管は，ターボ分子ポンプとスクロールポンプによって真空排気され，放電管にアルゴンガスが導入される．放電管に巻いたループアンテナに高周波電力を印加して誘導結合プラズマ（Inductively coupled plasma: ICP）を発生させる．真空引きの排気速度を一定とし，マスフローコントローラーによってガス流量を制御することでガス流速（横方向流速）を調整する（5.3 節）．放電管に沿って流れるアルゴンの準安定状態を吸収分光で観測する．プラズマからの透過光は，レンズ L3，L4 から構成される 4f 光学系によってカメラに結像される．4f 光学系の焦点位置は出口側のプラズマ端に合わせている．プラズマ中を伝播した LG ビームの強度分布は sCMOS カメラに結像される（5.4 節）．カメラのシャッターを ECDL の周波数掃引に同期させることで，周波数ごとの画像の各ピクセルにおける強度変化から吸収スペクトルを決定し、それぞれのシフト量からビーム断面におけるドップラーシフト分布を得た．

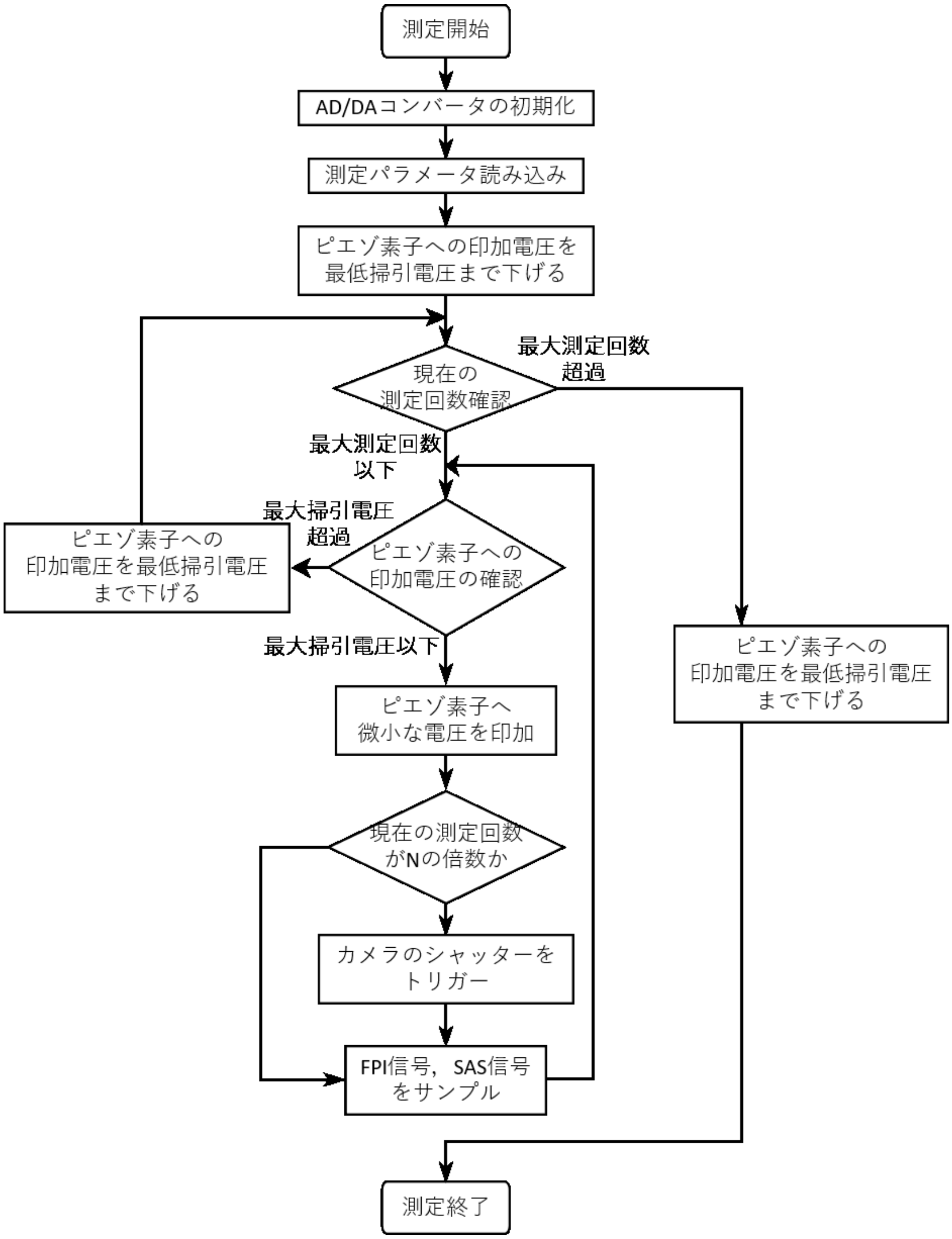

図 5.1: OVLAS 実験系の制御コードに関するフローチャート．ピエゾ素子は，ECDL の回折格子を駆動させるために用いる．FPI 信号，SAS 信号はそれぞれ，ファブリペロー干渉計の信号，飽和吸収分光法の信号を意味する．カメラのシャッターに対して FPI 信号，SAS 信号のサンプリングレートはN倍される．

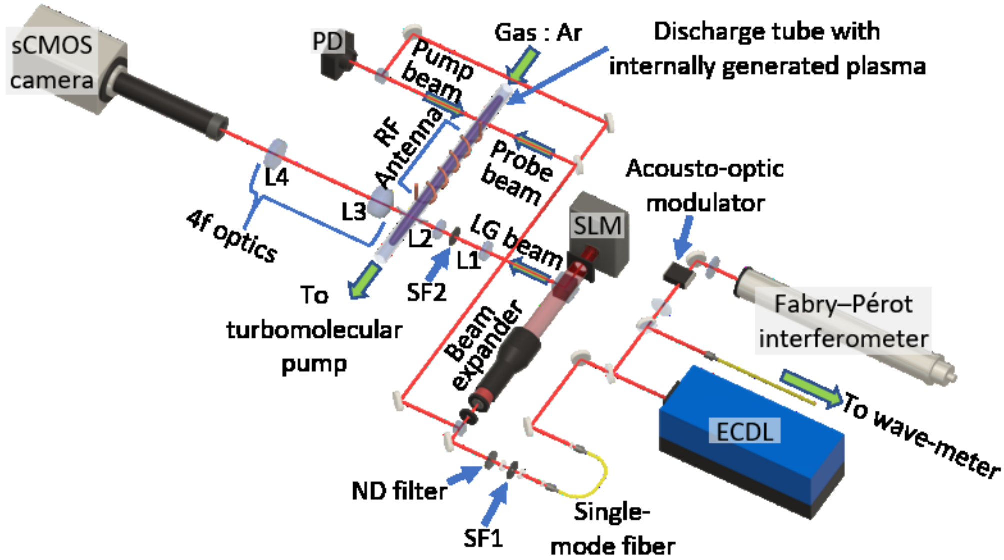

図 5.2: OVLAS の原理検証実験系．ECDL を光源として用いて，SLM からの回折光によって LG ビームを生成する．LG ビームは，レンズ L1，L2 から構成される縮小光学系によって縮小され，ブリュースター窓を通して放電管に対して垂直に入射する．プラズマからの透過光は，レンズ L3，L4 から構成される 4f 光学系によってカメラに結像される．放電管は，ターボ分子ポンプとスクロールポンプによって真空引きされ，誘導結合プラズマによってプラズマが生成される．放電管に流れるガス流量によってガス流速（横方向流速）が制御される．

5.2 レーザー周波数の精密な相対値校正システム

本研究での原理検証によって観測される方位角ドップラーシフトは，約 1MHz 程度であるので，レーザーの周波数を精密に制御する必要がある．そこで，FPI と AOM を用いた周波数の精密な相対値校正システムを作成した．周波数の相対値校正システムは，図 4.2 に示されてる．レーザー光源として ECDL が用いられ，中心周波数は波長計によって計測される．ドップラースペクトル計測時の発振周波数は ECDL の回折格子がマウントされたピエゾ素子への印加電圧によって制御される．出力光の 10%はビームサンプラーによって分岐し，波長計，AOM を介して FPI へと入射する．ECDL の発振状態は FPI のスペクトル形状から測定される．本研究では，Gooch & Housego の AOMO 3080-125 を AOM として用いた．AOMO 3080-125 では一次回折光に 80MHz の周波数シフトが生じる．AOM からの 0 次回折光と 1 次回折光を同時に FPI に入射し，回折光間の 80MHz の周波数差を利用して，掃引周波数の相対値校正を行った．残りの出力光は，シングルモードファイバー（Single-mode fiber: SMF）にカップリングされることで，モードクリーニングされ，第 4 章で述べた LG ビーム

生成系に入力される．システム全体は，厚さ 12mm のアルミ板を削り出して作成した堅牢なケースに格納されている．これによって，実験室内の空気の揺らぎや温度変化を抑制する．また，ケースは光学台を介してアースに接地されているため，テストプラズマからの放射ノイズからシールドされる．

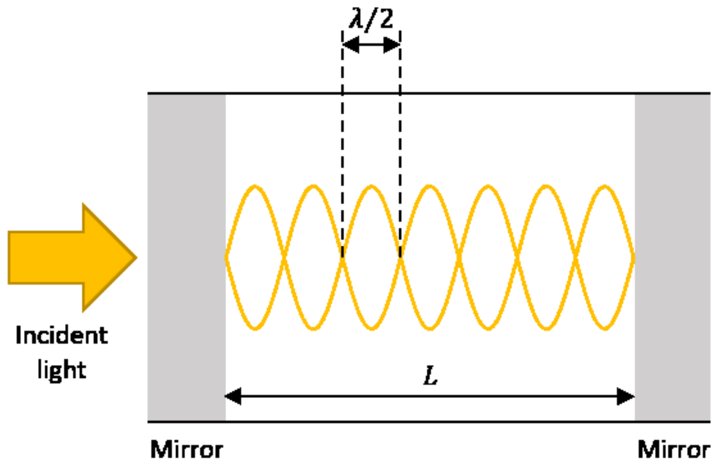

図 5.3: ファブリペロー干渉計の模式図

周波数の相対値校正システムを構成する装置の一つである FPI について，図 5.3 に模式図を示す．最も基本的な FPI は，2 枚の平面ミラーを平行に向かい合わせに配置されて構成される．FPI のミラーは 99%程度の反射率を持ち，共振器内で反射が繰り返される．平面ミラーを対向にして配置して構成されている FPI は，エネルギーの流出を少なくするためには高い精度の平行度が求められるため，実用上ではミラーに曲率をもたせた FPI がよく用いられる．図 5.3 から分かるように，FPI 内で定在波が存在する条件は，各ミラーの位置に波動の節が存在することである．これは，共振器長Lが半波長$\lambda/2$の整数倍に等しいときに成り立つ条件である．したがって，次の式が成り立つ[5.1][5.2].

$$m = \frac{L}{\lambda/2}. \tag{5.1}$$

ここで，$\boldsymbol{m}$はモード番号を表す．式(5.1)より，共振器長あるいは波長を掃引すると一定間隔で定在波が成り立つがことが分かる．定在波は，FPI からの透過光に生じるピーク信号として検出される．レーザーの波長は，ECDL のピエゾ素子に印加する電圧によって制御する．図 5.4 に，ECDL の波長掃引時にピエゾ素子に印加される電圧と FPI からの透過光スペクトルを示す．図 5.4(a)は，ECDL のピエゾ素子への印加電圧である．図 5.4(b)に，ECDL のレーザー波長を掃引することで観測された FPI の透過光スペクトルを示す．いずれも横軸はデータポイントで示されている．図 5.4(b)では，等間隔にピーク信号が検出されている．これは，共振器内で単一の波長の光が存在することを示している．ECDL が単一の波長で発振す

ることをシングルモード発振といい，FPI のスペクトルを観測することで発振状態を確認することができる．また，ピーク信号の間隔をフリースペクトルレンジ（Free spectral range: FSR）と呼ぶ．FSR は，FPI の種類，設計値によって決定されるもので，次の式で示される[5.1][5.2].

$$\mathrm{FSR} = \frac{c}{4L}. \tag{5.2}$$

本研究では，共焦点型 FPI である TecOptics の SA-300 を用いた．設計共振器長は，250 mm で，FSR が 300MHz となるように設計されている．スペクトルの観測では，ECDL のピエゾ素子に印加する電圧を線形に増加させることで，波長が掃引される．そのため，測定点ごとに一定に印加電圧を増加させることで，測定点ごとの周波数を FSR から相対値校正することができる．ただし，気圧の変化による空気の屈折率変化や加工精度，調整機構の存在によって，FSR は設計通りの値とはならないことがある．参考として，SA-300 の共振器長が 0.1 mm 大きくなると，0.12MHz の誤差が生じる．そのため，本研究では，より高精度な周波数の相対値校正を行うために AOM を導入する．

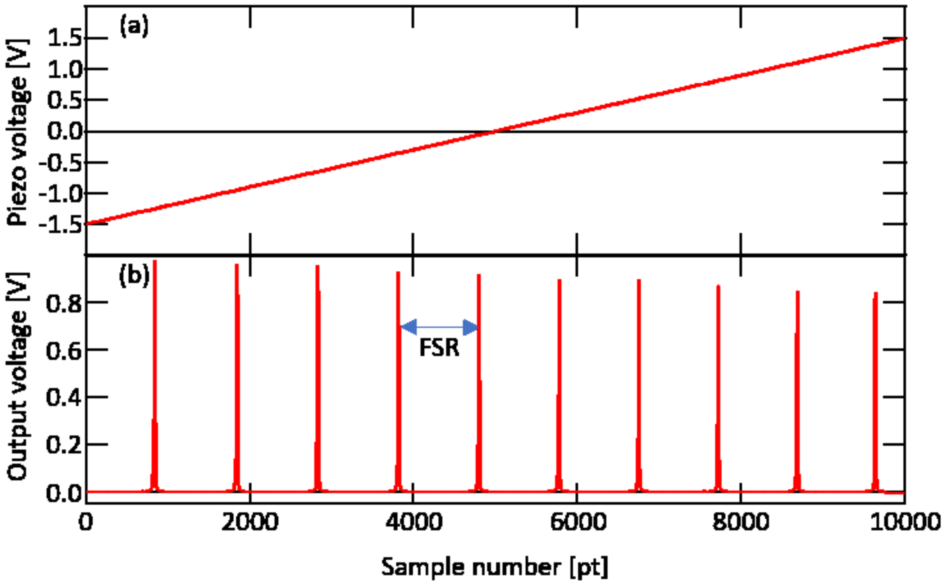

図 5.4: 周波数掃引時の(a)ピエゾ素子への入力電圧と(b)FPI のスペクトル．レーザーの波長は，ECDL の回折格子を保持するピエゾ素子に印加する電圧によって制御される．

スペクトル観測時のレーザー周波数をより高精度に相対値校正するために，FPI の前段に AOM を導入した．AOM は，光弾性効果を利用して光を偏向する装置である．光弾性効果とは，物質への力学的応力によって物質の屈折率が変化する現象のことで，AOM では超音波によって内部の結晶に応力が与えられる．超音波によって結晶に応力が与えられた場合，結晶中では超音波の波長に依存した屈折率の分布が生じる．このときの結晶には，$\mathrm{PbM_0O_4}$

（モリブデン酸鉛），TeO_2（二酸化テルル）などが用いられる．本研究で用いた AOM の AOMO 3080-125 では，TeO_2（二酸化テルル）が用いられている．屈折率n_0なる媒質中において，角周波数ω_aの超音波が伝播したときの媒質中の屈折率分布は式(5.3)によって示される[5.4].

$$n(x,t) = n_0 + \Delta n \cos(\omega t - k_a x) \tag{5.3}$$

ここで，n_0は超音波の伝播方向への結晶の屈折率，Δnは屈折率変化の最大値，k_aは媒質中における超音波の波数で，超音波の波長をλ_aとすると，$k_a = 2\pi/\lambda_a$の関係がある．式(5.3)のような周期的な屈折率分布を持った媒質に光が入射すると，入射光の一部が回折される．このような音波と光波との相互作用による現象を音響光学効果と呼ぶ．AOM では，音響光学効果によって回折光に一定の周波数シフトが生じる．回折光の周波数シフトを考えるために，入射光，回折光に光子の流れを対応させ，超音波に音響子を対応させる．入射光，回折光，超音波の角周波数をω_i，ω_d，ω_aとし，波数ベクトルを$\boldsymbol{k_i}$，$\boldsymbol{k_d}$，$\boldsymbol{k_a}$とする．このとき，それぞれの波数ベクトルの関係を図 5.4 に示す．また，運動量，エネルギーには$\boldsymbol{p} = \hbar \boldsymbol{k}$，$E = \hbar\omega$の関係があるので，次の式が成り立つ[5.4].

$$\boldsymbol{k_d} = \boldsymbol{k_i} + \boldsymbol{k_a} \tag{5.4}$$

$$\omega_d = \omega_i + \omega_a \tag{5.5}$$

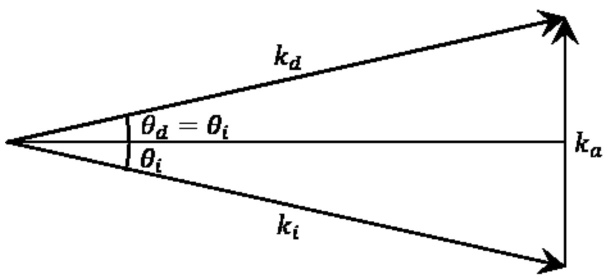

図 5.5: 音響光学素子における入射光i，回折光d，超音波aの波数ベクトルの関係.

式(5.5)から分かるように，回折光の周波数がω_aだけ大きくなっている．これは，音響光学素子内で，入射光の光子が音響子のエネルギーを吸収して，回折しているという過程に対応する．AOM における回折光の周波数シフトは超音波の周波数によって決まる．超音波の周波数は，光波の周波数に対して非常に低いので，AOM による回折光の周波数シフトは非常に高精度である．

掃引周波数の相対値校正は，AOM からの 0 次回折光，1 次回折光を同一の FPI に入射することで行われる．本研究で用いた Gooch & Housego の AOMO 3080-125 では一次回折光に 80MHz の周波数シフトが生じる．FPI の前段に AOM を配置し，観測された FPI のスペクトルを示す．実験条件は，図 5.3 と同様である．0 次回折光，1 次回折光による 2 つの等間隔のピーク信号が観測されている．ピーク値が大きい信号が 0 次回折光，ピーク値小さい信号が 1 次回折光によるもので，1 次回折光は 0 次回折光に対して 80 MHz シフトしている．こ

の周波数差を基準とすることで，測定点ごとの周波数を相対値校正することができる．ここで，0 次回折光のピーク間隔を AOM による相対値校正結果を元に計算すると 302.6MHz であった．このように，FPI にはわずかな誤差が存在する．

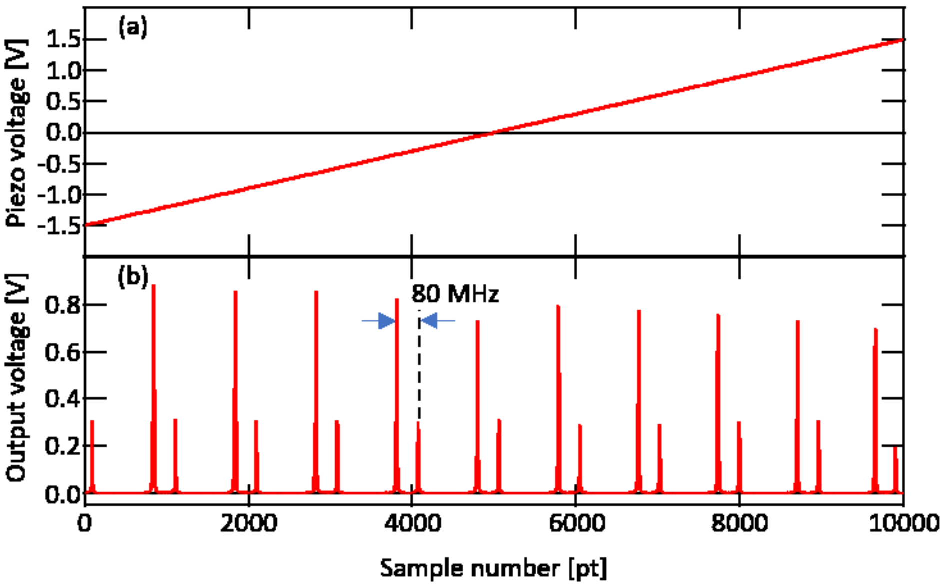

図 5.6: 周波数掃引時の(a)ピエゾ素子への入力電圧と(b)AOM からの回折光を入射した FPI のスペクトル．

5.3 テストプラズマ系の作成と流速の校正

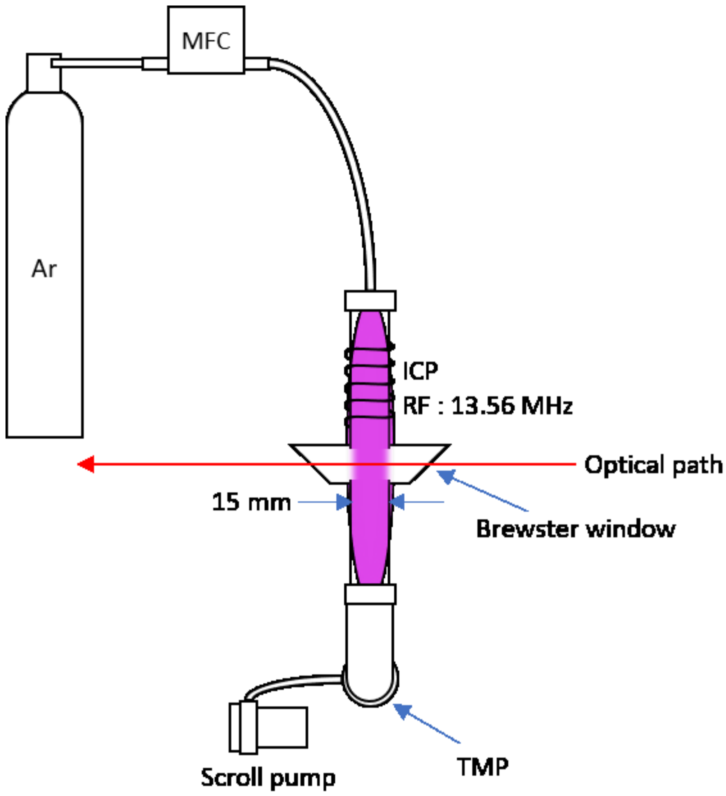

図 5.7: テストプラズマ系の概略図.

第 3 章では，Ar の吸収($({}^{2}\mathrm{P}^{0}_{2/3})4\mathrm{s} \rightarrow ({}^{2}\mathrm{P}^{0}_{1/2})4\mathrm{p}$)，吸収長 15 mm を仮定して数値解析を行った．数値解析を踏まえて，テストプラズマ系を作成した．図 5.7 にテストプラズマ系の概略図を示す．放電管にループコイルを巻き，誘導結合プラズマ（ICP）によってテストプラズマを生成する．反射防止コーティングがされた入射窓を接着しており，ガラス窓内部での干渉が抑制されている．放電管の入射窓はブリュースター角で設置されており，ビームを p 偏光で入射することで散乱光による干渉を抑制する．真空排気は，スクロールポンプとターボ分子ポンプ（TMP）によって行われた．TMP は大気圧下で動作すると破損するため，予めスクロールポンプにて一定の真空度まで排気を行う．放電管内の圧力はバラトロン真空計によって測定されている．放電管内を流れるアルゴンガスの流量はマスフローコントローラーを介して制御され，ループコイルに 13.56 MHz の高周波電圧を印加することで ICP が生成される．ICP とは，高周波アンテナ電流によって生じる磁界によって電界を誘導し，その電界によって電子を加速してプラズマを生成する方式である[5.6][5.7]. 放電管内は一定の排気速度で真空引きされるため，ガス流速はアルゴンガスの流量によってのみ制御される．放電管内の真空状態に関する諸データは，付録の A.4. に記した．

OVLAS による横方向流速測定の原理検証のために，放電管内の流量と流速の関係を校正する必要がある. 流量と流速の校正は, 通常の TDLAS と飽和吸収分光法（Saturated absorption spectroscopy: SAS）を組み合わせることで行われた．SAS とは，単一のレーザーをビームスプリッターによって強度の強いポンプビームと強度の弱いプローブビームに分岐させ，吸収体に対向して入射させることで行われる分光法である．対向する周波数νのレーザーは, 共鳴吸収周波数ν_0にて速度空間内における同じ領域を励起するため, 光を吸収できる準位を持った原子が急激に減少する．そのため，プローブビームで観測される吸収係数スペクトルには，実験室系において静止した粒子の共鳴吸収周波数の位置に Lamb dip と呼ばれる窪みが生じる[5.8]．この Lamb dip を用いることで光の周波数の絶対値を校正できる.

図 5.8 に, 放電管内のガス流速校正のための測定系を示す. 光源として波長 697nm の ECDL を用いた. ガウシアンビームをビームスプリッターによって分岐することで, TDLAS と SAS で用いられるビームは同一の光源となる. TDLAS のプローブビームは, 放電管に対して 0.39 rad の角度から入射し，流れによる軸方向ドップラーシフトを波数ベクトルへの射影として観測した．SAS は，放電管に対して垂直方向に入射する光路によって行われた．この光路は OVLAS と同一の光路である．共鳴吸収周波数は，飽和吸収スペクトルの Lamb dip の位置によって絶対値評価される．図 5.9(a)に，ガス流量 300 ccm で観測された飽和吸収係数スペクトル, 図 5.9(b)に吸収係数スペクトルを示す. 吸収係数スペクトルは共鳴吸収周波数から 155 MHz ドップラーシフトしており，ビームの入射角から算出された流速は 117 m/s となる．図 5.10 に，50~500 ccm のガス流量におけるガス流速の測定結果を示す．測定は，流量ごとに 100 回行われ，スペクトルへのフィッティング誤差を重みとして加重平均を行った．測定点ごとの標準誤差はきわめて小さいため，エラーバーは示していない．OVLAS の原理検証では，図 5.10 の結果を参照値として扱う.

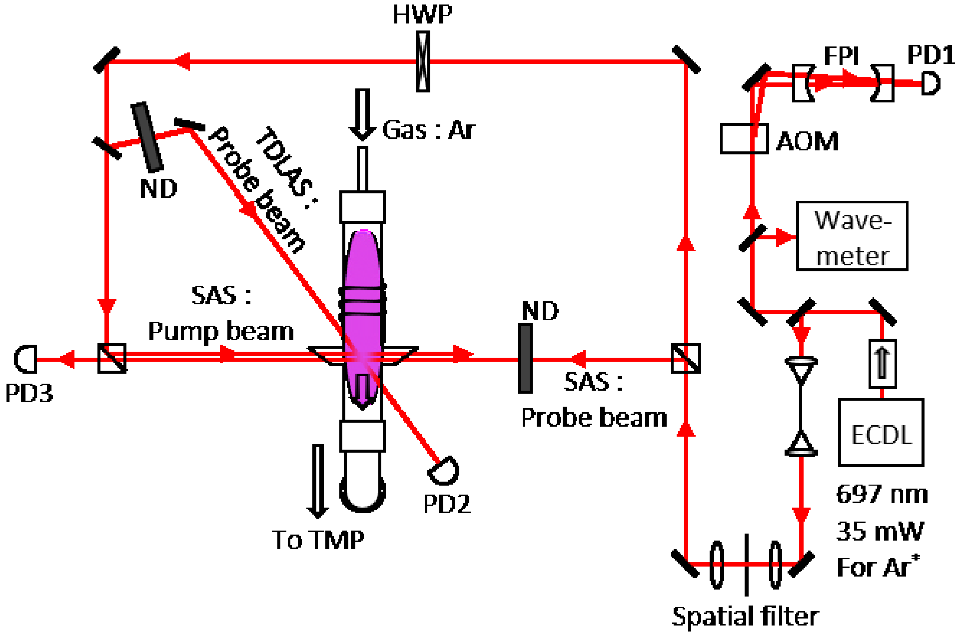

図 5.8: TDLAS と SAS によるガス流速校正系.

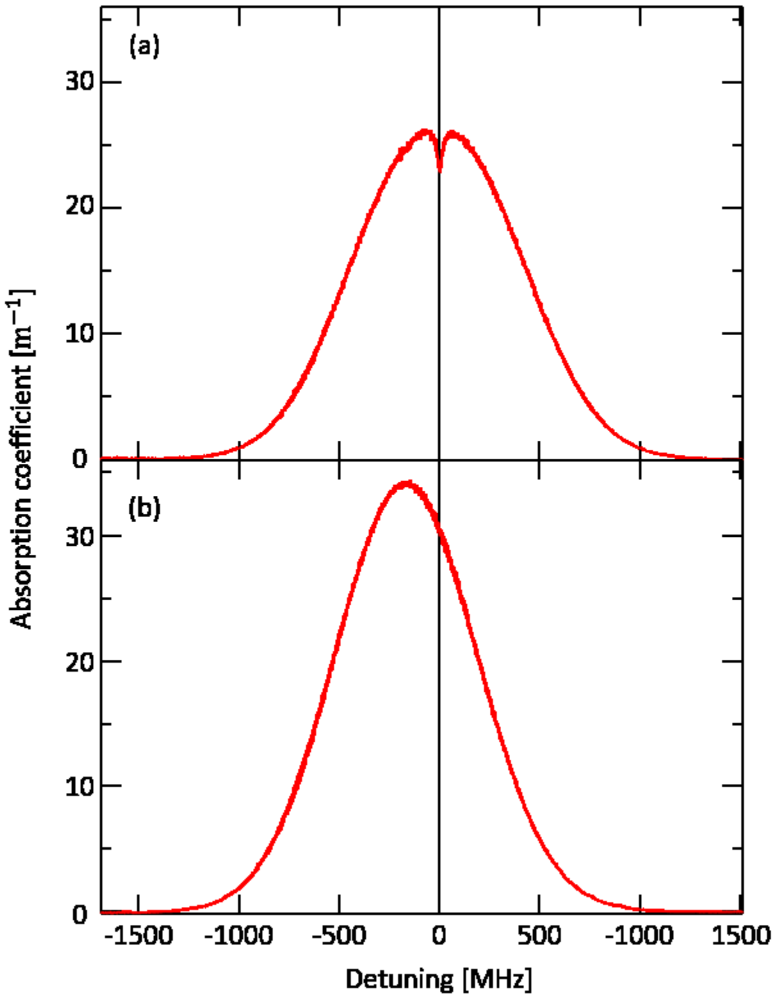

図 5.9: ガス流量 300 cmm における(a)飽和吸収スペクトルと(b)斜め方向からの TDLAS による吸収スペクトル.

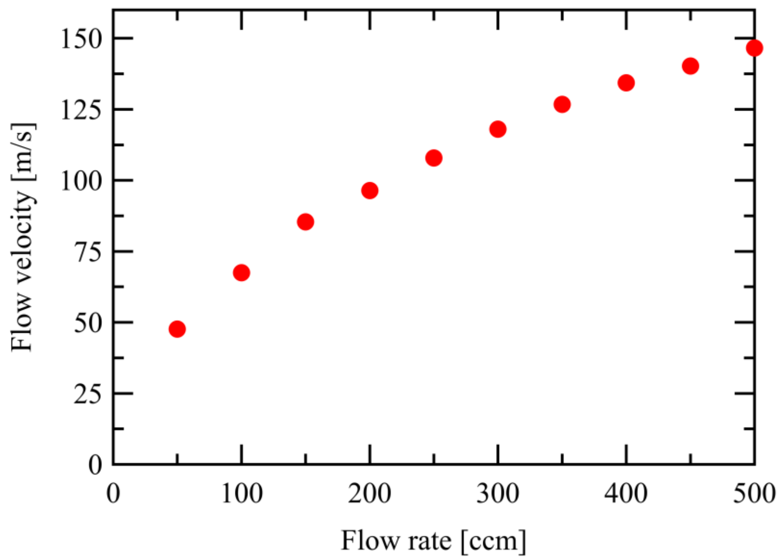

図 5.10: ガス流量とガス流速の関係. OVLAS による横方向流速測定の参照値として用いる.

5.4 受光系の製作

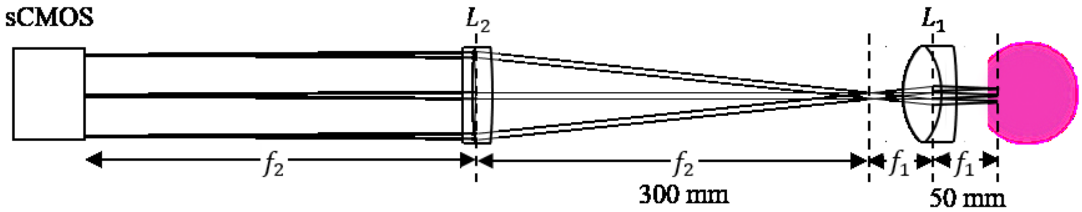

図 5.11: 4f 光学系を用いた受光系の概略図.

表 5.1: 4f 光学系を構成するレンズのカタログスペック.

型番	焦点距離 [mm]	NA	Fナンバー	基板材質
40mm Dia. x 50mm FL, VIS 0 Coated, Achromatic Lens	50.00	0.40	1.25	N-SK11/N-SF5
40mm Dia, x 300mm FL, VIS-NIR Coated, Achromatic Lens	300.00	0.07	7.5	N-BAK4/N-SF10

第 3 章では，LG ビームがプラズマ端に到達するまでの伝播を数値解析している．そのため，プラズマ端まで到達した LG ビームが受光デバイスであるカメラまで回折伝播することは望ましくない．そこで，プラズマ端に焦点を合わせた 4f 光学系によってプラズマ端まで到達した LG ビームの強度分布をカメラに結像した．4f 光学系とは，レンズの二次元フーリエ変換作用を利用して，入射側の焦点面の複素振幅分布を出射側の焦点面に転送できる光学系である．図 5.11 に受光系の概略図を示す．4f 光学系を構成するレンズには，Edmund Optics のアクロマティックレンズを用いた．それぞれの仕様は表 5.1 に示され，カメラには Oxford Instruments の ZYLA-5.5-USB3 を用いた．焦点距離が 50 mm，300 mm の 2 枚のレンズを用いて 4f 光学系を構成し，像を 6 倍に拡大してカメラに結像する．

4f 光学系では，1 段目のレンズで前側焦点面の複素振幅分布を後側焦点面に二次元フーリエ変換し，2 段目のレンズで再度二次元フーリエ変換が行われることで像の転送が行われる．このとき，フーリエ変換が繰り返されるため，最終的な像は反転する．このような像転送の機能により，4f 光学系は像転送系とも呼ばれる．レンズのフーリエ変換作用の説明は，4.2 節にて行った．4f 光学系のレンズ位置の調整のために，シャックハルトマン波面センサー（Thorlabs: WFS40-7AR）を用いた[5.5]．4f 光学系の入射側焦点面において平面波を入射したとき，出射側焦点面において平面波が観測される．そこで，4f 光学系にガウシアンビーム（平面波）を入射し，出射側焦点面において観測される光波が平面波となるように波面センサーによって波面の状態を確認しながら 1 段目レンズの位置を調整した．受光系の分解能は，カメラのピクセルサイズおよび 4f 光学系によって決まる．受光系に用いた sCMOS カ

メラのピクセルサイズは 6.5 μm で，4f 光学系によって 6 倍に拡大された像が見えるため，受光系全体の分解能はレンズの開口数を考慮しない場合，約 1.08 μm となる．この計算に，1 段目のレンズの開口数を考慮する．図 5.11 の受光系では，コヒーレント光を観測することを想定している．そのため，空間分解能は，アッベの分解能によって求まる．1 段目のレンズの開口数は 0.40 であるので，

$$r = \frac{\lambda}{NA} = \frac{697\ [\mathrm{nm}]}{0.40} \approx 1.74\ [\mu\mathrm{m}], \tag{5.6}$$

となる．設計上の受光系の分解能は，1.74 μm と決定される．次に，受光系の分解能について，スケールゲージを用いて実験的に性能を評価した．スケールゲージには，10 μm ずつ小目盛が刻まれており，これを 1 段目レンズの前側焦点位置に設置した．スケールゲージにはコヒーレント光としてガウシアンビームを照射した．図 5.12 に，撮影されたスケールゲージを示す．スケールゲージの大目盛りは，100 μm 間隔を表している．小目盛りについて，1 目盛りずつデータを切り出し，式(5.7)に示すガウス分布の累積分布関数（誤差関数）を用いて全ての小目盛りに対してフィッティングを行った．

$$f(x) = a + \int_0^x b * \exp\left(-\frac{(x-d)^2}{2c^2}\right) dx. \tag{5.7}$$

解析の例を図 5.13 に示す．フィッティング結果の半値半幅の平均値から空間分解能が評価され，1.40 μm となった．設計上の空間分解能が十分に達成されていることが分かる．

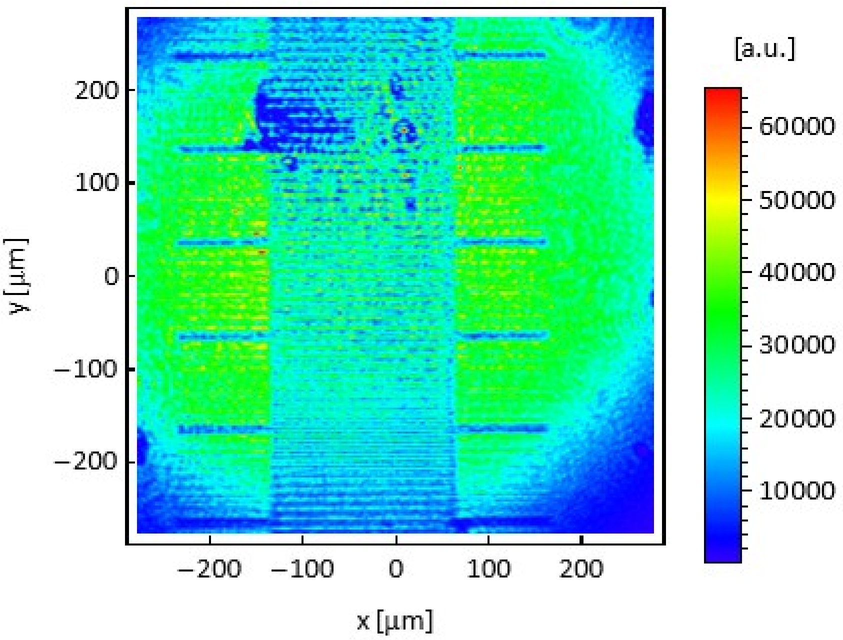

図 5.12: ガウシアンビームが照射されたスケールゲージの撮影結果．大目盛りは 100μm 間隔，小目盛りは 10μm 間隔である．

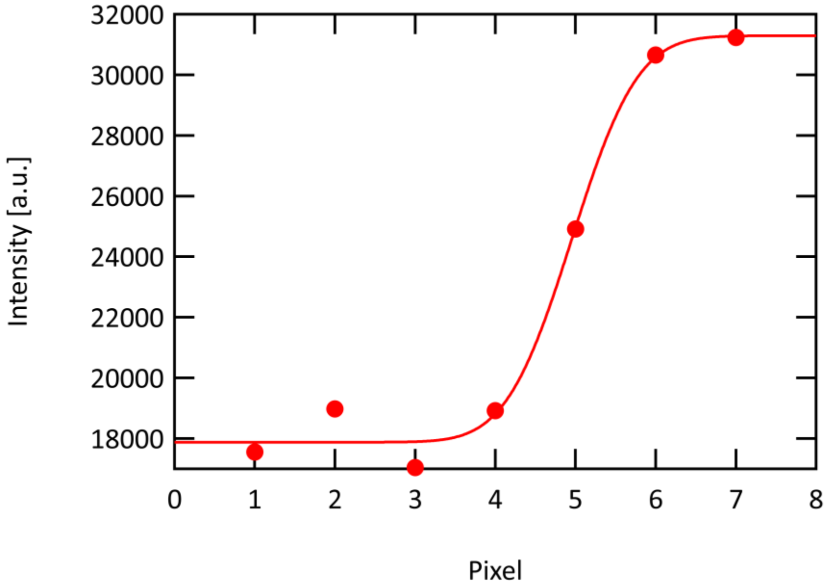

図 5.13:スケールゲージの小目盛りへの誤差関数によるフィッティング.

5.5 横方向流速測定による新規レーザードップラー分光法の実験的な検証

本節では，新規レーザードップラー分光法である OVLAS の実験的な原理検証として，実際に横方向流速測定を行った結果について報告する．用いた実験系は，図 5.2 に示されている．

ガス流量 500 ccm，$\ell = +10$にて，OVLAS を行った．LG ビームの撮影画像の例（1 フレーム目）を図 5.14 に示す．スペクトルは，撮影画像の全フレームにて各ピクセルにおける強度の変化から得られる．スペクトルの例も図 5.14 に示している．強度分布の上側の強度が大きいが，これは光学系の調整誤差に起因している．このような調整誤差がある場合でも，横方向流速測定が正確に行えるのかということは，OVLAS を実際のプラズマ診断に適用していく上で重要な検討事項である．よって，横方向流速測定では強度の偏りを許容して原理検証を行う．図 5.14 では，代表して 5 つのスペクトルをプロットしている．全てのスペクトルにおいて，プラズマによるビームの吸収が確認できる．また，共鳴吸収周波数は 1000~1500MHz の間にあることが分かる．図 5.15 に，暗点におけるスペクトルを示す．暗点では，ビーム強度が非常に小さく，プラズマによるビームの吸収は確認できない．この場合，図 5.15 のスペクトルの強度のほとんどはプラズマの発光によるものである．このように，OVLAS では暗点の領域のスペクトルには意味がなく，ドーナツ状の強度の高い領域のスペクトルが重要である．

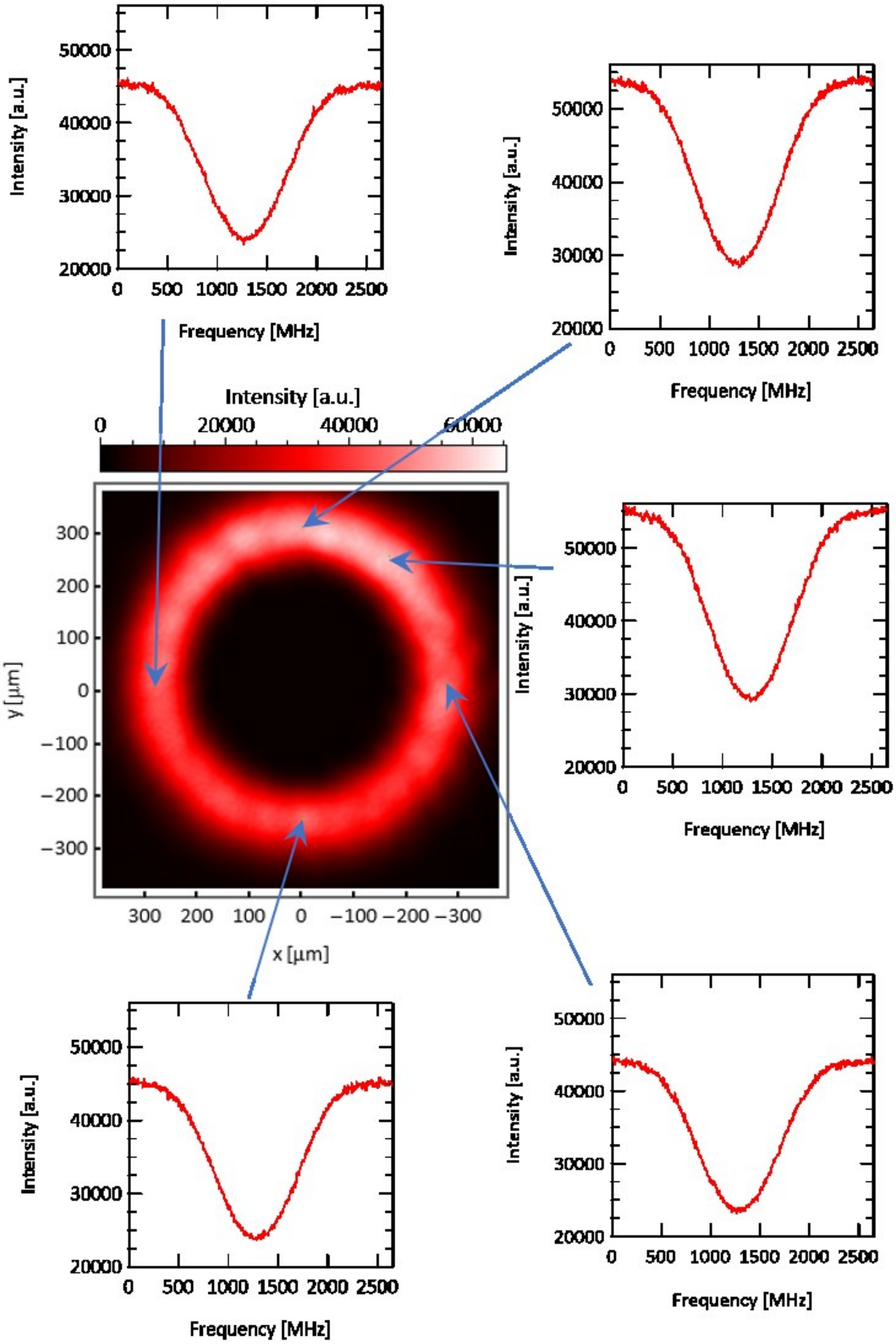

図 5.14: LG ビーム（$\ell = +10$）の撮影画像の例（1 フレーム目）とスペクトルの例．スペクトルの横軸は周波数の相対値校正を行った結果で，絶対値校正は行っていない．ガス流量は 500 ccm である．

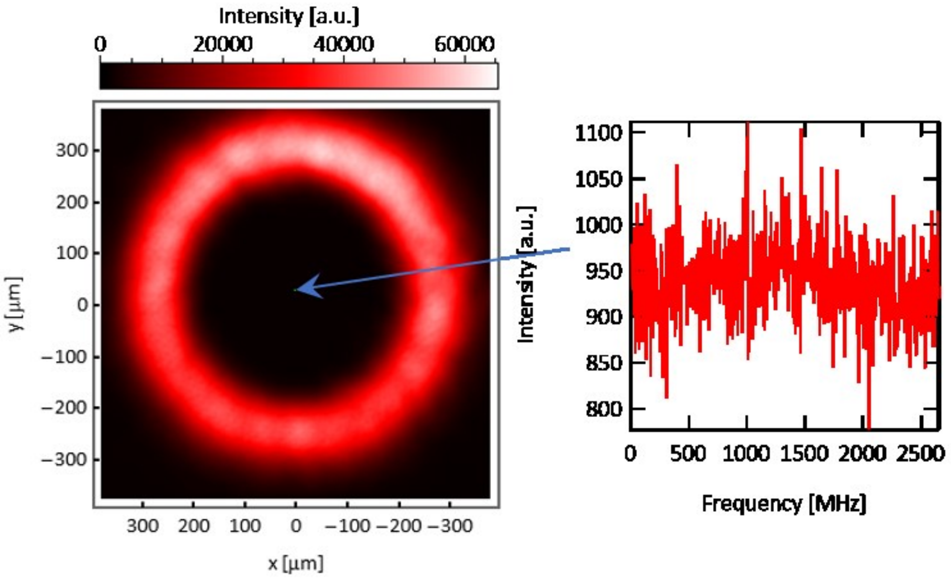

図 5.15: LG ビームの撮影画像の例（1 フレーム目）と暗点のスペクトル．スペクトルの横軸は周波数の相対値校正を行った結果で，絶対値校正は行っていない．

図 5.14 に示されるスペクトルは，強度の変化である．吸収率の計算では，スペクトルの裾部分の吸収されていない領域を基準とする．このとき，ECDL は波長掃引を行うとレーザーの強度が変わってしまうことに留意する．そのため，波長掃引の初期と最後では，レーザーの出力強度が異なる．ECDL は，レーザーダイオードの外部に設置された回折格子によって共振器が形成されることでシングルモード発振となる（光フィードバック）．そのため，波長掃引によって発振状態が変化するとそれに伴って出力の強度が変わる．また，ECDL の波長掃引は，回折格子の角度をピエゾ素子によって制御することで行われる．そのため，ECDL からの出力方向の角度は，波長掃引によってわずかに変化する．本研究で用いた実験系では，シングルモードファイバーにレーザーをカップリングしており，出力方向の変動によってカップリング効率が変化する．本研究で用いた実験系では，出力の強度が線形に変化することを確認している．そこで，スペクトルの裾部分のみに対して 1 次関数によるフィッティングを行い，フィッティング結果を吸収率 0%として吸収率スペクトルを計算した（図 5.16）．本実験では，このような吸収率の計算を全ピクセルに対して行う．第 2 章にて，光渦によって観測される吸収係数スペクトルを解析している．吸収率スペクトルのままでは，モデルと合わないため，吸収率スペクトルを元に吸収係数スペクトルを算出する．このとき，吸収長は放電管の内径を元に 15 mm とする．吸収係数の計算は，式(2.12)から次のように示せる．

$$\kappa(\nu) = -\frac{1}{L}\ln\left(1-\alpha(\nu)\right). \tag{5.8}$$

2.3 節と同様に，$\kappa(\nu)$は吸収係数，$\alpha(\nu)$は吸収率，Lは吸収長である．吸収係数スペクトルの計算例を図 5.17 に示す．吸収係数の最大値は，41.46 m^{-1} となっており，3.3 節で仮定した吸収係数の最大値である 34~61 m^{-1} の範囲である．この範囲では，吸収係数の変化が方位角ドップラーシフトに及ぼす影響を無視して良いという結論が出ている．図 5.17 は代表的に 1 ピクセルのみのスペクトルを示しているが，ドーナツ状の強度の領域では，吸収係数の最大値は，全て 34~61 m^{-1} の範囲である．よって，本実験においてドーナツ状の強度の領域における吸収係数スペクトルの最大値の違いは無視して良い．

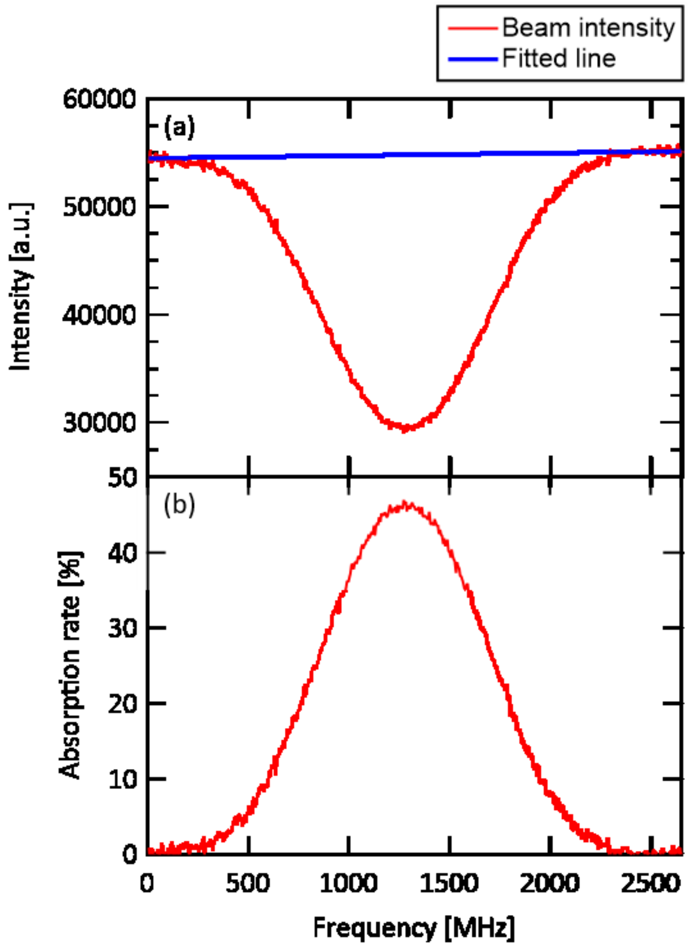

図 5.16: 強度スペクトルからの吸収率の計算例．(a)強度のスペクトルとスペクトルの裾に対する 1 次関数によるフィッティング．(b) 1 次関数によるフィッティング結果を基準に計算された吸収率スペクトル．

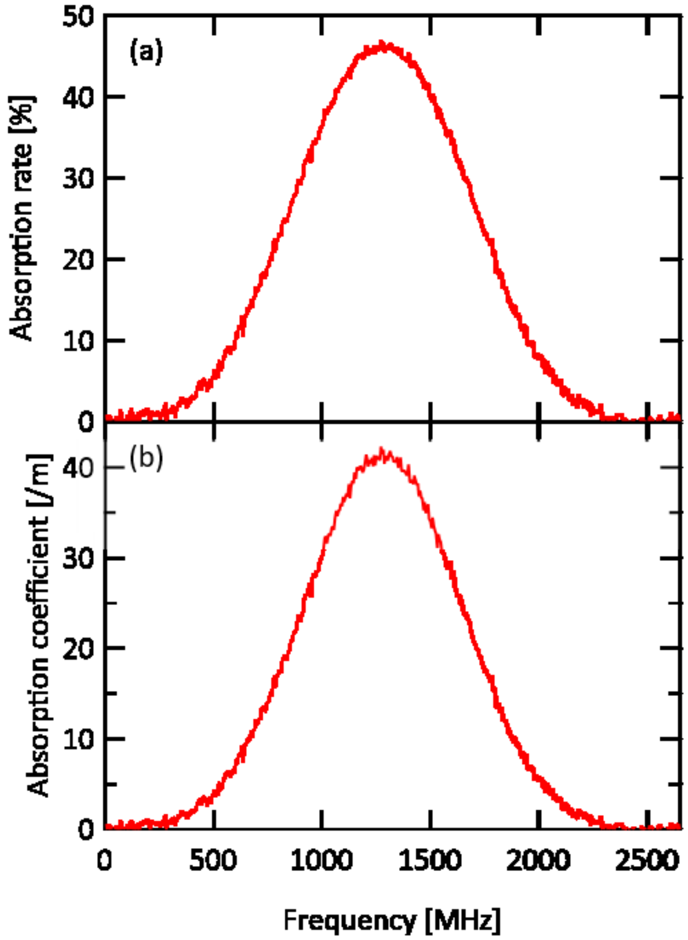

図 5.17: 吸収率スペクトルから吸収係数スペクトルへの計算例．(a)図 5.16(b)の吸収率スペクトル．(b)吸収長を 15 mm とし，(a)から計算された吸収係数スペクトル．

OVLAS では，方位角ドップラーシフト分布から横方向流速を評価する．そのため，吸収係数スペクトルを撮影画像の全ピクセルに対して計算し，それぞれの吸収係数スペクトルにガウスフィッティングを行うことでドップラーシフトを求める．吸収係数スペクトルの中心周波数は，同時測定している飽和吸収分光法（SAS）の Lamb dip の位置とする．図 5.18 に飽和吸収スペクトルによって周波数の絶対値校正が行われた吸収係数スペクトルとガウスフィッティングの例を示す．フィッティングは非常に良く適合していることが分かる．参考として，フィッティング結果より求めた RMSE は，0.46 m^{-1} である．最大吸収係数は 41.46 m^{-1} で，RMSE の割合は，1.12%程度しかない．よって，本研究で用いている実験系は，非常に高い SNR でスペクトルを観測できると言える．

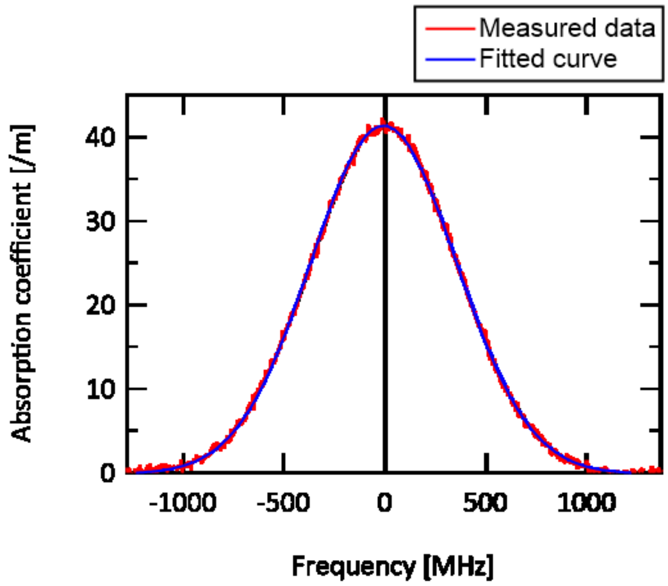

図 5.18: 周波数の絶対値校正が行われた吸収係数スペクトルと，それに対するガウスフィッティング．

OVLAS では，放電管に対して垂直方向から LG ビームを入射しているが，調整誤差によってわずかに偏移が生じている可能性がある．この場合，吸収係数スペクトルのドップラーシフトに軸方向成分が含まれてしまう．方位角ドップラーシフト分布を解析するためには，ドップラーシフトのそれぞれの成分を分離する必要がある．全てのピクセル上の吸収係数スペクトルからドップラーシフト分布を求めた結果を図 5.19 に示す．中心周波数は，SAS によって校正している．ドップラーシフト分布は，トポロジカルチャージの正負によらずに，全体として，マイナス側にオフセットしているように見える．これは，軸方向ドップラーシフトによるものと考えられる．また，中心の領域と周囲の領域では，プロットレンジ外の白色となっている．これはスペクトルが非常に汚いことやそもそも吸収が観測されていない領域になる．このように，ドーナツ状の強度の領域以外のドップラーシフトは横方向流速測定において意味がない．

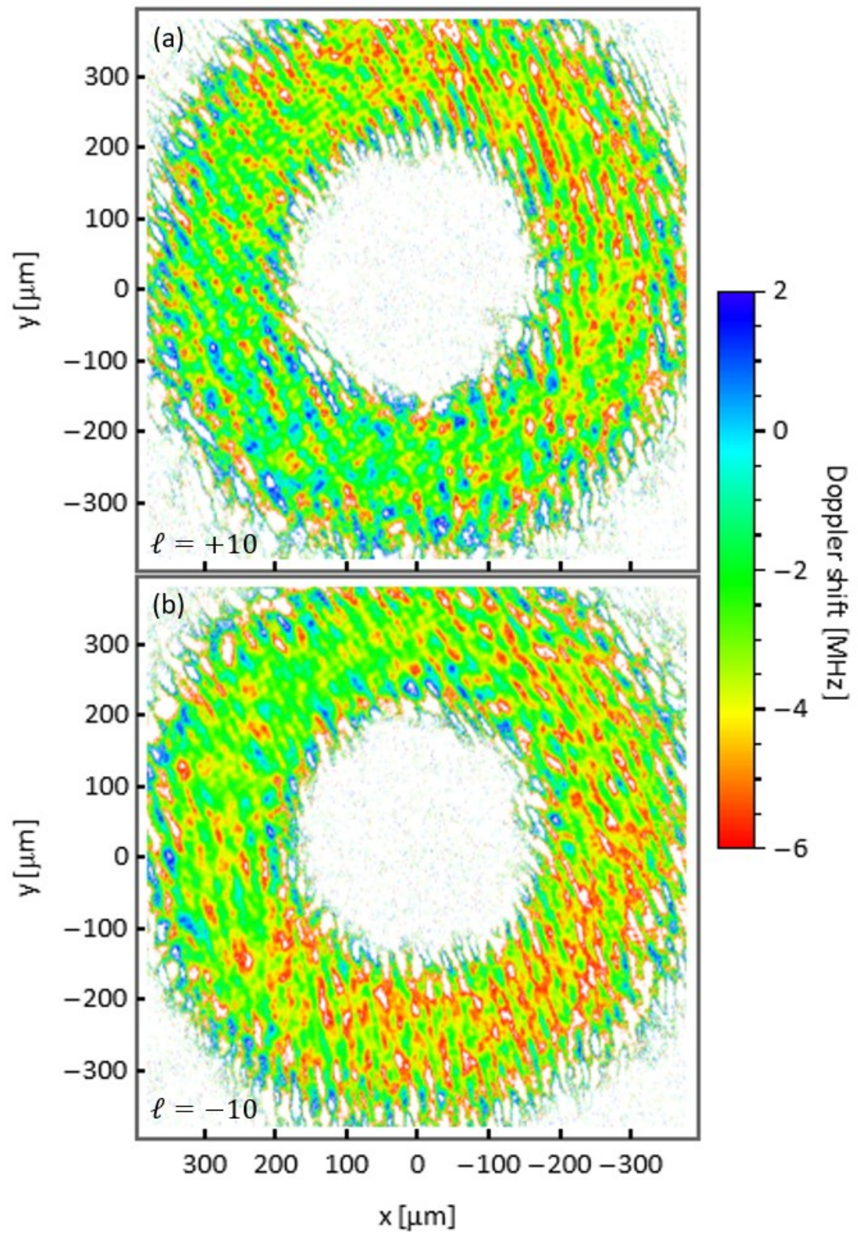

図 5.19: ガス流量 500 ccm にて観測されたドップラーシフト分布．(a)$\ell = +10$，(b)$\ell = -10$．プロットレンジ外は白色で示されている．

図 5.19 に示されたドップラーシフトには軸方向成分が含まれていると考えられる．そのため，方位角方向成分のみを解析するために，軸方向成分を除去しなければならない．軸方向ドップラーシフトは，空間的な位置に依存しないため，ドップラーシフト分布全体を平均することによって計算することができる．図 5.20 にガス流速ごとに軸方向ドップラーシフトを計算した結果を示す．このとき，各ピクセルのドップラーシフトのパラメータ推定誤差を重みとしている（加重平均）．軸方向ドップラーシフトの絶対値はガス流速に依

存して線形に増加している．ガス流速を基準として，軸方向ドップラーシフトから求まるプローブビームの垂直方向からの偏移は，0.027 rad（1.55 deg）である．

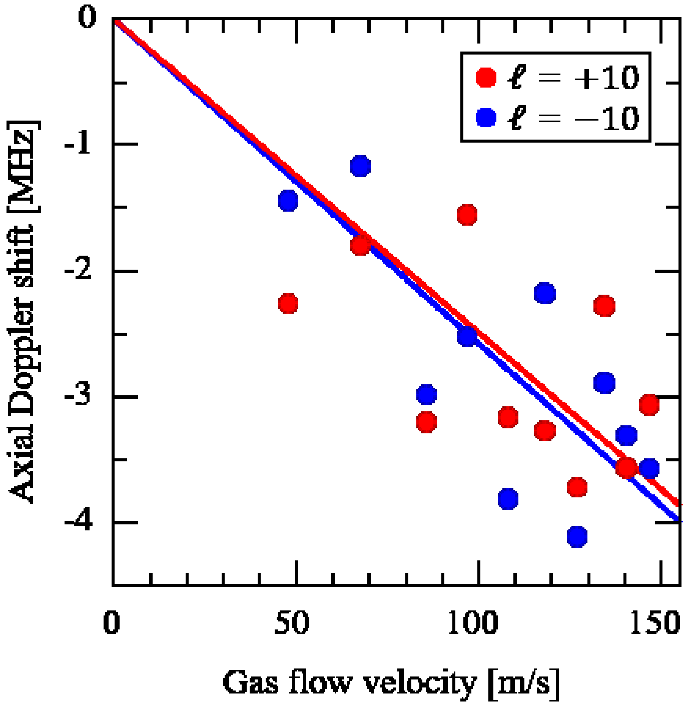

図 5.20: 軸方向ドップラーシフトのガス流速依存性．横軸のガス流速は，5.3 節にて校正されている（図 5.10）．

ドップラーシフトの軸方向成分を差し引いて，方位角ドップラーシフト分布を解析する．ガス流量 500ccm における方位角ドップラーシフト分布を図 5.21 に示す．赤方偏移，青方偏移を強調するために，プロットレンジ外を赤と青で示している．方位角ドップラーシフト分布は，$\ell = +10$のとき上半分が赤方偏移，下半分が青方偏移している．$\ell = -10$のときは，符号が反転しており，トポロジカルチャージの符号に依存した方位角ドップラーシフトを観測することができたと言える．また，方位角ドップラーシフト分布は全体として回転している．回転方向は符号に依存しており，数値解析による回折伝播を考慮した方位角ドップラーシフト分布と定性的に一致している．式(2.45)に示されているように，方位角ドップラーシフトは，ビームの中心を原点とした円筒座標系においてϕ方向に正弦的に変動する．そこで，ドーナツ状のビーム強度の高い領域にて，方位角ドップラーシフト分布をϕ方向に角度ごとに取り出して評価する．このとき，各角度の方位角ドップラーシフトには，r/r_pを乗算して，最もビーム強度の高い半径r_pでの値に変換し，平均する．このとき，各ピクセルのドップラーシフトのパラメータ推定誤差を重みとした．ガス流量 500

ccm にて観測された方位角ドップラーシフトのϕ方向依存性を図 5.21 に示す．方位角ドップラーシフトのϕ方向依存性は，$\ell = +10$，$\ell = -10$のいずれの場合でも，正弦的な変動を示している．横方向流速は，式(2.45)によるフィッティングによって正弦的な変動の振幅を求めることで評価され，図 5.22 の場合，145 ± 6 m/s であった．ガス流量 500 ccm におけるガス流速は，147 m/s であるので，誤差範囲内でガス流速と一致している．

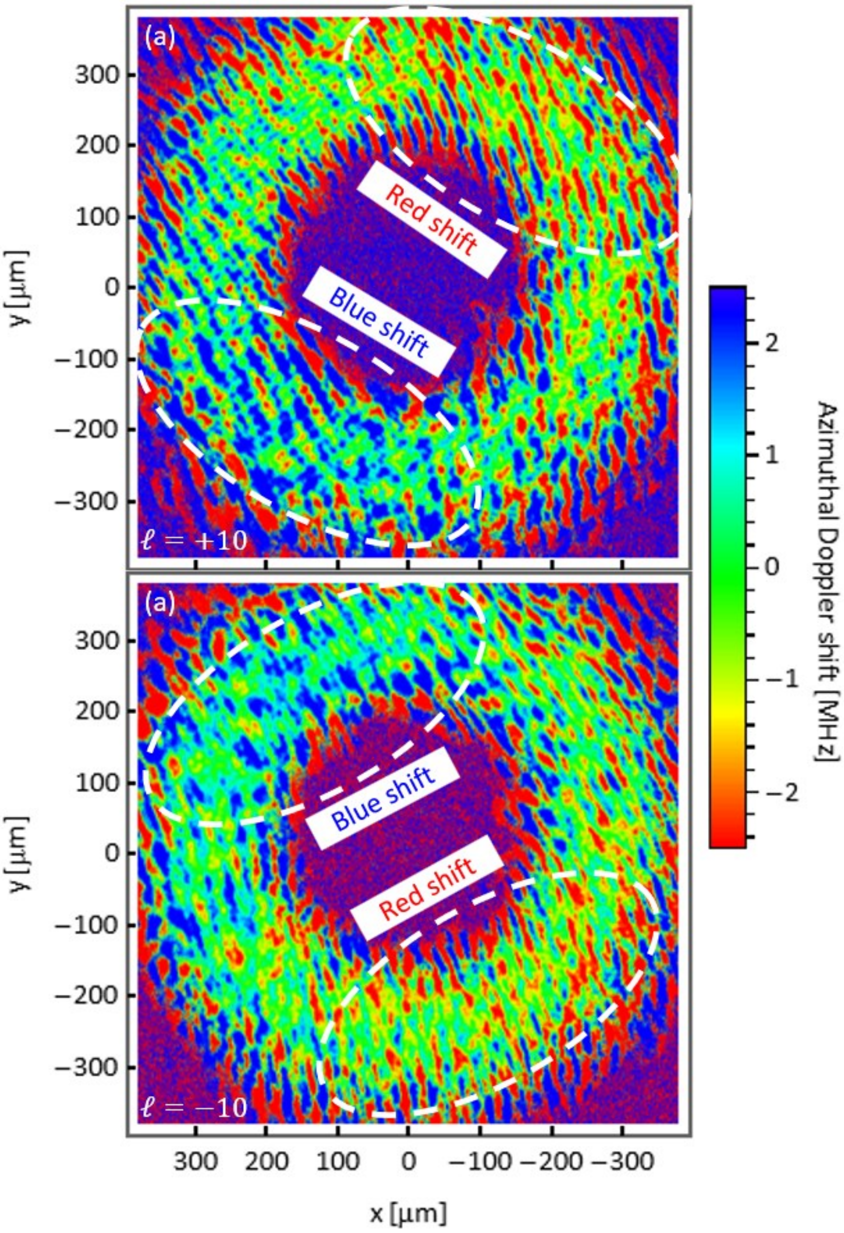

図 5.21: OVLAS によって観測された方位角ドップラーシフト分布．(a)$\ell = +10$，(b)$\ell = -10$．ガス流量は，500 ccm である．赤方偏移，青方偏移を強調するために，プロットレンジ外を赤と青で示している．

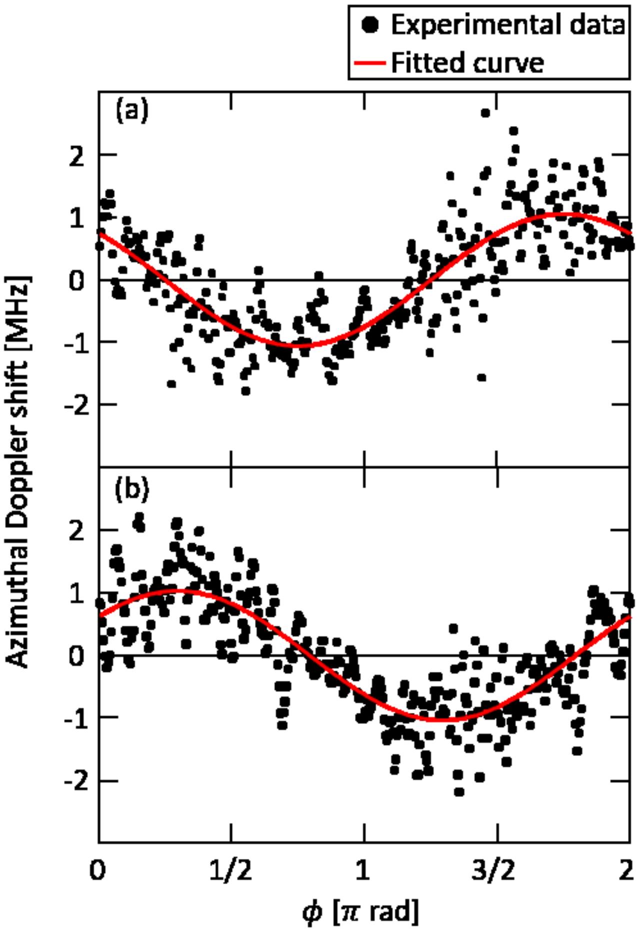

図 5.22: ガス流量 500 ccm，$\ell = +10$にて観測された方位角ドップラーシフトのϕ方向依存性．(a)$\ell = +10$，(b)$\ell = -10$.

OVLAS の有効性を評価するために，ガス流速 48 m/s から 147 m/s の範囲で OVLAS を行った結果を図 5.23 に示す[5.9]．横軸は 5.3 節で示した TDLAS と SAS によって校正を行ったガス流速で，縦軸は OVLAS によって測定された横方向流速である．ガス流速に対する各測定点の測定誤差は 15 %以下で，最低のガス流速を除いた平均絶対パーセント誤差（Mean absolute percentage error: MAPE）は 8%以下である．この結果は OVLAS が横方向流速を高精度に測定できる手法であることを示しており，原子系における方位角ドップラーシフトを利用した横方向流れ測定の最初の原理実証である．横方向流速は，ドップラーシフトのϕ方向依存性における正弦的な変動の振幅から評価することができる．そのため，OVLAS による横方向流速測定は，レーザー周波数の厳密な絶対値校正が不要である．換言すれば，OVLAS は，TDLAS と異なり，自己校正が可能な測定手法であるという利点がある．また，OVLAS では，ドップラーシフトの軸方向成分と方位角方向成分の弁別が可

能であるため，測定方向上の感度が一次元しかない TDLAS と違い，OVLAS は，速度分布関数の多次元測定が可能なドップラー分光法である．

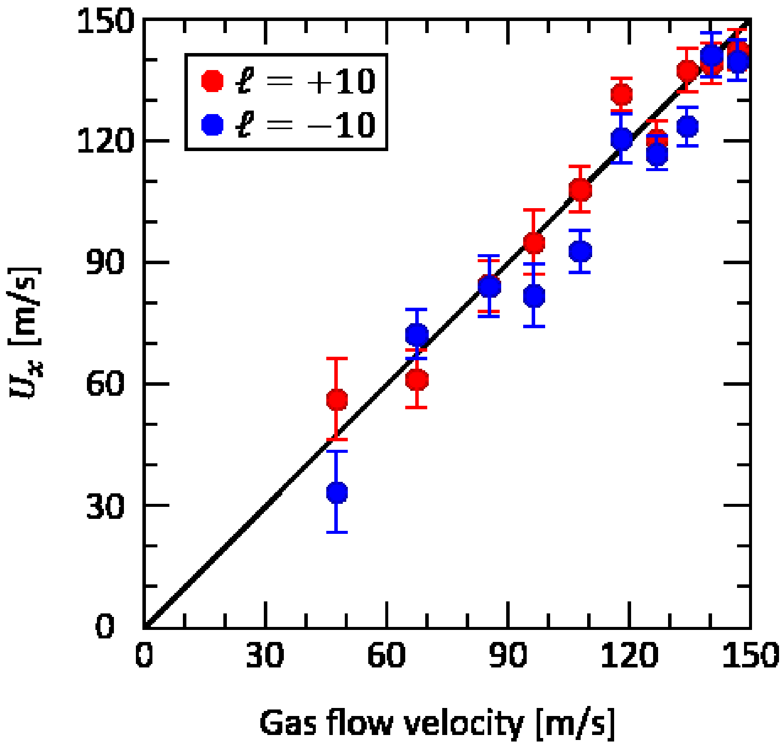

図 5.23: OVLAS によって測定された横方向流速とガス流速の関係. 測定点が黒線上にある場合，正確な測定結果となる．OVLAS による横方向流速の測定結果は，67 m/s 以上のガス流速にて，平均絶対パーセント誤差が 8%以内である．原子系における方位角ドップラーシフトを利用した横方向流れ測定の最初の原理実証である．

参考文献

[5.1]E. Hecht, *Optics, Third Edition,* pp. 585-586. Addison-Wesley, Reading, Massachusetts (1998).

[5.2]平井紀光, *実用レーザ技術,* pp. 145-147. 共立出版, 1987.

[5.3]平井紀光, *実用レーザ技術,* pp. 203. 共立出版, 1987.

[5.4]福光於莵三, *光エレクトロニクス入門,* pp. 143-145. 昭晃堂 (1987)..

[5.5]B. C. Platt and R. Shack, History and Principles of Shack-Hartmann Wavefront Sensing. J Refract Surg **17**, (2001).

[5.6]菅井秀郎, 大江一行, *インターユニバーシティ プラズマエレクトロニクス*, オーム社, 2000, pp.116-118.

[5.7]中村 圭二, 菅井 秀郎, 3.誘導結合プラズマ : プロセス用の新しい高密度プラズマの生成と診断 III, Journal of Plasma and Fusion Research. **74**, 155-159 (1998).

[5.8]W. Demtröder, *Laser Spectroscopy 2: Experimental Techniques,* (Springer Berlin Heidelberg, 2015).

[5.9]H. Minagawa, S. Yoshimura, K. Terasaka, and M. Aramaki, Enhancement of Doppler Spectroscopy to Transverse Direction by Using Optical Vortex, Sci Rep **13**, 15400 (2023).

第 6 章　光渦レーザー吸収分光法における測定の粗視化

第 5 章にて，OVLAS による横方向流速を測定し，原子系における方位角ドップラーシフトを利用した横方向流れ測定の初めての原理実証を達成した．OVLAS を多様なプラズマ実験に適用していくために，時間分解能の改善と解析に要する計算リソースの低減を図る．これは, 4 分割フォトダイオードを用いて測定を粗視化することで達成する. 本章では, OVLAS の粗視化の現状と課題について論じる．6.1 節では，数値解析による粗視化の有効性の検証を行う．6.2 節では，測定の粗視化のために作成した 4 分割フォトダイオードを利用したディテクターの詳細とそれを用いた実験系について述べる．6.3 節では，6.2 節で述べた実験系を用いて横方向流速測定を行い，粗視化の有効性を実験的に検証した．

6.1 数値解析による粗視化の検証

OVLAS では，ビームプロファイル上の位置ごとの吸収係数スペクトルから方位角ドップラーシフトの二次元分布を観測している．そのため，sCMOS カメラを用いて，ビームプロファイルを高解像度に撮影することによって原理実証を行った．よって，このアプローチでは，時間分解能がカメラから PC へのデータ転送時間や露光時間によって決まる．さらに，解析するデータは周波数ごとに撮影された 2 次元画像であり，1 条件の実験 1 回あたりに取得されるデータは約 12GB である．また，ピクセルごとの吸収係数スペクトルを解析するため，周波数軸方向に撮影データを全て一度に処理しなくてはならず，要求されるメモリも大きくなる．このように，現状の OVLAS では解析に際してマシンパワーが求められるので，ラップトップ等では解析が難しい．そこで，時間分解能の向上，計算リソースの削減を目的として，受光デバイスであるカメラを 4 分割フォトダイオード（Quadrant photodiode: QPD）[6.1]に置き換え，測定の粗視化を行った．

図 6.1 に QPD の模式図を示す．QPD は，4 つの独立した受光素子によって構成されるフォトダイオードで，レーザー位置のセンシング[6.2][6.3][6.4]，ミサイルや弾道ロケットの誘導[6.5]，角度の精密な検出[6.6][6.7]，オートフォーカス[6.8]，光トラップされた粒子の横位置の計測[6.9]等に用いられている．QPD の受光面は，4 象限に分かれているので，吸収係数スペクトルを象限ごとに観測することができる．観測される方位角ドップラーシフトもまた象限ごとになるので，方位角ドップラーシフトのϕ方向依存性を確認するためには，QPD をϕ方向に回転させる必要がある．そこで，ステッピングモーターを備えた回転ホルダーに QPD を設置し，4 分割フォトディテクターを製作した．本節では，4 分割フォトディテクターによる測定を模擬した数値解析を行うことで，粗視化の数値的な実証を行う．

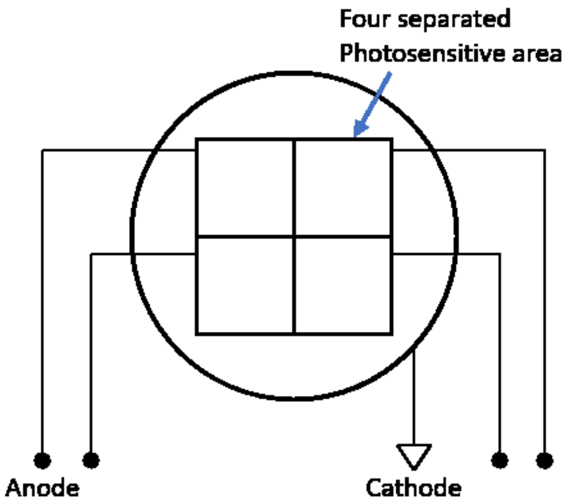

図 6.1: 4 分割フォトダイオードの模式図．4 つの受光素子はそれぞれ独立している．

測定の粗視化について数値的な検証を行うために，カメラを用いた OVLAS の撮影画像を象限ごとに分けて数値的に解析した．図 6.2 に，QPD と LG ビームの空間的な関係を示す．緑線の正方形は QPD を模擬しており，ビームプロファイル上の QPD の配置を示している．OVLAS では，カメラを用いて周波数ごとの LG ビームのビームプロファイルを撮影している．そこで，図 6.2 の緑線の正方形で模擬した QPD のように，撮影データを象限ごとに区切ってピクセルの値を平均し，象限ごとのスペクトルを解析する．方位角ドップラーシフトのϕ方向依存性の評価は，正方形で示される範囲を回転させることで行った．このとき，全チャンネルのドップラーシフトの平均値を中心周波数とすることで，軸方向ドップラーシフトを差し引いて評価する．

図 6.3 に，カメラを用いて観測した方位角ドップラーシフトのϕ方向依存性と数値的な粗視化によって評価された結果を示す．方位角ドップラーシフトは正弦的な変動を示していることが分かる．横方向流速は，カメラを用いた測定と同様に，方位角ドップラーシフトの正弦的な変動の振幅によって評価することができる．振幅の誤差は，カメラを用いて観測された結果を基準として，7%以内である．この結果は，OVLAS に対する粗視化というアプローチが有効であることを示している．

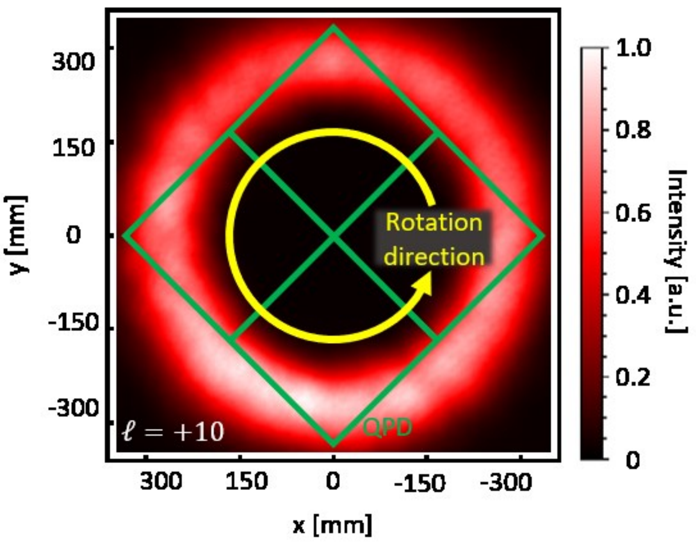

図 6.2: QPD と LG ビームの空間的な位置関係の概略図．QPD は緑線の四角で示されている．

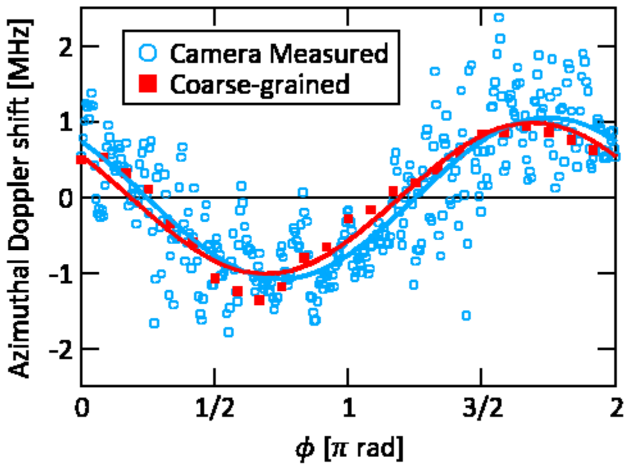

図 6.3: 方位角ドップラーシフトのϕ方向依存性の比較．水色が従来のカメラを用いた結果で赤色が数値的な粗視化による結果を示している．

6.2 4分割フォトダイオードを用いたディテクターの製作

OVLAS の粗視化についての実験的な検証をするために，QPD を用いたフォトディテクターを製作した．図 6.4(a)に製作された 4 分割フォトディテクター，図 6.4(b)に回路図を示す．QPD は，ステッピングモーターを備えた回転ホルダーにマウントされ，回転角度は PC によって制御される．レンズチューブには，4 チャンネル分の電流電圧変換回路（IV 変換回路）が内蔵されている．図 6.4(b)に示した回路図は一般的な IV 変換回路であるが，全チャンネルの回路特性を揃えるために， 1 パッケージ 4 回路入りのオペアンプ，帰還抵抗に集合抵抗を用いている．オペアンプには，直流電源としてアルカリ乾電池を用いている．電池を用いることで，回転する本体から伸びるケーブル本数を削減し，商用電源からの電源ノイズを抑制することができる．QPD には浜松ホトニクスの S4349，オペアンプには JRC の NJU7034D，ステッピングモーターには Thorlabs の K10CR1/M を用いた．

粗視化の実験的な検証は，図 5.17 の実験系のうちカメラを QPD に置き換えることで行う．QPD の各素子で一様な強度が受光されるように，高品質な LG ビームを SLM から生成し，照射する（第 5 章を参照）．QPD のアライメントは，SLM からのガウシアンビームを照射し，全チャンネルの出力が一定となるように調整した．

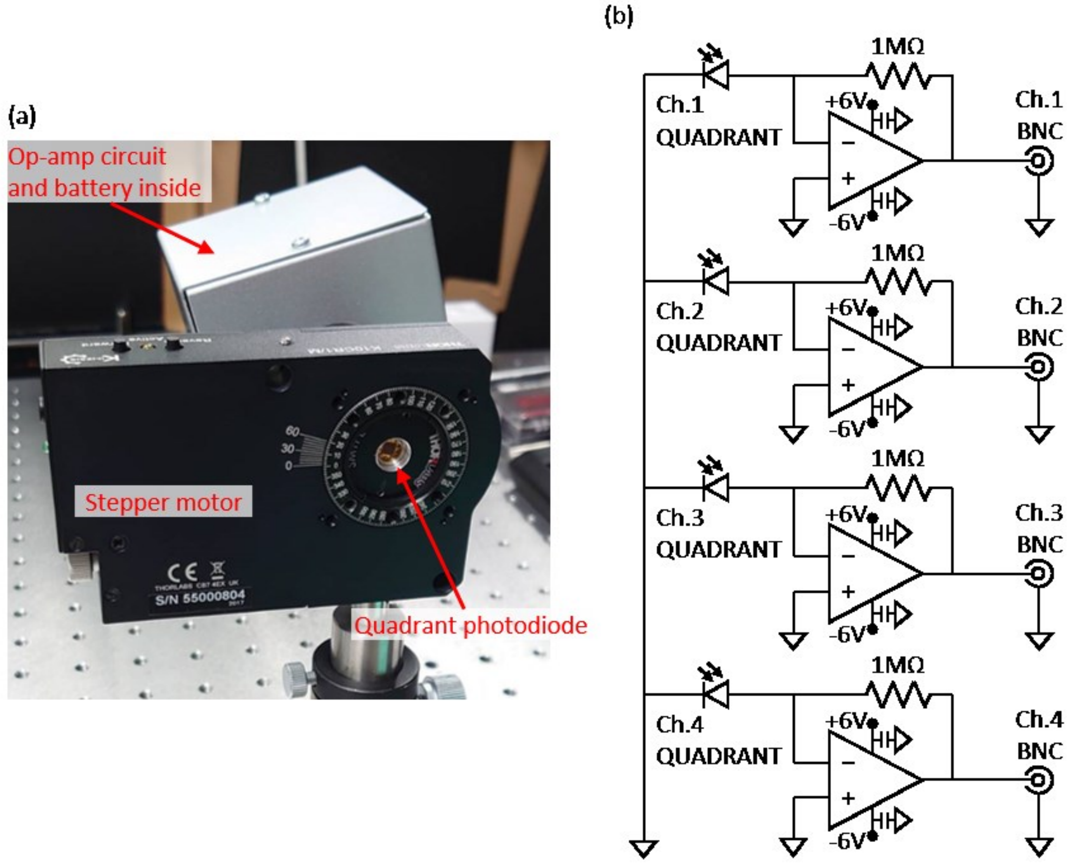

図 6.4: (a)QPD を用いて製作された 4 分割フォトディテクター．(b)4ch の IV 変換回路.

6.3 粗視化した OVLAS による横方向流速測定

粗視化の実験的な検証は，QPD を$\pi/24$ rad ずつ回転させ，チャンネルごとに吸収スペクトルを観測することで行う．方位角ドップラーシフトはチャンネルごとの吸収スペクトルから解析される．図 6.5 に，トポロジカルチャージ$\ell = +10$，ガス流速$U_x = 147$ m/s において観測された方位角ドップラーシフトを示す．式(2.9)に示したように，ドップラーシフトは軸方向成分と方位角成分を含んでいる．図 6.5 の中心周波数は，回転角度ごとの全チャンネルのドップラーシフトの平均値を用いた．各素子のデータ点に対しては式(2.45)によってフィッティングを行った．このとき，軸方向ドップラーシフトを中心周波数としているため，第 1 項は含めない．また，各チャンネルは$\pi / 2$ rad ごとに配置されているため，フィッティングの際に，式(2.45)の第 2 項には相対的な位相差を含めている．このとき，データ点ごとのドップラーシフトのパラメータ推定誤差を重みに用いている．全てのチャンネルにおいて，方位角ドップラーシフトは正弦的な変動をしていることが分かる．横方向流速は，カメラを用いた従来の OVLAS と同様に方位角ドップラーシフトの正弦的な変動の振幅から解析する．

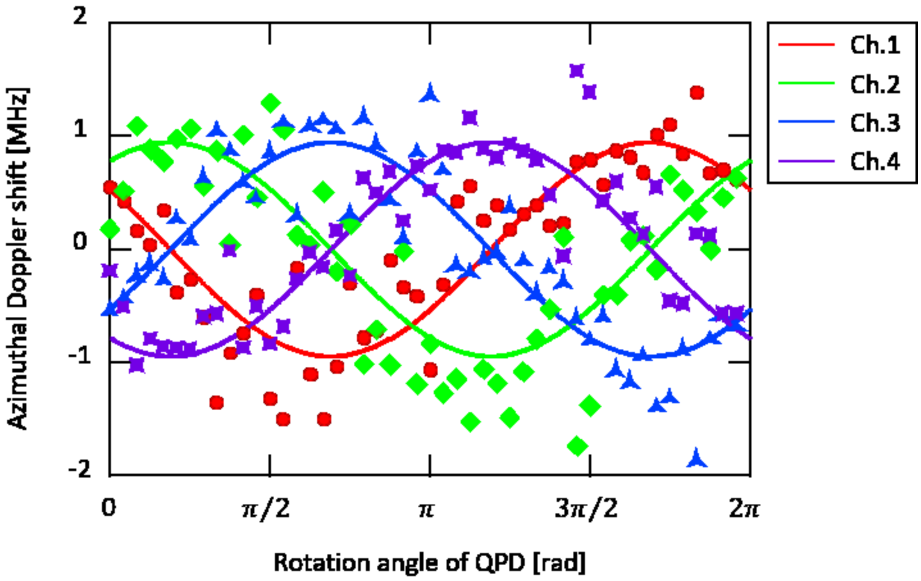

図 6.5: QPD の素子ごとに観測された方位角ドップラーシフトの正弦的な変動.

図 6.6 は，ガス流速 46 m/s から 147 m/s の範囲で粗視化された OVLAS による横方向流速測定を行った結果である．横軸は，第 5 章で述べられている校正されたガス流速である．縦軸は，粗視化された OVLAS による横方向流速U_xを示している．全体として，$\ell = +10$では過大評価，$\ell = -10$では過小評価となっており，トポロジカルチャージによって正反対の符号を持つ系統誤差が存在することを示している．これはビームの位相歪みに起因すると考えられる．図 6.5 に示されるように，現在の測定のランダム誤差は小さくない．系統誤差の原因について詳細に調査するためには、このランダム誤差を低減する必要がある．各測定点における横方向流速の誤差は，期待値の 46 %以内であった． MAPE は 18 %以下である．今後，測定精度の改善によって正確な横方向流速測定を行えるようにする．また，測定データ量は 100MB 程度であり，カメラを用いた OVLAS に比べて 1/120 に削減することができた．

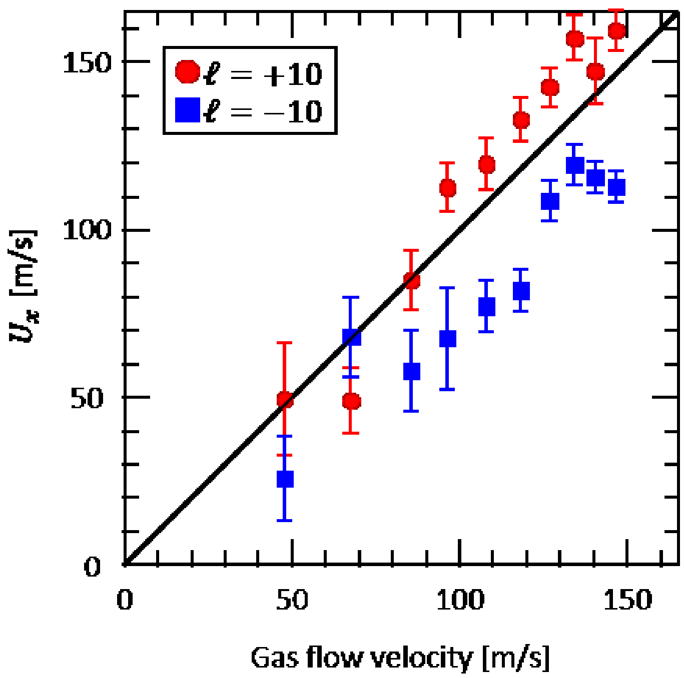

図 6.6: 粗視化された OVLAS による横方向流速測定結果．測定点が黒線上にある場合，正確な測定結果となる．

横方向流速はドップラーシフトの正弦的変動の振幅から評価できる．したがって，振幅が評価できる特定の回転角度のみで測定を行うことで，より高速に横方向流速を評価できると考えられる．図 6.7 に，ガス流速 48 m/s から 147 m/s の範囲で QPD の回転角度を固定して測定した横方向流速を示す．回転角度は，図 6.5 の Ch.1 のデータより-0.5 rad（-29.2 deg）とした．横方向流速は，対向する Ch.1 と Ch.3 の方位角ドップラーシフトの絶対値の平均から評価された．ガス流速は，ガス流量によって制御されるので，ガス流速が小さいときプラズマの準安定原子の密度が低くなり，吸収係数スペクトルの SNR が低下する．よって，ドップラーシフトのパラメータ推定誤差が大きくなるために，ガス流速が小さいときのエラーバー（標準誤差）が大きくなると考えられる．測定された横方向流速は，ガス流速に依存して増加を示す．横方向流速の各測定点における誤差は，期待値の 86%以内である．MAPE は，ガス流速が最も低い場合を除き，36%未満であった．QPD の回転角度を固定したセットアップでは，TDLAS に匹敵する時間分解能を単一の QPD で達成できる．しかし，現状では測定誤差が大きいため，実用性が低い．今後，さらに測定精度を向上させる必要がある．

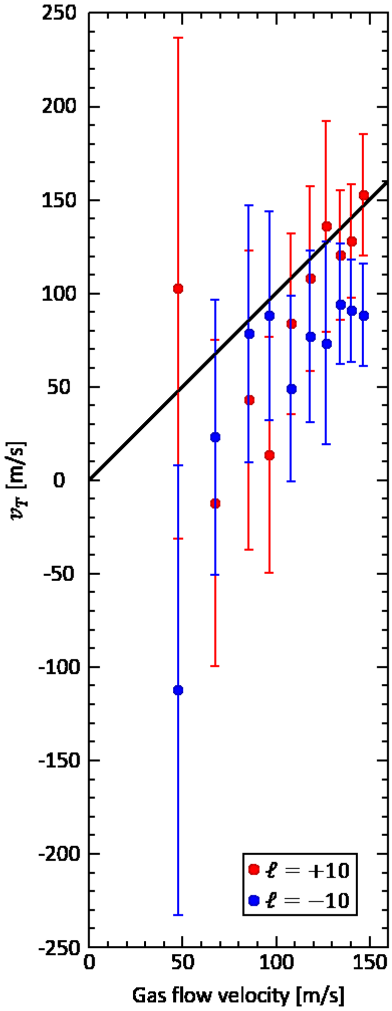

図 6.7: QPD の回転角度を固定して測定された横方向流速．測定点が黒線上にある場合，正確な測定結果となる．

参考文献

[6.1] L. M. Manojlović, Quadrant photodetector sensitivity, Appl. Opt. **50**, 3461 (2011).

[6.2] M. Toyoda, Measurement of the characteristics of a quadrant avalanche photodiode and its application to a laser tracking system, Opt. Eng **41**, 145 (2002).

[6.3] C.-J. Chen, W. Jywe, and C.-M. Pan, Development of a quadrant photodiode plate for machine tool positioning performance testing, Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part B: Journal of Engineering Manufacture **224**, 1369–1375 (2010).

[6.4] I. N'Doye, S. Asiri, A. Aloufi, A. Asem Al-Awan, and T.-M. Laleg-Kirati, Intelligent Proportional–Integral–Derivative Control-Based Modulating Functions for Laser Beam Pointing and Stabilization, IEEE Trans. Contr. Syst. Technol. **28**, 1001 (2020).

[6.5] R. Celis, & L. Cadarso, GNSS/IMU laser quadrant detector hybridization techniques for artillery rocket guidance. Nonlinear Dyn **91**, 2683–2698 (2018).

[6.6] W. Gao, P. S. Huang, T. Yamada, and S. Kiyono, A compact and sensitive two-dimensional angle probe for flatness measurement of large silicon wafers. Precision Engineering **26**, 396–404 (2002).

[6.7] W. Gao, Y. Saito, H. Muto, Y. Arai, and Y. Shimizu, A three-axis autocollimator for detection of angular error motions of a precision stage. CIRP Annals **60**, 515–518 (2011).

[6.8] K.-C. Fan, C.-L. Chu, and J.-I. Mou, Development of a low-cost autofocusing probe for profile measurement. Meas. Sci. Technol. **12**, 2137–2146 (2001).

[6.9] F. Gittes and C. F. Schmidt, Interference model for back-focal-plane displacement detection in optical tweezers. Opt. Lett. **23**, 7 (1998).

第 7 章　まとめ

7.1 本研究のまとめ

ドップラー分光法は，波長可変レーザーを用いてプラズマ中の粒子の速度分布関数を観測できる非接触・非破壊的なプラズマ診断法である．ただし，ビームに対して並行方向に運動する測定対象粒子が感じる縦ドップラー効果を利用しているため，ビームを垂直に横切る方向の速度成分に対して感度がない．このような測定方向に関する感度の制限は，ドップラー分光法の励起レーザーを平面波から螺旋状の等位相面と持つ光渦に置き換えることで克服できると考えられる．本研究では，ドップラー分光法のうち TDLAS について，プローブビームを光渦ビーム（LG ビーム）に置き換えた光渦レーザー吸収分光法（Optical vortex laser absorption spectroscopy: OVLAS）を開発した．LG ビームがビームを横切る方向に流れるプラズマ中を伝播するとき，ビームプロファイル上には方位角ドップラーシフトによる非等方な吸収率分布が生じる．このような非等方な吸収はビームプロファイルに基本モードと異なる構造を生成する．プローブビームは，プラズマ中を非等方に吸収されながら，回折伝播していくため，受光面での観測の際，吸収率分布が変化していると予想される．本論文では，このようなプラズマ中での回折伝播について，数値解析を行った．また，この数値解析の結果に基づいて実験系を構築し，横方向流速測定を行うことで，OVLAS の原理検証を達成した．続いて，OVLAS の時間分解能の向上，解析に要する計算リソースの削減を目的として，測定の粗視化を行った．

光渦中の粒子には，通常の平面波中の粒子が経験するドップラーシフトと異なり，追加の方位角方向のドップラーシフトが加わる．光渦ビームを横切る一様な流れのあるプラズマ中の共鳴吸収条件を満たす速度空間中の粒子から，光渦を用いた場合に観測されるドップラースペクトルが求まる．本論文では，TDLAS のプローブビームを光渦ビームに置き換えた場合に観測される吸収係数スペクトルについても理論的に検討を行った．光渦ビームがビームを横切る方向に流れるプラズマ中を伝播するときに生じる吸収率分布の変化について，角スペクトル法と呼ばれる回折伝播計算手法を用いた数値解析を行った．数値解析の結果，吸収係数分布の形状は，ビームがプラズマ端まで到達した際に回転していた．回転方向は，トポロジカルチャージの正負に依存しており，Gouy 位相シフトによるものであると考えられる．このような吸収係数分布の回転は，解析の結果得られる方位角ドップラーシフト分布も回転させる．さらに，方位角ドップラーシフト分布の絶対値も局所的に変化することが示された．方位角ドップラーシフトは，ビームの中心を原点とした円筒座標系にて方位角方向に正弦的に変化する．そこで，数値解析による方位角ドップラーシフトを周方向に取り出して正弦的な変動を評価した．このような正弦的な変動の振幅から横方向流速は評価される．方位角ドップラーシフトへの伝播の影響は，LG ビームのドーナツ状の強度分布のピークであれば，無視できるほど小さい．また，横方向流速を 50~150 m/s の範囲で変化させ

て，実際の横方向流速測定を想定した数値解析を行った．それぞれの計算結果から横方向流速を解析したところ, 50~150 m/s の範囲で 10%未満の誤差で測定が行えることが示された．

吸収によって生じる構造は，基本モードと異なる高次モードによって構成される．そのため，ビーム品質が低い状態，すなわち高次モードが多く混在していることは望ましくない．そこで，高品質な LG ビーム生成システムを開発した．LG ビームの生成には，空間光変調器（Spatial light modulator: SLM）によるホログラフィー法を用いた．SLM には，コンピューター合成ホログラム（Computer-generated hologram: CGH）としてブレーズド回折格子を描画することで，1 次回折光として高効率に LG ビームを生成した．一般的なホログラフィー法による LG ビーム生成では，入射光としてのガウシアンビームに位相変調のみを与える位相変調ホログラムが用いられるが，本システムでは，ブレーズド回折格子の回折効率を局所的に制御することで振幅変調も行った．このような複素振幅変調ホログラムによって，高品質な LG ビームが生成された．

数値解析の結果より, OVLAS で観測される吸収スペクトルのドップラーシフトは約 1MHz 程度しかないことが示された．そのため，プローブビームの周波数の精密な校正が必要となった．レーザー光源には外部共振器型半導体レーザー（External cavity diode laser: ECDL）を用いて， ファブリペロー干渉計（Fabry–Pérot interferometer: FPI）と音響光学素子（Acousto-optics modulator: AOM）によって周波数の相対値校正システムを構築した．FPI の共振器長を固定した状態で，ECDL の周波数掃引を行うことで，FPI からは ECDL の掃引周波数の変化に依存した等間隔なピーク信号が検出される．このピーク信号間の差は共振器長の設計から 300MHz で，FPI のみによって周波数の相対値校正は可能である．本研究では，さらなる高精度な周波数の相対値校正を行うために，AOM を FPI の前段に設置した．AOM は，超音波によって入射光の周波数に変調を加えた上で回折させる．AOM からの 0 次回折光と 1 次回折光の間には 80MHz の周波数差がある．そのため，FPI から観測されるスペクトルには，80MHz シフトした一次回折光による追加のピーク信号が検出される．この追加のピーク信号を用いることで，レーザー周波数の精密な相対値校正システムが開発された．

数値解析の結果に基づいて，テストプラズマ系を製作した．測定対象として，Ar の準安定状態での吸収($({}^2\mathrm{P}^0_{2/3})4\mathrm{s} \rightarrow ({}^2\mathrm{P}^0_{1/2})4\mathrm{p}$)を利用し，吸収長 15 mm のプラズマを発生させた．テストプラズマは，放電管にループコイルを巻いた ICP によって生成される．放電管には，ブリュースター窓が設置されており，LG ビームを p 偏光で入射することで，散乱光による干渉が抑制される．また，入射窓には反射防止コーティングがなされており，ガラス窓内部での干渉も抑制されている．準安定 Ar 原子の流れ速度はマスフローコントローラーによる導入 Ar ガス流量の制御によって行わる．放電管内の流速とガス流量の関係は，TDLAS と飽和吸収分光法（Saturated absorption spectroscopy: SAS）によって校正した．TDLAS のプローブビームは放電管に対して斜め方向から入射し，流れによる軸方向ドップラーシフトを入射方向への射影として観測した．SAS は，放電管に対して垂直方向の光路によって行われ

た．共鳴吸収周波数は，飽和吸収スペクトルの Lamb dip の位置によって評価した．本実験によって，放電管内の流量とガス流速の関係が精密に校正された．

数値解析での計算条件は，LG ビームがプラズマ端に到達するまでである．そのため，プラズマ端まで到達したビームプロファイルの情報をカメラのデバイス面に転送する必要がある．そこで，4f 光学系を用いた受光系を製作した．4f 光学系によって，1 段目レンズの前側焦点位置の像を 2 段目レンズの後側焦点位置に設置されたカメラに結像した．4f 光学系は，6 倍の拡大倍率を持つように設計した．4f 光学系の開口数とカメラのピクセルサイズから求まる空間分解能は，約 1.74 µm であった．空間分解能は，スケールゲージを撮影することで実験的にも評価され，設計上の空間分解能が十分に達成されていることが確認された．

横方向流速測定実験によって OVLAS の原理実証を行った．本実験では，ECDL の周波数掃引とカメラのシャッターを同期させることで，周波数ごとの画像を撮影した．吸収スペクトルは，各ピクセルの強度変化から算出され，位置ごとの吸収係数スペクトルからドップラーシフト分布を解析した．ドップラーシフトの解析には，LG ビームのビームプロファイルにおいてドーナツ状の高い強度の領域を用いた．SAS によって周波数の絶対値校正を行い，ドップラーシフト分布を解析した結果，おおよそマイナス側にドップラーシフトしていた．ビームは放電管に対して垂直になるように入射しているが，調整誤差によって軸方向ドップラーシフトが生じている可能性がある．軸方向ドップラーシフトは，ビーム断面上において空間的な位置に依存しないので，ドップラーシフト分布全体を平均した，このとき，各ピクセルのドップラーシフトのパラメータ推定誤差を重みにして加重平均している．ドップラーシフトの平均値として求められた軸方向ドップラーシフトの絶対値は，ガス流速に対して線形に依存していた．軸方向ドップラーシフトとガス流速の関係から，LG ビームは放電管の垂直方向に対して 0.027 rad （1.55 deg）の角度から入射されていた．方位角ドップラーシフトの評価は，ドップラーシフト分布から軸方向ドップラーシフトを差し引くことで行われた．解析された方位角ドップラーシフト分布は，トポロジカルチャージの符号に依存した方向に回転し，数値解析の結果と定性的に一致した．横方向流速の解析のために，ビームの中心を原点とした円筒座標系(r, ϕ)において，LG ビームのドーナツ状の強度が最大となる半径位置で方位角ドップラーシフトのϕ方向依存性を評価した．方位角ドップラーシフトは，ϕ方向に依存して正弦的な変動を示した．横方向流速は，方位角ドップラーシフトの正弦的な変動の振幅から解析した．ガス流速 48 m/s から 147 m/s の範囲で OVLAS を行った結果，測定された横方向流速はガス流速に依存していた．ガス流速に対する各測定点の誤差は 15 %以内で，最低速度の測定を除いた MAPE は 8 %以下であった．したがって，OVLAS は横方向流速を高精度に測定することが可能であると結論できる．この結果は，原子系における方位角ドップラーシフトを利用した横方向流れ測定の最初の原理実証である．OVLAS では，ドップラーシフトの軸方向成分と方位角方向成分を弁別できるので，速度分布関数の多次元測定を行うことができる．また，横方向流速は，ドップラーシフトの正弦的な変動の振幅から評価されるため，OVLAS では横方向流速測定の用途に限っては，中心周波数の厳

密な絶対値校正が必要ない．また，そのため，OVLAS は，横方向流速測定において，自己校正が可能な測定手法である．

OVLAS を多様なプラズマ実験に適用していくために，時間分解能の改善と解析に要する計算リソースの低減を試みた．カメラを用いた OVLAS では，二次元画像を周波数ごとに撮影する必要がある．そのため，時間分解能がカメラから PC へのデータ転送時間や露光時間によって決まる．また，実験 1 回あたりに取得されるデータサイズは約 12GB で，ピクセルごとの吸収スペクトルを一括して解析しなくてはならないため，要求されるメモリも大きい．そこで，時間分解能の向上と計算リソースの低減を目的として，OVLAS 測定の粗視化を試みた．粗視化は，受光デバイスとして用いられるカメラを QPD に置き換えることで行う．粗視化による方位角ドップラーシフトの測定について検証するために，カメラによる測定データを数値的に粗視化した． QPD を模して象限ごとに撮影画像のピクセルを平均し，象限ごとに吸収係数スペクトルを解析した．方位角ドップラーシフトには，ϕ方向依存性があるため，QPD を模した象限を回転させて，回転角度ごとに数値解析を行った．粗視化した場合の方位角ドップラーシフトのϕ方向依存性は，カメラを用いて観測された結果を基準として，7%以内の誤差であった．よって，測定の粗視化を行った場合においても方位角ドップラーシフトを測定できることが検証された．

測定の粗視化は，QPD を用いた 4 分割フォトディテクターを作成し，横方向流速測定を実験的に行うことで検証された．4 分割フォトディテクターは，方位角ドップラーシフトのϕ方向依存性を評価するために，QPD の回転機構を設けている．本実験は，OVLAS の実験系において，カメラを QPD に置き換えることによって行われた．QPD の回転角度ごとに測定を行った結果，方位角ドップラーシフトのϕ方向依存性はカメラによる測定結果と同様に正弦的な変動を示すことが確認された．方位角ドップラーシフトの正弦的な変動の振幅から決定した横方向流速は，ガス流速 46 m/s から 147 m/s の範囲で，線形に増加していることが示された．$\ell=+10$で過大評価，$\ell=-10$で過小評価となるトポロジカルチャージの符号の正負に依存した系統誤差が確認された．今後，測定された方位角ドップラーシフトのランダム誤差を低減し，系統誤差を詳細に調査する必要がある．ガス流速ごとの横方向流速の測定誤差は 46 %以内で，MAPE は 18 %未満であった．カメラを用いた OVLAS と比べて測定精度が低下しており，多様なプラズマ実験への適用へ向けて，さらなる高精度化を図る．また，測定データのサイズは，100MB 程度であり，カメラを用いた場合のデータ量から 1/120 に削減された．横方向流速は，方位角ドップラーシフトの正弦的な変動の振幅から評価できるため，振幅が評価できる特定の回転角度のみの実験で，横方向流速測定を試みた．この場合，得られた横方向流速の MAPE は 36%未満であった．QPD を特定の回転角度に設定した場合の時間分解能は TDLAS と同等であるが，実用のためには測定精度を向上させる必要がある．

本研究では，以上のように，新規ドップラー分光法である光渦レーザー吸収分光法（Optical vortex laser absorption spectroscopy: OVLAS）を開発した．OVLAS は，ドップラーシフトの軸方向成分と方位角方向成分を弁別できる速度分布関数の多次元測定法である．また，本研究

は，原子系における方位角ドップラーシフトを利用した横方向流れ測定の最初の原理実証である．

7.2 今後の課題と展望

本研究で開発した OVLAS 法によって，TDLAS の測定方向の感度を横方向に拡張することができた．今後は，OVLAS をシースダイナミクスや，核融合炉壁への熱流束等のプラズマ表面相互作用研究，プラズマと物質間の境界領域における輸送現象の研究に適用していく計画である．また，LIF 等の他のレーザー分光法に光渦を応用し，新たなレーザードップラー分光法の創出を目指す．

本研究では，吸収長 15 mm の放電管内の横方向流速を測定した．実際のプラズマ研究で用いられる直線型実験装置や核融合炉は，吸収長がより長いため，伝播の影響がより大きくなる可能性がある．そのため，今後は，異なる吸収長の条件で伝播の数値解析を行う必要がある．数値解析には膨大な計算リソースが要求されるため，プログラムの高速化が求められる．また，伝播の影響を効果的に抑制できるパラメータの探索や光波中の粒子が方位角ドップラーシフトを経験する他の高次横モードについても検討を行う．

本研究で製作した高品質な LG ビームの生成システムには，SLM によるホログラフィー法を用いている．複素振幅変調によるホログラフィー法では，所望のビームについての複素振幅分布の情報があれば，どのようなビームも生成することができる．この技術は，将来的に他の高次横モードを利用したプラズマ診断法の開発に利用することができる．

OVLAS の時間分解能の向上，解析に要する計算リソースの削減のために，測定の粗視化を行った．現状では，粗視化による測定のために QPD を回転させ，回転角度ごとに吸収係数スペクトルを観測する必要がある．今後，測定の高精度化，低ノイズ化によって，特定の回転角度のみで方位角ドップラーシフトを精密に評価できるようにすることで，TDLAS と同等の時間分解能を達成する．

方位角ドップラーシフトは，光渦の位相勾配に依存して変化する．一様に流れるプラズマに対して垂直方向から光渦ビームを入射したとき，ビーム断面上に生じる吸収係数の不均一な分布は，局所的に異なる位相勾配によるものである．平面波の場合，共鳴吸収条件がビーム断面上で一様であるために，ビーム断面上のどの位置においても速度空間における粒子の励起領域は変わらない．対して，光渦の場合，共鳴吸収条件が位相勾配に依存して異なるために，ビーム断面上の位置によって，速度空間における粒子の励起領域が異なる．同時に速度空間における異なる粒子を励起するので，原理的には波長掃引を伴わずに速度分布関数への逆変換を行うことができる．これを利用して，高い時間分解能を持つ速度分布関数測定法を確立する．

OVLAS の受光系に用いられる 4f 光学系では，1 段目レンズの後側焦点面にフーリエ・マスクを設置することで，入射面の複素振幅分布に対するフーリエフィルタリングを行うこ

とができる．よって，LG ビームの低次成分をマスクすることで，高次成分によって構成される吸収による構造のみを観測できる．吸収分光法は，透過光強度の減少を測定する手法であるが，本手法の場合，吸収によって新たに生成された高次成分による信号を測定することになるため，S/N 比を格段に向上できる可能性がある．また，これを前述した”高い時間分解能を持つ速度分布関数測定法”に適用し，高感度リアルタイム速度分布関数測定法を確立する．

付録

A.1. 近軸ヘルムホルツ方程式の導出

電場の波動方程式を次に示す.

$$\nabla^2 \boldsymbol{E} - \frac{n^2}{c^2}\frac{\partial^2 \boldsymbol{E}}{\partial t^2} = 0 \tag{A.1}$$

このとき，cは光速，nは媒質である（ここでは真空を考える）．$\boldsymbol{E}$は空間部分と時間部分を含み，

$$\boldsymbol{E}(\boldsymbol{r}, t) = \boldsymbol{A}(\boldsymbol{r})T(t) \tag{A.2}$$

と表される．式(A.2)を式(A.1)に代入して整理すると，次式を得られる.

$$\frac{\nabla^2 A}{A} = \frac{n^2}{c^2}\frac{\frac{\partial^2}{\partial t^2}T}{T} \tag{A.3}$$

左辺は$\boldsymbol{r}$の関数，右辺はtの関数である．両者が等しいためにはそれぞれが定数である必要がある．これをそれぞれ右辺，左辺について$-k^2$とおき，整理すると次式を得られる.

$$(\nabla^2 + k^2)A = 0 \tag{A.4}$$

$$\left(\frac{\mathrm{d}^2 T}{\mathrm{dt}^2} + \frac{c^2}{n^2}k^2\right)T \equiv \left(\frac{\mathrm{d}^2 T}{\mathrm{dt}^2} + \omega^2\right)T = 0 \tag{A.5}$$

このとき，$\omega \equiv ck/n$とする．式(A.4)はヘルムホルツ方程式と呼ばれている．式(A.5)の一般解は次のようになる.

$$T(t) = T_1 \exp(i\omega t) + T_2 \exp(-i\omega t) \tag{A.6}$$

ここで，ωは角周波数，$k = n\omega/c = 2\pi/\lambda$は波数，$\lambda$は波長である．$z$軸方向に伝播し，振幅が時間的に一定である電場は，空間の位置に依存する振幅関数$u(\boldsymbol{r})$によって

$$E(\boldsymbol{r}) = u(\boldsymbol{r}) \exp[i(kz - \omega t)] \tag{A.7}$$

となる．空間部分のみは$A(\boldsymbol{r}) \equiv u(\boldsymbol{r}) \exp(ikz)$と示せるので，これを式(A.4)に代入することで，

$$\frac{\partial^2 u(\boldsymbol{r})}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u(\boldsymbol{r})}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 u(\boldsymbol{r})}{\partial z^2} + 2ik\frac{\partial u(\boldsymbol{r})}{\partial z} = 0 \tag{A.8}$$

となる．z軸方向に関して，振幅は波長スケールでは緩やかに変化するので，次の関係が成り立つ.

$$\left|\frac{\partial^2 u(\boldsymbol{r})}{\partial \mathrm{z}^2}\right| \ll 2k\left|\frac{\partial u(\boldsymbol{r})}{\partial z}\right| \tag{A.9}$$

これを近軸近軸という．したがって，式(A.8)は,

$$\left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + 2ik\frac{\partial}{\partial z}\right)u(\boldsymbol{r}) = 0 \tag{A.10}$$

と表せる．これを近軸ヘルムホルツ方程式と呼ぶ.

A.2. 基本ガウシアンモードの導出

式(A.10)のデカルト座標系で表示された近軸波動方程式を円筒座標系に変換する．

$$\left(\frac{\partial^2}{\partial r^2}+\frac{1}{r}\frac{\partial^2}{\partial r^2}+\frac{1}{r^2}\frac{\partial}{\partial\phi^2}+2ik\frac{\partial}{\partial z}\right)u(\boldsymbol{r})=0 \tag{A.11}$$

基本ガウシアンモードの複素振幅に，ϕ方向依存性はないので，

$$\left(\frac{\partial^2}{\partial r^2}+\frac{1}{r}\frac{\partial^2}{\partial r^2}+2ik\frac{\partial}{\partial z}\right)u(\boldsymbol{r})=0$$

$$\left[\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left(r\frac{\partial}{\partial r}\right)+2ik\frac{\partial}{\partial z}\right]u(\boldsymbol{r})=0 \tag{A.12}$$

ここで，以下のようなガウス型の解を仮定する．

$$u(\boldsymbol{r})=\exp\left[i\left(P(z)+\frac{k}{2q(z)}r^2\right)\right] \tag{A.13}$$

これは，位相$P(z)$を持ち，曲率半径$q(z)$の球面波と見做せる．式(A.13)を式(A.12)に代入する．式(A.12)の括弧内の第1項は，次のように示される．

$$\begin{aligned}
&\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left(r\frac{\partial}{\partial r}\right)\left\{\exp\left[i\left(P(z)+\frac{k}{2q(z)}r^2\right)\right]\right\}\\
&=\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left(r\left\{\frac{kr^2}{q(z)}\exp\left[i\left(P(z)+\frac{k}{2q(z)}r^2\right)\right]\right\}\right)\\
&=\frac{1}{r}\left\{i\frac{2kr}{q(z)}\exp\left[i\left(P(z)+\frac{k}{2q(z)}r^2\right)\right]+i\frac{kr^2}{q(z)}\left(i\frac{kr}{q(z)}\right)\exp\left[i\left(P(z)+\frac{k}{2q(z)}r^2\right)\right]\right\}\\
&=\left[i\frac{2k}{q(z)}-\frac{k^2r^2}{q(z)^2}\right]u(\boldsymbol{r})
\end{aligned} \tag{A.14}$$

同様に括弧内の第2項は，次のように示される．

$$\begin{aligned}
2ik\frac{\partial}{\partial z}\left\{\exp\left[i\left(P(z)+\frac{k}{2q(z)}r^2\right)\right]\right\}&=2ik\left[i\frac{\partial P(z)}{\partial z}\exp\left\{i\left(P(z)+\frac{k}{2q(z)}r^2\right)\right\}\right.\\
&\quad\left.+\frac{\partial}{\partial z}\left\{i\frac{k}{2q(z)}r^2\exp\left[i\left(P(z)+\frac{k}{2q(z)}r^2\right)\right]\right\}\right]\\
&=\left[2k\frac{\partial P(z)}{\partial z}+\frac{k^2r^2}{q(z)^2}\frac{\partial q(z)}{\partial z}\right]u(\boldsymbol{r})
\end{aligned} \tag{A.15}$$

式(A.14)と式(A.15)を式(A.12)に代入する．

$$\left(2ik\frac{k}{q(z)}-\frac{k^2r^2}{q(z)^2}+2k\frac{\partial P(z)}{\partial z}+\frac{k^2r^2}{q(z)^2}\frac{\partial q(z)}{\partial z}\right)u(\boldsymbol{r})=0 \tag{A.16}$$

式(A.16)の括弧内について，次数によって整理する．

$$-\frac{k^2r^2}{q(z)^2}+\frac{k^2r^2}{q(z)^2}\frac{\partial q(z)}{\partial z}=0$$

$$\frac{\partial q(z)}{\partial z}=1 \tag{A.17}$$

$$2ik\frac{k}{q(z)}+2k\frac{\partial P(z)}{\partial z}=0$$

$$\frac{\partial P(z)}{\partial z}=-\mathrm{i}\frac{1}{q(z)} \tag{A.18}$$

式(A.17)について，両辺をzで積分する．

$$\int\frac{\partial q(z)}{\partial z}dz=\int 1dz$$

$$q(z)=z+q_0 \tag{A.19}$$

式(A.19)を式(A.18)に代入し，両辺をzで積分する．

$$\int\frac{\partial P(z)}{\partial z}dz=-i\int\frac{1}{z+q_0}dz$$

$$P(z)=-i\left[\ln(q_0)+\ln\left(1+\frac{z}{q_0}\right)\right]$$

$$P(z)=-i\left[\ln\left(1+\frac{z}{q_0}\right)+P_0\right] \tag{A.20}$$

式(A.13)に式(A.19)と式(A.20)を代入すると次のように書くことができる．

$$u(\boldsymbol{r})=\frac{1}{\left(1+\frac{z}{q_0}\right)}\exp\left[i\left(P_0-\frac{k}{2(q_0+z)}r^2\right)\right] \tag{A.21}$$

ここで，定数P_0の変化は，ガウシアンビームにて，時間の原点をシフトさせる位相差に相当する．そのため，$P_0=0$とすることで，次のように書き直せる．

$$u(\boldsymbol{r})=\frac{1}{\left(1+\frac{z}{q_0}\right)}\exp\left[i\left(\frac{k}{2(q_0+z)}r^2\right)\right] \tag{A.22}$$

q_0は複素定数であり，次のように示す．

$$q_0=\alpha+i\beta$$

$$\frac{1}{q_0}=\frac{\alpha-i\beta}{\sqrt{\alpha^2+\beta^2}} \tag{A.23}$$

ここで，ガウシアンビームはビームの中心からの距離であるrが十分に大きいとき，以下の境界条件が成り立つ．

$$\lim_{r\to\infty}\left\{\frac{1}{\left(\left(1+\frac{z}{q_0}\right)\right.}\exp\left[i\left(\frac{k}{2(q_0+z)}r^2\right)\right]\right\}=0 \tag{A.24}$$

したがって，$\beta>0$となる．また，αの変化は，ガウシアンビームのz方向への平行移動であ

るため，$\alpha = 0$とする．よって，

$$q_0 = i\beta \tag{A.25}$$

となり，q_0は純虚数である．式(A.24)を式(A.20)に代入する．

$$\begin{aligned}
u(\boldsymbol{r}) &= \frac{1}{\left(1+\frac{z}{iz_0}\right)}\exp\left[-i\frac{k}{2(iz_0+z)}r^2\right] \\
&= \frac{1}{1-i\frac{z}{z_0}}\sqrt{1+\left(\frac{z}{z_0}\right)^2}\exp\left[i\tan^{-1}\left(\frac{z}{z_0}\right)\right]\exp\left[-i\frac{k}{2(iz_0+z)}r^2\right] \\
&= \frac{1}{\sqrt{1+\left(\frac{z}{z_0}\right)^2}}\exp\left[i\tan^{-1}\left(\frac{z}{z_0}\right)\right]\exp\left[-i\frac{k}{2(iz_0+z)}r^2\right]
\end{aligned} \tag{A.26}$$

ここで，ビームウェスト位置（$z = 0$）においては，

$$u(\boldsymbol{r}) = \exp\left[-i\frac{k}{2z_0}r^2\right] \tag{A.27}$$

となる．ここで，$w_0 = (2z_0/k)^{1/2}$とすると，ビームウェスト位置におけるビームの強度は次の式で示される．

$$|u(\boldsymbol{r})|_{z_0}^2 = \exp\left[-\frac{2r^2}{w_0^2}\right] \tag{A.28}$$

ここで，$r = w_0$のビームの強度は，最大強度の$1/e^2$となる．このような半径w_0をビームウェスト半径と呼ぶ．式(A.26)にw_0を代入する．

$$\begin{aligned}
u(\boldsymbol{r}) &= \frac{1}{\sqrt{1+\left(\frac{z}{z_0}\right)^2}}\exp\left[i\tan^{-1}\left(\frac{z}{z_0}\right)\right]\exp\left[-i\frac{z_0}{w_0^2(iz_0+z)}r^2\right] \\
&= \frac{1}{\sqrt{1+\left(\frac{z}{z_0}\right)^2}}\exp\left[i\tan^{-1}\left(\frac{z}{z_0}\right)\right]\exp\left[-i\frac{r^2}{w_0^2\left(1+\left(\frac{z}{z_0}\right)^2\right)}\left(1+i\frac{z}{z_0}\right)\right]
\end{aligned} \tag{A.29}$$

既に，ガウシアンビームの数式的な導出は完了している．ここで，物理的な意味を与えるため，新しい変数を次のように定義する．

$$w(z) = \sqrt{w_0^2\left(1+\frac{z^2}{z_0^2}\right)} = w_0\sqrt{1+\frac{z^2}{z_0^2}} \tag{A.30}$$

$$\varsigma(z) = \tan^{-1}\left(\frac{z}{z_0}\right) \tag{A.31}$$

これらの変数を式(A.29)に代入する．

$$
\begin{aligned}
u(\boldsymbol{r}) &= \frac{w_0}{\mathrm{w(z)}} \exp[i\varsigma(z)] \exp\left[-i\frac{r^2}{w(z)^2}\left(1+i\frac{z}{z_0}\right)\right] \\
&= \frac{w_0}{\mathrm{w(z)}} \exp[i\varsigma(z)] \exp\left(-\frac{r^2}{w(z)^2}\right) \exp\left[-i\frac{kr^2}{2}\frac{1}{z\left(1+\frac{z^2}{z_0^2}\right)}\right]
\end{aligned} \tag{A.32}
$$

式(A.32)から分かるように，ガウス型ビームの中心の強度は$z = 0$において最も大きくなる．また，式(A.30)から分かるように，$z = z_0$のとき$w(z) = \sqrt{2}\mathrm{w}_0$となる．このような定数$z_0$をレイリー長と呼び，通常は$z_R$と表記される．位相シフト$\varsigma(z)$は伝播距離$z$に依存しており，これをグイ位相シフトと呼ぶ．式(A.32)において，次の変数を定義する．

$$
R(z) = z\left(1+\frac{z^2}{z_0^2}\right) \tag{A.33}
$$

これを式(A.32)に代入する．また，波数$k = 2\pi/\lambda$とする．

$$
\begin{aligned}
u(\boldsymbol{r}) &= \frac{w_0}{\mathrm{w(z)}} \exp[i\varsigma(z)] \exp\left(-\frac{r^2}{w(z)^2}\right) \exp\left[-i\frac{kr^2}{2}\frac{1}{R(z)}\right] \\
&= \frac{w_0}{\mathrm{w(z)}} \exp\left[i\varsigma(z) - \frac{r^2}{w(z)^2} - i\frac{kr^2}{2R(z)}\right] \\
&= \frac{w_0}{\mathrm{w(z)}} \exp\left[i\varsigma(z) - \frac{ikr^2}{2}\left(\frac{1}{R(z)} + \frac{i\lambda}{\pi w(z)^2}\right)\right]
\end{aligned} \tag{A.34}
$$

ここで，解として仮定した式(A.13)と比較すると，

$$
\frac{1}{q(z)} = \frac{1}{R(z)} + \frac{i\lambda}{\pi w(z)^2} \tag{A.35}
$$

となる．このような$q(z)$によって，ガウシアンビームは特徴づけられ，$q(z)$をqパラメータと呼ぶ.

A.3. ラゲール・ガウシアンモードの導出

ラゲール・ガウシアンモードには，基本ガウシアンモードにはない複素振幅のϕ方向依存性が存在する．式(A.11)の円筒座標系における近軸近似波動方程式において，解を次のように定義する．

$$u(\boldsymbol{r}) = g\left(\frac{r}{w(z)}\right)\exp\left[i\left(P(z) + \frac{k}{2q(z)}r^2 + i\ell\phi\right)\right] \equiv gF(r,\phi,z) \tag{A.36}$$

係数$g(r/w(z))$は何らかの強度分布が$w(z)$に依存して変化し，$\exp(i\ell\phi)$は方位角方向への位相変化を仮定している．式(A.11)に式(A.36)を代入し，各項について計算する．また，計算が非常に複雑であるため，本節では関数の変数について，最初に記した以後については，特別な場合を除いて記さない．

$$\begin{aligned}\frac{\partial}{\partial r}(gF) &= F\frac{\partial g}{\partial r} + g\frac{\partial F}{\partial r}\\ &= F\frac{1}{w}\frac{\partial g}{\partial r} + g\frac{ikr}{q}F\end{aligned} \tag{A.37}$$

$$\begin{aligned}\frac{\partial^2}{\partial r^2}(gF) &= \frac{\partial}{\partial r}\left(F\frac{\partial g}{\partial r} + g\frac{\partial F}{\partial r}\right)\\ &= \frac{\partial}{\partial r}\left(F\frac{1}{w(z)}\frac{\partial g}{\partial r} + g\frac{ikr}{q}F\right)\\ &= \frac{1}{w^2}g''F + \frac{2ikr}{wg}g'F + g\frac{ik}{q}F - g\frac{k^2r^2}{g^2}F\end{aligned} \tag{A.38}$$

$$\begin{aligned}\frac{\partial^2}{\partial\phi^2}(gF) &= \frac{\partial}{\partial\phi}(g(-i\ell)F)\\ &= -\ell^2 gF\end{aligned} \tag{A.39}$$

$$\begin{aligned}\frac{\partial}{\partial z}(gF) &= F\frac{\partial}{\partial z}g + g\frac{\partial}{\partial z}F\\ &= -\frac{rw}{w^2}g'F + g(-iP' - ikr^2g^{-2}g'F)\\ &= -\frac{rw'}{w'}g'F + g\left(-iP' - \frac{ikr^2q'}{2q^2}\right)F\end{aligned} \tag{A.40}$$

式(A.11)をgFで両辺を割り，式(A.37~40)の各項を用いて次のように書き直す．

$$\begin{aligned}\frac{1}{gF}\Bigg[&\frac{1}{w^2}g''F + \frac{2ikr}{wq}g'F + g\frac{ik}{q}F - g\frac{k^2r^2}{q^2}F + \frac{F}{r}\frac{1}{w}g' + g\frac{ik}{q} - \frac{\ell^2 gF}{r^2} - 2ik\frac{rw'}{w^2}g'F\\ &+ 2kgP'F + \frac{k^2r^2q'}{q^2}gF\Bigg]u = 0\end{aligned}$$

$$\rightarrow \frac{1}{w^2}\frac{g''}{g} + \left(\frac{1}{wr} - \frac{2ikrw'}{w^2} + \frac{2ikr}{wq}\right)\frac{g'}{g} + \frac{2ik}{q} - \frac{\ell^2}{r^2} + 2kP' + \frac{k^2r^2}{q^2}(g'-1) = 0 \tag{A.41}$$

ここで，式(A.41)の左辺第 5 項は，$r \rightarrow \infty$のとき，

$$\lim_{r\rightarrow\infty}\left[\frac{k^2r^2}{q^2}(g'-1)\right] = 0 \tag{A.42}$$

となる．ヘルムホルツ方程式は，$r \rightarrow \infty$のとき発散しないため，次の関係が成り立つ．

$$g' = 1 \tag{A.43}$$

これを積分する．

$$q = z + q_0 \tag{A.44}$$

ここで，q_0は複素定数である．

$$\begin{gathered} q_0 = \alpha + i\beta \\ \frac{1}{q_0} = \frac{\alpha - i\beta}{\sqrt{\alpha^2 + \beta^2}} \end{gathered} \tag{A.45}$$

ビームはrが十分に大きいとき，以下の境界条件が成り立つ．

$$\lim_{r\rightarrow\infty}\left[\frac{k}{2q(z)}r^2\right] = 0 \tag{A.46}$$

よって，A.2 節と同様に次のように示せる．

$$q = z + iz_0 \tag{A.47}$$

ラゲール・ガウシアンモードは，最低次で基本ガウシアンモードとなる．式(A.35)に示されるqパラメータを書き換える．

$$\begin{aligned} &\frac{1}{q} = \frac{1}{R} + \frac{i\lambda}{\pi w^2} \\ &\rightarrow \left(\frac{1}{q^2}\right) = \frac{1}{R^2} - \frac{\lambda^2}{\pi^2 w^4} + \frac{2i\lambda}{\pi R w^2} \end{aligned} \tag{A.48}$$

$$\rightarrow \left(\frac{1}{q}\right)' \equiv \frac{R'}{R^2} + \frac{2i\lambda w'}{\pi w^3} \tag{A.49}$$

ここで，式(A.43)より，

$$\left(\frac{1}{q}\right)^2 = \frac{R'}{R^2} + \frac{2i\lambda w'}{\pi w^3} \tag{A.50}$$

となる．式(A.50)と式(A.48)の実部と虚部を比較することで，以下の関係が成り立つ．

$$\begin{cases} R' = 1 - \dfrac{\lambda^2 R^2}{\pi^2 w^4} \\ w' = \dfrac{w}{R} \end{cases} \tag{A.51}$$

式(A.41)に式(A.43)を代入する．

$$\frac{1}{w^2}\frac{g''}{g} + \left(\frac{1}{wr} - \frac{2ikrw'}{w^2} + \frac{2ikr}{wq}\right)\frac{g'}{g} + \frac{2ik}{q} - \frac{\ell^2}{r^2} + 2kP' = 0 \tag{A.52}$$

式(A.52)を式(A.51)の関係から整理する．

$$\frac{1}{w^2}\frac{g''}{g}+\left(\frac{1}{wr}-\frac{2ikrw'}{w^2}+\frac{2ikr}{wq}\right)\frac{g'}{g}+\frac{2ik}{q}-\frac{\ell^2}{r^2}+2kP'=0 \tag{A.52}$$

ここで，次のように変数分離を行う．

$$\begin{cases} \dfrac{2ik}{q}-2kP'\equiv f(z) & \text{(A.53)} \\ \dfrac{1}{w^2}\dfrac{q''}{g}+\left(\dfrac{1}{wr}-\dfrac{4r}{w^3}\right)\dfrac{g'}{g}-\dfrac{\ell^2}{r^2}+f(z)=0 & \\ \rightarrow g''+\left(\dfrac{w}{r}-\dfrac{4r}{w}\right)g'-\left(\dfrac{w^2\ell^2}{r^2}-w^2f\right)g=0 & \text{(A.54)} \end{cases}$$

式(A.54)は，ラゲールの微分方程式に近い形をしている．ここで，$X=2r^2/w^2$とし，gについて$g(r/w)=x^{\ell/2}L(x)$の形を仮定することで，次の式が成り立つ．

$$X\mathrm{L}''+(\ell+1-x)\mathrm{L}'-\left(\frac{\ell}{2}-\frac{\alpha}{8}\right)L=0$$

$$\rightarrow XL''+(\ell+1-x)L'+nL=0 \tag{A.55}$$

式(A.55)はラゲールの微分方程式である．ここで，

$$-\left(\frac{\ell}{2}-\frac{\alpha}{8}\right)\equiv n \tag{A.56}$$

として定義した．ラゲールの微分方程式の解である関数$L_n^\ell(x)$は，ラゲールの陪多項式として知られ，ロドリゲスの公式によって，次のように示される．

$$\mathrm{L_n^\ell(x)}=\frac{x^{-\ell}e^x}{n!}\frac{d}{dx}\left(e^{-x}x^{n+\ell}\right) \tag{A.57}$$

nは定数であるため，次の関係が成り立つ．

$$\alpha\equiv \mathrm{w}^2f=8n+4\ell \tag{A.58}$$

式(A.53)と式(A.58)によって，次の式が成り立つ．

$$\frac{1}{q}=\frac{1}{R}+\frac{i\lambda}{\pi w^2}$$

$$=iP'-\frac{i(4n+2\ell)}{kw^2}$$

$$\therefore P'=\frac{1}{iR}+\frac{(4n+2\ell+2)}{kw^2} \tag{A.59}$$

$R(z)$は球面波成分の曲率半径，$w(z)$はビーム径である．それぞれqパラメータと比較することで，次のように示せる．

$$\frac{1}{R}=\frac{z}{z^2+z_0^2} \tag{A.60}$$

$$\frac{2}{kw^2} = \frac{z_0}{z^2 + z_0^2} \tag{A.61}$$

式(A.60)と式(A.61)を式(A.59)に代入することで，次のように書き換えられる．

$$\begin{aligned} P' &= \frac{1}{iR} + \frac{(4n + 2\ell + 2)}{kw^2} \\ &= \frac{z}{i(z^2 + z_0^2)} + \frac{z_0(2n + \ell + 1)}{(z^2 + z_0^2)} \end{aligned} \tag{A.62}$$

式(A.62)をzで積分する．

$$P = \int_0^z P' dz = \frac{\ln\left(\frac{z^2 + z_0^2}{z_0^2}\right)}{2i} + (2\mathrm{n} + \ell + 1)\varsigma(z) \tag{A.63}$$

$\varsigma(z)$は式(A.31)で示されるグイ位相である．式(A.63)を式(A.36)のように自然対数の指数として表す．

$$\begin{aligned} \exp\big(iP(z)\big) &= \left(1 + \frac{z^2}{z_0^2}\right)^{-\frac{1}{2}} \exp[i(2n + \ell + 1)\varsigma(z)] \\ &= \frac{w_0}{w(z)} \exp[i(2n + \ell + 1)\varsigma(z)] \end{aligned} \tag{A.64}$$

gについては，次のように示す．

$$\begin{aligned} g\left(\frac{r}{w(z)}\right) &= x^{\frac{\ell}{2}} L_n^{\ell}(x) \\ &= \left(\frac{\sqrt{2}r}{w(z)}\right)^{|\ell|} L_n^{\ell}\left(\frac{2r^2}{w^2(z)}\right) \end{aligned} \tag{A.65}$$

式(A.36)の指数関数部の第 2 項は，qパラメータを用いて次のように書くことができる．

$$\exp\left(\frac{ik}{2q(z)} r^2\right) = \exp\left(-\frac{r^2}{w(z)^2}\right) \exp\left(\frac{ik}{2R(z)}\right) \tag{A.66}$$

式(A.36)に式(A.64~66)を代入することで，ラゲール・ガウシアンモードが導かれる．

$$\begin{aligned} u(\boldsymbol{r}) &= \left(\frac{\sqrt{2}r}{w(z)}\right)^{|\ell|} L_n^{\ell}\left(\frac{2r^2}{w^2(z)}\right) \frac{w_0}{w(z)} \\ &\times \exp\left(-\frac{r^2}{w(z)^2}\right) \exp(i\ell\phi) \\ &\times \exp[i(2n + \ell + 1)\varsigma(z)] \exp\left(i\frac{kr^2}{2R(z)}\right) \end{aligned} \tag{A.67}$$

A.4. 放電管内の真空状態に関する諸データ

放電管にリーク（漏れ）が生じていないかの確認作業を行った．まず，放電管にガスを流さずにスクロールポンプ，ターボ分子ポンプ（Turbomolecular pump: TMP）によって真空排気を行った．このとき，バラトロン真空計の測定レンジ以下の真空度となることが予想されるため，ペニング真空計を追加した．図 A.1 に真空排気を開始してからの放電管内の圧力を示す．真空排気開始後 6 分程度で，真空度がほぼ飽和する．次に，TMP を停止し，時間経過に対する圧力変化を測定することでリークチェックを行った（図 A.2）．TMP の破損を防ぐためにスクロールポンプのみを動作させている．ペニング真空計の分解能にて，TMP 停止後も 10 分以上，圧力変化が一切見られない．そのため，放電管にリークは発生していないといえる．

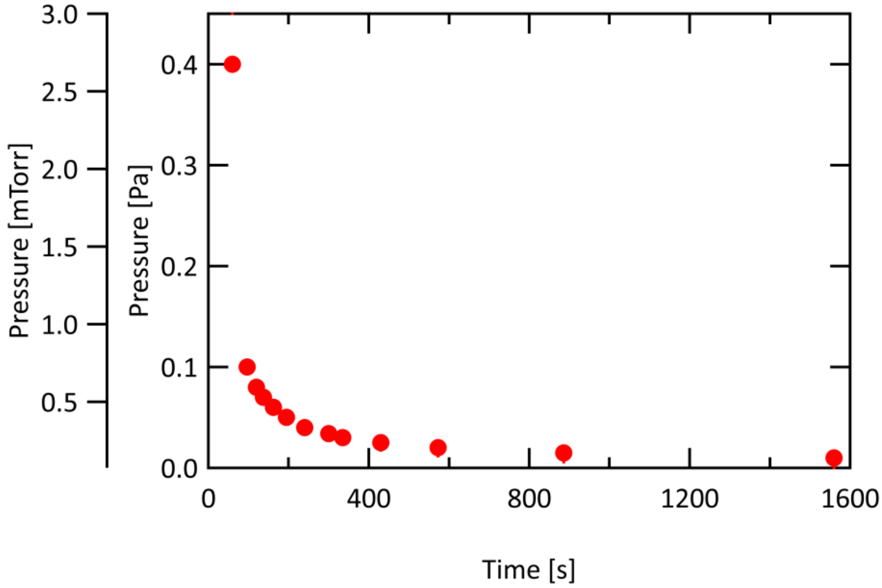

図 A.1: 真空排気開始後の放電管内の圧力変化.

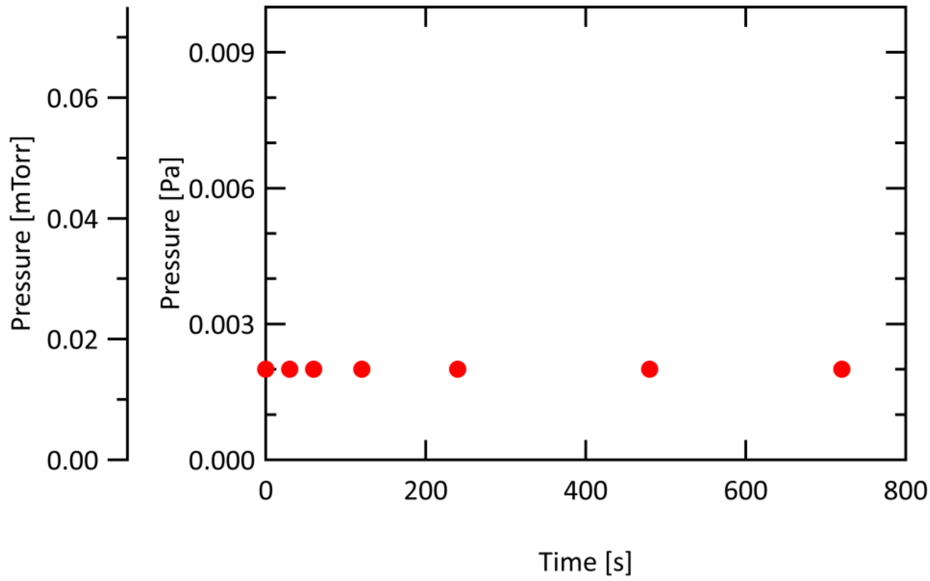

図 A.2: TMP 停止後の放電管内の圧力の時間変化

中性粒子の平均自由行程が放電管の直径よりも長いと，粒子間で衝突する前に放電管の内壁と衝突してしまう．プラズマの速度分布関数が等方的となるためには，中性粒子が放電管内にて互いに衝突を繰り返さなくてはならないので，平均自由行程の計算を行う．平均自由行程の計算のために，ガス流量と圧力の関係を測定する．放電管内のガス流量はマスフローコントローラーによって制御され，バラトロン真空計を用いて圧力を測定した．図 A.3 にガス流量と圧力の関係を示す．50 ccm 以上において，圧力がほぼ線形に増加していることが分かる．中性ガスにおける平均自由行程は式(A.68)によって計算される[A.1]．

$$\lambda_{MFP} = \frac{k_B T}{\sqrt{2}\pi d^2 P}. \tag{A.68}$$

ここで，k_Bはボルツマン定数，Tは絶対温度[K]，dは弾性衝突に関する原子直径[m]，Pは圧力[Pa]である．図 A.4 にガス流量に対する平均自由行程の計算結果を示す．50 ccm 以上のガス流量では，1.5 mm（1.5×10^3μm）以下の平均自由行程となる．放電管内の内径は 15 mm であるので，中性粒子は最低でも 10 回程度は衝突する．よって，速度分布関数が等方的になる上で十分な平均自由行程を確保できている．このような結果により，横方向流速測定は，50 ccm 以上のガス流量で行うことが望ましい．

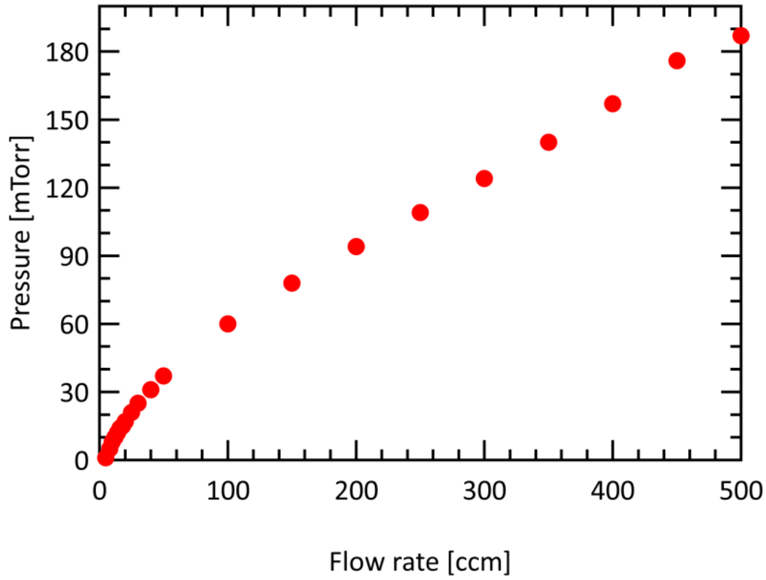

図 A.3: 放電管内のガス流量と圧力の関係.

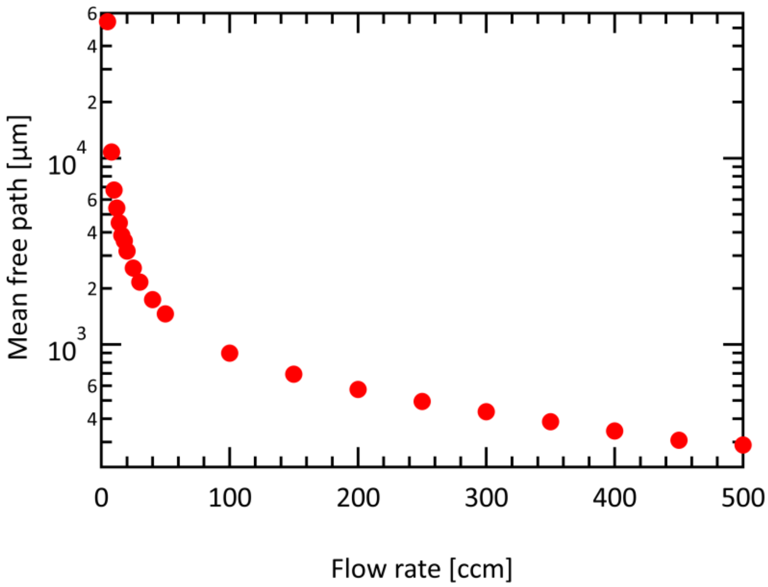

図 A.4: 放電管内のガス流量と平均自由行程の関係.

参考文献

[A.1] 堀越源一., *真空技術［第 3 版］*. 東京大学出版会, 1994.

業績

学術論文

1. **Minagawa, H.**, Yoshimura, S., Terasaka, K. & Aramaki, M., Enhancement of Doppler spectroscopy to transverse direction by using optical vortex. Sci Rep 13, 15400 (2023).
2. Terasaka, K., Yoshimura, S., **Minagawa, H.** & Aramaki, M., Three-dimensional flow velocity determination using laser-induced fluorescence method with asymmetric optical vortex beams. Sci Rep 14, 2005 (2024).
3. **Minagawa, H.**, Yoshimura, S., Terasaka, K. & Aramaki, M., Analysis of Azimuthal Doppler Shift of Anisotropically Absorbed Laguerre-Gaussian Beam Propagating in Transverse Flow. Plasma and Fusion Research 17, 1401099–1401099 (2022).
4. Aizawacaranza, M. et al., Prediction of Turbulence Temporal Evolution in PANTA by Long-Short Term Memory Network. Plasma and Fusion Research 17, 1201048–1201048 (2022).

国際会議

1. Yoshimura, S., Terasaka, K., **Minagawa, H**. & Aramaki, M. Laser-Induced Fluorescence Method Using Asymmetric Optical Vortex Beams. Presented at ISPlasma2023_IC-PLANTS2023, Gifu, Japan (2023).
2. **Minagawa, H**., Yoshimura, S., Terasaka, K. & Aramaki, M. Enhancement of temporal resolution in optical vortex laser absorption spectroscopy using quadrant photodiodes. Presented at the 20th International Symposium on Laser-Aided Plasma Diagnostics, Kyoto, Japan (2023).
3. Yoshimura, S., Terasaka, K., **Minagawa, H.** & Aramaki, M. Topological charge and phase gradient measurement for optical vortex beams by modifying peripheral region of forked grating on spatial light modulator. Presented at the 20th International Symposium on Laser-Aided Plasma Diagnostics, Kyoto, Japan (2023).
4. Yoshimura, S., Terasaka, K., **Minagawa, H.** & Aramaki, M. Flow velocity dependence of azimuthal Doppler shift on optical vortex laser absorption spectroscopy. Presented at the International Workshop on High Energy Science and Related Research, Chiba, Japan (2022).
5. **Minagawa, H.**, Yoshimura, S., Terasaka, K. & Aramaki, M. Effect of Gouy phase shift on optical vortex laser absorption spectroscopy. Presented at ISPlasma2022_IC-PLANTS2022, Online (2022).

6. **Minagawa, H.**, Kobayashi, H., Yoshimura, S., Terasaka, K. & Aramaki, M. Effect of Laguerre-Gaussian beam propagation on TDLAS spectra observed using optical vortex. Presented at the 74th Gaseous Electronics Conference, Online (2022).

国内学会発表

1. **皆川裕貴**, 吉村信次, 寺坂健一郎, 荒巻光利. 4 分割フォトダイオードによる光渦レーザー吸収分光測定の高速化. 日本物理学会 2023 年春季大会, 2023 年 3 月 23 日 (オンライン).
2. 寺坂健一郎, 吉村信次, **皆川裕貴**, 荒巻光利. 非対称な光渦を用いたレーザー誘起蛍光ドップラー分光における積分効果. 日本物理学会 2023 年春季大会, 2023 年 3 月 23 日 (オンライン).
3. **皆川裕貴**, 吉村信次, 寺坂健一郎, 荒巻光利. 光渦レーザー吸収分光法による方位角方向へシフトした速度分布の測定. プラズマ科学のフロンティア 2022 研究会, 2022 年 12 月 10 日 (岐阜).
4. **皆川裕貴**, 吉村信次, 寺坂健一郎, 荒巻光利. 光渦レーザー吸収分光法における方位角ドップラーシフト分布の二次元的な解析による横方向流速の測定. 第 55 回日本大学生産工学部学術講演会, 2022 年 12 月 27 日 (千葉).
5. 藤浪聖人, **皆川裕貴**, 荒巻光利. シャックハルトマン波面センサーの光渦分光への応用. プラズマ・核融合学会第 39 回年会, 2022 年 11 月 23 日, （富山）
6. **皆川裕貴**, 吉村信次, 寺坂健一郎, 荒巻光利. 光渦レーザー吸収分光法における方位角ドップラーシフト分布からの横方向流速の定量的評価. プラズマ・核融合学会第 39 回年会, 2022 年 11 月 22 日 (富山).
7. 吉村信次, 寺坂健一郎, **皆川裕貴**, 荒巻光利. 非対称光渦を用いたレーザー誘起蛍光法. プラズマ・核融合学会第 39 回年会, 2022 年 11 月 22 日 (富山).
8. 吉村信次, 寺坂健一郎, **皆川裕貴**, 荒巻光利. 非対称な強度分布をもつラゲールガウスビームを用いた光渦 LIF スペクトル計測. 日本物理学会 2022 年秋季大会, 2022 年 9 月 14 日 (東京).
9. **皆川裕貴**, 吉村信次, 寺坂健一郎, 荒巻光利. 光渦レーザー吸収分光法における方位角ドップラーシフトの絶対値評価. 日本物理学会第 77 回年次大会, 2022 年 3 月 24 日 (オンライン).
10. **皆川裕貴**,小林弘和,吉村信次,寺坂健一郎,森崎友宏,荒巻光利. 高次光渦ビームによる光渦レーザー吸収分光法の最近の進展. 第 54 回日本大学生産工学部学術講演会, 2021 年 12 月 11 日 (千葉).
11. **皆川裕貴**, 吉村信次, 寺坂健一郎, 荒巻光利. 高次の光渦を用いた吸収分光測定. プラズマ・核融合学会第 38 回年会, 2022 年 11 月 24 日 (オンライン).
12. **皆川裕貴**,小林弘和,吉村信次,寺坂健一郎,森崎友宏,荒巻光利. 光渦吸収分光による速度分布測定への回折の影響. 第 53 回日本大学生産工学部学術講演会, 2022 年 12 月 12 日 (千葉).
13. 渡辺響, **皆川裕貴**, 荒巻光利. シャックハルトマン波面センサによる光渦の計測. プラ

ズマ・核融合学会第 37 回年会, 2020 年 12 月 3 日 (オンライン).

14. **皆川裕貴**,小林弘和,吉村信次,寺坂健一郎,森崎友宏,荒巻光利. プラズマ中を吸収されながら伝播する光渦のビームプロファイルの変化と吸収スペクトルへの影響. プラズマ・核融合学会第 37 回年会, 2020 年 12 月 1 日 (オンライン).
15. 黒島秀太, **皆川裕貴**, 荒巻光利. 最適化ホログラムによって生成された光渦の伝播解析. プラズマ・核融合学会第 37 回年会, 2020 年 12 月 1 日 (オンライン).
16. 荒巻光利, 山本将来, **皆川裕貴**, 田中樹, 吉村信次, 寺坂健一郎, 森崎友宏. 光渦吸収の空間分布と速度空間における粒子分布の関係. 日本物理学会第 75 回年次大会, 2020 年 3 月 17 日 (名古屋).
17. **皆川裕貴**,小林弘和,吉村信次,寺坂健一郎,森崎友宏,荒巻光利. 光渦吸収分光におけるビーム品質がスペクトル形状に及ぼす影響. 日本物理学会第 75 回年次大会, 2020 年 3 月 17 日 (名古屋).
18. 荒巻光利, 山本将来, **皆川裕貴**, 田中樹, 吉村信次, 寺坂健一郎, 森崎友宏. 光渦吸収分光による横方向流れ測定と視線方向空間分解測定の検討. 仙台プラズマフォーラム「プラズマ流の基礎と応用に関する研究会」, 電気通信研究所共同プロジェクト研究会「プラズマ流中マルチスケール構造形成による新規反応場の開拓」, 2020 年 2 月 12 日 (青森).
19. 荒巻光利, 山本将来, **皆川裕貴**, 田中樹, 吉村信次, 寺坂健一郎, 森崎友宏. 光渦吸収分光の最近の進展. 「プラズマ分光計測と原子分子素過程研究の融合最前線」「原子分子データ応用フォーラムセミナー」合同研究会, 2019 年 12 月(岐阜).
20. 田中樹, 山本将来, **皆川裕貴**,小林弘和,吉村信次,寺坂健一郎,森崎友宏,荒巻光利. 光渦吸収分光における吸収の部分的飽和による影響. プラズマ・核融合学会第 36 回年会, 2019 年 11 月 30 日 (名古屋).
21. **皆川裕貴**,小林弘和,吉村信次,寺坂健一郎,森崎友宏,荒巻光利.光渦吸収分光における回折の影響とスペクトル形状の評価. プラズマ・核融合学会第 36 回年会, 2019 年 11 月 30 日 (名古屋).
22. **皆川裕貴**,小林弘和,吉村信次,寺坂健一郎,森崎友宏,荒巻光利.光渦吸収分光における伝播による吸収構造の変化. プラズマ科学のフロンティア 2019 研究会, 2019 年 8 月 8 日 (岐阜).
23. 田中樹, 山本将来, **皆川裕貴**,小林弘和,吉村信次,寺坂健一郎,森崎友宏,荒巻光利. 光渦ドップラー吸収分光におけるドップラーシフト分布のガス流速依存性. プラズマ科学のフロンティア 2019 研究会, 2019 年 8 月 8 日 (岐阜).

表彰

1. 皆川裕貴, 小林弘和, 吉村信次, 寺坂健一郎, 森崎友宏, 荒巻光利. "光渦吸収分光における回折の影響とスペクトル形状の評価." プラズマ・核融合学会　第 36 回年会, 2019 年 12 月 2 日, 中部大学（春日井キャンパス）. 若手学会発表賞学生部門.
2. 皆川裕貴, 吉村信次, 寺坂健一郎, 荒巻光利. "学生優秀発表賞." 日本物理学会 第 77 回年次大会, 2022 年 4 月 9 日.

第 8 章　謝辞

本研究の遂行ならびに論文作成，懇切丁寧なるご指導，毎週にわたるミーティング，多くのご討論，日頃から多くのご指導とご助言をいただきました日本大学生産工学部教授　荒巻光利先生に謹んで御礼申し上げます．荒巻先生には，研究の遂行，多くの実験技術，論文作成について懇切丁寧に多くのご指導を賜りました．技術は見て学ぶとよく言いますが，荒巻先生には直接的な指導だけではなく，見て学ぶ機会も多く与えていただきました．また，たくさんの白熱した議論をしていただきました．打ち合わせなどにて議論に熱がこもることもありましたが，常に理性的な議論をしてくださり，とても尊敬しております．私が光渦レーザー吸収分光法は技術的に不可能な手法なのだと諦めかけていたときも，荒巻先生はできるはずだと信じて私にこの研究を続けるように言ったことにとても感謝しております．博士課程というのは，できるか分からない困難を乗り越えることに意味があるのだと諭していただきありがとうございました．荒巻先生には，学会発表の資料，論文作成において，多くのご指導をいただきました．荒巻先生の論理的な文章の作成法や考え方は非常に勉強になりました．

本研究の遂行，本論文の作成にあたり多くのご教示とご助言を賜りました，核融合科学研究所准教授　吉村信次先生に厚く御礼申し上げます．吉村先生には，修士課程の頃より，研究の議論，学会発表でのご助言，論文作成のご指導にあたって大変お世話になりました．吉村先生は，忙しい中，常に論文に対して細部にわたって多くのご指導とご教示をいただきました．研究の議論だけではなく，文章表現にわたるまで細かなご指導に大変感謝しております．また，HYPER-Ⅰでの実験においても懇切丁寧にご指導をいただきました．

本研究の遂行にあたり多くのご教示とご助言を賜りました，崇城大学准教授　寺坂健一郎先生に厚く御礼申し上げます．寺坂先生は吉村先生と同じく修士課程の頃より，研究の議論，学会発表でのご助言，論文作成のご指導にあたって大変お世話になりました．寺坂先生には，荒巻先生，吉村先生とはまた違った鋭いご指摘をいただくことがあり，大変感謝しております．論文作成においても多くのご指導とご教示をいただきました．また，HYPER-Ⅰでの実験においても，丁寧にとても優しく実験技術をご指導いただきました．

本論文の作成にあたり多くのご教示とご助言を賜りました，日本大学生産工学部教授　飯田和昌先生ならびに日本大学生産工学部教授　石澤淳先生に深く御礼を申し上げます．論文の構成から，発表資料の大きな構成変更についてのご助言をいただきました．また，多くの貴重なご意見を賜ったことで，公聴会での質疑応答に大いに役立ちました．

本研究の遂行にあたり多くのご教示をいただきました高知工科大学准教授　小林弘和先生に深く御礼申し上げます．数値解析コードの作成にあたり，多くのご教示をいただきました．また，mathematica に関する技術的なご助言をいただきました．

本研究の遂行にあたり多くの実りあるご意見をいただきました北海道大学教授　戸田泰則先生ならびに群馬大学准教授　鹿野豊先生に深く御礼申し上げます．

日頃から多くのご教示とご助言をいただきました日本大学生産工学部准教授　佐々木真先生に心から御礼申し上げます．佐々木先生には，日頃より親切に接していただき，また，ゼミ等で多くのご教示をいただきました．

日頃から多くのご助言をいただきました日本大学生産工学部准教授　加藤修平先生に心から御礼申し上げます．日頃より親切にお付き合いいただき，多くのご助言をいただきました．

本研究を遂行するにあたり事務手続き等の多くのご協力をいただきました荒巻研究室秘書　矢柴裕子氏には心から御礼申し上げます．

本研究を遂行するにあたり多くのご協力をいただきました荒巻研究室の学生の皆様に心から御礼申し上げます．

最後に，博士課程に進学する機会を与えてくださり，あらゆる場面で私を温かく見守り続けていただいた両親に深く感謝いたします．