

射流の乱流境界層の発達が跳水特性に与える影響

令和5年9月

佐藤柳言

目次

第 1 章	序論	1
第 2 章	スルースゲートから流出する射流の乱流境界層の発達	5
2.1	まえがき	5
2.2	ゲート下流の射流の特性を解明するための実験	8
2.2.1	実験装置	8
2.2.2	実験方法	14
2.2.3	測定機器	17
2.2.4	実験条件	27
2.2.5	間接測定値の算定方法	29
2.3	射流の流速特性	42
2.3.1	流速分布	42
2.3.2	乱れ強さ分布	56
2.4	射流の水面形と乱流境界層の発達状況	70
2.4.1	解析	70
2.4.2	結果	78
2.5	射流のエネルギー損失と境界層発達状態との関係	93
2.5.1	解析	93
2.5.2	結果	104
2.6	乱流境界層の発達が射流の水理特性に与える影響	116
2.6.1	乱れ強さ	116
2.6.2	水面変動	120
2.7	まとめ	133
第 3 章	流入射流の境界層発達状態による跳水特性の変化	135
3.1	まえがき	135
3.2	流れの基礎方程式の跳水への適用	138

3.2.1	跳水の長さ と 跳水内部のエネルギー収支との関係	138
3.2.2	跳水始端・終端の水深間の関係	150
3.3	跳水特性を解明するための実験	154
3.3.1	実験装置	154
3.3.2	実験方法	161
3.3.3	測定機器	162
3.3.4	底面剪断応力の間接測定	167
3.3.5	実験条件	170
3.4	跳水の流況	172
3.4.1	流況分類	172
3.4.2	本実験条件の跳水の流況	176
3.5	定常跳水特性の流下方向への変化	178
3.5.1	流速特性	178
3.5.2	乱れ強さの特性	186
3.5.3	底面摩擦抵抗係数	193
3.5.4	空気混入特性	195
3.5.5	水表面形状	198
3.5.6	エネルギー収支	200
3.6	定常跳水特性に対する流入射流の境界層発達状態の影響	203
3.6.1	流速特性	203
3.6.2	乱れ強さの特性	209
3.6.3	底面摩擦抵抗係数	216
3.6.4	空気混入特性	217
3.6.5	水表面形状	221
3.6.6	エネルギー収支	223
3.6.7	跳水長の実験式の検証と水叩部の水工設計への応用	226
3.7	まとめ	234
第 4 章	結論	235
	記号一覧	237
	参考文献	243
	研究業績一覧	249
	謝辞	251

第 1 章

序論

水理学^{[1],[2]}では、開水路流れの水深と速度水頭の和を specific energy (比エネルギー) と呼ぶ。流量が一定で比エネルギーが最小のとき、あるいは、比エネルギーが一定で流量が最大のときの水深・断面平均流速をそれぞれ限界水深・限界流速と呼ぶ。開水路流れにおいて、その水深が限界水深より小さく、その断面平均流速が限界流速より大きいときの流れを射流という。一方、その水深が限界水深より大きく、その断面平均流速が限界流速より小さいときの流れを常流という。

貯水池・調整池などの導流水路に設置されたゲートから流出する流れ、ダム・堰などの落差構造物の洪水吐を流下する流れは、一般に射流である。工学的には、射流の速度水頭を減少させることを必要とする場合がある。高速水流を制御するための構造物を減勢工と呼ぶ。水理公式集^{[3],[4]}によると、減勢工の種類には、跳水型減勢工、バケット型減勢工、フリップ型減勢工、クッション型減勢工、階段式水路などがある。ここに、跳水とは射流から常流に遷移する際に生じる現象であり、表面渦を伴う跳水は自由跳水 (classical jump) と呼ばれている。跳水型減勢工を採用する場合、水叩きの長さを決定するため、跳水によるエネルギー減勢に必要な流下方向長さおよび底面保護に必要な流下方向長さを知ることが重要である。水叩き部の設計では、跳水長の実験式に基づいて水叩きの長さを決定する場合があるものの、種々の実験式が提案されており、使用する実験式によって跳水長の推定値が異なる。すなわち、跳水型減勢工の水叩長を合理的に決定するためには、跳水の長さや跳水内部のエネルギー収支との関係を明確にして、跳水中でのエネルギー減勢メカニズムの理解を進展させることが重要である。

ゲートから流出する射流、あるいは、ダムなどの落差構造物の洪水吐を流下する射流では、乱流境界層が流下とともに発達する。種々の断面形状および種々の水路勾配における開水路不等流の水面形は、物部^[5]や Chow^[6]の方法によって求めることができる。しかしながら、これらの方法では乱流境界層が十分に発達した場合のみを対象としているため、乱流境界層発達中の流れでは水深の計算値と実験値とに相違が認められる^[7]。

Wilson and Turner^[8] は、水平水路のスルースゲートから流出する射流について、層流境界層の発達を仮定して射流の水面形を解析的に検討した。しかしながら、工学的にはレイノルズ数の大きい開水路流を対象にするため、層流境界層ではなく乱流境界層が発達することから、水工設計で想定される現象と解析法とが対応していない。すなわち、乱流境界層の発達を考慮して流れの特性を解明する必要がある。Ohtsu and Yasuda^[9] は、スルースゲート下流側の射流の乱流境界層の発達を考慮し、射流の乱流境界層の発達状況と水面形の解析方法を提示している。しかしながら、乱流境界層発達中の射流におけるエネルギー損失を解析的に求める方法は示されていない。また、乱流境界層が水面に達した後に射流の乱れが十分発達した状態になるまでに必要な流下距離は不明確である。

水平水路のスルースゲート下流側に形成される自由跳水について、Resch and Leutheusser^[10] は、跳水始端がゲート直下に位置する場合とゲートから下流側遠方に離れた断面に位置する場合とでは、跳水内部の流速特性および空気混入特性に違いのあることを示した。また、Leutheusser and Kartha^[11] は、流入射流の境界層発達状態によって、跳水の長さ、跳水始端・終端の相対水深、底面剪断応力の大きさが異なることを報告した。しかしながら、これらの成果^{[10],[11]} はレイノルズ数の小さい水理模型実験における熱線流速計による計測結果に基づいたものである。自由跳水は表面渦を伴い空気泡が取り込まれる局所流であるため、熱線流速計による流速の測定精度に検討の余地がある。大津^[12] は、跳水長の物理的意味を跳水によるエネルギー損失が達成されるために必要な長さとして解釈し、次元解析的考察によって、与えられた水路断面形状に対する自由跳水の長さが $L_j/H_L = f(H_L/H_1)$ の関係で表示されることを示した。ここに、 L_j は跳水長、 H_L は跳水による損失水頭、 H_1 は自由跳水の始端の全水頭である。Ohtsu et al.^[13] は、自由跳水の始端がゲート直下に位置する場合とゲートから下流側遠方に離れた断面に位置する場合とで跳水内部の流速特性に違いの生じることを示し、跳水下流側断面での乱れの対流項の大きさを示した。ただし、ゲートから離れた断面に跳水始端が位置する場合の跳水については、流入射流の乱流境界層の発達状態が明確にされていない。すなわち、跳水へ流入する射流の乱流境界層の発達状態を考慮して、跳水内部の流速特性と乱れ強さ特性とを解明するためのさらなる研究が必要である。

本研究は、流れの基礎方程式、すなわち、運動方程式・エネルギー方程式・連続の式を開水路流に適用し、水平水路のスルースゲート下流側の射流およびこの射流を始端とする跳水の水理特性を解析的かつ実験的研究によって解明し、射流の乱流境界層の発達が跳水の水理特性に与える影響を明らかにしたものである。水平水路のスルースゲートから流出する射流を対象に、射流の乱流境界層の発達を考慮して、水面形状、乱流境界層の発達状況、エネルギー損失の解析方法を発展させた^{[14],[15]}。射流の流速と水面変動の特性を実験的に検討し、射流の乱れ強さと水面変動がそれぞれ十分発達した状態になるまでの必要流下距離を示した^{[14]-[16]}。これらの検討より、長方形断面水平水路のスルース

ゲートから流出する射流を乱流境界層が未発達の状態，発達中の状態，十分発達した状態の3つに区分した。この成果を用いることにより，跳水への流入射流の乱流境界層発達状態が明確にされた。流入射流の乱流境界層が未発達の状態と十分発達した状態の跳水を対象に，跳水内部の流速と乱れ強さを詳細に測定した結果を示した^{[17]-[19]}。跳水を検査領域に選びエネルギー方程式を適用し，跳水始端断面から任意な下流側断面までの流下距離と跳水内部のエネルギー収支との関係を説明した^{[17],[18],[20]}。これらの結果を用いて跳水内部のエネルギー収支が明らかにされた^{[17],[18],[20]}。これより，エネルギー減勢構造物での跳水長の合理的な物理的意味は，跳水によるエネルギー損失が達成されるために必要な流下方向長さであることを再確認した^{[17],[18],[20]}。跳水によるエネルギー損失の達成されている断面では，最大流速の特性に関連して，底面摩擦抵抗係数は十分に小さくなっていることを示した^{[17],[18]}。以上より，跳水への流入射流の乱流境界層の発達状態を考慮し，跳水によるエネルギー減勢の物理的機構に注目して，跳水型減勢工の水叩長を合理的に決定することが可能になった。

第2章

スルースゲートから流出する射流の乱流境界層の発達

2.1 まえがき

射流は開水路流れ特有の現象であり、水門、可動堰、ダム洪水吐などから流出する高速水流として観察される。本研究では、河川や灌漑用水路などで流量と水位とを調整するために設置されるゲートを用いて、水平水路上の流れを対象とする。また、長方形や台形などの種々の水路断面形状があるが、本研究では二次元的流れにおける基礎的知見を得るために、長方形断面を対象とする。すなわち、長方形断面水平水路に設置されたスルースゲートから流出する射流を対象とする。

スルースゲート下流側に形成される射流は、縮流部 (vena contracta) で底面極近傍を除いて一様な流速分布となり、縮流部より下流側では乱流境界層が発達する。乱流境界層は流下とともにその厚さを増し、やがて水面に到達する (図 2-1 参照)。乱流境界層が水面に到達した断面は critical point と呼ばれている^[9]。

水平水路の射流の水面形状は、従来、物部^[5]や Chow^[6]の方法より求められている。しかしながら、これらの方法では境界層が十分に発達した場合のみを対象にしているため、乱流境界層発達中の流れの水面形の計算値と実験値との間に相違が認められる。このことは Rao^[7]によって報告されており、境界層発達中の流れでは境界層の発達を考慮して流れの特性を解明することが重要である。Wilson and Turner^[8]は、スルースゲートから流出する射流の流速分布を層流と仮定し、層流境界層の発達を考慮した射流の水面形状を解析的に検討した。しかしながら、水工設計で要求される流れはレイノルズ数が大きく、層流境界層ではなく乱流境界層が発達するため、この解析的検討には改善点が多いものと考えられる。また、射流の流速特性や critical point までの流下距離については検討されていない。Ohtsu and Yasuda^[9]は、スルースゲート下流側の射流に対して、流れ

を二次元的に取り扱えるアスペクト比の範囲で射流の乱流境界層の発達状況と水面形状とを解析的に求める方法を提示している。この方法では、乱流境界層内の流速分布を $1/7$ 乗則と仮定し、開水路流においてもカルマンの運動量積分方程式^[21]が成立することを認めて、水深と乱流境界層厚とを解析的に求めている。しかしながら、カルマンの運動量積分方程式と同じ結果が開水路流においても得られることは明示されていない。また、乱流境界層の発達を考慮してエネルギー損失を解析的に求める方法は示されていない。

ゲートから流出する射流の水面を観察すると、ゲート直下流側の流れでは、側壁付近を除いて凹凸と変動の認められない滑らかな水面 [図 2-2(a) 参照] が形成される。ところが、ゲートから十分に離れた下流側では、流下とともに凹凸と変動を伴う水面 [図 2-2(b) 参照] が形成される。このことについて Takahashi and Ohtsu^[22] は、ゲート下流の射流の乱流境界層の発達状態によって、水面の凹凸と変動の有無に違いのあることを示した。しかしながら、高速度ビデオカメラによる目視観察の結果によるため、射流の水面の凹凸と変動は定量的に示されていない。

本章では、長方形断面水平水路に設置されたスルースゲートの下流側に形成される射流を対象に、乱流境界層の発達を考慮して射流の水力特性を解明したことを示す。乱流境界層の発達中の射流については、エネルギー消散厚を用いて乱流境界層発達中の射流のエネルギー損失を解析的に求める方法を導出し、この方法の実験的検証を行った^{[14],[15]}。境界層近似されたレイノルズ方程式を用いて、カルマンの運動量積分方程式と同じ結果が水平開水路流の場合にも導出されることを示した。すなわち、従来より提示されている射流の乱流境界層の発達状況と水面形状の解析方法^[9]を発展させた^{[14],[15]}。乱流境界層が水面に到達した断面より下流側の射流については、射流の水面変動が十分に大きくなっている断面では、射流の流速特性と乱れ強さ特性とが開水路等流の場合と同程度になることを見出した^{[14]-[16]}。すなわち、射流の乱れが十分発達した状態になるまでの必要流下距離を明らかにした。これらの検討より、スルースゲートから流出する射流を乱流境界層が未発達の状態、発達中の状態、十分発達した状態の3つに区分した。

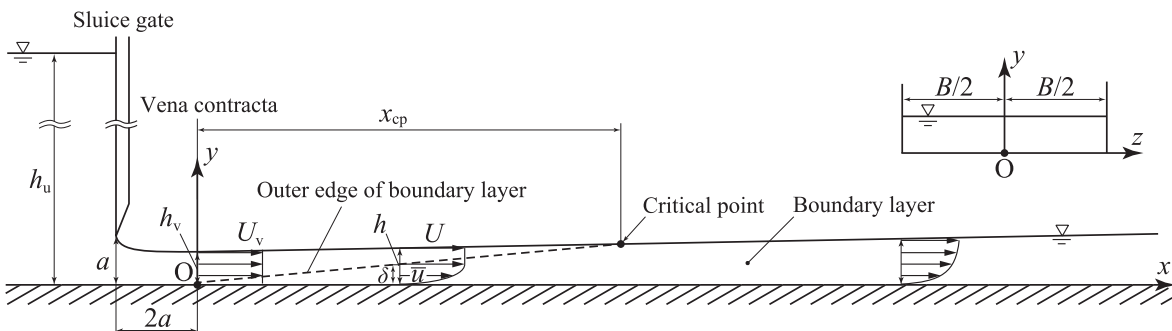
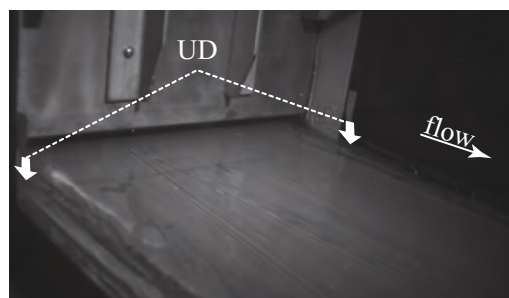
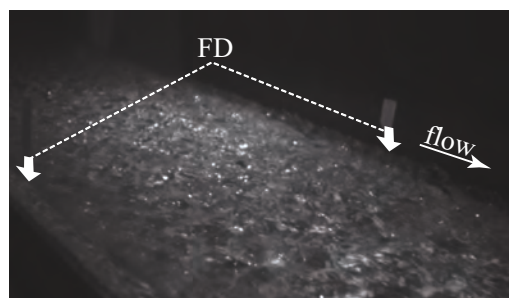


図 2-1 スルースゲート下流側に形成される射流の定義図



(a) Undeveloped flow (UD)



(b) Fully developed flow (FD) at $x_1/x_{cp} = 1.7$

図 2-2 射流の水面の静止画の一例 ($F_1 = 7.2$, $R = 6.2 \times 10^4$); Takahashi and Ohtsu (2017)^[22]
より転載

2.2 ゲート下流の射流の特性を解明するための実験

2.2.1 実験装置

実験は、日本大学理工学部船橋校舎および駿河台校舎の室内水理実験施設で実施された。

本実験で使用された水路の諸元を表 2-1 に示す。表 2-1 に示される水路は、いずれもスルースゲートを有する長方形断面形状の直線水路であり、水路床および側壁は水理的滑面として取り扱われる。水路 F2 と水路 S1 については、水路フレームに設置されたスクリュージャッキによって水路勾配を変更できる傾斜可変水路である。ただし、本研究では、全ての条件において水路勾配が水平となるように調整の上、実験を実施した。

実験では、施設の低水槽に貯められた水を使用した。表 2-1 に示される水路 F1 (図 2-3 参照) と水路 F2 (図 2-4 参照) の場合、水は低水槽からポンプを用いて高水槽へ汲み上げられ、高水槽から一定の流量のもとで水路へ流入する。流量は水路上流側に設置されたバルブで調整される。水路を流下した水は、やがて水路下流端で流出し、水路下流端に設置された流量測定用全幅刃型堰に流入する。整流板で整流された後に刃型堰を越流し、低水槽へ流入する。表 2-1 に示される水路 S1 の場合、水は低水槽からポンプを用いて汲み上げられ、パイプサイレンサーと整流槽を通過し、一定の流量のもとで水路に流入する。流量は水路上流側に設置されたバルブで調整される。水路を流下した水は、やがて水路下流端で流出し、水路下流端に設置された流量測定用全幅刃型堰に流入する。整流板で整流された後に刃型堰を越流し、低水槽へ流入する。なお、水路 S1 には、スルースゲート下流側の水路床の一部に強化ガラスが使用されている。

流量 Q は、水路下流端に設置された流量測定用の全幅刃型堰 (図 2-6 参照) を用いて測定された。刃型堰上流側に設置されたポイントゲージを用いて越流水深 h_w を測定し、測定された h_w を日本産業規格 (JIS B 8302:2002)^[23] で規定されている JIS 公式

$$Q = Kbh_w^{\frac{3}{2}} \quad (2.1)$$

$$K = 1.785 + \left(\frac{0.00295}{h_w} + 0.237 \frac{h_w}{W} \right) (1 + \varepsilon)$$

に代入し、流量 Q を算出した。式 (2.1) の適用範囲は、 $b \geq 0.50$ m、 $W = (0.30 \sim 2.5)$ m、 $h_w = (0.030 \sim W)$ m (ただし、0.8 m 以下) かつ $b/4$ 以内の値が上限である。ここに、 b は全幅刃型堰の堰幅、 W は刃型堰の底面から天端までの高さである (図 2-7 参照)。なお、 $W \geq 1$ m のとき $\varepsilon = 0.55(W - 1)$ 、 $W \leq 1$ m のとき $\varepsilon = 0$ である。各実験水路の全幅刃型堰の諸元は表 2-2 に示されている。

表 2-1 実験水路の諸元

略称 (概略図)	水路幅 B (m)	水路長 (m)	側壁高 (m)	床材料	側壁材料	場所
水路 F1 (図 2-3)	0.400	17.0	0.8 (ゲート上流側); 0.5 (ゲート下流側)	真鍮	強化ガラス	船橋校舎
水路 F2 (図 2-4)	0.400	19.0	1.0 (ゲート上流側); 0.6 (ゲート下流側)	ステンレス [†]	強化ガラス	船橋校舎
水路 S1 (図 2-5)	0.400	12.5	0.9 (ゲート上流側); 0.6 (ゲート下流側)	ステンレス [‡]	強化ガラス	駿河台校舎

[†] 表面には青色アクリル塗料が塗布されている。

[‡] 一部に強化ガラスを使用している。

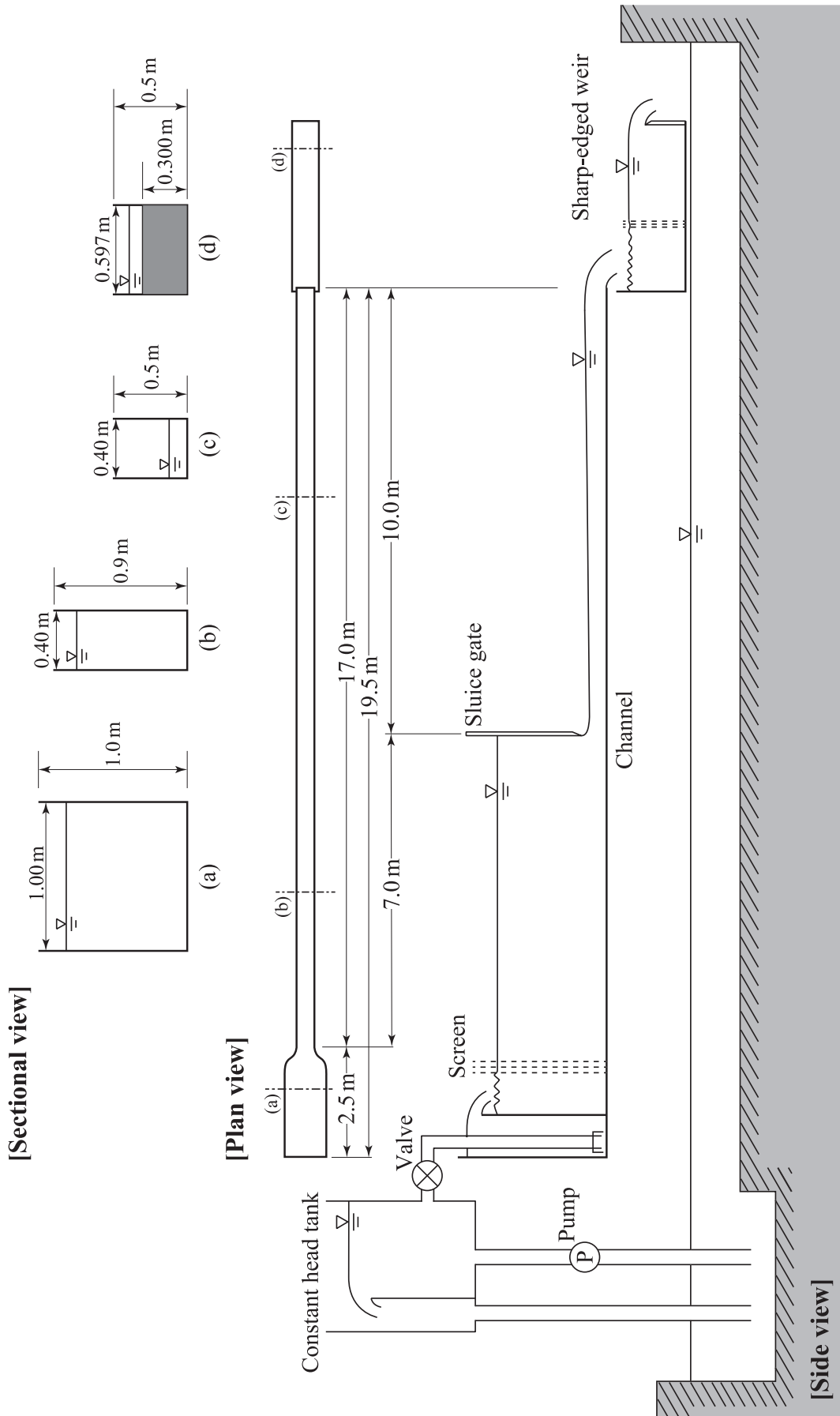


図 2-3 水路 F1 の概略図

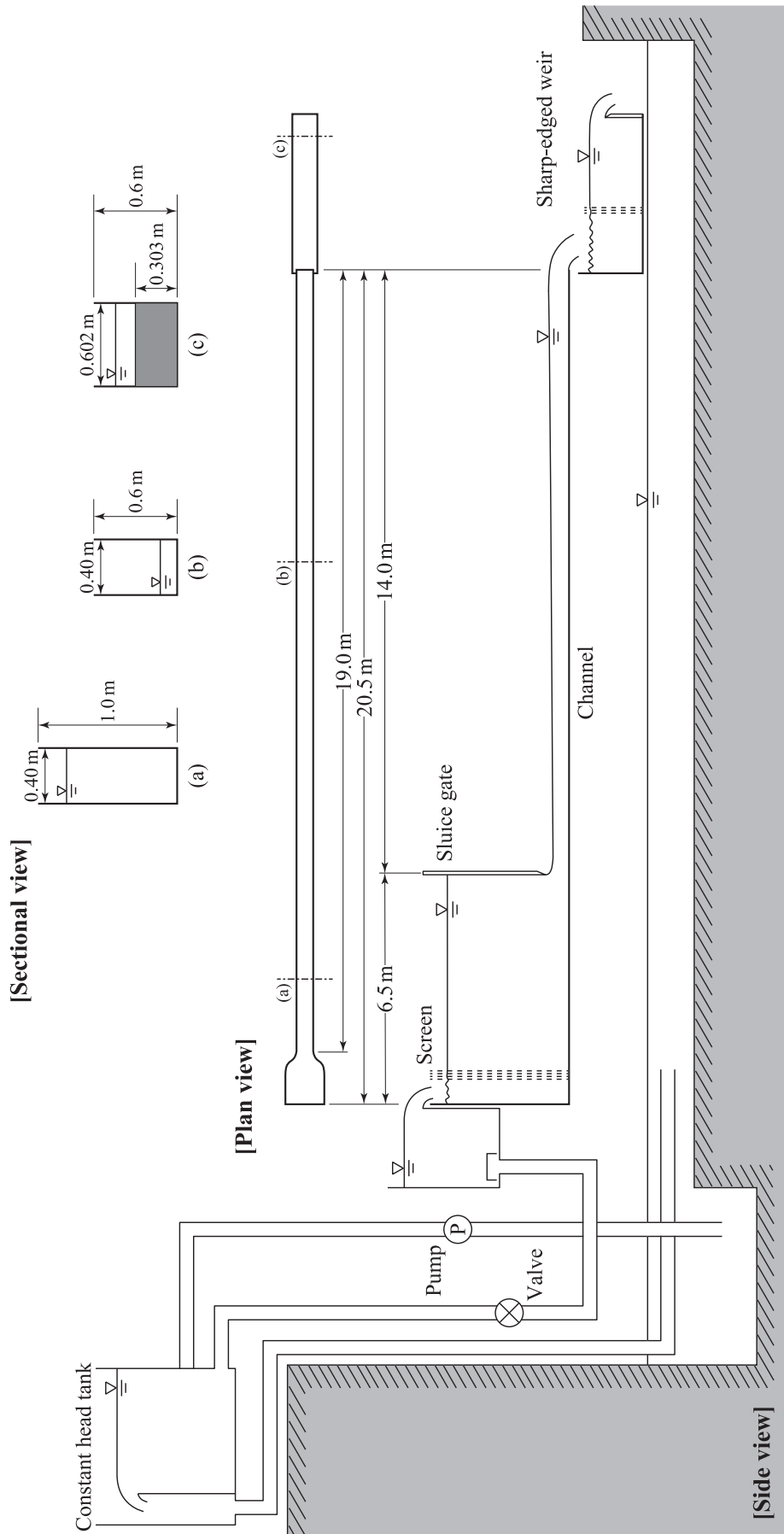


図 2-4 水路 F2 の概略図

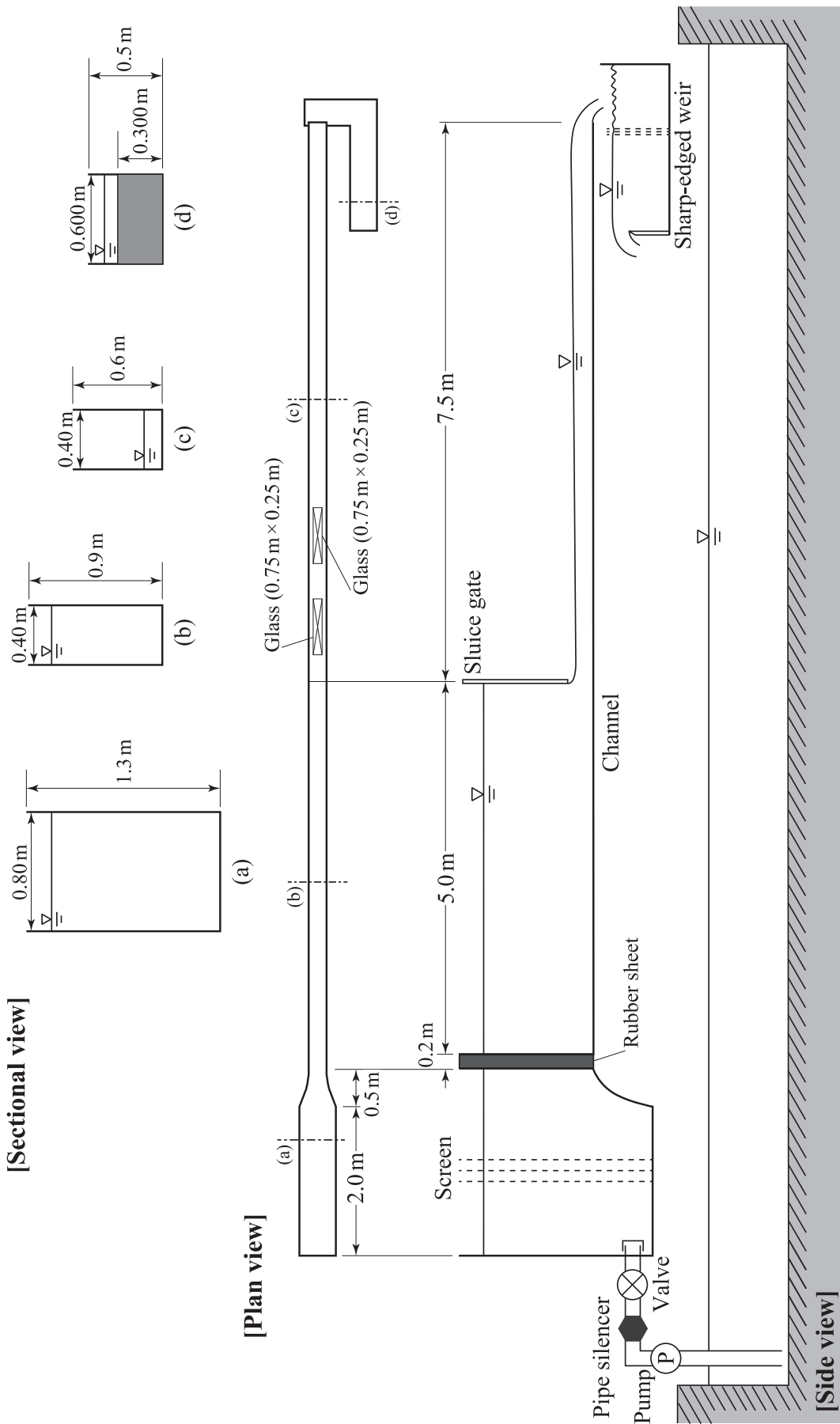


図 2-5 水路 S1 の概略図



図 2-6 流量測定用全幅刃型堰の一例（水路 F2）

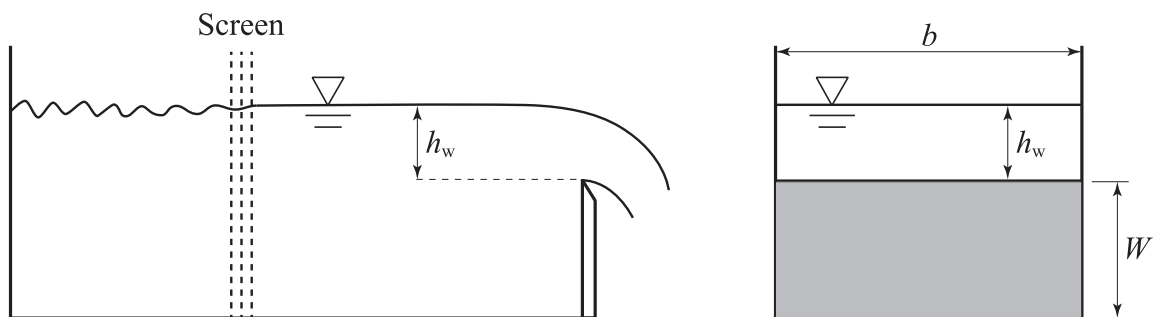


図 2-7 流量測定用全幅刃型堰の概略図

表 2-2 実験水路の全幅刃型堰の諸元

	刃型堰の堰幅 b	底面から天端までの高さ W	係数 ε
	(m)	(m)	(-)
水路 F1 (図 2-3)	0.597	0.300	0
水路 F2 (図 2-4)	0.602	0.303	0
水路 S1 (図 2-5)	0.600	0.300	0

2.2.2 実験方法

表 2-1 に示される水路を用いて射流の水理特性を解明するための実験を実施するため、実験実施時の水温 $T(^{\circ}\text{C})$ を知って動粘性係数 ν を求め、与えられた縮流部のフルード数 F_v とレイノルズ数 R に対応するスルースゲートの開口高 a と流量 Q とを調整した。以下に動粘性係数 ν の算出方法およびスルースゲート開口高 a と流量 Q の調整方法を記述する。

水温 T と動粘性係数 ν との関係を理科年表^[24]に掲載された値を用いて示すと、図 2-8 が得られる。図 2-8 に示されるように、水温 T の値が大きくなると動粘性係数 ν の値は小さくなる。図 2-8 中の実線は、水温 T と動粘性係数 ν との関係に基づいて作成された近似式

$$\begin{aligned} \nu = & 7.105482 \times 10^{-18} T^6 - 2.51304153 \times 10^{-15} T^5 \\ & + 3.67082783 \times 10^{-13} T^4 - 2.97438215 \times 10^{-11} T^3 \\ & + 1.56879688 \times 10^{-9} T^2 - 6.1236331 \times 10^{-8} T \\ & + 1.79251606 \times 10^{-6} \end{aligned} \quad (2.2)$$

であり、図 2-8 のプロットと式 (2.2) とは決定係数 $R^2 = 0.99$ で一致する。本実験では、実験実施時の低水槽内の水の水温 T を水温計を用いて $\pm 0.5^{\circ}\text{C}$ の精度で測定した。動粘性係数 ν の値は、測定された水温 $T(^{\circ}\text{C})$ を式 (2.2) に代入して得られた。

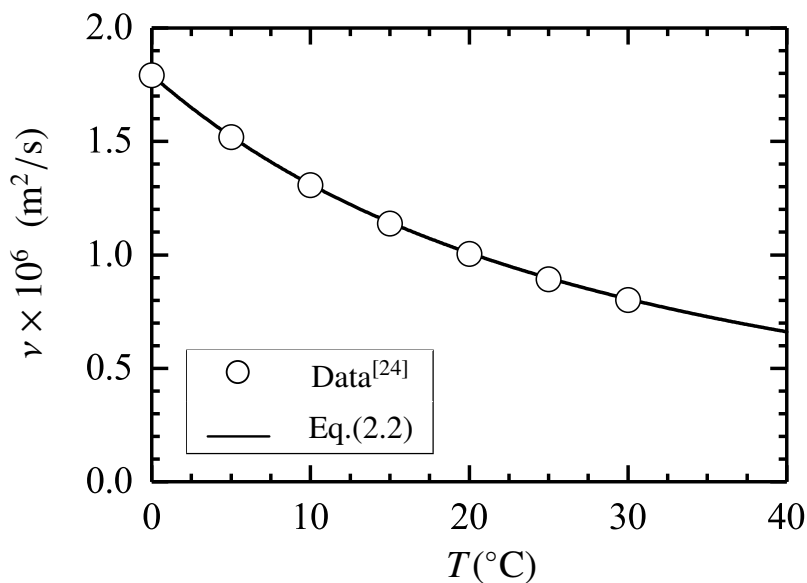


図 2-8 水温 T と動粘性係数 ν との関係

縮流部のフルード数 $F_v [= U_v/(gh_v)^{0.5}]$ とレイノルズ数 $R [= q/\nu = U_v h_v/\nu]$ より,

$$h_v = \left(\frac{\nu R}{F_v \sqrt{g}} \right)^{\frac{2}{3}} \quad (2.3)$$

の関係が得られる。ここに、 U_v は縮流部の断面平均流速、 h_v は縮流部の水深、 g は重力加速度、 q は単位幅流量である。与えられた縮流部のフルード数 F_v 、レイノルズ数 R 、動粘性係数 ν を式 (2.3) に代入すると、縮流部の水深 h_v を求められる。縮流部の水深 h_v とスルースゲートの開口高 a との関係は、収縮係数 C_c を用いて、

$$h_v = C_c a \quad (2.4)$$

のように示される^{[25],[26]}。式 (2.4) を a について整理すると、

$$a = \frac{h_v}{C_c} \quad (2.5)$$

となる。本実験では、縮流部の水深 h_v と収縮係数 $C_c (= 0.64)^{[9],[26]}$ を式 (2.5) に代入してスルースゲートの開口高 a を求めた。以上のように算出された a が得られるように、スルースゲートの開口部で目盛り間隔が 0.5 mm の直定規を水路床に対して垂直に設置し、スルースゲートの開口高を調整した。なお、本実験によると、水路中央面 ($z = 0$) での縮流部水深 h_v の測定値より $C_c = 0.60 \sim 0.67$ であることが確認された。収縮係数 C_c の適用範囲についてはさらなる検討が必要である。

流量 Q とレイノルズ数 R との関係は、

$$Q = \nu BR \quad (2.6)$$

である。すなわち、式 (2.6) に動粘性係数 ν 、実験水路の水路幅 B 、レイノルズ数 R を与えると、流量 Q を求められる。算出された流量 Q に対応するように、式 (2.1) より流量測定用全幅刃型堰の越流水深 h_w を算出する。算出された越流水深 h_w が得られるように、流量調整用バルブで流量を調整した。

スルースゲートから流出したばかりの射流において、流線が曲げられ、圧力を静水圧分布と見なすことのできない範囲が存在する^{[27]-[29]}。Montes^[27]、Roth and Hager^[28]、Castro-Orgaz and Hager^[29] は、スルースゲートから流出する射流においてピエゾ水頭と水位とが一致するためには、スルースゲートから下流側へ $2a$ の距離が必要であることを示した。また、Rajaratnam^[26] は、スルースゲートから縮流部までの流下距離は $2a$ であることを示している。よって、本実験では、縮流部をスルースゲートから下流側へ $2a$ の位置とした。

射流の水深を測定するため、0.1 mm まで判読可能なバーニヤを有するポイントゲージを用いた。また、水面変動を測定するため、超音波水位計（採取時間 200 sec, 採取間隔

100 Hz) を用いた。さらに、射流の流速測定には、一次元レーザードップラー流速計（採取時間 164 sec）を用いた。なお、水深、水面変動、流速の測定は、水路中央面 ($z = 0$) を対象とした。加えて、射流の水面の流況を撮影するため、高速度ビデオカメラ（撮影速度 1000 fps, 露光時間 1/1000 sec）を用いた。本実験で使用した測定機器については、第 2.2.3 項を参照されたい。また、各測定に係る実験条件については、第 2.2.4 項を参照されたい。

2.2.3 測定機器

2.2.3.1 ポイントゲージ

ポイントゲージ (point gauge) は、定点の水深を測定するための装置である。上下にスライドするロッド、針先、直定規、バーニヤ、固定ネジ、微調節ネジによって構成される (図 2-9, 図 2-10 参照)。

本実験では、ポイントゲージを用いて、ゲート下流に形成される射流の水深 h と流量測定用全幅刃型堰の越流水深 h_w を測定した。縮流部の水深 h_v を測定する際、ゲートとポイントゲージの固定台とが接触するため、図 2-11 のように、屈折した形状の針先 [図 2-12(a)] を使用した。ゲートとポイントゲージの固定台とが接触しない場合には、図 2-12(b) に示される形状の針先を使用した。

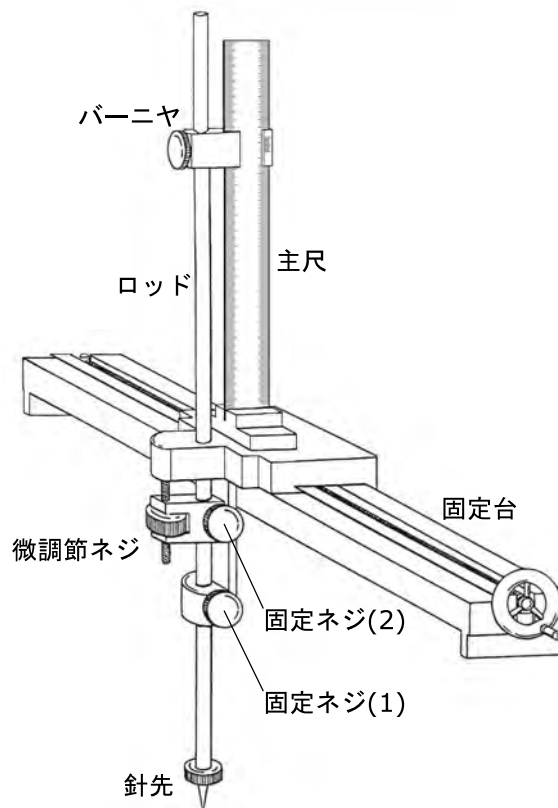


図 2-9 ポイントゲージの概略図



図 2-10 水深の測定状況

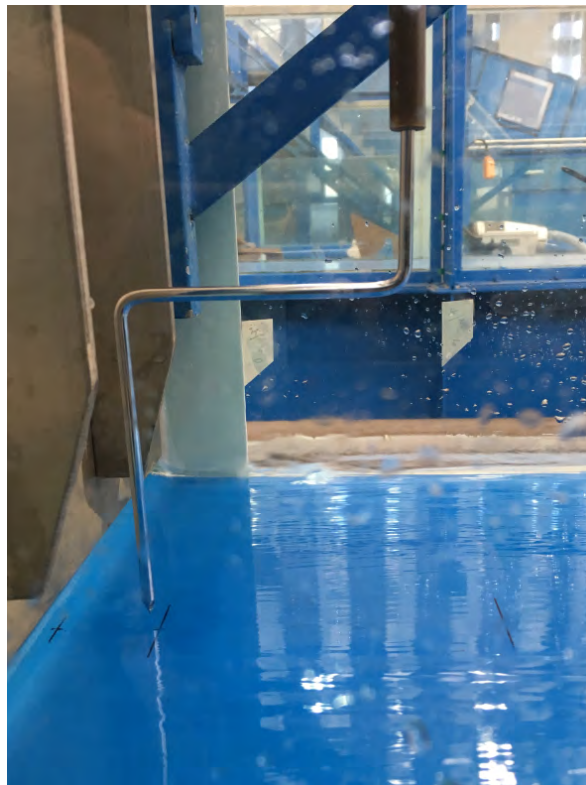
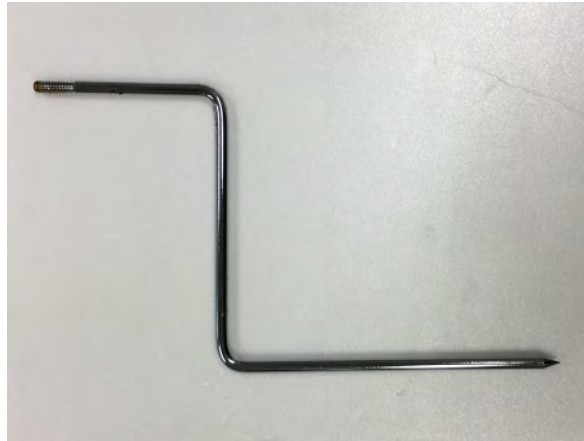


図 2-11 縮流部の水深の測定状況



(a) ゲートとポイントゲージの固定台とが接触する場合



(b) ゲートとポイントゲージの固定台とが接触しない場合

図 2-12 ポイントゲージの針先の形状

2.2.3.2 超音波水位計

超音波水位計 (ultrasonic water level sensor, 以下, U.L.S. と略す) は, 送受波器から水面までの距離を超音波を用いて非接触で測定する装置である (図 2-13 参照). 送波器から水面に向けて発射した超音波パルスが水面で反射して受波器に戻るまでの経過時間を計測し, 送受波器から水面までの距離を測定する. 一定間隔毎に測定されるため, 水位の時系列データを得ることができ, 水面変動 $\sqrt{h'^2}$ を算出することが可能である.

本実験で使用した超音波水位計 (表 2-3 参照) は, 図 2-14 に示されるように, 超音波水位計の本体部, 検出部, AD 変換器兼ジャンクションボックス, PC を接続して使用するものである. 超音波水位計の検出部で得られた信号は, 本体部に取り込まれ, 本体部から BNC-BNC ケーブルで接続された AD 変換器兼ジャンクションボックスへ送られる. AD 変換器兼ジャンクションボックスで AD 変換された出力信号は, USB ケーブルで接続された PC に送られる.

本実験では, 超音波水位計を用いて, 採取時間 200 s かつ採取間隔 100 Hz のもとで瞬間水位を測定した. 測定された水位の時系列データを水深の時系列データに換算し, 射流の時間平均水深 h と水面変動 $\sqrt{h'^2}$ とを求めた.

表 2-3 超音波水位計の性能仕様

名称	超音波水位計 (MODEL HM-001/HMT-400) 東京計測株式会社
測定範囲	60 ~ 400 mm
発振周波数	400 KHz
放射角	8° (片側)
出力電圧	200 mm/V : ゼロ点任意可変
精度	±1%/FS
応答速度	60 ms
使用温度範囲	0 ~ 40°C
本体部外形寸法	約 50W × 138H × 247D mm
電源	AC1100 V ± 10 V 50 & 60 Hz

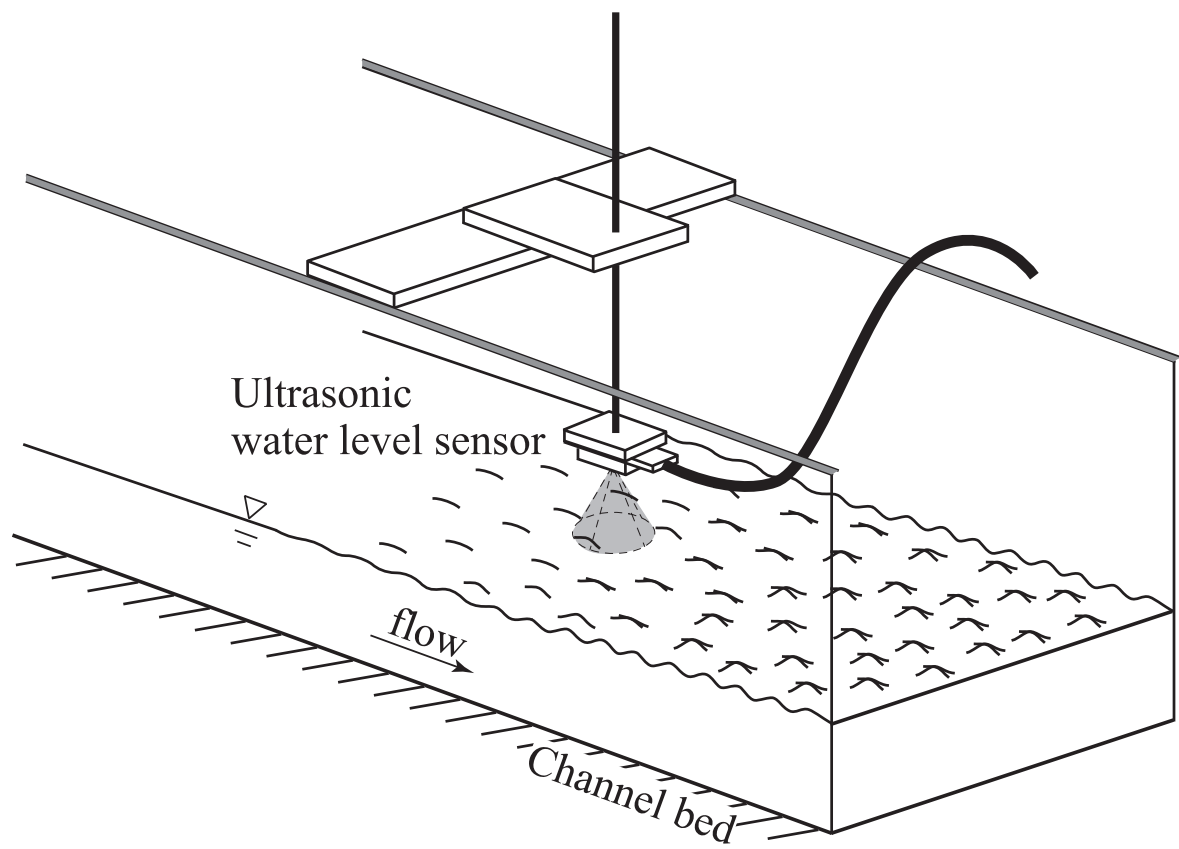


図 2-13 超音波水位計での測定状況の概略図

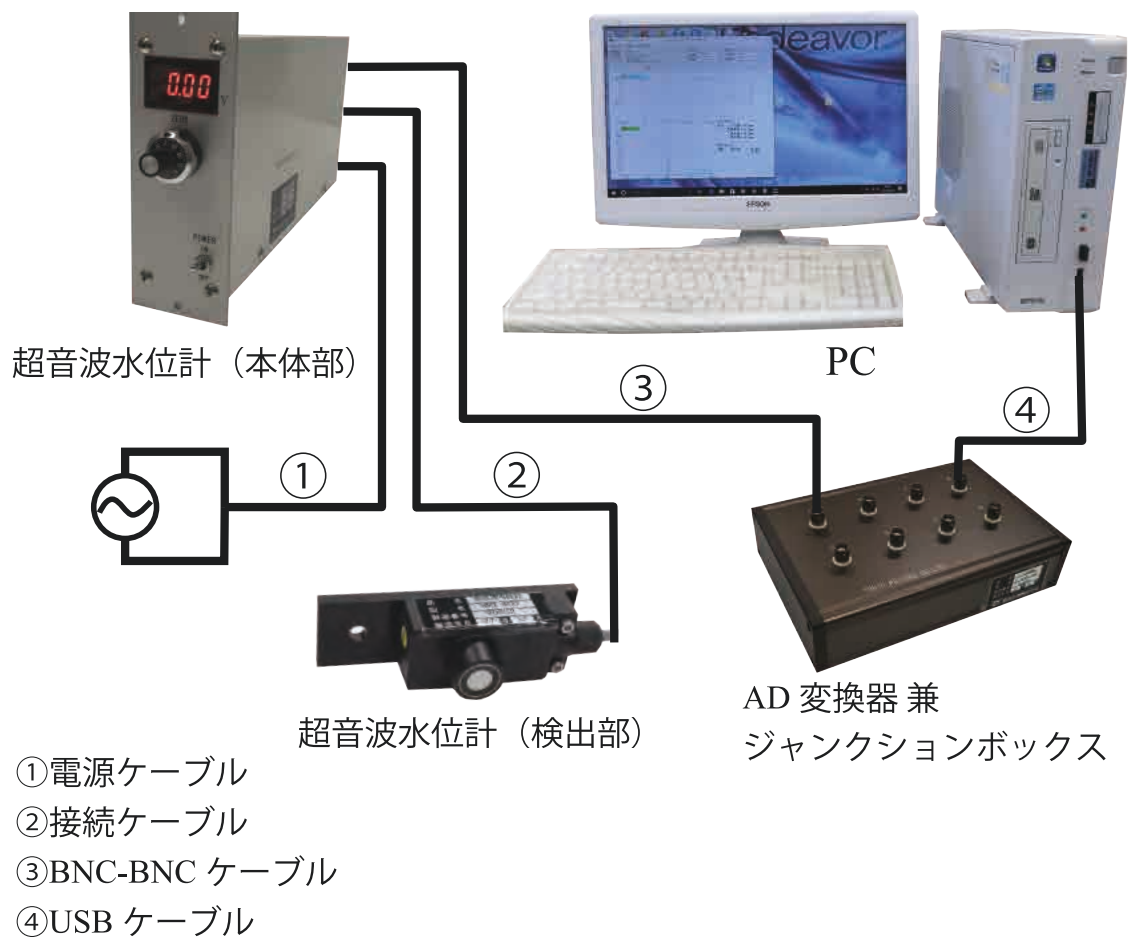


図 2-14 超音波水位計の接続図

2.2.3.3 レーザードップラー流速計

レーザードップラー流速計 (laser Doppler velocimeter, 以下, L.D.V. と略す) は, 流れ場の流速を非接触で測定する装置である (図 2-15 参照). 流水中に含まれる微粒浮遊子がレーザー光を散乱させる散乱粒子となり, 流水中に射出された二本の同じ周波数のレーザー光が交差する微小な測定点を散乱粒子が通過すると, 散乱光が生じる. この散乱光は受光レンズによって集光され, 光電変換器によって検出される. 光電変換器から出力された信号 (ドップラー信号) は, オシロスコープによって波形と周波数とを確認され, 信号処理器によってノイズを除去される. ノイズを除去されたドップラー信号は, 周波数に比例したアナログ電圧となり, AD コンバーターによって AD 変換され, コンピュータで統計処理される. 統計処理によって時間平均流速と乱れ強さの値が得られる.

本装置は, 流れに probe を挿入する必要がなく, 測定点から離れた位置に probe を設置する非接触測定法であるため, 測定装置によって流れを乱すことなく測定することができる. また, 応答速度が速いため時間分解能が高く, 二本のレーザー光が交差する微小点が測定体積であることから, 空間分解能も高い. しかしながら, レーザー光が測定点を通過しなければ流速を測定できないため, 水路床近傍, 水面近傍, 気泡混入水流では, 測定上の制約を受ける. また, 水路側壁のガラス面に傷や汚れがある場合にも測定上の制約を受ける.

本実験では, 一次元レーザードップラー流速計 (表 2-4 参照) を用いて, 流下方向の瞬間流速 u を測定した. x 方向の時間平均流速 \bar{u} および乱れ強さ $\sqrt{u'^2}$ の値は, 採取時間 164 s のもとで測定された瞬間流速 u の結果より得られた.

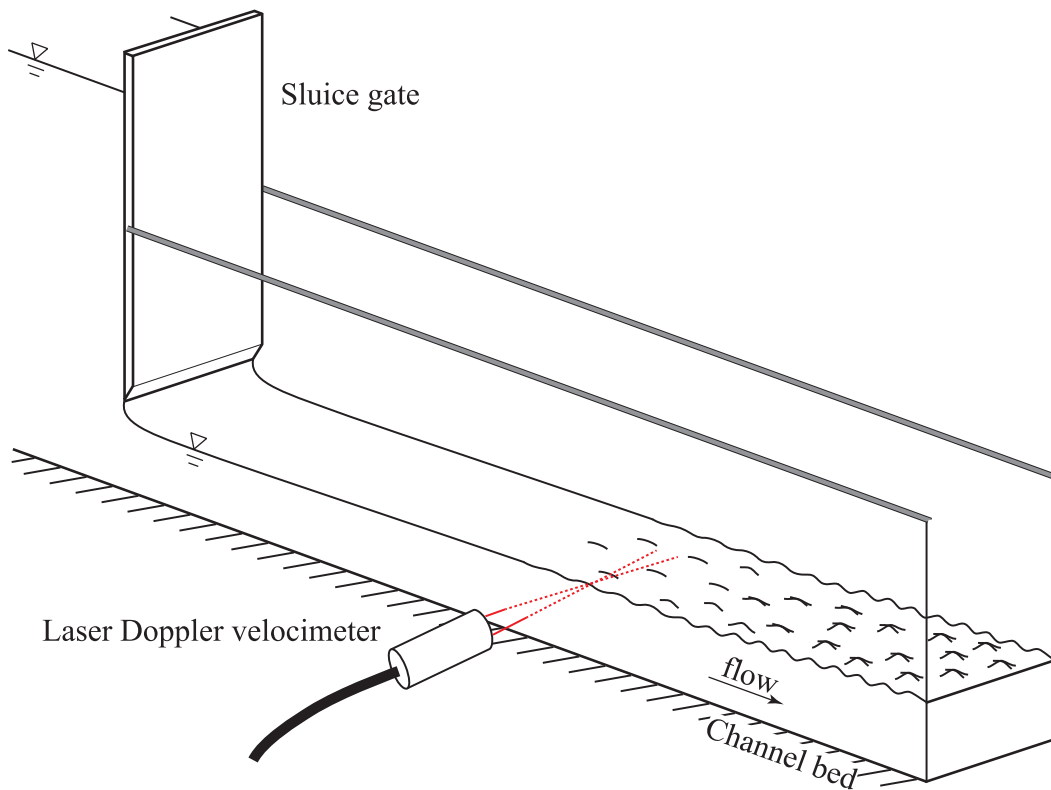


図 2-15 レーザードップラー流速計での測定状況の概略図

表 2-4 レーザードップラー流速計の性能仕様

名称	一次元レーザードップラー流速計 KANOMAX (日本科学工業株式会社)
基本光学系	前方散乱型
測定方向	一次元 (方向は自由に測定可能)
レーザー光源	He-Ne (ヘリウム, ネオン)
レーザー波長	632.8 nm
レーザー出力	≥ 15 mW
流向判別方法	周波数偏移法
信号処理	周波数トラッカ (PLL 回路内蔵)
ビーム径	約 1.1 mm ϕ (1/e ² の点において)
ビーム広がり角	約 0.7 m rad (全角)
出力安定角	$\leq 5\%/10H$ (余熱時間約 20 分, 温度 $25 \pm 3^\circ\text{C}$)
ノイズ, リップル	$\leq 1\%$ r.m.s.

2.2.3.4 高速度ビデオカメラ

本実験では、高速度ビデオカメラ（表 2-5）を用いて水路直上から射流の水面を撮影し、射流の水面に形成される凹凸と変動の観察を行った。本装置は、図 2-16 に示されるように、高速度ビデオカメラと PC カード（PCIe ボード）とをカメラリンクケーブルで接続し、PC カードを PC に接続して使用するものである。映像は撮影速度 1000 fps、シャッター時間（露光時間）1/1000 sec、画像サイズ 800×600 の条件のもと、モノクロで撮影された。なお、高速度ビデオカメラはシャッター時間が極めて短く、一般的な蛍光灯や白熱電球の照明を用いると暗い映像が撮影されてしまう。このため、実験室内を暗室にし、図 2-17 のように LED 投光器で撮影領域を下流側より照らし、射流の水面の凹凸を鮮明に映した。

表 2-5 高速度ビデオカメラの性能仕様

名称	高速度ビデオカメラ（High Speed Digital Camera k-III） カトウ光研株式会社 KATOKOKEN CO.
撮像素子	290 万画素 CMOS（有効画素 1696×1710）
撮影速度	100～100,000 フレーム/秒（fps）
シャッター時間	open～最高 1 μ /sec
メモリ	内部メモリ 2 GB
濃度階調	モノクロ 8 bit, カラー 8 bit
レンズマウント	C マウント・F マウント（アダプタ使用）
インターフェイス	PCI パス：PCI-Express×1（カメラリンク準拠のコネクタ接続）
カメラ電源	12 V AC アダプタ
外部入力信号	外部からの垂直同期信号（TTL 0 V～5 V）を入力して同期する。
外部出力信号	外部カメラへ垂直同期信号（TTL 0 V～5 V）を出力する。 出力モードは、「同期出力」と「露光中出力」の 2 通りがある。
外形寸法	カメラ本体（レンズ除く）：160 mm×104 mm×82 mm PCIe ボード（ロープロファイル型対応）：120 mm×69 mm

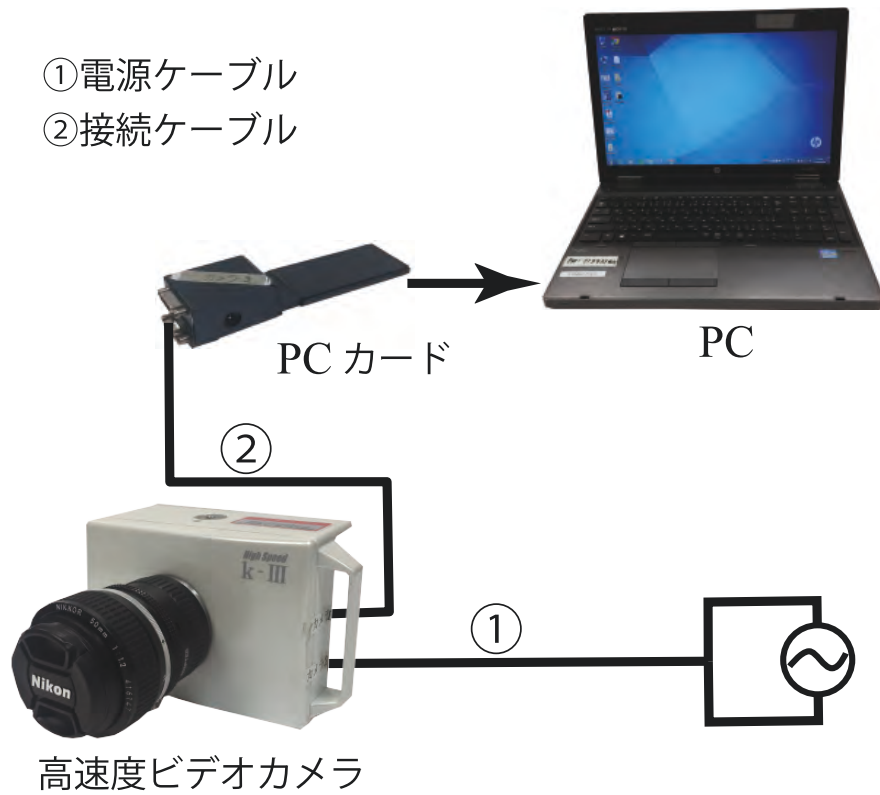


図 2-16 高速度ビデオカメラの接続図

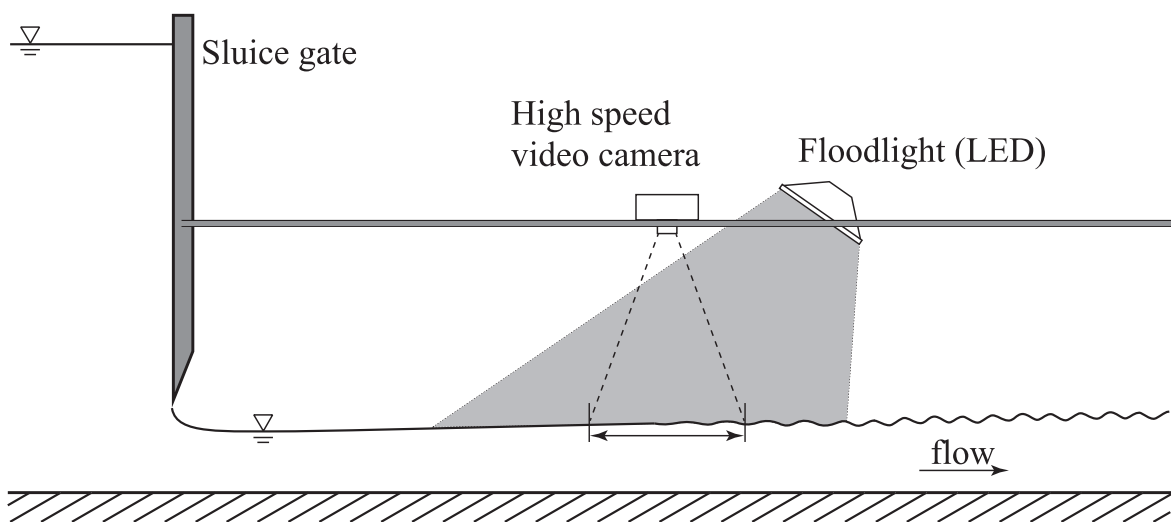


図 2-17 撮影時の高速度ビデオカメラと投光器の位置

2.2.4 実験条件

水平水路のスルースゲート下流側に形成される射流の水理特性を解明するため、本実験では、縮流部のフルード数 F_v とレイノルズ数 R を与えた。水路幅 B と縮流部の水深 h_v との比（アスペクト比） B/h_v については、開水路等流において水路幅が水深の 5 倍よりも大きいときに水路中央面で側壁の影響が認められなくなり、二次元流況とみなせることが知られている^{[30]-[32]}。これを参考にして、 $B/h_v > 5$ とした。

射流の水面の凹凸と変動の有無を定量的に明らかにするため、超音波水位計を用いて射流の水面変動を測定した。超音波水位計を用いた水面変動の測定に係る実験条件を表 2-6 に示す。

射流の流下方向の時間平均流速と乱れ強さを明らかにするため、一次元レーザードップラー流速計を用いて、流下方向の瞬間流速を測定した。一次元レーザードップラー流速計を用いた流速測定に係る実験条件を表 2-7 に示す。

射流の水面の流況を撮影するため、高速度ビデオカメラを用いた。高速度ビデオカメラによる映像より、水面の凹凸と変動の有無を観察した。高速度ビデオカメラを用いた流況の撮影に係る実験条件を表 2-8 に示す。

表 2-6 射流の水面変動測定の実験条件

F_v	$R \times 10^{-4}$	B/h_v	B	a	h_v	q	T
(-)	(-)	(-)	(m)	(m)	(m)	(m ² /s)	(°C)
8.0	6.5	19.4	0.400	0.0323	0.0206	0.0743	15
8.0	7.2	18.1	0.400	0.0345	0.0221	0.0823	15
8.0	11	16.7	0.400	0.0373	0.0239	0.0925	28
8.0	11	16.5	0.400	0.0379	0.0242	0.0925	27

表 2-7 射流の流速測定の実験条件

F_v	$R \times 10^{-4}$	B/h_v	B	a	h_v	q	T
(-)	(-)	(-)	(m)	(m)	(m)	(m ² /s)	(°C)
4.0	5.4	12.4	0.400	0.0537	0.0322	0.0730	9
4.3	7.4	12.9	0.400	0.0515	0.0309	0.0731	21
6.1	5.6	16.3	0.400	0.0409	0.0245	0.0730	10
6.2	7.5	16.3	0.400	0.0409	0.0245	0.0743	21
8.0	6.5	19.8	0.400	0.0322	0.0202	0.0736	15
8.0	7.2	19.6	0.400	0.0304	0.0204	0.0731	20

表 2-8 射流の水面の流況撮影の実験条件

F_v	$R \times 10^{-4}$	B/h_v	B	a	h_v	q	T
(-)	(-)	(-)	(m)	(m)	(m)	(m ² /s)	(°C)
8.0	7.2	21.3	0.400	0.0294	0.0188	0.0647	25
8.0	11	15.3	0.400	0.0408	0.0261	0.106	22

2.2.5 間接測定値の算定方法

2.2.5.1 乱流境界層外側の流速

乱流境界層発達中の流れの任意断面を対象に流速を測定すると、図 2-18 に示されるように、 y の値の増加とともに時間平均流速 \bar{u} の値は大きくなり、やがて \bar{u} の値は y によらずほぼ一定値を示す分布が得られる。図 2-18 に示されるような \bar{u} の分布より \bar{u} の最大値 \bar{u}_{\max} を知り、 $\bar{u}_{0.99\bar{u}_{\max}} = 0.99\bar{u}_{\max}$ を求める。また、 \bar{u} の測定値で最も水面に近い ($y \approx h$) 測点の高さを y_{\max} とし、 $y = y_{\max}$ での流速を $\bar{u}_{y_{\max}}$ とする。レーザードップラー流速計の測定原理上、水面 ($y = h$) の流速を測定できないため、 $y = h$ のときの流速として $\bar{u} = \bar{u}_{y_{\max}}$ を与えた。 $\bar{u}_{0.99\bar{u}_{\max}} \leq \bar{u}_k \leq \bar{u}_{\max}$ の範囲の流速測定値 \bar{u}_k の数を n とし、乱流境界層外側の流速 U を、

$$U = \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n \bar{u}_k \quad \text{for } k = 1 \sim n \quad (2.7)$$

で示される算術平均値とする。これは、レーザードップラー流速計による測定誤差を $\pm 1\%$ とみなしたためである。

なお、p.70 でも後述されるように、乱流境界層外側の領域のエネルギー損失を無視して、縮流部（断面①、図 2-19 参照）と乱流境界層発達中の射流の任意な断面（断面②、図 2-19 参照）との間の自由水面に沿う流線にベルヌーイの定理を適用すると、

$$\frac{U_v^2}{2g} + h_v = \frac{U^2}{2g} + h \quad (2.8)$$

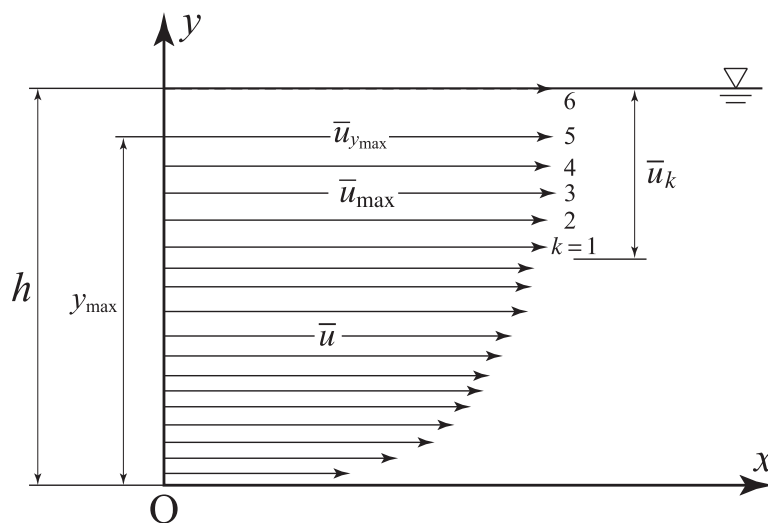


図 2-18 乱流境界層が発達中の流れにおける時間平均流速 \bar{u} の分布の模式図

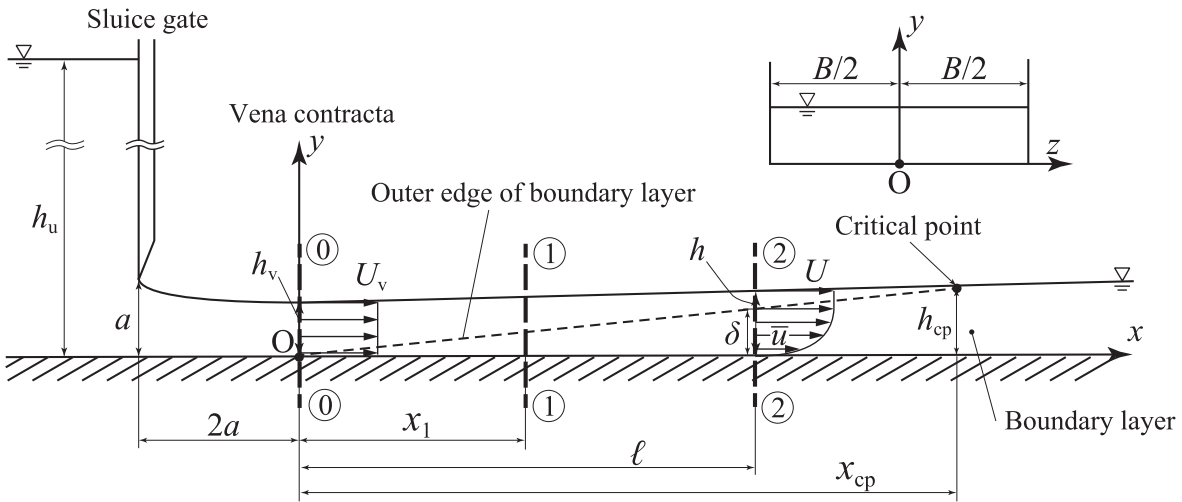


図 2-19 定義図

が得られる．式 (2.8) に連続の式 ($q = U_v h_v$) を用いて U について整理すると，

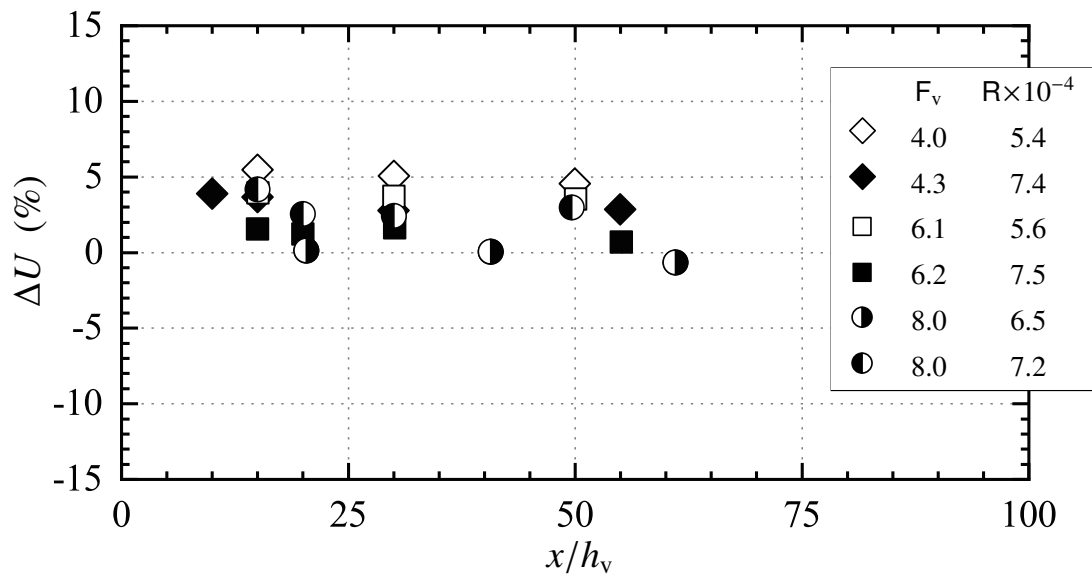
$$U = \sqrt{2g \left(\frac{q^2}{2gh_v^2} + h_v - h \right)} \tag{2.9}$$

が得られる．すなわち，乱流境界層外側の流速 U は縮流部の水深 h_v ，単位幅流量 q ，断面②の水深 h によっても示される．

式 (2.7) より求められる乱流境界層外側流速を U_{LDV} とし，ポイントゲージで測定された水深と流量測定用刃型堰で測定された流量を式 (2.9) に用いて求められる乱流境界層外側流速を U_{PG} とする． U_{LDV} と U_{PG} とを比較するため，相対誤差 ΔU を

$$\Delta U = \frac{U_{LDV} - U_{PG}}{U_{PG}} \times 100 \quad (\%) \tag{2.10}$$

と定義し， $\Delta U = f(F_v, R, x/h_v)$ の関係で整理した結果を図 2-20 に示す．図 2-20 に示されるように，与えられた縮流部のフルード数 F_v ，レイノルズ数 R ，相対距離 x/h_v によらず，乱流境界層外側流速の相対誤差 ΔU は $\pm 5.4\%$ 以内である．これは，乱流境界層外側の領域でのエネルギー損失を無視することが妥当であることを示している．

図 2-20 乱流境界層外側流速の相対誤差 ΔU

2.2.5.2 水面の流速

レーザードップラー流速計の測定原理上、水面付近の流速を測定できない。そこで、乱流境界層が水面に到達した後の射流において、水面の流速 U は時間平均流速 \bar{u} の測定値を用いて、流速分布を外挿して算定することにした。水面の流速 U を外挿によって求める方法を以下に示す。

乱流境界層が水面に到達した断面 (critical point) より下流側の射流の任意断面を対象に流速を測定すると、図 2-21 に示されるように、 y の値の増加とともに \bar{u} の値は大きくなる流速分布を示す。図 2-21 に示されるような \bar{u} の分布より、最も水面に近い ($y \approx h$) 測点の高さを y_{\max} とし、 $y = y_{\max}$ での流速を $\bar{u}_{y_{\max}}$ とする。第 2.3.1 項に後述されるように、流速分布は、

$$\frac{\bar{u}}{U} = \left(\frac{y}{h}\right)^{\frac{1}{7}} \quad (2.11)$$

の関係で近似できることから、式 (2.11) で $y = y_{\max}$, $\bar{u} = \bar{u}_{y_{\max}}$ として水面の流速 U について整理すると、

$$U = \bar{u}_{y_{\max}} \left(\frac{y_{\max}}{h}\right)^{-\frac{1}{7}} \quad (2.12)$$

が得られる。式 (2.12) に $\bar{u}_{y_{\max}}$, y_{\max} , h の実測値を代入すると、水面の流速 U の間接測定値が得られる。

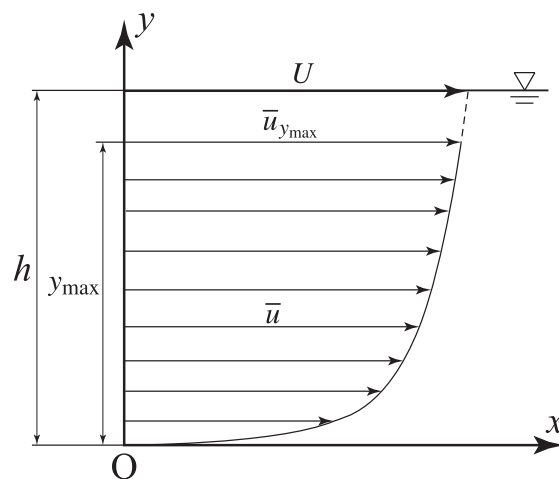


図 2-21 乱流境界層が水面に到達した断面より下流側の流れにおける時間平均流速 \bar{u} の分布の模式図

2.2.5.3 乱流境界層厚

乱流境界層内の流下方向の時間平均流速 \bar{u} は、 y の値の増加とともに大きくなり、やがてなめらかに乱流境界層外側の流速 U に漸近する。このため、乱流境界層内と乱流境界層外との間には判然と区別できるような明確な境界線は存在しない。そこで、本研究では、以下3つの方法によって乱流境界層厚 δ を定義した。

Case-A:

乱流境界層厚 δ を流下方向の時間平均流速 \bar{u} が鉛直方向に一様であり、流下方向の乱れ強さ $\sqrt{u'^2}$ の鉛直方向への変化が十分に小さくなっている高さ y と定義する。すなわち、乱流境界層外縁 ($y/\delta = 1$) において $\bar{u}/U = 1$ かつ $d\sqrt{u'^2}/dy \approx 0$ となるように乱流境界層厚 δ の値を決定する方法である。この場合、ある断面内の流速 \bar{u} の分布と乱れ強さ $\sqrt{u'^2}$ の分布の両測定結果が必要となる。本論文では、この方法 (case-A とする) で決定された δ を $\delta_{\text{case-A}}$ と表記する。

Case-B:

乱流境界層厚 δ を流下方向流速 \bar{u} の値が乱流境界層外側流速 U の 99% の大きさに達する高さとして定義する。すなわち、 $\bar{u}/U = 0.99$ のときの y の値を乱流境界層厚 δ とする。これは、一般には 99% 法 (あるいは 99% 厚さ) と呼ばれるものである [33]–[35]。換言すると、乱流境界層外側の流速 U が得られれば、壁面近傍の \bar{u} が得られなくても乱流境界層厚を定義できる方法である。乱流境界層厚を便宜的に決める方法として採用される場合があるものの、物理的意味のはっきりしない曖昧さの伴う方法と解釈することもできる。本論文では、この方法 (case-B とする) で決定された δ を $\delta_{\text{case-B}}$ と表記する。

Case-C:

乱流境界層厚 δ を乱流境界層内の流速 \bar{u} の分布と関連する特性値を用いて定義する。すなわち、排除厚 δ_1 と運動量厚 δ_2 とを用いて、乱流境界層厚 δ の値を決定する方法である。以下に流速分布と水深を用いて排除厚 δ_1 と運動量厚 δ_2 を求め、これらを用いて乱流境界層厚 δ と流速分布の $1/N$ 乗則の N の値を算定する方法を記す。

壁面に接する流体は流速が小さくなり、乱流境界層の形成による速度欠損に対応して、 $\int_0^h (U - \bar{u}) dy$ なる流量が乱流境界層外側へ排除されることになる。この排除された流量が壁面から δ_1 までの高さにある $U\delta_1$ なる流量に等しいものとする、排除厚 δ_1 は、

$$U\delta_1 = \int_0^h (U - \bar{u}) dy \quad (2.13)$$

で定義される (図 2-22 参照)。すなわち、排除厚 δ_1 は壁面による有効水路の減少分を表す質量保存則に関連した厚さである。同様に、壁面に接する流体は壁面での剪断応力に

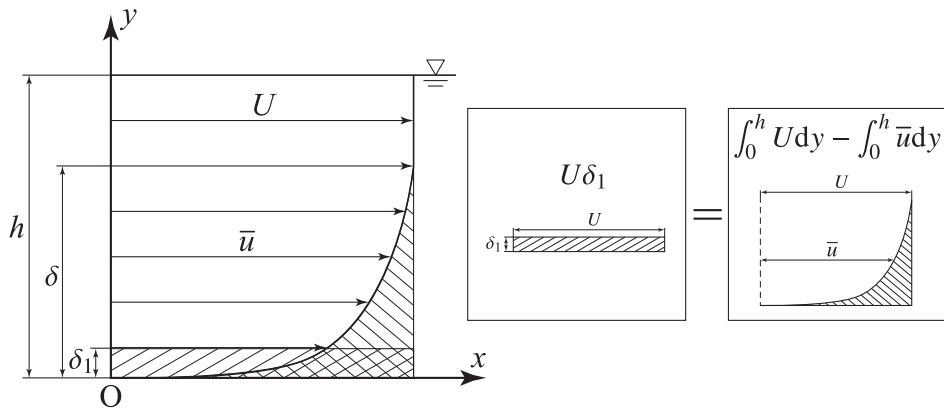


図 2-22 排除厚 δ_1 の模式図

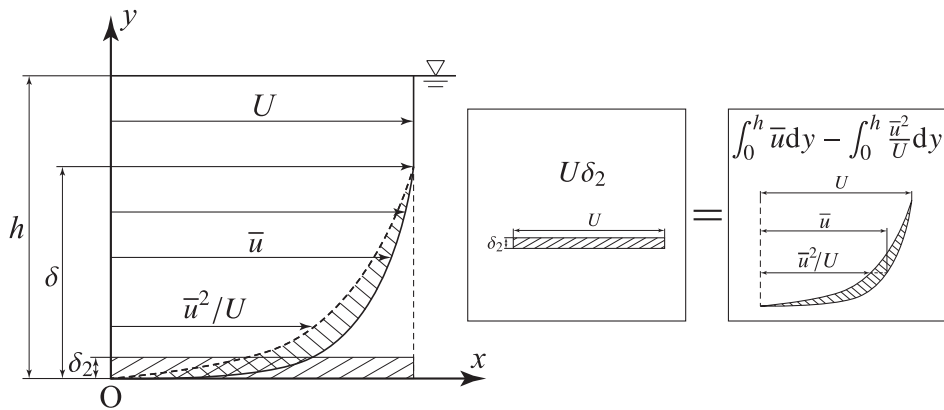


図 2-23 運動量厚 δ_2 の模式図

よって減速されるため、運動量が減少する。単位時間あたりの運動量欠損 $\rho \int_0^h \bar{u}(U - \bar{u}) dy$ が乱流境界層外側流速 U で壁面から δ_2 までの高さを単位時間あたりに通過する運動量に等しいものとする、運動量厚 δ_2 は、

$$\rho U^2 \delta_2 = \int_0^h \rho \bar{u}(U - \bar{u}) dy$$

で定義される (図 2-23 参照)。すなわち、運動量厚 δ_2 は壁面での剪断応力による減速作用によって生じた運動量の減少分を表す運動量保存則に関連した厚さである。

乱流境界層が発達中の流れにおいて、水深 h の射流における排除厚 δ_1 は、

$$\delta_1 = \int_0^h \left(1 - \frac{\bar{u}}{U}\right) dy \tag{2.14}$$

で定義される。乱流境界層内の x 方向の時間平均流速 \bar{u} の分布は、

$$\frac{\bar{u}}{U} = \left(\frac{y}{\delta}\right)^{1/N} \quad \text{for } 0 \leq y \leq \delta \tag{2.15}$$

の $1/N$ 乗則で近似されるものと仮定する。また、乱流境界層外の流速 \bar{u} は一様分布であり、

$$\frac{\bar{u}}{U} = 1 \quad \text{for } \delta \leq y \leq h \quad (2.16)$$

で示される。式 (2.14)、式 (2.15)、式 (2.16) を用いると、排除厚 δ_1 は、

$$\delta_1 = \frac{1}{N+1} \delta \quad (2.17)$$

で示される。乱流境界層が発達中の流れにおいて、水深 h の射流における運動量厚 δ_2 は、

$$\delta_2 = \int_0^h \frac{\bar{u}}{U} \left(1 - \frac{\bar{u}}{U}\right) dy \quad (2.18)$$

で定義される。乱流境界層内の流速 \bar{u} の分布は式 (2.15) で近似され、乱流境界層外の流速は式 (2.16) で示されることから、式 (2.15)、式 (2.16)、式 (2.18) を用いると、運動量厚 δ_2 は、

$$\delta_2 = \frac{N}{(N+1)(N+2)} \delta \quad (2.19)$$

で示される。排除厚 δ_1 と運動量厚 δ_2 との比は形状係数 H_{12} と呼ばれ、

$$H_{12} = \frac{\delta_1}{\delta_2} \quad (2.20)$$

で定義される。式 (2.20) に式 (2.17) と式 (2.19) を代入して整理すると、

$$H_{12} = \frac{N+2}{N} \quad (2.21)$$

となる。式 (2.21) を N について整理すると、

$$N = \frac{2}{H_{12} - 1} \quad (2.22)$$

となる。式 (2.22) を式 (2.17) に代入して整理すると、

$$\delta = \frac{H_{12} + 1}{H_{12} - 1} \delta_1 \quad (2.23)$$

となる。すなわち、式 (2.14) と式 (2.18) に時間平均流速 \bar{u} と水深 h の実測値を用いて排除厚 δ_1 と運動量厚 δ_2 の値を求め、これらを式 (2.22) と式 (2.23) に用いると、 N の値と乱流境界層厚 δ とを算出することができる。以上、 N の値と乱流境界層厚 δ の算定手順を表 2-9 にまとめ、そのフローチャートを図 2-25 に示す。本論文では、この方法 (case-C とする) で決定された δ を $\delta_{\text{case-C}}$ と表記する。

表 2-9 N と δ の算定手順

手順	$i \leftarrow 1$
1.	<p>レーザードップラー流速計の測定原理上、水路床近傍 ($y < 1 \text{ mm}$) の流速を測定できない。水路床近傍の流速測定値の数が少ないとき、流速分布から流量欠損および運動量欠損を算出する際に欠損束を過大に評価する場合があります。この問題点への対応策として；①流速分布を 1/7 乗則と仮定した場合の $N_i = 7$；②水深 ($\delta_i = h$)；③乱流境界層外側の流速 U；④表 2-10 に示される y の値、の①～④の値を式 (2.15) に代入して流速を求め、これらの値を壁面付近 ($y < 1 \text{ mm}$) の流速補正值 \bar{u}_{cor} (図 2-24 参照) とする。</p>
2.	<p>流速測定値 \bar{u}_{exp}、流速補正值 \bar{u}_{cor}、水深 h を式 (2.14) に代入して排除厚 δ_1 を算出する。</p>
3.	<p>流速測定値 \bar{u}_{exp}、流速補正值 \bar{u}_{cor}、水深 h を式 (2.18) に代入して運動量厚 δ_2 を算出する。</p>
4.	<p>手順 2 で得られた排除厚 δ_1 と手順 3 で得られた運動量厚 δ_2 を式 (2.20) に代入して形状係数 H_{12} を求める。求められた H_{12} を式 (2.22) に代入し、N_{i+1} を算出する。</p>
5.	<p>手順 2 で得られた排除厚 δ_1 と手順 4 で得られた N_{i+1} の値を式 (2.17) に代入し、乱流境界層厚 δ_{i+1} を算出する。</p>
6.	<p>N_{i+1} と N_i との相対誤差 ΔN を、</p>
$\Delta N = \left \frac{N_i - N_{i+1}}{N_{i+1}} \right \times 100 \quad (\%) \quad (2.24)$	
<p>と定義し、手順 1 の N_i と手順 4 で得られた N_{i+1} を用いて相対誤差 ΔN を求める。 $\Delta N < 0.01\%$ の場合、手順 4 で得られた N_{i+1} の値を N の値とし、手順 5 で得られた δ_{i+1} を $\delta_{\text{case-C}}$ の値と定め、計算を終了する。一方、 $\Delta N \geq 0.01\%$ の場合、手順 7 に進む。</p>	

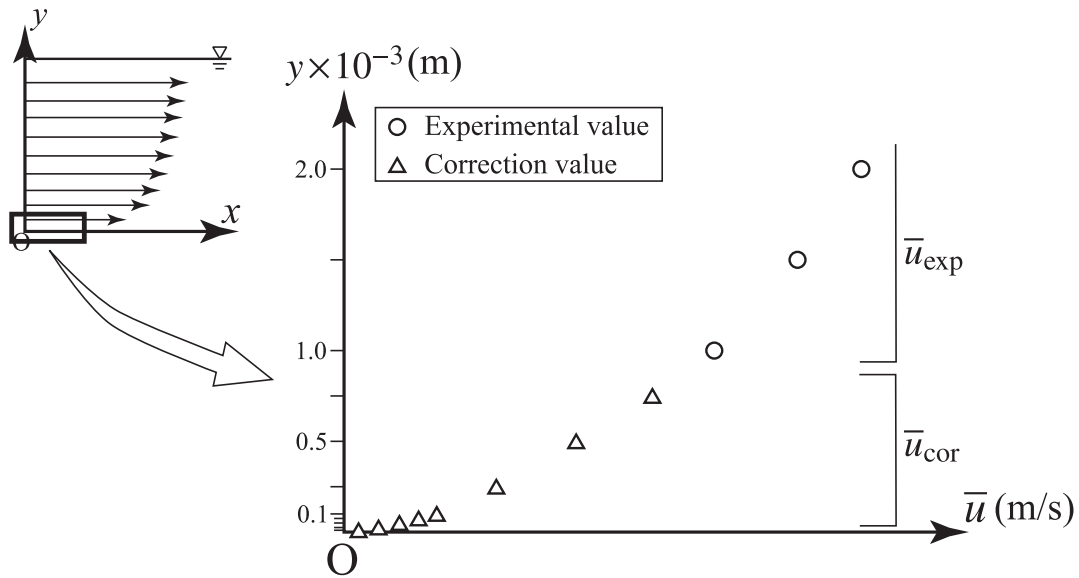
次ページに続く

前ページの続き

手順	$i \leftarrow i + 1$
7.	①手順4で得られた N_{i+1} ; ②手順5で得られた乱流境界層厚 δ_{i+1} ; ③乱流境界層外側の流速 U ; ④表 2-10 に示される y の値, の①~④の値を式 (2.15) に代入して流速を求め, これらの値を壁面付近 ($y < 1 \text{ mm}$) の流速補正值 \bar{u}_{cor} とする.
8.	流速測定値 \bar{u}_{exp} , 手順7で得られた流速補正值 \bar{u}_{cor} , 水深 h を式 (2.14) に代入して排除厚 δ_1 を算出する.
9.	流速測定値 \bar{u}_{exp} , 手順7で得られた流速補正值 \bar{u}_{cor} , 水深 h を式 (2.18) に代入して運動量厚 δ_2 を算出する.
10.	手順8で得られた排除厚 δ_1 と手順9で得られた運動量厚 δ_2 を式 (2.20) に代入して形状係数 H_{12} を求める. 求められた H_{12} を式 (2.22) に代入して N_{i+1} を算出する.
11.	手順8で得られた排除厚 δ_1 と手順10で得られた N_{i+1} の値を式 (2.17) に代入し, 乱流境界層厚 δ_{i+1} を算出する.
12.	手順7の N_{i+1} と手順10で得られた N_{i+1} を用いて式 (2.24) より相対誤差 ΔN を求める. $\Delta N < 0.01\%$ の場合, 手順10で得られた N_{i+1} の値を N の値とし, 手順11で得られた δ_{i+1} を $\delta_{\text{case-C}}$ の値と定め, 計算を終了する. 一方, $\Delta N \geq 0.01\%$ の場合, 手順7に戻る. $\Delta N < 0.01\%$ を満足するまで手順7~手順12を繰り返す.

表 2-10 流速補正值 \bar{u}_{cor} を得るために与えた y の値

$y \times 10^{-3}$ (m)
0.75
0.50
0.25
0.10
0.075
0.050
0.025
0.010

図 2-24 \bar{u}_{cor} と \bar{u}_{exp} の模式図

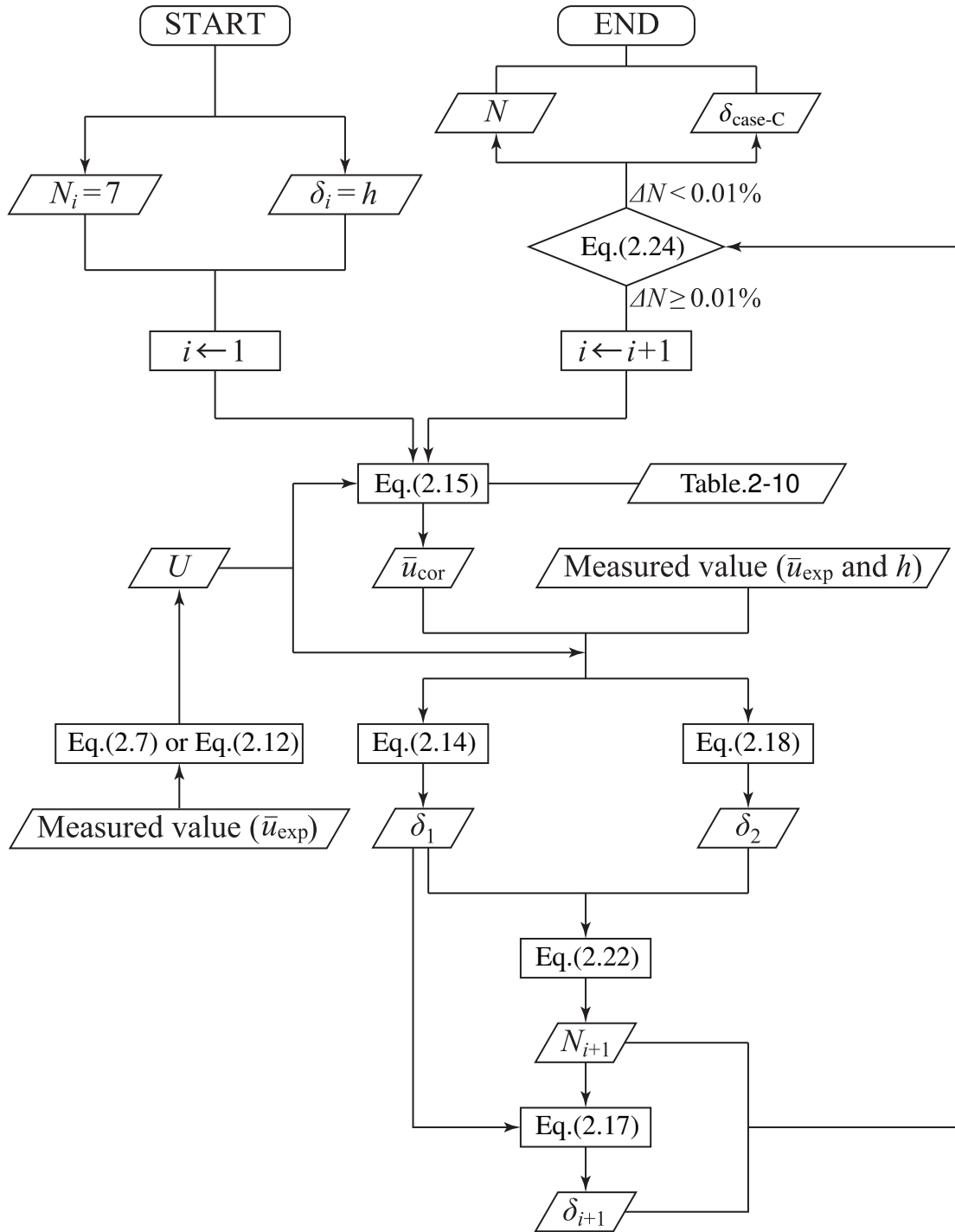


図 2-25 N と δ の算定フローチャート

与えられた縮流部のフルード数 F_v とレイノルズ数 R に対して、p.33 で前述された3つの方法によって求められた乱流境界層厚 δ のそれぞれの値を比較する。図 2-26 に示されるように、 $\delta_{\text{case-A}}$ と $\delta_{\text{case-B}}$ とを比べると、 $\delta_{\text{case-A}}$ は $\delta_{\text{case-B}}$ よりも 20% 程度大きい値を示している。同様に、 $\delta_{\text{case-A}}$ と $\delta_{\text{case-C}}$ とを比べる（図 2-27 参照）と、 $\delta_{\text{case-A}}$ は $\delta_{\text{case-B}}$ よりも 20% 程度大きい値を示している。すなわち、 $\delta_{\text{case-A}} > \delta_{\text{case-B}}$ かつ $\delta_{\text{case-A}} > \delta_{\text{case-C}}$ であり、本研究で検討された乱流境界層厚の定義法のうち、case-A の方法が乱流境界層厚を大きく見積もる方法であることがわかる。これは、流速 \bar{u} の分布だけでなく、乱れ強さ $\sqrt{u'^2}$ の分布を考慮したことによるものと考えられる。なお、図 2-28 に示されるように、 $\delta_{\text{case-B}}$ と $\delta_{\text{case-C}}$ とを比べると $\pm 5\%$ 程度の差であり、 $\delta_{\text{case-B}}$ と $\delta_{\text{case-C}}$ の値は同程度である。case-C の場合、乱流境界層内の流速分布と関連づけて δ を決定しているため、case-B の場合よりも数学的に厳密な値を得られているものと考えられる。

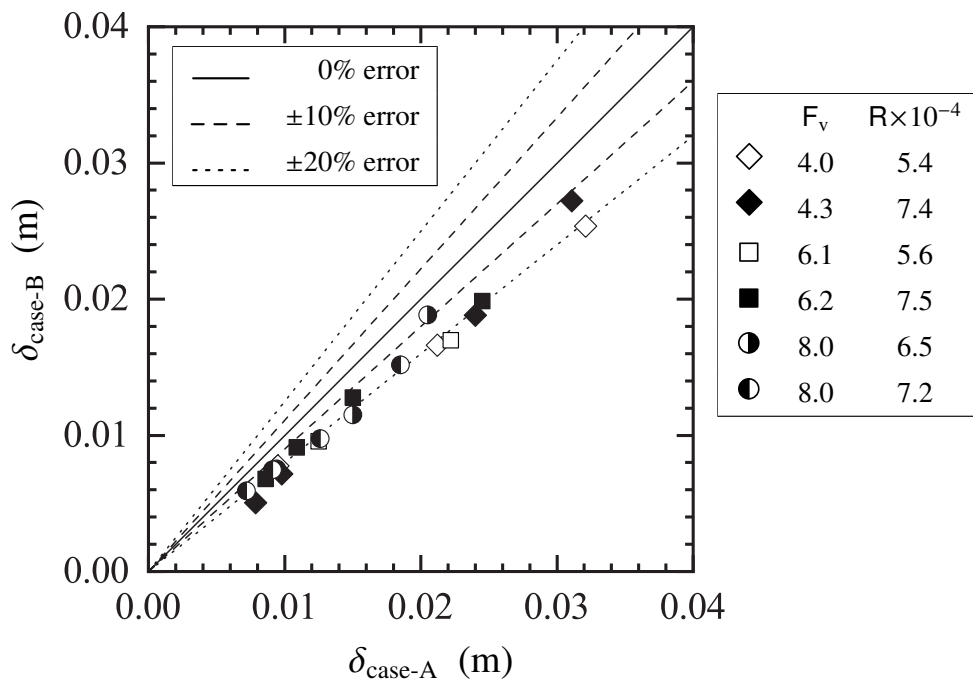


図 2-26 $\delta_{\text{case-A}}$ と $\delta_{\text{case-B}}$ の値の比較

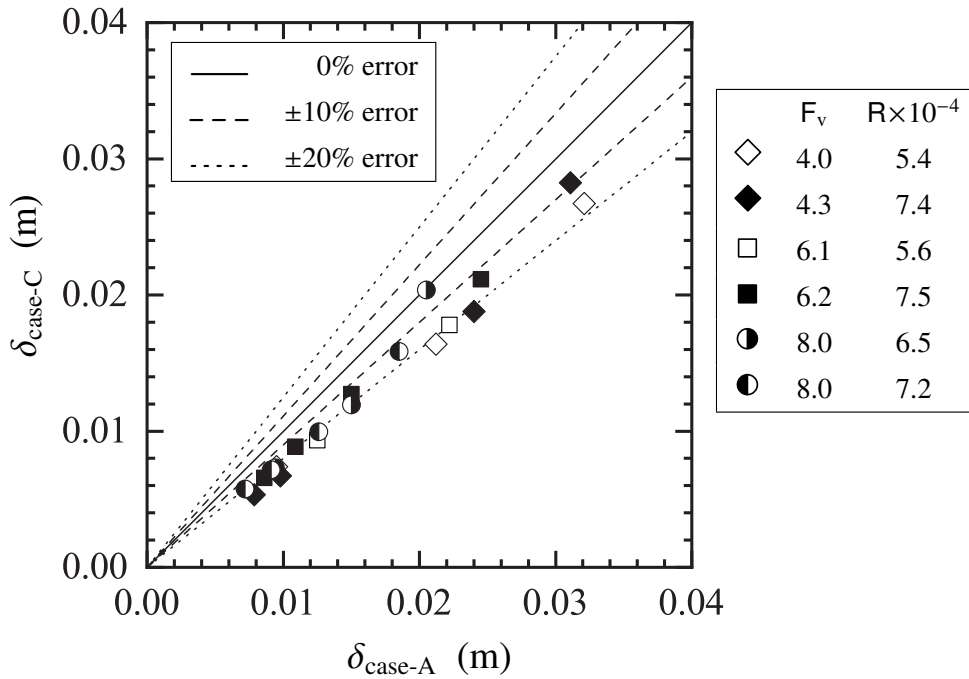


図 2-27 $\delta_{\text{case-A}}$ と $\delta_{\text{case-C}}$ の値の比較

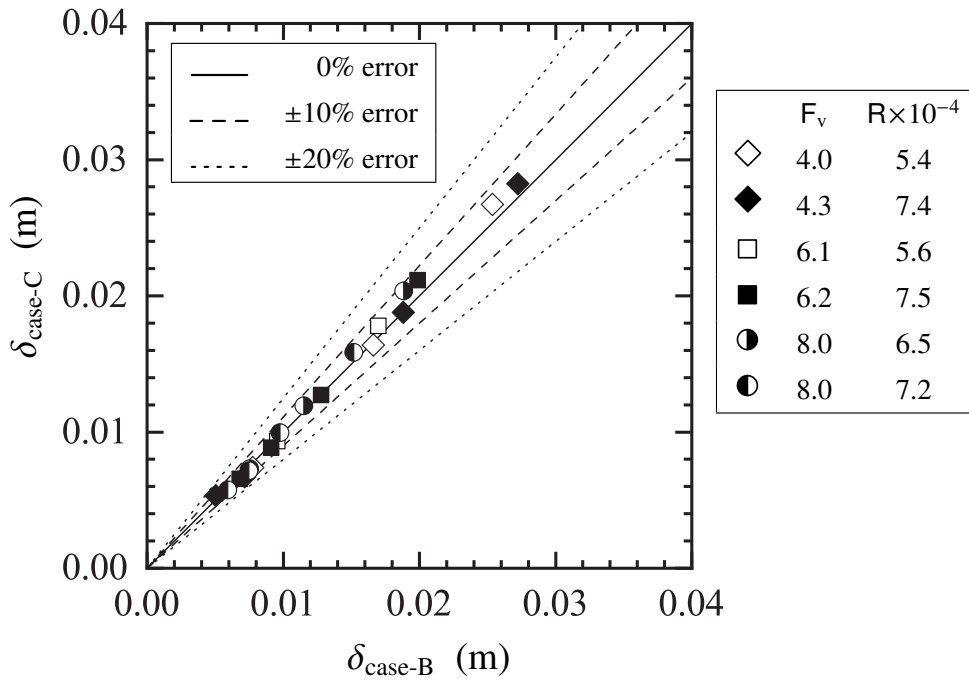


図 2-28 $\delta_{\text{case-B}}$ と $\delta_{\text{case-C}}$ の値の比較

2.3 射流の流速特性

2.3.1 流速分布

スルースゲート下流側の射流において、代表長さに縮流部の水深 h_v 、代表流速に縮流部の断面平均流速 U_v を選定すると、水路中央面 ($z = 0$) での流下方向の時間平均流速 \bar{u} は、

$$\frac{\bar{u}}{U_v} = f\left(\frac{y}{h_v}, \frac{x}{h_v}, F_v, R\right) \quad (2.25)$$

の関係によって支配されるものと考えられる。式 (2.25) の関係に基づいて整理した結果の一例を図 2-29 に示す。図 2-29 に示されるように、与えられた縮流部のフルード数 F_v とレイノルズ数 R に対して、相対距離 x/h_v の増加とともに相対流速 \bar{u}/U_v の勾配の大きい領域が水面に向かって広がっている。すなわち、流下とともに乱流境界層が発達している。なお、相対水深 h/h_v については、相対距離 x/h_v の値の増加とともに大きくなっている。

乱流境界層発達中であることが認められた x/h_v を対象に、流下方向の時間平均流速 \bar{u} を

$$\frac{\bar{u}}{U} = f\left(\frac{y}{\delta}, \frac{x}{h_v}, F_v, R\right) \quad (2.26)$$

の関係に基づいて整理した結果を図 2-30～図 2-47 に示す。与えられた F_v 、 R 、 x/h_v に対して、 \bar{u}/U の値は y/δ の値の増加とともに大きくなり、乱流境界層外側の領域 ($y/\delta \geq 1$) では $\bar{u}/U = 1$ で一定となる。また、与えられた F_v と R に対して、同一の y/δ では、 x/h_v の値によらず \bar{u}/U は同程度の値を示している。すなわち、 \bar{u}/U の大きさと分布に対する x/h_v の影響は小さいことが示された。

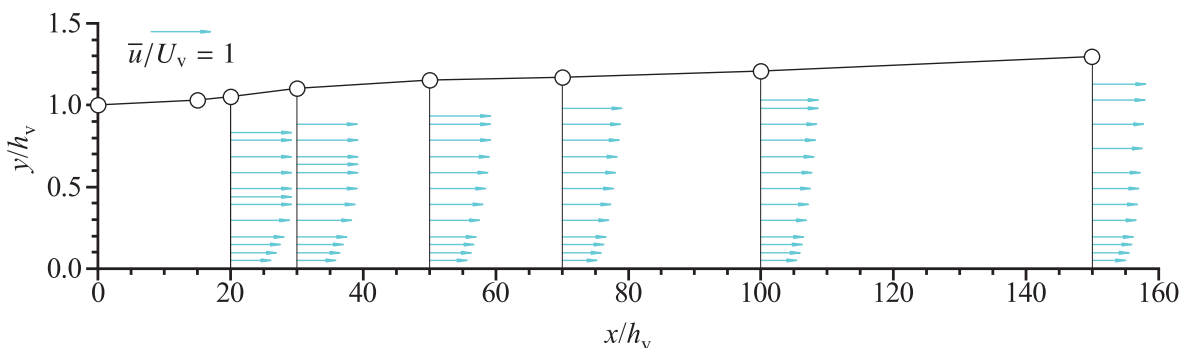


図 2-29 射流の流速分布の流下方向への変化 ($F_v = 8.0, R = 7.2 \times 10^4$) ; (○) : 相対水深 h/h_v

乱流境界層内 ($0 \leq y \leq \delta$) の時間平均流速 \bar{u} の分布は,

$$\frac{\bar{u}}{U} = \left(\frac{y}{\delta}\right)^{1/N} \quad \text{for } 0 \leq y \leq \delta \quad (2.15)$$

の $1/N$ 乗則で近似されるものと考える. また, 乱流境界層外 ($\delta \leq y \leq h$) の \bar{u} は一様分布であり,

$$\frac{\bar{u}}{U} = 1 \quad \text{for } \delta \leq y \leq h \quad (2.16)$$

となる. 乱流境界層内の流速分布 [式 (2.15)] に $N = 7$ を代入した場合の計算値を図 2-30~図 2-47 の図中に実線で示す. 図 2-30~図 2-47 に示されるように, 乱流境界層内の \bar{u}/U の分布は $1/7$ 乗則で概ね近似できることが分かる. なお, 式 (2.15) で $N = 7$ の場合の計算値と乱流境界層内の \bar{u}/U の実験値とを比較すると, 乱流境界層厚を $\delta = \delta_{\text{case-A}}$ として実験値を整理した場合 (図 2-30~図 2-35 参照), 決定係数 $R^2 = 0.95$ となる. $\delta = \delta_{\text{case-B}}$ として実験値を整理した場合 (図 2-36~図 2-41 参照), $R^2 = 0.86$ となる. $\delta = \delta_{\text{case-C}}$ として実験値を整理した場合 (図 2-42~図 2-47 参照), $R^2 = 0.87$ となる.

乱流境界層が水面に到達した後の x/h_v を対象に, 時間平均流速 \bar{u} を

$$\frac{\bar{u}}{U} = f\left(\frac{y}{h}, \frac{x}{h_v}, F_v, R\right) \quad (2.27)$$

の関係に基づいて整理した結果を図 2-48~図 2-53 に示す. 与えられた F_v , R , x/h_v に対して, \bar{u}/U の値は y/h の値の増加とともに大きくなる. また, 式 (2.15) で $\delta = h$ かつ $N = 7$ とした場合, すなわち

$$\frac{\bar{u}}{U} = \left(\frac{y}{h}\right)^{\frac{1}{7}} \quad (2.11)$$

の計算値を図 2-48~図 2-53 の図中に実線で示す. 式 (2.11) の計算値は \bar{u}/U の実験値を決定係数 $R^2 = 0.96$ で説明しており, \bar{u}/U の分布を $1/7$ 乗則で近似できる.

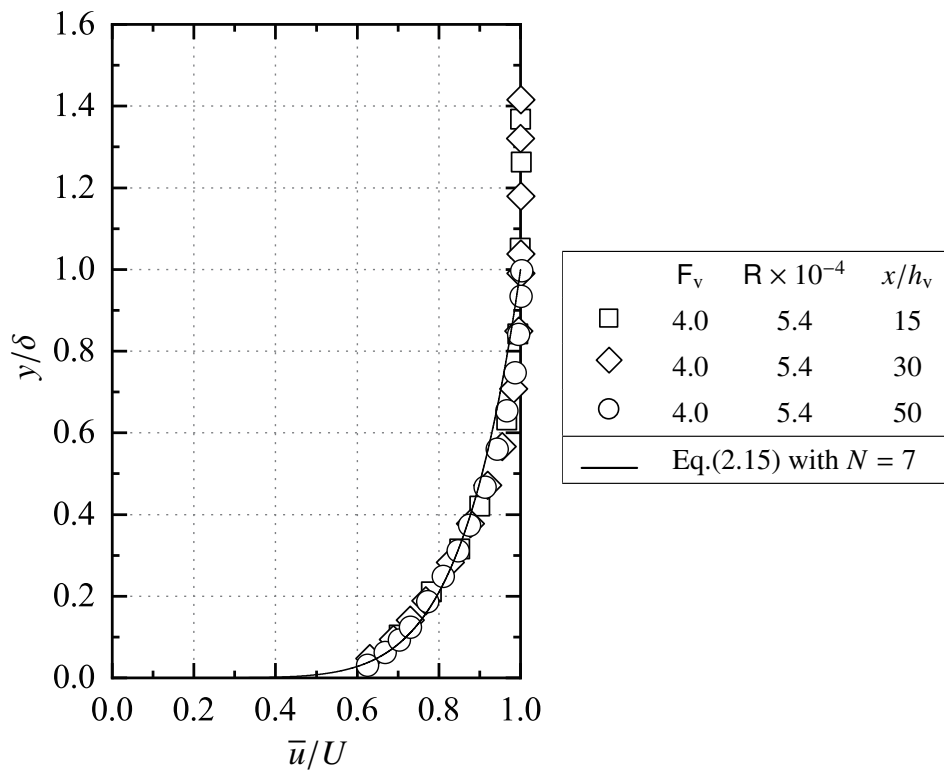


図 2-30 $\delta = \delta_{\text{case-A}}$ の場合の流速分布 ($F_v = 4.0, R = 5.4 \times 10^4$)

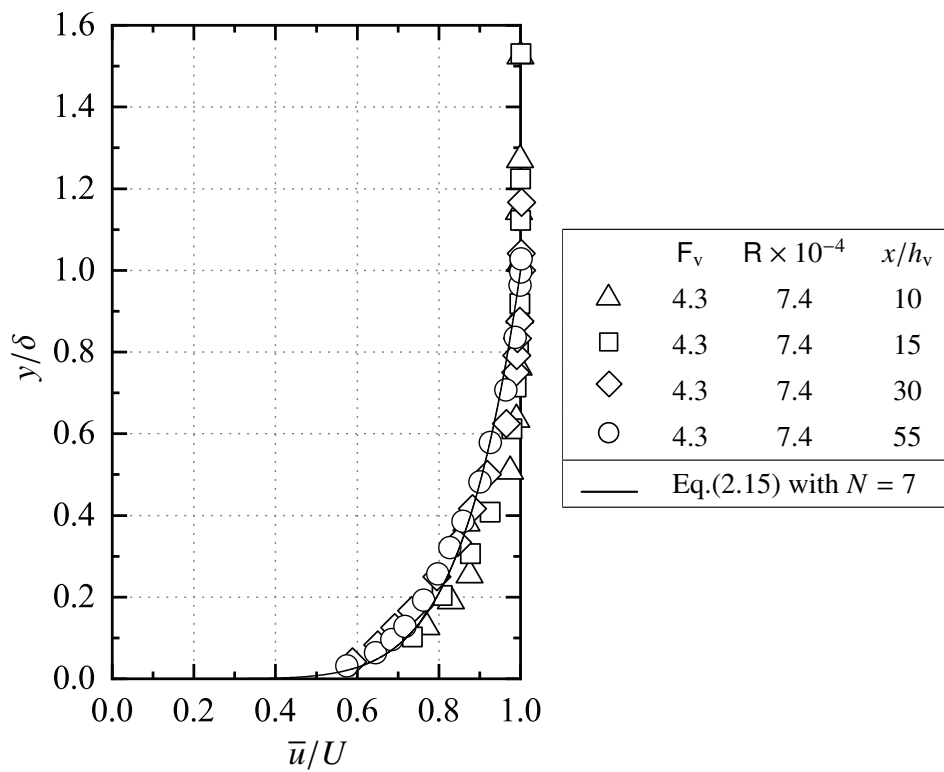


図 2-31 $\delta = \delta_{\text{case-A}}$ の場合の流速分布 ($F_v = 4.3, R = 7.4 \times 10^4$)

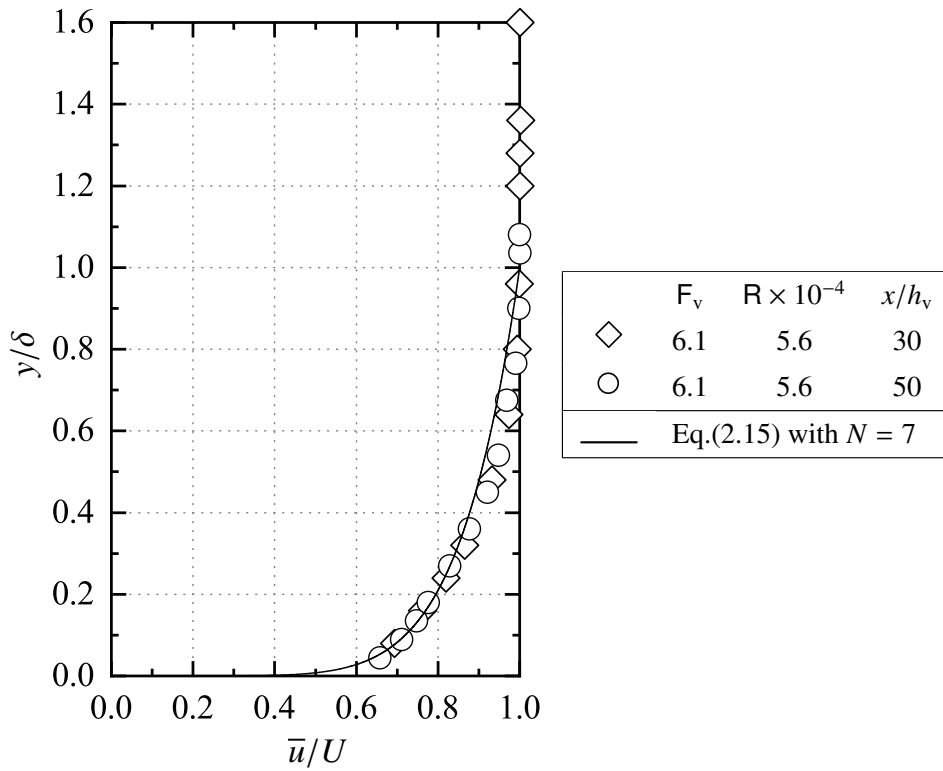


図 2-32 $\delta = \delta_{\text{case-A}}$ の場合の流速分布 ($F_v = 6.1, R = 5.6 \times 10^4$)

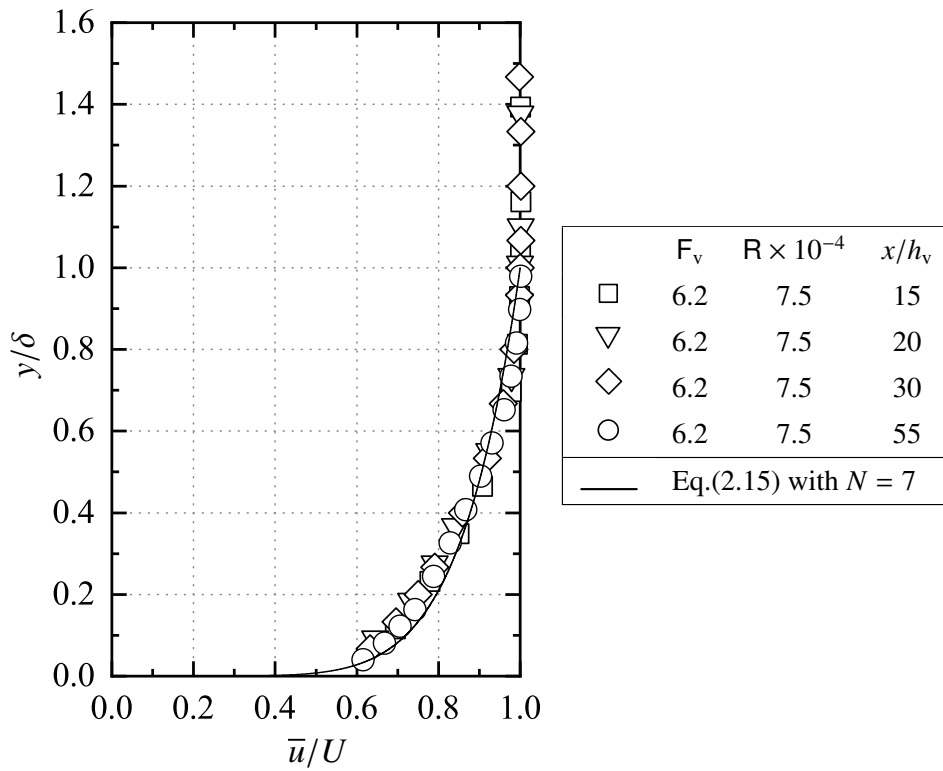


図 2-33 $\delta = \delta_{\text{case-A}}$ の場合の流速分布 ($F_v = 6.2, R = 7.5 \times 10^4$)

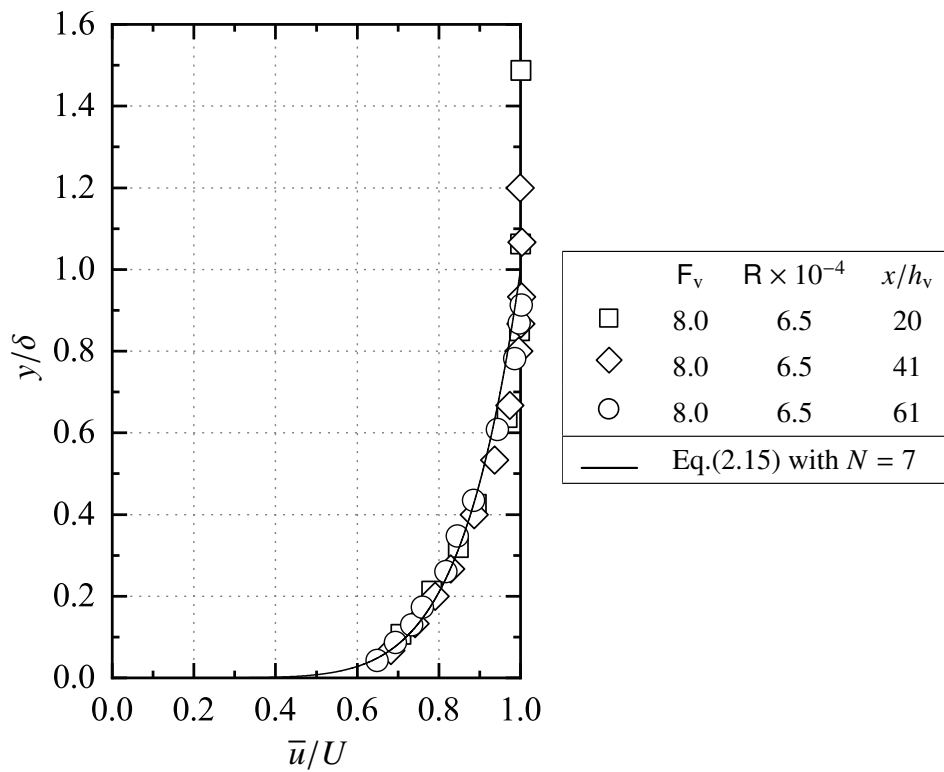


図 2-34 $\delta = \delta_{\text{case-A}}$ の場合の流速分布 ($F_v = 8.0, R = 6.5 \times 10^4$)

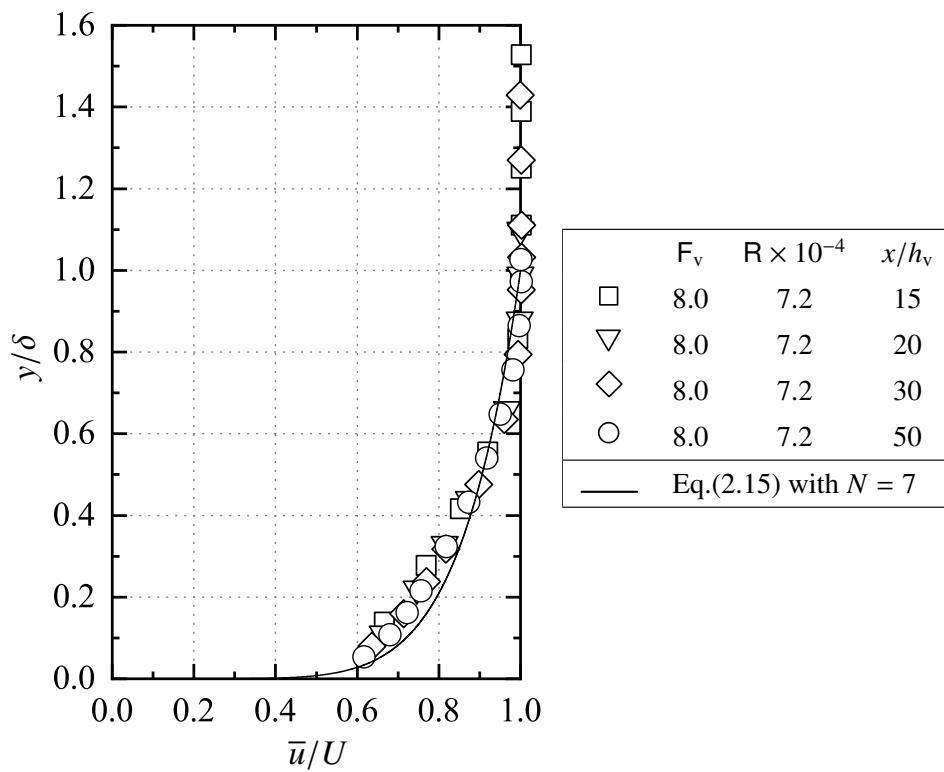


図 2-35 $\delta = \delta_{\text{case-A}}$ の場合の流速分布 ($F_v = 8.0, R = 7.2 \times 10^4$)

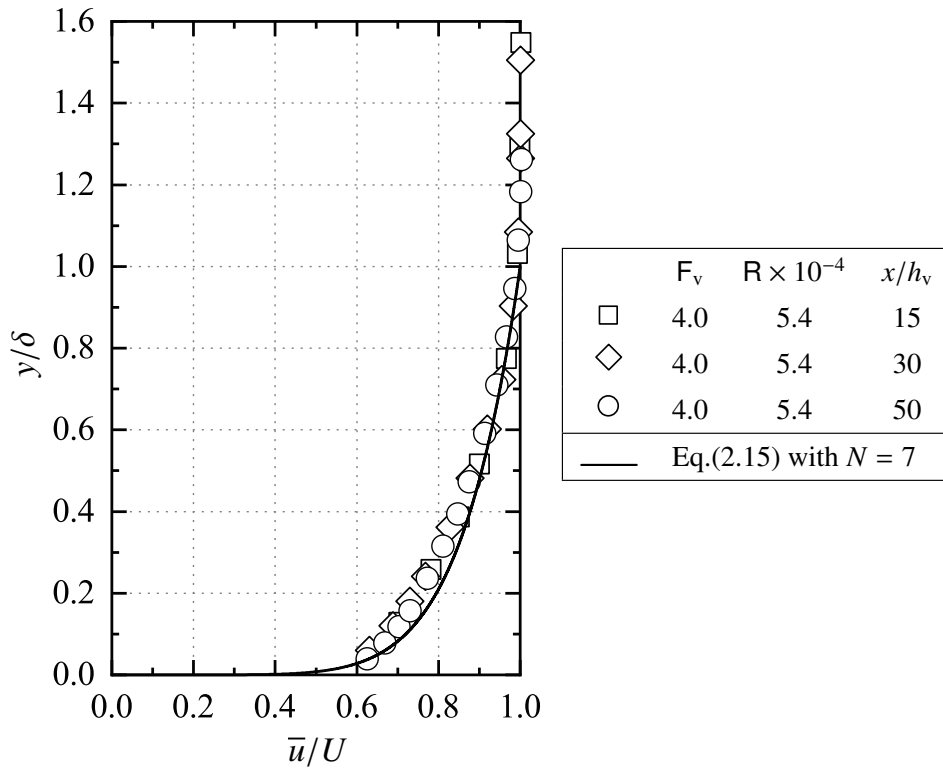


図 2-36 $\delta = \delta_{\text{case-B}}$ の場合の流速分布 ($F_v = 4.0, R = 5.4 \times 10^4$)

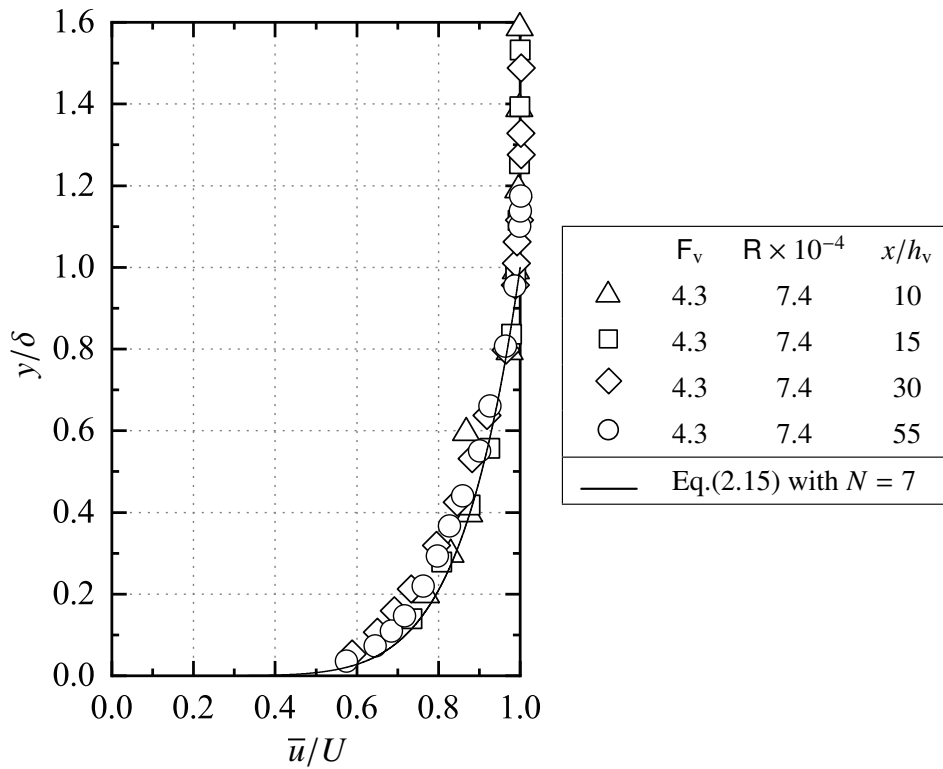


図 2-37 $\delta = \delta_{\text{case-B}}$ の場合の流速分布 ($F_v = 4.3, R = 7.4 \times 10^4$)

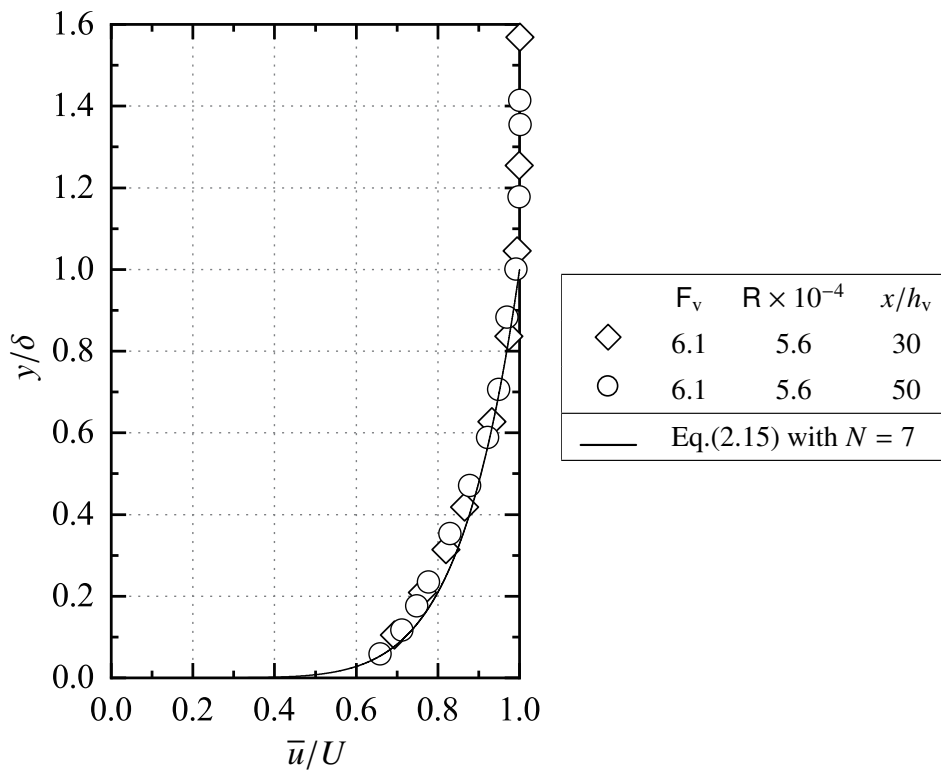


図 2-38 $\delta = \delta_{\text{case-B}}$ の場合の流速分布 ($F_v = 6.1, R = 5.6 \times 10^4$)

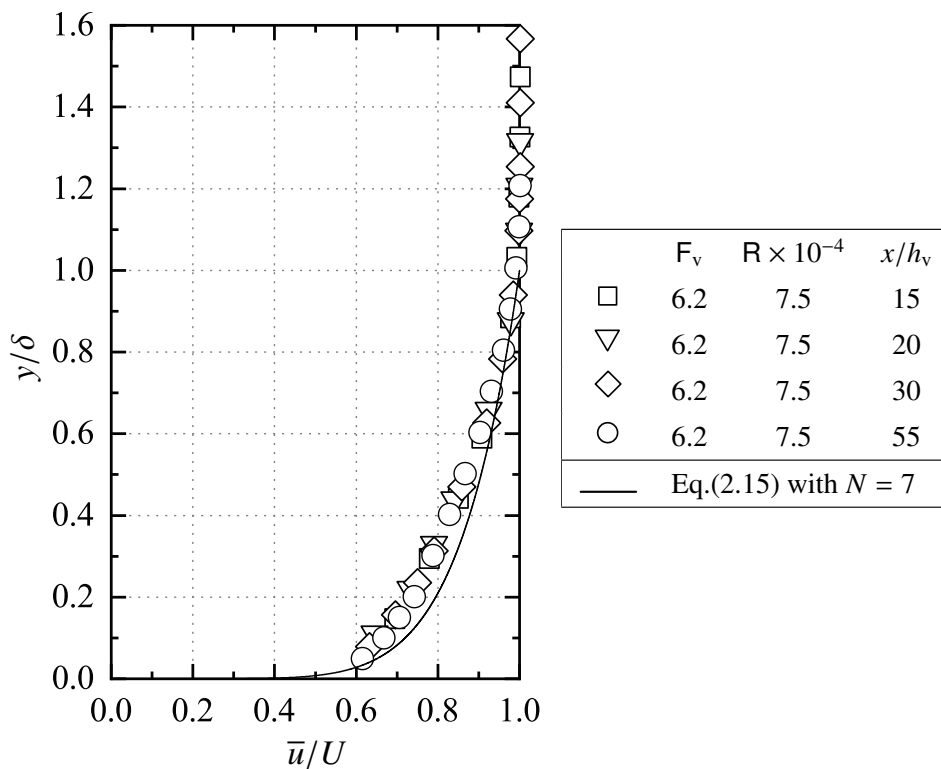


図 2-39 $\delta = \delta_{\text{case-B}}$ の場合の流速分布 ($F_v = 6.2, R = 7.5 \times 10^4$)

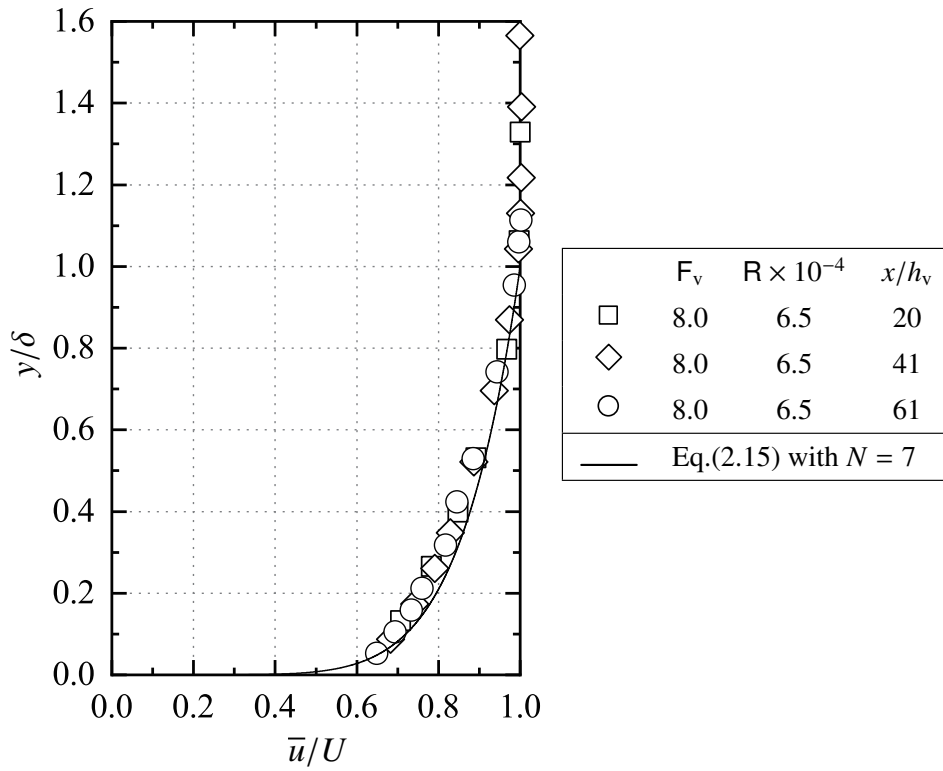


図 2-40 $\delta = \delta_{\text{case-B}}$ の場合の流速分布 ($F_v = 8.0, R = 6.5 \times 10^4$)

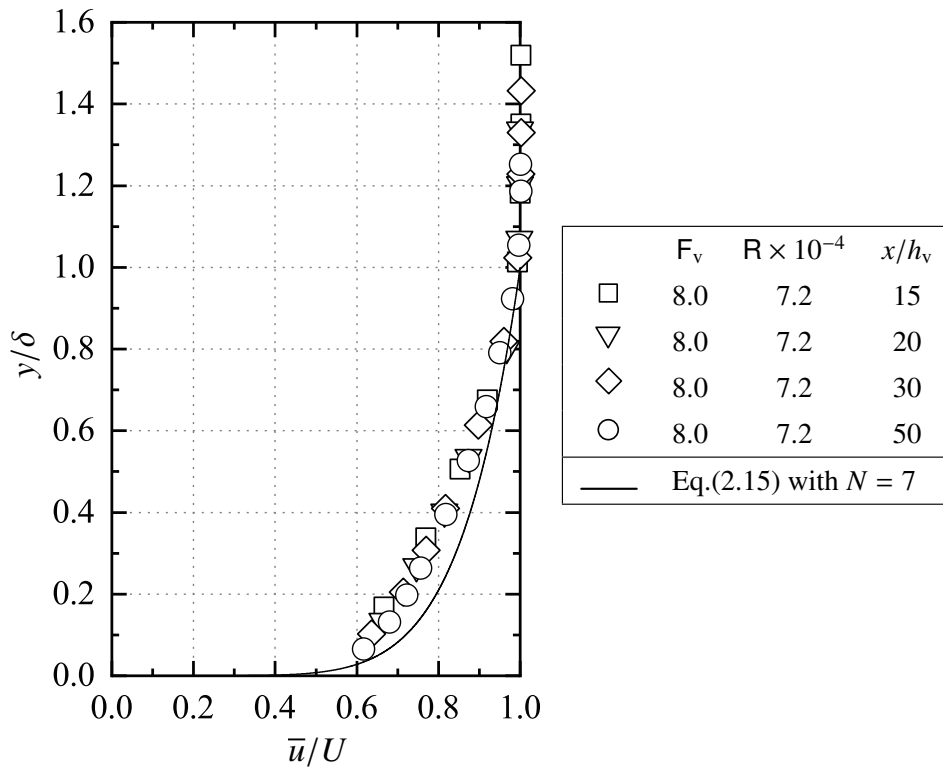


図 2-41 $\delta = \delta_{\text{case-B}}$ の場合の流速分布 ($F_v = 8.0, R = 7.2 \times 10^4$)

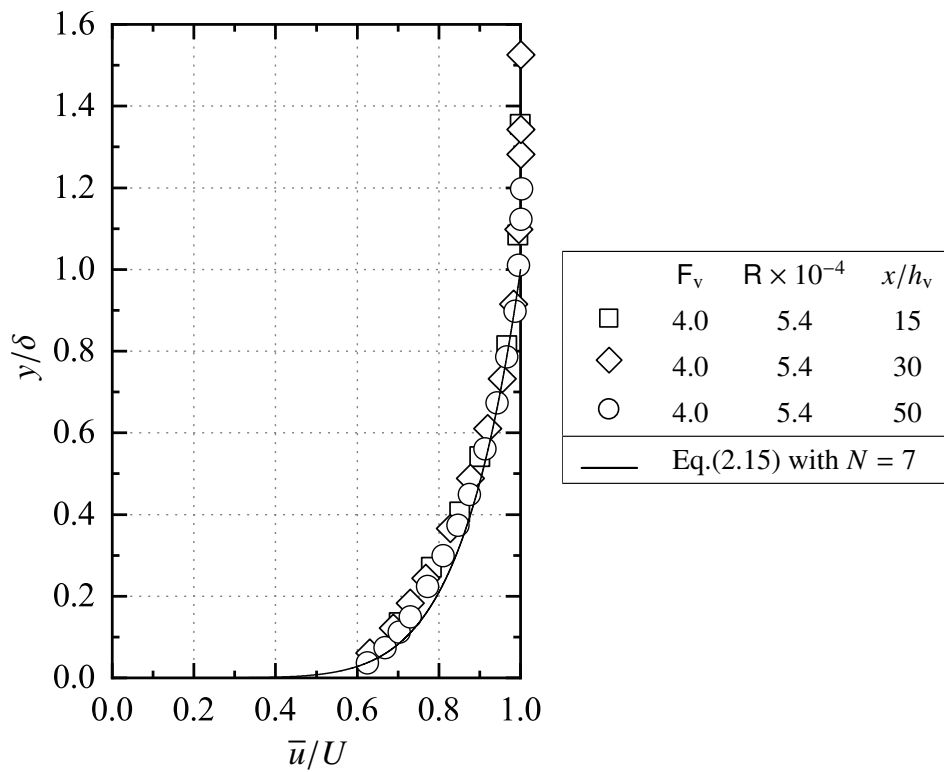


図 2-42 $\delta = \delta_{\text{case-C}}$ の場合の流速分布 ($F_v = 4.0, R = 5.4 \times 10^4$)

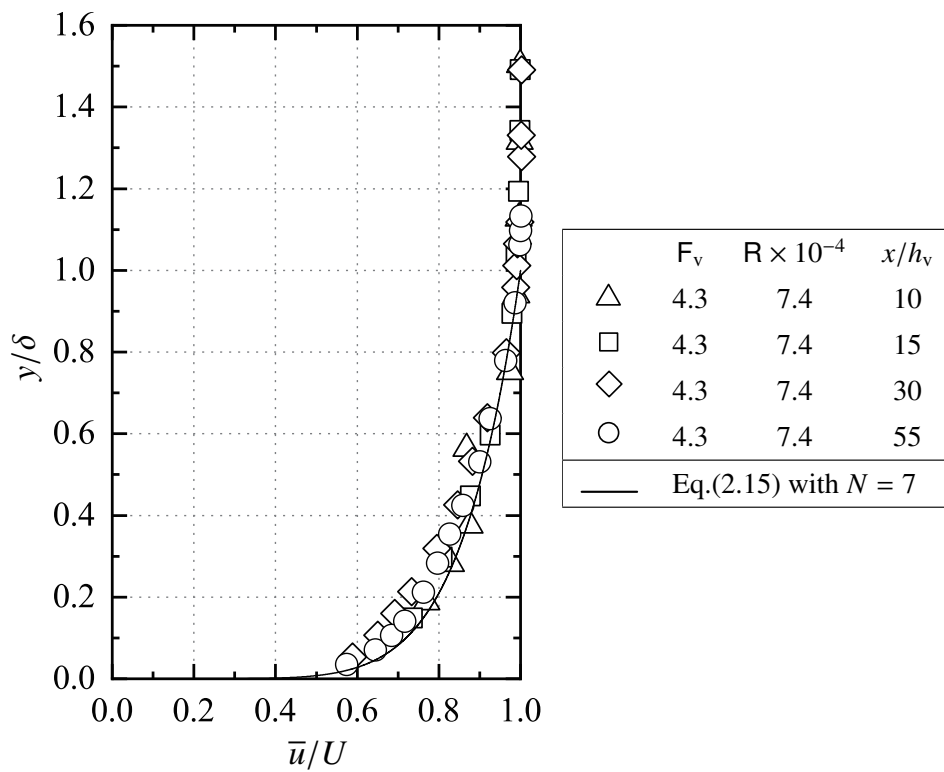


図 2-43 $\delta = \delta_{\text{case-C}}$ の場合の流速分布 ($F_v = 4.3, R = 7.4 \times 10^4$)

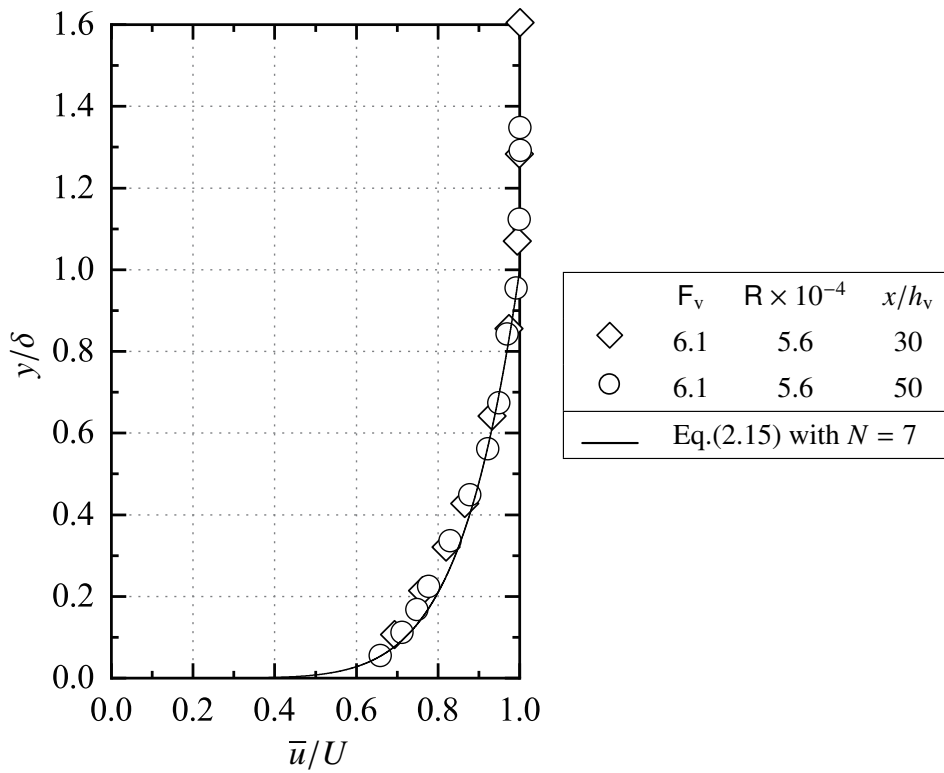


図 2-44 $\delta = \delta_{\text{case-C}}$ の場合の流速分布 ($F_v = 6.1, R = 5.6 \times 10^4$)

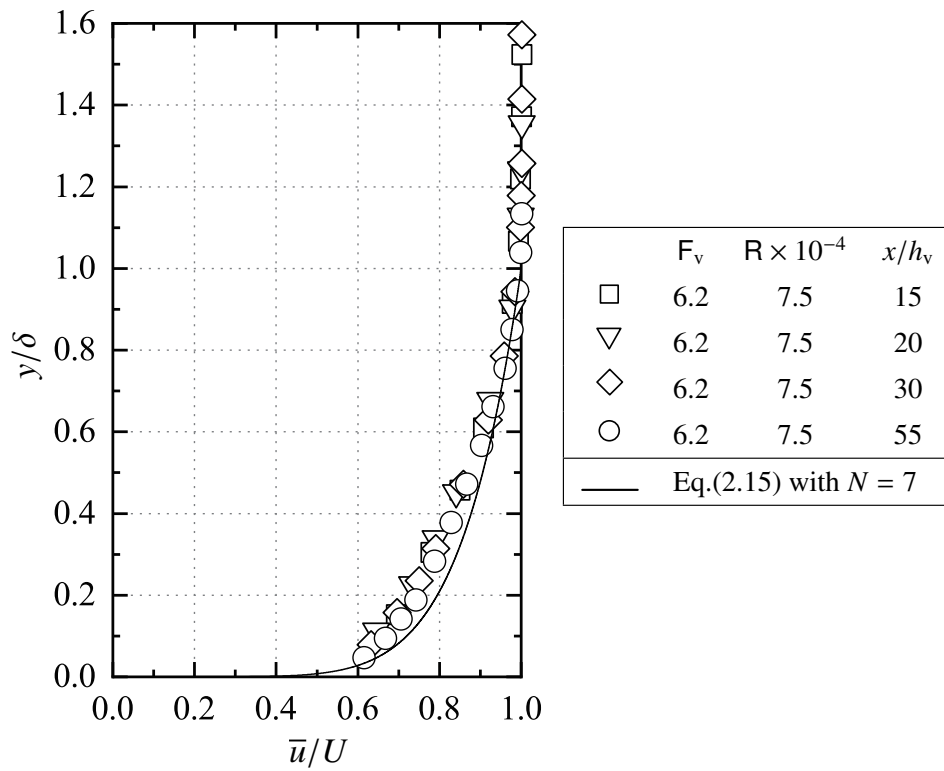


図 2-45 $\delta = \delta_{\text{case-C}}$ の場合の流速分布 ($F_v = 6.2, R = 7.5 \times 10^4$)

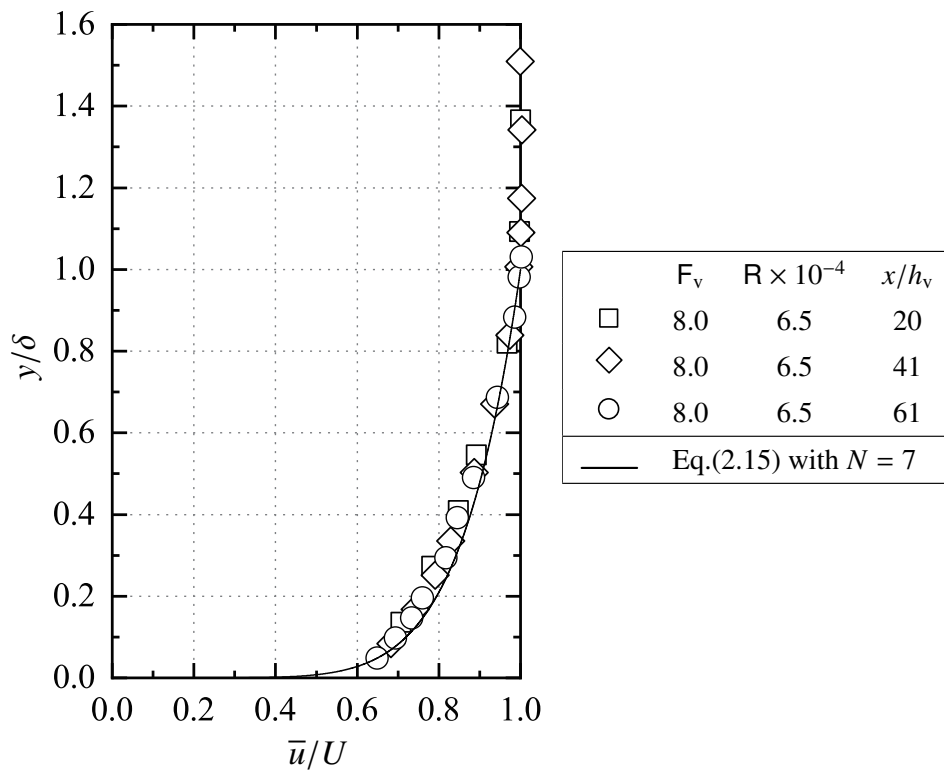


図 2-46 $\delta = \delta_{\text{case-C}}$ の場合の流速分布 ($F_v = 8.0, R = 6.5 \times 10^4$)

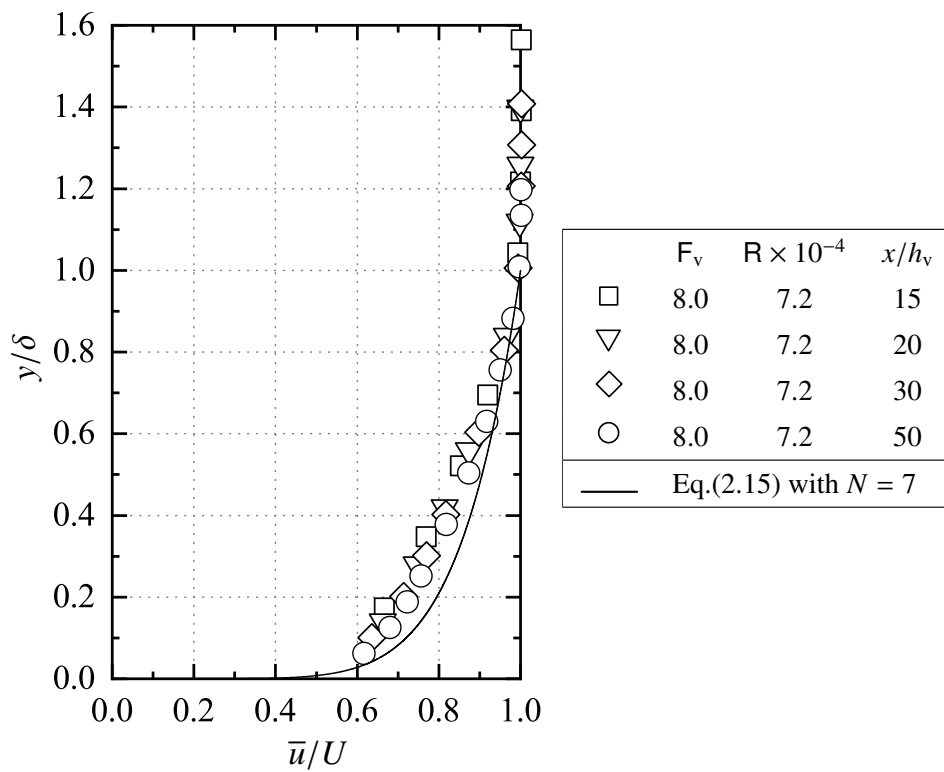


図 2-47 $\delta = \delta_{\text{case-C}}$ の場合の流速分布 ($F_v = 8.0, R = 7.2 \times 10^4$)

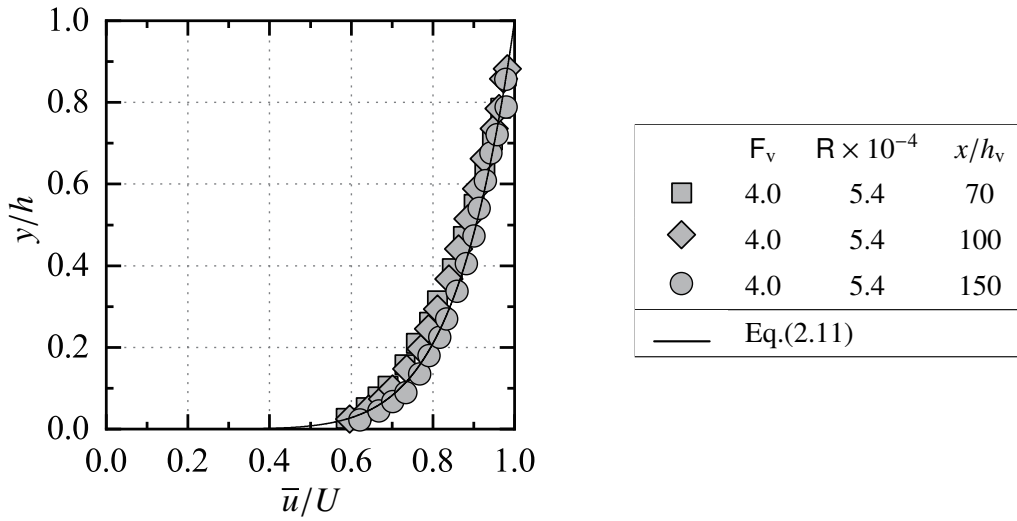


図 2-48 流速分布 ($F_v = 4.0, R = 5.4 \times 10^4$)

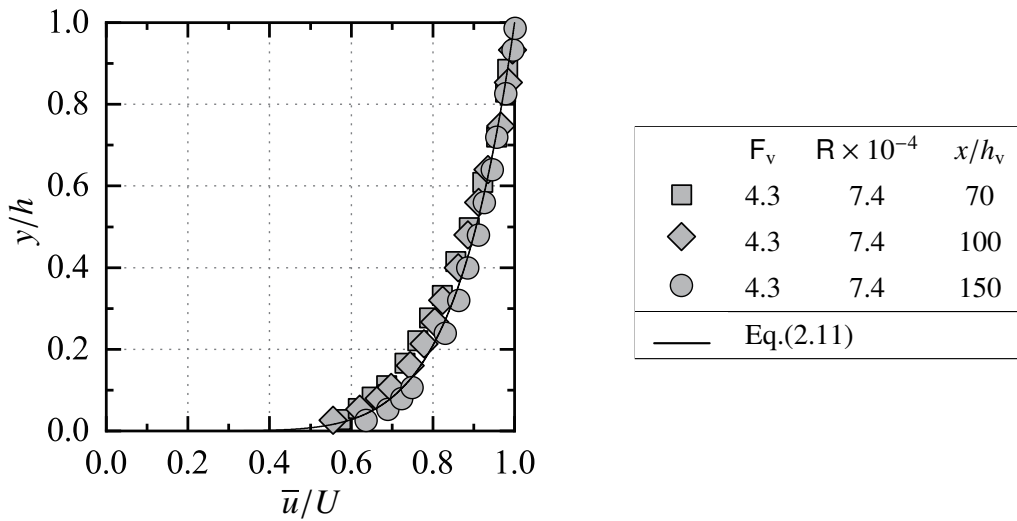


図 2-49 流速分布 ($F_v = 4.3, R = 7.4 \times 10^4$)

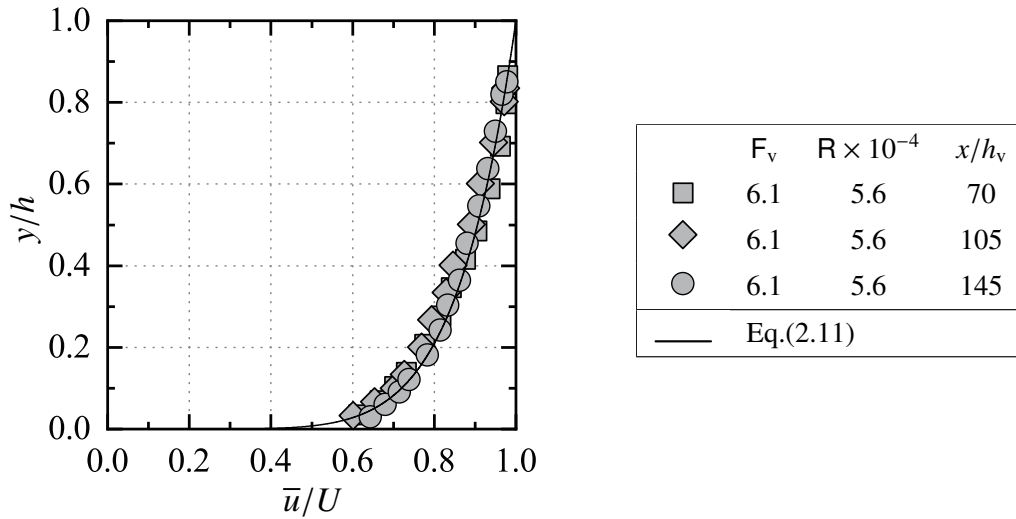


図 2-50 流速分布 ($F_v = 6.1, R = 5.6 \times 10^4$)

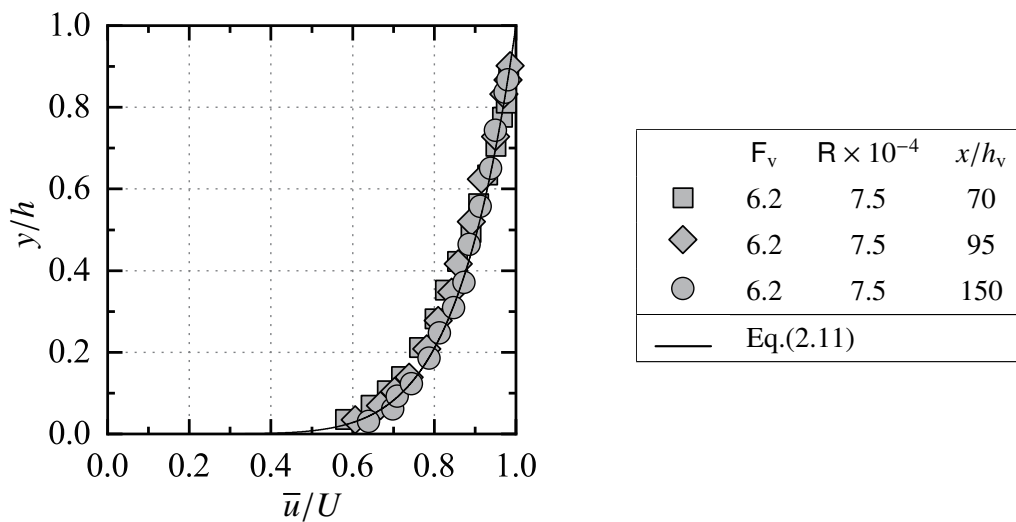


図 2-51 流速分布 ($F_v = 6.2, R = 7.5 \times 10^4$)

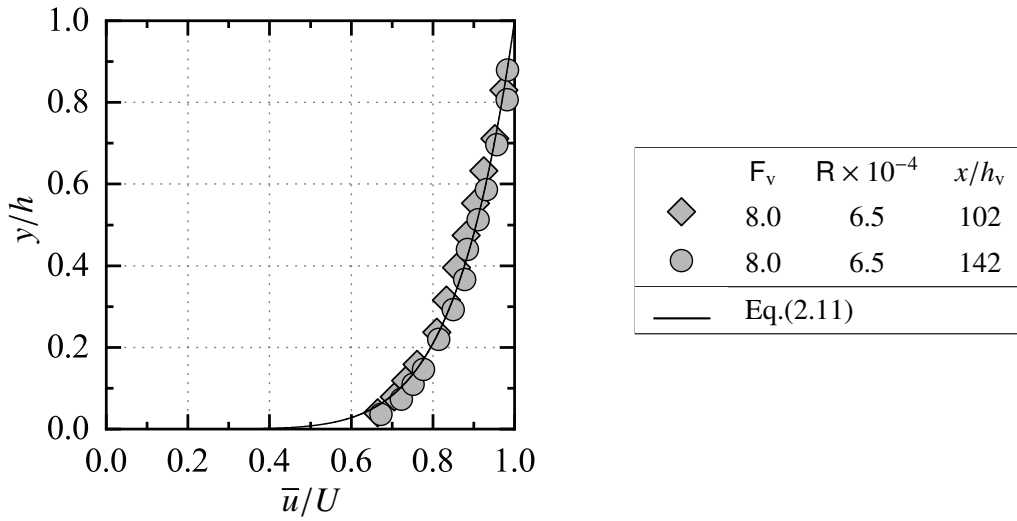


図 2-52 流速分布 ($F_v = 8.0, R = 6.5 \times 10^4$)

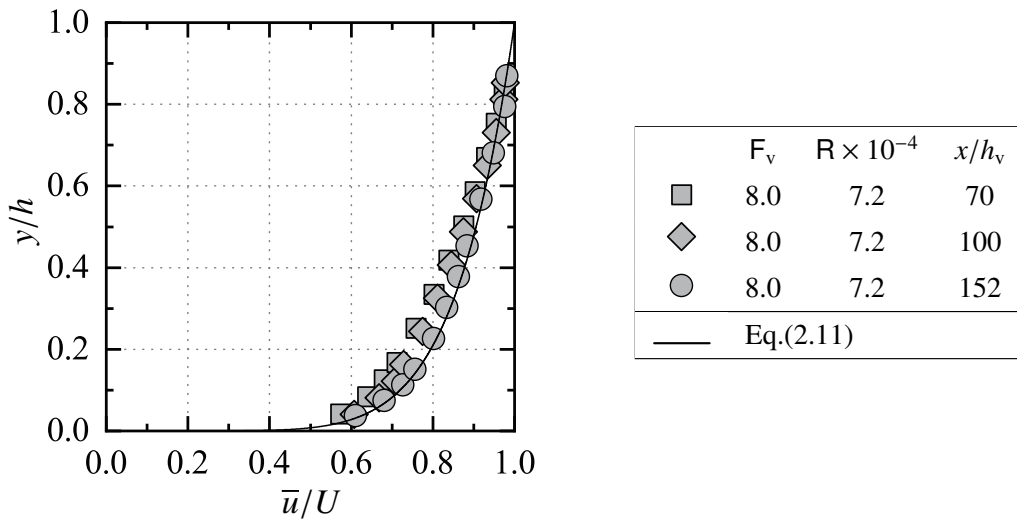


図 2-53 流速分布 ($F_v = 8.0, R = 7.2 \times 10^4$)

2.3.2 乱れ強さ分布

水路中央面 ($z = 0$) での流下方向の乱れ強さ $\sqrt{u'^2}$ は、代表長さに縮流部の水深 h_v 、代表流速に縮流部の断面平均流速 U_v を選定すると、

$$\frac{\sqrt{u'^2}}{U_v} = f\left(\frac{y}{h_v}, \frac{x}{h_v}, F_v, R\right) \quad (2.28)$$

の関係によって支配されるものと考えられる。式 (2.28) の関係に基づいて整理した結果の一例を図 2-54 に示す。図 2-54 に示されるように、与えられた F_v と R に対して、 $\sqrt{u'^2}/U_v$ の値の大きい領域は、 x/h_v の値の増加とともに底面付近 ($y/h_v \approx 0$) から水面に向かって広がる。

乱流境界層発達中であることが認められた x/h_v を対象に、流下方向の乱れ強さ $\sqrt{u'^2}$ を

$$\frac{\sqrt{u'^2}}{U} = f\left(\frac{y}{\delta}, \frac{x}{h_v}, F_v, R\right) \quad (2.29)$$

の関係に基づいて整理した結果を図 2-55～図 2-72 に示す。与えられた F_v 、 R 、 x/h_v に対して、乱流境界層内 ($0 \leq y/\delta \leq 1$) では y/δ の増加とともに相対的な乱れ強さ $\sqrt{u'^2}/U$ の値は小さくなる。乱流境界層外 ($y/\delta \geq 1.2$) では、 y/δ の値によらず、 $\sqrt{u'^2}/U = 0.015 \sim 0.020$ でほぼ一定値を示し、乱流境界層内と比べて十分に小さい。また、図 2-55～図 2-72 に示されるように、 F_v 、 R 、 x/h_v の大きさによらず、 $\sqrt{u'^2}/U$ の大きさと分布はほぼ一致する。なお、 $\delta = \delta_{\text{case-A}}$ で整理した場合 (図 2-55～図 2-60 参照)、 $y/\delta \geq 1$ で y/δ によらず $\sqrt{u'^2}/U$ が一定値になっている。一方、 $\delta = \delta_{\text{case-B}}$ で整理した場合 (図 2-61～図 2-66 参照) と $\delta = \delta_{\text{case-C}}$ で整理した場合 (図 2-67～図 2-72 参照)、 $y/\delta \geq 1.2$ で y/δ によらず $\sqrt{u'^2}/U$ が一定値になっている。この差は、第 2.2.5.3 目で前述されたように、 $\delta_{\text{case-A}}$ の

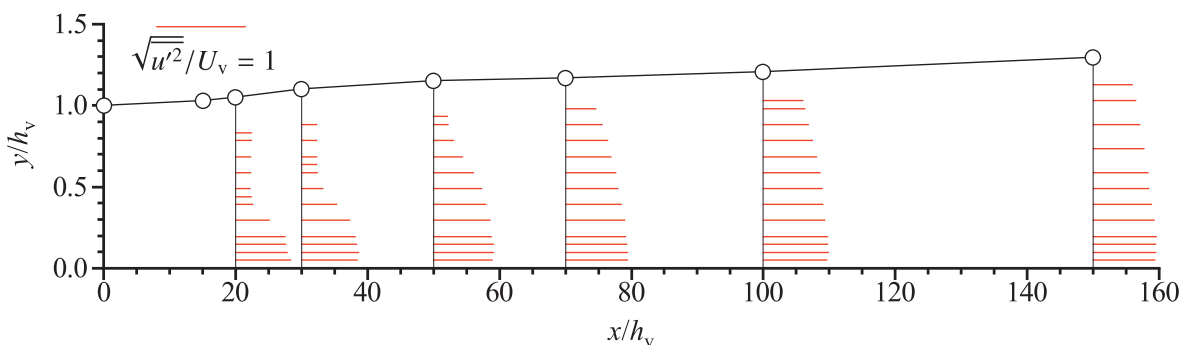


図 2-54 射流の乱れ強さ分布の流下方向への変化 ($F_v = 8.0, R = 7.2 \times 10^4$) ; (○) : 相対水深 h/h_v

値は $\delta_{\text{case-B}}$ の値に比べて 20% 程度大きく、 $\delta_{\text{case-A}}$ の値は $\delta_{\text{case-C}}$ の値に比べて 20% 程度大きいことと対応している。

流下方向の乱れ強さ $\sqrt{u'^2}$ を

$$\frac{\sqrt{u'^2}}{U} = f\left(\frac{y}{h}, \frac{x}{h_v}, F_v, R\right) \quad (2.30)$$

の関係に基づいて整理した結果を図 2-73～図 2-78 に示す。与えられた F_v , R , x/h_v に対して、 x/h_v の値の増加とともに $\sqrt{u'^2}/U$ の値の大きい領域が水面に向かって拡がり、水面付近 ($y/h \approx 1$) では $\sqrt{u'^2}/U \approx 0.02$ となっている。さらに x/h_v の値が増加すると、水面付近では $\sqrt{u'^2}/U \approx 0.05$ となり、このときの $\sqrt{u'^2}/U$ の分布は開水路等流の乱れ強さ分布の傾向線^[36] (図 2-73～図 2-78 の図中破線) と同程度になっている。

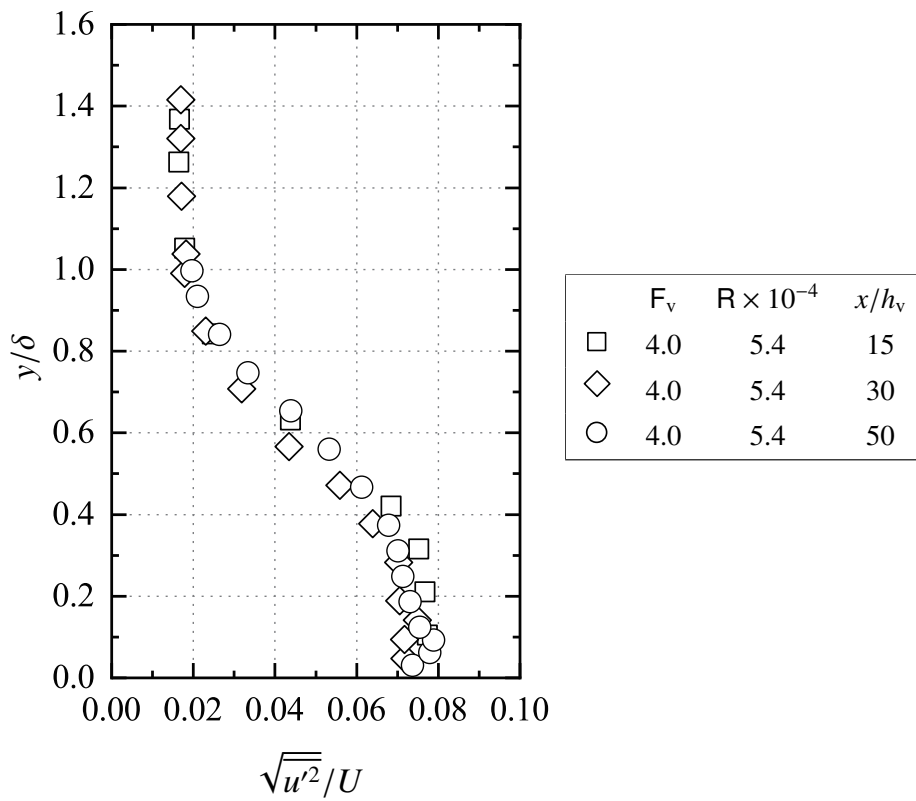


図 2-55 $\delta = \delta_{\text{case-A}}$ の場合の乱れ強さ分布 ($F_v = 4.0$, $R = 5.4 \times 10^4$)

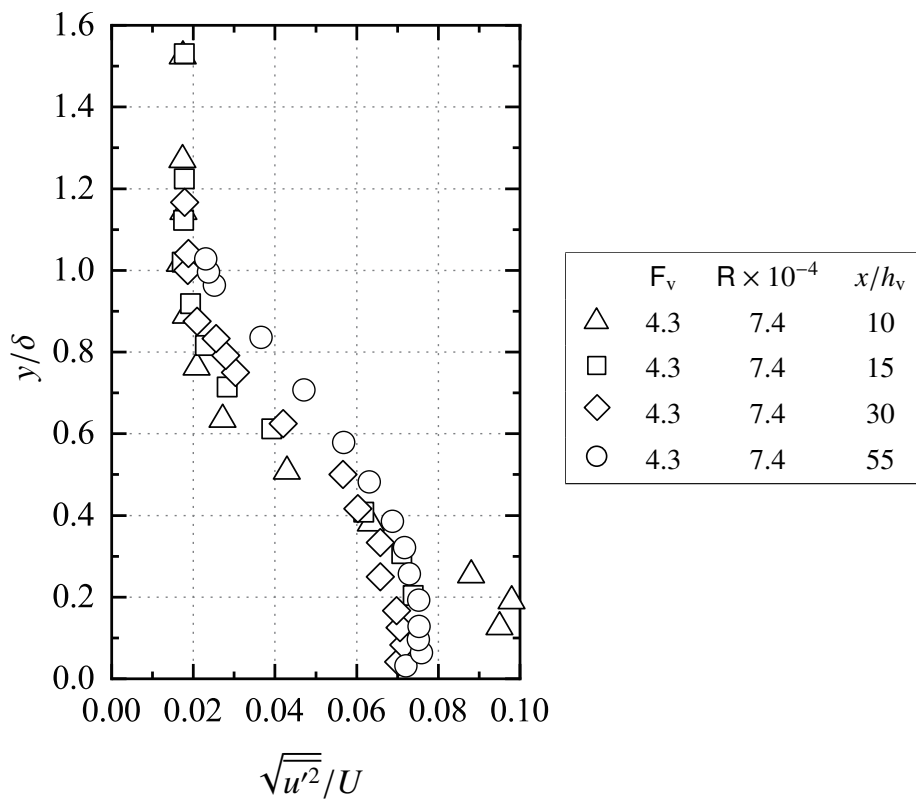


図 2-56 $\delta = \delta_{\text{case-A}}$ の場合の乱れ強さ分布 ($F_v = 4.3$, $R = 7.4 \times 10^4$)

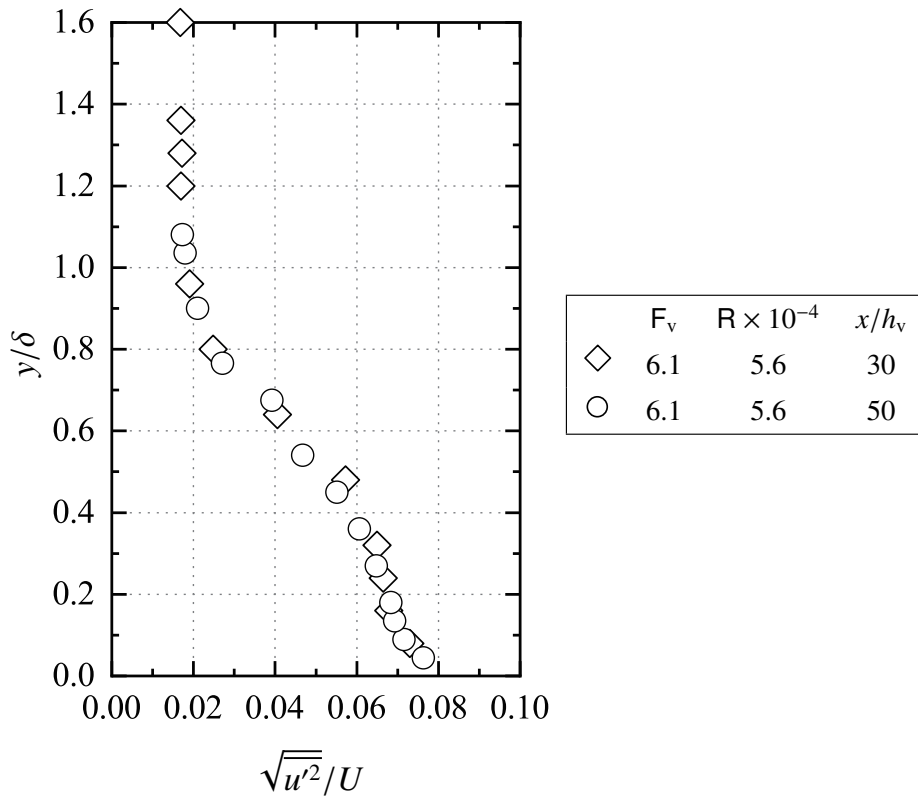


図 2-57 $\delta = \delta_{\text{case-A}}$ の場合の乱れ強さ分布 ($F_v = 6.1$, $R = 5.6 \times 10^4$)

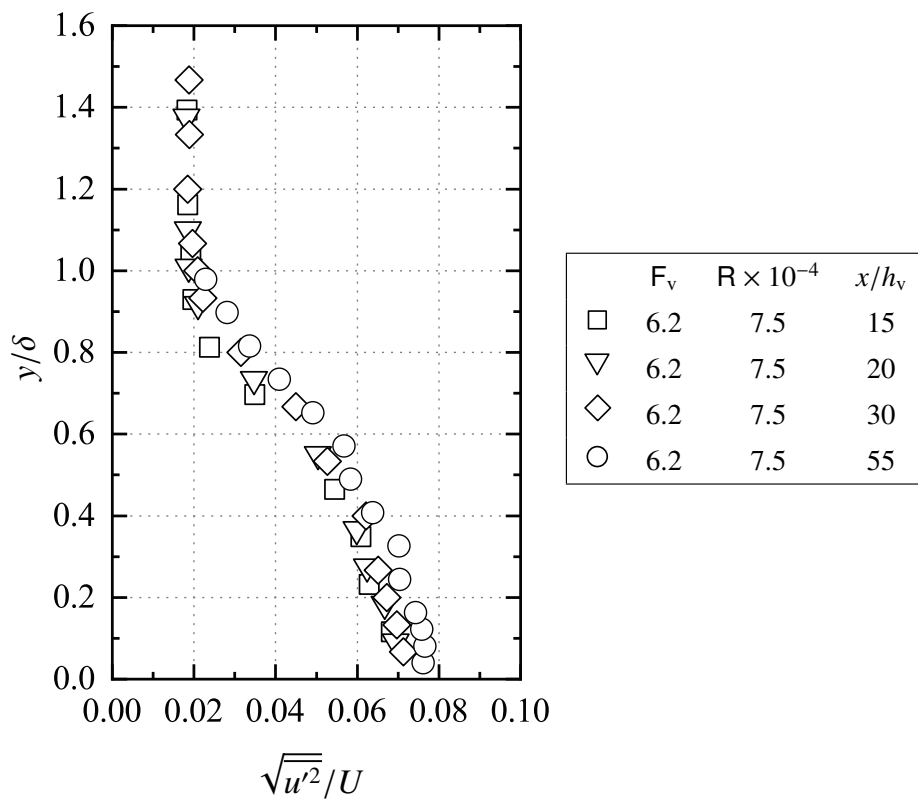


図 2-58 $\delta = \delta_{\text{case-A}}$ の場合の乱れ強さ分布 ($F_v = 6.2$, $R = 7.5 \times 10^4$)

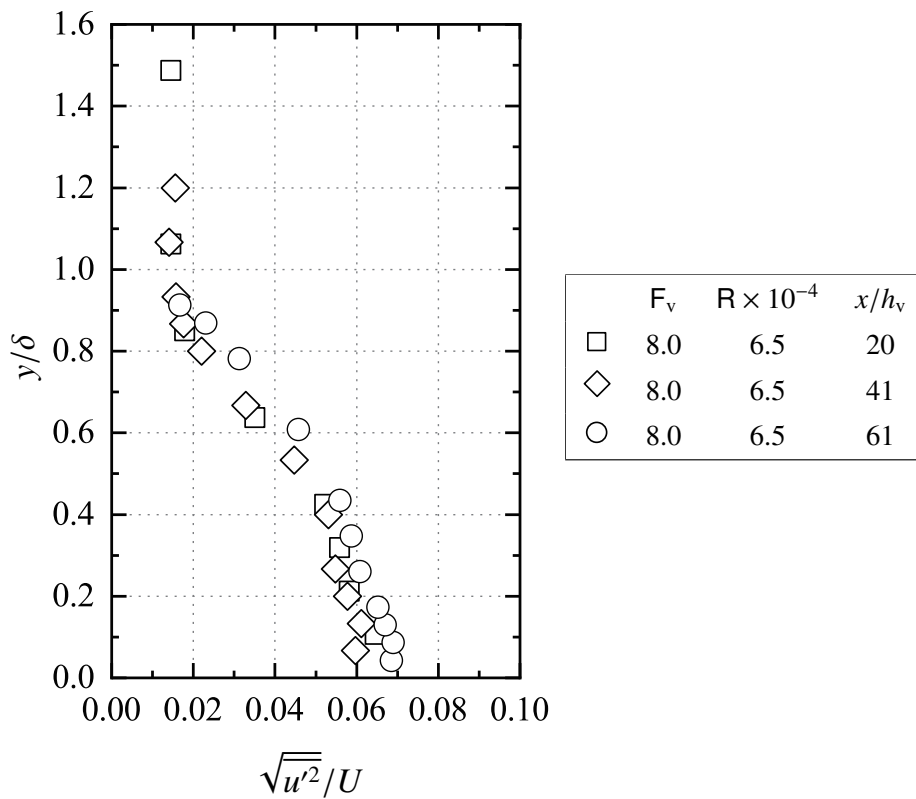


図 2-59 $\delta = \delta_{\text{case-A}}$ の場合の乱れ強さ分布 ($F_v = 8.0$, $R = 6.5 \times 10^4$)

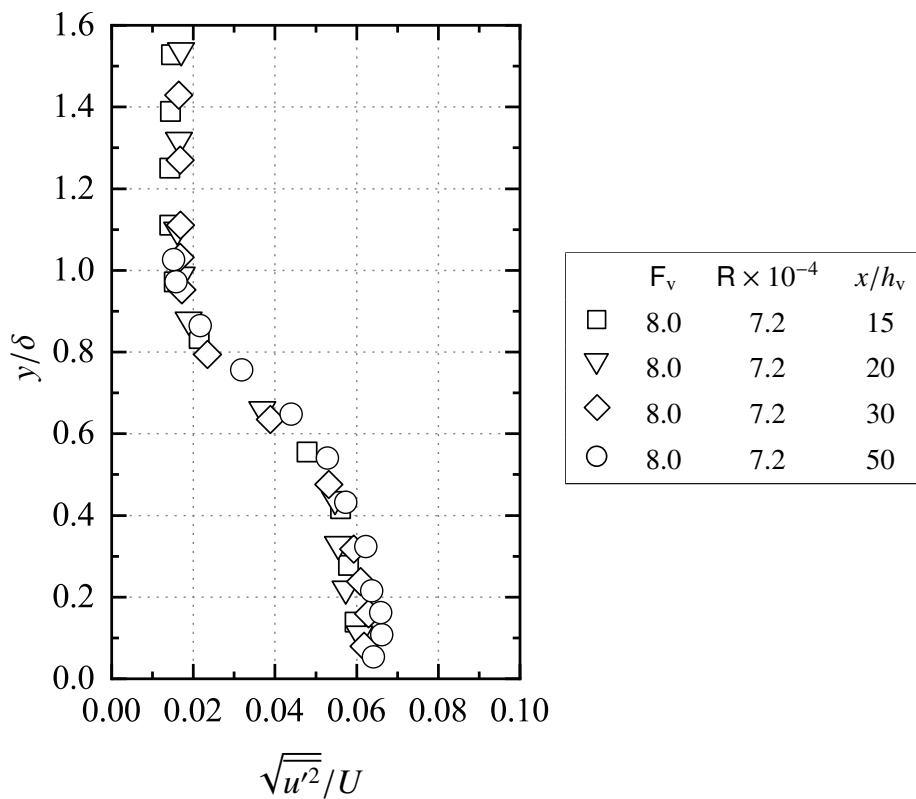


図 2-60 $\delta = \delta_{\text{case-A}}$ の場合の乱れ強さ分布 ($F_v = 8.0$, $R = 7.2 \times 10^4$)

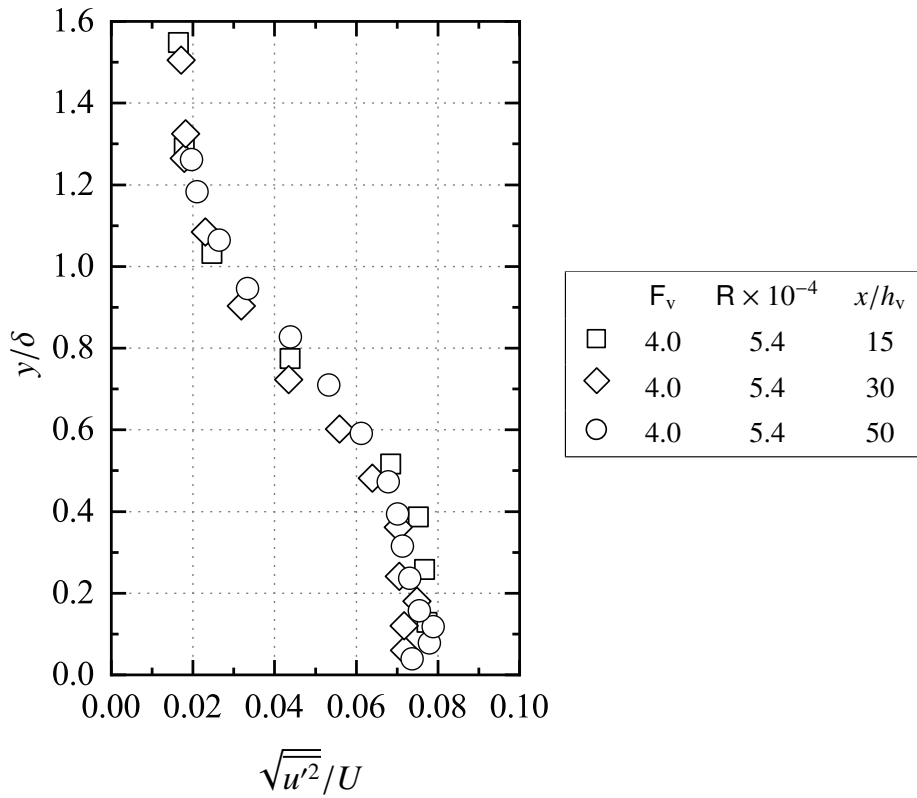


図 2-61 $\delta = \delta_{\text{case-B}}$ の場合の乱れ強さ分布 ($F_v = 4.0$, $R = 5.4 \times 10^4$)

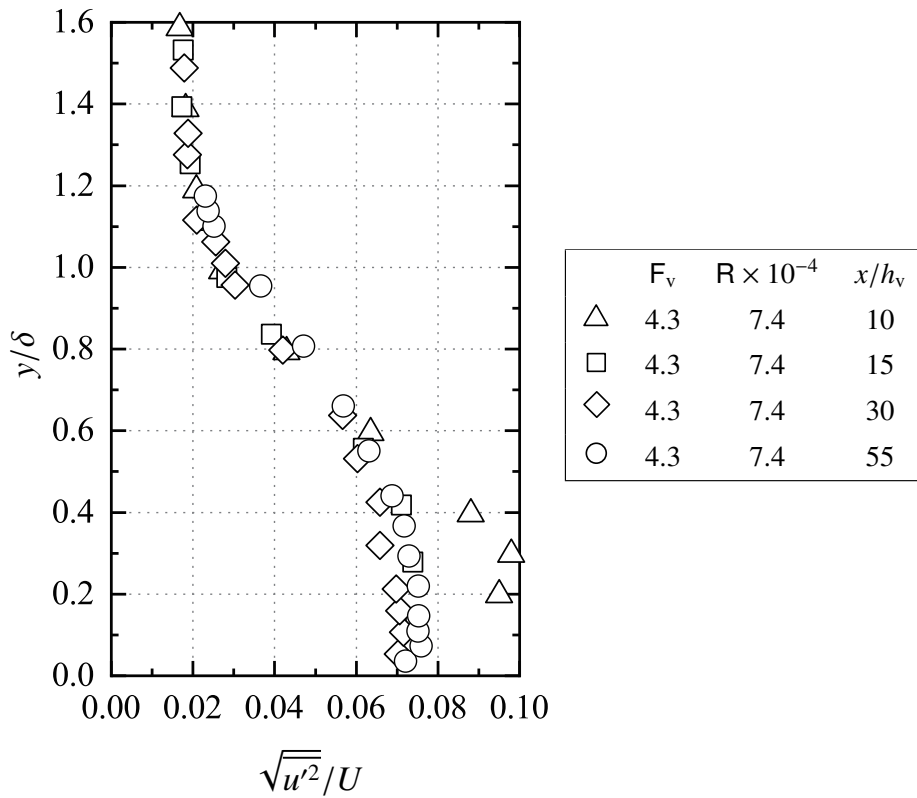


図 2-62 $\delta = \delta_{\text{case-B}}$ の場合の乱れ強さ分布 ($F_v = 4.3$, $R = 7.4 \times 10^4$)

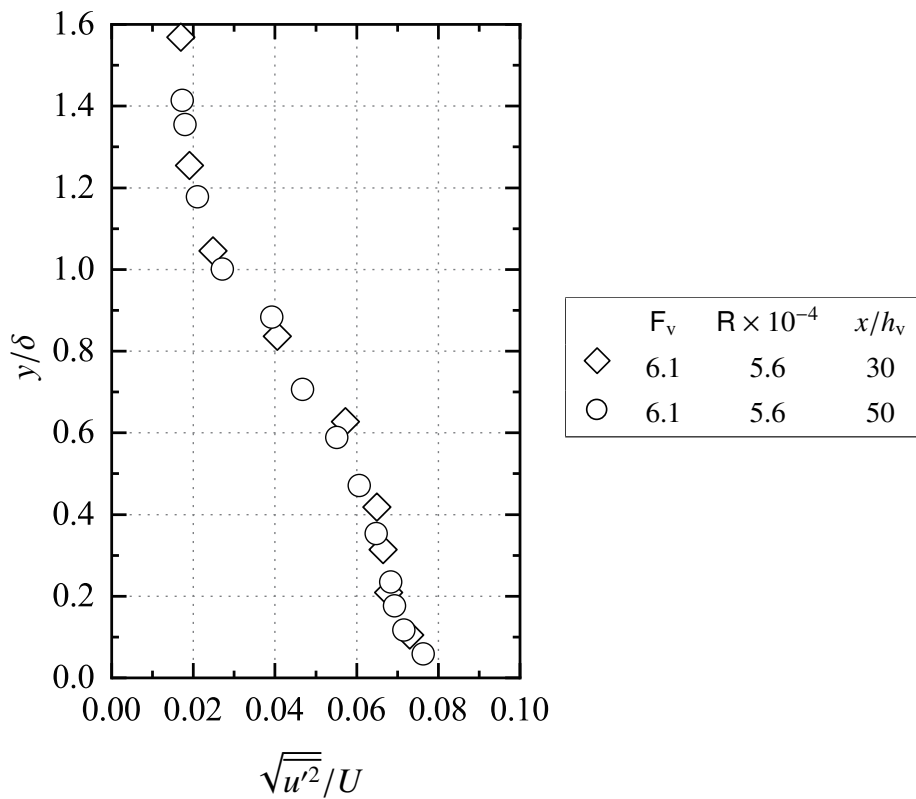


図 2-63 $\delta = \delta_{\text{case-B}}$ の場合の乱れ強さ分布 ($F_v = 6.1$, $R = 5.6 \times 10^4$)

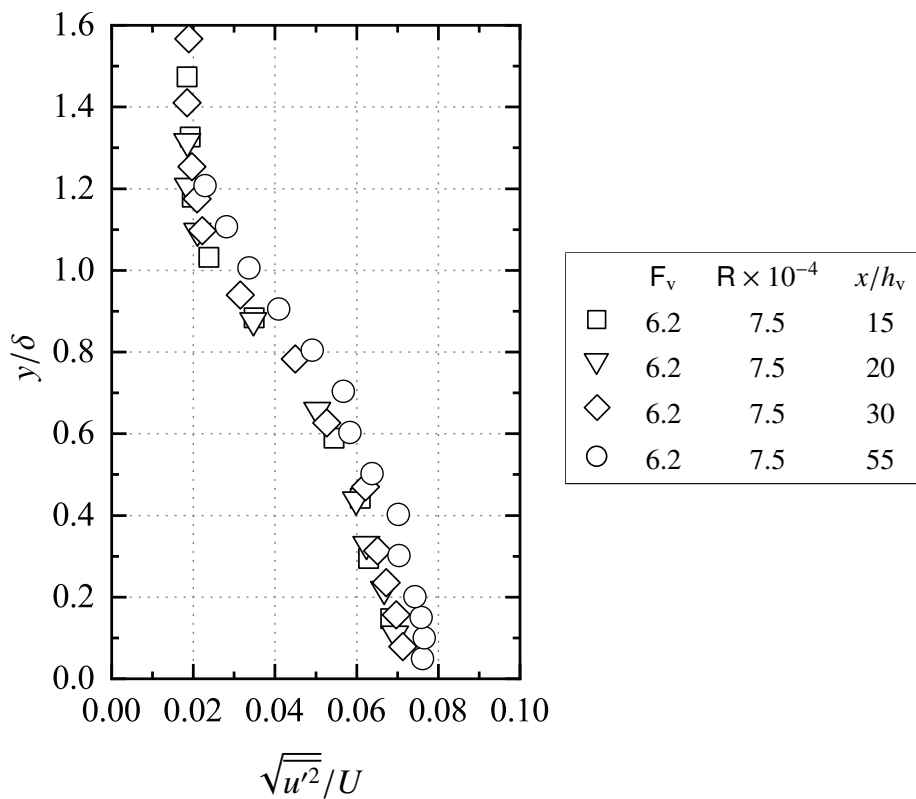


図 2-64 $\delta = \delta_{\text{case-B}}$ の場合の乱れ強さ分布 ($F_v = 6.2$, $R = 7.5 \times 10^4$)

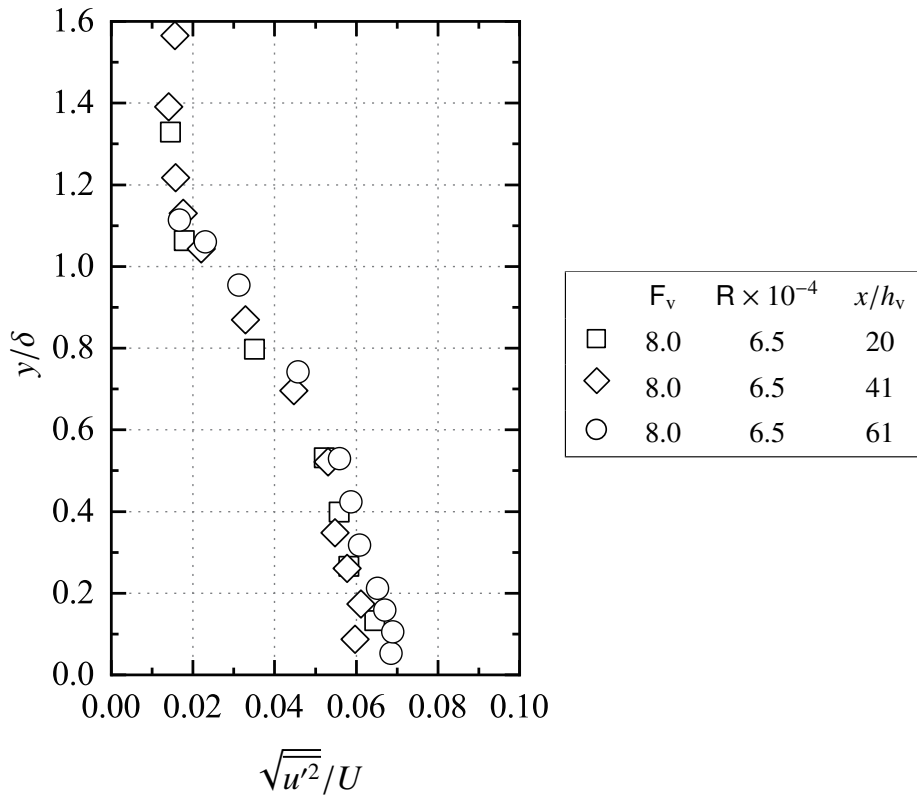


図 2-65 $\delta = \delta_{\text{case-B}}$ の場合の乱れ強さ分布 ($F_v = 8.0$, $R = 6.5 \times 10^4$)

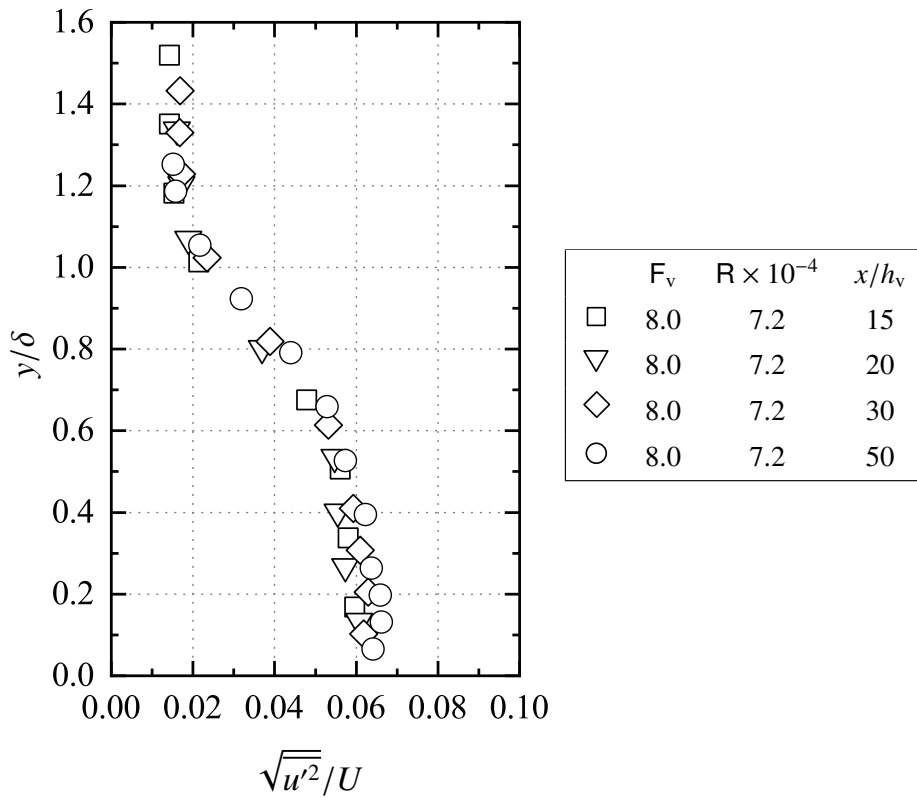


図 2-66 $\delta = \delta_{\text{case-B}}$ の場合の乱れ強さ分布 ($F_v = 8.0$, $R = 7.2 \times 10^4$)

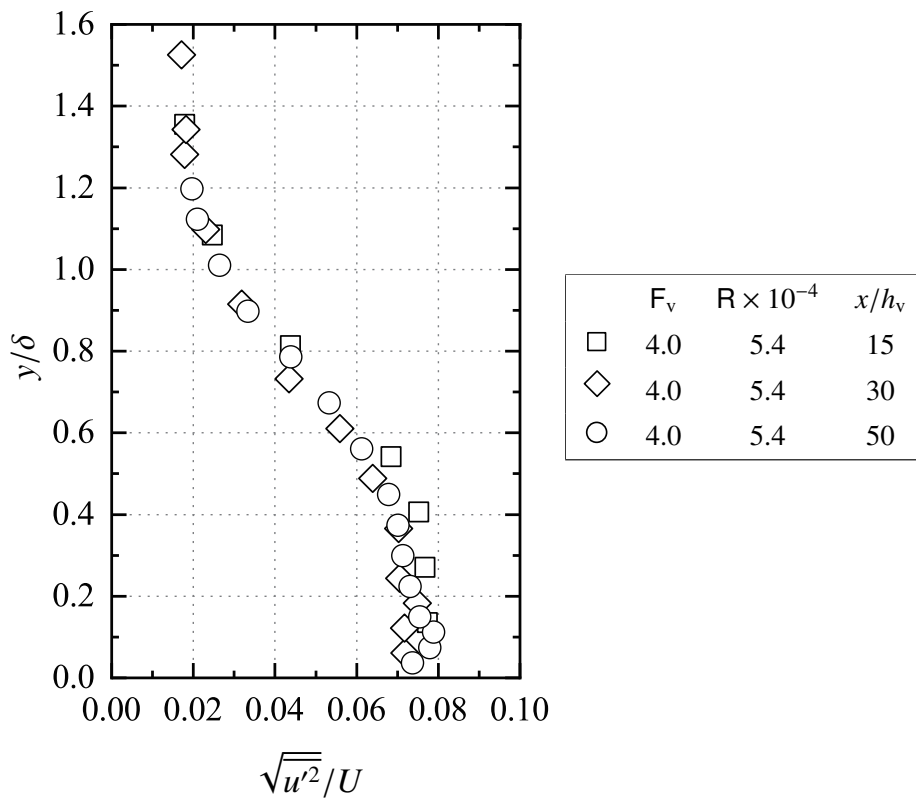


図 2-67 $\delta = \delta_{\text{case-C}}$ の場合の乱れ強さ分布 ($F_v = 4.0$, $R = 5.4 \times 10^4$)

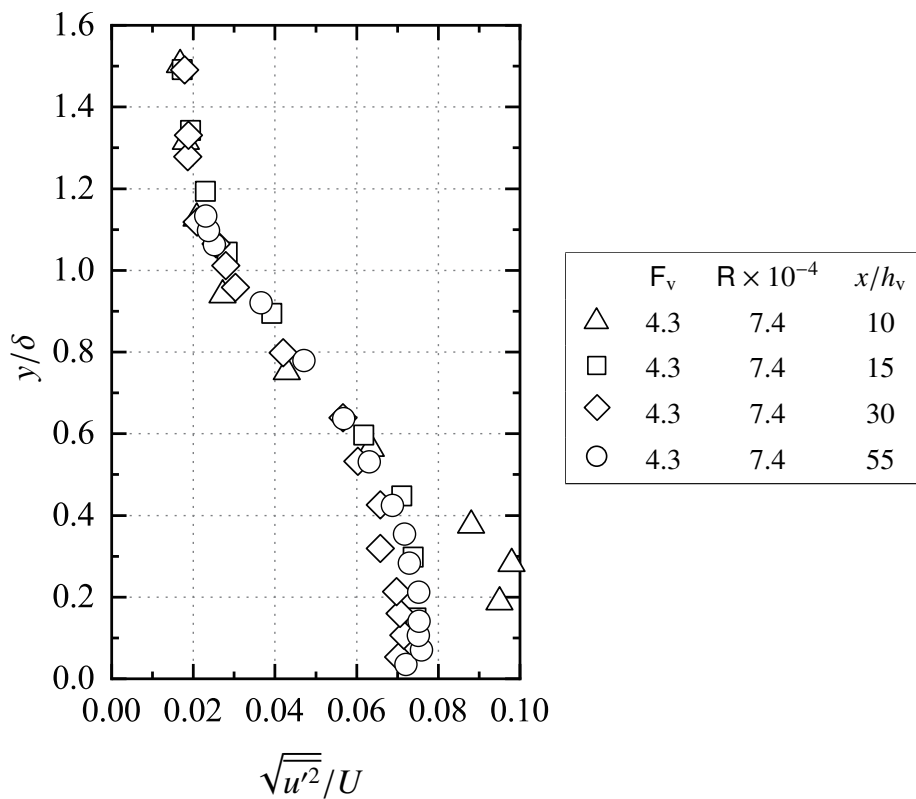


図 2-68 $\delta = \delta_{\text{case-C}}$ の場合の乱れ強さ分布 ($F_v = 4.3$, $R = 7.4 \times 10^4$)

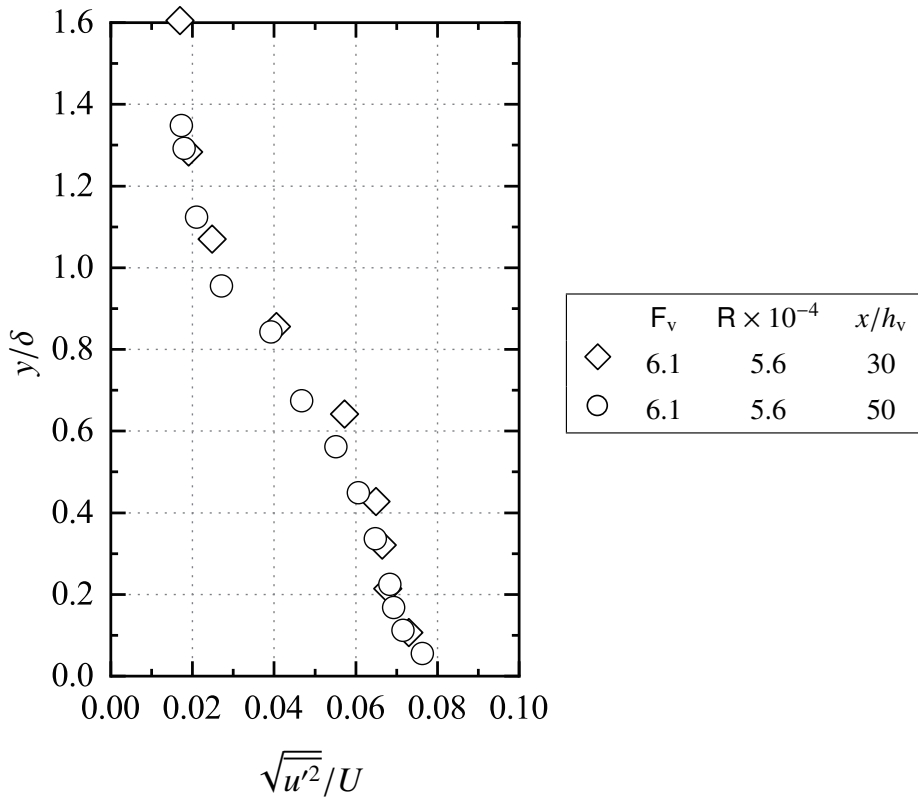


図 2-69 $\delta = \delta_{\text{case-C}}$ の場合の乱れ強さ分布 ($F_v = 6.1$, $R = 5.6 \times 10^4$)

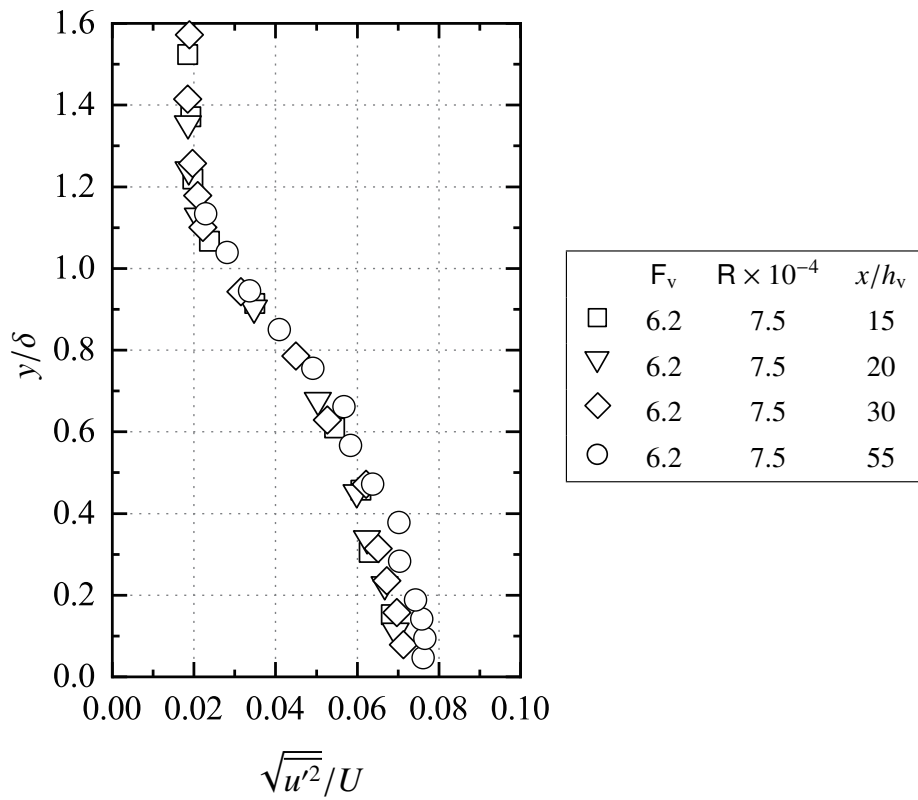


図 2-70 $\delta = \delta_{\text{case-C}}$ の場合の乱れ強さ分布 ($F_v = 6.2$, $R = 7.5 \times 10^4$)

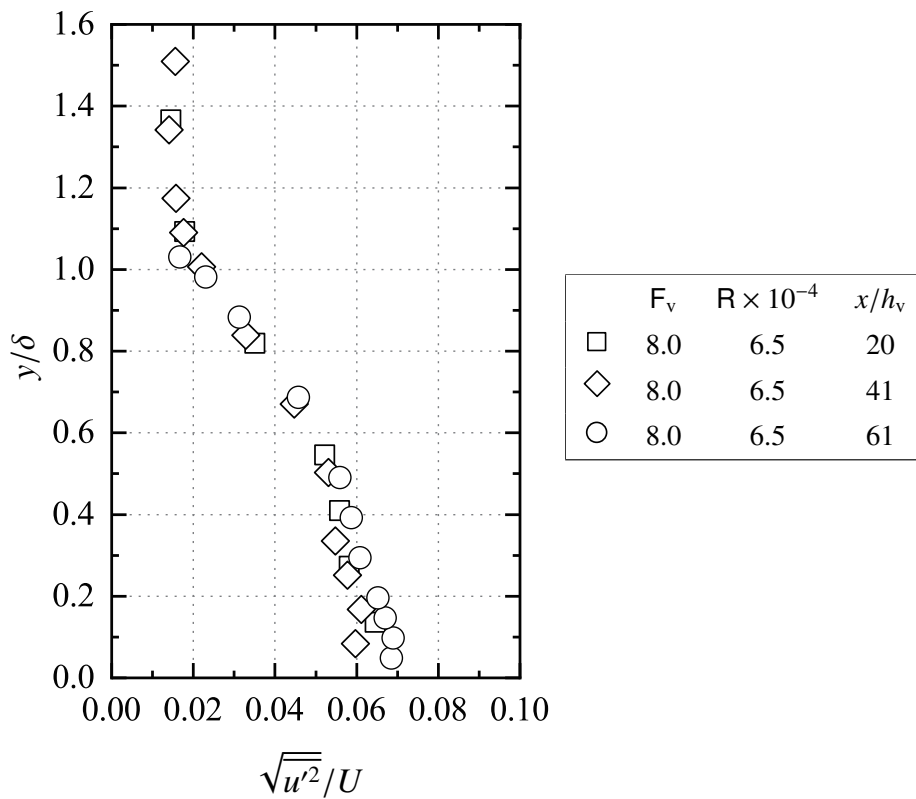


図 2-71 $\delta = \delta_{\text{case-C}}$ の場合の乱れ強さ分布 ($F_v = 8.0$, $R = 6.5 \times 10^4$)

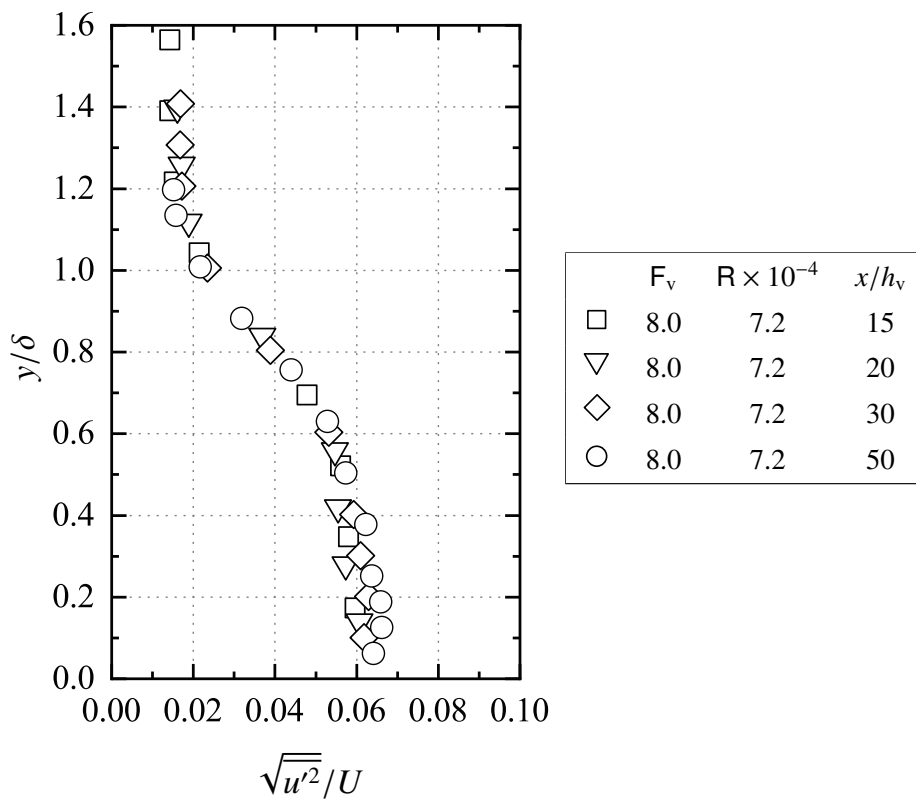


図 2-72 $\delta = \delta_{\text{case-C}}$ の場合の乱れ強さ分布 ($F_v = 8.0$, $R = 7.2 \times 10^4$)

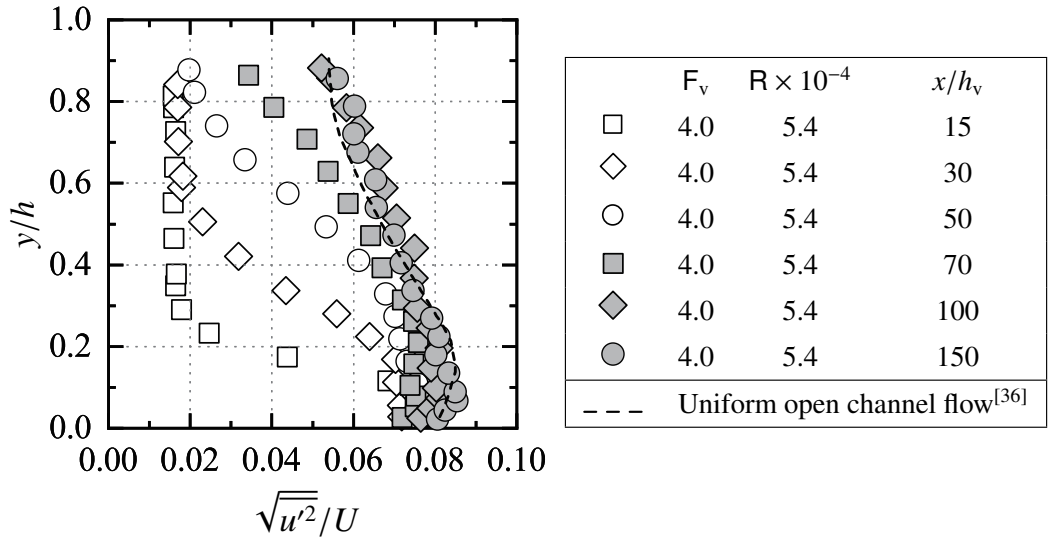


図 2-73 乱れ強さ分布 ($F_v = 4.0, R = 5.4 \times 10^4$)

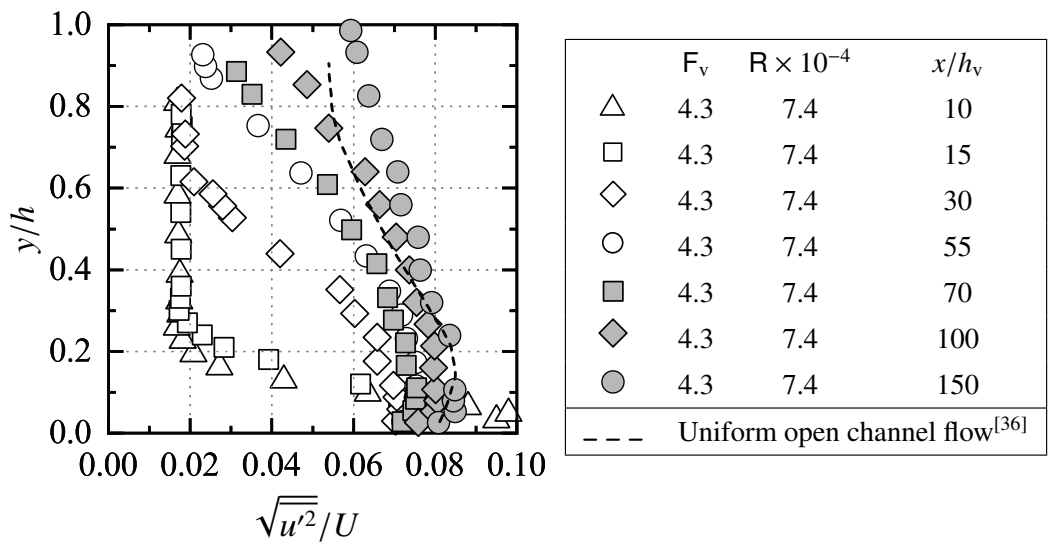
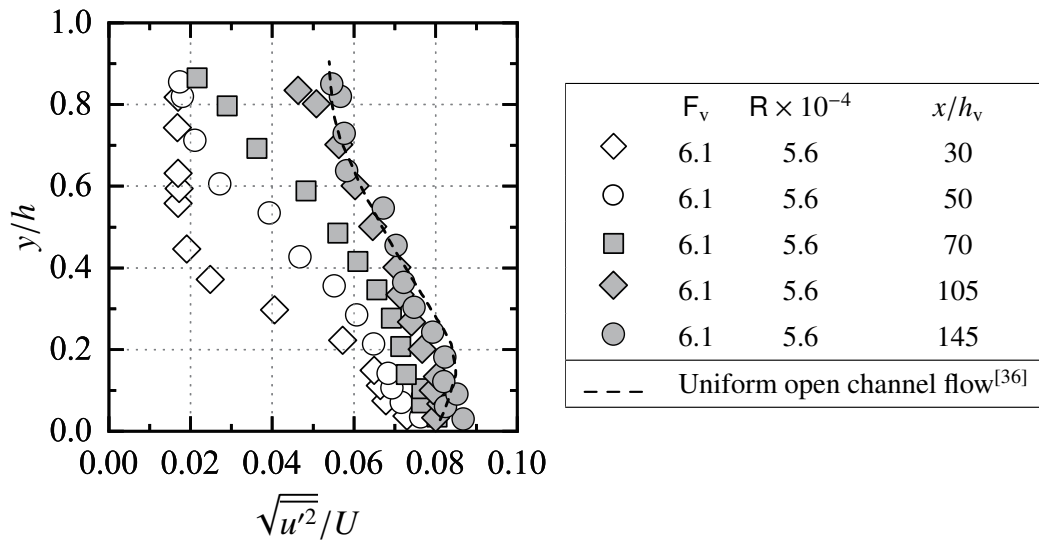
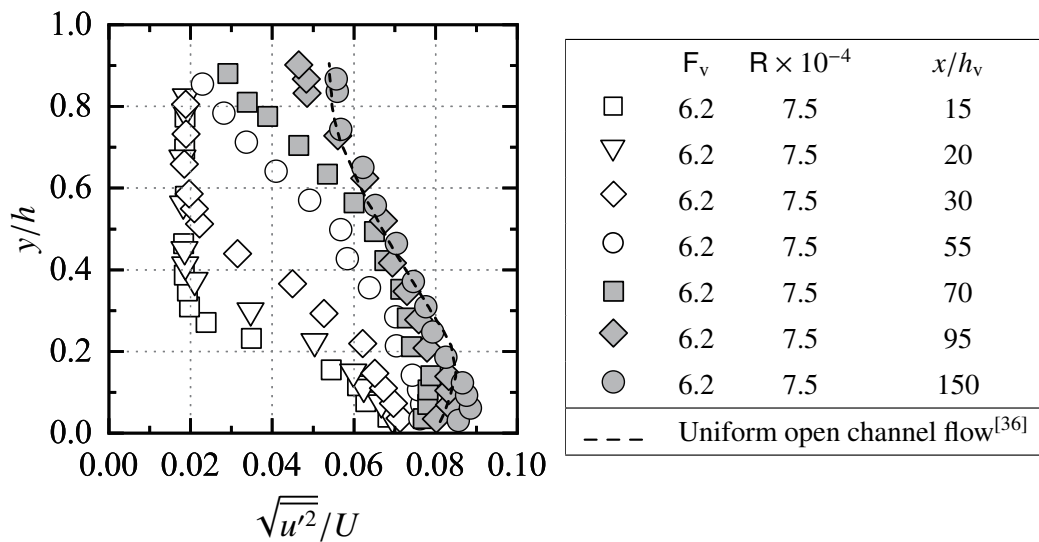


図 2-74 乱れ強さ分布 ($F_v = 4.3, R = 7.4 \times 10^4$)

図 2-75 乱れ強さ分布 ($F_v = 6.1, R = 5.6 \times 10^4$)図 2-76 乱れ強さ分布 ($F_v = 6.2, R = 7.5 \times 10^4$)

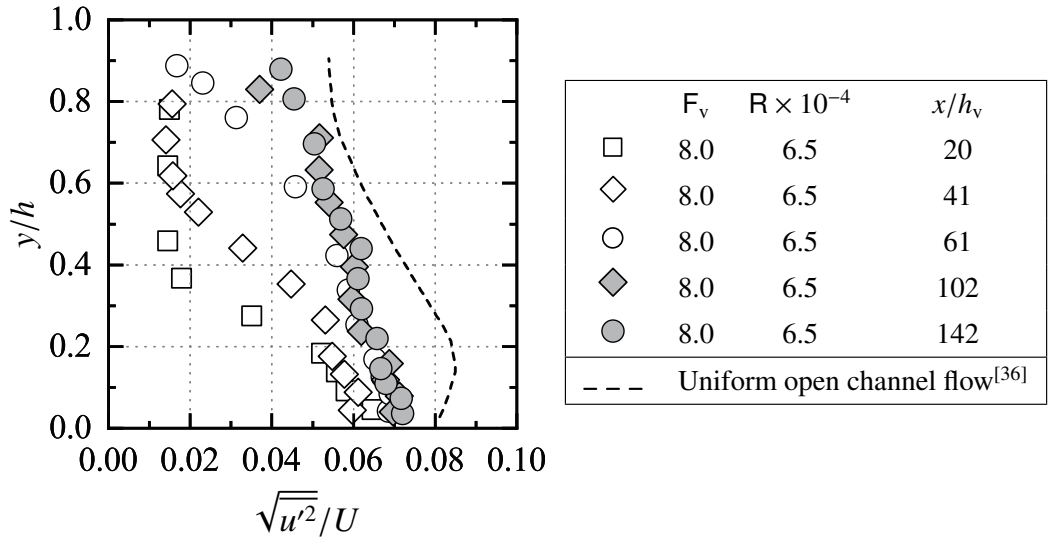


図 2-77 乱れ強さ分布 ($F_v = 8.0, R = 6.5 \times 10^4$)

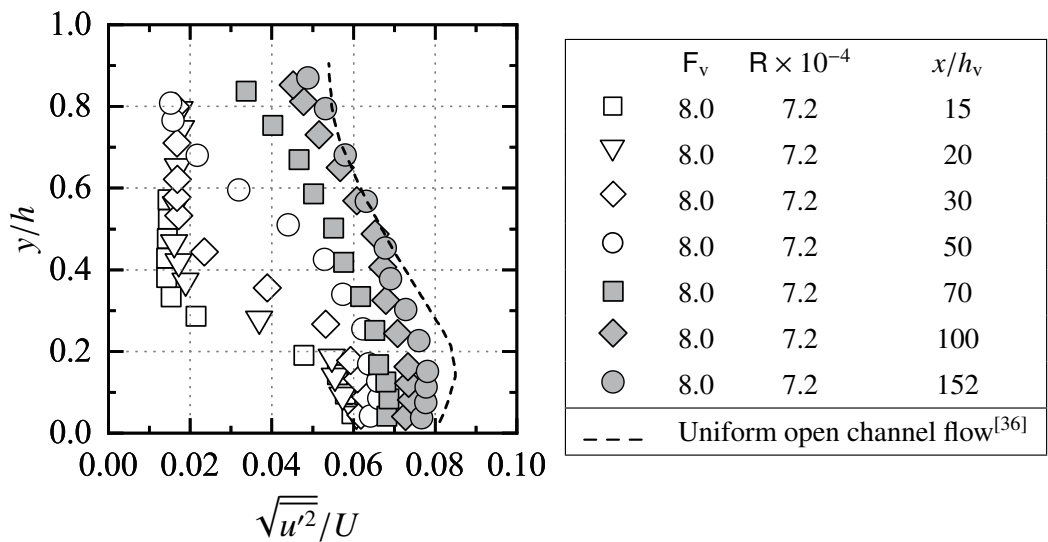


図 2-78 乱れ強さ分布 ($F_v = 8.0, R = 7.2 \times 10^4$)

2.4 射流の水面形と乱流境界層の発達状況

2.4.1 解析

2.4.1.1 乱流境界層が発達中の射流

長方形断面水平水路のスルースゲート下流側に形成される乱流境界層発達中の射流を対象に、乱流境界層の発達を考慮して水深 h と乱流境界層厚 δ を解析的に求める。流れを二次元的に取り扱えるものとし、乱流境界層外側の領域 ($\delta \leq y \leq h$; y は水路床を原点とする鉛直上向きの座標) のエネルギー損失を無視できるものと仮定する。水路床を水平基準面とし、縮流部 (断面①, $x = 0$, 図 2-79 参照) と乱流境界層発達中の任意な断面 (断面②, $x = \ell$) との間の自由水面に沿う流線にベルヌーイの定理を適用すると、

$$\frac{U_v^2}{2g} + h_v = \frac{U^2}{2g} + h \quad (2.8)$$

となる。ここに、 U_v は縮流部の断面平均流速、 g は重力加速度、 h_v は縮流部の水深、 U は断面②の乱流境界層外側 ($\delta \leq y \leq h$) の流速、 h は断面②の水深である。式 (2.8) を無次元量 $J = U_v/U$ を用いて整理すると、

$$\frac{h}{h_v} = \frac{1}{2} F_v^2 \left(1 - \frac{1}{J^2} \right) + 1 \quad (2.31)$$

となる^[9]。ここに、 $F_v [= U_v/(gh_v)^{0.5}]$ は縮流部のフルード数である。すなわち、乱流境界層が発達中の射流の水面形状 h/h_v は、縮流部のフルード数 F_v と無次元量 J によって示される。

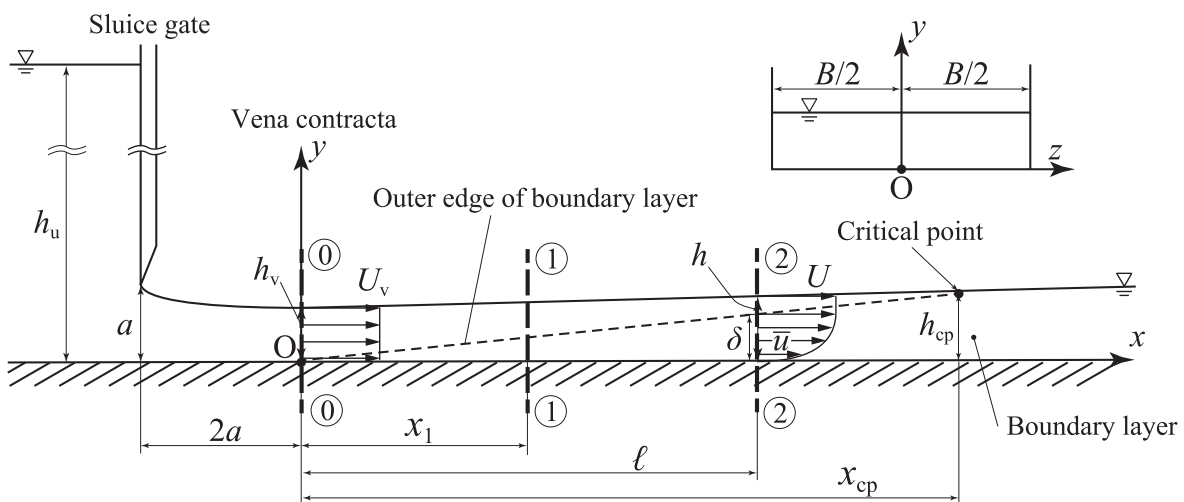


図 2-79 定義図

図 2-79 に示される断面①②間に連続の式を適用すると,

$$U_v h_v = U(h - \delta_1) \quad (2.32)$$

が示される. ここに, δ_1 は排除厚 [式 (2.14) 参照] である. 第 2.3.1 項で前述されたように, 乱流境界層内 ($0 \leq y \leq \delta$) の x 方向の時間平均流速 \bar{u} の分布を

$$\frac{\bar{u}}{U} = \left(\frac{y}{\delta}\right)^{1/N} \quad \text{for } 0 \leq y \leq \delta \quad (2.15)$$

の $1/N$ 乗則で近似する. また, 乱流境界層外 ($\delta \leq y \leq h$) の時間平均流速 \bar{u} は一様分布であり,

$$\frac{\bar{u}}{U} = 1 \quad \text{for } \delta \leq y \leq h \quad (2.16)$$

となる. 式 (2.15) と式 (2.16) を式 (2.14) に用いると, 排除厚 δ_1 は,

$$\delta_1 = \frac{1}{N+1} \delta \quad (2.17)$$

となる. 式 (2.31), 式 (2.32), 式 (2.17) より,

$$\frac{\delta}{h_v} = (N+1) \left\{ \frac{1}{2} F_v^2 \left(1 - \frac{1}{J^2}\right) + 1 - J \right\} \quad (2.33)$$

が得られる. すなわち, 乱流境界層厚 δ/h_v は乱流境界層内の流速分布の N の値, 縮流部のフルード数 F_v , 無次元量 J によって示される.

非圧縮性・粘性流体のナビエ・ストークスの方程式は, 定流の場合,

$$\begin{aligned} & u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} + w \frac{\partial u}{\partial z} \\ &= X - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} + \frac{1}{\rho} \left[\frac{\partial}{\partial x} \left(2\mu \frac{\partial u}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left\{ \mu \left(\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right) \right\} + \frac{\partial}{\partial z} \left\{ \mu \left(\frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial x} \right) \right\} \right] \end{aligned} \quad (2.34)$$

$$\begin{aligned} & u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} + w \frac{\partial v}{\partial z} \\ &= Y - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial y} + \frac{1}{\rho} \left[\frac{\partial}{\partial x} \left\{ \mu \left(\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right) \right\} + \frac{\partial}{\partial y} \left(2\mu \frac{\partial v}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left\{ \mu \left(\frac{\partial v}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial y} \right) \right\} \right] \end{aligned} \quad (2.35)$$

$$\begin{aligned} & u \frac{\partial w}{\partial x} + v \frac{\partial w}{\partial y} + w \frac{\partial w}{\partial z} \\ &= Z - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial z} + \frac{1}{\rho} \left[\frac{\partial}{\partial x} \left\{ \mu \left(\frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial x} \right) \right\} + \frac{\partial}{\partial y} \left\{ \mu \left(\frac{\partial v}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial y} \right) \right\} + \frac{\partial}{\partial z} \left(2\mu \frac{\partial w}{\partial z} \right) \right] \end{aligned} \quad (2.36)$$

で示される. ここに, u, v, w は x, y, z 方向の瞬間流速, X, Y, Z は x, y, z 方向の単位質量あたりの質量力, p は圧力, ρ は密度, μ は粘性係数である. 二次元的に扱える乱流を対象

に時間平均された運動方程式を考えると,

$$\frac{1}{T} \int_0^T \left(u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} \right) dt = \frac{1}{T} \int_0^T \left[X - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial x} \left(2\nu \frac{\partial u}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left\{ \nu \left(\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right) \right\} \right] dt \quad (2.37)$$

$$\frac{1}{T} \int_0^T \left(u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} \right) dt = \frac{1}{T} \int_0^T \left[Y - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial y} + \frac{\partial}{\partial x} \left\{ \nu \left(\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right) \right\} + \frac{\partial}{\partial y} \left(2\nu \frac{\partial v}{\partial y} \right) \right] dt \quad (2.38)$$

となる ($\nu [= \mu/\rho]$ は動粘性係数). 乱流は瞬間の流速と圧力が時間の経過とともに変化するため厳密には不定流であるが, 乱流による変動に比べて十分長い時間 T で時間平均された流速と圧力が時間 T の大きさによらず一定である場合には定流を考えることができる. すなわち, 統計的に定常な乱流を対象に時間平均的な取り扱いを考えると, x, y 方向の瞬間流速 u, v および圧力 p をそれぞれ, $u = \bar{u} + u'$, $v = \bar{v} + v'$, $p = \bar{p} + p'$ のように時間平均成分と変動成分とに分けられる. 二次元流の平均流の連続の式は,

$$\frac{\partial \bar{u}}{\partial x} + \frac{\partial \bar{v}}{\partial y} = 0 \quad (2.39)$$

で示され, 式 (2.39) を用いて式 (2.37) と式 (2.38) を整理すると,

$$\bar{u} \frac{\partial \bar{u}}{\partial x} + \bar{v} \frac{\partial \bar{u}}{\partial y} = X - \frac{1}{\rho} \frac{\partial \bar{p}}{\partial x} + \frac{1}{\rho} \left[\frac{\partial}{\partial x} \left(2\mu \frac{\partial \bar{u}}{\partial x} - \rho \overline{u'^2} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left\{ \mu \left(\frac{\partial \bar{u}}{\partial y} + \frac{\partial \bar{v}}{\partial x} \right) - \rho \overline{u'v'} \right\} \right] \quad (2.40)$$

$$\bar{u} \frac{\partial \bar{v}}{\partial x} + \bar{v} \frac{\partial \bar{v}}{\partial y} = Y - \frac{1}{\rho} \frac{\partial \bar{p}}{\partial y} + \frac{1}{\rho} \left[\frac{\partial}{\partial x} \left\{ \mu \left(\frac{\partial \bar{u}}{\partial y} + \frac{\partial \bar{v}}{\partial x} \right) - \rho \overline{u'v'} \right\} + \frac{\partial}{\partial y} \left(2\mu \frac{\partial \bar{v}}{\partial y} - \rho \overline{v'^2} \right) \right] \quad (2.41)$$

となる. ここに, \bar{p} は時間平均圧力, u' は x 方向の変動流速, \bar{v} と v' は y 方向の時間平均流速と変動流速である. 式 (2.40) と式 (2.41) は, 非圧縮性・粘性流体で二次元定流の場合のレイノルズ方程式である^{[21],[37]}. 式 (2.40) と式 (2.41) のそれぞれに式 (2.39) を用いて整理すると,

$$\bar{u} \frac{\partial \bar{u}}{\partial x} + \bar{v} \frac{\partial \bar{u}}{\partial y} = X - \frac{1}{\rho} \frac{\partial \bar{p}}{\partial x} + \nu \left(\frac{\partial^2 \bar{u}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \bar{u}}{\partial y^2} \right) - \left(\frac{\partial \overline{u'^2}}{\partial x} + \frac{\partial \overline{u'v'}}{\partial y} \right) \quad (2.42)$$

$$\bar{u} \frac{\partial \bar{v}}{\partial x} + \bar{v} \frac{\partial \bar{v}}{\partial y} = Y - \frac{1}{\rho} \frac{\partial \bar{p}}{\partial y} + \nu \left(\frac{\partial^2 \bar{v}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \bar{v}}{\partial y^2} \right) - \left(\frac{\partial \overline{u'v'}}{\partial x} + \frac{\partial \overline{v'^2}}{\partial y} \right) \quad (2.43)$$

になる.

平均流の連続の式 [式 (2.39)] とレイノルズ方程式 [式 (2.42), 式 (2.43)] を水平開水路流の乱流境界層に適用するため, 乱流境界層外側の流れは potential flow と同様に取り扱われるものと考え, 境界層理論の仮定^[37]に基づいて式を簡素化する. 乱流境界層が発達する領域の長さを ℓ とし, x 方向の代表長さに ℓ , x 方向の代表流速に境界層外側流速 U を選ぶ. x 方向の諸量の無次元表示は,

$$\hat{u} = \frac{\bar{u}}{U}, \quad (2.44)$$

$$\hat{x} = \frac{x}{\ell} \quad (2.45)$$

となる．一方， y 方向の代表長さに乱流境界層厚 δ を選ぶと， y 方向座標の無次元表示は，

$$\hat{y} = \frac{y}{\delta} \quad (2.46)$$

となる．式 (2.44)～式 (2.46) を用いて平均流の連続の式 [式 (2.39)] を無次元化すると，

$$\frac{\partial \hat{u}}{\partial \hat{x}} + \frac{\partial \hat{v}}{\partial \hat{y}} = 0 \quad (2.47)$$

となる．ここに，

$$\hat{v} = \frac{\bar{v}\ell}{U\delta} \quad (2.48)$$

である．すなわち，無次元表示の連続の式 [式 (2.47)] より， y 方向の代表流速を $U\delta/\ell$ と考えていることになる． x, y 方向の表面力の無次元表示を

$$\widehat{u'^2} = \frac{\overline{\rho u'^2}}{\rho U^2}, \quad (2.49)$$

$$\widehat{v'^2} = \frac{\overline{\rho v'^2}}{\rho U^2}, \quad (2.50)$$

$$\widehat{u'v'} = \frac{\overline{\rho u'v'\ell}}{\rho U^2\delta}, \quad (2.51)$$

$$\widehat{\bar{p}} = \frac{\bar{p}}{\rho U^2} \quad (2.52)$$

のように考える．境界層内の流れが乱流であるから，レイノルズ応力 (Reynolds shear stress) $-\overline{\rho u'v'}$ は $\rho U^2\delta/\ell$ のオーダーの大きさであるものと考えられる^[37]．また，流れに対して垂直方向のレイノルズ応力 (垂直応力, Reynolds normal stress) $-\overline{\rho u'^2}, -\overline{\rho v'^2}$ は ρU^2 と $\rho U^2\delta/\ell$ との間のオーダーの大きさであるものと考えられ^[37]，垂直応力の無次元化についてはオーダーの大きい側である ρU^2 とする^[37]．式 (2.42) と式 (2.43) の両辺にそれぞれ ℓ/U^2 を乗じ，無次元表示で整理すると，

$$\widehat{u} \frac{\partial \widehat{u}}{\partial \hat{x}} + \widehat{v} \frac{\partial \widehat{u}}{\partial \hat{y}} = -\frac{\partial \widehat{\bar{p}}}{\partial \hat{x}} + \frac{\nu\ell}{U\delta^2} \left\{ \frac{\partial^2 \widehat{u}}{\partial \hat{x}^2} \left(\frac{\delta}{\ell} \right)^2 + \frac{\partial^2 \widehat{u}}{\partial \hat{y}^2} \right\} - \left(\frac{\partial \widehat{u'^2}}{\partial \hat{x}} + \frac{\partial \widehat{u'v'}}{\partial \hat{y}} \right) \quad (2.53)$$

$$\widehat{u} \frac{\partial \widehat{v}}{\partial \hat{x}} \frac{\delta}{\ell} + \widehat{v} \frac{\partial \widehat{v}}{\partial \hat{y}} \frac{\delta}{\ell} = -\frac{\partial \widehat{\bar{p}}}{\partial \hat{y}} \frac{\ell}{\delta} + \frac{\nu}{U\delta} \left\{ \frac{\partial^2 \widehat{v}}{\partial \hat{x}^2} \left(\frac{\delta}{\ell} \right)^2 + \frac{\partial^2 \widehat{v}}{\partial \hat{y}^2} \right\} - \left(\frac{\partial \widehat{u'v'}}{\partial \hat{x}} \frac{\delta}{\ell} + \frac{\partial \widehat{v'^2}}{\partial \hat{y}} \frac{\ell}{\delta} \right) \quad (2.54)$$

となる．ただし， x, y 方向の単位質量あたりの質量力 X, Y は粘性の影響に無関係であるから，式中では省略されている．乱流境界層厚 δ は乱流境界層の存在領域長 ℓ に比べて

十分に小さい ($\delta/\ell \ll 1$) ため, 式 (2.53) と式 (2.54) において δ/ℓ を含む項を無視すると,

$$\widehat{u} \frac{\partial \widehat{u}}{\partial \widehat{x}} + \widehat{v} \frac{\partial \widehat{u}}{\partial \widehat{y}} = -\frac{\partial \widehat{p}}{\partial \widehat{x}} + \frac{\nu \ell}{U \delta^2} \frac{\partial^2 \widehat{u}}{\partial \widehat{y}^2} - \left(\frac{\partial \widehat{u'^2}}{\partial \widehat{x}} + \frac{\partial \widehat{u'v'}}{\partial \widehat{y}} \right) \quad (2.55)$$

$$0 = -\frac{\partial \widehat{p}}{\partial \widehat{y}} \frac{\ell}{\delta} + \frac{\nu}{U \delta} \frac{\partial^2 \widehat{v}}{\partial \widehat{y}^2} - \frac{\partial \widehat{v'^2}}{\partial \widehat{y}} \frac{\ell}{\delta} \quad (2.56)$$

となる. 式 (2.55) と式 (2.56) の両辺にそれぞれ U^2/ℓ を乗じて有次元表示にし, 平均流の連続の式 [式 (2.39)] を用いると,

$$\frac{\partial \overline{u^2}}{\partial x} + \frac{\partial \overline{u} \overline{v}}{\partial y} = X - \frac{1}{\rho} \frac{\partial \overline{p}}{\partial x} + \nu \frac{\partial^2 \overline{u}}{\partial y^2} - \left(\frac{\partial \overline{u'^2}}{\partial x} + \frac{\partial \overline{u'v'}}{\partial y} \right) \quad (2.57)$$

$$0 = Y - \frac{1}{\rho} \frac{\partial \overline{p}}{\partial y} - \frac{\partial \overline{v'^2}}{\partial y} \quad (2.58)$$

となる. ただし, $\partial \overline{v}/\partial y \approx 0$ としている. 式 (2.57) と式 (2.58) において, x, y 方向の単位質量あたりの質量力 X, Y はそれぞれ,

$$X = 0, \quad Y = -g \quad (2.59)$$

である. $\partial \overline{u'^2}/\partial x \ll \partial \overline{u'v'}/\partial y$ として $\partial \overline{u'^2}/\partial x$ を無視すると,

$$\frac{\partial \overline{u^2}}{\partial x} + \frac{\partial \overline{u} \overline{v}}{\partial y} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial \overline{p}}{\partial x} + \frac{\mu}{\rho} \frac{\partial^2 \overline{u}}{\partial y^2} - \frac{\partial \overline{u'v'}}{\partial y} \quad (2.60)$$

$$\frac{1}{\rho} \frac{\partial \overline{p}}{\partial y} = -g - \frac{\partial \overline{v'^2}}{\partial y} \quad (2.61)$$

が示される^{[14],[15]}. 式 (2.60) と式 (2.61) は, 水平開水路における境界層近似された乱流境界層のレイノルズ方程式である.

式 (2.61) を y 方向に不定積分すると,

$$\int \frac{1}{\rho} \frac{\partial \overline{p}}{\partial y} dy = -g \int dy - \int \frac{\partial \overline{v'^2}}{\partial y} dy \\ \therefore \overline{p} = -\rho g y - \rho \overline{v'^2} + C_1 \quad (2.62)$$

となる. 水面 ($y = h$) では大気圧 ($\overline{p} = 0$) であり, 乱流境界層発達中の流れの水面では $\overline{v'^2} \approx 0$ であることを用いると, 積分定数 C_1 は $C_1 = \rho g h$ となり,

$$\overline{p} = \rho g (h - y) - \rho \overline{v'^2} \quad (2.63)$$

が得られる. 乱流境界層内外において $\overline{v'^2} \approx 0$ とすると, 式 (2.63) は,

$$\overline{p} = \rho g (h - y) \quad (2.64)$$

となり，圧力 \bar{p} は $0 \leq y \leq h$ で静水圧分布である．式 (2.64) を x で微分すると，

$$\frac{1}{\rho} \frac{\partial \bar{p}}{\partial x} = g \frac{\partial h}{\partial x} \quad (2.65)$$

が得られる．水面に沿う流線での比エネルギー $E = \frac{U^2}{2g} + h$ は一定であり，式 (2.8) が成立するから，式 (2.8) を x で微分し， $dE/dx = 0$ を用いると，

$$\begin{aligned} \frac{dE}{dx} = 0 &= \frac{d}{dx} \left(\frac{U^2}{2g} + h \right) \\ \therefore U \frac{dU}{dx} &= -g \frac{dh}{dx} \end{aligned} \quad (2.66)$$

となる．式 (2.65) と式 (2.66) より，

$$-\frac{1}{\rho} \frac{\partial \bar{p}}{\partial x} = U \frac{\partial U}{\partial x} \quad (2.67)$$

となり，圧力項 $\frac{1}{\rho} \frac{\partial \bar{p}}{\partial x}$ は乱流境界層外側流速 U で示される．式 (2.67) を式 (2.60) に代入すると，

$$\frac{\partial \bar{u}^2}{\partial x} + \frac{\partial \bar{u} \bar{v}}{\partial y} = U \frac{\partial U}{\partial x} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial y} \left(\mu \frac{\partial \bar{u}}{\partial y} - \rho \overline{u'v'} \right) \quad (2.68)$$

となる．剪断応力 $\bar{\tau} = \mu \frac{\partial \bar{u}}{\partial y} - \rho \overline{u'v'}$ とおいて式 (2.68) に代入し， y 方向に底面 ($y = 0$) から水面 ($y = h$) まで積分すると，

$$\int_0^h \left(\frac{\partial \bar{u}^2}{\partial x} + \frac{\partial \bar{u} \bar{v}}{\partial y} - U \frac{\partial U}{\partial x} \right) dy = \frac{1}{\rho} \int_0^h \frac{\partial \bar{\tau}}{\partial y} dy \quad (2.69)$$

が示される．式 (2.69) の左辺については，

$$\int_0^h \left(\frac{\partial \bar{u}^2}{\partial x} + \frac{\partial \bar{u} \bar{v}}{\partial y} - U \frac{\partial U}{\partial x} \right) dy = \frac{\partial}{\partial x} \int_0^h \bar{u} (\bar{u} - U) dy + \frac{\partial U}{\partial x} \int_0^h (\bar{u} - U) dy \quad (2.70)$$

のように整理される．式 (2.69) の右辺については，水面 ($y = h$) で剪断応力 $\bar{\tau} = 0$ とすると，

$$\frac{1}{\rho} \int_0^h \frac{\partial \bar{\tau}}{\partial y} dy = \frac{1}{\rho} [\bar{\tau}]_0^h = -\frac{\bar{\tau}_0}{\rho} \quad (2.71)$$

となる．ここに， $\bar{\tau}_0$ は底面 ($y = 0$) における剪断応力（底面剪断応力）である．式 (2.70) と式 (2.71) より，

$$\frac{\partial}{\partial x} \int_0^h \bar{u} (U - \bar{u}) dy + \frac{\partial U}{\partial x} \int_0^h (U - \bar{u}) dy = \frac{\bar{\tau}_0}{\rho} \quad (2.72)$$

となり，常微分表示にすると，

$$\frac{d}{dx} \int_0^h \bar{u} (U - \bar{u}) dy + \frac{dU}{dx} \int_0^h (U - \bar{u}) dy = \frac{\bar{\tau}_0}{\rho} \quad (2.73)$$

となる．排除厚 [式 (2.14)] と運動量厚 [式 (2.18)] および局所摩擦抵抗係数

$$C_f' = \bar{\tau}_0 \left/ \left(\frac{1}{2} \rho U^2 \right) \right. \quad (2.74)$$

を用いて式 (2.73) を整理すると,

$$\frac{d\delta_2}{dx} + \frac{2\delta_2 + \delta_1}{U} \frac{dU}{dx} = \frac{C_f'}{2} \quad (2.75)$$

が得られる．式 (2.75) は平板上の空気流で導出されているカルマンの運動量積分方程式^[21]と同一表示になっている．すなわち，水平開水路流の場合にもカルマンの運動量積分方程式と同じ結果を得られることが明示された^{[14],[15]}．

式 (2.15) と式 (2.16) を式 (2.18) に用いると，運動量厚 δ_2 は，

$$\delta_2 = \frac{N}{(N+1)(N+2)} \delta \quad (2.19)$$

となる．式 (2.75) に式 (2.17), 式 (2.19), 式 (2.33) を代入し， N は x 方向に変化しないものとして整理すると，

$$dx = \frac{1}{C_f'} \frac{2}{N+2} \left\{ \left(-\frac{5N+2}{2} \right) \frac{U}{g} + \frac{3N+2}{U} \left(\frac{U_v^2}{2g} + h_v \right) - 2(N+1) \frac{U_v h_v}{U^2} \right\} dU \quad (2.76)$$

となる．第 2.3.1 項で前述されたように，乱流境界層内の相対流速 \bar{u}/U の分布を 1/7 乗則で近似できることから，局所摩擦抵抗係数 C_f' については，ゼロ圧力勾配の滑面平板における Blasius の抵抗則^[21]

$$C_f' = 0.0592 \left(\frac{Ux}{\nu} \right)^{-\frac{1}{2}} \quad \text{for } 3 \times 10^5 \leq \frac{Ux}{\nu} \leq 1 \times 10^7 \quad (2.77)$$

を用いることとする． $N = 7$ とし，式 (2.77) を式 (2.76) に代入して縮流部 ($x = 0$, $U = U_v$) の境界条件のもとで解くと，

$$\frac{x}{h_v} = 194R^{\frac{1}{4}} \left\{ \frac{37}{99} F_v^2 \left(1 - J^{-\frac{11}{5}} \right) + \frac{23}{9} \left(2 + F_v^2 \right) \left(J^{-\frac{1}{5}} - 1 \right) - \frac{8}{9} \left(1 - J^{\frac{4}{5}} \right) \right\}^{\frac{5}{4}} \quad (2.78)$$

が得られる^[9]．ここに， $R [= q/\nu]$ はレイノルズ数， q は単位幅流量である．すなわち，相対距離 x/h_v はレイノルズ数 R ，縮流部のフルード数 F_v ，無次元量 J によって示される．

$N = 7$ を式 (2.33) にも用いると，

$$\frac{\delta}{h_v} = 8 \left\{ \frac{1}{2} F_v^2 \left(1 - \frac{1}{J^2} \right) + 1 - J \right\} \quad (2.79)$$

となる^[9]．

以上より，与えられた縮流部のフルード数 F_v とレイノルズ数 R に対して，乱流境界層が発達中の射流の水深 h は式 (2.31) と式 (2.78) から求められ，乱流境界層厚 δ は式 (2.78)

と式 (2.79) から求められる。また, critical point の座標 x_{cp} は式 (2.31), 式 (2.78), 式 (2.79) を用いて, $\delta = h$ となる x の値として求められる。すなわち, 相対水深 h/h_v と相対乱流境界層厚 δ/h_v に対して,

$$\frac{h}{h_v} = f\left(F_v, R, \frac{x}{h_v}\right) \quad (2.80)$$

$$\frac{\delta}{h_v} = f\left(F_v, R, \frac{x}{h_v}\right) \quad (2.81)$$

の関係が得られた。

2.4.1.2 乱流境界層が水面に到達した断面より下流側の射流

一般断面形の漸変流の水面形方程式^[6]より, 長方形断面水平水路における水面形方程式は,

$$\frac{dh}{dx} = \frac{-\frac{f}{4R} \frac{1}{2g} U_{ave}^2}{1 - \frac{\alpha B Q^2}{g A^3}} \quad (2.82)$$

で示される。ここに, f は摩擦抵抗係数, R は径深, U_{ave} は断面平均流速, A は流積である。滑面長方形断面水路の摩擦抵抗係数 f は,

$$\frac{1}{\sqrt{f}} = 1.81 \log\left(\frac{4U_{ave}R}{\nu} \sqrt{f}\right) - 0.35 \quad \text{for} \quad 5.3 \times 10^3 \leq \frac{U_{ave}R}{\nu} \leq 1.9 \times 10^5 \quad (2.83)$$

で示される^[38]。広長方形断面 ($R \approx h$) でエネルギー補正係数 $\alpha = 1$ とし, critical point の境界条件 ($x = x_{cp}$, $h = h_{cp}$) のもとで式 (2.82) を解くと,

$$\frac{x}{h_v} = \frac{8}{f F_v^2} \left\{ F_v^2 \left(\frac{h}{h_v} - \frac{h_{cp}}{h_v} \right) + \frac{1}{4} \left(\frac{h_{cp}}{h_v} \right)^4 - \frac{1}{4} \left(\frac{h}{h_v} \right)^4 \right\} + \frac{x_{cp}}{h_v} \quad (2.84)$$

が得られる^[9]。すなわち, 水面形状は式 (2.83) と式 (2.84) より求められる。また, critical point の相対水深 h_{cp}/h_v および critical point の相対的な位置 x_{cp}/h_v は式 (2.31), 式 (2.78), 式 (2.79) より求められる。よって, 相対水深 h/h_v に対して,

$$\frac{h}{h_v} = f\left(F_v, R, \frac{x}{h_v}\right) \quad (2.85)$$

の関係が得られた。

2.4.2 結果

2.4.2.1 解析計算結果

乱流境界層が発達中の領域の相対的な水深 h/h_v と相対的な乱流境界層厚 δ/h_v の計算結果の一例を図 2-80～図 2-87 に示す。図中の h/h_v は式 (2.31) と式 (2.78) より算出された計算値、 δ/h_v は式 (2.78) と式 (2.79) より算出された計算値である。

図 2-80～図 2-87 に示されるように、与えられた縮流部のフルード数 F_v とレイノルズ数 R に対して、相対距離 x/h_v の値の増加とともに相対的な乱流境界層厚 δ/h_v は大きくなる。また、 x/h_v の値の増加とともに相対水深 h/h_v は大きくなる。 x/h_v の値がある程度大きくなると、 $\delta/h_v = h/h_v$ となって critical point が生じる。ただし、 $F_v = 1.57$ の場合、 $\delta/h_v = h/h_v$ の x/h_v で水面勾配が $dh/dx = +\infty$ となっている。また、 $F_v < 1.57$ の場合、 $\delta/h_v < h/h_v$ で水面勾配が $dh/dx = +\infty$ となるため、乱流境界層厚は水面に到達せず、critical point が生じない。

図 2-80～図 2-83 に示されるように、与えられた R に対して、 $F_v \geq 3.0$ の場合、同一の x/h_v では、 F_v の大きさによらず h/h_v は同程度の値を示す。また、同一の x/h_v での δ/h_v の値は F_v の大きさによらず同程度の値を示す。一方、図 2-80～図 2-83 に示されるように、与えられた R に対して、 $F_v < 3.0$ の場合、同一の x/h_v における h/h_v および δ/h_v は、 $F_v \geq 3.0$ の場合よりもそれぞれ大きい値を示す。また、 $F_v < 3.0$ の場合の x_{cp}/h_v は $F_v \geq 3.0$ の場合に比べて小さい値を示す。すなわち、 $F_v \geq 3.0$ の場合、乱流境界層が発達中の射流の水面形状と乱流境界層の発達状況に対する縮流部のフルード数 F_v の影響は小さい。

図 2-84～図 2-87 に示されるように、与えられた F_v に対して、同一の x/h_v では、 R の値の増加とともに相対水深 h/h_v と相対乱流境界層厚 δ/h_v はそれぞれ小さくなる。また、レイノルズ数 R の増加とともに critical point の座標 x_{cp}/h_v の値は大きくなる。

Critical point の相対的な座標 x_{cp}/h_v は、式 (2.31)、式 (2.78)、式 (2.79) を用いて、 $\delta/h_v = h/h_v$ となる x/h_v の値として求められる。すなわち、

$$\frac{x_{cp}}{h_v} = 194R^{\frac{1}{4}} \left\{ \frac{37}{99} F_v^2 \left(1 - J_{cp}^{-\frac{11}{5}} \right) + \frac{23}{9} \left(2 + F_v^2 \right) \left(J_{cp}^{-\frac{1}{5}} - 1 \right) - \frac{8}{9} \left(1 - J_{cp}^{\frac{4}{5}} \right) \right\}^{\frac{5}{4}} \quad (2.86)$$

で示される。ここに、 J_{cp} は $h/h_v = \delta/h_v$ のときの J である。式 (2.31) と式 (2.79) より、 $h/h_v = \delta/h_v$ のときは、

$$\frac{1}{2} F_v^2 \left(1 - \frac{1}{J_{cp}^2} \right) + 1 = 8 \left\{ \frac{1}{2} F_v^2 \left(1 - \frac{1}{J_{cp}^2} \right) + 1 - J_{cp} \right\} \quad (2.87)$$

であるから、式 (2.87) を整理すると、

$$F_v = \sqrt{2 \left(\frac{8}{7} J_{cp} - 1 \right) \left(1 - \frac{1}{J_{cp}} \right)} \quad (2.88)$$

が示される。すなわち、式 (2.86) と式 (2.88) より、 x_{cp}/h_v については、

$$\frac{x_{cp}}{h_v} = f(F_v, R) \quad (2.89)$$

の関係で示される。式 (2.86) と式 (2.88) を用いて、与えられた F_v と R に対する x_{cp}/h_v を算出した結果の一例を図 2-88 に示す。図 2-88 に示されるように、与えられた F_v に対して、 R の値の増加とともに x_{cp}/h_v の値は大きくなる。また、同一の R に対して、 $F_v \geq 3.0$ の場合、 F_v の大きさによらず x_{cp}/h_v はほぼ同じ値を示す。

乱流境界層厚と水深とが等しくなる critical point より下流側の領域の相対水深 h/h_v の計算結果の一例を図 2-89～図 2-96 に示す。図中の h/h_v は式 (2.83) と式 (2.84) より算出された計算値である。なお、図中には乱流境界層が発達中の射流の h/h_v と δ/h_v の計算値も示されており、これらは図 2-80～図 2-87 と対応する。図 2-89～図 2-96 に示されるように、与えられた縮流部のフルード数 F_v とレイノルズ数 R に対して、相対距離 x/h_v の値の増加とともに critical point より下流側の射流の相対水深 h/h_v は大きくなる。また、与えられた R に対して、図 2-89～図 2-92 に示されるように、同一の x/h_v では、 F_v の値の増加とともに critical point より下流側の射流の h/h_v の値は小さくなる。さらに、与えられた F_v に対して、図 2-93～図 2-96 に示されるように、同一の x/h_v では、 R の増加とともに critical point より下流側の射流の h/h_v の値は小さくなる。

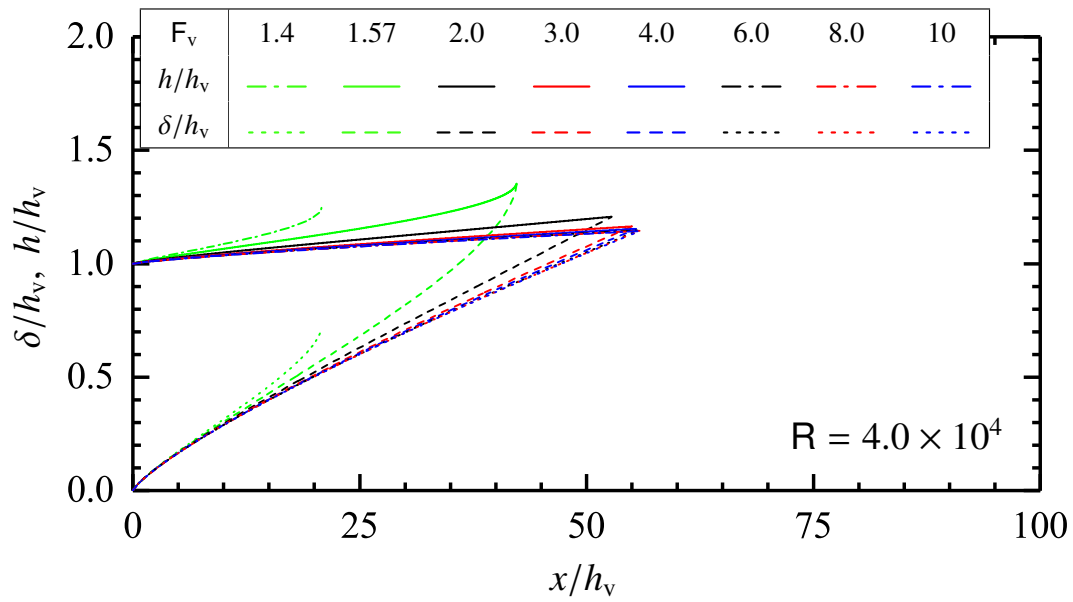


図 2-80 水面形と乱流境界層の発達状況に対する F_v の影響 ($R = 4.0 \times 10^4$)

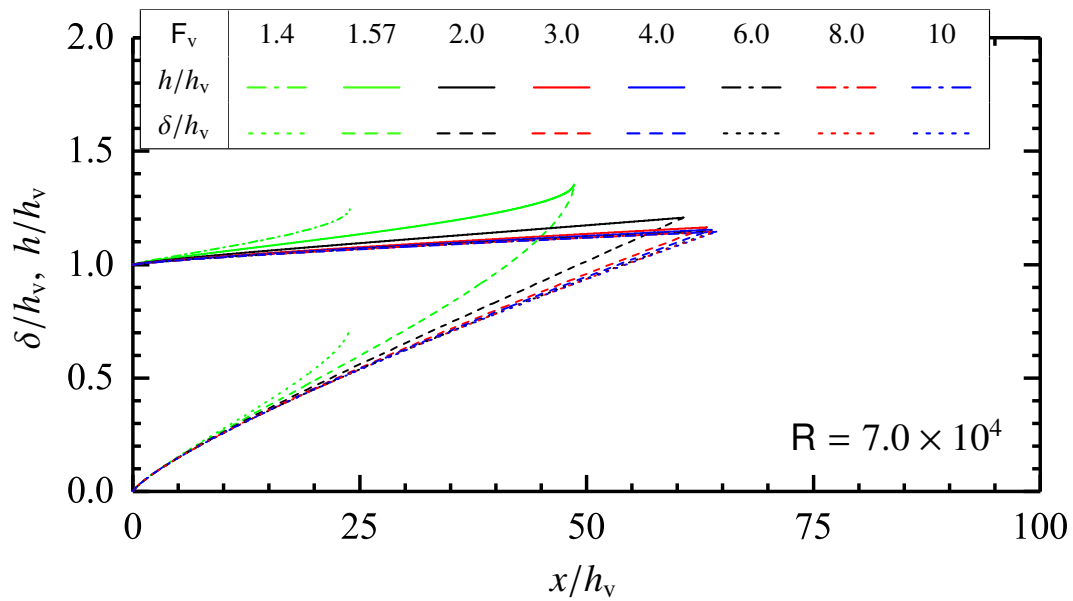


図 2-81 水面形と乱流境界層の発達状況に対する F_v の影響 ($R = 7.0 \times 10^4$)

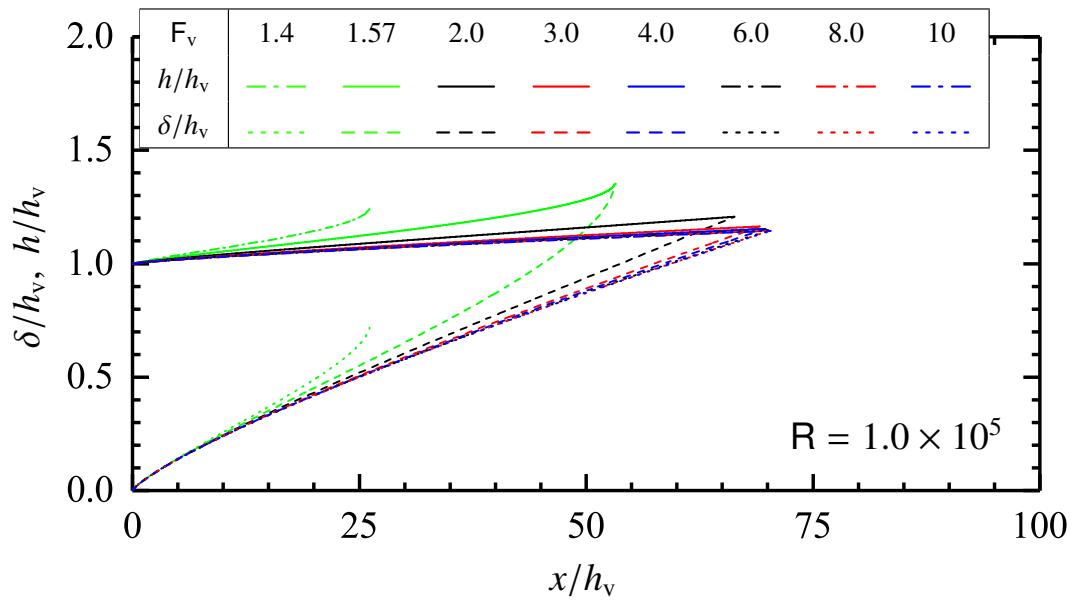


図 2-82 水面形と乱流境界層の発達状況に対する F_v の影響 ($R = 1.0 \times 10^5$)

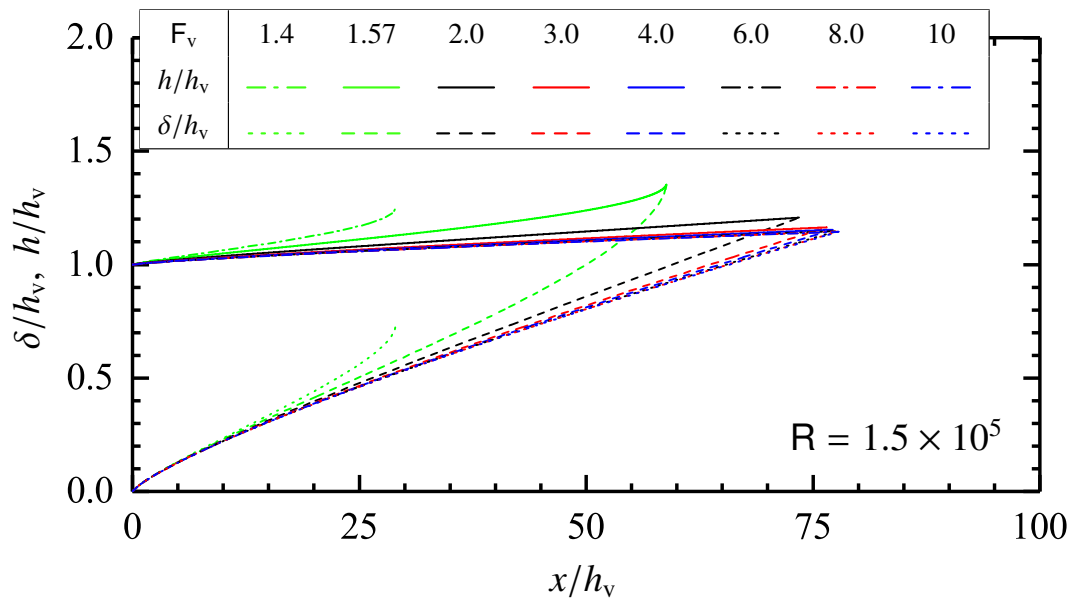


図 2-83 水面形と乱流境界層の発達状況に対する F_v の影響 ($R = 1.5 \times 10^5$)

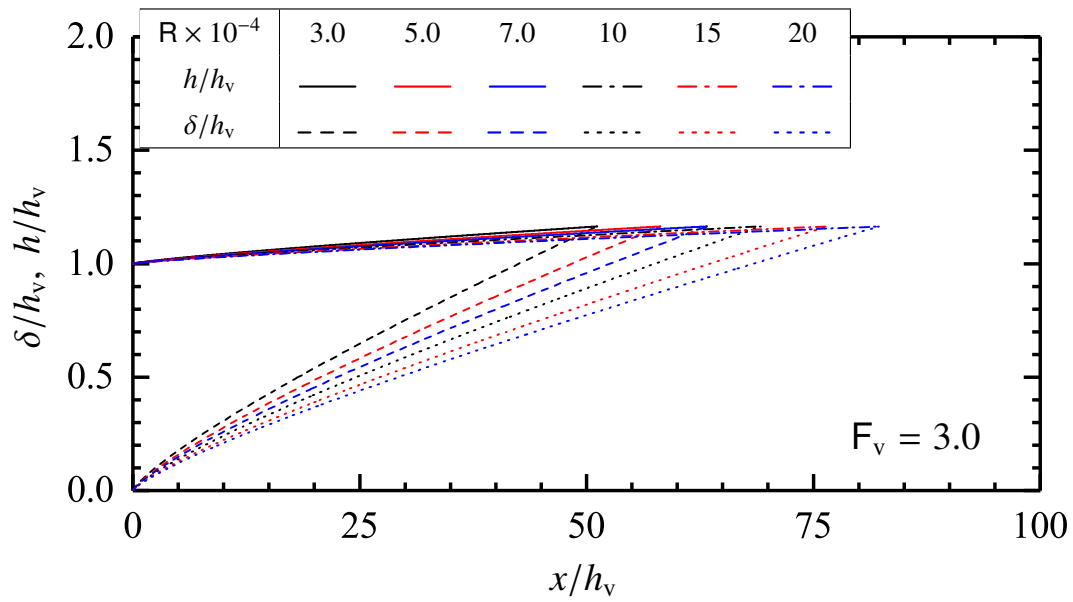


図 2-84 水面形と乱流境界層の発達状況に対する R の影響 ($F_v = 3.0$)

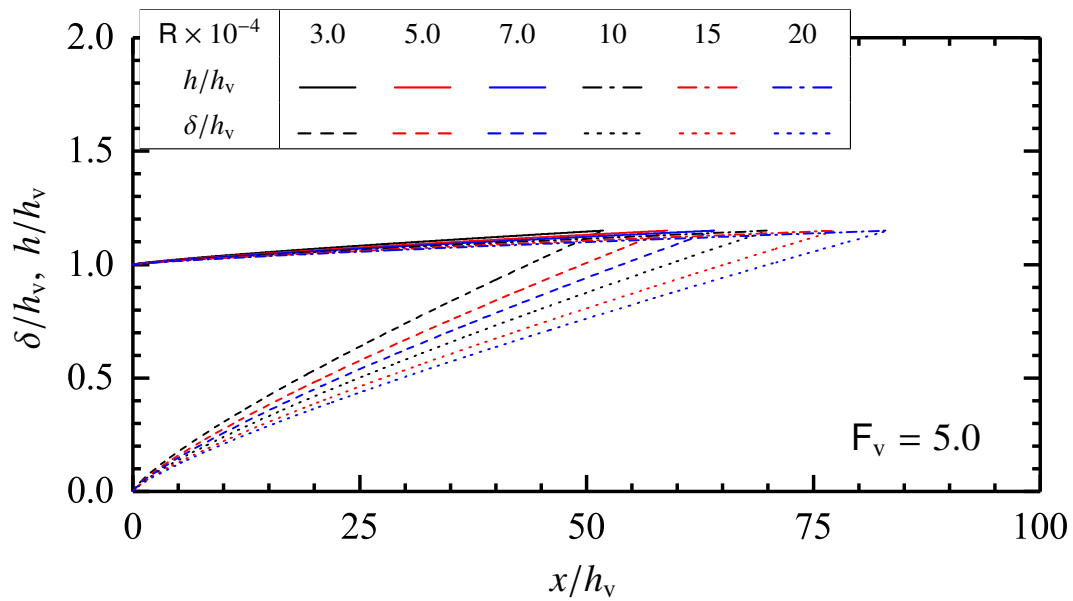


図 2-85 水面形と乱流境界層の発達状況に対する R の影響 ($F_v = 5.0$)

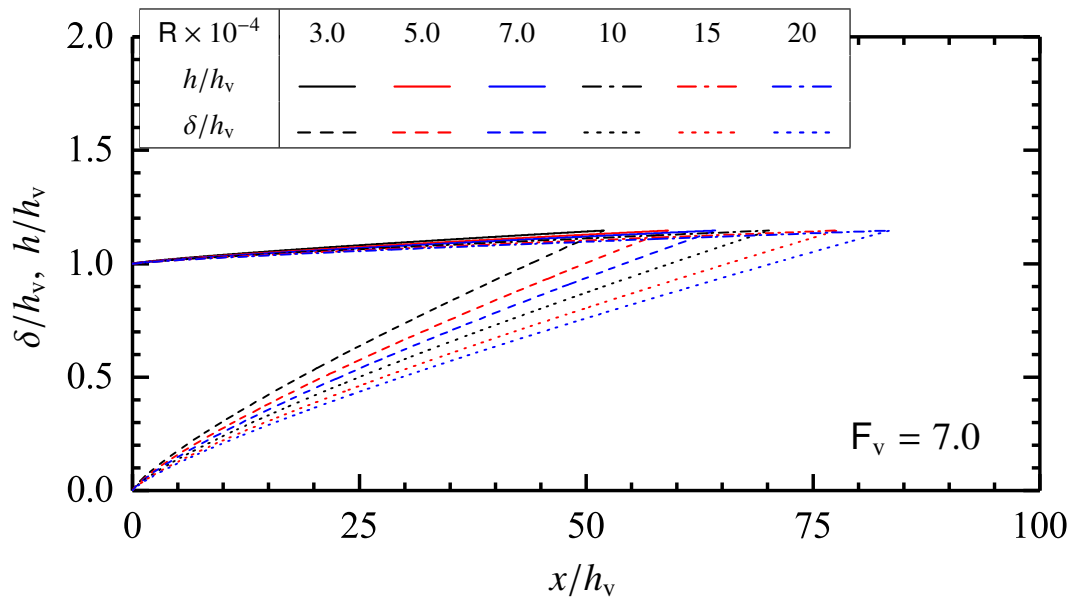


図 2-86 水面形と乱流境界層の発達状況に対する R の影響 ($F_v = 7.0$)

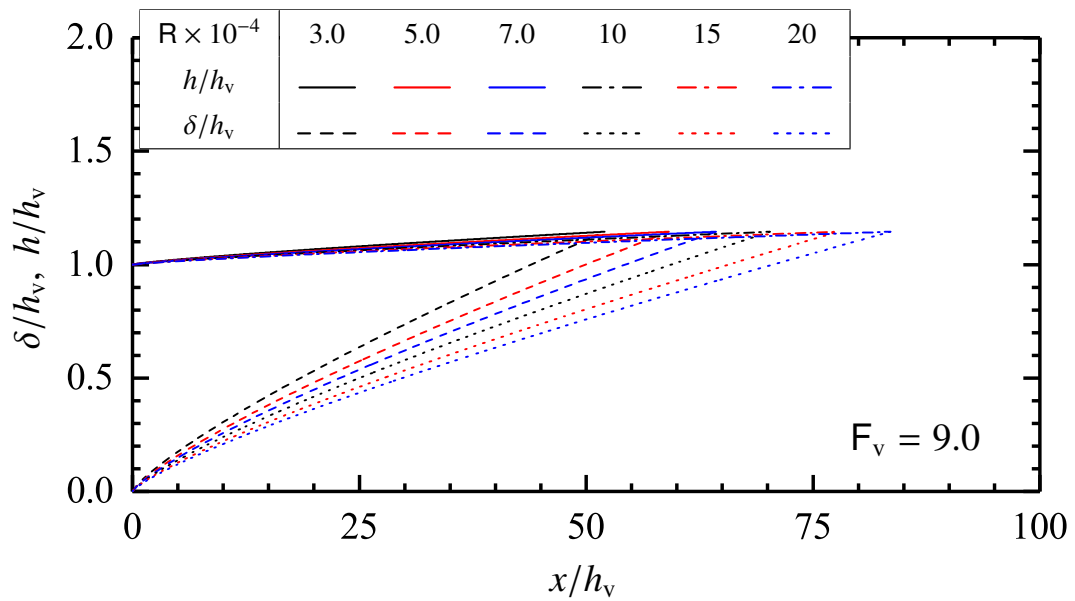
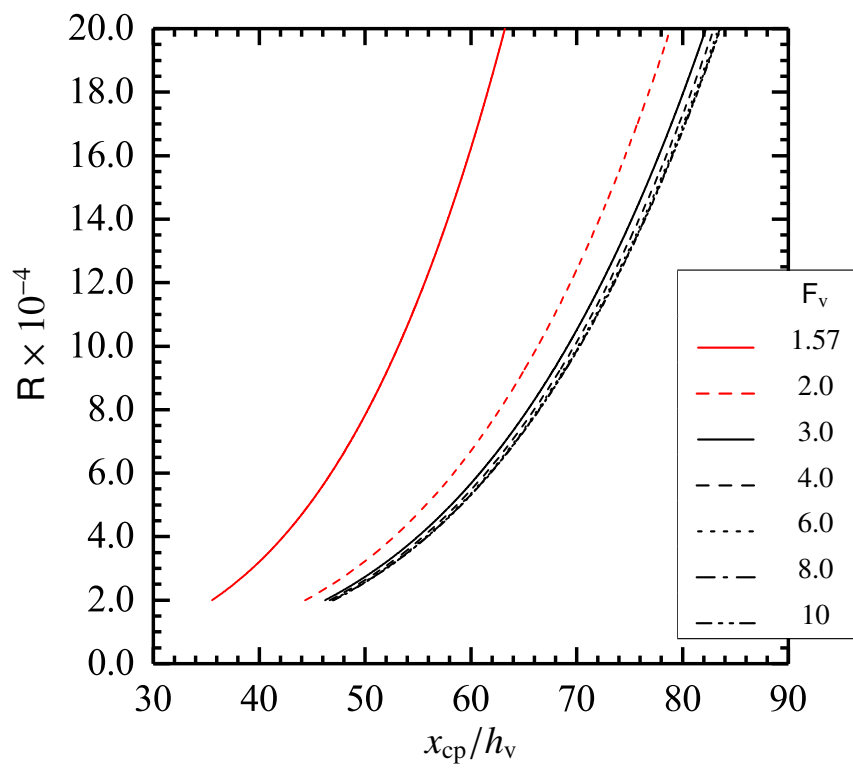


図 2-87 水面形と乱流境界層の発達状況に対する R の影響 ($F_v = 9.0$)

図 2-88 x_{cp}/h_v と R との関係

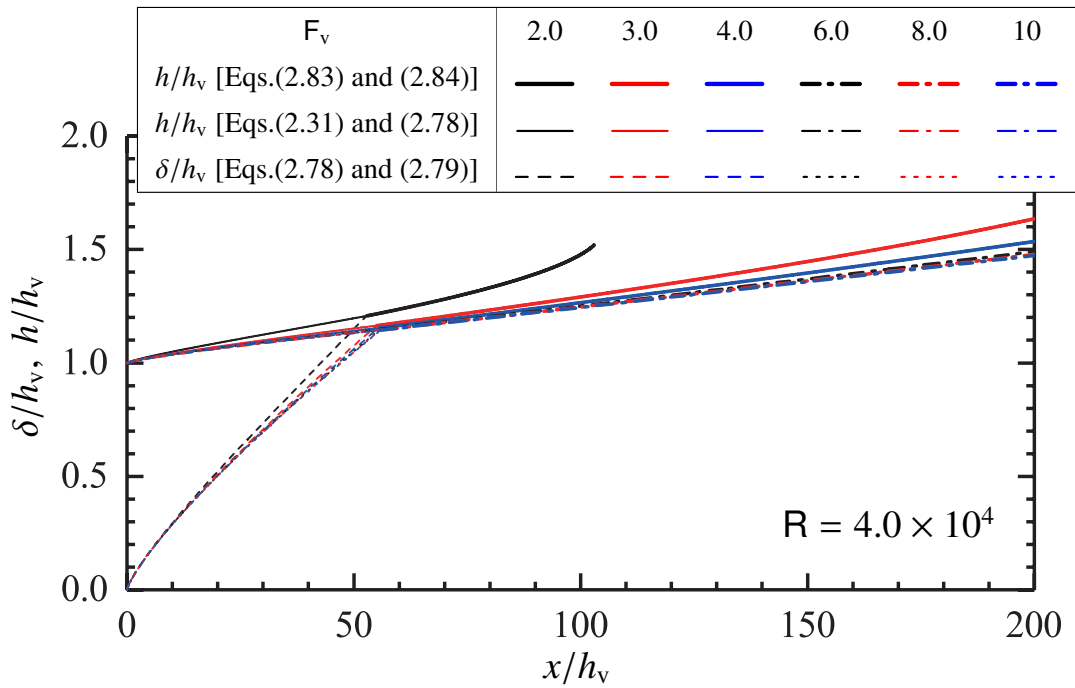


図 2-89 Critical point より下流側の射流の水面形状に対する F_v の影響 ($R = 4.0 \times 10^4$)

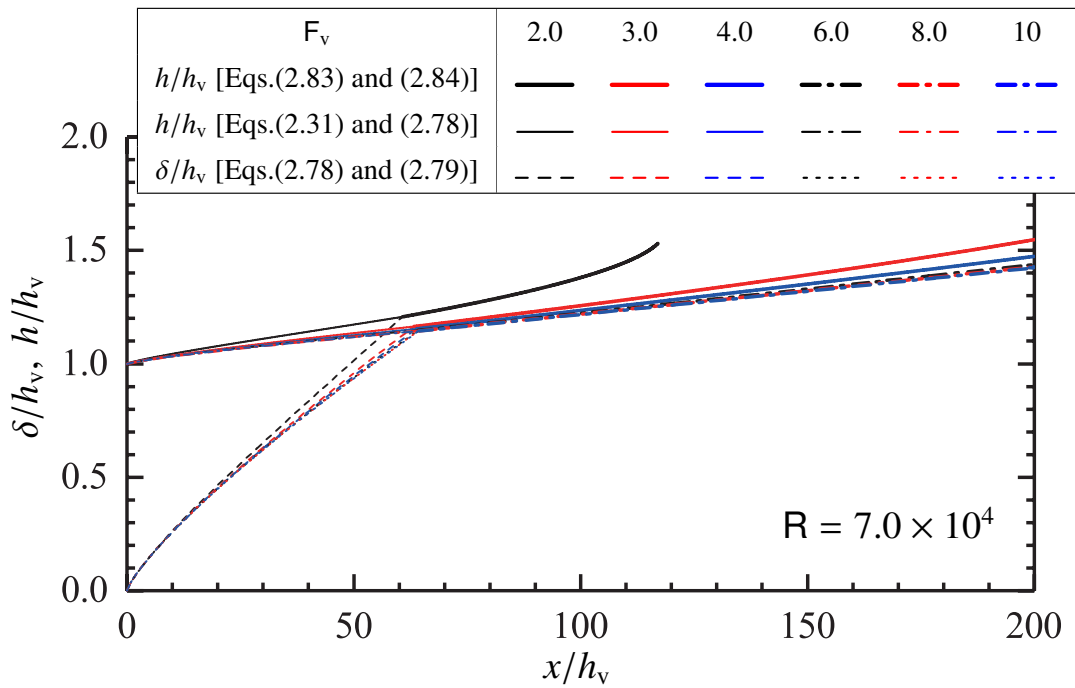


図 2-90 Critical point より下流側の射流の水面形状に対する F_v の影響 ($R = 7.0 \times 10^4$)

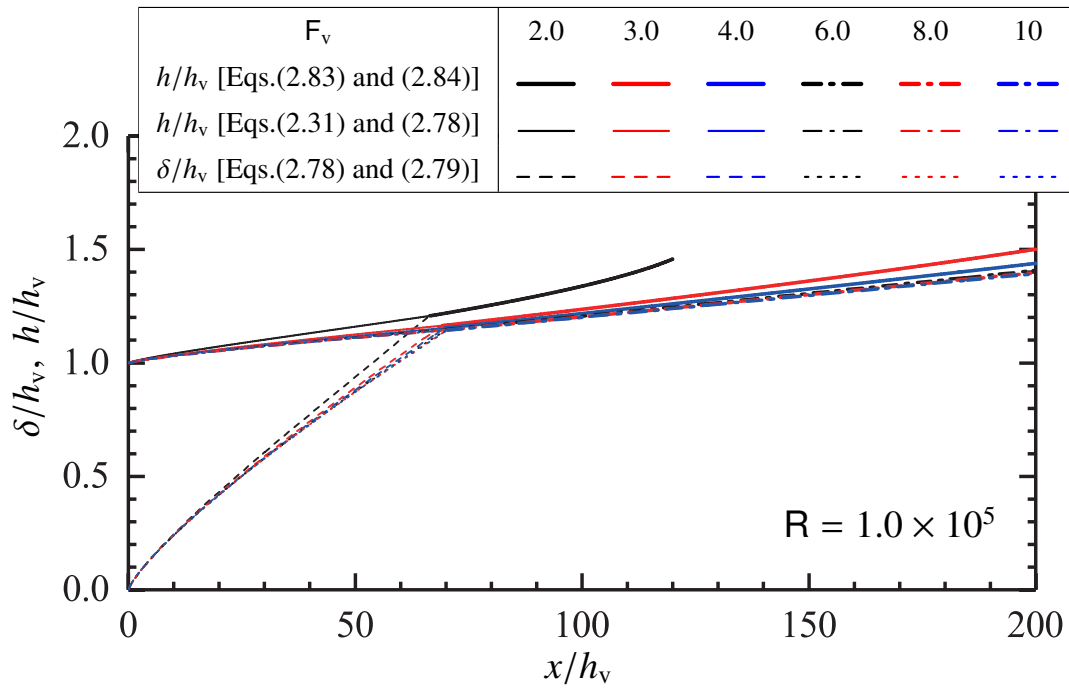


図 2-91 Critical point より下流側の射流の水面形状に対する F_v の影響 ($R = 1.0 \times 10^5$)

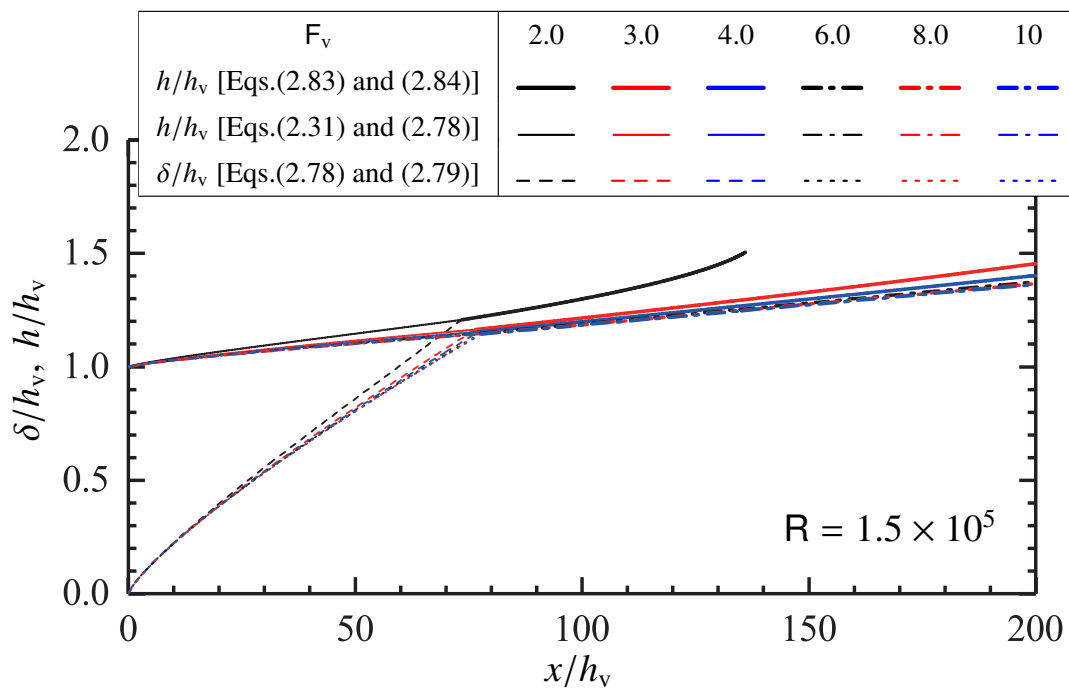


図 2-92 Critical point より下流側の射流の水面形状に対する F_v の影響 ($R = 1.5 \times 10^5$)

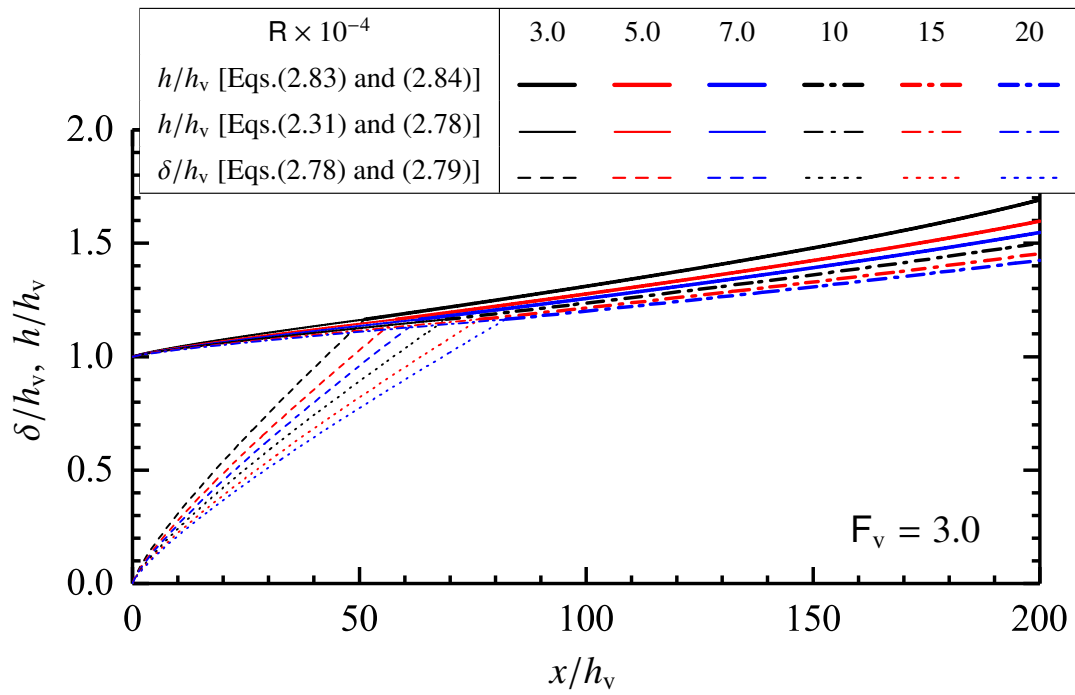


図 2-93 Critical point より下流側の射流の水面形状に対する R の影響 ($F_v = 3.0$)

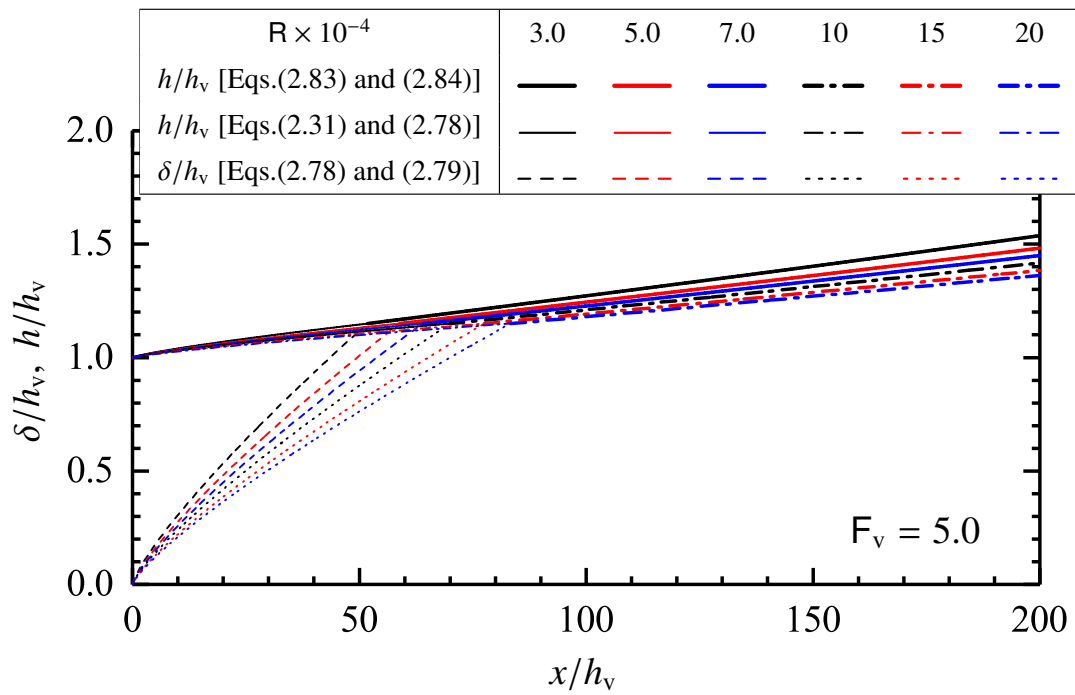


図 2-94 Critical point より下流側の射流の水面形状に対する R の影響 ($F_v = 5.0$)

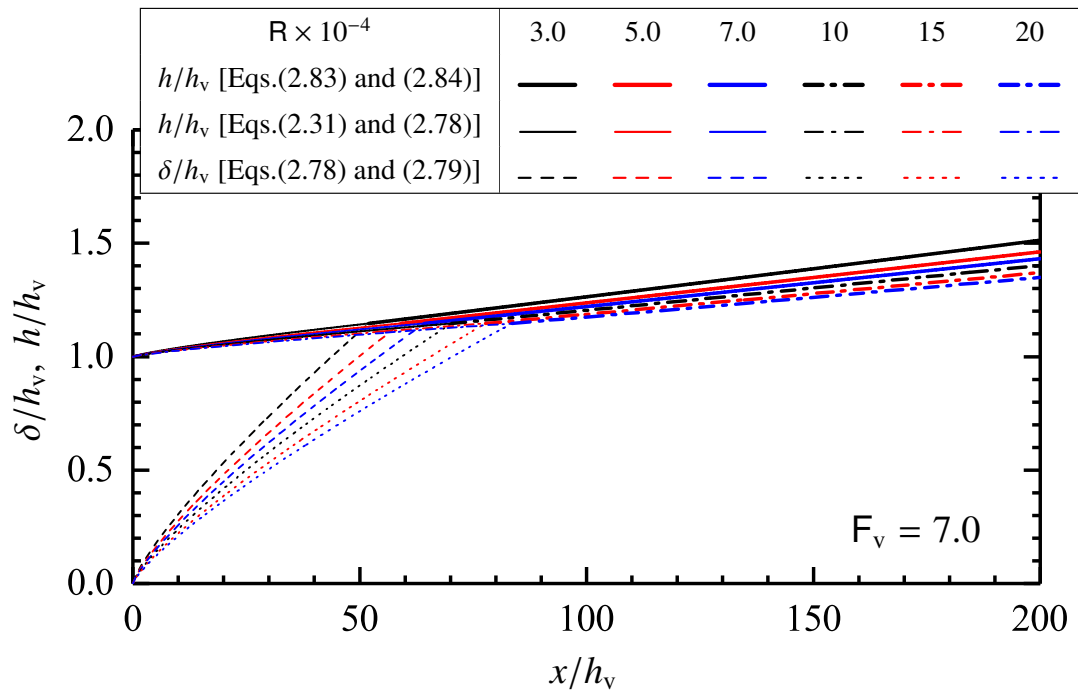


図 2-95 Critical point より下流側の射流の水面形状に対する R の影響 ($F_v = 7.0$)

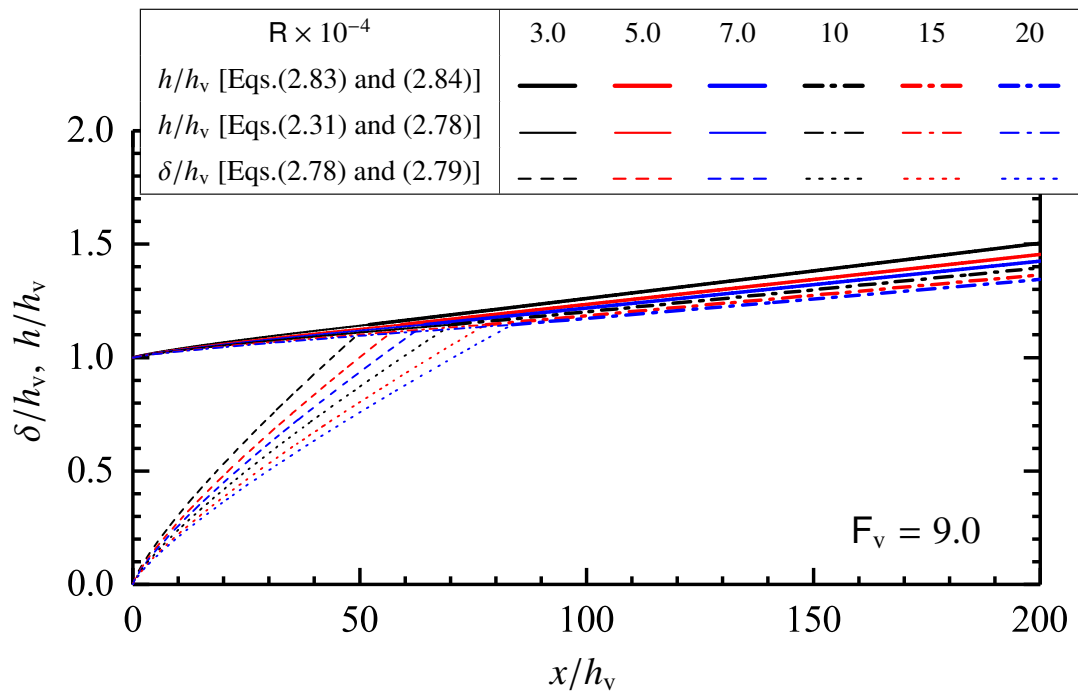


図 2-96 Critical point より下流側の射流の水面形状に対する R の影響 ($F_v = 9.0$)

2.4.2.2 実験結果による検証

水深と乱流境界層厚の解析計算結果を検証するため、 h/h_v と δ/h_v の解析計算結果および実験結果を

$$\frac{h}{h_v}, \frac{\delta}{h_v} = f\left(F_v, R, \frac{x}{h_v}\right) \quad (2.90)$$

の関係で整理したものを図 2-97～図 2-102 に示す。図中の実線は式 (2.31) と式 (2.78) より得られる乱流境界層発達中の射流の相対水深 h/h_v の計算値、図中の破線は式 (2.78) と式 (2.79) より得られる乱流境界層発達中の射流の相対乱流境界層厚 δ/h_v の計算値、図中の一点破線は式 (2.83) と式 (2.84) より得られる critical point より下流側の射流の相対水深 h/h_v の計算値である。また、図中の各プロットについて、相対水深 h/h_v は水深 h の実測値を縮流部の水深 h_v の実測値で除した実験値、相対乱流境界層厚 δ/h_v は乱流境界層厚 δ の間接測定値を縮流部の水深 h_v の実測値で除した実験値である。

図 2-97～図 2-102 に示されるように、与えられた縮流部フルード数 F_v とレイノルズ数 R に対して、相対距離 x/h_v の値の増加とともに相対水深 h/h_v の値は大きくなる。また、 x/h_v の値の増加とともに相対乱流境界層厚 δ/h_v の値は大きくなる。解析計算値と実験値とを比較すると、 h/h_v については決定係数 $R^2 = 0.89$ となった。 δ/h_v については、乱流境界層厚を $\delta = \delta_{\text{case-A}}$ として実験値を整理した場合は $R^2 = 0.95$ 、 $\delta = \delta_{\text{case-B}}$ として実験値を整理した場合は $R^2 = 0.65$ 、 $\delta = \delta_{\text{case-C}}$ として実験値を整理した場合は $R^2 = 0.71$ となった。すなわち、 $\delta = \delta_{\text{case-A}}$ の場合、第 2.4.1 項で示された方法をよく説明している。これは、射流の乱流境界層内の流速分布を $1/7$ 乗則で近似でき、局所摩擦抵抗係数 C_f' を Blasius の抵抗則 [式 (2.77)] で与えたためと考えられる。以上、第 2.4.1 項で示された方法を用いて、長方形断面水平水路のスルースゲート下流側の射流の水面形と乱流境界層の発達状況を解析的に求め、critical point までの流下距離を予測できることが示された。

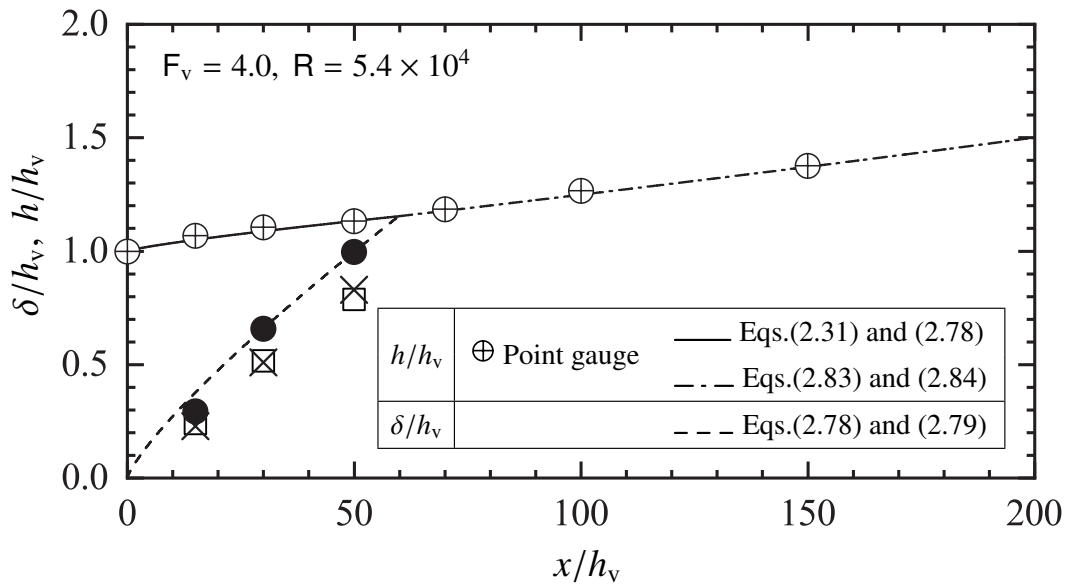


図 2-97 ゲート下流側の射流の水面形と乱流境界層の発達状況 ($F_v = 4.0, R = 5.4 \times 10^4$) ;
 (●): $\delta_{\text{case-A}}/h_v$, (□): $\delta_{\text{case-B}}/h_v$, (×): $\delta_{\text{case-C}}/h_v$

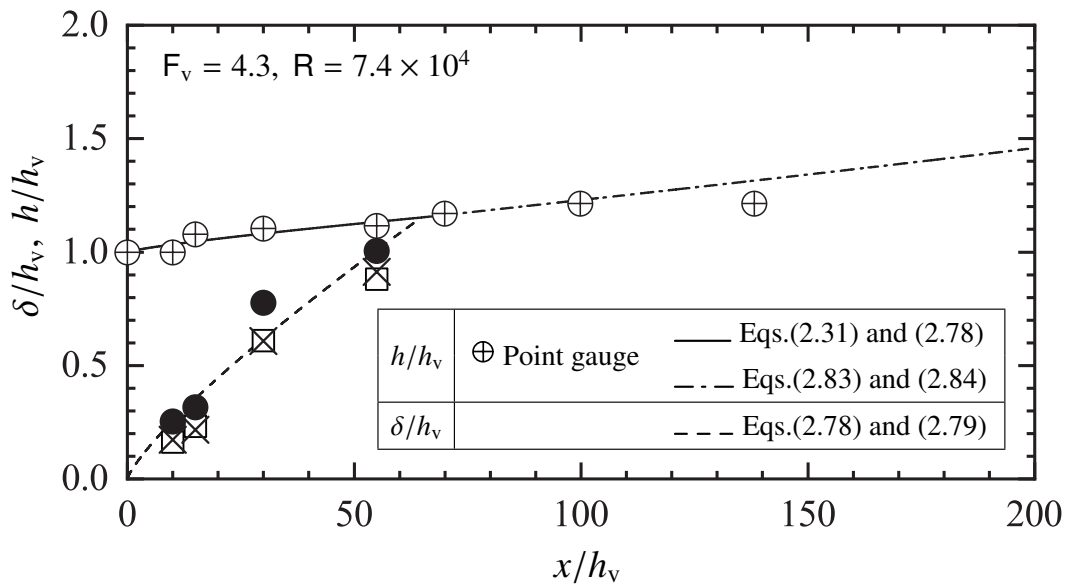


図 2-98 ゲート下流側の射流の水面形と乱流境界層の発達状況 ($F_v = 4.3, R = 7.4 \times 10^4$) ;
 (●): $\delta_{\text{case-A}}/h_v$, (□): $\delta_{\text{case-B}}/h_v$, (×): $\delta_{\text{case-C}}/h_v$

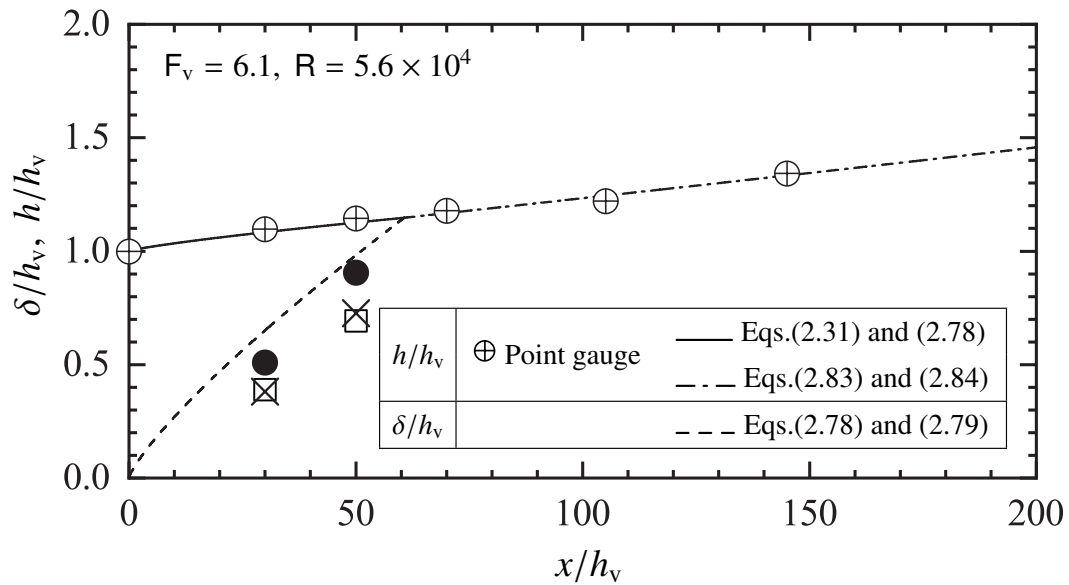


図 2-99 ゲート下流側の射流の水面形と乱流境界層の発達状況 ($F_v = 6.1, R = 5.6 \times 10^4$) ;
 (●): $\delta_{\text{case-A}}/h_v$, (□): $\delta_{\text{case-B}}/h_v$, (×): $\delta_{\text{case-C}}/h_v$

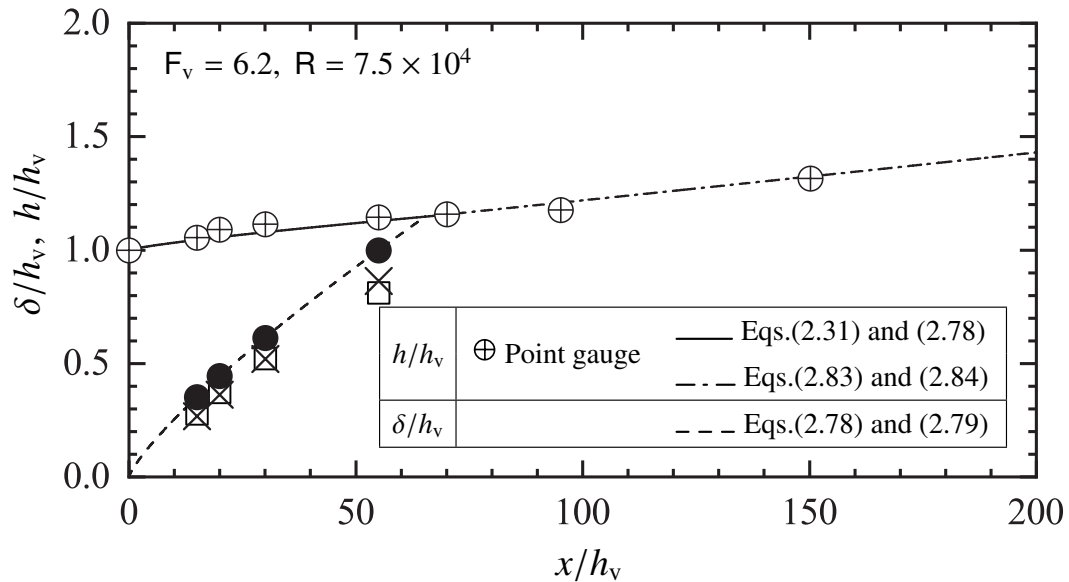


図 2-100 ゲート下流側の射流の水面形と乱流境界層の発達状況 ($F_v = 6.2, R = 7.5 \times 10^4$) ;
 (●): $\delta_{\text{case-A}}/h_v$, (□): $\delta_{\text{case-B}}/h_v$, (×): $\delta_{\text{case-C}}/h_v$

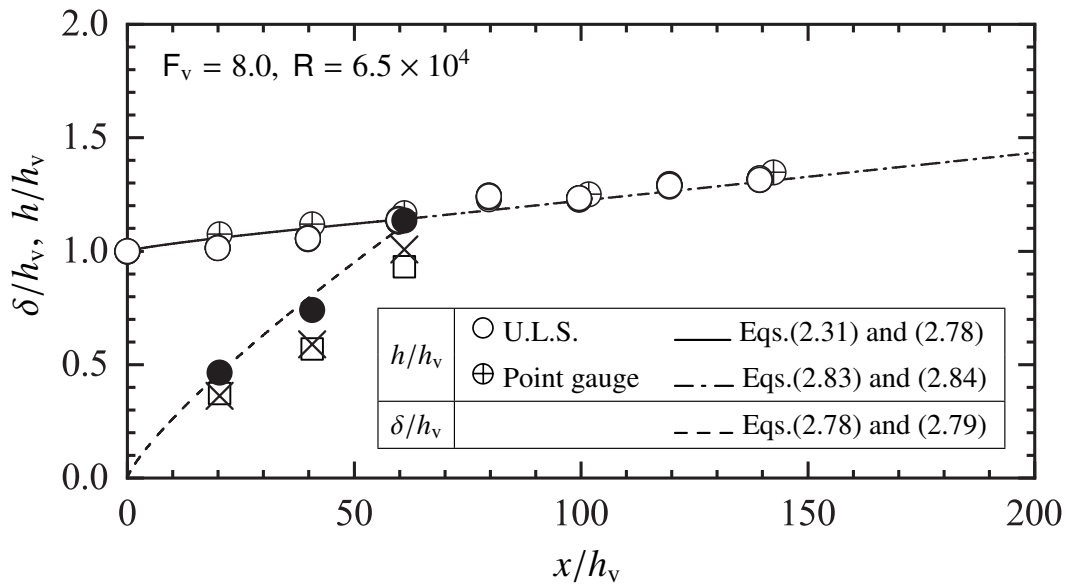


図 2-101 ゲート下流側の射流の水面形と乱流境界層の発達状況 ($F_v = 8.0, R = 6.5 \times 10^4$);
 (●): $\delta_{\text{case-A}}/h_v$, (□): $\delta_{\text{case-B}}/h_v$, (×): $\delta_{\text{case-C}}/h_v$

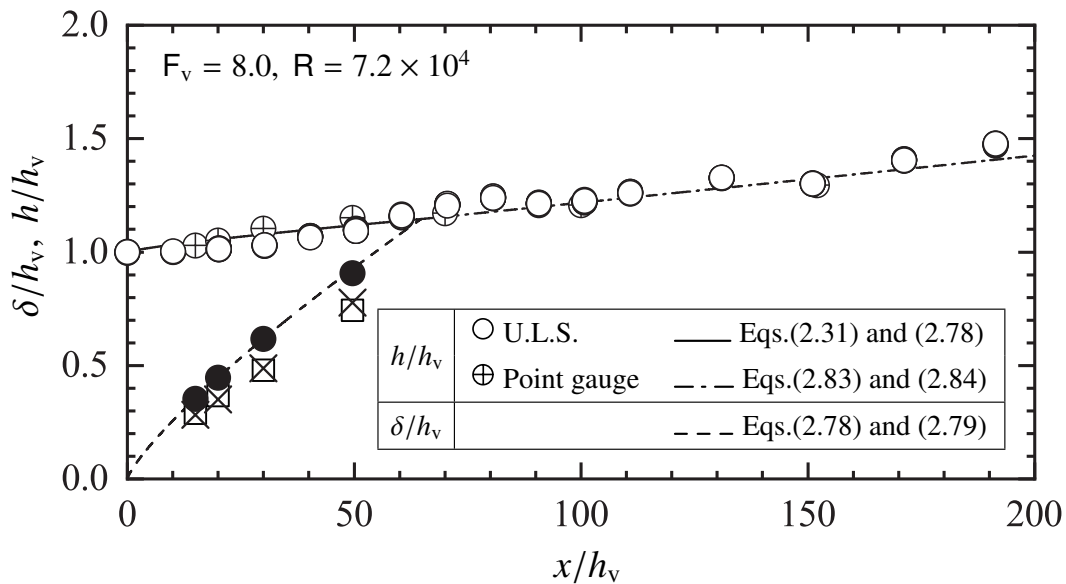


図 2-102 ゲート下流側の射流の水面形と乱流境界層の発達状況 ($F_v = 8.0, R = 7.2 \times 10^4$);
 (●): $\delta_{\text{case-A}}/h_v$, (□): $\delta_{\text{case-B}}/h_v$, (×): $\delta_{\text{case-C}}/h_v$

2.5 射流のエネルギー損失と境界層発達状態との関係

2.5.1 解析

乱流境界層発達中の射流の任意な断面① ($x = x_1$, 図 2-103 参照) と断面② ($x = \ell$, 図 2-103 参照) との間のエネルギー損失を求めるため, 境界層近似された x 方向のレイノルズ方程式 [式 (2.68)] の両辺に \bar{u} を乗じると,

$$\bar{u} \left(\frac{\partial \bar{u}^2}{\partial x} + \frac{\partial \bar{u} \bar{v}}{\partial y} \right) = \bar{u} \left\{ U \frac{\partial U}{\partial x} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial y} \left(\mu \frac{\partial \bar{u}}{\partial y} - \rho \overline{u'v'} \right) \right\} \quad (2.91)$$

となり, 平均流のエネルギー方程式が示される. 式 (2.91) を y 方向に 0 から h まで積分すると,

$$\int_0^h \left(\bar{u} \frac{\partial \bar{u}^2}{\partial x} + \bar{u} \frac{\partial \bar{u} \bar{v}}{\partial y} - \bar{u} U \frac{\partial U}{\partial x} \right) dy = \frac{\mu}{\rho} \int_0^h \bar{u} \frac{\partial^2 \bar{u}}{\partial y^2} dy - \int_0^h \bar{u} \frac{\partial \overline{u'v'}}{\partial y} dy \quad (2.92)$$

となる. ここで, 式 (2.92) の左辺第二項は,

$$\begin{aligned} \int_0^h \bar{u} \frac{\partial \bar{u} \bar{v}}{\partial y} dy &= \int_0^h \left(\bar{u}^2 \frac{\partial \bar{v}}{\partial y} + \bar{u} \bar{v} \frac{\partial \bar{u}}{\partial y} \right) dy \\ &= \int_0^h \left(\bar{u}^2 \frac{\partial \bar{v}}{\partial y} + \bar{v} \frac{1}{2} \frac{\partial \bar{u}^2}{\partial y} \right) dy \\ &= \int_0^h \frac{\bar{u}^2}{2} \frac{\partial \bar{v}}{\partial y} dy + \int_0^h \left(\frac{\bar{u}^2}{2} \frac{\partial \bar{v}}{\partial y} + \frac{\bar{v}}{2} \frac{\partial \bar{u}^2}{\partial y} \right) dy \\ &= \int_0^h \frac{\bar{u}^2}{2} \frac{\partial \bar{v}}{\partial y} dy + \frac{1}{2} \int_0^h \frac{\partial \bar{u}^2 \bar{v}}{\partial y} dy \end{aligned} \quad (2.93)$$

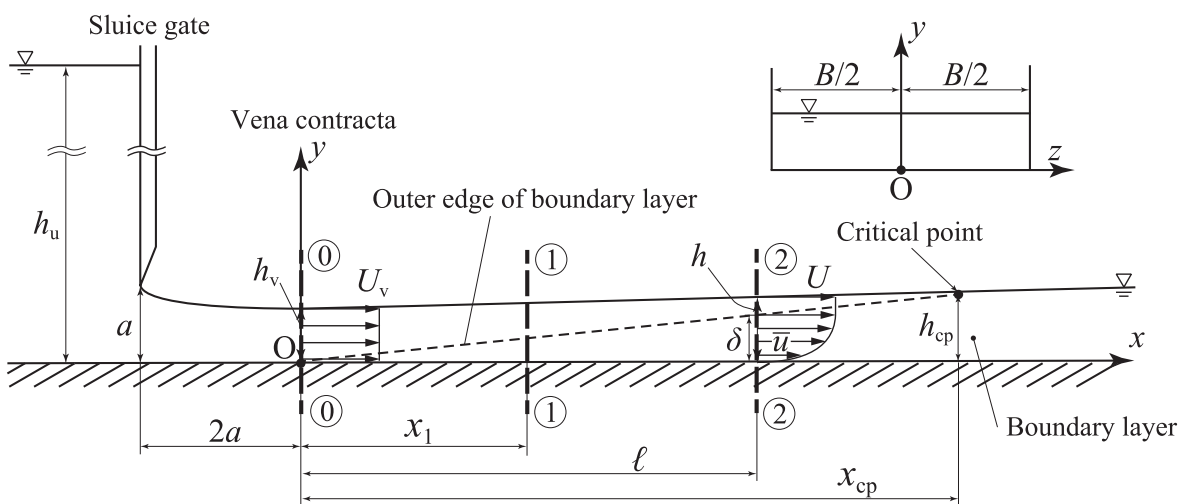


図 2-103 定義図

のように整理される。式 (2.93) に平均流の連続の式 [式 (2.39)] を用いると、

$$\begin{aligned}
 \int_0^h \bar{u} \frac{\partial \bar{u} \bar{v}}{\partial y} dy &= \int_0^h \frac{\bar{u}^2}{2} \left(-\frac{\partial \bar{u}}{\partial x} \right) dy + \frac{1}{2} [\bar{u}^2 \bar{v}]_0^h \\
 &= - \int_0^h \frac{\bar{u}^2}{2} \frac{\partial \bar{u}}{\partial x} dy + \frac{1}{2} \left\{ (\bar{u}^2 \bar{v})_{y=h} - (\bar{u}^2 \bar{v})_{y=0} \right\} \\
 &= - \int_0^h \frac{\bar{u}^2}{2} \frac{\partial \bar{u}}{\partial x} dy + \frac{1}{2} U^2 \bar{v}
 \end{aligned} \tag{2.94}$$

となる。なお、式 (2.94) の右辺第二項は、

$$\frac{1}{2} U^2 \bar{v} = \frac{U^2}{2} \int_0^h \frac{\partial \bar{v}}{\partial y} dy \tag{2.95}$$

のように示され、式 (2.95) を式 (2.94) に代入すると、

$$\int_0^h \bar{u} \frac{\partial \bar{u} \bar{v}}{\partial y} dy = - \int_0^h \frac{\bar{u}^2}{2} \frac{\partial \bar{u}}{\partial x} dy + \frac{U^2}{2} \int_0^h \frac{\partial \bar{v}}{\partial y} dy \tag{2.96}$$

となる。式 (2.96) に平均流の連続の式 [式 (2.39)] を用いると、

$$\begin{aligned}
 \int_0^h \bar{u} \frac{\partial \bar{u} \bar{v}}{\partial y} dy &= - \int_0^h \frac{\bar{u}^2}{2} \frac{\partial \bar{u}}{\partial x} dy + \int_0^h \frac{U^2}{2} \left(-\frac{\partial \bar{u}}{\partial x} \right) dy \\
 &= - \int_0^h \frac{U^2 + \bar{u}^2}{2} \frac{\partial \bar{u}}{\partial x} dy
 \end{aligned} \tag{2.97}$$

が得られる．式 (2.97) を用いて式 (2.92) の左辺を整理すると，

$$\begin{aligned}
& \int_0^h \left(\bar{u} \frac{\partial \bar{u}^2}{\partial x} + \bar{u} \frac{\partial \bar{u} \bar{v}}{\partial y} - \bar{u} U \frac{\partial U}{\partial x} \right) dy \\
&= \int_0^h \left(\bar{u} \frac{\partial \bar{u}^2}{\partial x} - \frac{U^2 + \bar{u}^2}{2} \frac{\partial \bar{u}}{\partial x} - \bar{u} U \frac{\partial U}{\partial x} \right) dy \\
&= \int_0^h \left(\bar{u} \frac{\partial \bar{u}^2}{\partial x} - \frac{U^2}{2} \frac{\partial \bar{u}}{\partial x} - \frac{\bar{u}^2}{2} \frac{\partial \bar{u}}{\partial x} - \frac{1}{2} \bar{u} \frac{\partial U^2}{\partial x} \right) dy \\
&= \int_0^h \left\{ \left(\frac{\partial \bar{u}^3}{\partial x} - \bar{u}^2 \frac{\partial \bar{u}}{\partial x} \right) - \frac{1}{2} \left(\frac{\partial \bar{u} U^2}{\partial x} - \bar{u} \frac{\partial U^2}{\partial x} \right) - \frac{1}{2} \left(\frac{\partial \bar{u}^3}{\partial x} - \bar{u} \frac{\partial \bar{u}^2}{\partial x} \right) - \frac{1}{2} \left(\frac{\partial \bar{u} U^2}{\partial x} - U^2 \frac{\partial \bar{u}}{\partial x} \right) \right\} dy \\
&= \int_0^h \left\{ \frac{1}{2} \frac{\partial \bar{u}^3}{\partial x} - \bar{u}^2 \frac{\partial \bar{u}}{\partial x} - \frac{\partial \bar{u} U^2}{\partial x} + \frac{1}{2} \left(\bar{u} \frac{\partial U^2}{\partial x} + U^2 \frac{\partial \bar{u}}{\partial x} \right) + \frac{1}{2} \bar{u} \frac{\partial \bar{u}^2}{\partial x} \right\} dy \\
&= \int_0^h \left\{ \frac{1}{2} \frac{\partial \bar{u}^3}{\partial x} - \bar{u}^2 \frac{\partial \bar{u}}{\partial x} - \frac{\partial \bar{u} U^2}{\partial x} + \frac{1}{2} \frac{\partial \bar{u} U^2}{\partial x} + \frac{1}{2} \bar{u} \cdot 2 \bar{u} \frac{\partial \bar{u}}{\partial x} \right\} dy \\
&= \frac{1}{2} \int_0^h \left(\frac{\partial \bar{u}^3}{\partial x} - \frac{\partial \bar{u} U^2}{\partial x} \right) dy \\
&= -\frac{1}{2} \int_0^h \frac{\partial}{\partial x} \bar{u} (U^2 - \bar{u}^2) dy \\
&= -\frac{1}{2} \frac{\partial}{\partial x} \int_0^h \bar{u} (U^2 - \bar{u}^2) dy \tag{2.98}
\end{aligned}$$

となる．式 (2.92) の右辺は，

$$\begin{aligned}
& \frac{\mu}{\rho} \int_0^h \bar{u} \frac{\partial^2 \bar{u}}{\partial y^2} dy - \int_0^h \bar{u} \frac{\partial \bar{u}' v'}{\partial y} dy \\
&= \frac{\mu}{\rho} \left[\left[\bar{u} \frac{\partial \bar{u}}{\partial y} \right]_0^h - \int_0^h \left(\frac{\partial \bar{u}}{\partial y} \right)^2 dy \right] - \left[\left[\bar{u} \bar{u}' v' \right]_0^h - \int_0^h \bar{u}' v' \frac{\partial \bar{u}}{\partial y} dy \right] \\
&= \frac{\mu}{\rho} \left(\bar{u} \frac{\partial \bar{u}}{\partial y} \right)_{y=h} - \frac{\mu}{\rho} \int_0^h \left(\frac{\partial \bar{u}}{\partial y} \right)^2 dy - \left(\bar{u} \bar{u}' v' \right)_{y=h} + \int_0^h \bar{u}' v' \frac{\partial \bar{u}}{\partial y} dy \tag{2.99}
\end{aligned}$$

となる．水面 ($y = h$) では $\partial \bar{u} / \partial y = 0$ であり，水面でのレイノルズ応力は他項に比べて小さく無視できるものと考えれば，式 (2.99) は，

$$\frac{\mu}{\rho} \int_0^h \bar{u} \frac{\partial^2 \bar{u}}{\partial y^2} dy - \int_0^h \bar{u} \frac{\partial \bar{u}' v'}{\partial y} dy = -\frac{\mu}{\rho} \int_0^h \left(\frac{\partial \bar{u}}{\partial y} \right)^2 dy + \int_0^h \bar{u}' v' \frac{\partial \bar{u}}{\partial y} dy \tag{2.100}$$

となる．よって，式 (2.98) と式 (2.100) を式 (2.92) に代入すると，

$$-\frac{1}{2} \frac{\partial}{\partial x} \int_0^h \bar{u} (U^2 - \bar{u}^2) dy = -\frac{\mu}{\rho} \int_0^h \left(\frac{\partial \bar{u}}{\partial y} \right)^2 dy + \int_0^h \bar{u}' v' \frac{\partial \bar{u}}{\partial y} dy \tag{2.101}$$

となり，式 (2.101) の両辺に $-\rho$ を乗じると，

$$\frac{\rho}{2} \frac{\partial}{\partial x} \int_0^h \bar{u} (U^2 - \bar{u}^2) dy = \int_0^h \left(\mu \frac{\partial \bar{u}}{\partial y} - \rho \bar{u}' v' \right) \frac{\partial \bar{u}}{\partial y} dy \tag{2.102}$$

となる。流れは乱流であり、粘性応力はレイノルズ応力に比べて小さいため、粘性応力 $\mu(\partial\bar{u}/\partial y)$ を無視すると、式 (2.102) は、

$$\frac{\rho}{2} \frac{\partial}{\partial x} \int_0^h \bar{u}(U^2 - \bar{u}^2) dy = \int_0^h (-\rho\overline{u'v'}) \frac{\partial\bar{u}}{\partial y} dy \tag{2.103}$$

となる。単位時間あたりの乱流境界層内のエネルギー損失 $\left\{ \rho \int_0^h \bar{u}(U^2 - \bar{u}^2) dy \right\} / 2$ は壁面から δ_3 までの高さの流体が有する運動エネルギー $\rho U^3 \delta_3 / 2$ に等しいものとする、エネルギー消散厚 δ_3 は、

$$\frac{1}{2} \rho U^3 \delta_3 = \frac{1}{2} \int_0^h \rho \bar{u} (U^2 - \bar{u}^2) dy \tag{2.104}$$

で定義される (図 2-104 参照)。すなわち、エネルギー消散厚 δ_3 は流速の減速によって断面内で失われたエネルギーを表す厚さである。式 (2.103) を常微分表示にして式 (2.104) で定義されるエネルギー消散厚 δ_3 を用いて整理すると、

$$\frac{\rho}{2} \frac{d}{dx} (U^3 \delta_3) = \int_0^h (-\rho\overline{u'v'}) \frac{d\bar{u}}{dy} dy \tag{2.105}$$

となる^[37]。式 (2.105) を乱流境界層発達中の断面①②間の検査領域で x 方向に積分すると、

$$\begin{aligned} \frac{\rho}{2} \int_{x_1}^{\ell} \frac{d}{dx} (U^3 \delta_3) dx &= \int_{x_1}^{\ell} \int_0^h (-\rho\overline{u'v'}) \frac{d\bar{u}}{dy} dy dx \\ \therefore \left(\frac{\rho}{2} U^3 \delta_3 \right)_{\text{at } ②} - \left(\frac{\rho}{2} U^3 \delta_3 \right)_{\text{at } ①} &= \text{Pro.}_{① \sim ②} \end{aligned} \tag{2.106}$$

となる。ここに、 $\text{Pro.}_{① \sim ②}$ は断面①②間の乱れの生成項である。すなわち、断面①②間の乱れの生成項 $\text{Pro.}_{① \sim ②}$ は断面①と断面②のそれぞれの乱流境界層外側の流速 U とエネルギー消散厚 δ_3 によって示される。

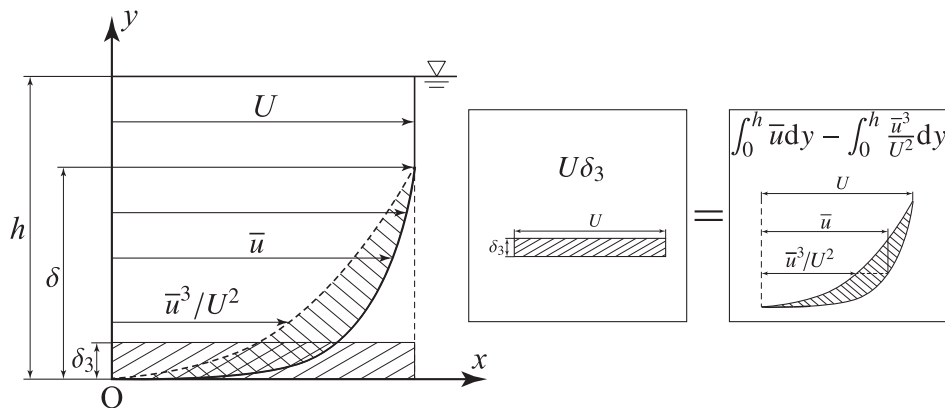


図 2-104 エネルギー消散厚 δ_3 の模式図

定流の場合のナビエ・ストークスの方程式 [式 (2.34), 式 (2.35), 式 (2.36)] において, $u = \bar{u} + u'$, $v = \bar{v} + v'$, $w = \bar{w} + w'$, $p = \bar{p} + p'$ とし, x 方向成分 [式 (2.34)] に x 方向の変動流速 u' を, y 方向成分 [式 (2.35)] に y 方向の変動流速 v' を, z 方向成分 [式 (2.36)] に z 方向の変動流速 w' を乗じて辺々を足し合わせ, 時間平均すると,

$$\begin{aligned}
& \overline{\rho \left\{ u' \frac{D(\bar{u} + u')}{Dt} + v' \frac{D(\bar{v} + v')}{Dt} + w' \frac{D(\bar{w} + w')}{Dt} \right\}} \\
& = \overline{\rho(u'X + v'Y + w'Z)} \\
& - \overline{\left\{ u' \frac{\partial(\bar{p} + p')}{\partial x} + v' \frac{\partial(\bar{p} + p')}{\partial y} + w' \frac{\partial(\bar{p} + p')}{\partial z} \right\}} \\
& + \overline{\left\{ u' \left[\frac{\partial}{\partial x} \left\{ 2\mu \frac{\partial(\bar{u} + u')}{\partial x} \right\} + \frac{\partial}{\partial y} \left\{ \mu \left(\frac{\partial(\bar{u} + u')}{\partial y} + \frac{\partial(\bar{v} + v')}{\partial x} \right) \right\} + \frac{\partial}{\partial z} \left\{ \mu \left(\frac{\partial(\bar{u} + u')}{\partial z} + \frac{\partial(\bar{w} + w')}{\partial x} \right) \right\} \right] \right\}} \\
& + \overline{\left\{ v' \left[\frac{\partial}{\partial x} \left\{ \mu \left(\frac{\partial(\bar{u} + u')}{\partial y} + \frac{\partial(\bar{v} + v')}{\partial x} \right) \right\} + \frac{\partial}{\partial y} \left\{ 2\mu \frac{\partial(\bar{v} + v')}{\partial y} \right\} + \frac{\partial}{\partial z} \left\{ \mu \left(\frac{\partial(\bar{v} + v')}{\partial z} + \frac{\partial(\bar{w} + w')}{\partial y} \right) \right\} \right] \right\}} \\
& + \overline{\left\{ w' \left[\frac{\partial}{\partial x} \left\{ \mu \left(\frac{\partial(\bar{u} + u')}{\partial z} + \frac{\partial(\bar{w} + w')}{\partial x} \right) \right\} + \frac{\partial}{\partial y} \left\{ \mu \left(\frac{\partial(\bar{v} + v')}{\partial z} + \frac{\partial(\bar{w} + w')}{\partial y} \right) \right\} + \frac{\partial}{\partial z} \left\{ 2\mu \frac{\partial(\bar{w} + w')}{\partial z} \right\} \right] \right\}}
\end{aligned} \tag{2.107}$$

となる. ただし, 式 (2.107) の左辺は微分演算子

$$\frac{D}{Dt} = \frac{\partial}{\partial t} + u \frac{\partial}{\partial x} + v \frac{\partial}{\partial y} + w \frac{\partial}{\partial z}$$

を用いて表示されており, 定流であるため $\partial/\partial t = 0$ である. 式 (2.107) の左辺を整理すると,

$$\begin{aligned}
& \overline{\rho \left\{ u' \frac{D(\bar{u} + u')}{Dt} + v' \frac{D(\bar{v} + v')}{Dt} + w' \frac{D(\bar{w} + w')}{Dt} \right\}} \\
& = \overline{\rho \left[\frac{\partial}{\partial x} \left\{ \bar{u} \left(\frac{V'^2}{2} \right) \right\} + \frac{\partial}{\partial y} \left\{ \bar{v} \left(\frac{V'^2}{2} \right) \right\} \right]} \\
& + \overline{\rho \left\{ u' \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{V'^2}{2} \right) + v' \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{V'^2}{2} \right) + w' \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{V'^2}{2} \right) \right\}} \\
& + \overline{\rho u'^2 \frac{\partial \bar{u}}{\partial x} + \rho u' v' \left(\frac{\partial \bar{u}}{\partial y} + \frac{\partial \bar{v}}{\partial x} \right) + \rho v'^2 \frac{\partial \bar{v}}{\partial y}}
\end{aligned} \tag{2.108}$$

になる. ここに, $V'^2 = u'^2 + v'^2 + w'^2$ である. なお, 二次元流を考えているため, $\bar{w} = 0$ かつ $\partial(\bar{\cdot})/\partial z = 0$ である. 式 (2.107) の右辺第一項は,

$$\overline{\rho(u'X + v'Y + w'Z)} = 0 \tag{2.109}$$

となる. 式 (2.107) の右辺第二項は, 変動流の連続の式

$$\frac{\partial u'}{\partial x} + \frac{\partial v'}{\partial y} + \frac{\partial w'}{\partial z} = 0 \tag{2.110}$$

を用いて整理すると,

$$\begin{aligned}
& \overline{\left\{ u' \frac{\partial(\bar{p} + p')}{\partial x} + v' \frac{\partial(\bar{p} + p')}{\partial y} + w' \frac{\partial(\bar{p} + p')}{\partial z} \right\}} \\
&= \overline{\left(u' \frac{\partial p'}{\partial x} + v' \frac{\partial p'}{\partial y} + w' \frac{\partial p'}{\partial z} \right)} \\
&= \overline{\left\{ \frac{\partial u' p'}{\partial x} + \frac{\partial v' p'}{\partial y} + \frac{\partial w' p'}{\partial z} + p' \left(\frac{\partial u'}{\partial x} + \frac{\partial v'}{\partial y} + \frac{\partial w'}{\partial z} \right) \right\}} \\
&= \overline{\left(\frac{\partial u' p'}{\partial x} + \frac{\partial v' p'}{\partial y} + \frac{\partial w' p'}{\partial z} \right)} \tag{2.111}
\end{aligned}$$

となる. 式 (2.107) の右辺第三項, 右辺第四項, 右辺第五項を整理すると,

$$\begin{aligned}
& \overline{u' \left[\frac{\partial}{\partial x} \left\{ 2\mu \frac{\partial(\bar{u} + u')}{\partial x} \right\} + \frac{\partial}{\partial y} \left\{ \mu \left(\frac{\partial(\bar{u} + u')}{\partial y} + \frac{\partial(\bar{v} + v')}{\partial x} \right) \right\} + \frac{\partial}{\partial z} \left\{ \mu \left(\frac{\partial(\bar{u} + u')}{\partial z} + \frac{\partial(\bar{w} + w')}{\partial x} \right) \right\} \right]} \\
&+ \overline{v' \left[\frac{\partial}{\partial x} \left\{ \mu \left(\frac{\partial(\bar{u} + u')}{\partial y} + \frac{\partial(\bar{v} + v')}{\partial x} \right) \right\} + \frac{\partial}{\partial y} \left\{ 2\mu \frac{\partial(\bar{v} + v')}{\partial y} \right\} + \frac{\partial}{\partial z} \left\{ \mu \left(\frac{\partial(\bar{v} + v')}{\partial z} + \frac{\partial(\bar{w} + w')}{\partial y} \right) \right\} \right]} \\
&+ \overline{w' \left[\frac{\partial}{\partial x} \left\{ \mu \left(\frac{\partial(\bar{u} + u')}{\partial z} + \frac{\partial(\bar{w} + w')}{\partial x} \right) \right\} + \frac{\partial}{\partial y} \left\{ \mu \left(\frac{\partial(\bar{v} + v')}{\partial z} + \frac{\partial(\bar{w} + w')}{\partial y} \right) \right\} + \frac{\partial}{\partial z} \left\{ 2\mu \frac{\partial(\bar{w} + w')}{\partial z} \right\} \right]} \\
&= \overline{\frac{\partial}{\partial x} \left\{ u' 2\mu \frac{\partial u'}{\partial x} + v' \mu \left(\frac{\partial u'}{\partial y} + \frac{\partial v'}{\partial x} \right) + w' \mu \left(\frac{\partial u'}{\partial z} + \frac{\partial w'}{\partial x} \right) \right\}} \\
&+ \overline{\frac{\partial}{\partial y} \left\{ u' \mu \left(\frac{\partial u'}{\partial y} + \frac{\partial v'}{\partial x} \right) + v' 2\mu \frac{\partial v'}{\partial y} + w' \mu \left(\frac{\partial v'}{\partial z} + \frac{\partial w'}{\partial y} \right) \right\}} \\
&+ \overline{\frac{\partial}{\partial z} \left\{ u' \mu \left(\frac{\partial u'}{\partial z} + \frac{\partial w'}{\partial x} \right) + v' \mu \left(\frac{\partial v'}{\partial z} + \frac{\partial w'}{\partial y} \right) + w' 2\mu \frac{\partial w'}{\partial z} \right\}} \\
&- \overline{\mu \left\{ \left(\frac{\partial u'}{\partial y} + \frac{\partial v'}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial u'}{\partial z} + \frac{\partial w'}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial v'}{\partial z} + \frac{\partial w'}{\partial y} \right)^2 + 2 \left(\frac{\partial u'}{\partial x} \right)^2 + 2 \left(\frac{\partial v'}{\partial y} \right)^2 + 2 \left(\frac{\partial w'}{\partial z} \right)^2 \right\}} \tag{2.112}
\end{aligned}$$

となる. 式 (2.108), 式 (2.109), 式 (2.111), 式 (2.112) を式 (2.107) に代入して整理す

ると,

$$\begin{aligned}
& (-\overline{\rho u'^2}) \frac{\partial \bar{u}}{\partial x} + (-\overline{\rho u'v'}) \left(\frac{\partial \bar{u}}{\partial y} + \frac{\partial \bar{v}}{\partial x} \right) + (-\overline{\rho v'^2}) \frac{\partial \bar{v}}{\partial y} \\
& - \rho \left[\frac{\partial}{\partial x} \left\{ \bar{u} \left(\frac{\overline{V'^2}}{2} \right) \right\} + \frac{\partial}{\partial y} \left\{ \bar{v} \left(\frac{\overline{V'^2}}{2} \right) \right\} \right] \\
& - \rho \left\{ \overline{u' \frac{\partial (V'^2)}{\partial x}} + \overline{v' \frac{\partial (V'^2)}{\partial y}} + \overline{w' \frac{\partial (V'^2)}{\partial z}} \right\} \\
& - \left(\frac{\partial u' p'}{\partial x} + \frac{\partial v' p'}{\partial y} + \frac{\partial w' p'}{\partial z} \right) \\
& + \frac{\partial}{\partial x} \left\{ u' 2\mu \frac{\partial u'}{\partial x} + v' \mu \left(\frac{\partial u'}{\partial y} + \frac{\partial v'}{\partial x} \right) + w' \mu \left(\frac{\partial u'}{\partial z} + \frac{\partial w'}{\partial x} \right) \right\} \\
& + \frac{\partial}{\partial y} \left\{ u' \mu \left(\frac{\partial u'}{\partial y} + \frac{\partial v'}{\partial x} \right) + v' 2\mu \frac{\partial v'}{\partial y} + w' \mu \left(\frac{\partial v'}{\partial z} + \frac{\partial w'}{\partial y} \right) \right\} \\
& + \frac{\partial}{\partial z} \left\{ u' \mu \left(\frac{\partial u'}{\partial z} + \frac{\partial w'}{\partial x} \right) + v' \mu \left(\frac{\partial v'}{\partial z} + \frac{\partial w'}{\partial y} \right) + w' 2\mu \frac{\partial w'}{\partial z} \right\} \\
& = \mu \left\{ \left(\frac{\partial u'}{\partial y} + \frac{\partial v'}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial u'}{\partial z} + \frac{\partial w'}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial v'}{\partial z} + \frac{\partial w'}{\partial y} \right)^2 + 2 \left(\frac{\partial u'}{\partial x} \right)^2 + 2 \left(\frac{\partial v'}{\partial y} \right)^2 + 2 \left(\frac{\partial w'}{\partial z} \right)^2 \right\} \quad (2.113)
\end{aligned}$$

が得られる. 式 (2.113) を y 方向に底面 ($y = 0$) から水面 ($y = h$) まで積分して断面①②間で x 方向に積分すると,

$$\begin{aligned}
& \int_{x_1}^{\ell} \int_0^h \left[(-\overline{\rho u'^2}) \frac{\partial \bar{u}}{\partial x} + (-\overline{\rho u'v'}) \left(\frac{\partial \bar{u}}{\partial y} + \frac{\partial \bar{v}}{\partial x} \right) + (-\overline{\rho v'^2}) \frac{\partial \bar{v}}{\partial y} \right] dy dx \\
& - \rho \int_{x_1}^{\ell} \int_0^h \left[\frac{\partial}{\partial x} \left\{ \bar{u} \left(\frac{\overline{V'^2}}{2} \right) \right\} + \frac{\partial}{\partial y} \left\{ \bar{v} \left(\frac{\overline{V'^2}}{2} \right) \right\} \right] dy dx \\
& - \rho \int_{x_1}^{\ell} \int_0^h \left[\overline{u' \frac{\partial (V'^2)}{\partial x}} + \overline{v' \frac{\partial (V'^2)}{\partial y}} + \overline{w' \frac{\partial (V'^2)}{\partial z}} \right] dy dx \\
& - \int_{x_1}^{\ell} \int_0^h \left[\frac{\partial u' p'}{\partial x} + \frac{\partial v' p'}{\partial y} + \frac{\partial w' p'}{\partial z} \right] dy dx \\
& + \int_{x_1}^{\ell} \int_0^h \left[\frac{\partial}{\partial x} \left\{ u' 2\mu \frac{\partial u'}{\partial x} + v' \mu \left(\frac{\partial u'}{\partial y} + \frac{\partial v'}{\partial x} \right) + w' \mu \left(\frac{\partial u'}{\partial z} + \frac{\partial w'}{\partial x} \right) \right\} \right] dy dx \\
& + \int_{x_1}^{\ell} \int_0^h \left[\frac{\partial}{\partial y} \left\{ u' \mu \left(\frac{\partial u'}{\partial y} + \frac{\partial v'}{\partial x} \right) + v' 2\mu \frac{\partial v'}{\partial y} + w' \mu \left(\frac{\partial v'}{\partial z} + \frac{\partial w'}{\partial y} \right) \right\} \right] dy dx \\
& + \int_{x_1}^{\ell} \int_0^h \left[\frac{\partial}{\partial z} \left\{ u' \mu \left(\frac{\partial u'}{\partial z} + \frac{\partial w'}{\partial x} \right) + v' \mu \left(\frac{\partial v'}{\partial z} + \frac{\partial w'}{\partial y} \right) + w' 2\mu \frac{\partial w'}{\partial z} \right\} \right] dy dx \\
& = \mu \int_{x_1}^{\ell} \int_0^h \left[\left(\frac{\partial u'}{\partial y} + \frac{\partial v'}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial u'}{\partial z} + \frac{\partial w'}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial v'}{\partial z} + \frac{\partial w'}{\partial y} \right)^2 + 2 \left(\frac{\partial u'}{\partial x} \right)^2 + 2 \left(\frac{\partial v'}{\partial y} \right)^2 + 2 \left(\frac{\partial w'}{\partial z} \right)^2 \right] dy dx \quad (2.114)
\end{aligned}$$

となる。ここで、ガウスの発散定理

$$\int_{\vartheta} \left(\frac{\partial F_1}{\partial x} + \frac{\partial F_2}{\partial y} + \frac{\partial F_3}{\partial z} \right) d\vartheta = \int_s \{ F_1 \cos(x, n_0) + F_2 \cos(y, n_0) + F_3 \cos(z, n_0) \} ds \quad (2.115)$$

によって、断面①②間の検査領域 (control volume ϑ , 図 2-105 参照) の体積分を検査領域表面 s の面積分に変換すると、式 (2.114) は、

$$\begin{aligned} & \int_{x_1}^{\ell} \int_0^h \left[(-\rho \bar{u}^2) \frac{\partial \bar{u}}{\partial x} + (-\rho \bar{u}'v') \left(\frac{\partial \bar{u}}{\partial y} + \frac{\partial \bar{v}}{\partial x} \right) + (-\rho \bar{v}^2) \frac{\partial \bar{v}}{\partial y} \right] dy dx \\ & - \rho \int_s \left[\bar{u} \cos(x, n_0) + \bar{v} \cos(y, n_0) \right] \left[\frac{V'^2}{2} \right] ds \\ & - \rho \int_s \left[u' \cos(x, n_0) + v' \cos(y, n_0) + w' \cos(z, n_0) \right] \left[\frac{V'^2}{2} \right] ds \\ & - \int_s \left[u' \cos(x, n_0) + v' \cos(y, n_0) + w' \cos(z, n_0) \right] p' ds \\ & + \int_s \left[\cos(x, n_0) \left\{ u' 2\mu \frac{\partial u'}{\partial x} + v' \mu \left(\frac{\partial u'}{\partial y} + \frac{\partial v'}{\partial x} \right) + w' \mu \left(\frac{\partial u'}{\partial z} + \frac{\partial w'}{\partial x} \right) \right\} \right] ds \\ & + \int_s \left[\cos(y, n_0) \left\{ u' \mu \left(\frac{\partial u'}{\partial y} + \frac{\partial v'}{\partial x} \right) + v' 2\mu \frac{\partial v'}{\partial y} + w' \mu \left(\frac{\partial v'}{\partial z} + \frac{\partial w'}{\partial y} \right) \right\} \right] ds \\ & + \int_s \left[\cos(z, n_0) \left\{ u' \mu \left(\frac{\partial u'}{\partial z} + \frac{\partial w'}{\partial x} \right) + v' \mu \left(\frac{\partial v'}{\partial z} + \frac{\partial w'}{\partial y} \right) + w' 2\mu \frac{\partial w'}{\partial z} \right\} \right] ds \\ & = \mu \int_{x_1}^{\ell} \int_0^h \left[\left(\frac{\partial u'}{\partial y} + \frac{\partial v'}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial u'}{\partial z} + \frac{\partial w'}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial v'}{\partial z} + \frac{\partial w'}{\partial y} \right)^2 + 2 \left(\frac{\partial u'}{\partial x} \right)^2 + 2 \left(\frac{\partial v'}{\partial y} \right)^2 + 2 \left(\frac{\partial w'}{\partial z} \right)^2 \right] dy dx \end{aligned} \quad (2.116)$$

となる。ここに、 n_0 は検査領域表面の外向き法線方向の単位ベクトルである。式 (2.116) は断面①②間の検査領域における変動流のエネルギー方程式である。式 (2.116) の各項

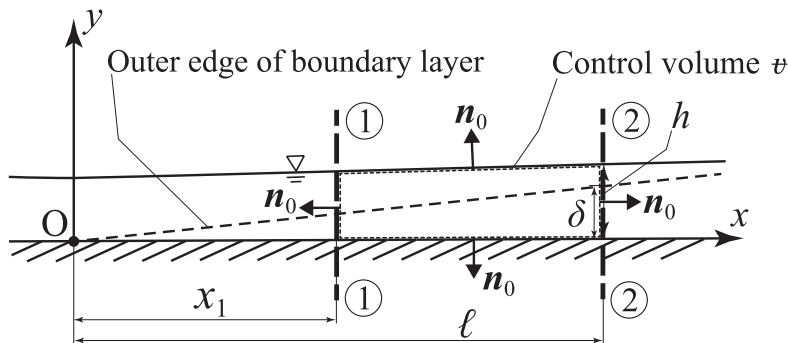


図 2-105 検査領域

の物理的意味について、左辺第一項は検査領域における乱れの生成項 (Pro. と略す)、左辺第二項は検査領域を通過するときの平均流による乱れの運動エネルギーの変化 (Con. と略す)、左辺第三項は検査領域を通過するときの乱流変動による乱れの運動エネルギーの変化 (Dif. と略す)、左辺第四項は検査領域表面での変動流による圧力変動のなす仕事 (W^p と略す)、左辺第五～七項は検査領域表面での変動流による乱れの粘性応力のなす仕事 (W^μ と略す)、右辺は検査領域における変動流による乱れの粘性消散項 (Dis. と略す) である。ここで、空気流の場合の平板上の乱流境界層の乱れエネルギーの収支^[39]と類似であるものと考え、

$$\text{Pro.} + \text{Con.} + \text{Dif.} + W^p + W^\mu = \text{Dis.} \quad (2.117)$$

$$\therefore \text{Pro.} \approx \text{Dis.}$$

となる。すなわち、平均流のエネルギー方程式における乱れの生成項 (Pro.) が乱れの粘性消散項 (Dis.) と結びつくことを理解できる。変動流のエネルギー方程式 [式 (2.116)] から得られる断面①②間の乱れの粘性消散項を $\text{Dis.}_{①\sim②}$ で表し、エネルギー消散厚と乱れの生成項との関係 [式 (2.106)] および乱れの生成項と乱れの粘性消散項との関係 [式 (2.117)] より、

$$\left(\frac{\rho}{2}U^3\delta_3\right)_{\text{at } ②} - \left(\frac{\rho}{2}U^3\delta_3\right)_{\text{at } ①} = \text{Dis.}_{①\sim②} \quad (2.118)$$

が得られる。すなわち、断面①②間の乱れの粘性消散項 $\text{Dis.}_{①\sim②}$ は断面①と断面②のそれぞれの乱流境界層外側の流速 U とエネルギー消散厚 δ_3 によって示される。以上より、断面①と断面②のエネルギー消散厚 δ_3 と乱れの粘性消散項 $\text{Dis.}_{①\sim②}$ とが関連づけられた。

式 (2.118) を水頭で表示するため、両辺を単位時間に断面を通過する水の重量 $\rho g q$ で除すと、

$$\left(\frac{U^3\delta_3}{2gq}\right)_{\text{at } ②} - \left(\frac{U^3\delta_3}{2gq}\right)_{\text{at } ①} = (h_L)_{①\sim②} \quad (2.119)$$

となる。ここに、 $(h_L)_{①\sim②}$ は断面①②間の損失水頭である。 $U^3\delta_3/(2gq)$ をエネルギー消散厚の定義 [式 (2.104)]、断面平均流速 U_{ave} 、エネルギー補正係数 α を用いて整理すると、

$$\frac{U^3\delta_3}{2gq} = \frac{U^2}{2g} - \alpha \frac{U_{\text{ave}}^2}{2g} \quad (2.120)$$

となる。式 (2.120) を式 (2.119) に用いると、

$$(h_L)_{①\sim②} = \left(\frac{U^2}{2g} - \alpha \frac{U_{\text{ave}}^2}{2g}\right)_{\text{at } ②} - \left(\frac{U^2}{2g} - \alpha \frac{U_{\text{ave}}^2}{2g}\right)_{\text{at } ①} \quad (2.121)$$

のように示される。

断面①と縮流部①とが一致している ($x_1 = 0$) とき、縮流部①では乱流境界層は未発達 ($\delta \simeq 0$) であるから $\delta_3 \approx 0$ [$U_{at①} = U_v = (U_{ave})_{at①}$, $\alpha_{at①} = 1$] である。すなわち、式 (2.121) は、

$$(h_L)_{①\sim②} = \left(\frac{U^2}{2g} - \alpha \frac{U_{ave}^2}{2g} \right)_{at②} \quad (2.122)$$

となる。式 (2.122) より、断面①②間の損失水頭 $(h_L)_{①\sim②}$ は断面②の乱流境界層外側流速 U による速度水頭 $[U^2/(2g)]_{at②}$ と断面平均流速 U_{ave} による速度水頭 $[\alpha U_{ave}^2/(2g)]_{at②}$ との差に等しい。式 (2.122) の両辺を $[U^2/(2g)]_{at②}$ で除すと、

$$\frac{(h_L)_{①\sim②}}{[U^2/(2g)]_{at②}} = 1 - \alpha \left(\frac{U_{ave}}{U} \right)^2 \quad (2.123)$$

となる。すなわち、相対損失水頭 $(h_L)_{①\sim②}/[U^2/(2g)]_{at②}$ はエネルギー補正係数 α と相対流速 U_{ave}/U より求められる。

断面平均流速 U_{ave} は、

$$U_{ave} = \frac{1}{A} \int_A \bar{u} dA = \frac{1}{h} \int_0^h \bar{u} dy \quad (2.124)$$

で定義される。式 (2.124) を乱流境界層外側流速 U で除すと、

$$\frac{U_{ave}}{U} = \frac{1}{A} \int_A \frac{\bar{u}}{U} dA = \frac{1}{h} \int_0^h \frac{\bar{u}}{U} dy \quad (2.125)$$

となる。式 (2.125) に乱流境界層内 ($0 \leq y \leq \delta$) では式 (2.15)、乱流境界層外 ($\delta \leq y \leq h$) では式 (2.16) を用いると、相対流速 U_{ave}/U は、

$$\frac{U_{ave}}{U} = 1 - \frac{1}{N+1} \left(\frac{\delta}{h} \right)_{at②} \quad (2.126)$$

で示される。また、エネルギー補正係数 α は、

$$\alpha = \int_A \left(\frac{\bar{u}}{U_{ave}} \right)^3 \frac{dA}{A} = \int_0^h \left(\frac{\bar{u}}{U_{ave}} \right)^3 \frac{dy}{h} \quad (2.127)$$

で定義され、式 (2.15)、式 (2.16)、式 (2.126)、式 (2.127) を用いると、

$$\alpha = \left\{ 1 - \frac{3}{N+3} \left(\frac{\delta}{h} \right)_{at②} \right\} / \left\{ 1 - \frac{1}{N+1} \left(\frac{\delta}{h} \right)_{at②} \right\}^3 \quad (2.128)$$

で示される。式 (2.126) と式 (2.128) を式 (2.123) に代入して整理すると、

$$\frac{(h_L)_{①\sim②}}{[U^2/(2g)]_{at②}} = 1 - \left\{ 1 - \frac{3}{N+3} \left(\frac{\delta}{h} \right)_{at②} \right\} / \left\{ 1 - \frac{1}{N+1} \left(\frac{\delta}{h} \right)_{at②} \right\} \quad (2.129)$$

が得られる。以上より、エネルギー消散厚を用いて乱流境界層発達中の射流のエネルギー損失を解析的に求める方法が示された。すなわち、

$$\frac{U_{ave}}{U} = f\left(\frac{\delta}{h}, N\right), \quad (2.130)$$

$$\alpha = f\left(\frac{\delta}{h}, N\right), \quad (2.131)$$

$$\frac{(h_L)_{①\sim②}}{[U^2/(2g)]_{at②}} = f\left(\frac{\delta}{h}, N\right) \quad (2.132)$$

の関係が得られ、射流の乱流境界層の発達状態 δ/h と流速分布形状を表す N の値とを与えて、相対損失水頭 $(h_L)_{①\sim②}/[U^2/(2g)]_{at②}$ を算出することが可能になった^{[14],[15]}。

なお、乱流境界層発達中の領域の断面①②間の水面に沿う流線（図 2-103）にベルヌーイの定理を適用すると、

$$\begin{aligned} \left(h + \frac{U^2}{2g}\right)_{at①} &= \left(h + \frac{U^2}{2g}\right)_{at②} \\ \therefore \left(\frac{U^2}{2g}\right)_{at②} - \left(\frac{U^2}{2g}\right)_{at①} &= h_{at①} - h_{at②} \end{aligned} \quad (2.133)$$

となる。式 (2.133) を式 (2.121) に代入すると、

$$(h_L)_{①\sim②} = \left(h + \alpha \frac{U_{ave}^2}{2g}\right)_{at①} - \left(h + \alpha \frac{U_{ave}^2}{2g}\right)_{at②} \quad (2.134)$$

となり、式 (2.134) は断面①全体と断面②全体のエネルギーバランスを示す実在流体に拡張されたベルヌーイの式と同一表示になる。

2.5.2 結果

2.5.2.1 解析計算結果

乱流境界層発達中の射流の相対流速 U_{ave}/U を式 (2.130) の関係で整理したものを図 2-106 に示す。図中の各線は、与えられた N と δ/h を式 (2.126) に代入して得られた計算値である。図 2-106 より、 δ/h の値の増加とともに相対流速 U_{ave}/U の値は小さくなる。また、同一の δ/h に対して、 N の値が小さいほど U_{ave}/U の値は小さくなる。

乱流境界層発達中の射流のエネルギー補正係数 α を式 (2.131) の関係で整理したものを図 2-107 に示す。図中の各線は、与えられた N と δ/h を式 (2.128) に代入して得られた計算値である。図 2-107 より、 δ/h の値の増加とともにエネルギー補正係数 α は大きくなる。 $N = 7$ で $\delta/h = 1$ の場合は $\alpha \approx 1.04$ となり、十分に発達した乱流の場合のエネルギー補正係数 α と同程度となる。また、同一の δ/h に対して、 N の値が小さいほど α の値は大きくなる。

乱流境界層発達中の射流の相対損失水頭 $(h_L)_{①-②} / [U^2/(2g)]_{at②}$ を式 (2.132) の関係で整理したものを図 2-108 に示す。図中の各線は、与えられた N と δ/h を式 (2.129) に代入して得られた計算値である。図 2-108 より、 δ/h の値の増加とともに相対損失水頭 $(h_L)_{①-②} / [U^2/(2g)]_{at②}$ は大きくなる。また、同一の δ/h に対して、 N の値が小さいほど $(h_L)_{①-②} / [U^2/(2g)]_{at②}$ の値は大きくなる。

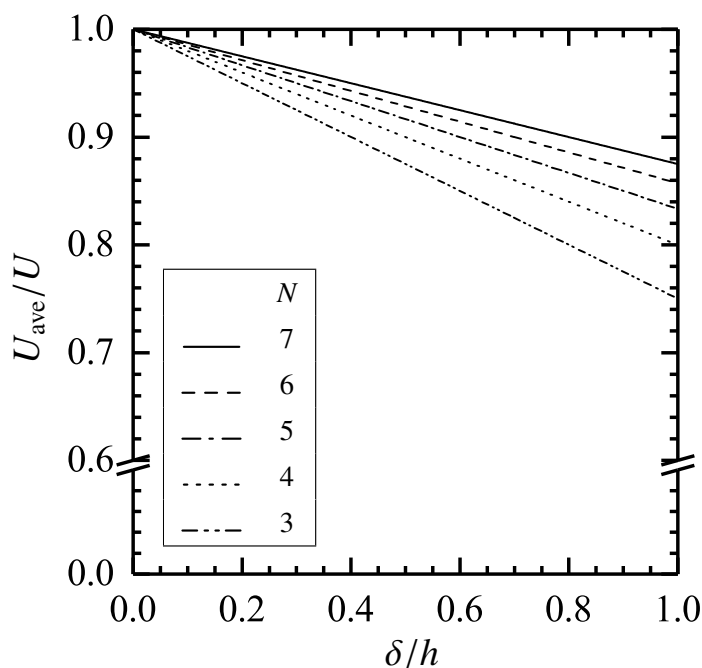


図 2-106 乱流境界層の発達状態と相対流速との関係

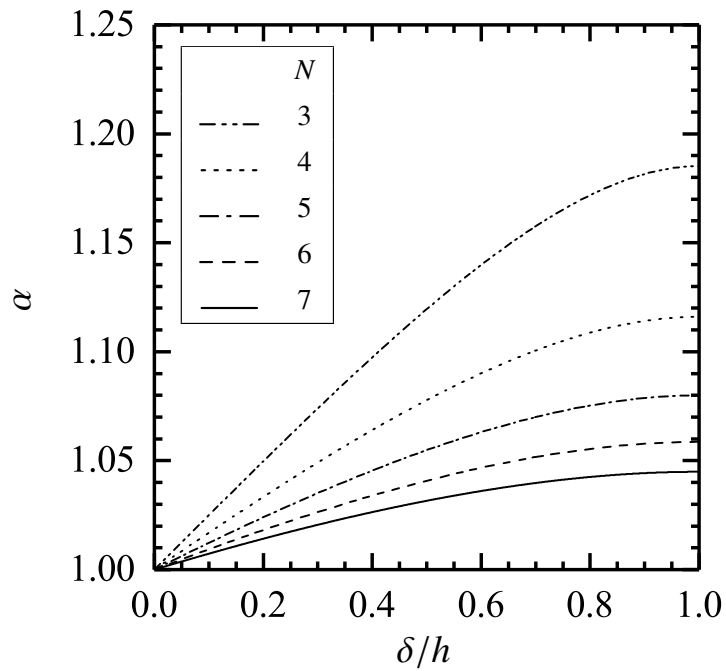


図 2-107 乱流境界層の発達状態とエネルギー補正係数との関係

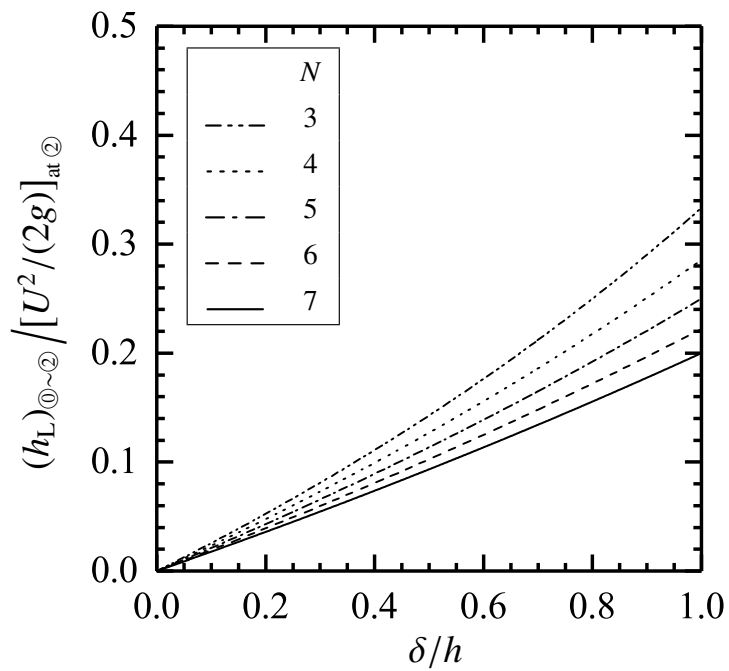


図 2-108 乱流境界層の発達状態と相対損失水頭との関係

2.5.2.2 実験結果による検証

与えられた縮流部のフルード数 F_v とレイノルズ数 R に対して、相対流速 U_{ave}/U を $U_{ave}/U = f(\delta/h)$ の関係で整理した結果を図 2-109～図 2-114 に示す。図中のプロットは実験値であり、時間平均流速 \bar{u} と水深 h の測定値を式 (2.125) に代入して得られた U_{ave}/U を $\delta/h = \delta_{case-A}/h, \delta_{case-B}/h, \delta_{case-C}/h$ のそれぞれで整理した結果を示している。また、図中の実線は式 (2.126) で $N = 7$ の場合の計算値である。図 2-109～図 2-114 に示されるように、 δ/h の値の増加とともに相対流速 U_{ave}/U は小さくなる。式 (2.126) で $N = 7$ の場合の計算値は、 $\delta = \delta_{case-A}$ として実験値を整理した場合と概ね一致している。

与えられた縮流部のフルード数 F_v とレイノルズ数 R に対して、エネルギー補正係数 α を $\alpha = f(\delta/h)$ の関係で整理した結果を図 2-115～図 2-120 に示す。図中のプロットは実験値であり、時間平均流速 \bar{u} と水深 h の測定値を式 (2.127) に代入して得られた α を $\delta/h = \delta_{case-A}/h, \delta_{case-B}/h, \delta_{case-C}/h$ のそれぞれで整理した結果を示している。また、図中の実線は式 (2.128) に $N = 7$ を代入した場合の計算値である。図 2-115～図 2-120 に示されるように、 δ/h の値の増加とともにエネルギー補正係数 α の値は大きくなる。式 (2.127) で $N = 7$ の場合の計算値は、 $\delta = \delta_{case-A}$ として実験値を整理した場合と大略一致している。

与えられた縮流部のフルード数 F_v とレイノルズ数 R に対して、相対損失水頭 $(h_L)_{①\sim②} / [U^2/(2g)]_{at②}$ を $(h_L)_{①\sim②} / [U^2/(2g)]_{at②} = f(\delta/h)$ の関係で整理した結果を図 2-121～図 2-126 に示す。図中のプロットは実験値であり、

$$\frac{(h_L)_{①\sim②}}{[U^2/(2g)]_{at②}} = \left(\frac{U\delta_3}{q} \right)_{at②} \quad (2.135)$$

の関係に、断面②の乱流境界層外側の流速 U 、エネルギー消散厚 δ_3 、時間平均流速 \bar{u} の分布より得られる単位幅流量 q を代入して求められた値を $\delta/h = \delta_{case-A}/h, \delta_{case-B}/h, \delta_{case-C}/h$ のそれぞれで整理した結果を示している。また、図中の実線は、式 (2.129) に $N = 7$ を代入した場合の計算値である。図 2-121～図 2-126 に示されるように、 δ/h の値の増加とともに相対損失水頭 $(h_L)_{①\sim②} / [U^2/(2g)]_{at②}$ の値は大きくなる。式 (2.129) で $N = 7$ の場合の計算値と実験値とを比較すると、乱流境界層厚を $\delta = \delta_{case-A}$ として実験値を整理した場合は $R^2 = 0.95$ 、 $\delta = \delta_{case-B}$ として実験値を整理した場合は $R^2 = 0.83$ 、 $\delta = \delta_{case-C}$ として実験値を整理した場合は $R^2 = 0.88$ となった。すなわち、式 (2.129) で $N = 7$ の場合の計算値は、 $\delta = \delta_{case-A}$ として $(h_L)_{①\sim②} / [U^2/(2g)]_{at②}$ の実験値を整理した場合とよく一致している。以上より、乱流境界層発達中の射流において、エネルギー消散厚を用いて射流のエネルギー損失を解析的に求められることが確かめられた。

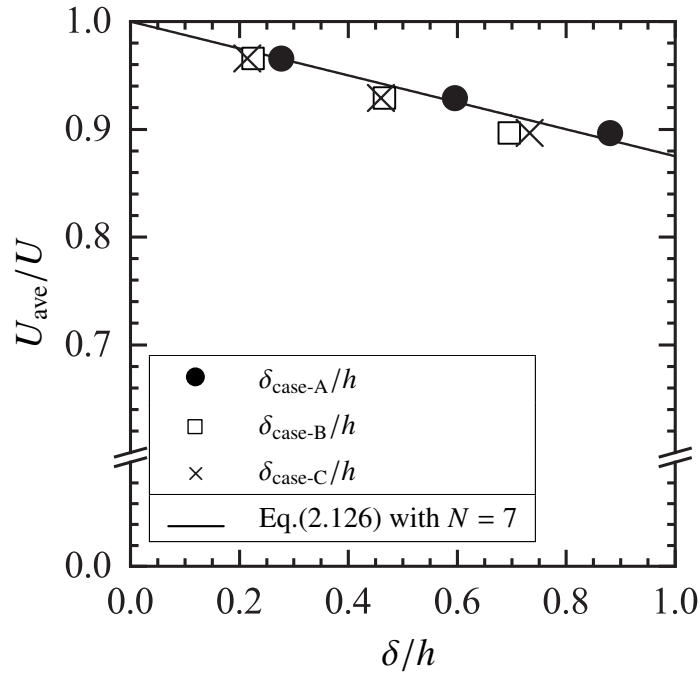


図 2-109 乱流境界層の発達状態と相対流速との関係 ($F_v = 4.0, R = 5.4 \times 10^4$)

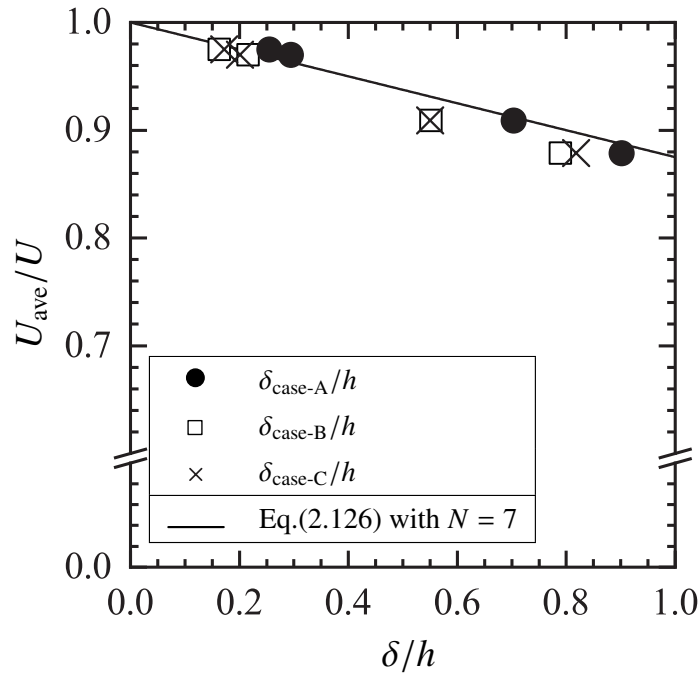


図 2-110 乱流境界層の発達状態と相対流速との関係 ($F_v = 4.3, R = 7.4 \times 10^4$)

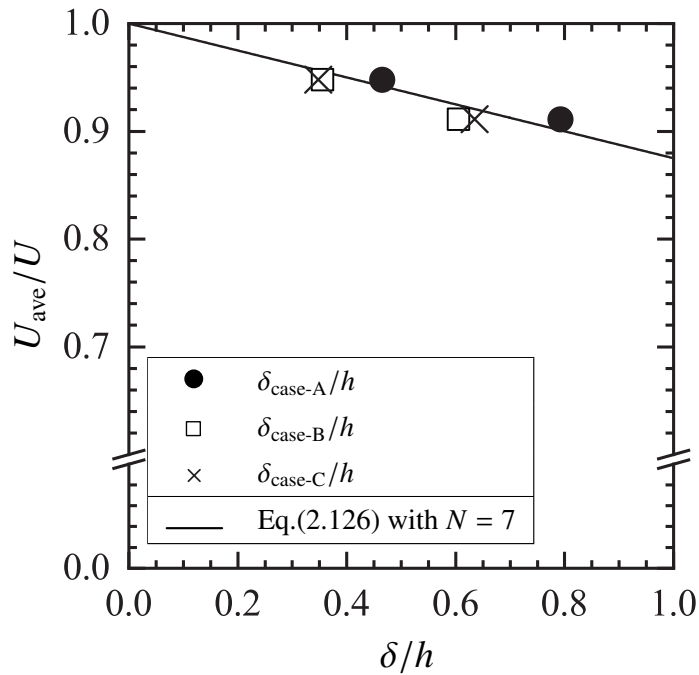


図 2-111 乱流境界層の発達状態と相対流速との関係 ($F_v = 6.1, R = 5.6 \times 10^4$)

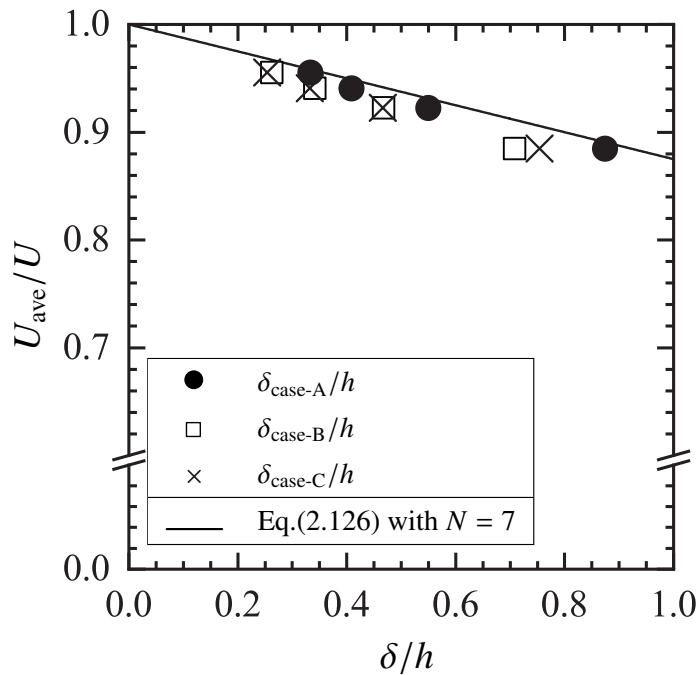


図 2-112 乱流境界層の発達状態と相対流速との関係 ($F_v = 6.2, R = 7.5 \times 10^4$)

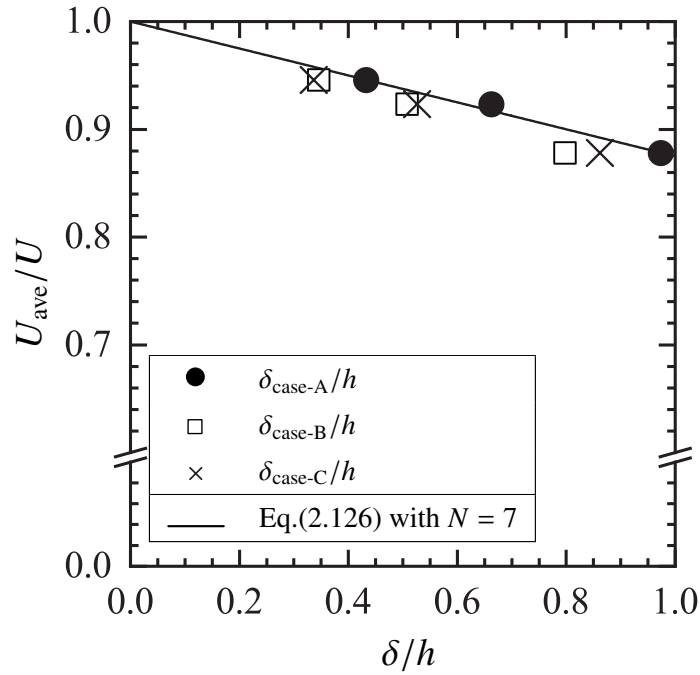


図 2-113 乱流境界層の発達状態と相対流速との関係 ($F_v = 8.0, R = 6.5 \times 10^4$)

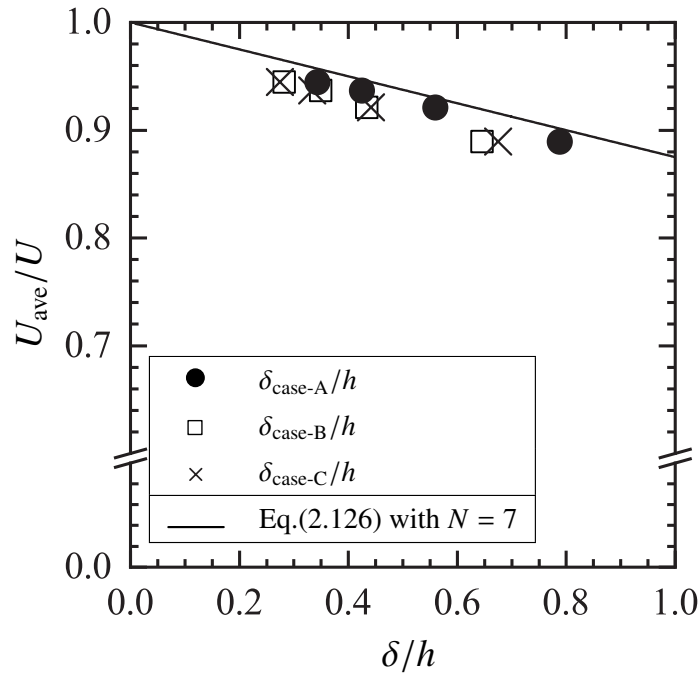


図 2-114 乱流境界層の発達状態と相対流速との関係 ($F_v = 8.0, R = 7.2 \times 10^4$)

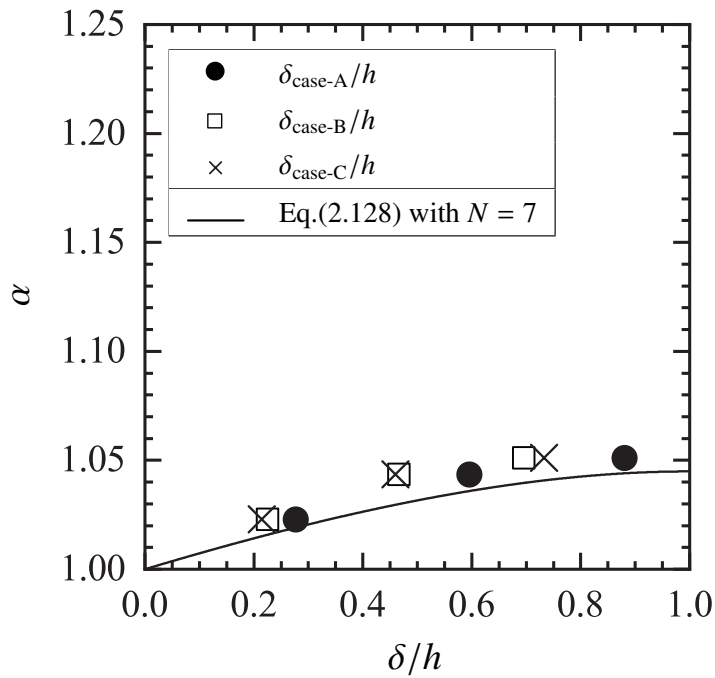


図 2-115 乱流境界層の発達状態とエネルギー補正係数との関係 ($F_v = 4.0, R = 5.4 \times 10^4$)

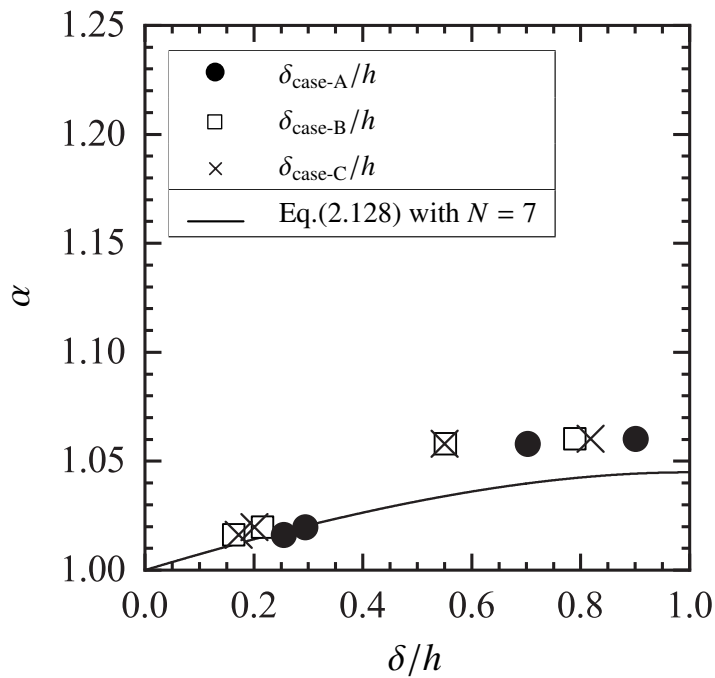


図 2-116 乱流境界層の発達状態とエネルギー補正係数との関係 ($F_v = 4.3, R = 7.4 \times 10^4$)

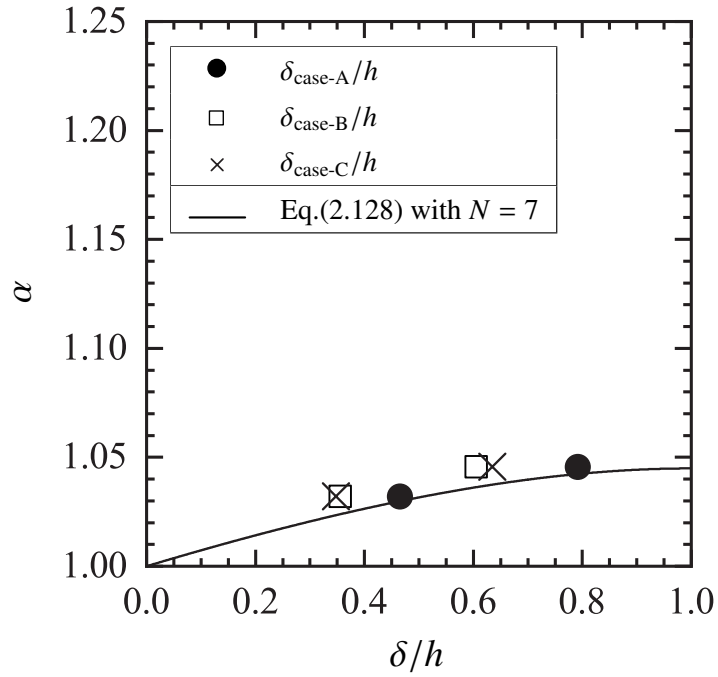


図 2-117 乱流境界層の発達状態とエネルギー補正係数との関係 ($F_v = 6.1, R = 5.6 \times 10^4$)

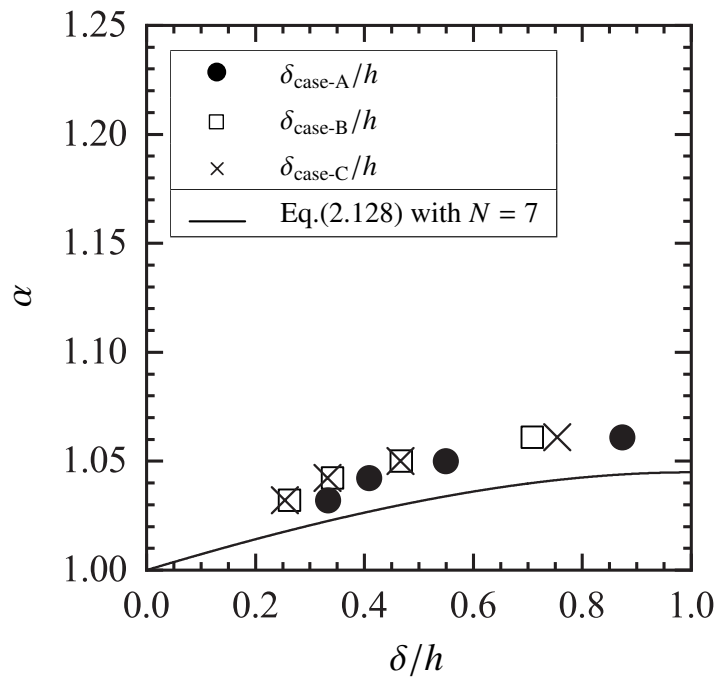


図 2-118 乱流境界層の発達状態とエネルギー補正係数との関係 ($F_v = 6.2, R = 7.5 \times 10^4$)

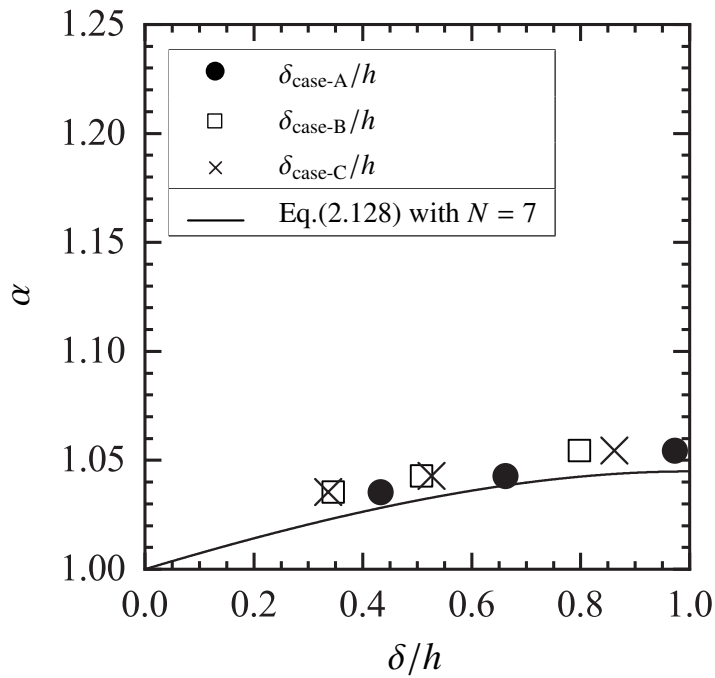


図 2-119 乱流境界層の発達状態とエネルギー補正係数との関係 ($F_v = 8.0, R = 6.5 \times 10^4$)

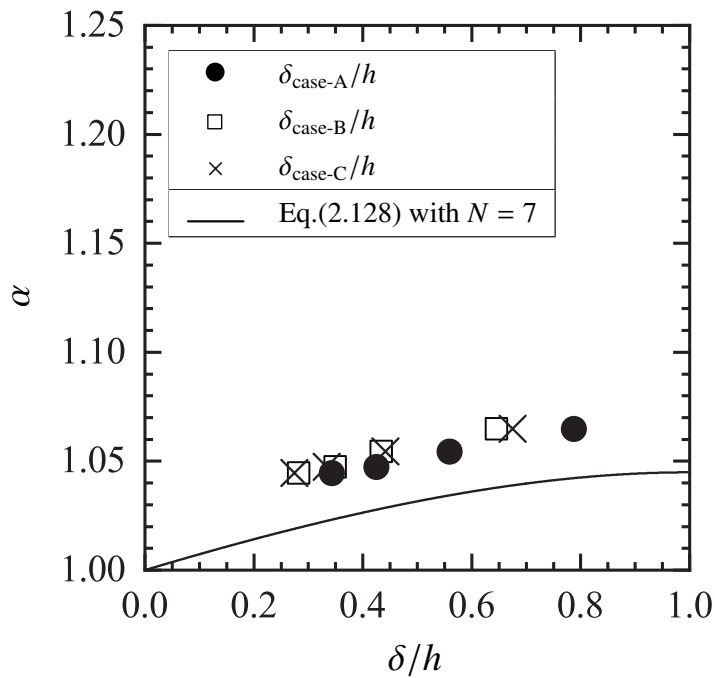


図 2-120 乱流境界層の発達状態とエネルギー補正係数との関係 ($F_v = 8.0, R = 7.2 \times 10^4$)

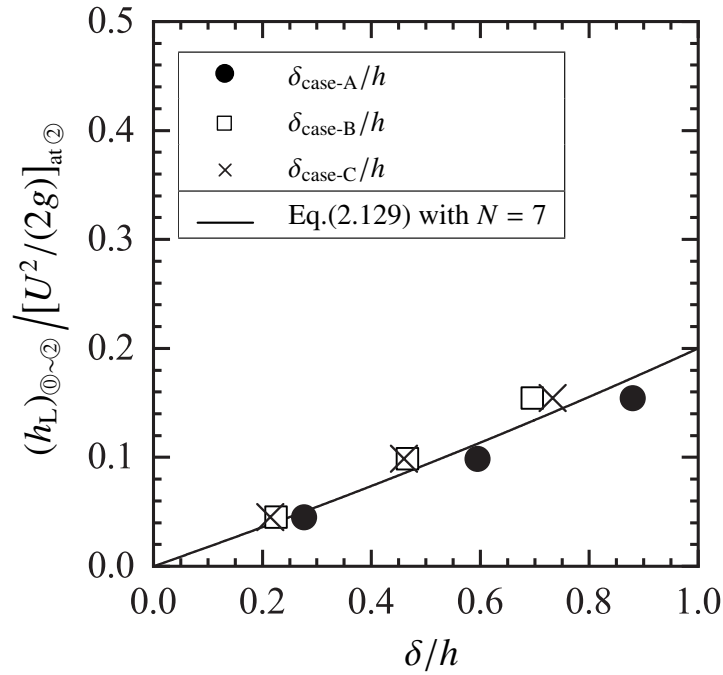


図 2-121 乱流境界層の発達状態と相対損失水頭との関係 ($F_v = 4.0, R = 5.4 \times 10^4$)

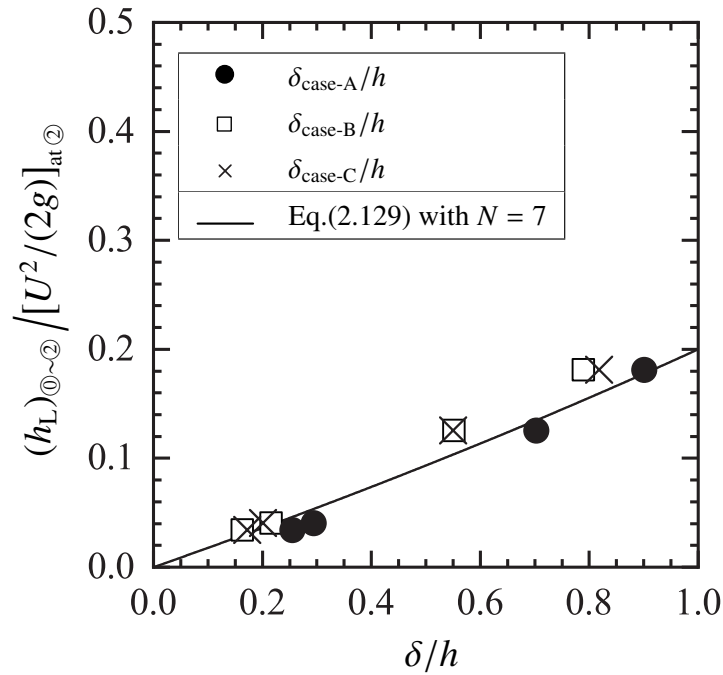


図 2-122 乱流境界層の発達状態と相対損失水頭との関係 ($F_v = 4.3, R = 7.4 \times 10^4$)

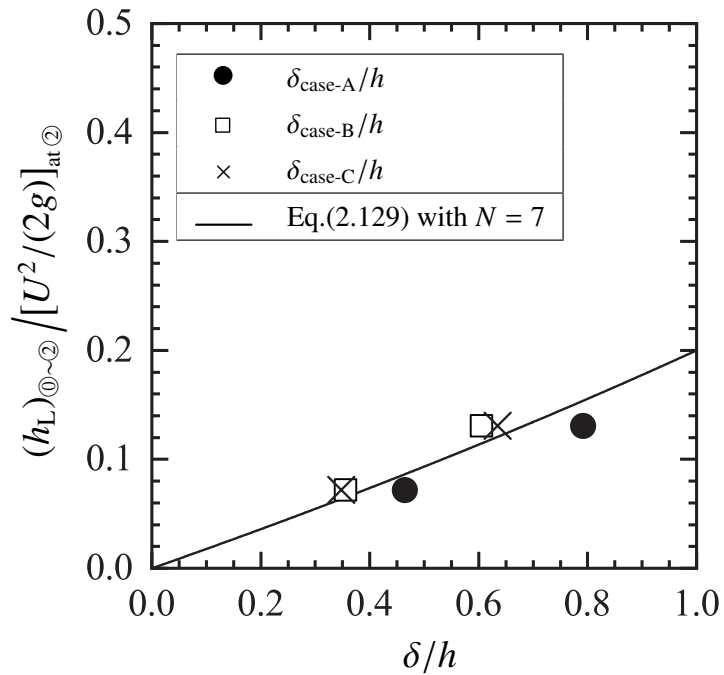


図 2-123 乱流境界層の発達状態と相対損失水頭との関係 ($F_v = 6.1, R = 5.6 \times 10^4$)

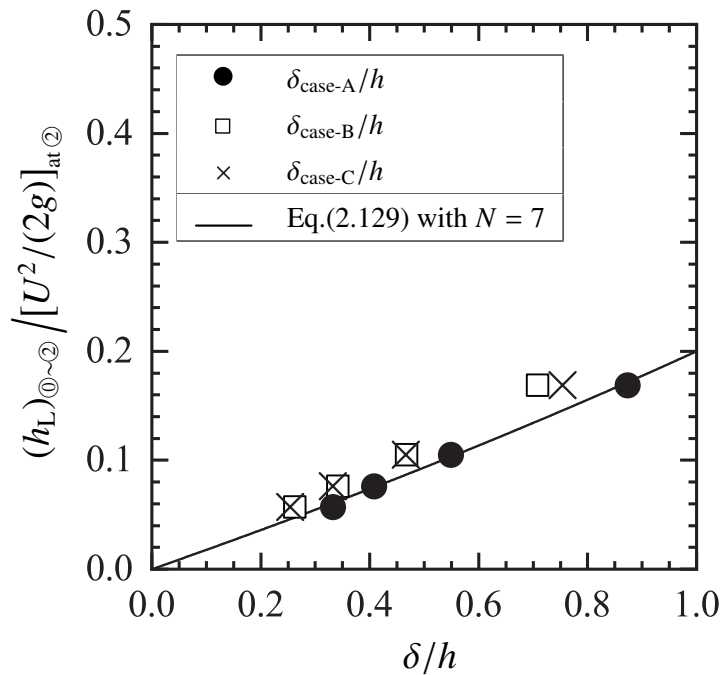


図 2-124 乱流境界層の発達状態と相対損失水頭との関係 ($F_v = 6.2, R = 7.5 \times 10^4$)

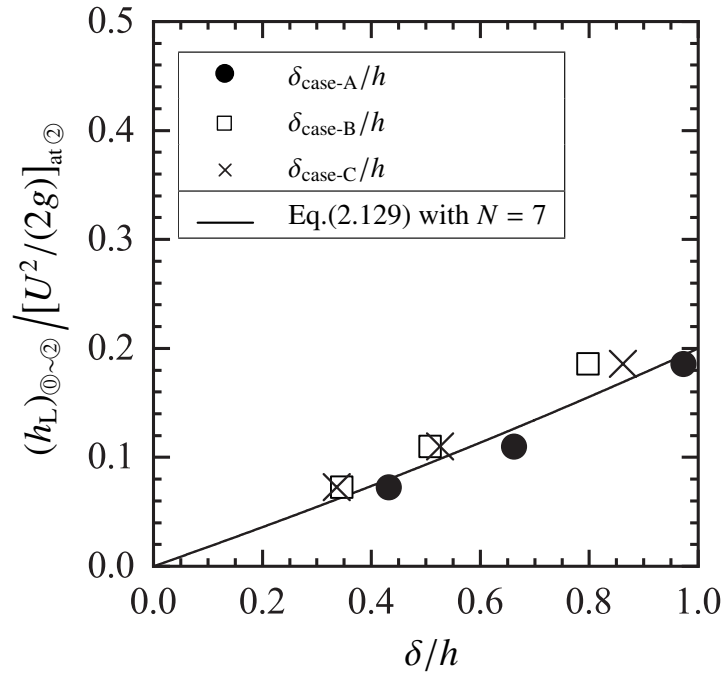


図 2-125 乱流境界層の発達状態と相対損失水頭との関係 ($F_v = 8.0, R = 6.5 \times 10^4$)

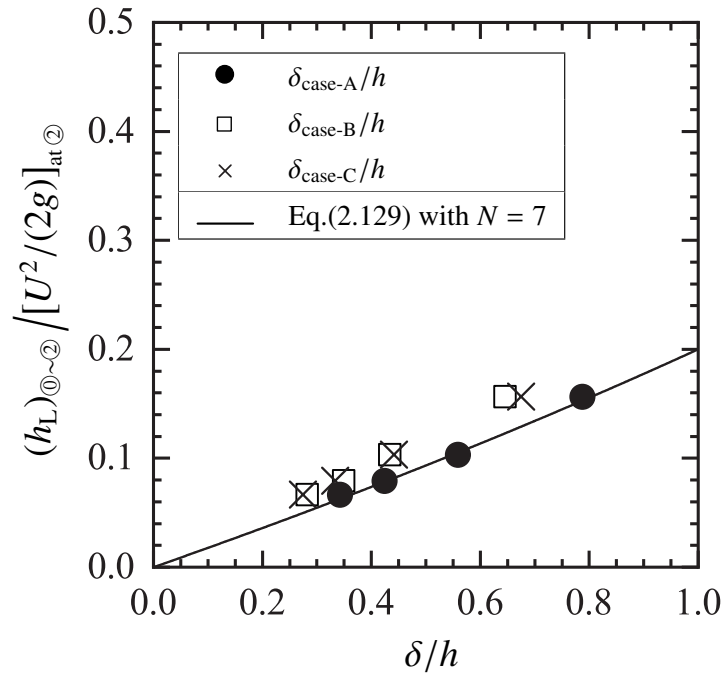


図 2-126 乱流境界層の発達状態と相対損失水頭との関係 ($F_v = 8.0, R = 7.2 \times 10^4$)

2.6 乱流境界層の発達が射流の水理特性に与える影響

2.6.1 乱れ強さ

第 2.3.2 項で前述された乱れ強さ分布について、critical point より下流側の射流を対象に、流下方向の乱れ強さ $\sqrt{u'^2}$ を

$$\frac{\sqrt{u'^2}}{U} = f\left(\frac{y}{h}, \frac{x}{x_{cp}}, F_v, R\right) \quad (2.136)$$

の関係に基づいて整理した結果を図 2-127～図 2-132 に示す。与えられた F_v と R に対して、水面付近 ($y/h \approx 1$) の相対的な乱れ強さ $\sqrt{u'^2}/U$ の値は相対距離 x/x_{cp} の値の増加とともに大きくなり、 $x/x_{cp} \geq 1.5$ では x/x_{cp} の大きさによらず同程度の値を示す。 $x/x_{cp} \geq 1.5$ の場合の乱れ強さ分布は、図中に破線で示される開水路等流の乱れ強さ分布 ($F = 2.45, R = 6.2 \times 10^4$) の傾向線^[36]と同程度になっている。すなわち、ゲート下流側に形成される射流において、 $0 < x/x_{cp} \leq 1.5$ では射流の乱れは発達中の状態 (developing flow) であり、 $x/x_{cp} \geq 1.5$ では乱れが十分発達した状態 (fully developed flow) になっている。

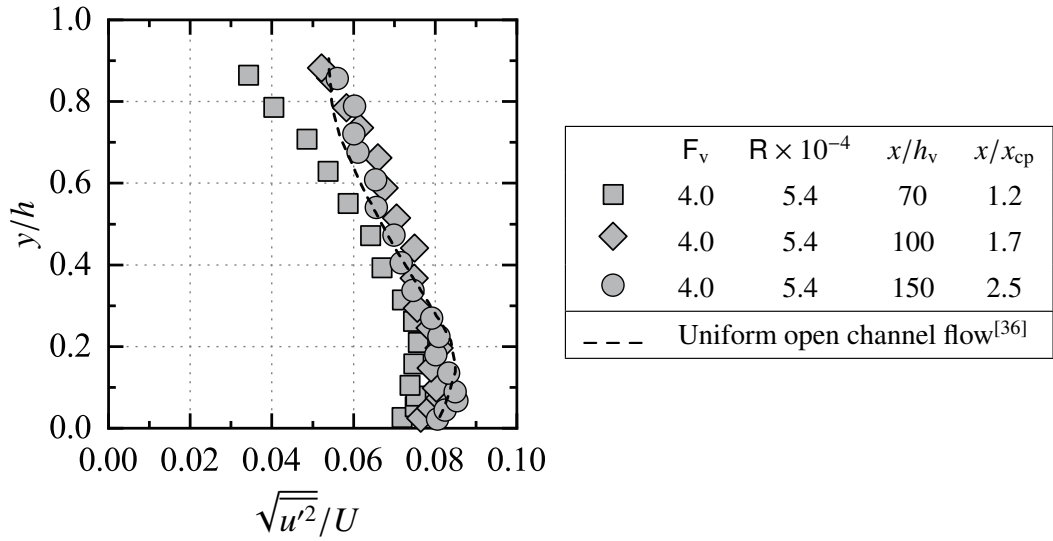


図 2-127 乱れ強さ分布 ($F_v = 4.0, R = 5.4 \times 10^4$)

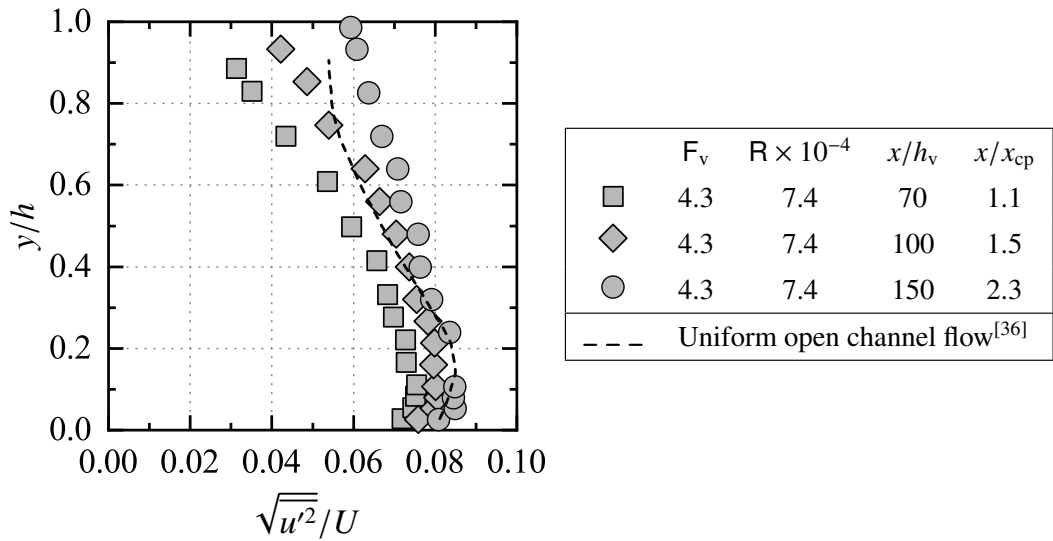


図 2-128 乱れ強さ分布 ($F_v = 4.3, R = 7.4 \times 10^4$)

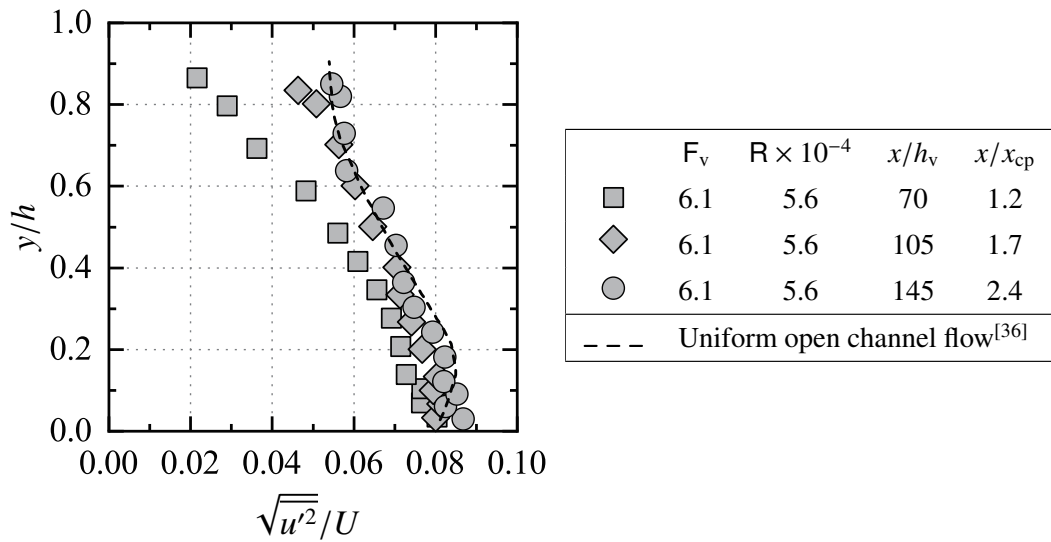


図 2-129 乱れ強さ分布 ($F_v = 6.1, R = 5.6 \times 10^4$)

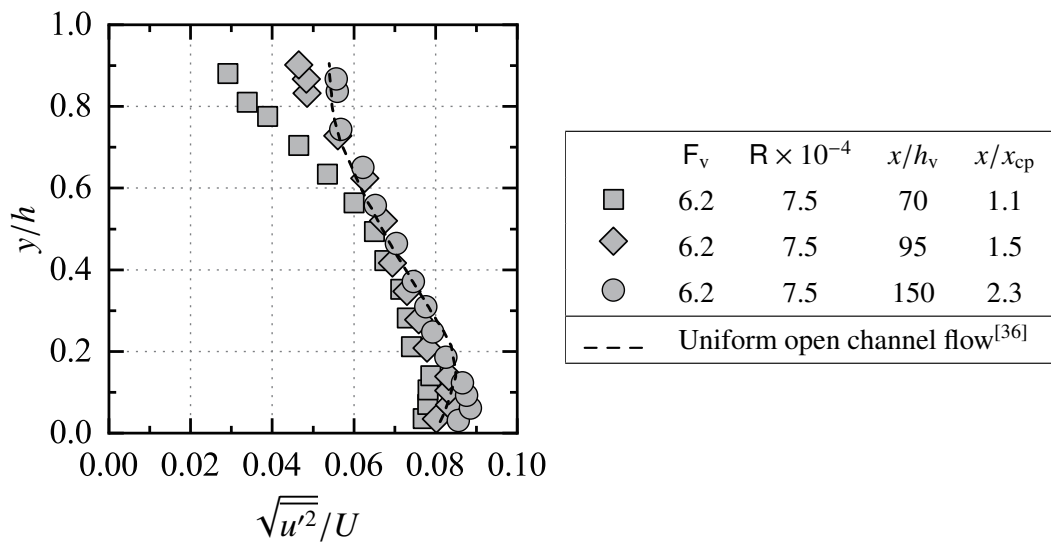


図 2-130 乱れ強さ分布 ($F_v = 6.2, R = 7.5 \times 10^4$)

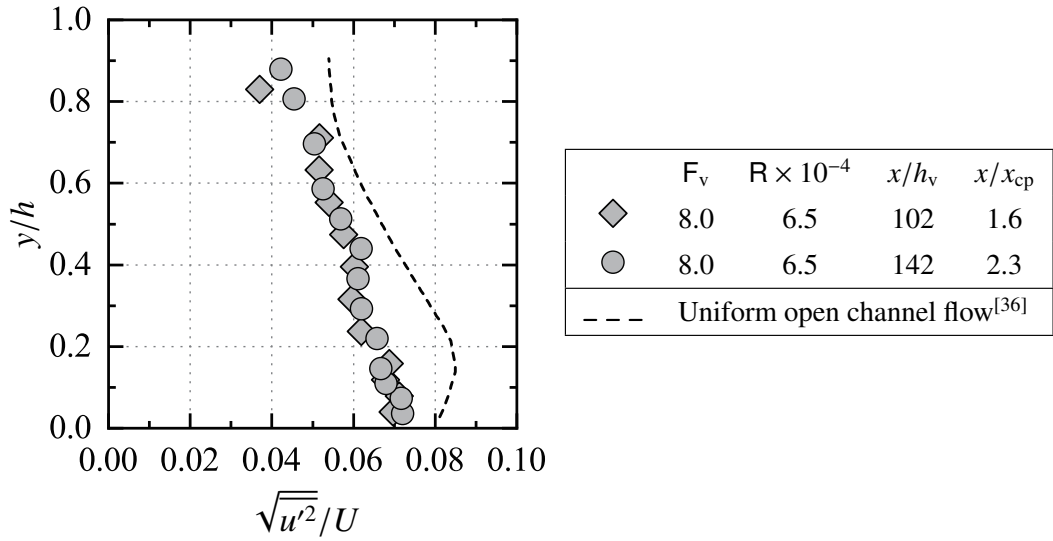


図 2-131 乱れ強さ分布 ($F_v = 8.0, R = 6.5 \times 10^4$)

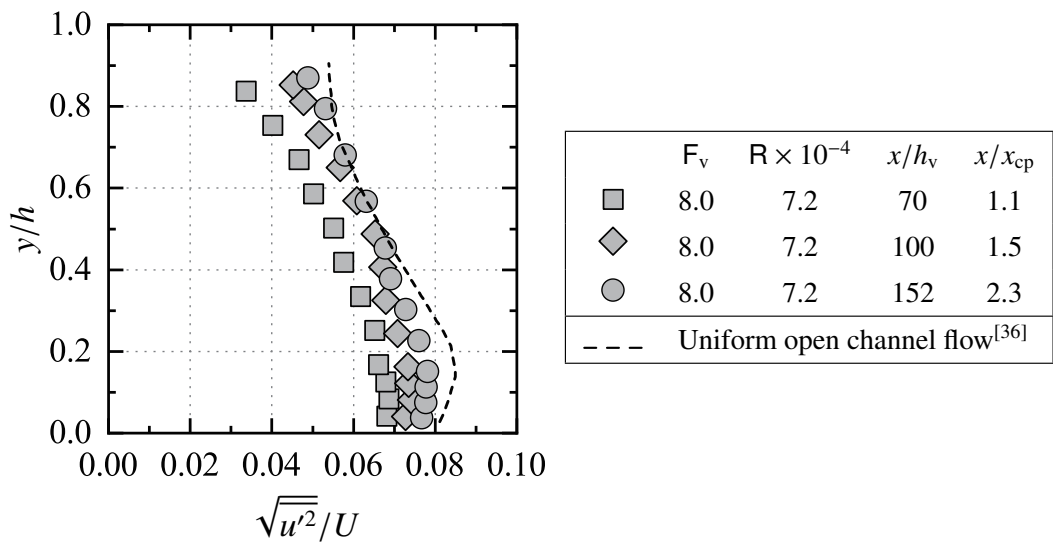


図 2-132 乱れ強さ分布 ($F_v = 8.0, R = 7.2 \times 10^4$)

2.6.2 水面変動

2.6.2.1 射流の水面変動を支配する無次元水理量

射流の水面変動を支配する無次元水理量を推定するため、Buckingham の π 定理を用いて次元解析的考察を行う。滑面長方形断面水平水路のスルースゲート下流側に形成される射流の水面変動は、

$$f\left(h, \rho, U_{\text{ave}}, \mu, \sigma, g, \bar{\tau}_0, \sqrt{h'^2}, x, z, a, h_u, B\right) = 0 \quad (2.137)$$

の関係によって支配されるものと考えられる。ここに、 h は時間平均水深、 ρ は水の密度、 U_{ave} は断面平均流速、 μ は水の粘性係数、 σ は表面張力、 g は重力加速度、 $\bar{\tau}_0$ は底面剪断応力、 $\sqrt{h'^2}$ は水面変動、 x は縮流部を原点とする流下方向の座標、 z は水路横断方向の座標、 a はゲート開口高、 h_u はスルースゲート上流側の水深、 B は水路幅である。これらの独立した 13 個の物理量を構成する基本次元は 3 個（長さ：L，質量：M，時間：T）であるため、 π 定理を用いて 10 個の独立した無次元量 π の関係式を示すことができる。式 (2.137) より、同次元にならない 3 個の物理量 (h, ρ, U_{ave}) を反復変数として選ぶと、 π 項は、

$$\left\{ \begin{array}{l} \pi_1 = h^x \rho^y U_{\text{ave}}^z \mu \\ \pi_2 = h^x \rho^y U_{\text{ave}}^z \sigma \\ \pi_3 = h^x \rho^y U_{\text{ave}}^z g \\ \pi_4 = h^x \rho^y U_{\text{ave}}^z \bar{\tau}_0 \\ \pi_5 = h^x \rho^y U_{\text{ave}}^z \sqrt{h'^2} \\ \pi_6 = h^x \rho^y U_{\text{ave}}^z x \\ \pi_7 = h^x \rho^y U_{\text{ave}}^z z \\ \pi_8 = h^x \rho^y U_{\text{ave}}^z a \\ \pi_9 = h^x \rho^y U_{\text{ave}}^z h_u \\ \pi_{10} = h^x \rho^y U_{\text{ave}}^z B \end{array} \right. \quad (2.138)$$

のように示される。ここに、 x, y, z は指数である。

式 (2.138) の π_1 項の場合は、

$$[L^0 M^0 T^0] = [L]^x [L^{-3} M]^y [L T^{-1}]^z [L^{-1} M T^{-1}] = [L^{x-3y+z-1} M^{y+1} T^{-z-1}] \quad (2.139)$$

となる。基本次元 (L, M, T) の指数 x, y, z を求めるため、ここでは逆行列を用いて連立一次方程式を解く。連立一次方程式は行列を用いて、

$$A\vec{x} = \vec{b} \quad (2.140)$$

と表すことができる。式 (2.139) の場合は、

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -3 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}, \quad \vec{x} = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}, \quad \vec{b} = \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix} \quad (2.141)$$

である。式 (2.140) の両辺に左から逆行列 A^{-1} を乗じると、

$$\vec{x} = A^{-1}\vec{b} \quad (2.142)$$

となり、連立一次方程式の解は式 (2.142) より求められる。式 (2.141) の場合、 A の逆行列は存在し、

$$A^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix} \quad (2.143)$$

となる。式 (2.141) と式 (2.143) を用いて式 (2.142) を解くと、

$$\vec{x} = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 \\ -1 \\ -1 \end{pmatrix} \quad (2.144)$$

となる。すなわち、

$$\pi_1 = h^{-1}\rho^{-1}U_{ave}^{-1}\mu = \frac{\mu}{\rho U_{ave} h}$$

が得られる。同様に、 $\pi_2 \sim \pi_{10}$ 項の場合の指数 x, y, z をそれぞれ求めると、表 2-11 に示す値が得られる。表 2-11 より、 π の関係式は、

$$f\left(\frac{\mu}{\rho U_{ave} h}, \frac{\sigma}{\rho U_{ave}^2 h}, \frac{gh}{U_{ave}^2}, \frac{\bar{\tau}_0}{\rho U_{ave}^2}, \frac{\sqrt{h'^2}}{h}, \frac{x}{h}, \frac{z}{h}, \frac{a}{h}, \frac{h_u}{h}, \frac{B}{h}\right) = 0 \quad (2.145)$$

で示される。

表 2-11 式 (2.145) の π 項の指数 x, y, z の値

	x	y	z		x	y	z
π_1	-1	-1	-1	π_6	-1	0	0
π_2	-1	-1	-2	π_7	-1	0	0
π_3	1	0	-2	π_8	-1	0	0
π_4	0	-1	-2	π_9	-1	0	0
π_5	-1	0	0	π_{10}	-1	0	0

式 (2.145) の物理的意味を理解し易くするため、いくつかの π 項を、

$$\left\{ \begin{array}{l} \pi_1 = \frac{\mu}{\rho U_{\text{ave}} h} = f(\mathbf{R}) \\ \pi_2 = \frac{\sigma}{\rho U_{\text{ave}}^2 h} = f(\mathbf{W}) \\ \pi_3 = \frac{gh}{U_{\text{ave}}^2} = f(\mathbf{F}) \\ \pi_6 = \frac{x}{h} = \frac{x}{h_v} \cdot \frac{h_v}{h} = f\left(\frac{x}{h_v}, \frac{h}{h_v}\right) \\ \pi_8 = \frac{z}{h} = \frac{z}{B} \cdot \frac{B}{h_v} \cdot \frac{h_v}{h} = f\left(\frac{z}{B/2}, \frac{B}{h_v}, \frac{h}{h_v}\right) \\ \pi_9 = \frac{a}{h} = \frac{a}{h_v} \cdot \frac{h_v}{h} = f\left(C_c, \frac{h}{h_v}\right) \\ \pi_{10} = \frac{h_u}{h} = \frac{h_u}{h_v} \cdot \frac{h_v}{h} = f\left(\frac{h_u}{h_v}, \frac{h}{h_v}\right) \\ \pi_{11} = \frac{B}{h} = \frac{B}{h_v} \cdot \frac{h_v}{h} = f\left(\frac{B}{h_v}, \frac{h}{h_v}\right) \end{array} \right. \quad (2.146)$$

のように整理する。ここに、 $\mathbf{R} [= \rho U_{\text{ave}} h / \mu]$ はレイノルズ数、 $\mathbf{W} [= \rho U_{\text{ave}}^2 h / \sigma]$ はウェバー数、 $\mathbf{F} [= U_{\text{ave}} / (gh)^{0.5}]$ はフルード数、 $C_c [= h_v / a]$ は収縮係数である。式 (2.145) と式 (2.146) より、

$$f\left(\mathbf{R}, \mathbf{W}, \mathbf{F}, \frac{\bar{\tau}_0}{\rho U_{\text{ave}}^2}, \frac{\sqrt{h'^2}}{h}, \frac{x}{h_v}, \frac{h}{h_v}, \frac{z}{B/2}, C_c, \frac{h_u}{h_v}, \frac{B}{h_v}\right) = 0 \quad (2.147)$$

となる。

ウェバー数 \mathbf{W} [式 (2.147) の左辺第二項] は、liquid parameter $[= g\mu^4 / (\rho\sigma^3)]^{[40]}$ を用いると、

$$\mathbf{W} = \left(\frac{g\mu^4}{\rho\sigma^3} \mathbf{F}^2 \mathbf{R}^4\right)^{\frac{1}{3}} \quad (2.148)$$

のように示される。Liquid parameter は水と空気の物性（粘性係数 μ 、密度 ρ 、表面張力 σ ）と重力加速度 g から決まり、一般的な開水路流の水温ではほぼ一定値を示すことから、ウェバー数 W は、

$$W = f(F, R) \quad (2.149)$$

の関係で表される。

式 (2.147) の左辺第三項は、

$$F = \frac{U_{ave}}{\sqrt{gh}} = \frac{U_v}{\sqrt{gh_v}} \frac{U_{ave}}{U} \frac{U}{U_v} \sqrt{\frac{h_v}{h}} = f\left(F_v, \frac{U_{ave}}{U}, J, \frac{h}{h_v}\right) \quad (2.150)$$

のように整理されるため、式 (2.150) より、

$$F, \frac{U_{ave}}{U}, J = f\left(F_v, \frac{h}{h_v}\right) \quad (2.151)$$

となる。

式 (2.147) の左辺第四項について、底面剪断応力 $\bar{\tau}_0$ は一般に摩擦抵抗係数 f を用いて、

$$\bar{\tau}_0 = f \frac{\rho U_{ave}^2}{8} \quad (2.152)$$

と定義される。式 (2.152) の両辺を ρU_{ave}^2 で除すと、

$$\frac{\bar{\tau}_0}{\rho U_{ave}^2} = \frac{f}{8} = f(f) \quad (2.153)$$

となり、 $\bar{\tau}_0/(\rho U_{ave}^2)$ は摩擦抵抗係数 f の関数として示される。滑面長方形断面水路の摩擦抵抗係数 f は式 (2.83) で示されることから、式 (2.153) は、

$$\frac{\bar{\tau}_0}{\rho U_{ave}^2} = f(f) = f(R) \quad (2.154)$$

となる。

式 (2.147) の左辺第七項について、ゲート下流の射流の水面形状 h/h_v は、乱流境界層発達中の射流の場合は式 (2.31) と式 (2.78) より求められ、乱流境界層が水面に到達した断面より下流側の射流の場合は式 (2.83) と式 (2.84) より求められる。すなわち、式 (2.31)、式 (2.78)、式 (2.83)、式 (2.84) より、

$$\frac{h}{h_v} = f\left(F_v, R, \frac{x}{h_v}\right) \quad (2.80)$$

の関係で示される。

式 (2.147) の左辺第九項について、水面変動に対する収縮係数 C_c の影響は小さいものとする。

式 (2.147) の左辺第十項について、以下の仮定、

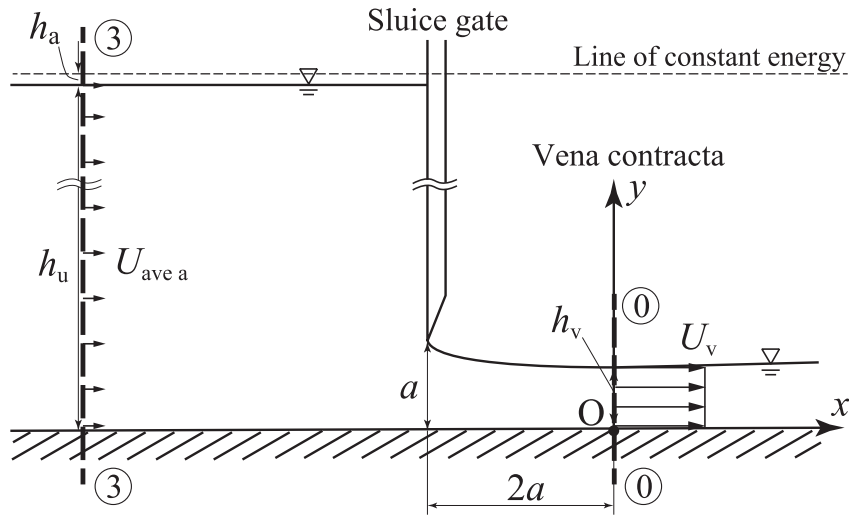


図 2-133 ベルヌーイの定理の適用断面

- 断面③①間のエネルギー損失を無視する；
- 断面③と縮流部①では静水圧分布とする；
- エネルギー補正係数 $\alpha = 1$ とする；

を用いて、図 2-133 に示されるスルースゲート上流側の断面③と縮流部①との間の流線に沿ってベルヌーイの定理を適用すると、

$$h_u + \frac{U_{ave a}^2}{2g} (= h_u + h_a) = h_v + \frac{U_v^2}{2g} \quad (2.155)$$

が得られる。ここに、 $U_{ave a}$ は断面③における接近流速、 h_a は $U_{ave a}$ による速度水頭である。式 (2.155) の両辺を h_u で除し、縮流部のフルード数 F_v を用いて整理すると、

$$1 + \frac{h_a}{h_u} = \frac{h_v}{h_u} \left(1 + \frac{1}{2} \frac{U_v^2}{gh_v} \right) \\ \frac{h_u}{h_v} = \left(1 + \frac{1}{2} F_v^2 \right) \left/ \left(1 + \frac{h_a}{h_u} \right) \right. \quad (2.156)$$

となる。ここで、接近流速 $U_{ave a}$ による速度水頭 h_a はスルースゲート上流側の水深 h_u に比べて十分に小さく ($h_a \ll h_u$)、無視できるものと考えると、式 (2.156) は、

$$\frac{h_u}{h_v} = \left(1 + \frac{1}{2} F_v^2 \right) \left/ \left(1 + \frac{h_a}{h_u} \right) \right. \approx 1 + \frac{1}{2} F_v^2 = f(F_v) \quad (2.157)$$

となる。

式 (2.149)、式 (2.151)、式 (2.154)、式 (2.80)、式 (2.157) を用いて式 (2.147) を整理すると、

$$f \left(R, F_v, \frac{\sqrt{h'^2}}{h}, \frac{x}{h_v}, \frac{z}{B/2}, \frac{B}{h_v} \right) = 0 \quad (2.158)$$

となる。以上より、滑面長方形断面水平水路のスルースゲート下流側の射流の水面変動は、

$$\frac{\sqrt{h'^2}}{h} = f\left(R, F_v, \frac{x}{h_v}, \frac{z}{B/2}, \frac{B}{h_v}\right) \quad (2.159)$$

の関係によって支配されるものと考えられる。なお、本研究では水路中央面 ($z = 0$) かつアスペクト比 B/h_v が比較的大きい条件 ($B/h_v > 10$) を対象としているため、相対的な水面変動 $\sqrt{h'^2}/h$ に対する B/h_v の影響は小さいものと考えられる。すなわち、

$$\frac{\sqrt{h'^2}}{h} = f\left(R, F_v, \frac{x}{h_v}\right) \quad (2.160)$$

の関係で示されるものと考えられる。

2.6.2.2 縮流部のフルード数 F_v を一定にした場合

スルースゲート下流側の射流の水面変動 $\sqrt{h'^2}$ を式 (2.160) の関係に基づいて整理した結果を図 2-134 に示す。図中の破線は傾向線を示す。図 2-134 に示されるように、与えられた縮流部のフルード数 F_v とレイノルズ数 R に対して、 $0 \leq x/h_v \leq 30$ では、 x/h_v の値によらず、 $\sqrt{h'^2}/h$ は大略一定の値を示す。 $40 \leq x/h_v \leq 100$ では、 x/h_v の値の増加とともに $\sqrt{h'^2}/h$ の値は大きくなる。 $x/h_v \geq 100$ では、 x/h_v の値によらず $\sqrt{h'^2}/h$ は概ね一定であり、 $x/h_v \leq 100$ の場合よりも大きい値を示す。

射流の乱流境界層の発達状態と水面変動とを関連づけるため、射流の水面変動 $\sqrt{h'^2}$ を

$$\frac{\sqrt{h'^2}}{h} = f\left(R, F_v, \frac{\delta}{h}\right) \quad (2.161)$$

の関係で整理すると、図 2-135 が示される。図中の破線は傾向線を示す。なお、 $\sqrt{h'^2}/h$ の実験値は、射流の水面形と乱流境界層の発達状況の解析計算方法 (第 2.4 節参照) より求められる δ/h の値を用いて整理されている。図 2-135 に示されるように、与えられた F_v と R に対して、 $0 \leq \delta/h \leq 0.6$ では、 δ/h の大きさによらず、 $\sqrt{h'^2}/h$ はほぼ一定の値を示す。これは、縮流部付近 ($\delta/h \approx 0$) では乱流境界層は未発達の状態 (undeveloped flow) であり、凹凸と変動の認められない滑らかな水面 [図 2-136(a) 参照] が水路側壁付近を除いて観察されたことに対応している。 $0.7 \leq \delta/h < 1$ では、 δ/h の値の増加とともに $\sqrt{h'^2}/h$ の値は大きくなる。これは、 $\delta/h = 0.7 \sim 0.8$ では水路中央面付近において水面に凹凸と変動が間欠的に生じ始めていること [図 2-136(b) 参照] が観察された結果と対応している。このことは、空気流の場合の平板上の乱流境界層において、乱流境界層内の乱れは $y = 1.2\delta$ まで間欠的に影響を及ぼすこと^[39] と類似な現象が生じたためと考えられる。換言すると、 $y = 1.2\delta = 1.2 \times 0.8h = 0.96h \approx h$ となるから、乱流境界層の乱れが間欠的に水面に到達することによって、水面に凹凸と変動が生じ始めるものと推察される。

一方、 $0 \leq \delta/h \leq 0.6$ の場合、 $y = 1.2\delta = 1.2 \times 0.6h = 0.72h < h$ であるから、乱流境界層の乱れが水面に到達していないため、水面に凹凸と変動が認められなかったものと推察される。

射流の水面変動の大きさと critical point までの流下方向距離との関係を明確にするため、式 (2.160) を critical point までの相対距離 x_{cp}/h_v を用いて整理すると、

$$\frac{\sqrt{h'^2}}{h} = f\left(R, F_v, \frac{x}{x_{cp}}\right) \quad (2.162)$$

の関係が得られる。図 2-134 を式 (2.162) の関係で整理したものを図 2-137 に示す。図中の破線は傾向線を示す。図 2-137 に示されるように、 $0.5 \leq x/x_{cp} \leq 1.5$ では x/x_{cp} の値の増加とともに $\sqrt{h'^2}/h$ の値は大きくなり、 $x/x_{cp} \geq 1.5$ では $\sqrt{h'^2}/h$ の値は概ね一定になっている。これは、critical point ($x/x_{cp} = 1$) の水面 [図 2-138(a) 参照] に比べて $x/x_{cp} \geq 1.5$ の水面 [図 2-138(b), 図 2-138(c) 参照] では、水路中央面に沿って水面の凹凸と変動の大きくなることが観察された結果と対応する。すなわち、射流の水面変動は critical point の断面 ($x/x_{cp} = 1$) では十分に大きくなっておらず、 $x/x_{cp} \geq 1.5$ で十分に大きくなっている。また、第 2.6.1 項で前述されたように、 $x/x_{cp} \geq 1.5$ では、ゲート下流側の射流の乱れ強さ分布は開水路等流の乱れ強さ分布と同程度になっている。これらの結果より、与えられた F_v と R に対して、ゲート下流側の射流で $x/x_{cp} \geq 1.5$ の場合、開水路等流のように乱れが十分発達した状態 (fully developed flow) となっている。

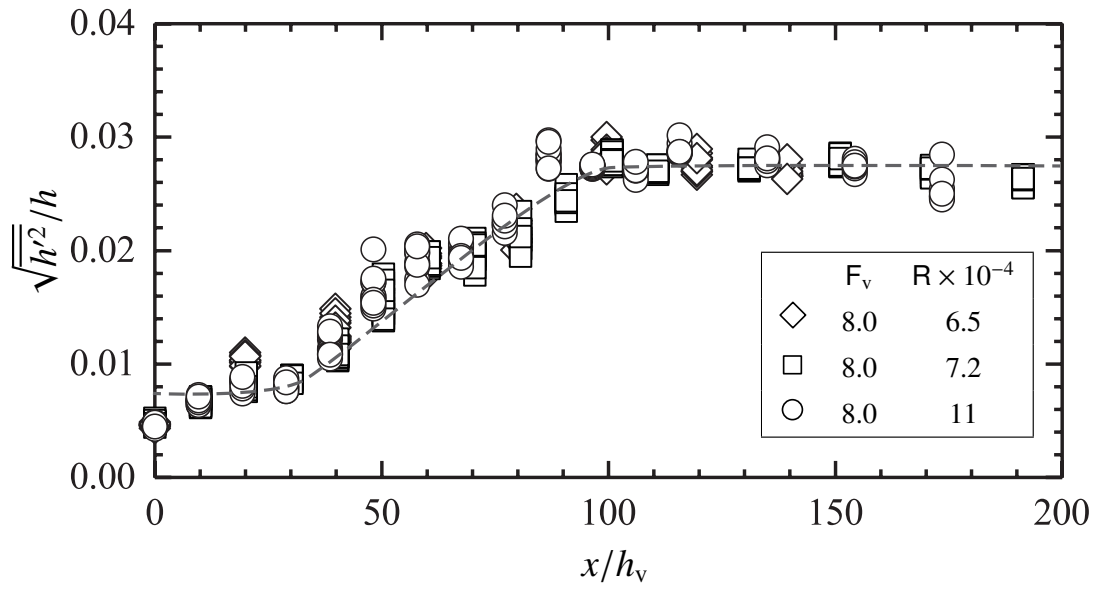


図 2-134 水面変動の流下方向変化

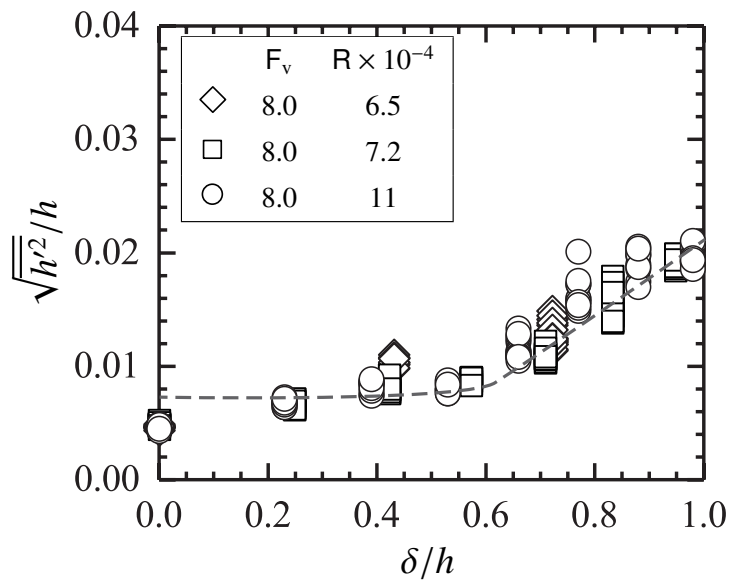
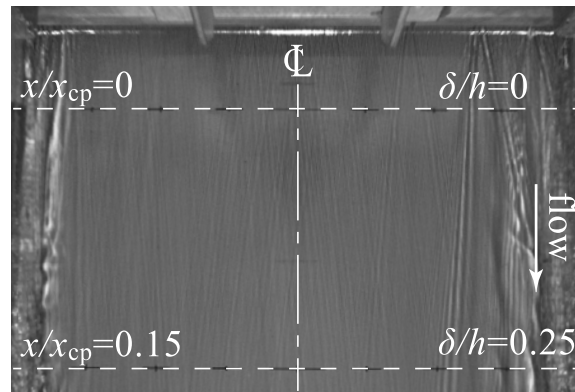
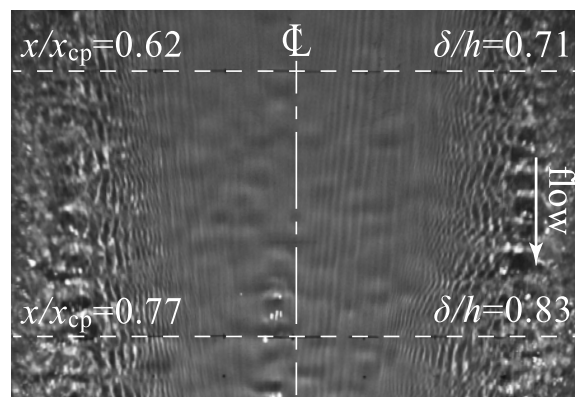


図 2-135 乱流境界層の発達状態と水面変動との関係 ($F_v = 8.0$)



(a) $0 \leq \delta/h \leq 0.25$



(b) $0.71 \leq \delta/h \leq 0.83$

図 2-136 乱流境界層発達中の射流の水面の静止画 ($F_v = 8.0, R = 7.2 \times 10^4$) ; 静止画内に記載された x/x_{cp} と δ/h は第 2.4 節の解析計算方法より求められた値である。

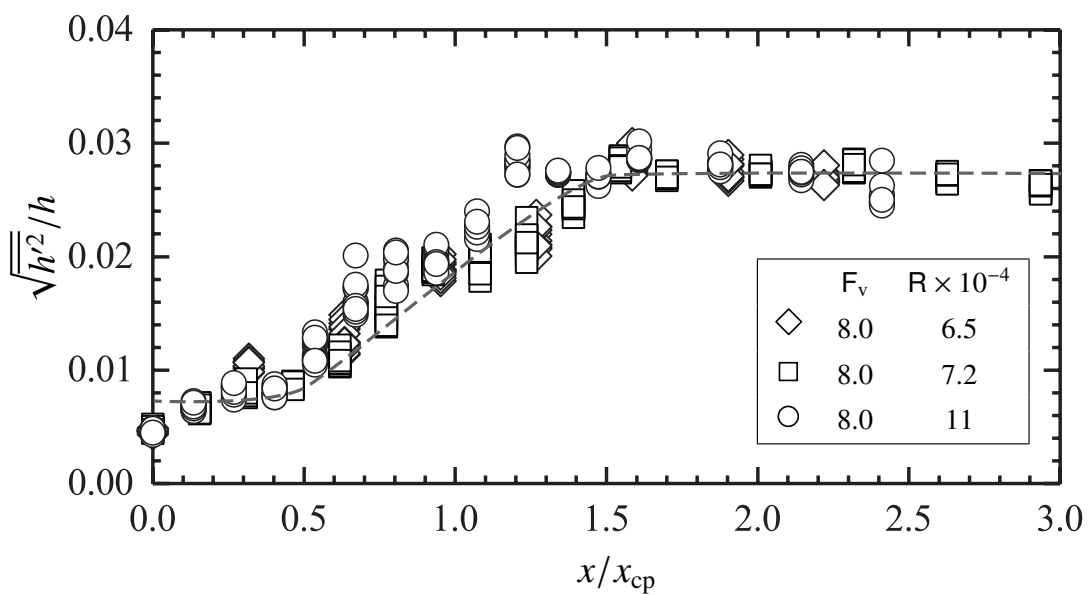


図 2-137 水面変動の流下方向変化

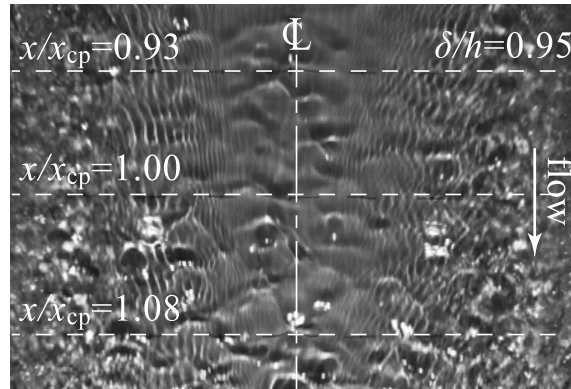
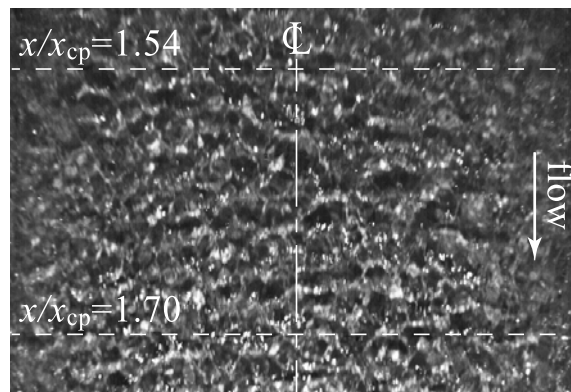
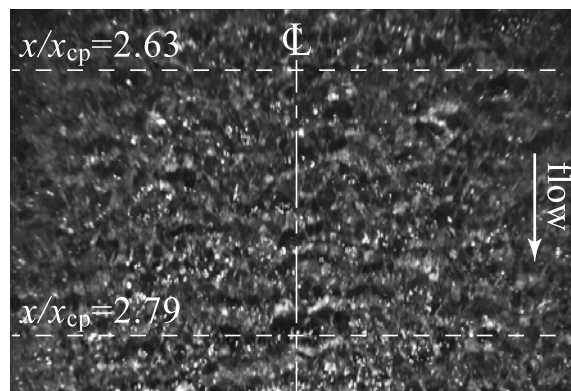
(a) $0.93 \lesssim x/x_{cp} \lesssim 1.1$ (b) $1.5 \lesssim x/x_{cp} \lesssim 1.7$ (c) $2.6 \lesssim x/x_{cp} \lesssim 2.8$

図 2-138 Critical point より下流側の射流の水面の静止画 ($F_v = 8.0$, $R = 7.2 \times 10^4$) ; 静止画内に記載された x/x_{cp} と δ/h は第 2.4 節の解析計算方法より求められた値である.

2.6.2.3 任意断面のフルード数 F_1 を一定にした場合

射流の水面形と乱流境界層の発達状況の解析計算方法（第2.4.1項参照）を用いると、与えられたレイノルズ数 R に対して、任意の相対距離 x/h_v でのフルード数 F_1 と乱流境界層発達状態 δ/h_1 とを解析的に求めることが可能である。そこで、同一のレイノルズ数 R に対して、フルード数 F_1 が一定となる場合の相対的な水面変動 $\sqrt{h'^2}/h_1$ を

$$\frac{\sqrt{h'^2}}{h_1} = f\left(R, F_1, \frac{\delta}{h_1}\right) \quad (2.163)$$

の関係で整理した結果を図2-139に示す。図中の破線は傾向線を示す。図2-139に示されるように、与えられた F_1 と R に対して、 $0 \leq \delta/h_1 \leq 0.7$ では、 δ/h_1 の大きさによらず、 $\sqrt{h'^2}/h_1$ は大略一定の値を示す。 $0.7 \leq \delta/h_1 < 1$ では、 δ/h_1 の値の増加とともに $\sqrt{h'^2}/h_1$ の値は大きくなる。これは、UDおよびPD_{0.5}では、水面は滑らかで凹凸と変動が認められず [図2-141(a), 図2-141(b) 参照]、PD_{0.8}の水面に凹凸と変動が間欠的に生じ始めていること [図2-141(c) 参照] と対応している [22]。このことは、空気流の場合の平板上の乱流境界層において、乱流境界層内の乱れは $y = 1.2\delta$ まで間欠的に影響を及ぼすこと [39] と類似な現象が生じ、 $y = 1.2\delta = 1.2 \times 0.8h_1 = 0.96h_1 \approx h_1$ 、つまり水面付近まで乱流境界層内の乱れの影響を受けたためと推察される。一方、PD_{0.5}の場合は $y = 1.2\delta = 1.2 \times 0.5h_1 = 0.6h_1 < h_1$ であるから、水面付近まで乱流境界層内の乱れの影響を受けなかったため、水面に凹凸と変動が認められなかったものと推察される。

同一のレイノルズ数 R に対して、フルード数 F_1 が一定となる場合の相対的な水面変動 $\sqrt{h'^2}/h_1$ を

$$\frac{\sqrt{h'^2}}{h_1} = f\left(R, F_1, \frac{x_1}{x_{cp}}\right) \quad (2.164)$$

の関係で整理した結果を図2-140に示す。図中の破線は傾向線を示す。ここに、 x_1 は縮流部から F_1 が得られる任意断面までの流下距離である。図2-140に示されるように、与えられた F_1 と R に対して、 $0 \leq x_1/x_{cp} \leq 0.6$ では、 x_1/x_{cp} の値によらず $\sqrt{h'^2}/h_1$ の値は大略一定で小さい。 $0.6 \leq x_1/x_{cp} \leq 1.5$ では x_1/x_{cp} の値の増加とともに $\sqrt{h'^2}/h_1$ の値は大きくなり、 $x_1/x_{cp} \geq 1.5$ では $\sqrt{h'^2}/h_1$ の値は概ね一定になっている。これは、UDとPDに比べて、FD($x_1/x_{cp} = 1.7$)では、水面の凹凸と変動の大きいことが観察された結果 [22] と対応する (図2-141参照)。すなわち、与えられた F_1 と R に対して、 $x_1/x_{cp} \geq 1.5$ では相対的な水面変動 $\sqrt{h'^2}/h_1$ の値は概ね一定で大きい値を示し、水面付近の乱れ強さの値が開水路乱流で等流の場合と同程度になっていることから、ゲート下流側の射流において $x_1/x_{cp} \geq 1.5$ の場合、流れは十分に発達した状態 (fully developed flow) になっている。

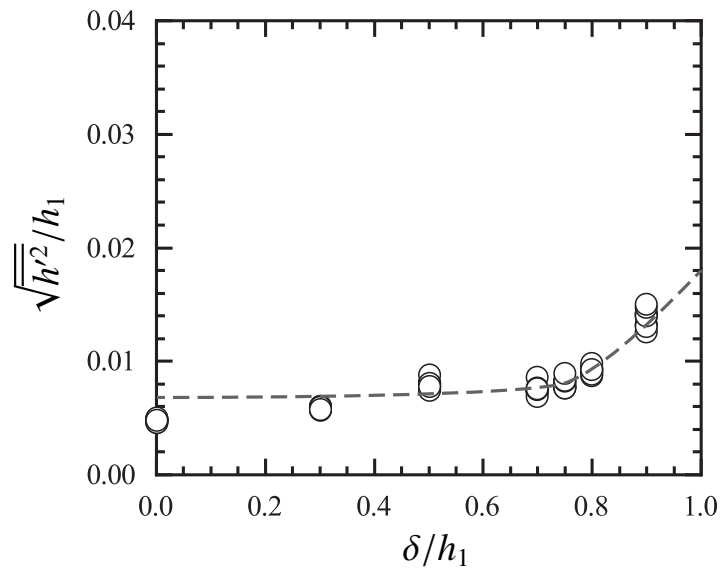


図 2-139 乱流境界層の発達状態と水面変動との関係 ($F_1 = 7.2, R = 6.2 \times 10^4$)

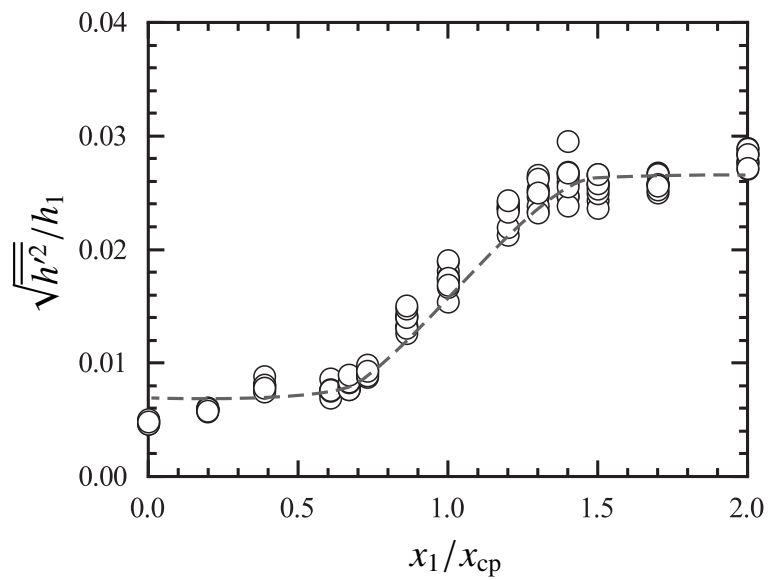
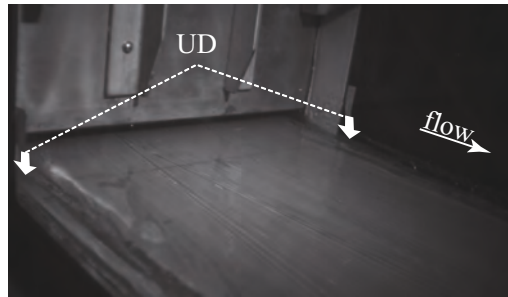


図 2-140 水面変動の流下方向変化 ($F_1 = 7.2, R = 6.2 \times 10^4$)



(a) Undeveloped flow (UD)

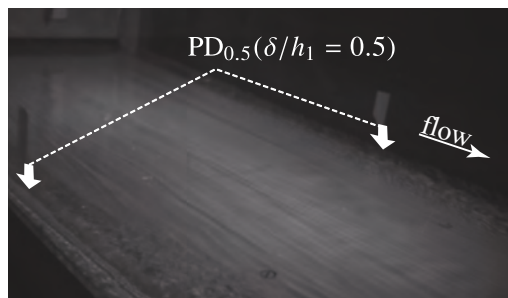
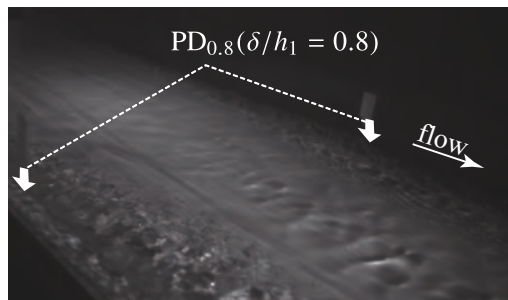
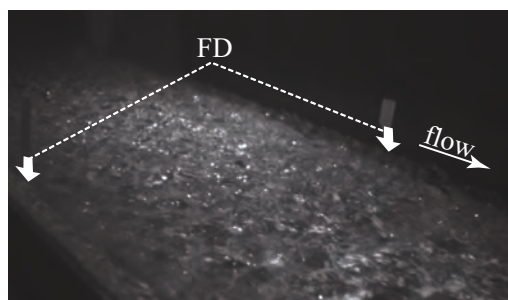
(b) Partially developed flow with $\delta/h_1 = 0.5$ ($PD_{0.5}$)(c) Partially developed flow with $\delta/h_1 = 0.8$ ($PD_{0.8}$)(d) Fully developed flow (FD) at $x_1/x_{cp} = 1.7$

図 2-141 射流の水面の静止画の一例 ($F_1 = 7.2, R = 6.2 \times 10^4$) ; Takahashi and Ohtsu (2017)^[22] より転載

2.7 まとめ

長方形断面水平水路のスルースゲートから流出する射流の水理特性について解析的検討と実験的検討を行なった。以下に本章で得られた成果を要約して示す。

1. 乱流境界層発達中の射流における流下方向流速の分布は、乱流境界層内では概ね $1/7$ 乗則で近似され、乱流境界層外では $\bar{u}/U = 1$ で一定となる。また、乱流境界層が水面に到達した断面 (critical point) より下流側の射流の流速分布は、概ね $1/7$ 乗則で近似される。
2. 非圧縮性・粘性流体で二次元定流の場合、乱流境界層内に適用されたレイノルズ方程式を境界層近似によって簡素化すると、式 (2.60) と式 (2.61) が示される。これらの式より、水平開水路流においても平板上の空気流の場合で導出されているカルマンの運動量積分方程式と同じ結果が式 (2.75) のように得られる。
3. 与えられた縮流部のフルード数 F_v とレイノルズ数 R に対して、乱流境界層発達中の射流の相対水深 h/h_v は式 (2.31) と式 (2.78) より求められる。また、相対的な乱流境界層厚 δ/h_v は式 (2.78) と式 (2.79) より求められる。
4. 乱流境界層発達中の射流の断面①②間の検査領域にエネルギー方程式を適用して乱れの生成項と乱れの消散項とが結びつくことを示し、エネルギー消散厚と損失水頭との関係を示した。乱流境界層発達中の射流のエネルギー損失を式 (2.129) を用いて解析的に算出可能であることが示された。
5. 射流の乱れ強さ分布について、 $0 < x/x_{cp} \leq 1.5$ では、射流中の乱れは発達中の状態 (developing flow) であることが示された。また、 $x/x_{cp} \geq 1.5$ では、射流の乱れ強さ分布は開水路等流の場合の乱れ強さ分布と同程度となっていることが示された。すなわち、ゲート下流の射流において、 $x/x_{cp} \geq 1.5$ では開水路等流のように乱れが十分発達した状態 (fully developed flow) になっている。
6. 相対的な水面変動 $\sqrt{h'}/h$ の流下方向変化の実測値と高速度ビデオカメラによる水面の流況の観察結果より、射流の水面変動は critical point の断面 ($x/x_{cp} = 1$) では発達中であり、 $x/x_{cp} \geq 1.5$ になると十分発達した状態になっていることが示された。これは、射流の乱れ強さ分布が開水路等流の場合と同程度になっている x/x_{cp} の範囲と対応している。
7. 乱流境界層の発達状況、乱れ強さ分布、水面変動の流下方向変化の結果より、スルースゲート下流側の射流を乱流境界層が未発達の状態 (undeveloped flow)、発達中の状態 (developing flow)、十分発達した状態 (fully developed flow) の3つに区分した。

第3章

流入射流の境界層発達状態による跳水特性の変化

3.1 まえがき

跳水は、ゲートを有する水理構造物の下流側やダム・堰などの落差構造物において、射流の速度水頭を減少させるために利用される場合がある。跳水型減勢工の水工設計のためには、射流のエネルギー減勢に必要な跳水の長さを合理的に決定し、水叩部に作用する底面剪断応力の大きさを知ることが重要である。水平水叩部の設計では、跳水長の実験式に基づいて水叩部の長さを決定するが、実験式によって跳水終端断面の定義が異なるため、跳水長の推定値は実験式によって異なる。すなわち、跳水の長さや跳水内部のエネルギー収支との関係を明確にして、従来より提案されている跳水長の実験式を検証する必要がある。

スルースゲート下流側に形成される射流では、縮流部 [vena contracta, 図 3-1(a) 参照] が形成される。縮流部では底面極近傍を除いて流速が一様分布となる^{[9],[28]}。縮流部の下流側では乱流境界層が流下とともに発達し、やがて水面に到達して critical point^[9] が生じる。図 3-1(a) に示されるように、critical point より下流側の射流に跳水始端が位置する場合は、fully developed inflow condition (FD と略す) の跳水と呼ばれている^[22]。一方、図 3-1(b) に示されるように、跳水始端が縮流部に位置する場合は、undeveloped inflow condition (UD と略す) の跳水と呼ばれている^[22]。さらに、乱流境界層が発達中の射流に跳水始端が位置する場合は、partially developed inflow condition (PD と略す) の跳水と呼ばれている^[22]。

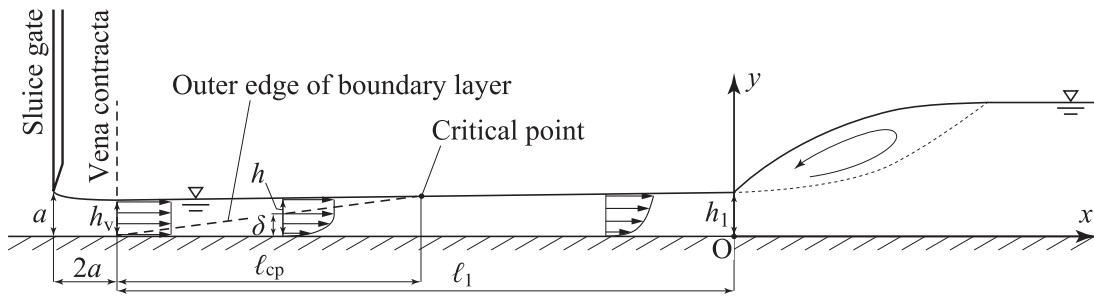
長方形断面水平水路の自由跳水について、Resch and Leutheusser^[10] は、UD の跳水と FD の跳水とでは、跳水内部の流速特性および空気混入特性に違いのあることを示した。しかしながら、これらはレイノルズ数の小さい水理模型実験における熱線流速計による

計測結果に基づいている。自由跳水は表面渦を伴い空気泡が取り込まれる局所流であるため、熱線流速計による流速の測定精度に検討の余地がある。Leutheusser and Kartha^[11]は、与えられた跳水始端のフルード数に対して、自由跳水の跳水長はUDの跳水のほうがFDの跳水よりも短くなることを示したが、この理由は十分に説明されていない。Takahashi and Ohtsu^[22]は、与えられた跳水始端のフルード数とレイノルズ数に対して、UDの跳水とFDの跳水とでは、跳水内部の空気混入率の大きさと分布に違いの生じることを明確にした。Felder et al.^[41]は、リモートセンシング技術である light detection and ranging (LiDAR) を用いて、自由跳水の水表面形状を測定し、FDの跳水とPDの跳水とでは自由跳水の水表面形状に相違のあることを示した。また、Felder et al.^[41]は、LiDARによる自由跳水の水表面形状の測定結果に基づき、跳水による損失水頭はFDの跳水ほうがPDの跳水よりも大きいことを述べた^[41]。しかしながら、跳水の水表面形状の測定結果のみで跳水による損失水頭の大きさを評価しており、跳水によるエネルギー減勢の物理的機構に着目していないことから、跳水による損失水頭の大きさと流入射流の乱流境界層発達状態との関係は不明確である。以上のように、跳水現象を解明するために、跳水の水理特性に対する流入射流の境界層発達状態の影響を知ることが必要である^{[20],[42],[43]}。

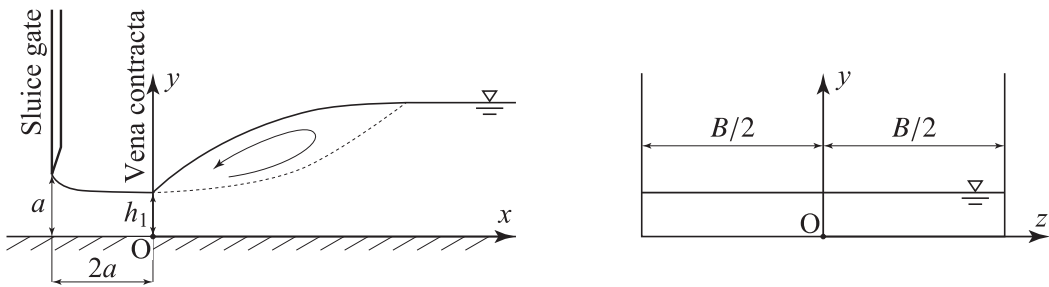
Rouse et al.^[44]は、air flow modelでの実験によって、跳水内部の流速・乱れ強さ・エネルギー収支を検討した。しかしながら、跳水を空気流でモデル化した実験による検討であるため、水流の場合については不明である。Ohtsu et al.^[13]は、跳水下流側断面での乱れの対流項を示したものの、跳水内部のエネルギー収支に対して流入射流の境界層発達状態の影響は考慮されていない。

本章では、長方形断面水平水路のスルースゲート下流側に形成される射流を始端とする自由跳水を対象に、自由跳水の水理特性について解明したことを示す。跳水を検査領域に選び、平均流のエネルギー方程式および変動流のエネルギー方程式を適用して、跳水内部のエネルギー収支と跳水の長さとの関係を説明した^{[17],[18],[20]}。また、跳水を検査領域に選び運動量方程式を適用し、検査領域に作用する底面剪断応力とレイノルズ応力の影響を考慮して、跳水始端・終端の水深間の関係を示した^[18]。流れの基礎方程式に基づく跳水特性（エネルギー収支、跳水始端・終端の水深間の関係）を検証するため、左右対称で安定的な表面渦の形成される流況、すなわち、定常跳水を対象に、流入射流の境界層発達状態を変化させた実験を実施した。跳水内部の流速と乱れ強さの分布を明らかにし、これらの測定結果より、乱れの対流項と検査面に作用するレイノルズ応力による仕事を求め、跳水のエネルギー収支を実験的に明らかにした^{[17],[18]}。底面摩擦抵抗係数を間接測定^{[18],[19]}し、底面剪断応力とレイノルズ応力の影響を考慮した跳水始端・終端の水深間の関係を実証した^[18]。跳水のエネルギー収支の結果より、跳水型減勢工における跳水長の合理的な物理的意味は、跳水によるエネルギー損失が達成されるために必要な長さであることを再確認した^{[17],[18],[20]}。流入射流の乱流境界層が未発達の状態と十分発達

した状態によって、跳水の流速特性、乱れ強さ特性、底面摩擦抵抗係数の大きさに違いの生じることを明確にした [18],[19]。これらの実験結果を用いて、従来提案されている跳水長の実験式を検証し、水平水叩き長を水工設計するために有用な跳水長の実験式を示した [17]-[19]。



(a) Fully developed inflow condition (FD)



(b) Undeveloped inflow condition (UD)

図 3-1 スルースゲート下流側に形成される自由跳水の定義図

3.2 流れの基礎方程式の跳水への適用

3.2.1 跳水の長さとの関係

3.2.1.1 平均流のエネルギー方程式

非圧縮性・粘性流体で二次元定流の場合、レイノルズ方程式は、

$$\bar{u} \frac{\partial \bar{u}}{\partial x} + \bar{v} \frac{\partial \bar{u}}{\partial y} = X - \frac{1}{\rho} \frac{\partial \bar{p}}{\partial x} + \frac{1}{\rho} \left[\frac{\partial}{\partial x} \left(2\mu \frac{\partial \bar{u}}{\partial x} - \rho \overline{u'^2} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left\{ \mu \left(\frac{\partial \bar{u}}{\partial y} + \frac{\partial \bar{v}}{\partial x} \right) - \rho \overline{u'v'} \right\} \right] \quad (2.40)$$

$$\bar{u} \frac{\partial \bar{v}}{\partial x} + \bar{v} \frac{\partial \bar{v}}{\partial y} = Y - \frac{1}{\rho} \frac{\partial \bar{p}}{\partial y} + \frac{1}{\rho} \left[\frac{\partial}{\partial x} \left\{ \mu \left(\frac{\partial \bar{u}}{\partial y} + \frac{\partial \bar{v}}{\partial x} \right) - \rho \overline{u'v'} \right\} + \frac{\partial}{\partial y} \left(2\mu \frac{\partial \bar{v}}{\partial y} - \rho \overline{v'^2} \right) \right] \quad (2.41)$$

で示される^{[21],[37]}。レイノルズ方程式の x 方向成分 [式 (2.40)] の両辺に \bar{u} を乗じ、レイノルズ方程式の y 方向成分 [式 (2.41)] の両辺に \bar{v} を乗じて辺々を足し合わせると、

$$\begin{aligned} & \rho \bar{u} \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\bar{u}^2 + \bar{v}^2}{2} \right) + \rho \bar{v} \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{\bar{u}^2 + \bar{v}^2}{2} \right) \\ &= \rho (\bar{u}X + \bar{v}Y) - \left(\bar{u} \frac{\partial \bar{p}}{\partial x} + \bar{v} \frac{\partial \bar{p}}{\partial y} \right) \\ & \quad + \bar{u} \left\{ \frac{\partial}{\partial x} (-\rho \overline{u'^2}) + \frac{\partial}{\partial y} (-\rho \overline{u'v'}) \right\} + \bar{v} \left\{ \frac{\partial}{\partial x} (-\rho \overline{u'v'}) + \frac{\partial}{\partial y} (-\rho \overline{v'^2}) \right\} \end{aligned} \quad (3.1)$$

となる。ただし、式 (3.1) では粘性応力はレイノルズ応力に比べて小さく無視できるものと考えている。質量力ポテンシャル Ω が存在するとき、

$$X = -\frac{\partial \Omega}{\partial x}, \quad Y = -\frac{\partial \Omega}{\partial y} \quad (3.2)$$

の関係が示される。式 (3.2) と $\bar{V}^2 = \bar{u}^2 + \bar{v}^2$ を式 (3.1) に用いると、

$$\begin{aligned} & \rho \bar{u} \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\bar{V}^2}{2} \right) + \rho \bar{v} \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{\bar{V}^2}{2} \right) \\ &= -\rho \left(\bar{u} \frac{\partial \Omega}{\partial x} + \bar{v} \frac{\partial \Omega}{\partial y} \right) - \left(\bar{u} \frac{\partial \bar{p}}{\partial x} + \bar{v} \frac{\partial \bar{p}}{\partial y} \right) \\ & \quad + \bar{u} \left\{ \frac{\partial}{\partial x} (-\rho \overline{u'^2}) + \frac{\partial}{\partial y} (-\rho \overline{u'v'}) \right\} + \bar{v} \left\{ \frac{\partial}{\partial x} (-\rho \overline{u'v'}) + \frac{\partial}{\partial y} (-\rho \overline{v'^2}) \right\} \end{aligned} \quad (3.3)$$

となる。流線 s 上の微小区間の長さ $ds = (dx^2 + dy^2 + dz^2)^{0.5}$ と流速 $\bar{u}, \bar{v}, \bar{w}, \bar{V}$ との関係より、流線の式

$$\frac{\bar{u}}{dx} = \frac{\bar{v}}{dy} = \frac{\bar{w}}{dz} = \frac{\bar{V}}{ds} \quad (3.4)$$

が示されるから、式 (3.4) より、

$$\bar{u} = \frac{\bar{V}}{d\mathcal{J}} dx, \quad \bar{v} = \frac{\bar{V}}{d\mathcal{J}} dy, \quad \bar{w} = \frac{\bar{V}}{d\mathcal{J}} dz \quad (3.5)$$

の関係が得られる。式 (3.5) を式 (3.3) の左辺と右辺第一項と右辺第二項に代入して整理すると、

$$\begin{aligned} & \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\rho \bar{V}^2}{2} + \rho \Omega + \bar{p} \right) dx + \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{\rho \bar{V}^2}{2} + \rho \Omega + \bar{p} \right) dy \\ &= \left\{ \frac{\partial}{\partial x} (-\rho \bar{u}^2) + \frac{\partial}{\partial y} (-\rho \bar{u}' \bar{v}') \right\} \frac{\bar{u}}{\bar{V}} d\mathcal{J} + \left\{ \frac{\partial}{\partial x} (-\rho \bar{u}' \bar{v}') + \frac{\partial}{\partial y} (-\rho \bar{v}^2) \right\} \frac{\bar{v}}{\bar{V}} d\mathcal{J} \end{aligned} \quad (3.6)$$

あるいは、

$$\begin{aligned} & d \left(\frac{\rho \bar{V}^2}{2} + \rho \Omega + \bar{p} \right) \\ &= \left\{ \bar{\rho} \bar{u}^2 \frac{\partial \bar{u}}{\partial x} + \bar{\rho} \bar{v}^2 \frac{\partial \bar{v}}{\partial y} + \bar{\rho} \bar{u}' \bar{v}' \left(\frac{\partial \bar{u}}{\partial y} + \frac{\partial \bar{v}}{\partial x} \right) \right\} \frac{1}{\bar{V}} d\mathcal{J} \\ & \quad - \left\{ \frac{\partial}{\partial x} (\bar{u} \bar{\rho} \bar{u}^2 + \bar{v} \bar{\rho} \bar{u}' \bar{v}') + \frac{\partial}{\partial y} (\bar{u} \bar{\rho} \bar{u}' \bar{v}' + \bar{v} \bar{\rho} \bar{v}^2) \right\} \frac{1}{\bar{V}} d\mathcal{J} \end{aligned} \quad (3.7)$$

となる。式 (3.7) を流線上の 2 点 \mathcal{J}_1 から \mathcal{J}_x まで流線に沿って積分すると、

$$\begin{aligned} & \int_{\mathcal{J}_1}^{\mathcal{J}_x} d \left(\frac{\rho \bar{V}^2}{2} + \rho \Omega + \bar{p} \right) \\ &= \int_{\mathcal{J}_1}^{\mathcal{J}_x} \left\{ \bar{\rho} \bar{u}^2 \frac{\partial \bar{u}}{\partial x} + \bar{\rho} \bar{v}^2 \frac{\partial \bar{v}}{\partial y} + \bar{\rho} \bar{u}' \bar{v}' \left(\frac{\partial \bar{u}}{\partial y} + \frac{\partial \bar{v}}{\partial x} \right) \right\} \frac{1}{\bar{V}} d\mathcal{J} \\ & \quad - \int_{\mathcal{J}_1}^{\mathcal{J}_x} \left\{ \frac{\partial}{\partial x} (\bar{u} \bar{\rho} \bar{u}^2 + \bar{v} \bar{\rho} \bar{u}' \bar{v}') + \frac{\partial}{\partial y} (\bar{u} \bar{\rho} \bar{u}' \bar{v}' + \bar{v} \bar{\rho} \bar{v}^2) \right\} \frac{1}{\bar{V}} d\mathcal{J} \end{aligned} \quad (3.8)$$

となる。微小流管での流量 dQ は、連続の式より流線 \mathcal{J} に無関係であるから、

$$dQ = \bar{V} ds = \text{const.} \quad (3.9)$$

となる。すなわち、式 (3.8) より、

$$\begin{aligned} & \int_{\mathcal{J}_1}^{\mathcal{J}_x} d \left(\frac{\rho \bar{V}^2}{2} + \rho \Omega + \bar{p} \right) dQ \\ &= \int_{\mathcal{J}_1}^{\mathcal{J}_x} \left\{ \bar{\rho} \bar{u}^2 \frac{\partial \bar{u}}{\partial x} + \bar{\rho} \bar{v}^2 \frac{\partial \bar{v}}{\partial y} + \bar{\rho} \bar{u}' \bar{v}' \left(\frac{\partial \bar{u}}{\partial y} + \frac{\partial \bar{v}}{\partial x} \right) \right\} \frac{1}{\bar{V}} d\mathcal{J} dQ \\ & \quad - \int_{\mathcal{J}_1}^{\mathcal{J}_x} \left\{ \frac{\partial}{\partial x} (\bar{u} \bar{\rho} \bar{u}^2 + \bar{v} \bar{\rho} \bar{u}' \bar{v}') + \frac{\partial}{\partial y} (\bar{u} \bar{\rho} \bar{u}' \bar{v}' + \bar{v} \bar{\rho} \bar{v}^2) \right\} \frac{1}{\bar{V}} d\mathcal{J} dQ \end{aligned} \quad (3.10)$$

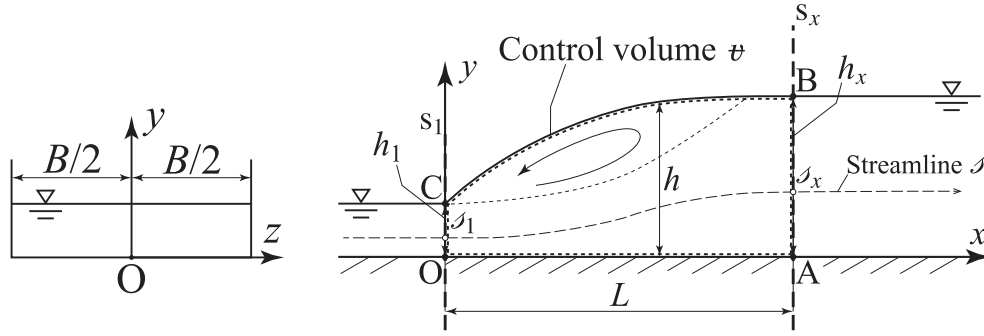


図 3-2 検査領域の定義図

となる。微小流管の流量 dQ を流管全体で寄せ集めるため、図 3-2 に示される OABC を検査領域 (control volume) θ に選び、式 (3.10) を検査領域で体積分すると、

$$\begin{aligned}
 & \int_Q \int_{J_1}^{J_x} d \left(\frac{\rho \bar{V}^2}{2} + \rho \Omega + \bar{p} \right) dQ \\
 &= \int_Q \int_{J_1}^{J_x} \left\{ \overline{\rho u'^2} \frac{\partial \bar{u}}{\partial x} + \overline{\rho v'^2} \frac{\partial \bar{v}}{\partial y} + \overline{\rho u'v'} \left(\frac{\partial \bar{u}}{\partial y} + \frac{\partial \bar{v}}{\partial x} \right) \right\} \frac{1}{\bar{V}} dJ dQ \\
 & \quad - \int_Q \int_{J_1}^{J_x} \left\{ \frac{\partial}{\partial x} (\bar{u} \overline{\rho u'^2} + \bar{v} \overline{\rho u'v'}) + \frac{\partial}{\partial y} (\bar{u} \overline{\rho u'v'} + \bar{v} \overline{\rho v'^2}) \right\} \frac{1}{\bar{V}} dJ dQ
 \end{aligned} \tag{3.11}$$

となる。式 (3.11) の左辺については、

$$\begin{aligned}
 & \int_Q \int_{J_1}^{J_x} d \left(\frac{\rho \bar{V}^2}{2} + \rho \Omega + \bar{p} \right) dQ \\
 &= \int_Q dQ \int_{J_1}^{J_x} \left(\frac{\rho \bar{V}^2}{2} + \rho \Omega + \bar{p} \right) \\
 &= \int_{s_x} \left(\frac{\rho \bar{V}^2}{2} + \rho \Omega + \bar{p} \right) \bar{V} ds - \int_{s_1} \left(\frac{\rho \bar{V}^2}{2} + \rho \Omega + \bar{p} \right) \bar{V} ds
 \end{aligned} \tag{3.12}$$

のように整理される。 $dJ dQ = \bar{V} dJ ds = \bar{V} d\theta$ であるから、式 (3.11) の右辺第一項については、

$$\begin{aligned}
 & \int_Q \int_{J_1}^{J_x} \left\{ \overline{\rho u'^2} \frac{\partial \bar{u}}{\partial x} + \overline{\rho v'^2} \frac{\partial \bar{v}}{\partial y} + \overline{\rho u'v'} \left(\frac{\partial \bar{u}}{\partial y} + \frac{\partial \bar{v}}{\partial x} \right) \right\} \frac{1}{\bar{V}} dJ dQ \\
 &= \int_{\theta} \left\{ \overline{\rho u'^2} \frac{\partial \bar{u}}{\partial x} + \overline{\rho v'^2} \frac{\partial \bar{v}}{\partial y} + \overline{\rho u'v'} \left(\frac{\partial \bar{u}}{\partial y} + \frac{\partial \bar{v}}{\partial x} \right) \right\} d\theta
 \end{aligned} \tag{3.13}$$

のように整理される．式 (3.11) の右辺第二項については， $d\mathcal{A}dQ = \bar{V}d\mathfrak{t}$ とガウスの発散定理 [式 (2.115)] を用いると，

$$\begin{aligned}
& - \int_Q \int_{s_1}^{s_x} \left\{ \frac{\partial}{\partial x} (\bar{u}\rho\bar{u}^2 + \bar{v}\rho\bar{u}'\bar{v}') + \frac{\partial}{\partial y} (\bar{u}\rho\bar{u}'\bar{v}' + \bar{v}\rho\bar{v}^2) \right\} \frac{1}{\bar{V}} d\mathcal{A}dQ \\
& = - \int_{\mathfrak{t}} \left\{ \frac{\partial}{\partial x} (\bar{u}\rho\bar{u}^2 + \bar{v}\rho\bar{u}'\bar{v}') + \frac{\partial}{\partial y} (\bar{u}\rho\bar{u}'\bar{v}' + \bar{v}\rho\bar{v}^2) \right\} d\mathfrak{t} \\
& = - \int_s \left\{ (\bar{u}\rho\bar{u}^2 + \bar{v}\rho\bar{u}'\bar{v}') \cos(x, n_0) + (\bar{u}\rho\bar{u}'\bar{v}' + \bar{v}\rho\bar{v}^2) \cos(y, n_0) \right\} ds
\end{aligned} \tag{3.14}$$

となる．すなわち，式 (3.12)，式 (3.13)，式 (3.14) を式 (3.11) に代入すると，

$$\begin{aligned}
& \int_{s_x} \left(\frac{\rho\bar{V}^2}{2} + \rho\Omega + \bar{p} \right) \bar{V} ds - \int_{s_1} \left(\frac{\rho\bar{V}^2}{2} + \rho\Omega + \bar{p} \right) \bar{V} ds \\
& = \int_{\mathfrak{t}} \left\{ \rho\bar{u}^2 \frac{\partial\bar{u}}{\partial x} + \rho\bar{v}^2 \frac{\partial\bar{v}}{\partial y} + \rho\bar{u}'\bar{v}' \left(\frac{\partial\bar{u}}{\partial y} + \frac{\partial\bar{v}}{\partial x} \right) \right\} d\mathfrak{t} \\
& \quad - \int_s \left\{ (\bar{u}\rho\bar{u}^2 + \bar{v}\rho\bar{u}'\bar{v}') \cos(x, n_0) + (\bar{u}\rho\bar{u}'\bar{v}' + \bar{v}\rho\bar{v}^2) \cos(y, n_0) \right\} ds
\end{aligned} \tag{3.15}$$

となる．式 (3.15) の両辺を $\rho g Q$ で除して水頭で表示し， $\bar{V} = \bar{u}$ として整理すると，

$$\begin{aligned}
& \frac{1}{\rho g Q} \int_{s_x} \left(\frac{\rho\bar{u}^2}{2} \right) \bar{u} ds + \frac{1}{\rho g Q} \int_{s_x} (\rho\Omega + \bar{p}) \bar{u} ds \\
& - \frac{1}{\rho g Q} \int_{s_1} \left(\frac{\rho\bar{u}^2}{2} \right) \bar{u} ds - \frac{1}{\rho g Q} \int_{s_1} (\rho\Omega + \bar{p}) \bar{u} ds \\
& = \frac{1}{\rho g Q} \int_{\mathfrak{t}} \left\{ \rho\bar{u}^2 \frac{\partial\bar{u}}{\partial x} + \rho\bar{v}^2 \frac{\partial\bar{v}}{\partial y} + \rho\bar{u}'\bar{v}' \left(\frac{\partial\bar{u}}{\partial y} + \frac{\partial\bar{v}}{\partial x} \right) \right\} d\mathfrak{t} \\
& \quad - \frac{1}{\rho g Q} \int_s \left\{ (\bar{u}\rho\bar{u}^2 + \bar{v}\rho\bar{u}'\bar{v}') \cos(x, n_0) + (\bar{u}\rho\bar{u}'\bar{v}' + \bar{v}\rho\bar{v}^2) \cos(y, n_0) \right\} ds
\end{aligned} \tag{3.16}$$

となる．ここで，式 (3.16) の左辺第一項と左辺第三項については，

$$\begin{aligned}
\frac{1}{\rho g Q} \int_s \left(\frac{\rho\bar{u}^2}{2} \right) \bar{u} ds & = \frac{U_{\text{ave}}^2}{2g} \int_A \left(\frac{\bar{u}}{U_{\text{ave}}} \right)^3 \frac{dA}{A} \\
& = \frac{U_{\text{ave}}^2}{2g} \int_0^h \left(\frac{\bar{u}}{U_{\text{ave}}} \right)^3 \frac{dy}{h} \\
& = \alpha \frac{U_{\text{ave}}^2}{2g}
\end{aligned} \tag{3.17}$$

の関係を用いて整理し、式(3.16)の左辺第二項と左辺第四項については、

$$\begin{aligned}
 \frac{1}{\rho g Q} \int_s (\rho \Omega + \bar{p}) \bar{u} \, ds &= \frac{1}{\rho g Q} \int_A \{ \rho g y + \rho g (h - y) + \Delta \bar{p} \} \bar{u} \, dA \\
 &= \frac{1}{Q} \int_A \left(h - \frac{\Delta \bar{p}}{\rho g} \right) \bar{u} \, dA \\
 &= h \left(1 + \frac{1}{Qh} \int_A \frac{\Delta \bar{p}}{\rho g} \bar{u} \, dA \right) \\
 &= \lambda h
 \end{aligned} \tag{3.18}$$

の関係を用いて整理すると、式(3.16)は、

$$\begin{aligned}
 \alpha_1 \frac{U_{ave1}^2}{2g} + \lambda_1 h_1 &= \alpha_x \frac{U_{ave_x}^2}{2g} + \lambda_x h_x \\
 &+ \frac{1}{\rho g Q} \int_s \{ (\bar{u} \rho \bar{u}'^2 + \bar{v} \rho \bar{v}'^2) \cos(x, n_0) + (\bar{u} \rho \bar{u}' \bar{v}' + \bar{v} \rho \bar{v}'^2) \cos(y, n_0) \} \, ds \\
 &- \frac{1}{\rho g Q} \int_{\#} \left\{ \rho \bar{u}'^2 \frac{\partial \bar{u}}{\partial x} + \rho \bar{v}'^2 \frac{\partial \bar{v}}{\partial y} + \rho \bar{u}' \bar{v}' \left(\frac{\partial \bar{u}}{\partial y} + \frac{\partial \bar{v}}{\partial x} \right) \right\} \, d\#
 \end{aligned} \tag{3.19}$$

となる。ここに、 $\alpha_1 \left[= \int_0^{h_1} \left(\frac{\bar{u}}{U_{ave1}} \right)^3 \frac{dy}{h_1} \right]$ は跳水始端断面 s_1 のエネルギー補正係数、 U_{ave1} は断面 s_1 の断面平均流速、 h_1 は断面 s_1 の水深、 $\alpha_x \left[= \int_0^{h_x} \left(\frac{\bar{u}}{U_{ave_x}} \right)^3 \frac{dy}{h_x} \right]$ は断面 s_x のエネルギー補正係数、 U_{ave_x} は断面 s_x の断面平均流速、 h_x は断面 s_x の水深、 λ_1 と λ_x は断面 s_1 と断面 s_x のピエゾ水頭補正係数 $\lambda \left[= 1 + \frac{1}{Qh} \int_A \frac{\Delta \bar{p}}{\rho g} \bar{u} \, dA \right]$ 、 $\Delta \bar{p} [= \bar{p} - \rho g (h - y)]$ は静水圧分布からのそれ (deviation) である。式(3.19)の右辺第三項については、検査領域表面の方向余弦 (表3-1 参照) を考慮すると、

$$\begin{aligned}
 &\frac{1}{\rho g Q} \int_s \{ (\bar{u} \rho \bar{u}'^2 + \bar{v} \rho \bar{v}'^2) \cos(x, n_0) + (\bar{u} \rho \bar{u}' \bar{v}' + \bar{v} \rho \bar{v}'^2) \cos(y, n_0) \} \, ds \\
 &= \frac{1}{\rho g Q} \left[- \int_{s_1} (\bar{u} \rho \bar{u}'^2 + \bar{v} \rho \bar{v}'^2) \, ds + \int_{s_x} (\bar{u} \rho \bar{u}'^2 + \bar{v} \rho \bar{v}'^2) \, ds \right. \\
 &\quad \left. + \int_{s_{BC}} \{ (\bar{u} \rho \bar{u}'^2 + \bar{v} \rho \bar{v}'^2) \cos(x, n_0) + (\bar{u} \rho \bar{u}' \bar{v}' + \bar{v} \rho \bar{v}'^2) \cos(y, n_0) \} \, ds \right]
 \end{aligned} \tag{3.20}$$

となる。式(3.20)を式(3.19)に代入し、水表面でのレイノルズ応力を無視できるものとする、

$$\begin{aligned}
 \alpha_1 \frac{U_{ave1}^2}{2g} + \lambda_1 h_1 &= \alpha_x \frac{U_{ave_x}^2}{2g} + \lambda_x h_x \\
 &+ \frac{1}{\rho g Q} \left[- \int_{s_1} (\bar{u} \rho \bar{u}'^2 + \bar{v} \rho \bar{v}'^2) \, ds + \int_{s_x} (\bar{u} \rho \bar{u}'^2 + \bar{v} \rho \bar{v}'^2) \, ds \right] \\
 &- \frac{1}{\rho g Q} \int_{\#} \left\{ \rho \bar{u}'^2 \frac{\partial \bar{u}}{\partial x} + \rho \bar{v}'^2 \frac{\partial \bar{v}}{\partial y} + \rho \bar{u}' \bar{v}' \left(\frac{\partial \bar{u}}{\partial y} + \frac{\partial \bar{v}}{\partial x} \right) \right\} \, d\#
 \end{aligned} \tag{3.21}$$

表 3-1 各検査面の方向余弦

	$\cos(x, n_0)$	$\cos(y, n_0)$
断面 s_1 (OC 面)	-1	0
断面 s_x (AB 面)	1	0
底面 s_{OA} (OA 面)	0	-1
水表面 s_{BC} (BC 面)	値あり	値あり

となる。断面 s_1 と断面 s_x での流線の曲がりの影響が小さい場合、断面 s_1 と断面 s_x の圧力は静水圧分布であるものと考えられる。 $\lambda_1 = \lambda_x = 1$ とし、 $\bar{u} \gg \bar{v}$ として \bar{v} を無視すると、

$$\alpha_1 \frac{U_{ave1}^2}{2g} + h_1 = \alpha_x \frac{U_{avex}^2}{2g} + h_x + \frac{1}{\rho g Q} \left[- \int_{s_1} (\bar{u} \rho \bar{u}^2) ds + \int_{s_x} (\bar{u} \rho \bar{u}^2) ds \right] - \frac{1}{\rho g Q} \int_{\theta} \left\{ \rho \bar{u}^2 \frac{\partial \bar{u}}{\partial x} + \rho \bar{v}^2 \frac{\partial \bar{v}}{\partial y} + \rho \bar{u}' \bar{v}' \left(\frac{\partial \bar{u}}{\partial y} + \frac{\partial \bar{v}}{\partial x} \right) \right\} d\theta \quad (3.22)$$

あるいは、

$$H_1 = H_x - \frac{1}{\rho g q} \int_0^{h_1} (\rho \bar{u}^2) \bar{u} dy + \frac{1}{\rho g q} \int_0^{h_x} (\rho \bar{u}^2) \bar{u} dy - \frac{1}{\rho g q} \int_0^L \int_0^h \left[\rho (\bar{u}^2 - \bar{v}^2) \frac{\partial \bar{u}}{\partial x} + \rho \bar{u}' \bar{v}' \left(\frac{\partial \bar{u}}{\partial y} + \frac{\partial \bar{v}}{\partial x} \right) \right] dy dx \quad (3.23)$$

となり、検査領域 θ に適用された平均流のエネルギー方程式^{[13],[44],[45]}の水頭表示が示される^{[17],[18]}。ここに、 $H_1 \left[= \alpha_1 \frac{U_{ave1}^2}{2g} + h_1 \right]$ は跳水始端断面 ($x = 0$, 断面 s_1 , 図 3-2 参照) での全水頭、 $H_x \left[= \alpha_x \frac{U_{avex}^2}{2g} + h_x \right]$ は任意な下流側断面 ($x = L$, 断面 s_x , 図 3-2 参照) での全水頭、 L は跳水始端断面から任意な下流側断面までの流下距離である。式 (3.23) について、右辺第二項は跳水始端断面 (断面 s_1) に作用するレイノルズ応力による仕事の水頭表示 $[(Rs.)_1]$ と略す、右辺第三項は任意な下流側断面 (断面 s_x) に作用するレイノルズ応力による仕事の水頭表示 $[(Rs.)_x]$ と略す、右辺第四項は乱れの生成項の水頭表示 (Pro. と略す) である。略記で整理すると、式 (3.23) は、

$$H_1 = H_x + (Rs.)_1 + (Rs.)_x + Pro. \quad (3.24)$$

で示される。

3.2.1.2 変動流のエネルギー方程式

定流の場合のナビエ・ストークスの方程式 [式 (2.34), 式 (2.35), 式 (2.36)] に $u = \bar{u} + u'$, $v = \bar{v} + v'$, $w = \bar{w} + w'$, $p = \bar{p} + p'$ を代入し、 x 方向成分に u' を、 y 方向成分に v' を、 z

方向成分に w' を乗じて辺々を足し合わせ、時間平均すると、

$$\begin{aligned}
& \rho \left\{ \frac{\partial}{\partial x} \left(\bar{u} \frac{\overline{V'^2}}{2} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\bar{v} \frac{\overline{V'^2}}{2} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(\bar{w} \frac{\overline{V'^2}}{2} \right) \right\} \\
& + \rho \left\{ \overline{u' \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{V'^2}{2} \right)} + \overline{v' \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{V'^2}{2} \right)} + \overline{w' \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{V'^2}{2} \right)} \right\} \\
= & - \left(\overline{u' \frac{\partial p'}{\partial x}} + \overline{v' \frac{\partial p'}{\partial y}} + \overline{w' \frac{\partial p'}{\partial z}} \right) \\
& + \left[\overline{\frac{\partial}{\partial x} \left\{ u' 2\mu \frac{\partial u'}{\partial x} + v' \mu \left(\frac{\partial u'}{\partial y} + \frac{\partial v'}{\partial x} \right) + w' \mu \left(\frac{\partial u'}{\partial z} + \frac{\partial w'}{\partial x} \right) \right\}} \right. \\
& + \overline{\frac{\partial}{\partial y} \left\{ u' \mu \left(\frac{\partial u'}{\partial y} + \frac{\partial v'}{\partial x} \right) + v' 2\mu \frac{\partial v'}{\partial y} + w' \mu \left(\frac{\partial v'}{\partial z} + \frac{\partial w'}{\partial y} \right) \right\}} \\
& \left. + \overline{\frac{\partial}{\partial z} \left\{ u' \mu \left(\frac{\partial u'}{\partial z} + \frac{\partial w'}{\partial x} \right) + v' \mu \left(\frac{\partial v'}{\partial z} + \frac{\partial w'}{\partial y} \right) + w' 2\mu \frac{\partial w'}{\partial z} \right\}} \right] \\
& - \mu \left\{ \left(\frac{\partial u'}{\partial y} + \frac{\partial v'}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial u'}{\partial z} + \frac{\partial w'}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial v'}{\partial z} + \frac{\partial w'}{\partial y} \right)^2 + 2 \left(\frac{\partial u'}{\partial x} \right)^2 + 2 \left(\frac{\partial v'}{\partial y} \right)^2 + 2 \left(\frac{\partial w'}{\partial z} \right)^2 \right\} \\
& + \left\{ -\overline{\rho u'^2} \frac{\partial \bar{u}}{\partial x} - \overline{\rho v'^2} \frac{\partial \bar{v}}{\partial y} - \overline{\rho w'^2} \frac{\partial \bar{w}}{\partial z} - \overline{\rho u' v'} \left(\frac{\partial \bar{u}}{\partial y} + \frac{\partial \bar{v}}{\partial x} \right) - \overline{\rho u' w'} \left(\frac{\partial \bar{u}}{\partial z} + \frac{\partial \bar{w}}{\partial x} \right) - \overline{\rho v' w'} \left(\frac{\partial \bar{v}}{\partial z} + \frac{\partial \bar{w}}{\partial y} \right) \right\}
\end{aligned} \tag{3.25}$$

となる。ここに、 $V'^2 = u'^2 + v'^2 + w'^2$ である。流線の式より式 (3.5) の関係を得られるので、式 (3.5) を式 (3.25) に代入すると、

$$\begin{aligned}
& \left\{ \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\rho \overline{V'^2}}{2} \right) dx + \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{\rho \overline{V'^2}}{2} \right) dy + \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{\rho \overline{V'^2}}{2} \right) dz \right\} \\
& + \left\{ \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{u' \rho \overline{V'^2}}{2} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{v' \rho \overline{V'^2}}{2} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{w' \rho \overline{V'^2}}{2} \right) \right\} \frac{d\mathcal{J}}{\bar{V}} \\
= & - \left(\frac{\partial \overline{u' p'}}{\partial x} + \frac{\partial \overline{v' p'}}{\partial y} + \frac{\partial \overline{w' p'}}{\partial z} \right) \frac{d\mathcal{J}}{\bar{V}} \\
& + \left[\overline{\frac{\partial}{\partial x} \left\{ u' 2\mu \frac{\partial u'}{\partial x} + v' \mu \left(\frac{\partial u'}{\partial y} + \frac{\partial v'}{\partial x} \right) + w' \mu \left(\frac{\partial u'}{\partial z} + \frac{\partial w'}{\partial x} \right) \right\}} \right. \\
& + \overline{\frac{\partial}{\partial y} \left\{ u' \mu \left(\frac{\partial u'}{\partial y} + \frac{\partial v'}{\partial x} \right) + v' 2\mu \frac{\partial v'}{\partial y} + w' \mu \left(\frac{\partial v'}{\partial z} + \frac{\partial w'}{\partial y} \right) \right\}} \\
& \left. + \overline{\frac{\partial}{\partial z} \left\{ u' \mu \left(\frac{\partial u'}{\partial z} + \frac{\partial w'}{\partial x} \right) + v' \mu \left(\frac{\partial v'}{\partial z} + \frac{\partial w'}{\partial y} \right) + w' 2\mu \frac{\partial w'}{\partial z} \right\}} \right] \frac{d\mathcal{J}}{\bar{V}} \\
& - \mu \left[2 \left\{ \left(\frac{\partial u'}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial v'}{\partial y} \right)^2 + \left(\frac{\partial w'}{\partial z} \right)^2 \right\} + \left(\frac{\partial u'}{\partial y} + \frac{\partial v'}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial u'}{\partial z} + \frac{\partial w'}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial v'}{\partial z} + \frac{\partial w'}{\partial y} \right)^2 \right] \frac{d\mathcal{J}}{\bar{V}} \\
& - \left\{ \overline{\rho u'^2} \frac{\partial \bar{u}}{\partial x} + \overline{\rho v'^2} \frac{\partial \bar{v}}{\partial y} + \overline{\rho w'^2} \frac{\partial \bar{w}}{\partial z} + \overline{\rho u' v'} \left(\frac{\partial \bar{u}}{\partial y} + \frac{\partial \bar{v}}{\partial x} \right) + \overline{\rho u' w'} \left(\frac{\partial \bar{u}}{\partial z} + \frac{\partial \bar{w}}{\partial x} \right) + \overline{\rho v' w'} \left(\frac{\partial \bar{v}}{\partial z} + \frac{\partial \bar{w}}{\partial y} \right) \right\} \frac{d\mathcal{J}}{\bar{V}}
\end{aligned} \tag{3.26}$$

となる. 式 (3.26) を流線上の 2 点 \mathcal{J}_1 から \mathcal{J}_x まで流線に沿って積分すると,

$$\begin{aligned}
& \int_{\mathcal{J}_1}^{\mathcal{J}_x} d\left(\frac{\overline{\rho V'^2}}{2}\right) \\
& + \int_{\mathcal{J}_1}^{\mathcal{J}_x} \left\{ \frac{\partial}{\partial x} \left(u' \frac{\overline{\rho V'^2}}{2} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(v' \frac{\overline{\rho V'^2}}{2} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(w' \frac{\overline{\rho V'^2}}{2} \right) \right\} \frac{d\mathcal{J}}{\overline{V}} \\
= & - \int_{\mathcal{J}_1}^{\mathcal{J}_x} \left(\frac{\partial \overline{u' p'}}{\partial x} + \frac{\partial \overline{v' p'}}{\partial y} + \frac{\partial \overline{w' p'}}{\partial z} \right) \frac{d\mathcal{J}}{\overline{V}} \\
& + \int_{\mathcal{J}_1}^{\mathcal{J}_x} \left[\frac{\partial}{\partial x} \left\{ u' 2\mu \frac{\partial u'}{\partial x} + v' \mu \left(\frac{\partial u'}{\partial y} + \frac{\partial v'}{\partial x} \right) + w' \mu \left(\frac{\partial u'}{\partial z} + \frac{\partial w'}{\partial x} \right) \right\} \right. \\
& \quad + \frac{\partial}{\partial y} \left\{ u' \mu \left(\frac{\partial u'}{\partial y} + \frac{\partial v'}{\partial x} \right) + v' 2\mu \frac{\partial v'}{\partial y} + w' \mu \left(\frac{\partial v'}{\partial z} + \frac{\partial w'}{\partial y} \right) \right\} \\
& \quad \left. + \frac{\partial}{\partial z} \left\{ u' \mu \left(\frac{\partial u'}{\partial z} + \frac{\partial w'}{\partial x} \right) + v' \mu \left(\frac{\partial v'}{\partial z} + \frac{\partial w'}{\partial y} \right) + w' 2\mu \frac{\partial w'}{\partial z} \right\} \right] \frac{d\mathcal{J}}{\overline{V}} \\
& - \int_{\mathcal{J}_1}^{\mathcal{J}_x} \mu \left[2 \left\{ \left(\frac{\partial u'}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial v'}{\partial y} \right)^2 + \left(\frac{\partial w'}{\partial z} \right)^2 \right\} + \left(\frac{\partial u'}{\partial y} + \frac{\partial v'}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial u'}{\partial z} + \frac{\partial w'}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial v'}{\partial z} + \frac{\partial w'}{\partial y} \right)^2 \right] \frac{d\mathcal{J}}{\overline{V}} \\
& - \int_{\mathcal{J}_1}^{\mathcal{J}_x} \left\{ \overline{\rho u'^2} \frac{\partial \overline{u}}{\partial x} + \overline{\rho v'^2} \frac{\partial \overline{v}}{\partial y} + \overline{\rho w'^2} \frac{\partial \overline{w}}{\partial z} + \overline{\rho u' v'} \left(\frac{\partial \overline{u}}{\partial y} + \frac{\partial \overline{v}}{\partial x} \right) + \overline{\rho u' w'} \left(\frac{\partial \overline{u}}{\partial z} + \frac{\partial \overline{w}}{\partial x} \right) + \overline{\rho v' w'} \left(\frac{\partial \overline{v}}{\partial z} + \frac{\partial \overline{w}}{\partial y} \right) \right\} \frac{d\mathcal{J}}{\overline{V}} \\
& \tag{3.27}
\end{aligned}$$

となる. 二次元的定流では $\overline{w} = 0$ かつ $\partial(\overline{\quad})/\partial z = 0$ であるから, これを考慮して式 (3.27) を整理すると,

$$\begin{aligned}
& - \int_{\mathcal{J}_1}^{\mathcal{J}_x} \left\{ \overline{\rho u'^2} \frac{\partial \overline{u}}{\partial x} + \overline{\rho v'^2} \frac{\partial \overline{v}}{\partial y} + \overline{\rho u' v'} \left(\frac{\partial \overline{u}}{\partial y} + \frac{\partial \overline{v}}{\partial x} \right) \right\} \frac{d\mathcal{J}}{\overline{V}} \\
= & \int_{\mathcal{J}_1}^{\mathcal{J}_x} d\left(\frac{\overline{\rho V'^2}}{2}\right) \\
& + \int_{\mathcal{J}_1}^{\mathcal{J}_x} \left\{ \frac{\partial}{\partial x} \left(u' \frac{\overline{\rho V'^2}}{2} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(v' \frac{\overline{\rho V'^2}}{2} \right) \right\} \frac{d\mathcal{J}}{\overline{V}} \\
& + \int_{\mathcal{J}_1}^{\mathcal{J}_x} \mu \left[2 \left\{ \left(\frac{\partial u'}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial v'}{\partial y} \right)^2 + \left(\frac{\partial w'}{\partial z} \right)^2 \right\} + \left(\frac{\partial u'}{\partial y} + \frac{\partial v'}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial u'}{\partial z} + \frac{\partial w'}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial v'}{\partial z} + \frac{\partial w'}{\partial y} \right)^2 \right] \frac{d\mathcal{J}}{\overline{V}} \\
& + \int_{\mathcal{J}_1}^{\mathcal{J}_x} \left(\frac{\partial \overline{u' p'}}{\partial x} + \frac{\partial \overline{v' p'}}{\partial y} + \frac{\partial \overline{w' p'}}{\partial z} \right) \frac{d\mathcal{J}}{\overline{V}} \\
& - \int_{\mathcal{J}_1}^{\mathcal{J}_x} \left[\frac{\partial}{\partial x} \left\{ u' 2\mu \frac{\partial u'}{\partial x} + v' \mu \left(\frac{\partial u'}{\partial y} + \frac{\partial v'}{\partial x} \right) + w' \mu \left(\frac{\partial u'}{\partial z} + \frac{\partial w'}{\partial x} \right) \right\} \right. \\
& \quad \left. + \frac{\partial}{\partial y} \left\{ u' \mu \left(\frac{\partial u'}{\partial y} + \frac{\partial v'}{\partial x} \right) + v' 2\mu \frac{\partial v'}{\partial y} + w' \mu \left(\frac{\partial v'}{\partial z} + \frac{\partial w'}{\partial y} \right) \right\} \right] \frac{d\mathcal{J}}{\overline{V}} \\
& \tag{3.28}
\end{aligned}$$

となる．乱れの運動エネルギー flux [式 (3.28) の右辺第二項]，変動圧力による仕事 [式 (3.28) の右辺第四項]，乱れの粘性応力による仕事 [式 (3.28) の右辺第五項] を無視^{[44],[46]} し，微小流管での流量 $dQ = \bar{V}ds$ [式 (3.9)] は流線 \mathcal{J} に無関係であるから，

$$\begin{aligned}
& - \int_{\mathcal{J}_1}^{\mathcal{J}_x} \left\{ \overline{\rho u'^2} \frac{\partial \bar{u}}{\partial x} + \overline{\rho v'^2} \frac{\partial \bar{v}}{\partial y} + \overline{\rho u'v'} \left(\frac{\partial \bar{u}}{\partial y} + \frac{\partial \bar{v}}{\partial x} \right) \right\} \frac{1}{\bar{V}} d\mathcal{J} dQ \\
& = \int_{\mathcal{J}_1}^{\mathcal{J}_x} d \left(\frac{\rho \bar{V}^2}{2} \right) dQ \\
& + \int_{\mathcal{J}_1}^{\mathcal{J}_x} \mu \left[2 \left\{ \left(\frac{\partial u'}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial v'}{\partial y} \right)^2 + \left(\frac{\partial w'}{\partial z} \right)^2 \right\} + \left(\frac{\partial u'}{\partial y} + \frac{\partial v'}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial u'}{\partial z} + \frac{\partial w'}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial v'}{\partial z} + \frac{\partial w'}{\partial y} \right)^2 \right] \frac{1}{\bar{V}} d\mathcal{J} dQ
\end{aligned} \tag{3.29}$$

となる．微小流管の流量 dQ を流管全体で寄せ集めるため，式 (3.29) を検査領域 \mathcal{V} (図 3-2) で体積分すると，

$$\begin{aligned}
& - \int_Q \int_{\mathcal{J}_1}^{\mathcal{J}_x} \left\{ \overline{\rho u'^2} \frac{\partial \bar{u}}{\partial x} + \overline{\rho v'^2} \frac{\partial \bar{v}}{\partial y} + \overline{\rho u'v'} \left(\frac{\partial \bar{u}}{\partial y} + \frac{\partial \bar{v}}{\partial x} \right) \right\} \frac{1}{\bar{V}} d\mathcal{J} dQ \\
& = \int_Q \int_{\mathcal{J}_1}^{\mathcal{J}_x} d \left(\frac{\rho \bar{V}^2}{2} \right) dQ \\
& + \int_Q \int_{\mathcal{J}_1}^{\mathcal{J}_x} \mu \left[2 \left\{ \left(\frac{\partial u'}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial v'}{\partial y} \right)^2 + \left(\frac{\partial w'}{\partial z} \right)^2 \right\} + \left(\frac{\partial u'}{\partial y} + \frac{\partial v'}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial u'}{\partial z} + \frac{\partial w'}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial v'}{\partial z} + \frac{\partial w'}{\partial y} \right)^2 \right] \frac{1}{\bar{V}} d\mathcal{J} dQ
\end{aligned} \tag{3.30}$$

となる． $d\mathcal{J}dQ = \bar{V}d\mathcal{V}$ であるから，式 (3.30) の左辺については，

$$\begin{aligned}
& - \int_Q \int_{\mathcal{J}_1}^{\mathcal{J}_x} \left\{ \overline{\rho u'^2} \frac{\partial \bar{u}}{\partial x} + \overline{\rho v'^2} \frac{\partial \bar{v}}{\partial y} + \overline{\rho u'v'} \left(\frac{\partial \bar{u}}{\partial y} + \frac{\partial \bar{v}}{\partial x} \right) \right\} \frac{1}{\bar{V}} d\mathcal{J} dQ \\
& = - \int_{\mathcal{V}} \left\{ \overline{\rho u'^2} \frac{\partial \bar{u}}{\partial x} + \overline{\rho v'^2} \frac{\partial \bar{v}}{\partial y} + \overline{\rho u'v'} \left(\frac{\partial \bar{u}}{\partial y} + \frac{\partial \bar{v}}{\partial x} \right) \right\} d\mathcal{V}
\end{aligned} \tag{3.31}$$

となる．式 (3.30) の右辺第一項については，

$$\begin{aligned}
& \int_Q \int_{\mathcal{J}_1}^{\mathcal{J}_x} d \left(\frac{\rho \bar{V}^2}{2} \right) dQ \\
& = \int_Q dQ \int_{\mathcal{J}_1}^{\mathcal{J}_x} d \left(\frac{\rho \bar{V}^2}{2} \right) \\
& = - \int_{s_1} \left(\frac{\rho \bar{V}^2}{2} \right) \bar{V} ds + \int_{s_x} \left(\frac{\rho \bar{V}^2}{2} \right) \bar{V} ds
\end{aligned} \tag{3.32}$$

となる．式 (3.30) の右辺第二項については，

$$\begin{aligned} & \int_Q \int_{s_1}^{s_x} \mu \left[2 \left\{ \left(\frac{\partial u'}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial v'}{\partial y} \right)^2 + \left(\frac{\partial w'}{\partial z} \right)^2 \right\} + \left(\frac{\partial u'}{\partial y} + \frac{\partial v'}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial u'}{\partial z} + \frac{\partial w'}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial v'}{\partial z} + \frac{\partial w'}{\partial y} \right)^2 \right] \frac{1}{\bar{V}} d\mathcal{Q} \\ &= \int_{\mathcal{E}} \mu \left[2 \left\{ \left(\frac{\partial u'}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial v'}{\partial y} \right)^2 + \left(\frac{\partial w'}{\partial z} \right)^2 \right\} + \left(\frac{\partial u'}{\partial y} + \frac{\partial v'}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial u'}{\partial z} + \frac{\partial w'}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial v'}{\partial z} + \frac{\partial w'}{\partial y} \right)^2 \right] d\mathcal{E} \end{aligned} \quad (3.33)$$

となる．すなわち，式 (3.31)，式 (3.32)，式 (3.33) を式 (3.30) に代入すると，

$$\begin{aligned} & - \int_{\mathcal{E}} \left\{ \overline{\rho u'^2} \frac{\partial \bar{u}}{\partial x} + \overline{\rho v'^2} \frac{\partial \bar{v}}{\partial y} + \overline{\rho u'v'} \left(\frac{\partial \bar{u}}{\partial y} + \frac{\partial \bar{v}}{\partial x} \right) \right\} d\mathcal{E} \\ &= - \int_{s_1} \left(\frac{\overline{\rho V'^2}}{2} \right) \bar{V} ds + \int_{s_x} \left(\frac{\overline{\rho V'^2}}{2} \right) \bar{V} ds \\ &+ \int_{\mathcal{E}} \mu \left[2 \left\{ \left(\frac{\partial u'}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial v'}{\partial y} \right)^2 + \left(\frac{\partial w'}{\partial z} \right)^2 \right\} + \left(\frac{\partial u'}{\partial y} + \frac{\partial v'}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial u'}{\partial z} + \frac{\partial w'}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial v'}{\partial z} + \frac{\partial w'}{\partial y} \right)^2 \right] d\mathcal{E} \end{aligned} \quad (3.34)$$

となる．式 (3.34) の両辺を $\rho g Q$ で除して水頭で表示し， $\bar{V} = \bar{u}$ として整理すると，

$$\begin{aligned} & - \frac{1}{\rho g Q} \int_{\mathcal{E}} \left\{ \overline{\rho u'^2} \frac{\partial \bar{u}}{\partial x} + \overline{\rho v'^2} \frac{\partial \bar{v}}{\partial y} + \overline{\rho u'v'} \left(\frac{\partial \bar{u}}{\partial y} + \frac{\partial \bar{v}}{\partial x} \right) \right\} d\mathcal{E} \\ &= \frac{1}{\rho g Q} \left\{ - \int_{s_1} \left(\rho \frac{\overline{V'^2}}{2} \right) \bar{u} ds + \int_{s_x} \left(\rho \frac{\overline{V'^2}}{2} \right) \bar{u} ds \right\} \\ &+ \frac{1}{\rho g Q} \int_{\mathcal{E}} \mu \left[2 \left\{ \left(\frac{\partial u'}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial v'}{\partial y} \right)^2 + \left(\frac{\partial w'}{\partial z} \right)^2 \right\} + \left(\frac{\partial u'}{\partial y} + \frac{\partial v'}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial u'}{\partial z} + \frac{\partial w'}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial v'}{\partial z} + \frac{\partial w'}{\partial y} \right)^2 \right] d\mathcal{E} \end{aligned} \quad (3.35)$$

あるいは，

$$\begin{aligned} & - \frac{1}{\rho g q} \int_0^L \int_0^h \left\{ \rho (\overline{u'^2} - v'^2) \frac{\partial \bar{u}}{\partial x} + \overline{\rho u'v'} \left(\frac{\partial \bar{u}}{\partial y} + \frac{\partial \bar{v}}{\partial x} \right) \right\} dy dx \\ &= - \frac{1}{\rho g q} \int_0^{h_1} \left(\rho \frac{\overline{V'^2}}{2} \right) \bar{u} dy + \frac{1}{\rho g q} \int_0^{h_x} \left(\rho \frac{\overline{V'^2}}{2} \right) \bar{u} dy \\ &+ \frac{1}{\rho g q} \int_0^L \int_0^h \mu \left[2 \left\{ \left(\frac{\partial u'}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial v'}{\partial y} \right)^2 + \left(\frac{\partial w'}{\partial z} \right)^2 \right\} + \left(\frac{\partial u'}{\partial y} + \frac{\partial v'}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial u'}{\partial z} + \frac{\partial w'}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial v'}{\partial z} + \frac{\partial w'}{\partial y} \right)^2 \right] dy dx \end{aligned} \quad (3.36)$$

となり，検査領域 \mathcal{E} に適用された変動流のエネルギー方程式^{[13],[44],[45]}の水頭表示が示される^{[17],[18]}．式 (3.36) について，左辺は乱れの生成項の水頭表示 (Pro.)，右辺第一項は跳水始端断面 (断面 s_1) の乱れの対流項の水頭表示 [(Con.)₁ と略す]，右辺第二項は任意な

下流側断面（断面 s_x ）の乱れの対流項の水頭表示 $[(\text{Con.})_x]$ と略す]，右辺第三項は乱れの粘性消散項の水頭表示（Dis. と略す）である．略記で整理すると，式 (3.36) は，

$$\text{Pro.} = (\text{Con.})_1 + (\text{Con.})_x + \text{Dis.} \tag{3.37}$$

で示される．

3.2.1.3 エネルギー方程式に基づく跳水長の物理的意味

平均流のエネルギー方程式の水頭表示 [式 (3.24)] および変動流のエネルギー方程式の水頭表示 [式 (3.37)] を用いると，

$$H_1 + (\text{Rs.})_1 + (\text{Con.})_1 = H_x + (\text{Rs.})_x + (\text{Con.})_x + \text{Dis.} \tag{3.38}$$

あるいは，

$$(H_T)_1 = H_x + (\text{Rs.})_x + (\text{Con.})_x + \text{Dis.} \tag{3.39}$$

となる（図 3-3 参照）．ここに， $(H_T)_1 [= H_1 + (\text{Rs.})_1 + (\text{Con.})_1]$ は跳水始端断面 s_1 における全水頭とレイノルズ応力による仕事の水頭表示と乱れの対流項の水頭表示との和である．式 (3.39) より，

$$(H_T)_1 - H_x = (\text{Rs.})_x + (\text{Con.})_x + \text{Dis.} \tag{3.40}$$

となる．式 (3.40) において $(\text{Rs.})_1$ と $(\text{Con.})_1$ がそれぞれ無視できるほど小さければ，

$$(H_T)_1 = H_1 \tag{3.41}$$

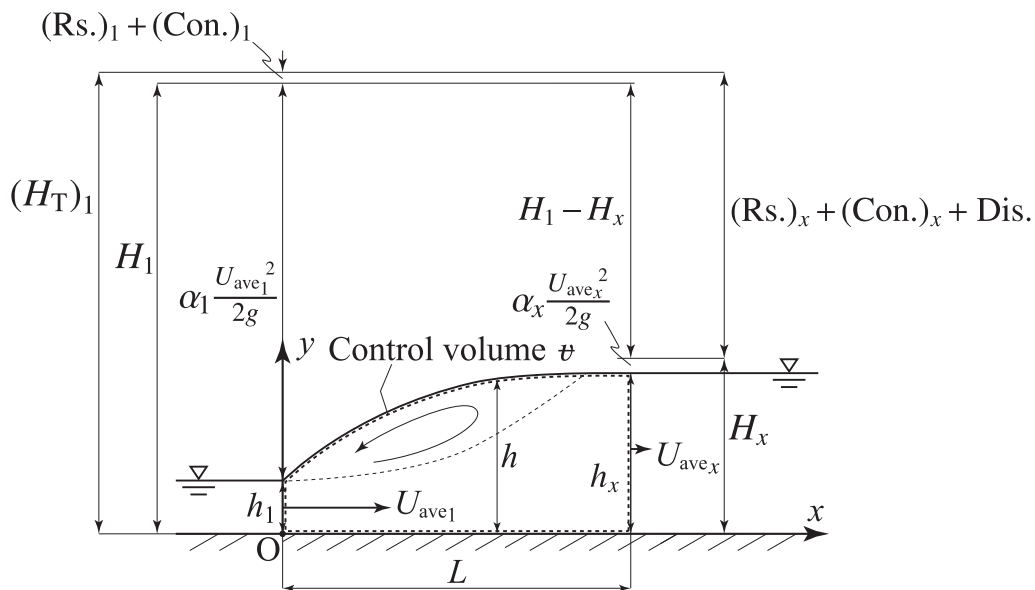


図 3-3 定義図

となる. 式 (3.41) を式 (3.40) に代入すると, 跳水始端断面 s_1 の全水頭 H_1 と任意な下流側断面 s_x の全水頭 H_x との差 ($H_1 - H_x$) は,

$$H_1 - H_x = (\text{Rs.})_x + (\text{Con.})_x + \text{Dis.} \quad (3.42)$$

となる. 式 (3.42) において $(\text{Rs.})_x$ と $(\text{Con.})_x$ がそれぞれ無視できるほど小さければ,

$$H_1 - H_x = \text{Dis.} \quad (3.43)$$

となり, 式 (3.43) が成立する任意な跳水下流側断面 $s_x(x = L)$ では, 跳水内部でエネルギー損失が達成されていることになる. すなわち, 式 (3.43) を満足する断面 s_x を跳水終端断面とすれば, 検査領域の流下方向長さ L (図 3-2, 図 3-3 参照) の物理的意味は, 跳水によるエネルギー損失が達成される長さとして解釈できる [12],[13],[17],[18],[20],[45].

3.2.2 跳水始端・終端の水深間の関係

非圧縮性・粘性流体で二次元定流の場合、レイノルズ方程式の x 方向成分は、

$$\bar{u} \frac{\partial \bar{u}}{\partial x} + \bar{v} \frac{\partial \bar{u}}{\partial y} = X - \frac{1}{\rho} \frac{\partial \bar{p}}{\partial x} + \frac{1}{\rho} \left[\frac{\partial}{\partial x} \left(2\mu \frac{\partial \bar{u}}{\partial x} - \rho \overline{u'^2} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left\{ \mu \left(\frac{\partial \bar{u}}{\partial y} + \frac{\partial \bar{v}}{\partial x} \right) - \rho \overline{u'v'} \right\} \right] \quad (2.40)$$

で示される [21],[37]。跳水始端・終端の水深間の関係を考えるため、図 3-4 に示される OABC を検査領域 (control volume) ϑ に選び、レイノルズ方程式の x 方向成分 [式 (2.40)] を検査領域に対して体積分すると、

$$\begin{aligned} \rho \int_{\vartheta} \left(\bar{u} \frac{\partial \bar{u}}{\partial x} + \bar{v} \frac{\partial \bar{u}}{\partial y} \right) d\vartheta &= \rho \int_{\vartheta} X d\vartheta - \int_{\vartheta} \frac{\partial \bar{p}}{\partial x} d\vartheta \\ &+ \int_{\vartheta} \frac{\partial}{\partial x} \left(2\mu \frac{\partial \bar{u}}{\partial x} - \rho \overline{u'^2} \right) d\vartheta + \int_{\vartheta} \frac{\partial}{\partial y} \left\{ \mu \left(\frac{\partial \bar{u}}{\partial y} + \frac{\partial \bar{v}}{\partial x} \right) - \rho \overline{u'v'} \right\} d\vartheta \end{aligned} \quad (3.44)$$

となる。式 (3.44) にガウスの発散定理 [式 (2.115)] を用いると、

$$\begin{aligned} \rho \int_s \{ \bar{u} \cos(x, n_0) + \bar{v} \cos(y, n_0) \} \bar{u} ds &= \rho \int_{\vartheta} X d\vartheta - \int_s \bar{p} \cos(x, n_0) ds \\ &+ \int_s \left(2\mu \frac{\partial \bar{u}}{\partial x} - \rho \overline{u'^2} \right) \cos(x, n_0) ds + \int_s \left\{ \mu \left(\frac{\partial \bar{u}}{\partial y} + \frac{\partial \bar{v}}{\partial x} \right) - \rho \overline{u'v'} \right\} \cos(y, n_0) ds \end{aligned} \quad (3.45)$$

となる。水平水路を対象としているため、 x 方向の単位質量あたりの質量力 $X = 0$ である。検査領域表面の方向余弦 (表 3-2 参照) を考慮し、水表面では $\{ \bar{u} \cos(x, n_0) + \bar{v} \cos(y, n_0) \} = 0$

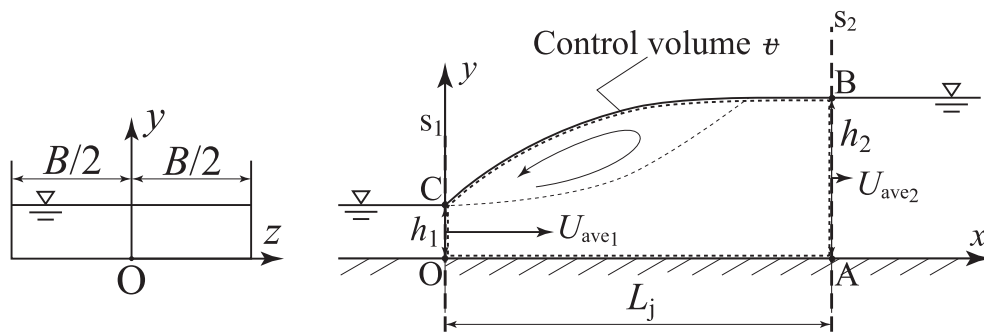


図 3-4 検査領域の定義図

表 3-2 各検査面の方向余弦

	$\cos(x, n_0)$	$\cos(y, n_0)$
断面 s_1 (OC 面)	-1	0
断面 s_2 (AB 面)	1	0
底面 s_{OA} (OA 面)	0	-1
水表面 s_{BC} (BC 面)	値あり	値あり

であるから、式 (3.45) は、

$$\begin{aligned}
-\rho \int_{s_1} \bar{u}^2 ds + \rho \int_{s_2} \bar{u}^2 ds &= \int_{s_1} \bar{p} ds - \int_{s_2} \bar{p} ds \\
&- \int_{s_1} \left(2\mu \frac{\partial \bar{u}}{\partial x} - \rho \bar{u}'^2 \right) ds + \int_{s_{BC}} \left(2\mu \frac{\partial \bar{u}}{\partial x} - \rho \bar{u}'^2 \right) \cos(x, n_0) ds + \int_{s_2} \left(2\mu \frac{\partial \bar{u}}{\partial x} - \rho \bar{u}'^2 \right) ds \\
&+ \int_{s_{BC}} \left\{ \mu \left(\frac{\partial \bar{u}}{\partial y} + \frac{\partial \bar{v}}{\partial x} \right) - \rho \bar{u}'\bar{v}' \right\} \cos(y, n_0) ds - \int_{s_{OA}} \bar{\tau}_0 ds
\end{aligned} \tag{3.46}$$

となる。ここに、 $\bar{\tau}_0 \left[= \mu \left(\frac{\partial \bar{u}}{\partial y} + \frac{\partial \bar{v}}{\partial x} \right) - \rho \bar{u}'\bar{v}' \right]$ は底面剪断応力である。流れは乱流であるため、粘性応力はレイノルズ応力に比べて小さく無視できるものと考え、式 (3.46) は、

$$\begin{aligned}
-\rho \int_{s_1} \bar{u}^2 ds + \rho \int_{s_2} \bar{u}^2 ds &= \int_{s_1} \bar{p} ds - \int_{s_2} \bar{p} ds \\
&- \int_{s_1} (-\rho \bar{u}'^2) ds + \int_{s_{BC}} (-\rho \bar{u}'^2) \cos(x, n_0) ds + \int_{s_2} (-\rho \bar{u}'^2) ds \\
&+ \int_{s_{BC}} (-\rho \bar{u}'\bar{v}') \cos(y, n_0) ds - \int_{s_{OA}} \bar{\tau}_0 ds
\end{aligned} \tag{3.47}$$

となる。水表面でのレイノルズ応力による表面力を無視できるものとする、式 (3.47) は、

$$\begin{aligned}
-\rho \int_{s_1} \bar{u}^2 ds + \rho \int_{s_2} \bar{u}^2 ds &= \int_{s_1} \bar{p} ds - \int_{s_2} \bar{p} ds \\
&- \int_{s_1} (-\rho \bar{u}'^2) ds + \int_{s_2} (-\rho \bar{u}'^2) ds - \int_{s_{OA}} \bar{\tau}_0 ds
\end{aligned} \tag{3.48}$$

となる。式 (3.48) の左辺については、

$$\begin{aligned}
&-\rho \int_{s_1} \bar{u}^2 ds + \rho \int_{s_2} \bar{u}^2 ds \\
&= -\rho U_{ave1}^2 B h_1 \int_0^{h_1} \left(\frac{\bar{u}}{U_{ave1}} \right)^2 \frac{dy}{h_1} + \rho U_{ave2}^2 B h_2 \int_0^{h_2} \left(\frac{\bar{u}}{U_{ave2}} \right)^2 \frac{dy}{h_2} \\
&= -\beta_1 \rho U_{ave1}^2 B h_1 + \beta_2 \rho U_{ave2}^2 B h_2
\end{aligned} \tag{3.49}$$

となる．ここに、 $\beta_1 \left[= \int_0^{h_1} \left(\frac{\bar{u}}{U_{ave1}} \right)^2 \frac{dy}{h_1} \right]$ と $\beta_2 \left[= \int_0^{h_2} \left(\frac{\bar{u}}{U_{ave2}} \right)^2 \frac{dy}{h_2} \right]$ は跳水始端断面 ($x = 0$, 断面 s_1 , 図 3-4 参照) と跳水終端断面 ($x = L_j$, 断面 s_2 , 図 3-4 参照) の運動量補正係数、 h_2 は跳水終端水深、 U_{ave2} は跳水終端断面の断面平均流速である．圧力 \bar{p} の静水圧分布からのそれ (deviation) を $\Delta\bar{p}$ とすると、

$$\bar{p} = \rho g(h - y) + \Delta\bar{p} \quad (3.50)$$

となり、断面の図心までの深さを y_G とすると、

$$\begin{aligned} \int_s \bar{p} ds &= \int_A \{ \rho g(h - y) + \Delta\bar{p} \} dA \\ &= \rho g y_G A + \int_A \Delta\bar{p} dA \end{aligned} \quad (3.51)$$

となる．圧力補正係数 λ' を

$$\int_s \bar{p} ds = \rho g y_G A + \int_A \Delta\bar{p} dA = \lambda' \rho g y_G A \quad (3.52)$$

のように定義すると、

$$\lambda' = 1 + \frac{1}{y_G A} \int_A \left(\frac{\Delta\bar{p}}{\rho g} \right) dA \quad (3.53)$$

となる．式 (3.53) を式 (3.48) の右辺第一項と第二項に用い、 $y_G = h/2$ と $A = Bh$ とを用いると、

$$\int_{s_1} \bar{p} ds - \int_{s_2} \bar{p} ds = \lambda'_1 \frac{1}{2} \rho g B h_1^2 - \lambda'_2 \frac{1}{2} \rho g B h_2^2 \quad (3.54)$$

となる．ここに、 λ'_1 と λ'_2 は断面 s_1 と断面 s_2 の圧力補正係数である．すなわち、式 (3.49) と式 (3.54) を式 (3.48) に用いると、

$$\begin{aligned} &\beta_2 \rho U_{ave2}^2 B h_2 - \beta_1 \rho U_{ave1}^2 B h_1 \\ &= \lambda'_1 \frac{1}{2} \rho g B h_1^2 - \lambda'_2 \frac{1}{2} \rho g B h_2^2 - \int_{s_1} (-\rho \overline{u^2}) ds + \int_{s_2} (-\rho \overline{u^2}) ds - \int_{s_{0A}} \bar{\tau}_0 ds \end{aligned} \quad (3.55)$$

あるいは、

$$\begin{aligned} &\beta_2 \rho U_{ave2}^2 B h_2 - \beta_1 \rho U_{ave1}^2 B h_1 \\ &= \lambda'_1 \frac{1}{2} \rho g B h_1^2 - \lambda'_2 \frac{1}{2} \rho g B h_2^2 + \int_0^{h_1} (\rho \overline{u^2}) B dy - \int_0^{h_2} (\rho \overline{u^2}) B dy - \int_0^{L_j} \bar{\tau}_0 B dx \end{aligned} \quad (3.56)$$

となる．断面 s_1 と断面 s_2 での流線の曲がりの影響が小さい場合、断面 s_1 と断面 s_2 の圧力は静水圧分布であるものと考えられる．よって、 $\lambda'_1 = \lambda'_2 = 1$ とすると、式 (3.56) は、

$$\begin{aligned} &\beta_2 \rho U_{ave2}^2 B h_2 - \beta_1 \rho U_{ave1}^2 B h_1 \\ &= \frac{1}{2} \rho g B h_1^2 - \frac{1}{2} \rho g B h_2^2 + \int_0^{h_1} (\rho \overline{u^2}) B dy - \int_0^{h_2} (\rho \overline{u^2}) B dy - \int_0^{L_j} \bar{\tau}_0 B dx \end{aligned} \quad (3.57)$$

となる [13],[18]. 式 (3.57) の両辺を跳水始端断面の全水圧 $\rho g B h_1^2 / 2$ で除し, 連続の式を用いて整理すると,

$$F_1^2 = \frac{\left[\left(\frac{h_2}{h_1} \right)^2 + S_f - 1 \right] \frac{h_2}{h_1}}{2 \left[(\beta_1 + \gamma_1 - \gamma_2) \frac{h_2}{h_1} - \beta_2 \right]} \quad (3.58)$$

が示される. ここに,

$$S_f = \frac{\int_0^{L_j} \bar{\tau}_0 dx}{\frac{1}{2} \rho g h_1^2}, \quad (3.59)$$

$$\beta_1 = \int_0^{h_1} \left(\frac{\bar{u}}{U_{ave1}} \right)^2 \frac{dy}{h_1}, \quad (3.60)$$

$$\beta_2 = \int_0^{h_2} \left(\frac{\bar{u}}{U_{ave2}} \right)^2 \frac{dy}{h_2}, \quad (3.61)$$

$$\gamma_1 = \frac{\int_0^{h_1} (\rho \bar{u}^2) dy}{\rho U_{ave1}^2 h_1}, \quad (3.62)$$

$$\gamma_2 = \frac{\int_0^{h_2} (\rho \bar{u}^2) dy}{\rho U_{ave1}^2 h_1} \quad (3.63)$$

である. なお, 式 (3.58) において跳水始端・終端断面の運動量補正係数を $\beta_1 = \beta_2 = 1$ とし, 跳水始端・終端断面のレイノルズ応力による表面力項を無視 ($\gamma_1 = \gamma_2 = 0$) し, 底面剪断力を $\int_0^{L_j} \bar{\tau}_0 dx = 0$ として相対水深 h_2/h_1 について整理すると,

$$\frac{h_2}{h_1} = \frac{1}{2} \left(\sqrt{8F_1^2 + 1} - 1 \right) \quad (3.64)$$

が示される. すなわち, 跳水始端・終端の水深間の関係としてよく知られている Bélanger の式 [式 (3.64)] が得られる.

3.3 跳水特性を解明するための実験

3.3.1 実験装置

実験は、日本大学理工学部船橋校舎および駿河台校舎の室内水理実験施設で実施された。

本実験で使用された水路の諸元を表 3-3 に示す。表 3-3 に示される水路は、いずれもスルースゲートを有する長方形断面形状の直線水路であり、水路床および側壁は水理学的滑面として取り扱われる。また、水路フレームに設置されたスクリュージャッキによって水路勾配を変更できる傾斜可変水路である。ただし、本研究では、全ての条件において水路勾配が水平となるように調整の上、実験を実施した。

実験では、施設の低水槽に貯められた水を使用した。表 3-3 に示される水路 F2 (図 3-5 参照) と水路 F3 (図 3-6 参照) の場合、水は低水槽からポンプを用いて高水槽へ汲み上げられ、高水槽から一定の流量のもとで水路へ流入する。流量は水路上流側に設置されたバルブで調整される。水路を流下した水は、やがて水路下流端で流出し、水路下流端に設置された流量測定用全幅刃型堰に流入する。整流板で整流された後に刃型堰を越流し、低水槽へ流入する。表 3-3 に示される水路 S1 (図 3-7 参照) の場合と水路 S2 (図 3-8 参照) の場合、水は低水槽からポンプを用いて汲み上げられ、パイプサイレンサーと整流槽を通過し、一定の流量のもとで水路に流入する。流量は水路上流側に設置されたバルブで調整される。水路を流下した水は、やがて水路下流端で流出し、水路下流端に設置された流量測定用全幅刃型堰に流入する。整流板で整流された後に刃型堰を越流し、低水槽へ流入する。なお、水路 S1 と水路 S2 には、スルースゲート下流側の水路床の一部に強化ガラスが使用されている。

流量 Q は、水路下流端に設置された流量測定用の全幅刃型堰を用いて測定された。刃型堰上流側に設置されたポイントゲージを用いて越流水深 h_w を測定し、測定された h_w を式 (2.1) に示される JIS 公式に代入し、流量 Q を算出した。各実験水路の全幅刃型堰の諸元は表 3-4 に示されている。

表 3-3 実験水路の諸元

略称 (概略図)	水路幅 B (m)	水路長 (m)	側壁高 (m)	床材料	側壁材料	場所
水路 F2 (図 3-5)	0.400	19.0	1.0 (ゲート上流側); 0.6 (ゲート下流側)	ステンレス [†]	強化ガラス	船橋校舎
水路 F3 (図 3-6)	0.400	17.0	1.0 (ゲート上流側); 0.6 (ゲート下流側)	ステンレス [†]	強化ガラス	船橋校舎
水路 S1 (図 3-7)	0.400	12.5	0.9 (ゲート上流側); 0.6 (ゲート下流側)	ステンレス [‡]	強化ガラス	駿河台校舎
水路 S2 (図 3-8)	0.600	12.5	1.0 (ゲート上流側); 0.6 (ゲート下流側)	ステンレス [‡]	強化ガラス	駿河台校舎

[†] 表面には青色アクリル塗料が塗布されている。

[‡] 一部に強化ガラスを使用している。

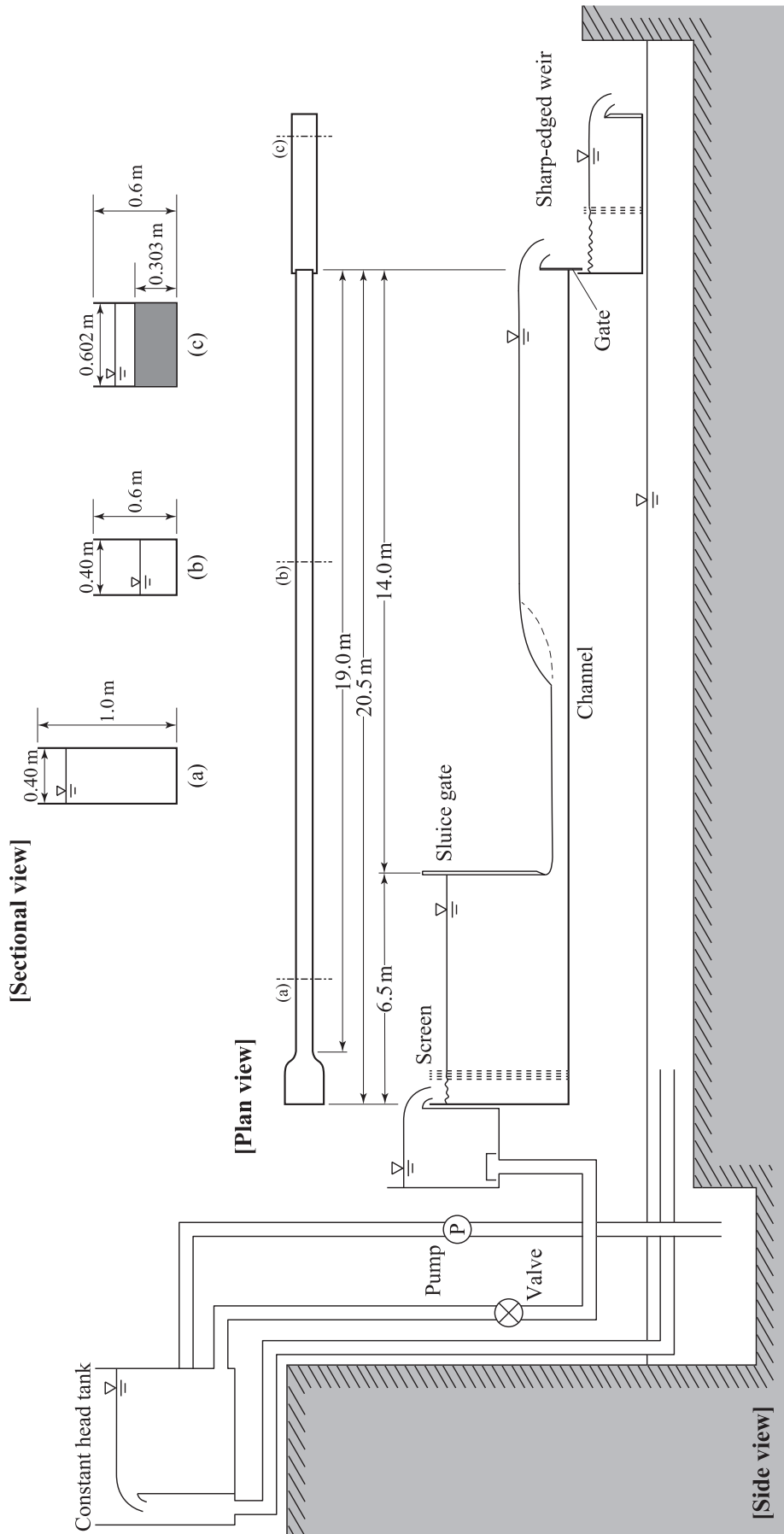


図 3-5 水路 F2 の概略図

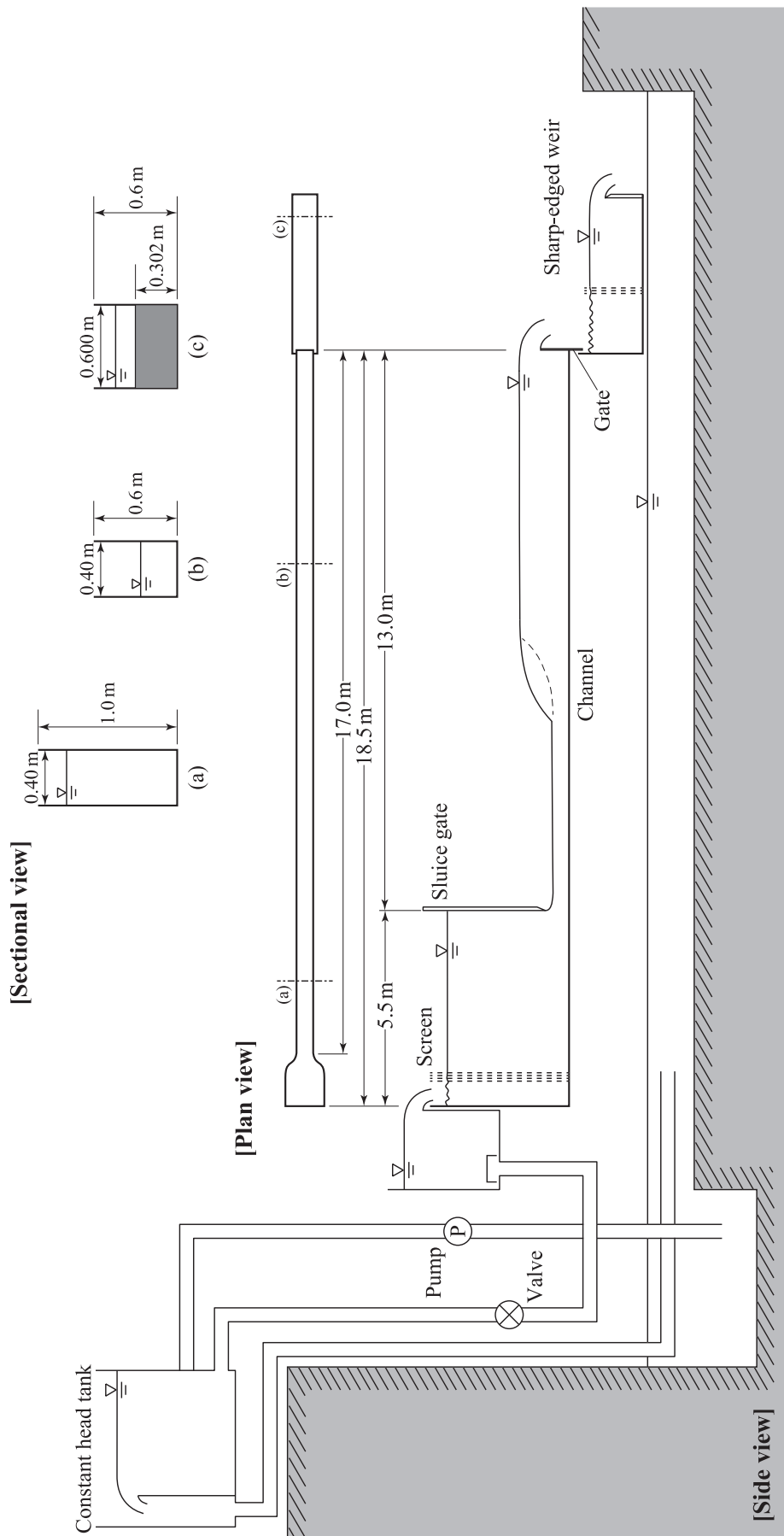


図 3-6 水路 F3 の概略図

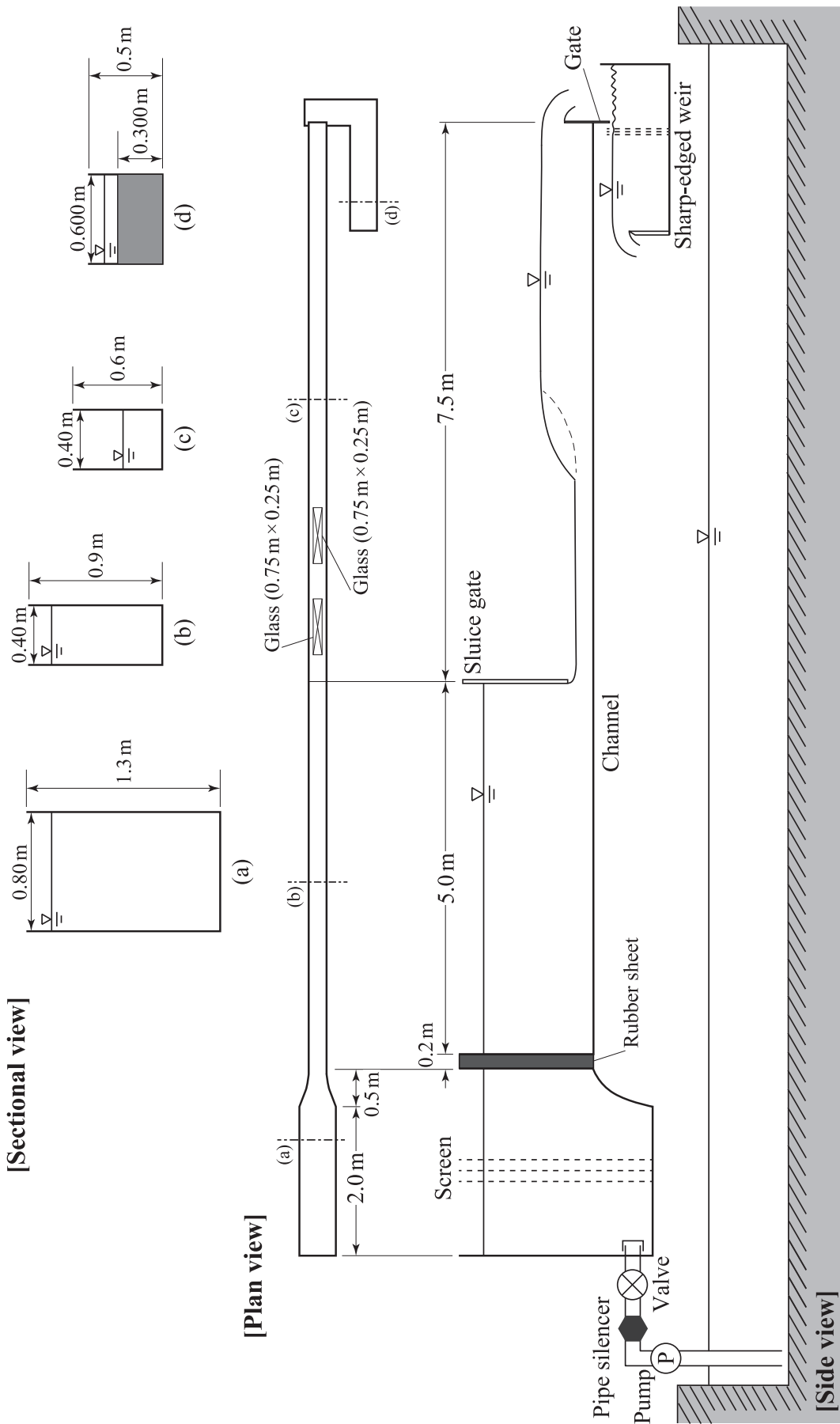


図 3-7 水路 S1 の概略図

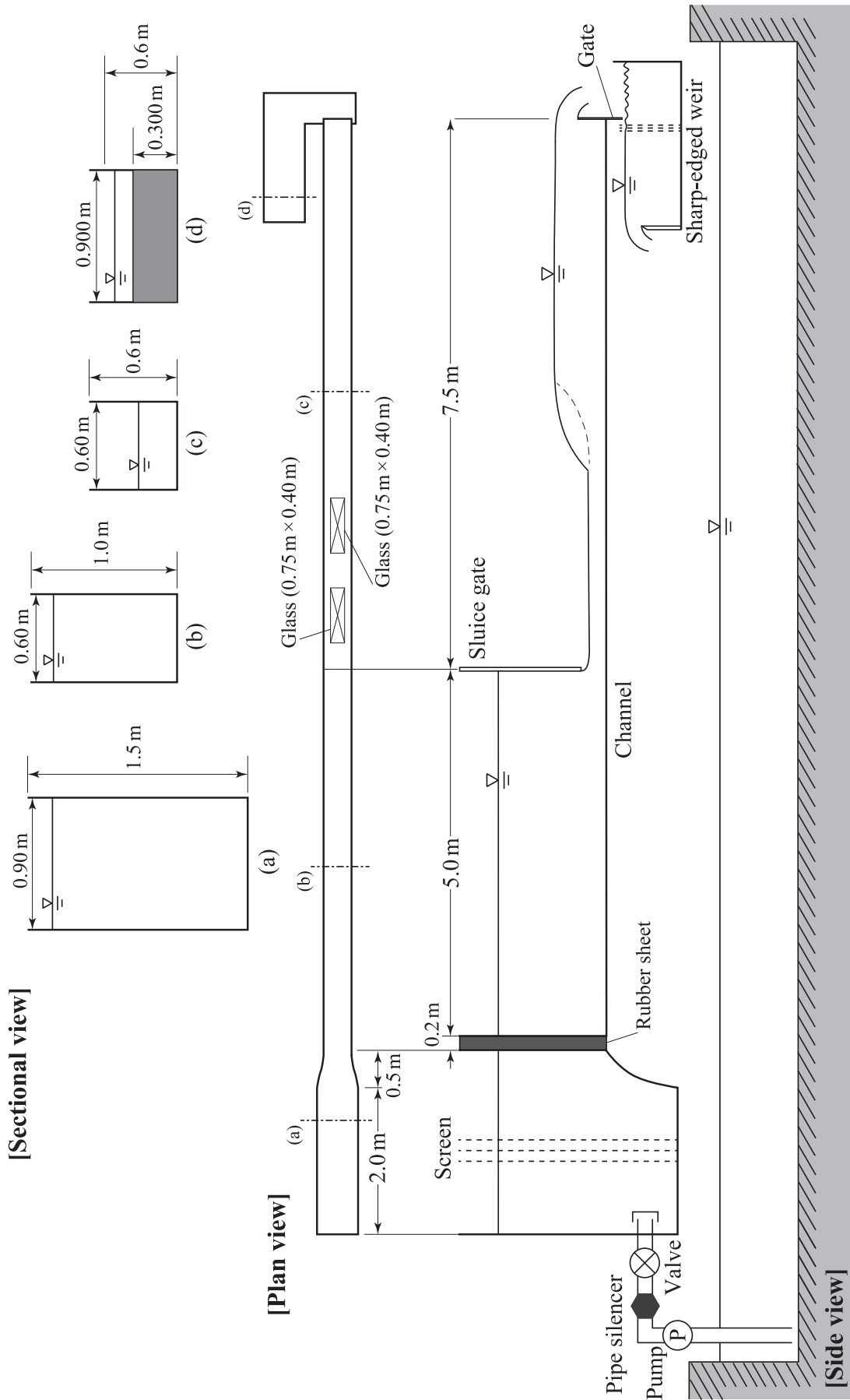


図 3-8 水路 S2 の概略図

表 3-4 実験水路の全幅刃型堰の諸元

	刃型堰の堰幅 b (m)	底面から天端までの高さ W (m)	係数 ε (-)
水路 F2 (図 3-5)	0.602	0.303	0
水路 F3 (図 3-6)	0.600	0.302	0
水路 S1 (図 3-7)	0.600	0.300	0
水路 S2 (図 3-8)	0.900	0.300	0

3.3.2 実験方法

表 3-3 に示される水路を用いて跳水の水理特性を解明するための実験を実施するため、スルースゲート開口高と流量とを調整し、スルースゲートから流出する射流を形成させた。スルースゲート開口高 a と流量 Q の調整方法については、第 2.2.2 項で示された方法と同様である。スルースゲートから流出する射流を始端とする跳水を形成させるため、水路下流端に設置された越流式可動ゲートを用いた。跳水の表面渦先端は不規則に上・下流に変動するため、その時間平均的な位置を跳水始端とし、与えられたフルード数 F_1 (第 3.3.5 項参照) に対応する断面に跳水始端が位置するように、水路下流端の堰高を調整した。

跳水内部の流速測定には、二成分電磁流速計 (採取時間 100 sec, 採取間隔 25 Hz) を用いた。ただし、電磁流速計による測定の困難な測点では、ピトー管 (外径 3 mm, 内径 1.3 mm) を用いた。ピトー管は底面剪断応力 $\bar{\tau}_0$ を Preston^{[47]-[49]} の方法によって間接測定するためにも使用された。水深の測定には、0.1 mm まで判読可能なバーニヤを有するポイントゲージを用いた。ただし、空気混入を伴う自由跳水の水表面付近を目視観察で定めるのは困難であることから、二点電極型ボイド率計による測定によって空気混入率の分布を知り、跳水の水表面形状を示す代表水深を求めた。なお、流速、底面剪断応力、空気混入率、水深の測定は、水路中央面 ($z = 0$) を対象とした。本実験で使用した測定機器については、第 3.3.3 項を参照されたい。また、各測定に係る実験条件については、第 3.3.5 項を参照されたい。

3.3.3 測定機器

3.3.3.1 ポイントゲージ

本実験では、第2.2.3項と同一のポイントゲージを用いて、ゲート下流に形成される跳水の流入射流の水深 h 、跳水の水面形状、流量測定用全幅刃型堰の越流水深 h_w を測定した。縮流部の水深 h_v を測定する際、ゲートとポイントゲージの固定台とが接触する場合があるため、図2-11のように屈折した形状の針先 [図2-12(a)] を使用した。ゲートとポイントゲージの固定台とが接触しない場合には、図2-12(b) に示される形状の針先を使用した。

3.3.3.2 電極型ボイド率計

電極型ボイド率計は、空気混入率 C [=空気の体積 / (水の体積 + 空気の体積)] を測定するための装置である。この装置は、検出部 (probe)、アンプ (electrical controller)、AD変換器、PC で構成される。Probe (直径 4 mm) の先端には、電気信号を感知するための微小点電極 (白金製、直径 $25\ \mu\text{m}$) が取り付けられている。この点電極を空気混入水流中に設置し、空気と水の電気伝導率の相違を利用して、電極に触れた流体が水または空気のいずれであるかを検知する。

本実験では、probe の先端に二つの点電極を流下方向に微小距離を隔てて設置したものの、すなわち、二点電極型ボイド率計を用いて、採取時間 20 s かつ採取間隔 20 kHz のもとで跳水内部の空気混入率を測定した。

3.3.3.3 電磁流速計

電磁流速計は、流水中の流速を測定する装置である。この装置は、図 3-9 に示されるように、検出部 (probe)、電磁流速計ユニット、絶縁アンプ、AD 変換器兼ジャンクションボックス、PC で構成される。Probe の先端付近に取り付けられてる電極によって、直径 20 mm 程度の磁場が形成される。この磁場に水が通過することによって生じた磁力の変化は、電磁流速計ユニットに取り込まれて電圧の変化に変換される。電圧の変化に変換されたアナログ信号は、AD 変換器兼ジャンクションボックスを通じてデジタル信号に変換され、パソコンに取り込まれる。

電磁流速計の probe 先端付近の電極に流水中の気泡が触れると、ショットノイズが発生する。ショットノイズはローパスフィルターで除去されるものの、測定精度に影響を与える可能性が考えられる。そこで、採取時間を十分に長くし、データ個数を多く取得することにした。加えて、水路床近傍と水面近傍のように、磁場の半径を水中で確保できない測点では、精度のよい測定ができないことに注意を要する。

本実験では、二成分電磁流速計を用いて、採取時間 100 s かつ採取間隔 25 Hz のもとで跳水内部の瞬間流速を測定した。流下方向 (x 方向) および鉛直方向 (y 方向) の流速の測定には、図 3-10 に示される L 型 probe を使用した。また、横断方向 (z 方向) の流速の測定には、図 3-11 に示される I 型 probe を使用した。

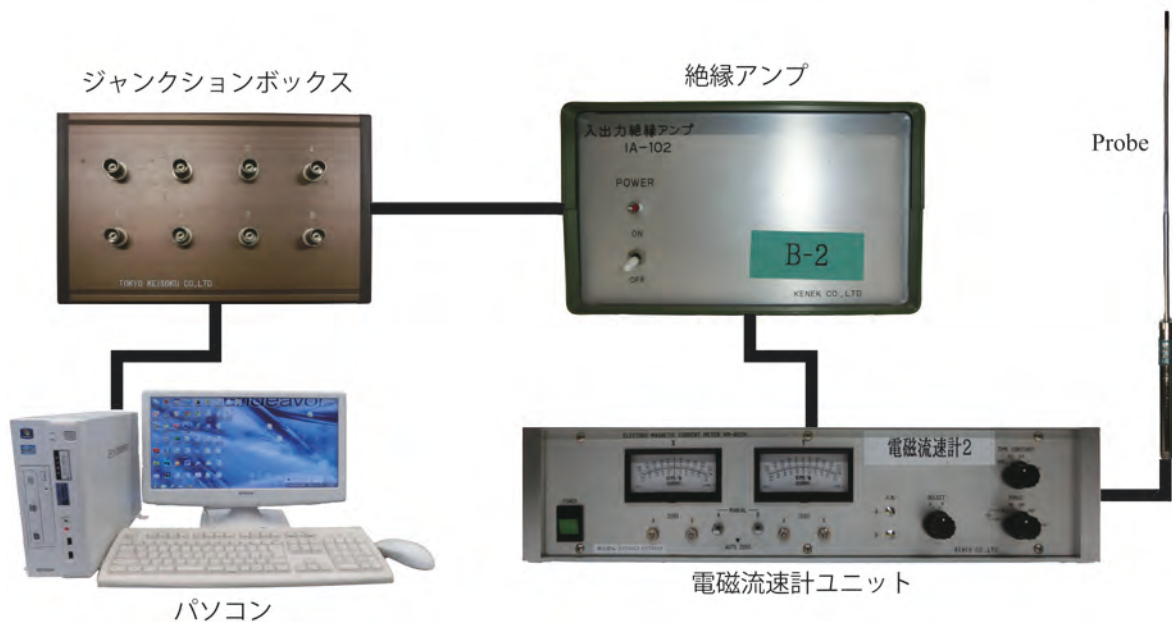
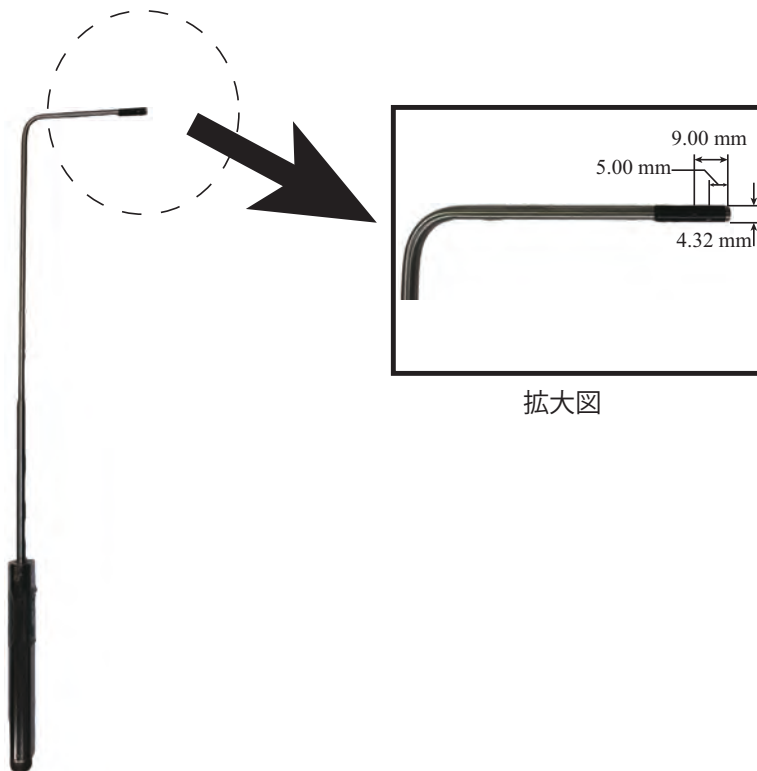
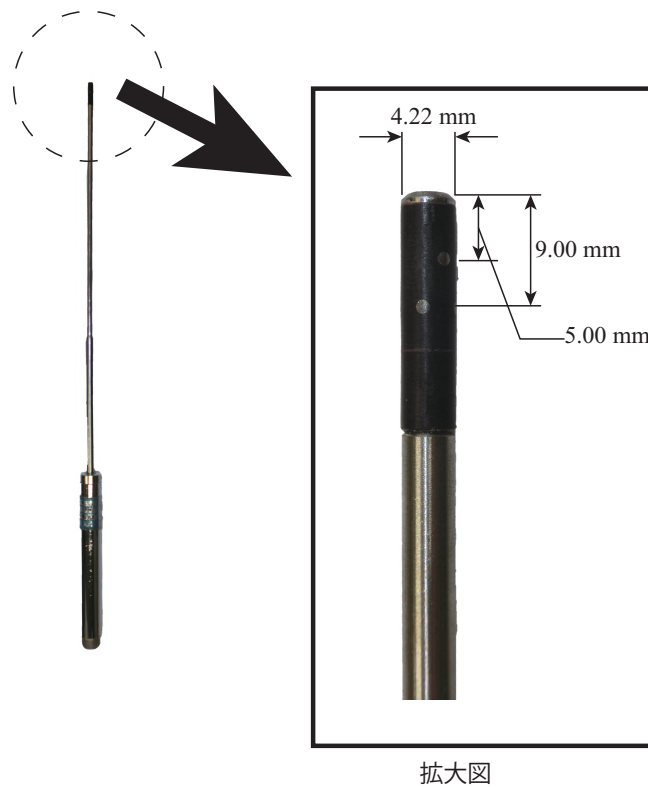


図 3-9 二成分電磁流速計の接続図



拡大図

図 3-10 二成分電磁流速計の L 型 probe



拡大図

図 3-11 二成分電磁流速計の I 型 probe

3.3.3.4 ピトー管

ピトー管 (pitot tube) は、流速を測定する計測器具である。ピトー管を使用する際には、先端を流れに向けて平行に設置する。標準的なピトー管は L 型であり、流れを乱さないように先端は丸みを帯びている。管の先端には小孔が開けられ、先端より後方の側壁面には静圧孔が開けられている。ピトー管は総圧管と静圧管とで構成され、これらは一本の管に組み込まれている。

図 3-12(a) のように、A 点で流速 \bar{u} 、圧力 \bar{p}_A の流れがある。A 点近傍の B 点に先端の開いている細管 (総圧管) を流れに向けて平行に挿入する。流れは総圧管先端の B 点 (stagnation point) で止められ、 $\bar{u} = 0$ となる。総圧管の水柱の高さ h_T をマンメータを用いて測定すれば、B 点の圧力 $\bar{p}_T = \rho g h_T$ を求められる。この圧力 \bar{p}_T は総圧と呼ばれる。図 3-12(b) のように、管先端が閉じられ後方の流れが A 点での流速 \bar{u} に回復した位置 (C 点) の側壁面に小孔の開けられた細管 (静圧管) を流れに挿入する。静圧管の水柱の高さ h_S をマンメータを用いて測定すれば、C 点の圧力 $\bar{p}_S = \rho g h_S$ を求められる。この圧力 \bar{p}_S は静圧と呼ばれる。

A 点と B 点とを通過する一本の流線 [図 3-12(a) 参照] に沿ってベルヌーイの定理を適用すると、

$$\frac{\bar{u}^2}{2g} + \frac{\bar{p}_A}{\rho g} = 0 + \frac{\bar{p}_T}{\rho g} \quad (3.65)$$

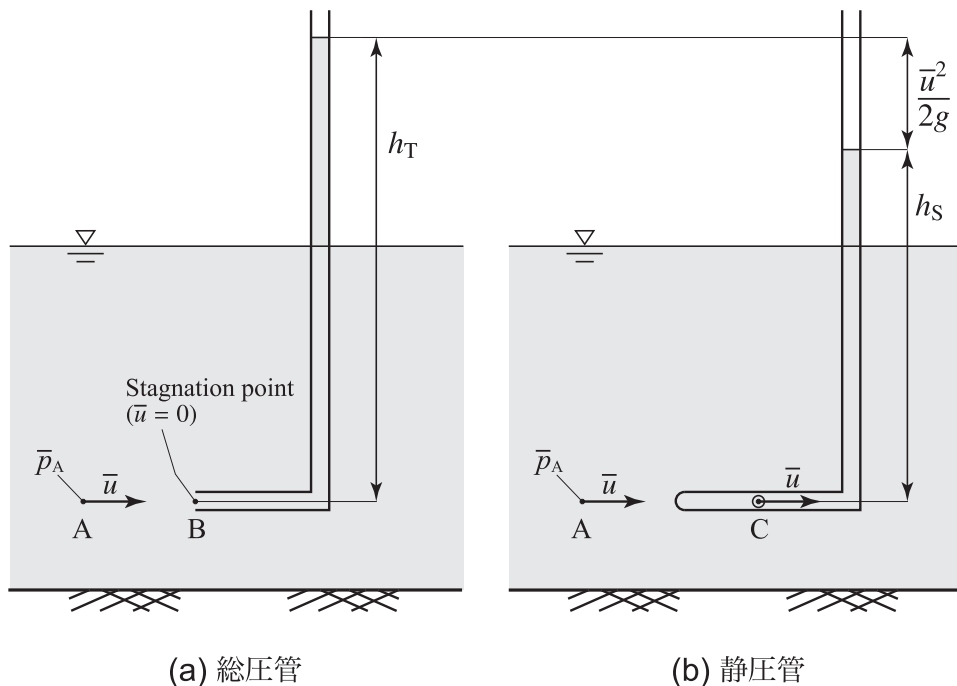


図 3-12 ピトー管の原理

となる。また、A点とC点とを通過する一本の流線〔図3-12(b)参照〕に沿ってベルヌーイの定理を適用すると、

$$\begin{aligned}\frac{\bar{u}^2}{2g} + \frac{\bar{p}_A}{\rho g} &= \frac{\bar{u}^2}{2g} + \frac{\bar{p}_S}{\rho g} \\ \therefore \bar{p}_A &= \bar{p}_S\end{aligned}\quad (3.66)$$

となる。式(3.66)を式(3.65)に代入すると、

$$\bar{u} = \sqrt{2g(h_T - h_S)} = \sqrt{2g\Delta h}\quad (3.67)$$

となる。ここに、 $h_T - h_S (= \Delta h)$ は水頭差である。すなわち、総圧管の水柱高さ h_T と静圧管の水柱高さ h_S とを測定し、これらを式(3.67)に代入すると、A点での流速 \bar{u} を求めることができる。

本実験では、プラントル型ピトー管 (JIS-B-8330, 外径 3.0 mm, 内径 1.3 mm) を用いて、水路床近傍の測点を対象に、跳水内部の流速を測定した。なお、ピトー管の総圧管と静圧管のマノメータにはビニールチューブを接続し、目盛間隔が 1 mm の金属製巻尺を用いて、各管の水柱高さ h_T, h_S を測定した。

3.3.4 底面剪断応力の間接測定

跳水の底面摩擦抵抗係数 $C_f [= \bar{\tau}_0 / (\rho U_{ave1}^2 / 2)]$ を知るため、底面剪断応力 $\bar{\tau}_0$ を Preston の方法^{[47]-[49]} によって間接的に測定した。ここでは、ピトー管を用いて底面近傍の流下方向流速を測定し、その測定値を用いて底面剪断応力 $\bar{\tau}_0$ を間接的に求める方法^[48] について記述する。

図 3-13 に示されるように、ピトー管の下縁を水路床に接するように設置すると、水路床近傍の流下方向流速 \bar{u} を知ることができる。ピトー管で静圧管の水柱の高さ h_S と総圧管の水柱の高さ h_T を測定し、式 (3.67) に代入すると流速 \bar{u} を得られるから、式 (3.67) より、

$$\Delta h = \frac{\bar{u}^2}{2g} \quad (3.68)$$

であり、総圧 \bar{p}_T と静圧 \bar{p}_S を用いると、

$$\frac{\bar{p}_T - \bar{p}_S}{\rho g} = \frac{\bar{u}^2}{2g} \quad (3.69)$$

となる。総圧 \bar{p}_T と静圧 \bar{p}_S との差は、

$$(\bar{p}_T - \bar{p}_S)\pi a^2 = \int_{r-a}^{r+a} \frac{\rho \bar{u}^2}{2} d\sigma \quad (3.70)$$

の関係で示すことができる。ここに、 ρ は水の密度、 $d\sigma [= b(y) dy]$ は微小要素の面積 (図 3-13 参照) であり、

$$d\sigma = 2\sqrt{a^2 - (y-r)^2} dy \quad (3.71)$$

で示される。

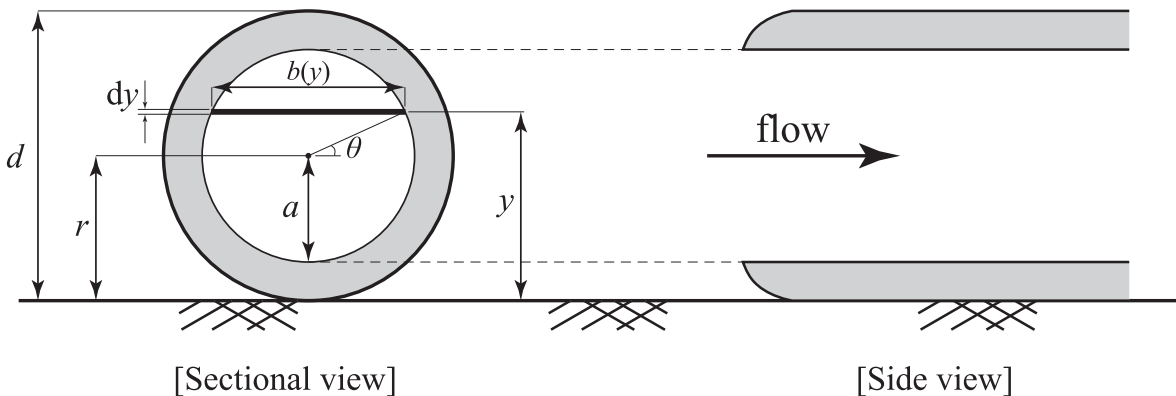


図 3-13 定義図

壁法則 (wall law) は,

$$\frac{\bar{u}}{\bar{u}_*} = A \log_{10} \frac{y\bar{u}_*}{\nu} + B \quad (3.72)$$

で示される^[21]. ここに, $\bar{u}_* [= (\bar{\tau}_0/\rho)^{0.5}]$ は摩擦速度, $\bar{\tau}_0$ は底面剪断応力, ν は動粘性係数, A と B は定数である. 式 (3.72) を書き改めると,

$$\frac{\bar{u}}{\bar{u}_*} = A \log_{10} \left(C \frac{y\bar{u}_*}{\nu} \right) = A \log_{10}(Ey) \quad (3.73)$$

となる. ここに, $C = 10^{\frac{B}{A}}$, $E = C\bar{u}_*/\nu$ である. 式 (3.71) と式 (3.73) を式 (3.70) に代入すると,

$$\frac{\bar{p}_T - \bar{p}_S}{\bar{\tau}_0} a^2 = \frac{A^2}{\pi} \int_{r-a}^{r+a} \{\log_{10}(Ey)\}^2 \sqrt{a^2 - (y-r)^2} dy \quad (3.74)$$

が得られる. 図 3-13 に示されるように, $y = r + a \sin \theta$ であるから, これを式 (3.74) に代入して整理すると,

$$\begin{aligned} \frac{\bar{p}_T - \bar{p}_S}{\bar{\tau}_0} a^2 &= \frac{A^2}{\pi} \frac{1}{2} \int_0^{2\pi} \{\log_{10}(Er + Ea \sin \theta)\}^2 a^2 \cos^2 \theta d\theta \\ \therefore \frac{\bar{p}_T - \bar{p}_S}{\bar{\tau}_0} &= \frac{A^2}{2\pi} \int_0^{2\pi} \{\log_{10}(\phi + \psi \sin \theta)\}^2 \cos^2 \theta d\theta \end{aligned} \quad (3.75)$$

となる. ここに, $\phi = Er$, $\psi = Ea$ である. Hwang and Laursen^[50] の方法によって式 (3.75) を展開すると,

$$\begin{aligned} \frac{\bar{p}_T - \bar{p}_S}{\bar{\tau}_0} &= A^2 \left[\frac{1}{2} (\log_{10} \phi)^2 - \frac{2 \log_{10} \phi}{2.3} \left\{ \frac{1}{16} \left(\frac{\psi}{\phi} \right)^2 + \frac{1}{64} \left(\frac{\psi}{\phi} \right)^4 + \frac{5}{12 \times 64} \left(\frac{\psi}{\phi} \right)^6 + \dots \right\} \right. \\ &\quad \left. + \frac{A^2}{5.3} \left\{ \frac{1}{8} \left(\frac{\psi}{\phi} \right)^2 + \frac{11}{192} \left(\frac{\psi}{\phi} \right)^4 + \frac{137}{12 \times 64} \left(\frac{\psi}{\phi} \right)^6 + \dots \right\} \right] \end{aligned} \quad (3.76)$$

が導かれる. $\psi/\phi = Ea/Er = a/r$ であるから, 式 (3.76) は,

$$\begin{aligned} \frac{\bar{p}_T - \bar{p}_S}{\bar{\tau}_0} &= \frac{A^2}{2} \left[(\log_{10} \phi)^2 - \frac{\log_{10} \phi}{2.3} \left\{ \frac{1}{4} \left(\frac{a}{r} \right)^2 + \frac{1}{16} \left(\frac{a}{r} \right)^4 + \frac{5}{192} \left(\frac{a}{r} \right)^6 + \dots \right\} \right. \\ &\quad \left. + \frac{1}{5.3} \left\{ \frac{1}{4} \left(\frac{a}{r} \right)^2 + \frac{11}{96} \left(\frac{a}{r} \right)^4 + \frac{137}{384} \left(\frac{a}{r} \right)^6 + \dots \right\} \right] \end{aligned} \quad (3.77)$$

となる. ここで, $r = d/2$ であるから, $(\bar{u}_* r/\nu)^2$ と $(\bar{p}_T - \bar{p}_S)/\bar{\tau}_0$ はそれぞれ,

$$\left(\frac{\bar{u}_* r}{\nu} \right)^2 = \frac{\bar{u}_*^2 d^2}{4\nu^2} = \frac{\bar{\tau}_0 d^2}{4\rho\nu^2}, \quad (3.78)$$

$$\frac{\bar{p}_T - \bar{p}_S}{\bar{\tau}_0} = \frac{(\bar{p}_T - \bar{p}_S) d^2}{4\rho\nu^2} \frac{\bar{\tau}_0 d^2}{\bar{\tau}_0 d^2} \quad (3.79)$$

のように表示される．すなわち，式 (3.78) と式 (3.79) を用いて式 (3.77) を整理すると，

$$\begin{aligned} \frac{(\bar{p}_T - \bar{p}_S)d^2}{4\rho v^2 \left(\frac{\bar{u}_* r}{\nu}\right)^2} &= \frac{A^2}{2} \left[\left\{ \log_{10} \left(10^{\frac{B}{A}} \frac{\bar{u}_* r}{\nu} \right) \right\}^2 \right. \\ &\quad - \frac{1}{2.3} \log_{10} \left(10^{\frac{B}{A}} \frac{\bar{u}_* r}{\nu} \right) \left\{ \frac{1}{4} \left(\frac{a}{r}\right)^2 + \frac{1}{16} \left(\frac{a}{r}\right)^4 + \frac{5}{192} \left(\frac{a}{r}\right)^6 + \dots \right\} \\ &\quad \left. + \frac{1}{5.3} \left\{ \frac{1}{4} \left(\frac{a}{r}\right)^2 + \frac{11}{96} \left(\frac{a}{r}\right)^4 + \frac{137}{384} \left(\frac{a}{r}\right)^6 + \dots \right\} \right] \quad (3.80) \end{aligned}$$

となり，式 (3.80) より，

$$\frac{(\bar{p}_T - \bar{p}_S)d^2}{4\rho v^2} = f \left(\frac{\bar{u}_* r}{\nu}, \frac{a}{r}, A, B \right) \quad (3.81)$$

の関係であることが理解される．式 (3.72) の定数 A, B については，プラントル・カルマンの法則より $A = 5.75, B = 5.5$ であるから，ピトー管の外径 $d = 2r$ と内径 $2a$ とを知り，総圧と静圧との差（動圧） $(\bar{p}_T - \bar{p}_S)$ が得られると，底面剪断応力 τ_0 を間接的に測定することができる．

3.3.5 実験条件

水平水路のスルースゲート下流側に形成される跳水の水理特性を解明するため、本実験では、跳水始端断面のフルード数 F_1 とレイノルズ数 R を与えた。開水路等流において水路幅が水深の5倍よりも大きいとき、水路中央面で側壁の影響が認められなくなり、二次元流況とみなせる^{[30]-[32]}ことから、流入射流の流速分布が二次元的になるように、跳水始端断面のアスペクト比 B/h_1 を $B/h_1 > 5$ とした。与えられた F_1 と R が得られるように、第2.4節に示される射流の水深と乱流境界層厚の解析計算法を用いて、スルースゲート下流側の射流の乱流境界層厚 δ 、水深 h 、縮流部から critical point までの流下距離 l_{cp} を計算した。

跳水内部の流速特性を解明するため、表3-5に示される条件を対象に、流下方向・鉛直方向・横断方向の流速と乱れ強さを測定した。また、底面剪断応力を間接的に測定し、跳水の底面摩擦抵抗係数を評価した。

跳水内部の空気混入特性と跳水の水表面形状とを知るため、表3-6に示される条件を対象に、跳水内部の空気混入率を測定した。

UDの跳水の流況に対するレイノルズ数の影響を検討するため、表3-7に示される条件を対象に、UDの跳水の流況をデジタルカメラを用いて撮影した。

UDの跳水の場合は、縮流部の断面をUDの跳水始端断面 ($x = 0$) とした。一方、FDの跳水の場合は、与えられた F_1 と R に対して $l_1/l_{cp} \geq 1.7$ となる l_1 をFDの跳水始端断面 ($x = 0$) とした。これは、第2.6節で前述されたように、長方形断面水平水路のスルースゲート下流側の射流の水面変動と乱れ強さが充分発達するための必要長さが $l_1/l_{cp} \approx 1.5$ である^{[15],[16]}ためである。

表 3-5 跳水内部の流速測定の実験条件

Inflow condition	F_1 (-)	$R \times 10^{-4}$ (-)	B/h_1 (-)	ℓ_1/ℓ_{cp} (-)	a (cm)	h_1 (cm)	q (m^2/s)	T ($^{\circ}C$)
UD	7.2	6.2	16.0	0	3.90	2.49	0.0887	7
UD	7.2	6.2	16.9	0	3.70	2.37	0.0821	10
UD	7.2	6.2	20.3	0	3.08	1.97	0.0625	20
FD	7.2	6.2	16.0	1.7	3.15	2.49	0.0887	7
FD	7.2	6.2	22.2	1.7	2.42	1.80	0.0544	26

表 3-6 跳水内部の空気混入率測定の実験条件

Inflow condition	F_1 (-)	$R \times 10^{-4}$ (-)	B/h_1 (-)	ℓ_1/ℓ_{cp} (-)	a (cm)	h_1 (cm)	q (m^2/s)	T ($^{\circ}C$)
UD	7.2	6.2	16.0	0	3.90	2.49	0.0887	7
FD	7.2	6.2	18.2	2.0	2.70	2.20	0.0530	18

表 3-7 跳水の流況観察の実験条件

Inflow condition	F_1 (-)	$R \times 10^{-4}$ (-)	B/h_1 (-)	ℓ_1/ℓ_{cp} (-)	a (cm)	h_1 (cm)	q (m^2/s)	T ($^{\circ}C$)
UD	7.2	10	22.1	0	4.24	2.72	0.101	20
UD	7.2	6.2	30.5	0	3.08	1.97	0.0625	20
UD	7.2	4.2	39.5	0	2.38	1.52	0.0424	20
UD	7.2	3.2	47.2	0	1.98	1.27	0.0323	20
UD	7.2	2.2	60.6	0	1.55	0.99	0.0222	20
UD	7.2	1.2	90.9	0	1.03	0.66	0.0121	20

3.4 跳水の流況

3.4.1 流況分類

3.4.1.1 跳水の流況を支配する無次元水理量

跳水の流況は、従来、跳水始端のフルード数 $F_1 [= U_{ave1}/(gh_1)^{0.5}]$ によって変化するものとされている^[6]。ここに、 h_1 は跳水始端水深、 U_{ave1} は跳水始端の断面平均流速、 g は重力加速度である。Bradley and Peterka^[51] は、跳水の流況を pre-jump, transition jump, stabilized jump, および effective but rough の4つに分類した。ただし、これらの流況分類に係る実験データは、水平水路に接続された傾斜水路下流端から跳水を形成させた実験によるものがその大部分である^[51]。また、Chow^[6] は Bradley and Peterka の結果^[51] に undular jump (波状跳水) を加え、跳水の流況を weak jump (弱跳水), oscillating jump (動揺跳水), steady jump (定常跳水), および strong jump (強跳水) の5つに区分した。

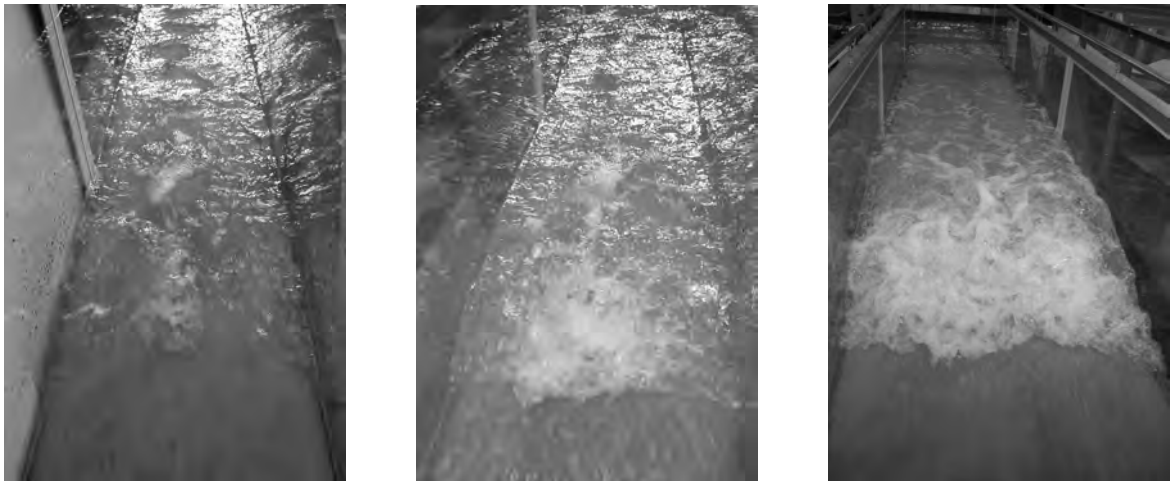
長方形断面水平水路のスルースゲート下流側に形成される跳水の流況については、Ohtsu et al.^{[45], [52]-[54]} によって、跳水始端のフルード数 F_1 ばかりでなく、レイノルズ数 R , 跳水始端断面のアスペクト比 B/h_1 , 流入射流の境界層発達状態 δ/h_1 によって変化することが示された。例えば、図 3-14 に示されるように、与えられた F_1 と δ/h_1 に対して、 $B/h_1 \geq 10$ の場合、 R の値によって形成される跳水の流況が異なる。すなわち、水平水路のゲート下流側に形成される跳水の流況は、

$$\text{跳水の流況} = f\left(F_1, R, \frac{B}{h_1}, \frac{\delta}{h_1}\right) \quad (3.82)$$

の関係^{[45], [52]-[55]} によって支配されるものと考えられる。

3.4.1.2 跳水の各流況の形成条件

高橋ら^[55] は、式 (3.82) の関係に基づき、 $B/h_1 \geq 10$ かつ $FD(\ell_1/\ell_{cp} = 2)$ の跳水を対象に、跳水始端のフルード数 F_1 とレイノルズ数 R を大きく変化させた系統的实验により、形成された跳水を各流況に分類した結果を図 3-15 のように示している。図 3-15 に示されるように、nonbreaking undular jump と breaking undular jump の境界は、 $R \geq 4 \times 10^4 \sim 5 \times 10^4$ の場合、 R の変化の影響を受けず $F_1 = 1.7$ になっている。自由跳水の場合、 $R \geq 4 \times 10^4 \sim 5 \times 10^4$ で各流況の境界は R の変化の影響を受けず F_1 の値が一定になっている。すなわち、nonbreaking undular jump は $1 < F_1 \leq 1.7$, breaking undular jump は $1.7 < F_1 \leq 2.1$, weak jump は $2.1 < F_1 \leq 2.5$, oscillating jump は $2.5 < F_1 \leq 4.5$, steady jump は $F_1 > 4.5$ の範囲で形成されている。ただし、高橋ら^[55] の実験では $F_1 < 8.5$ が対象であったため、steady jump と strong jump の境界は確認されていない。



(a) Breaking undular jump
($R = 2.72 \times 10^4, B/h_1 = 17.9$)

(b) Weak jump ($R = 5.15 \times 10^4, B/h_1 = 11.3$)

(c) Stabilized jump ($R = 1.03 \times 10^5, B/h_1 = 14.2$)

図 3-14 レイノルズ数の変化による跳水の流況の違い [$F_1 = 2.99$, fully developed inflow ($\delta/h_1 = 1$), Ohtsu et al. (2009)^[54] より転載]

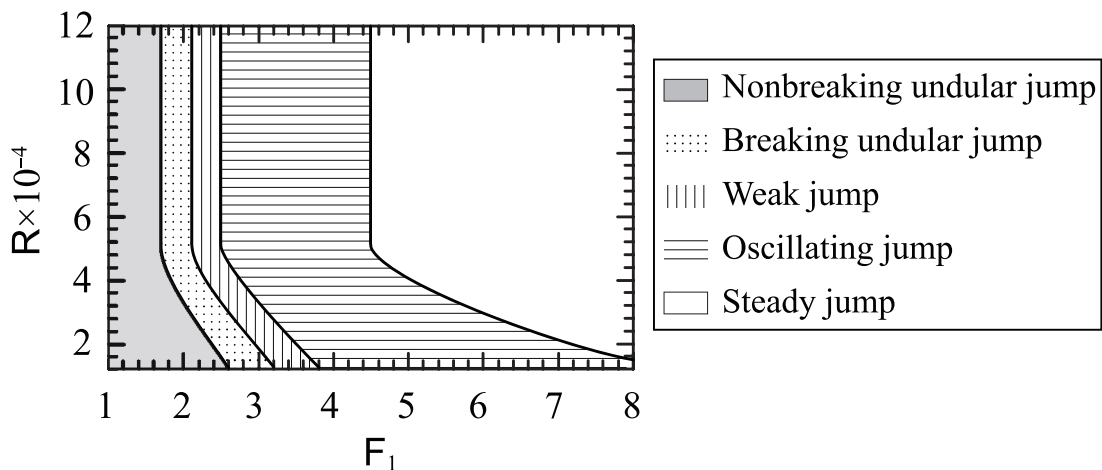


図 3-15 FD の跳水 ($B/h_1 \geq 10$) の流況形成領域図^[55]

一例として、高橋ら^[55]が示したFD($l_1/l_{cp} = 2$)の跳水の流況を図 3-16 に示す. 与えられた $F_1 = 6.2$ に対して, $R \geq 4 \times 10^4 \sim 5 \times 10^4$ の場合, 図 3-16(a), 図 3-16(b), 図 3-16(c) に示されるように, 左右対称で安定的な表面渦が観察され, steady jump が形成されている. 一方, $R = 1.2 \times 10^4$ の場合 [図 3-16(d) 参照], 側壁付近の流れが左右交互に非定常に変化する流況が観察され, oscillating jump が形成されている. すなわち, $R < 4 \times 10^4 \sim 5 \times 10^4$ の場合, F_1 の値が同一であったとしても R の値によっては異なる流況 (図 3-15 参照) が形成される.

与えられた $F_1 = 7.2$ に対して, レイノルズ数 R の値を系統的に変化させた UD

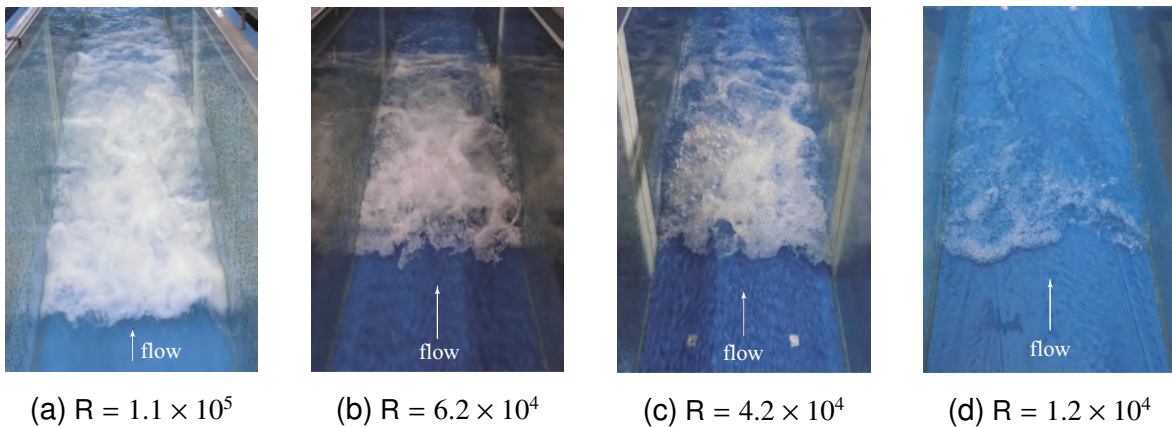


図 3-16 $F_1 = 6.2$ の $FD(\ell_1/\ell_{cp} = 2)$ の跳水の流況に対するレイノルズ数の影響 [高橋ら (2018)^[55] より転載]

の跳水の流況をデジタルカメラで水路上部から撮影した静止画の一例を図 3-17 に示す^[56]。図 3-17 に示されるように、 R の大きさによらず、左右対称で安定的な表面渦が観察され、 $1.2 \times 10^4 \leq R \leq 1.0 \times 10^5$ では steady jump の流況が形成されている。 $4.2 \times 10^4 \leq R \leq 1.0 \times 10^5$ の場合 [図 3-17(a), 図 3-17(b), 図 3-17(c) 参照], 跳水内部の気泡混入量は多く、表面渦の逆流域全体に気泡が混入している。 $R \leq 3.2 \times 10^4$ の場合 [図 3-17(d), 図 3-17(e), 図 3-17(f) 参照], R の値の減少とともに跳水中の気泡混入量が減少している。すなわち、 $R < 4.2 \times 10^4$ の場合、跳水の流況分類が同一であっても、 R の大きさによって跳水中の気泡混入量に違いが生じている。

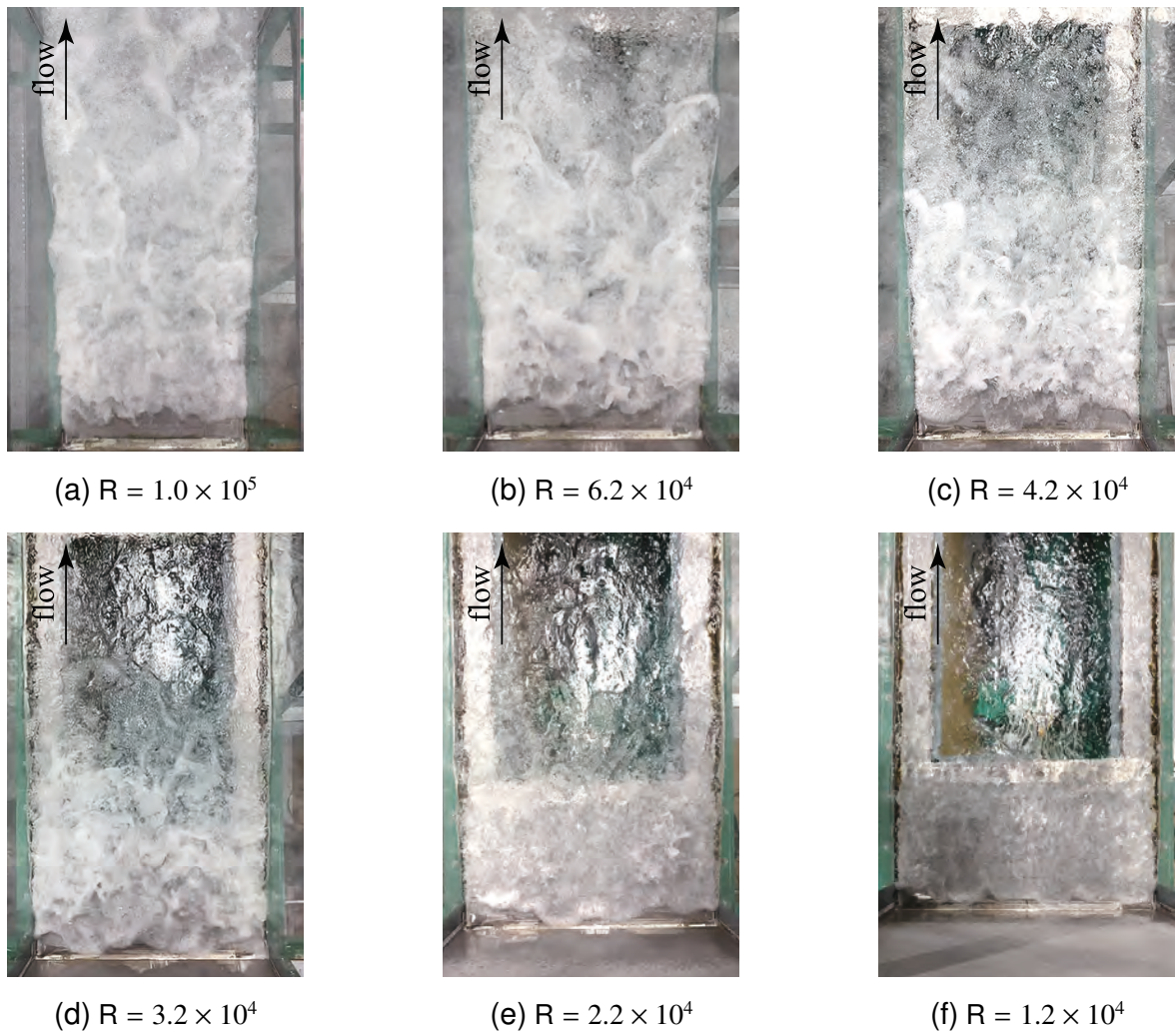


図 3-17 $F_1 = 7.2$ の UD の跳水の流況に対するレイノルズ数の影響 [56]

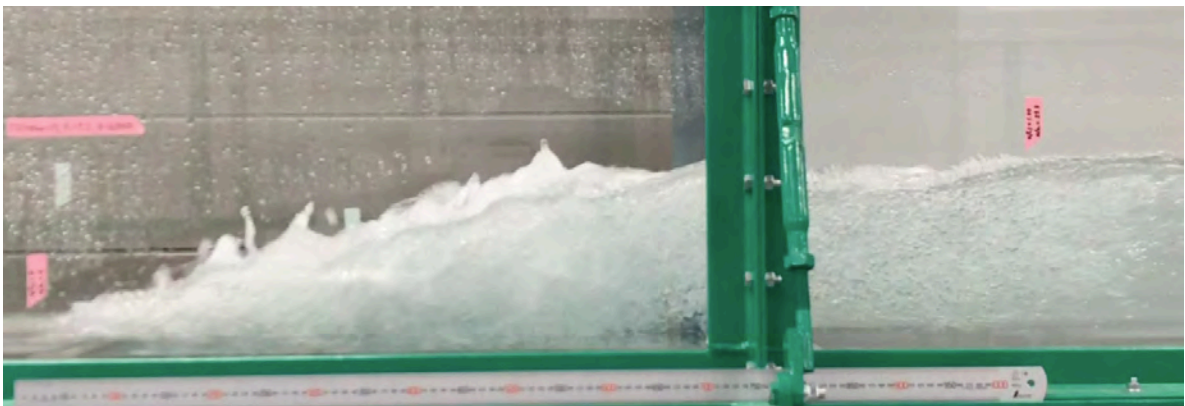
3.4.2 本実験条件の跳水の流況

本実験条件（第 3.3.5 項参照）の跳水の流況を水路右岸側より撮影した静止画の一例を図 3-18 に示す。与えられた F_1 と R に対して、流入射流の乱流境界層発達状態によらず、左右対称で安定的な表面渦が観察され、steady jump の流況が形成されている。UD の跳水の流況については、二次元的であることが目視で観察された。このため、UD の跳水内部では水路側壁極近傍を除いて水路横断方向に一様な流速分布が形成されるものと考えられる。一方、FD の跳水の流況については、水路側壁から水路中央に集中する三次元的な流れが目視で観察された。これは、FD の跳水内部では側壁境界層の発達によって跳水内部の主流が水路中央に集中したためと考えられる。すなわち、流入射流の乱流境界層発達状態によらず、跳水内部の主流は水路中央に位置していることが観察された。このため、水路中央面 ($z = 0$) を代表断面として跳水内部の特性を明らかにすることにより、工学的に安全側の水理設計を可能にするための知見が得られるものと考えられる。

自由跳水の水表面において、時間平均的に逆流の形成が認められる最下流側断面を跳水表面渦の終端とする。跳水の水表面を水路中央面に沿って水路直上側より目視で観察し、跳水の表面渦を水路両岸側より目視で観察した結果、跳水始端から跳水表面渦終端までの流下方向長さ（ローラー長） L_r の相対的な大きさは、 $F_1 = 7.2$ かつ $R = 6.2 \times 10^4$ の場合、UD では $L_r/h_1 = 47$ 、FD では $L_r/h_1 = 33$ であった。これは、第 3.5.1 項に後述されるように、跳水内部の時間平均流速の分布（図 3-19 参照）において、水表面付近で逆流域が生じなくなっている相対距離 x/h_1 と対応している。



(a) UD

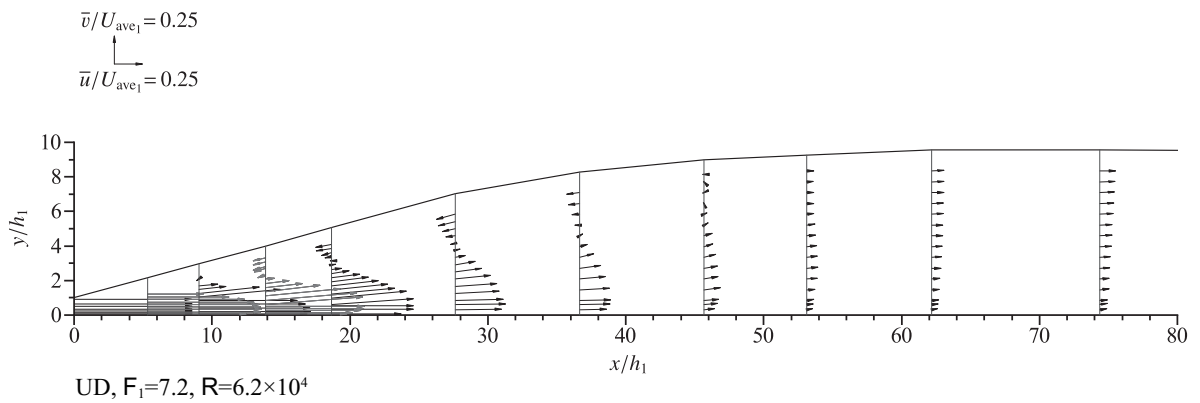
(b) $FD(l_1/l_{cp} = 1.7)$ 図 3-18 水路右岸側より撮影された跳水の流況の一例 ($F_1 = 7.2$, $R = 6.2 \times 10^4$)

3.5 定常跳水特性の流下方向への変化

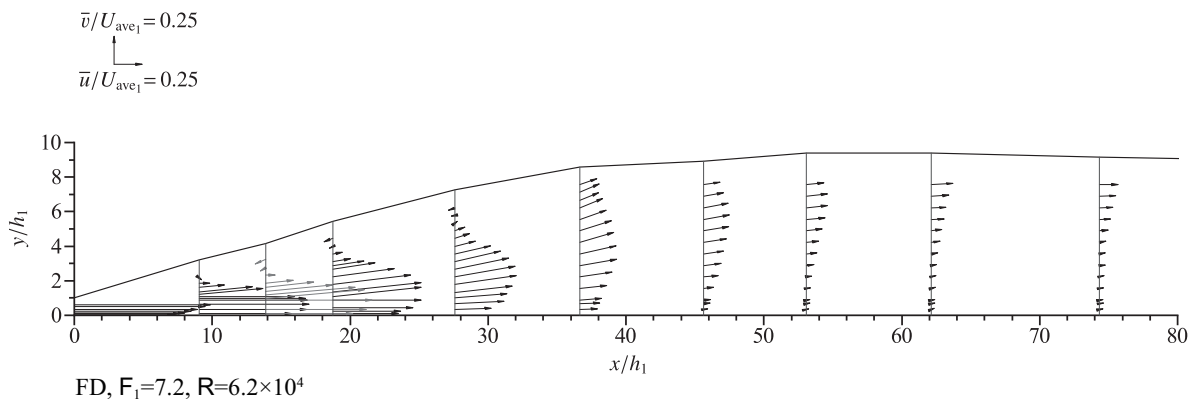
3.5.1 流速特性

3.5.1.1 流速ベクトル

与えられた F_1 と R に対して、UD と FD の自由跳水の時間平均流速 $\bar{V} [= (\bar{u}^2 + \bar{v}^2)^{0.5}]$ の分布の一例を図 3-19 に示す。跳水に流入した射流の流速分布は、流下とともに拡がりながら、底面近くから水面に向かって上昇する。水面勾配の大きい領域 ($0 < x/h_1 \leq 50$) では、水表面付近で逆流が生じ、表面渦が形成されている。表面渦が形成されなくなると、図 3-19 の $x/h_1 \geq 50 \sim 60$ に示されるように、水面近くで最大流速が生じる。さらに x/h_1 が増加すると、流速分布は徐々に漸変流の場合の流速分布に近づく^[57]。なお、図 3-19 に示されるように、 \bar{u} の測定値から求められる水路中央面の単位幅流量 $q' [= \int_0^h \bar{u} dy]$ に差が生じているのは、跳水内部では三次元的な流れであり、 \bar{u}/U_{ave1} の値が横断方向に変化しているためと考えられる。



(a) UD



(b) FD($\ell_1/\ell_{cp} = 1.7$)

図 3-19 時間平均流速の分布 ($F_1 = 7.2$, $R = 6.2 \times 10^4$)

3.5.1.2 最大流速の減衰状況

与えられた相対距離 x/h_1 における断面内の \bar{u} の最大値 \bar{u}_{\max} を

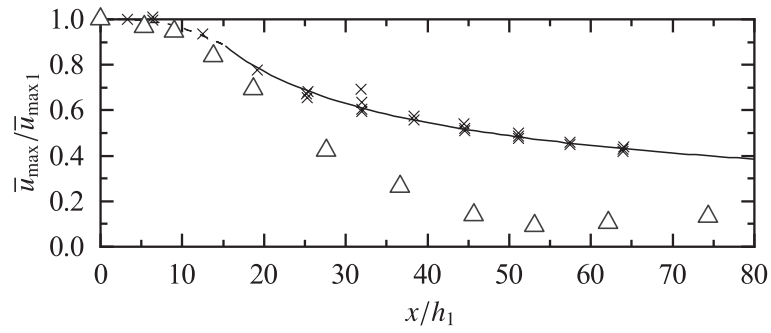
$$\frac{\bar{u}_{\max}}{\bar{u}_{\max 1}} = f \left(F_1, R, \frac{\delta}{h_1}, \frac{x}{h_1} \right) \quad (3.83)$$

の関係で整理した一例を図 3-20 に示す。ここに、 $\bar{u}_{\max 1}$ は跳水始端断面における \bar{u}_{\max} である (図 3-21 参照)。図 3-20 に示されるように、与えられた $F_1, R, \delta/h_1$ に対して、 x/h_1 の値の増加とともに $\bar{u}_{\max}/\bar{u}_{\max 1}$ の値は小さくなる。また、 $x/h_1 \geq 50$ では、 x/h_1 の大きさによらず $\bar{u}_{\max}/\bar{u}_{\max 1} \approx 0.15$ でほぼ一定となる。

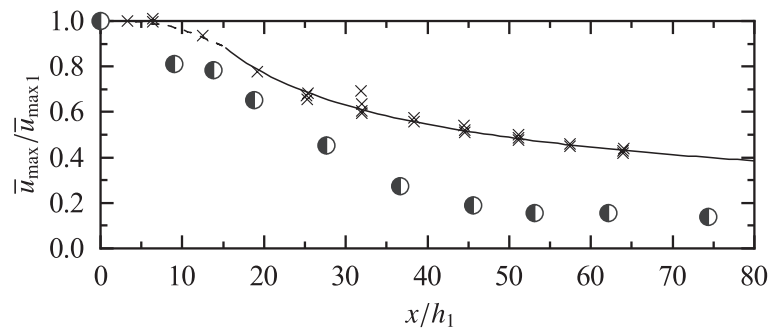
自由跳水の最大流速の減衰に対する跳水の表面渦の影響を知るため、表面渦を有さない wall jet との比較を行う。図 3-20 に wall jet の場合の実験値^[49]を示す。また、wall jet の場合、 $x_{\text{jet}}/a_{\text{jet}} \leq 15$ では Rajaratnam and Subramanya^[58] による傾向線 (図 3-20 の点線) が与えられ、 $15 \leq x_{\text{jet}}/a_{\text{jet}} < 100$ では、

$$\frac{\bar{u}_{\max}}{U_{\text{jet}}} = 3.45 \left(\frac{x_{\text{jet}}}{a_{\text{jet}}} \right)^{-\frac{1}{2}} \quad \text{for } 15 \lesssim \frac{x_{\text{jet}}}{a_{\text{jet}}} < 100 \quad (3.84)$$

の実験式 (図 3-20 の実線) が示されている^{[49],[59]}。ここに、 U_{jet} はノズル開口部での最大流速、 x_{jet} はノズル開口部を原点とする平板に沿う流下方向座標、 a_{jet} はノズル開口高であり、 $U_{\text{jet}} = \bar{u}_{\max 1}$, $x_{\text{jet}} = x$, $a_{\text{jet}} = h_1$ としている (図 3-21, 図 3-22 参照)。図 3-20 より、 $x/h_1 \geq 15 \sim 20$ での $\bar{u}_{\max}/\bar{u}_{\max 1}$ は、自由跳水のほうが wall jet よりも小さい。すなわち、最大流速の減衰に対する自由跳水の表面渦の影響が認められる。



(a) UD



(b) FD($l_1/l_{cp} = 1.7$)

図 3-20 最大流速の減衰状況 ($F_1 = 7.2, R = 6.2 \times 10^4$) ; (x): wall jet の場合の実験値^[49], (---): wall jet の場合の傾向線^[58], (—): Eq.(3.84) with $U_{jet} = \bar{u}_{max1}, x_{jet} = x$, and $a_{jet} = h_1$

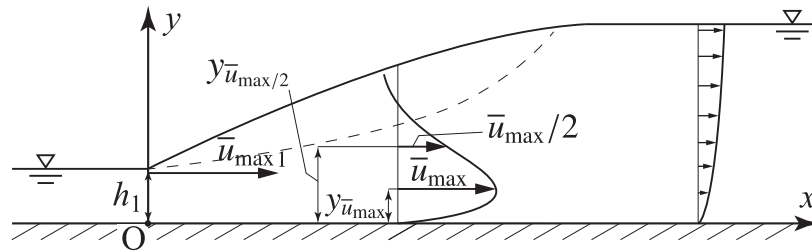


図 3-21 跳水内部の流速分布の概略図

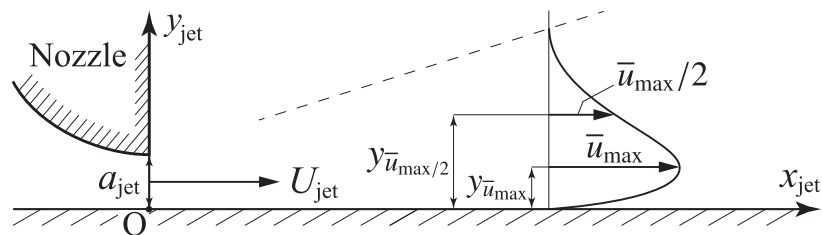


図 3-22 平板に沿う二次元壁面噴流 (wall jet) の概略図

3.5.1.3 最大流速の生じる高さ

最大流速 \bar{u}_{\max} の生じる高さ $y_{\bar{u}_{\max}}$ を

$$\frac{y_{\bar{u}_{\max}}}{h_1} = f \left(F_1, R, \frac{\delta}{h_1}, \frac{x}{h_1} \right) \quad (3.85)$$

の関係で整理した一例を図 3-23 に示す。図 3-23 に示されるように、与えられた $F_1, R, \delta/h_1$ に対して、 x/h_1 の値の増加とともに $y_{\bar{u}_{\max}}/h_1$ の値は大きくなる。また、 x/h_1 の値がある程度大きくなると、 x/h_1 の値の大きさによらず、 $y_{\bar{u}_{\max}}/h_1$ の値はほぼ一定となる。

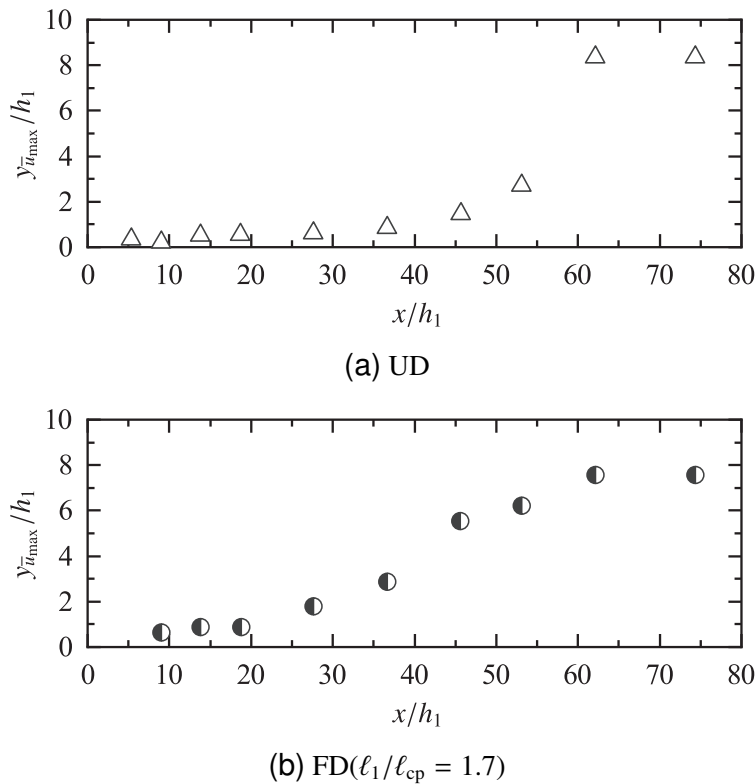


図 3-23 最大流速の生じる相対高さの流下方向変化 ($F_1 = 7.2, R = 6.2 \times 10^4$)

3.5.1.4 半値幅

与えられた x/h_1 において \bar{u}_{\max} と $y_{\bar{u}_{\max}}$ とを知り, $y > y_{\bar{u}_{\max}}$ で $\bar{u} = \bar{u}_{\max}/2$ となる y を半値幅 $y_{\bar{u}_{\max}/2}$ と定義する (図 3-21 参照). 半値幅 $y_{\bar{u}_{\max}/2}$ を

$$\frac{y_{\bar{u}_{\max}/2}}{h_1} = f \left(F_1, R, \frac{\delta}{h_1}, \frac{x}{h_1} \right) \quad (3.86)$$

の関係で整理した一例を図 3-24 に示す. 図 3-24 に示されるように, 与えられた $F_1, R, \delta/h_1$ に対して, $y_{\bar{u}_{\max}/2}/h_1$ の値は x/h_1 の値の増加とともに大きくなる. また, x/h_1 の値の増加とともに跳水内部の流速分布形が変化して漸変流の場合の流速分布に近づく (図 3-19 参照) ため, $y_{\bar{u}_{\max}/2}/h_1$ の値はやがて得られなくなる.

Wall jet の半値幅 $y_{\bar{u}_{\max}/2}$ の流下方向変化は,

$$\frac{y_{\bar{u}_{\max}/2}}{a_{\text{jet}}} = 0.50 + 0.065 \frac{x_{\text{jet}}}{a_{\text{jet}}} \quad (3.87)$$

で示されている^[59]. 式 (3.87) で $a_{\text{jet}} = h_1, x_{\text{jet}} = x$ とした場合の計算値を図 3-24 に実線で示す. 図 3-24 に示されるように, $x/h_1 \lesssim 15 \sim 20$ では, 同一の x/h_1 での $y_{\bar{u}_{\max}/2}/h_1$ の値は自由跳水の場合と wall jet の場合とで同程度を示す. $x/h_1 \gtrsim 15 \sim 20$ では, 同一の x/h_1 での $y_{\bar{u}_{\max}/2}/h_1$ の値は自由跳水のほうが wall jet よりも大きい. これは, 自由跳水では流れに気泡が取り込まれることから, 気泡の浮力効果によっても跳水の主流は wall jet の場合よりも広がったためと考えられる.

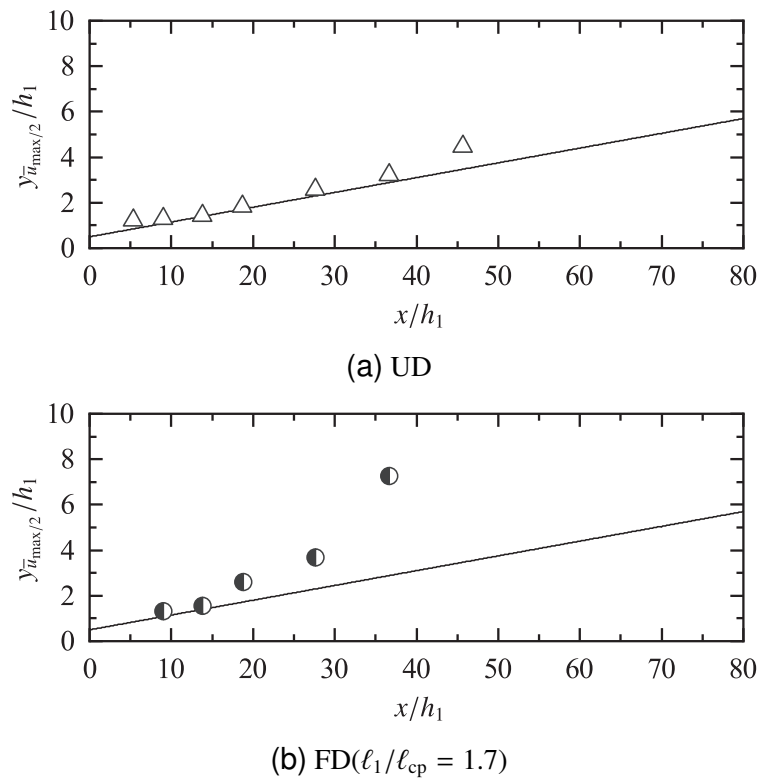


図 3-24 相対半値幅の流下方向変化 ($F_1 = 7.2$, $R = 6.2 \times 10^4$); (—): Eq.(3.87) with $a_{jet} = h_1$ and $x_{jet} = x$

3.5.1.5 跳水内部の流速分布

半値幅 $y_{\bar{u}_{\max/2}}$ が得られた x/h_1 の範囲を対象に、跳水内部の x 方向の時間平均流速 \bar{u} を

$$\frac{\bar{u}}{\bar{u}_{\max}} = f\left(\frac{y}{y_{\bar{u}_{\max/2}}}, \frac{x}{h_1}, F_1, R, \frac{\delta}{h_1}\right) \quad (3.88)$$

の関係で整理すると、跳水内部において平板に沿う二次元壁面噴流 (wall jet) の流速分布と類似な流速分布形状を得られる^{[13],[59]}。式 (3.88) の関係に基づいて \bar{u} の測定値を整理した結果を図 3-25 に示す。図 3-25 に示されるように、与えられた $F_1, R, \delta/h_1, x/h_1$ に対して、 $y/y_{\bar{u}_{\max/2}}$ の値の増加とともに \bar{u}/\bar{u}_{\max} の値は大きくなり、 $\bar{u}/\bar{u}_{\max} = 1$ となる相対高さ $y_{\bar{u}_{\max}}/y_{\bar{u}_{\max/2}}$ をとる。 $y/y_{\bar{u}_{\max/2}} > y_{\bar{u}_{\max}}/y_{\bar{u}_{\max/2}}$ では、 $y/y_{\bar{u}_{\max/2}}$ の値の増加とともに \bar{u}/\bar{u}_{\max} の値は小さくなる。また、与えられた $F_1, R, \delta/h_1$ に対して、 \bar{u}/\bar{u}_{\max} の分布形は x/h_1 の値によらず同様な分布形状を示す。 $y_{\bar{u}_{\max}}/y_{\bar{u}_{\max/2}}$ の大きさについては、wall jet の場合は $y_{\bar{u}_{\max}}/y_{\bar{u}_{\max/2}} \approx 0.16$ ^{[49],[59]} であるから、跳水の場合のほうが wall jet の場合よりも $y_{\bar{u}_{\max}}/y_{\bar{u}_{\max/2}}$ の値は大きくなる。これは、自由跳水の表面渦の効果によるものと考えられる。

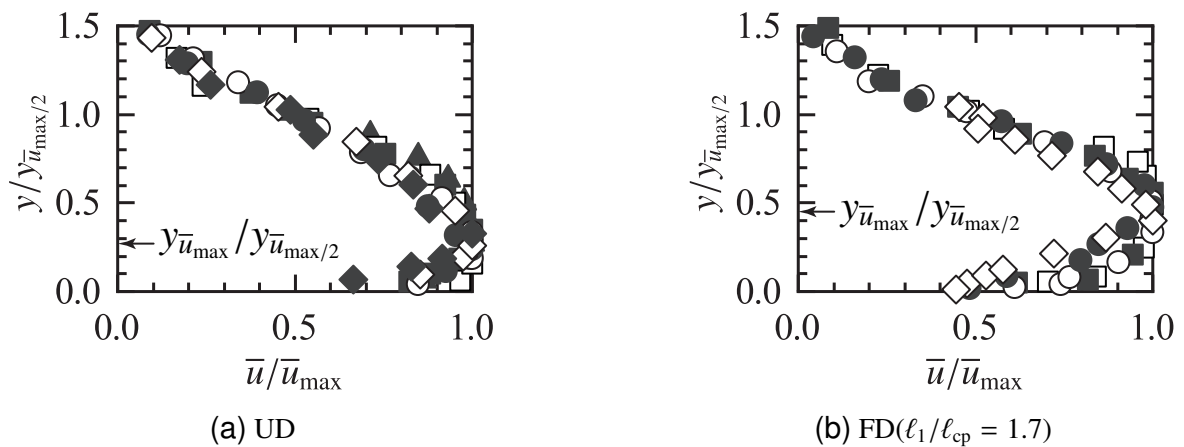


図 3-25 跳水内部の流速分布 ($F_1 = 7.2, R = 6.2 \times 10^4$) ; $x/h_1 = (\blacktriangle) 5, (\square) 9, (\blacksquare) 14, (\circ) 19, (\bullet) 28, (\diamond) 37, (\blacklozenge) 46$

3.5.2 乱れ強さの特性

3.5.2.1 乱れ強さ分布の流下方向変化

x, y, z 方向の乱れ強さ $\sqrt{u'^2}$, $\sqrt{v'^2}$, $\sqrt{w'^2}$ を

$$\frac{\sqrt{u'^2}}{U_{ave1}}, \frac{\sqrt{v'^2}}{U_{ave1}}, \frac{\sqrt{w'^2}}{U_{ave1}} = f\left(\frac{y}{h_1}, \frac{x}{h_1}, \frac{\delta}{h_1}, R, F_1\right) \quad (3.89)$$

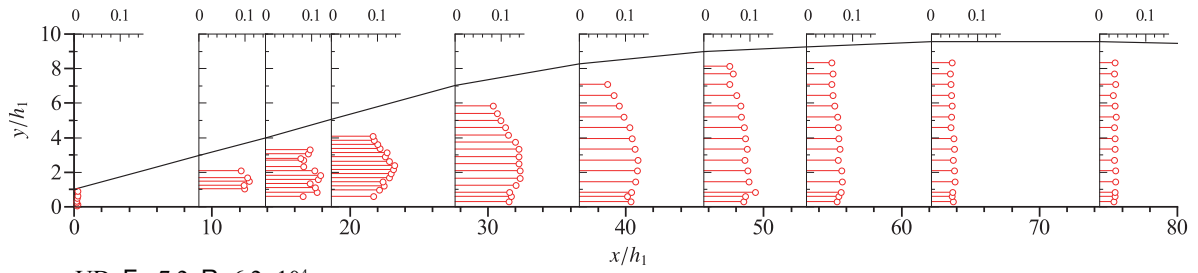
の関係で整理した結果を図 3-26 と図 3-27 に示す。

x 方向の相対的な乱れ強さ $\sqrt{u'^2}/U_{ave1}$ について、図 3-26(a) と図 3-27(a) に示されるように、与えられた F_1 , R , δ/h_1 に対して、表面渦の形成が認められる x/h_1 の範囲 ($0 < x/h_1 \leq 50$, 図 3-19 参照) の場合、同一の x/h_1 では、 y/h_1 の値の増加とともに $\sqrt{u'^2}/U_{ave1}$ の値は大きくなり、ある y/h_1 で最大値をとる。さらに y/h_1 の値が大きくなると、 $\sqrt{u'^2}/U_{ave1}$ の値は小さくなる。表面渦が形成されなくなる x/h_1 の範囲 ($x/h_1 \geq 50$, 図 3-19 参照) の場合、同一の x/h_1 では、 $\sqrt{u'^2}/U_{ave1}$ の値は y/h_1 の大きさによらず、大略一定となっている。

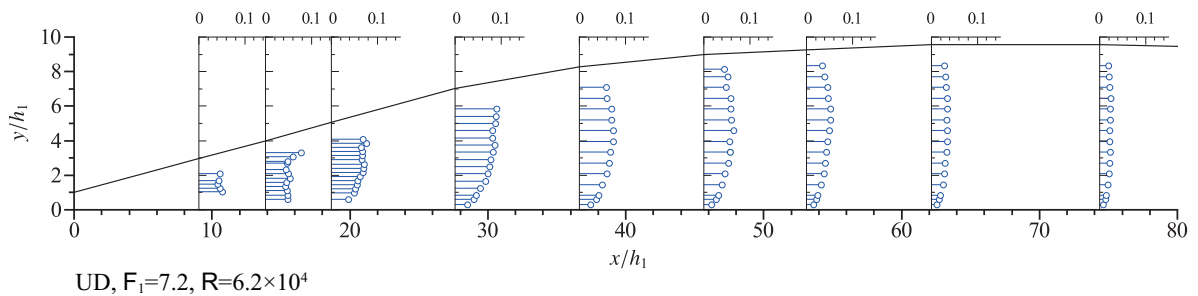
y 方向の相対的な乱れ強さ $\sqrt{v'^2}/U_{ave1}$ について、図 3-26(b) と図 3-27(b) に示されるように、与えられた F_1 , R , δ/h_1 に対して、 $19 \leq x/h_1 \leq 28$ の場合、同一の x/h_1 では、 y/h_1 の値の増加とともに $\sqrt{v'^2}/U_{ave1}$ の値は大きくなる。 $x/h_1 > 28$ の場合、同一の x/h_1 では、 $\sqrt{v'^2}/U_{ave1}$ の値は大きくなり、ある y/h_1 で最大値をとる。さらに y/h_1 の値が大きくなると、 $\sqrt{v'^2}/U_{ave1}$ の値は小さくなる。

z 方向の相対的な乱れ強さ $\sqrt{w'^2}/U_{ave1}$ については、図 3-26(c) と図 3-27(c) に示されるように、 $46 \leq x/h_1 \leq 74$ で検討された。与えられた F_1 , R , δ/h_1 に対して、同一の x/h_1 では、 $\sqrt{w'^2}/U_{ave1}$ の値は y/h_1 の値によらず大略一定となっている。

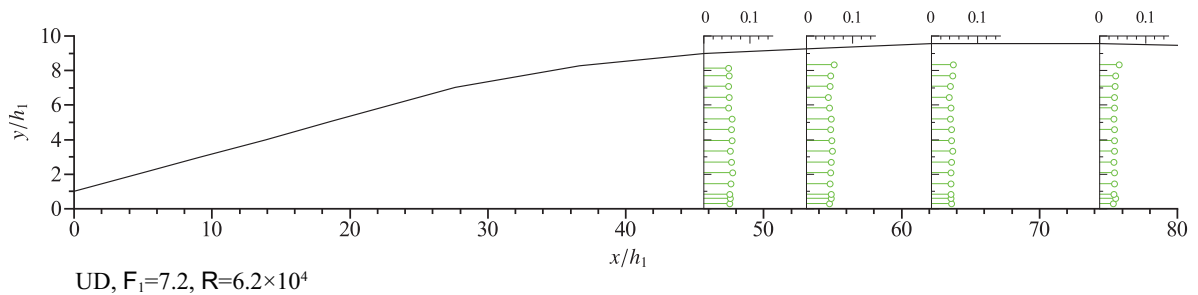
跳水内部の流速分布と乱れ強さ分布との関係を示すため、時間平均流速の分布 (図 3-19) と x, y 方向の乱れ強さの分布 [図 3-26(a), 図 3-26(b), 図 3-27(a), 図 3-27(b)] とを併記したグラフを図 3-28 に示す。図 3-28 より、与えられた F_1 , R , δ/h_1 , x/h_1 に対して、 x 方向の相対的な乱れ強さ $\sqrt{u'^2}/U_{ave1}$ の値が大きい領域は、速度勾配の大きい y/h_1 の範囲と対応している。また、 y 方向の相対的な乱れ強さ $\sqrt{v'^2}/U_{ave1}$ の値が大きい領域は、 $\bar{V}/U_{ave1} \approx 0$ となる y/h_1 の範囲と対応している。



(a) $\sqrt{u'^2}/U_{ave1}$ の分布

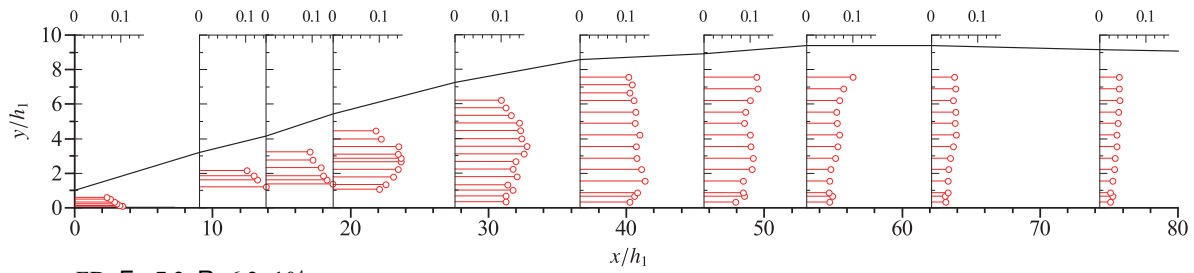


(b) $\sqrt{v'^2}/U_{ave1}$ の分布

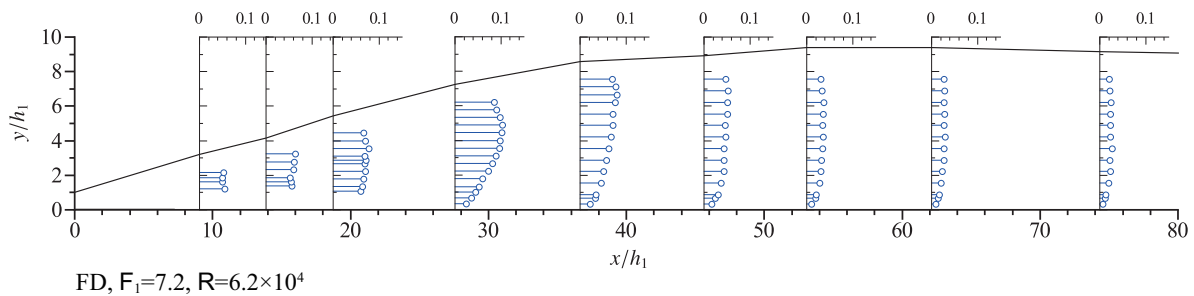


(c) $\sqrt{w'^2}/U_{ave1}$ の分布

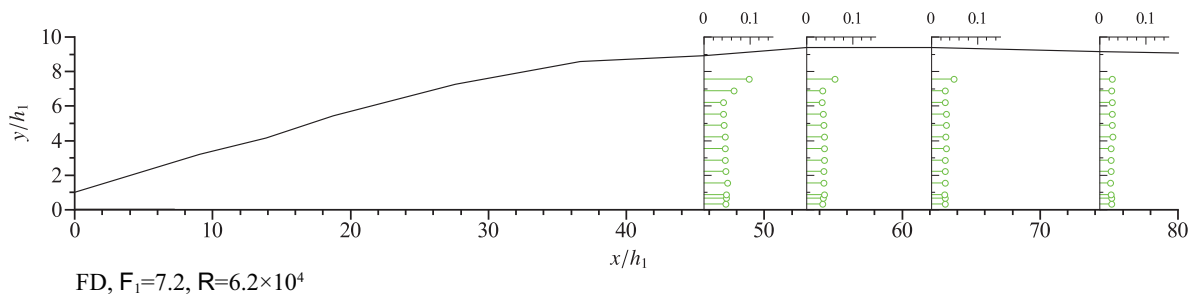
図 3-26 乱れ強さの分布 (UD, $F_1 = 7.2$, $R = 6.2 \times 10^4$)



(a) $\sqrt{u'^2}/U_{ave1}$ の分布

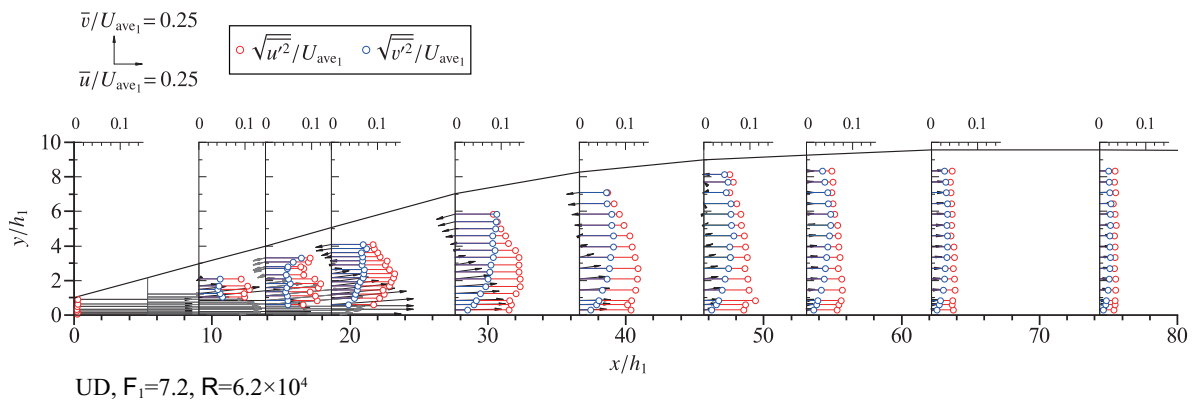


(b) $\sqrt{v'^2}/U_{ave1}$ の分布

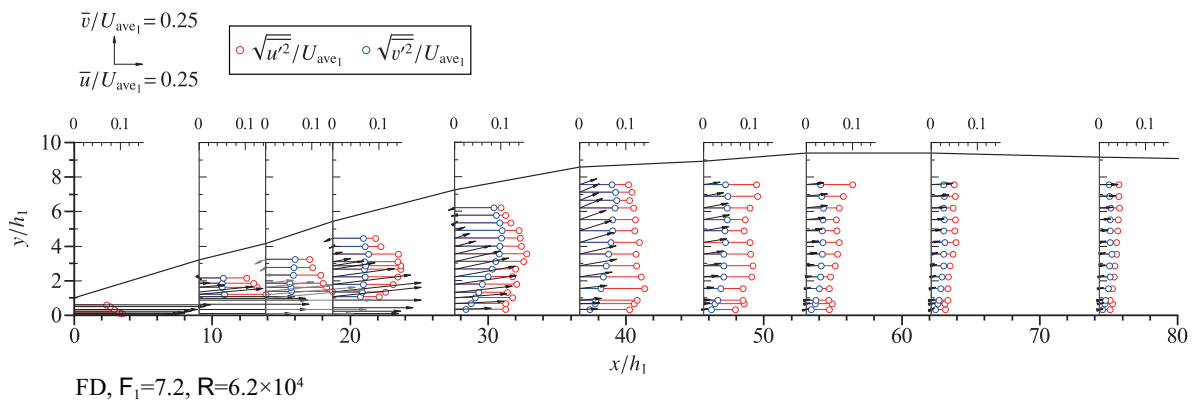


(c) $\sqrt{w'^2}/U_{ave1}$ の分布

図 3-27 乱れ強さの分布 [$FD(\ell_1/\ell_{cp} = 1.7)$, $F_1 = 7.2$, $R = 6.2 \times 10^4$]



(a) UD



(b) FD($\ell_1/\ell_{cp} = 1.7$)

図 3-28 時間平均流速分布と乱れ強さ分布との関係 ($F_1 = 7.2$, $R = 6.2 \times 10^4$)

3.5.2.2 乱れの配分率

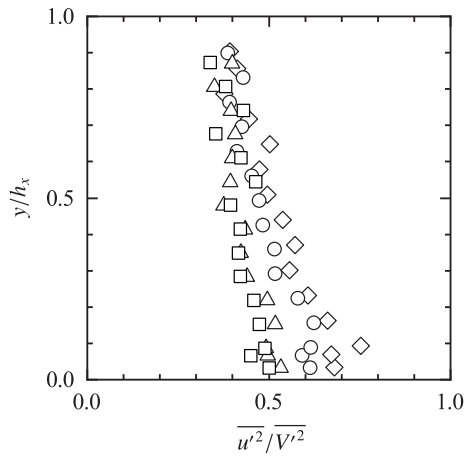
与えられた F_1 と R に対して、 $46 \leq x/h_1 \leq 74$ の範囲で検討された水路中央面 ($z = 0$) における x, y, z 方向の乱れ強さを

$$\frac{\overline{u'^2}}{\overline{V'^2}}, \frac{\overline{v'^2}}{\overline{V'^2}}, \frac{\overline{w'^2}}{\overline{V'^2}} = f\left(\frac{y}{h_x}, \frac{x}{h_1}, \frac{\delta}{h_1}\right) \quad (3.90)$$

の関係で整理した結果を図 3-29 と図 3-30 に示す。ここに、 $\overline{V'^2} = \overline{u'^2} + \overline{v'^2} + \overline{w'^2}$ である。

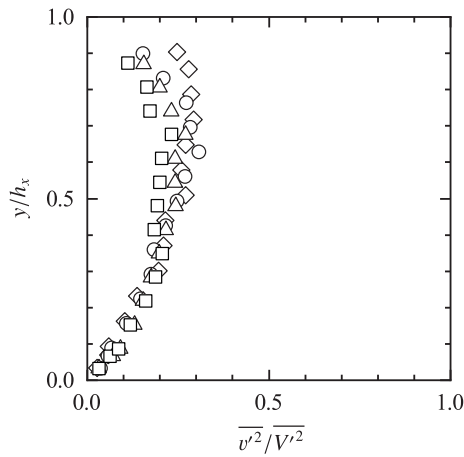
図 3-29 に示される UD の場合、与えられた x/h_1 に対して、 y/h_x の値の増加とともに、 $\overline{u'^2}/\overline{V'^2}$ の値は小さくなり、 $\overline{v'^2}/\overline{V'^2}$ の値は大きくなり、 $\overline{w'^2}/\overline{V'^2}$ の値は水面付近 ($y/h_x \approx 1$) を除いて大略一定となっている。また、図 3-30 に示される FD の場合、与えられた x/h_1 に対して、 y/h_x の値の増加とともに、 $\overline{u'^2}/\overline{V'^2}$ の値は大きくなり、 $\overline{v'^2}/\overline{V'^2}$ の値は底面付近 ($y/h_x \approx 0$) と水面付近 ($y/h_x \approx 1$) を除いて大略一定となり、 $\overline{w'^2}/\overline{V'^2}$ の値は小さくなっている。

図 3-29 と図 3-30 より、 x, y, z 方向の乱れ強さには、 $\overline{u'^2} > \overline{w'^2} > \overline{v'^2}$ の関係がある。これは、開水路乱流で等流の場合の乱れ強さの配分率^[31]の大小関係と一致している。また、開水路乱流で等流の場合、 $\overline{u'^2}/\overline{V'^2} \approx 0.55$ 、 $\overline{v'^2}/\overline{V'^2} \approx 0.17$ 、 $\overline{w'^2}/\overline{V'^2} \approx 0.28$ である^[31]ことから、図 3-29 と図 3-30 より、自由跳水の場合の乱れの配分率が開水路乱流で等流の場合とおおよそ一致することが分かる。



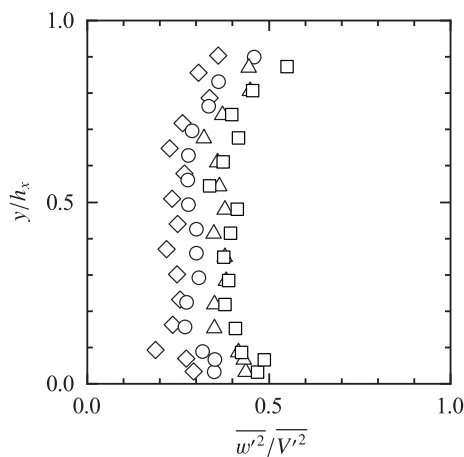
x/h_1	
◇	46
○	53
△	62
□	74

(a) $\overline{u^2}/\overline{V^2}$ の分布



x/h_1	
◇	46
○	53
△	62
□	74

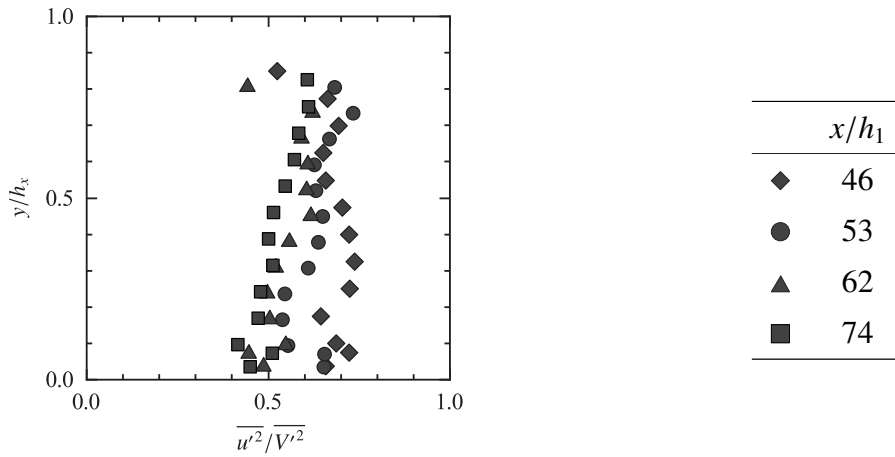
(b) $\overline{v^2}/\overline{V^2}$ の分布



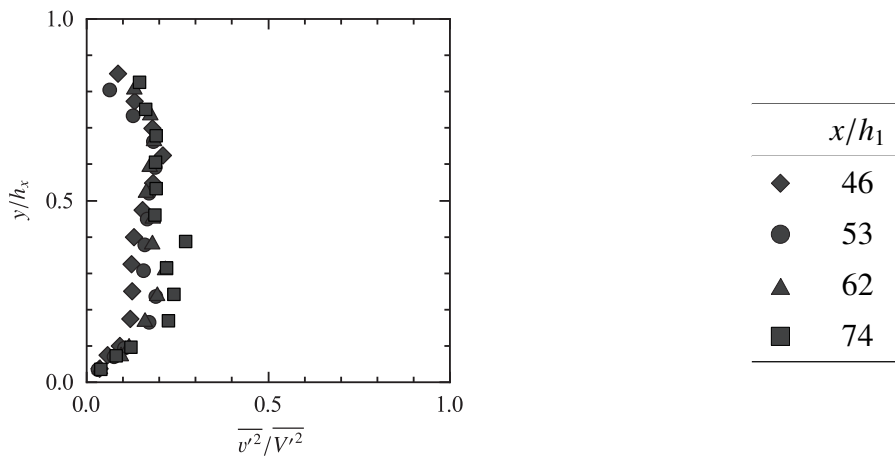
x/h_1	
◇	46
○	53
△	62
□	74

(c) $\overline{w^2}/\overline{V^2}$ の分布

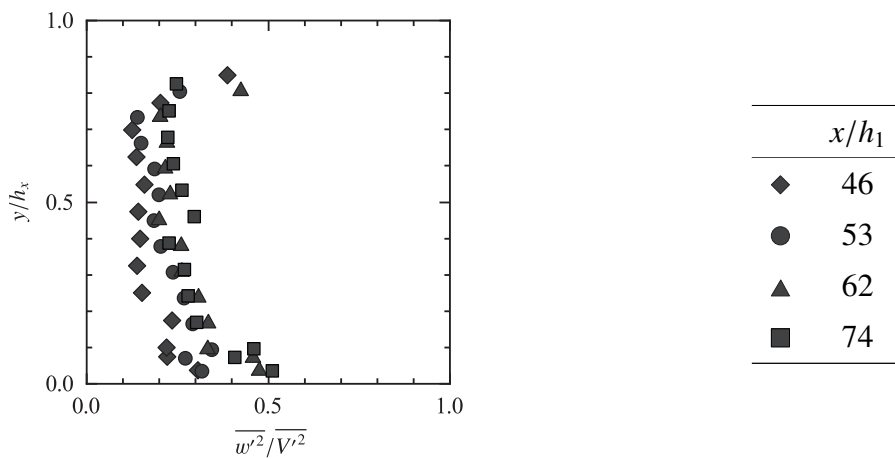
図 3-29 乱れ強さの配分率 (UD, $F_1 = 7.2$, $R = 6.2 \times 10^4$)



(a) $\overline{u^2}/V^2$ の分布



(b) $\overline{v^2}/V^2$ の分布



(c) $\overline{w^2}/V^2$ の分布

図 3-30 乱れ強さの配分率 [FD($l_1/l_{cp} = 1.7$), $F_1 = 7.2$, $R = 6.2 \times 10^4$]

3.5.3 底面摩擦抵抗係数

底面摩擦抵抗係数 $C_f [= \bar{\tau}_0 / (\rho U_{ave1}^2 / 2)]$ を

$$C_f = f\left(F_1, R, \frac{x}{h_1}, \frac{\delta}{h_1}\right) \quad (3.91)$$

の関係で水路中央面 ($z = 0$) の測定結果に基づいて整理したものを図 3-31 に示す。図 3-31 に示されるように、与えられた F_1 , R , δ/h_1 に対して、跳水始端 ($x/h_1 = 0$) から x/h_1 の値の増加とともに C_f の値は小さくなる。また、 $x/h_1 \geq 50$ では、 $x/h_1 \leq 50$ の場合に比べて、 C_f の値は十分に小さくなっている。

Wall jet の場合の底面摩擦抵抗係数は、

$$C_f = \frac{0.1976}{\frac{x_{jet}}{a_{jet}} \left(\frac{U_{jet} a_{jet}}{\nu} \right)^{1/12}} \quad (3.92)$$

で示される^[60]。式 (3.92) で $a_{jet} = h_1$, $x_{jet} = x$, $U_{jet} = U_{ave1}$ (図 3-21, 図 3-22 参照) とした場合の計算値を図 3-31 に実線で示す。図 3-31 に示されるように、同一の x/h_1 での C_f の値は自由跳水のほうが wall jet よりも小さい。

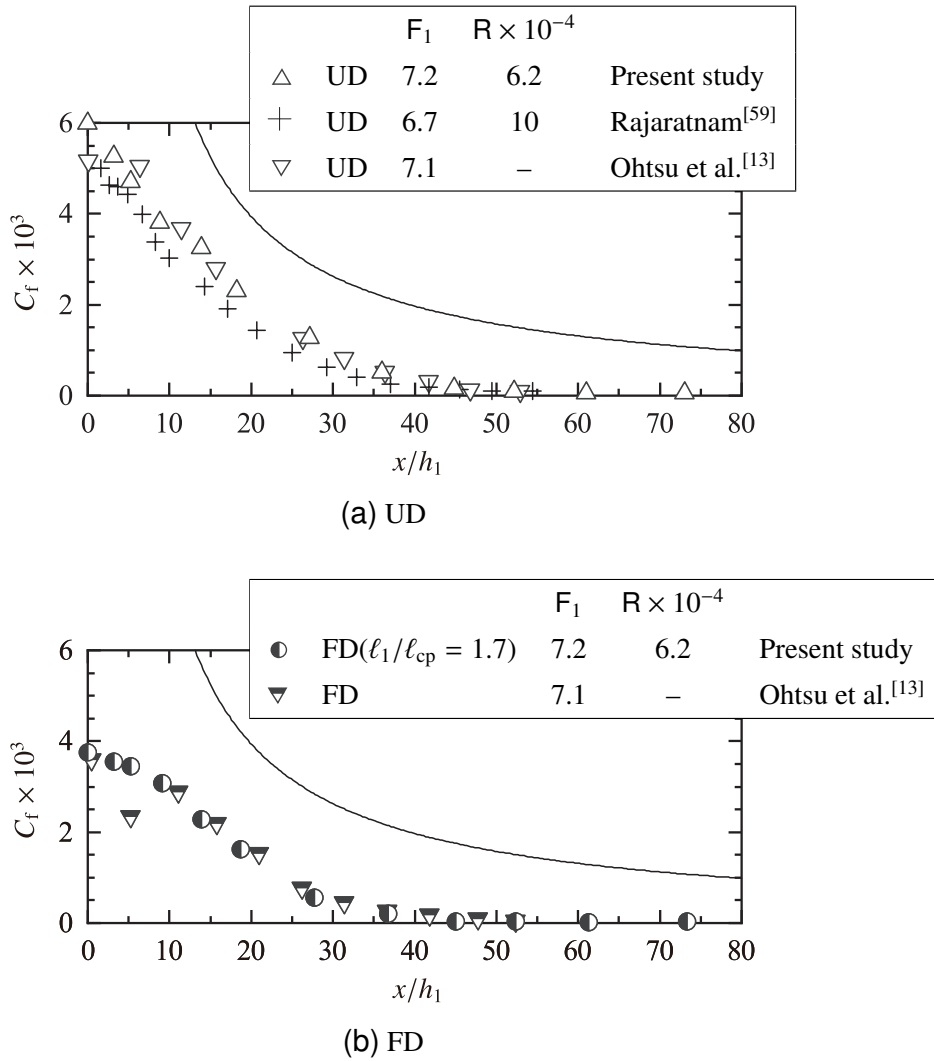


図 3-31 底面摩擦抵抗係数 C_f の流下方向変化 ($F_1 \approx 7$) ; (—): Eq.(3.92) with $a_{jet} = h_1$, $x_{jet} = x$, and $U_{jet} = U_{ave1}$

3.5.4 空気混入特性

長方形断面水平水路の定常跳水において、代表長さに跳水始端水深 h_1 、代表流速に跳水始端の断面平均流速 U_{ave1} を選ぶと、跳水内部の空気混入率 C は、

$$C = f\left(\frac{x}{h_1}, \frac{y}{h_1}, \frac{z}{B/2}, F_1, R, \frac{\delta}{h_1}, \frac{B}{h_1}, W\right) \quad (3.93)$$

の関係によって支配されるものと考えられる^{[22],[56]}。ここに、 $W [= \rho U_{ave1}^2 h_1 / \sigma]$ はウェバー数、 σ は水の表面張力である。 W は liquid parameter $[= g\mu^4 / (\rho\sigma^3)]$ を用いると、

$$W = \left(\frac{g\mu^4}{\rho\sigma^3} F_1^2 R^4\right)^{\frac{1}{3}} \quad (3.94)$$

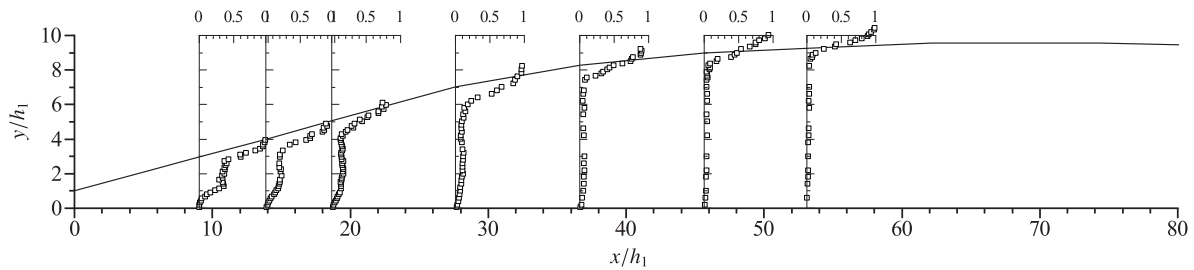
のように示される^[61]。Liquid parameter は水と空気の物性と重力加速度から決まり、一般的な開水路流の水温ではほぼ一定値を示す^[40]。このため、式(3.94)より、ウェバー数 W は跳水始端のフルード数 F_1 とレイノルズ数 R によって表示することができる。また、アスペクト比が $B/h_1 > 5$ の場合、流入射流の流速分布は二次元的である^{[31],[32]}。ことから、定常跳水の流況に対する B/h_1 の影響は小さいものと考えられる。以上より、式(3.94)を式(3.93)に代入し、水路中央面 ($z = 0$) を対象にすると、跳水内部の空気混入率 C は、

$$C = f\left(\frac{x}{h_1}, \frac{y}{h_1}, \frac{\delta}{h_1}, F_1, R\right) \quad (3.95)$$

の関係で示される。

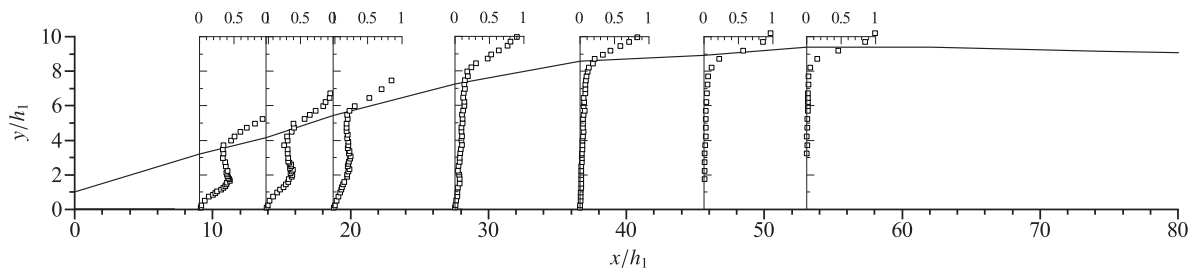
跳水内部の空気混入率 C の実験値を式(3.95)の関係に基づき整理した一例を図3-32に示す。与えられた F_1 , R , δ/h_1 に対して、図3-32に示されるように、跳水始端近くでは y/h_1 の値の増加とともに C の値は大きくなり、 C の極大値 C_{max} が得られる。さらに y/h_1 の値が増加すると、 C の値は減少して極小値 C_{min} をとる。すなわち、図3-33の断面①のように、 $y \leq y_{C_{min}}$ ($y_{C_{min}}$ は C_{min} の生じる y) で C_{max} が存在する領域があり、これは advective diffusion region と呼ばれている^[62]。一方、 $y > y_{C_{min}}$ の領域では、跳水の表面渦の水表面での breaking によって空気を取り込まれ、 y の値の増加とともに C の値は1に近づく。この領域は breaking region と呼ばれている^[63]。Impingement point 付近から取り込まれた気泡は跳水中で移流・拡散するため、 C_{max} の値は跳水始端近くで大きく、 x/h_1 の値の増加とともに小さくなる。また、 C_{max} の生じる相対高さ $y_{C_{max}}/h_1$ の値は、 x/h_1 の値の増加とともに大きくなる。 x/h_1 の値が大きくなると、気泡は流下とともに浮力によって上昇し、水面に到達してやがて大気中に放出されるため、 C_{max} が認められない C の分布となる。すなわち、図3-33の断面②のようになり、advective diffusion region は存在しなくなる^[22]。Advective diffusion region が形成されなくなると、跳水内部では

y/h_1 の大きさによらず $C \approx 0$ となり，跳水の水表面付近では y/h_1 の値の増加とともに C の値は大きくなる．跳水の水表面付近で $C > 0$ となるのは，水表面の変動に伴う水面の凹凸間の空気 (entrapped air)^[40] を計測したためと考えられる．



UD, $F_1=7.2$, $R=6.2 \times 10^4$

(a) UD



FD, $F_1=7.2$, $R=6.2 \times 10^4$

(b) FD ($l_1/l_{cp} = 2.0$)

図 3-32 空気混入率分布 ($F_1 = 7.2$, $R = 6.2 \times 10^4$) ; (□): 空気混入率 C の測定値

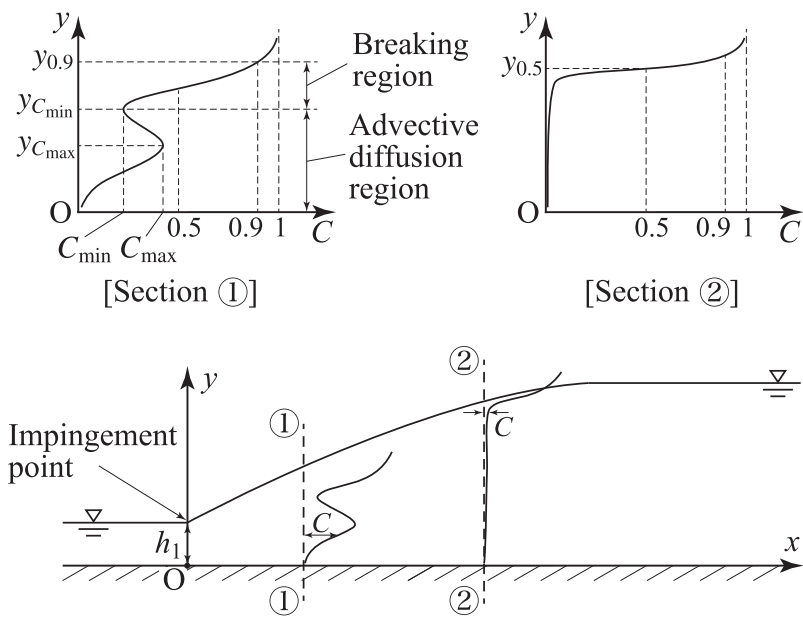


図 3-33 跳水内部の空気混入率分布の概略図

3.5.5 水表面形状

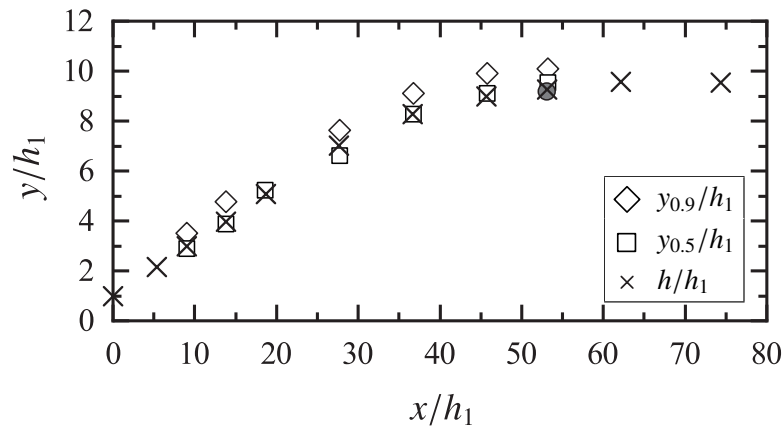
定常跳水の水表面付近は表面渦の逆流域となっており、図 3-32 に示されるように、空気混入率が $C = 0.5 \sim 0.9$ となっている。空気混入率の値が $C = 0.5$ および $C = 0.9$ となる高さ y をそれぞれ水表面の代表水深 $y_{0.5}$ および $y_{0.9}$ とする（図 3-33 参照）。自由跳水の水表面形状を

$$\frac{y_{0.5}}{h_1} = f\left(F_1, R, \frac{x}{h_1}, \frac{\delta}{h_1}\right), \quad (3.96)$$

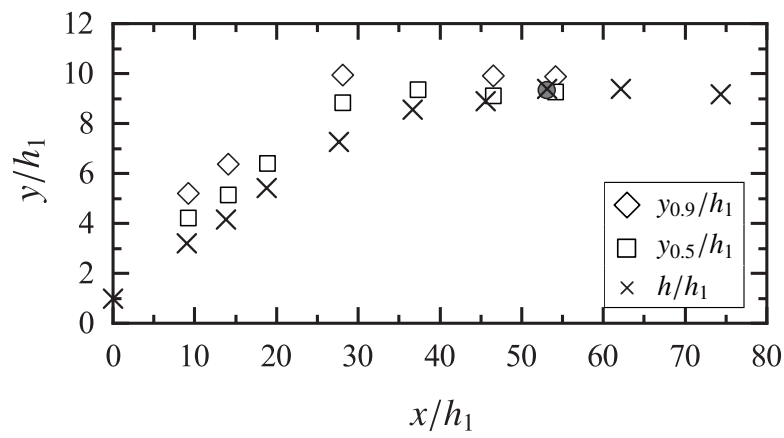
$$\frac{y_{0.9}}{h_1} = f\left(F_1, R, \frac{x}{h_1}, \frac{\delta}{h_1}\right) \quad (3.97)$$

の関係で整理した結果を図 3-34 に示す。 $y_{0.5}/h_1$ については、図 3-34 に示されるように、与えられた F_1 と R に対して、UD と FD 共に、 x/h_1 の値の増加とともに $y_{0.5}/h_1$ の値は大きくなる。やがて x/h_1 の値によらず $y_{0.5}/h_1$ の値はほぼ一定になっている。 $y_{0.9}/h_1$ については、図 3-34 に示されるように、与えられた F_1 と R に対して、UD と FD 共に、 x/h_1 の値の増加とともに $y_{0.9}/h_1$ の値は大きくなる。やがて x/h_1 の値によらず $y_{0.5}/h_1$ の値はほぼ一定になっている。

第 3.6.7 項において、エネルギー減勢構造物での跳水長 L_j の合理的な物理的意味は跳水によるエネルギー損失が達成されるために必要な長さであり、跳水長の実験式として式 (3.109) あるいは (3.110) が有用であることが後述される。そこで、式 (3.109) より求められる跳水長に対応する終端を跳水終端断面とすると、本実験条件 ($F_1 = 7.2$) では $x/h_1 = 53 \sim 54$ である。跳水始端・終端の相対水深 h_2/h_1 について、Bélanger の式 [式 (3.64)] より本実験条件 ($F_1 = 7.2$) では $h_2/h_1 = 9.69$ が求められる。式 (3.64) より求められた計算値と $x/h_1 = 53 \sim 54$ でのポイントゲージによる測定値 (UD では $h_2/h_1 = 9.26$, FD では $h_2/h_1 = 9.38$, 図 3-34 参照) とを比較すると、誤差率 $\pm 4.6\%$ 以内である。この差の主要因は、式 (3.64) の導出過程において、検査領域に作用する底面剪断力を無視したことによるものと考えられる。一方、底面摩擦抵抗係数 C_f の測定値を用いて式 (3.59) より S_f を求め、流速 \bar{u} と乱れ強さ $\sqrt{u'^2}$ の測定値を用いて式 (3.60)～式 (3.63) の諸量 ($\beta_1, \beta_2, \gamma_1, \gamma_2$) を求め、これらの値と $F_1 = 7.2$ とを式 (3.58) に代入すると、UD では $h_2/h_1 = 9.20$, FD では $h_2/h_1 = 9.34$ の値が得られる。これらの結果と $x/h_1 = 53 \sim 54$ でのポイントゲージによる測定値とを比較すると、誤差率 $\pm 0.6\%$ 以内である。すなわち、検査領域に作用する底面剪断力とレイノルズ応力による表面力とを考慮した運動量方程式より跳水始端・終端の相対水深 h_2/h_1 を求めると、UD と FD 共にポイントゲージによる h_2/h_1 の測定値とよく一致することが確認された^[18]。



(a) UD



(b) FD

図 3-34 跳水の水表面形状 ($F_1 = 7.2$, $R = 6.2 \times 10^4$) ; (●): Eq.(3.58) with S_f , β_1 , β_2 , γ_1 , and γ_2

3.5.6 エネルギー収支

与えられた $F_1, R, x/h_1$ に対する流速 \bar{u} , 乱れ強さ $\sqrt{u'^2}$, 水深 h の測定値 (第 3.5.1 項, 第 3.5.2 項, 第 3.5.5 項) を用いて,

$$\frac{H}{(H_T)_1} = \frac{h}{(H_T)_1} + \frac{1}{(H_T)_1} \left(\alpha \frac{U_{ave}^2}{2g} \right), \quad (3.98)$$

$$\frac{Rs.}{(H_T)_1} = \frac{1}{(H_T)_1} \int_0^h (\overline{\rho u'^2}) \bar{u} dy, \quad (3.99)$$

$$\frac{Con.}{(H_T)_1} = \frac{1}{(H_T)_1} \int_0^h \left(\rho \frac{\overline{V'^2}}{2} \right) \bar{u} dy \quad (3.100)$$

の各量を求め, $h/(H_T)_1, [\alpha U_{ave}^2/(2g)]/(H_T)_1, Rs./ (H_T)_1, Con./ (H_T)_1 = f(F_1, R, \delta/h_1, x/h_1)$ の関係で整理された結果を図 3-35 に示す. ただし, 本測定では水面 ($y = h$) での \bar{u} と $\sqrt{u'^2}$ とを得られないため, 計測された最大の y での \bar{u} と $\sqrt{u'^2}$ の値を水面での値としている. なお, 跳水始端断面 (断面 s_1) では滑面開水路乱流の乱れ特性^[31] を用いて $\overline{V'^2} = 1.8\overline{u'^2}$ とし, 任意な跳水下流側断面 (断面 s_x) では $\overline{V'^2} = 2\overline{u'^2}$ としている.

図 3-35 に示されるように, 跳水始端断面 ($x/h_1 = 0$) では, UD の場合は $h/(H_T)_1 = 3\%$ かつ $[\alpha U_{ave}^2/(2g)]/(H_T)_1 = 97\%$, FD の場合は $h/(H_T)_1 = 3\%$ かつ $[\alpha U_{ave}^2/(2g)]/(H_T)_1 = 95\%$ である. なお, FD の場合, 跳水始端断面 ($x/h_1 = 0$) では, $(Rs. + Con.)/(H_T)_1 = 2\%$ となっている. $28 \leq x/h_1 < 53$ では, x/h_1 の値の増加とともに, $h/(H_T)_1$ の値は大きくなり, $[\alpha U_{ave}^2/(2g)]/(H_T)_1, Rs./ (H_T)_1, Con./ (H_T)_1$ の値はそれぞれ小さくなっている. $x/h_1 \geq 53$ では, $h/(H_T)_1, [\alpha U_{ave}^2/(2g)]/(H_T)_1, Rs./ (H_T)_1, Con./ (H_T)_1$ の値はそれぞれ流下方向におおむね一定となっている.

式 (3.40) の両辺を $[(H_T)_1 - H_x]$ で除すと,

$$\frac{(Rs.)_x}{(H_T)_1 - H_x} + \frac{(Con.)_x}{(H_T)_1 - H_x} + \frac{Dis.}{(H_T)_1 - H_x} = 1 \quad (3.101)$$

が示される.

与えられた F_1 と R に対して, 式 (3.101) の左辺第一項:

$$\frac{(Rs.)_x}{(H_T)_1 - H_x} = \frac{1}{\rho g q \{(H_T)_1 - H_x\}} \int_0^{h_x} (\overline{\rho u'^2}) \bar{u} dy \quad (3.102)$$

の流下方向変化を図 3-36 に示す. 図 3-36 に示されるように, $28 \leq x/h_1 < 53$ では x/h_1 の増加とともに $(Rs.)_x / [(H_T)_1 - H_x]$ の値は小さくなっている. $x/h_1 \geq 53$ では $(Rs.)_x / [(H_T)_1 - H_x] \leq 2\%$ となり, $(Rs.)_x / [(H_T)_1 - H_x]$ の値は UD と FD 共に十分小さく, 流下方向にほぼ一定となっている.

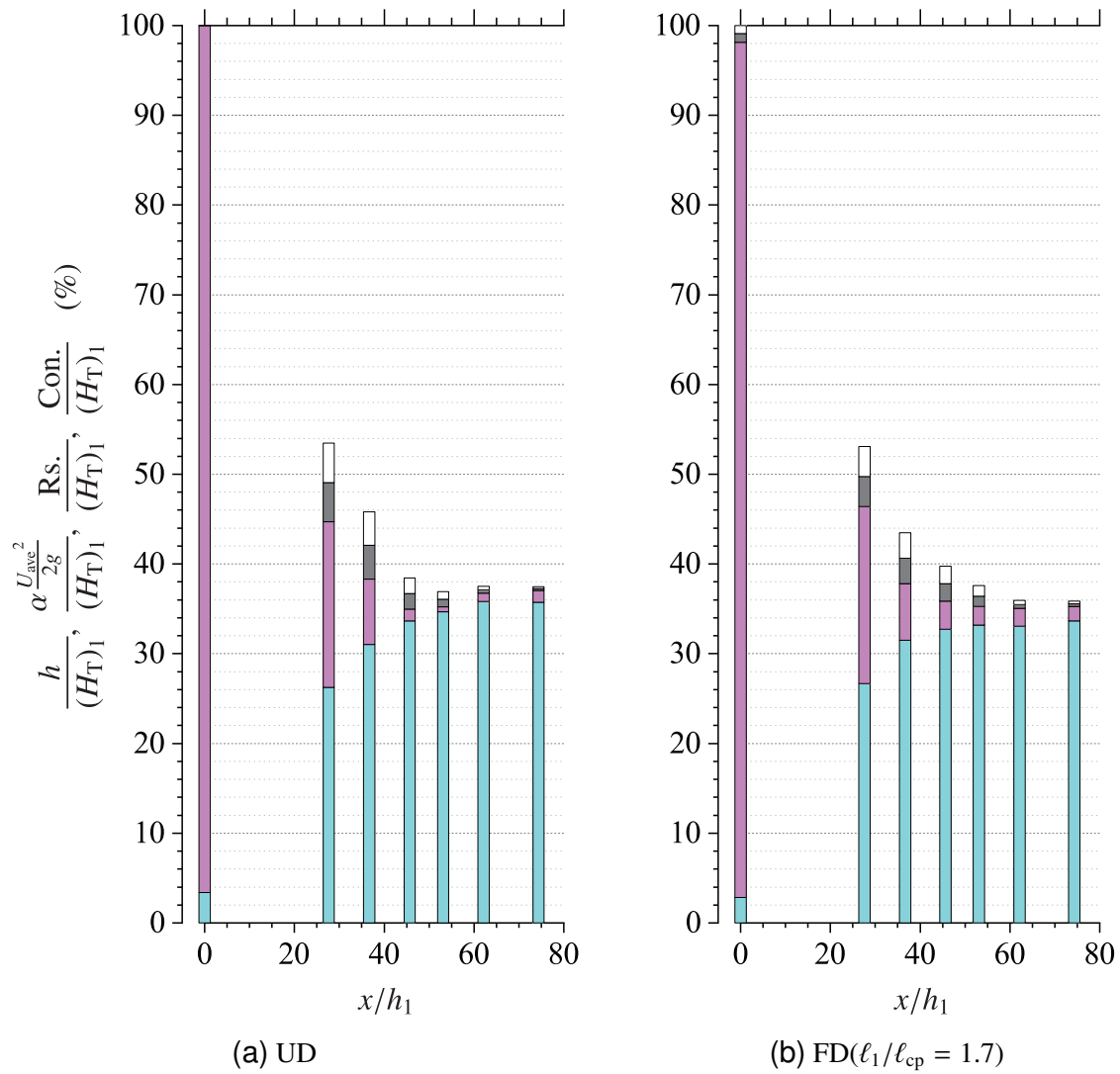
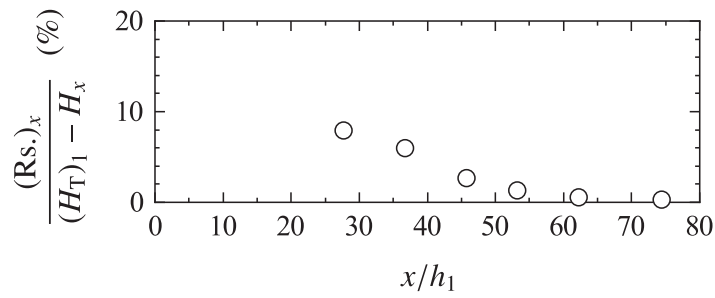


図 3-35 エネルギー収支の流下方向変化 ($F_1 = 7.2$, $R = 6.2 \times 10^4$) ; $h/(H_T)_1$: ■, $[\alpha U_{ave}^2 / (2g)] / (H_T)_1$: ■, $Rs. / (H_T)_1$: ■, and $Con. / (H_T)_1$: □

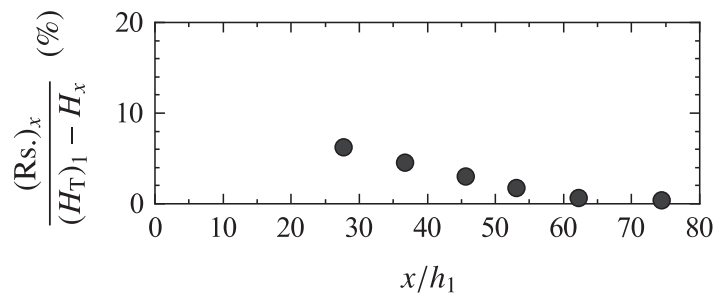
与えられた F_1 と R に対して、式 (3.101) の左辺第二項：

$$\frac{(Con.)_x}{(H_T)_1 - H_x} = \frac{1}{\rho g q \{(H_T)_1 - H_x\}} \int_0^{h_x} \left(\rho \frac{\overline{V'^2}}{2} \right) \bar{u} dy \quad (3.103)$$

の流下方向変化を図 3-37 に示す。図 3-37 に示されるように、 $28 \leq x/h_1 < 53$ では x/h_1 の増加とともに $(Con.)_x / [(H_T)_1 - H_x]$ の値は小さくなっている。 $x/h_1 \geq 53$ では $(Con.)_x / [(H_T)_1 - H_x] \leq 2\%$ となり、 $(Con.)_x / [(H_T)_1 - H_x]$ の値は UD と FD 共に十分小さく、流下方向にほぼ一定となっている。

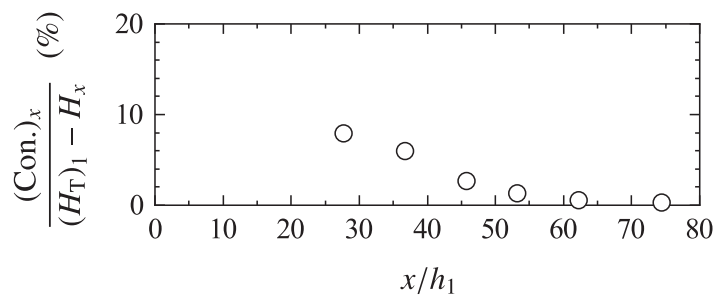


(a) UD

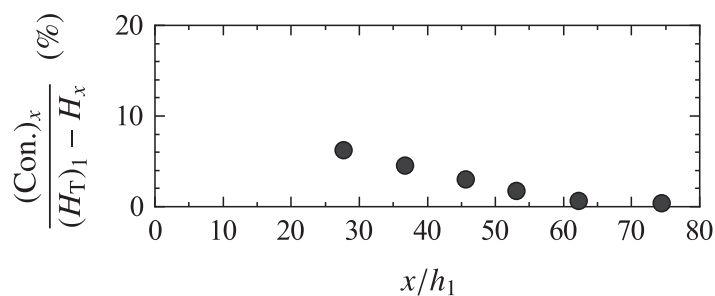


(b) FD($\ell_1/\ell_{cp} = 1.7$)

図 3-36 $(Rs.)_x / [(H_T)_1 - H_x]$ の流下方向変化 ($F_1 = 7.2, R = 6.2 \times 10^4$)



(a) UD



(b) FD($\ell_1/\ell_{cp} = 1.7$)

図 3-37 $(Con.)_x / [(H_T)_1 - H_x]$ の流下方向変化 ($F_1 = 7.2, R = 6.2 \times 10^4$)

3.6 定常跳水特性に対する流入射流の境界層発達状態の影響

3.6.1 流速特性

3.6.1.1 流速ベクトル

与えられた F_1 と R に対して, UD と FD の自由跳水の時間平均流速 $\bar{V} [= (\bar{u}^2 + \bar{v}^2)^{0.5}]$ の分布 [図 3-19(a), 図 3-19(b)] を重ね合わせたグラフを図 3-38 に示す. 図 3-38 に示されるように, 跳水始端断面 ($x/h_1 = 0$) では, UD の場合 [図 3-19(a) も参照] は $\bar{u}/U_{ave1} = 1$ で一定となり, 一様流速分布が形成されている. FD の場合 [図 3-19(b) 参照], y/h_1 の増加とともに \bar{u}/U_{ave1} は大きくなり, 指数則分布となっている^[15]. $0 < x/h_1 \leq 50$ では, UD よりも FD のほうが, 同一の x/h_1 で $\bar{u}/U_{ave1} > 0$ となる主流の y/h_1 の範囲は大きい. また, 逆流域は UD よりも FD のほうが小さい. すなわち, FD のほうが UD よりも主流は短区間で拡がり, 底面近くから水面に向かって上昇する. これは, 跳水内部に取り込まれた気泡の advective diffusion region^[62] の空気混入率は UD よりも FD のほうが大きく^[22], 気泡混入による浮力の効果も影響したためと考えられる (第 3.6.4 項参照). $x/h_1 \geq 50 \sim 60$ では, 図 3-38 に示されるように, UD と FD 共に水面近くで最大流速が生じる. さらに x/h_1 が増加すると, 流速分布は徐々に漸変流の場合の流速分布に近づく^[57].

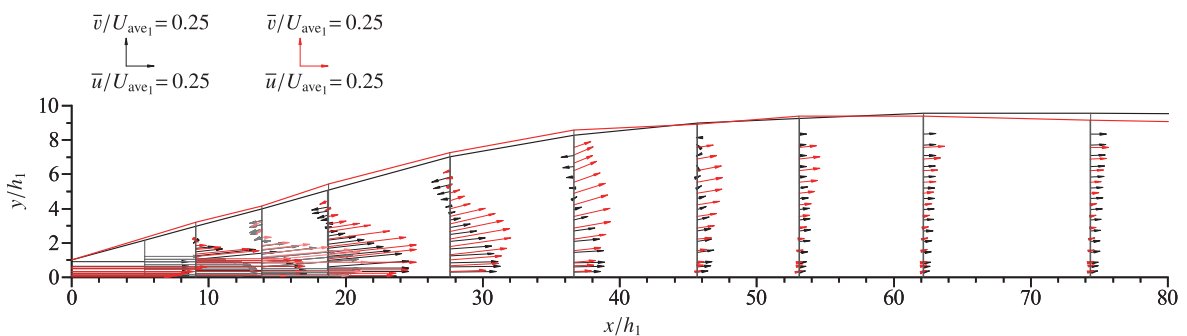


図 3-38 時間平均流速の分布に対する流入射流の境界層発達状態の影響 [黒線: UD, 赤線: $FD(\ell_1/\ell_{cp} = 1.7)$] ($F_1 = 7.2, R = 6.2 \times 10^4$)

3.6.1.2 最大流速の減衰状況

自由跳水の断面内の \bar{u} の最大値 \bar{u}_{\max} を

$$\frac{\bar{u}_{\max}}{U_{\text{ave}1}} = f\left(F_1, R, \frac{\delta}{h_1}, \frac{x}{h_1}\right) \quad (3.104)$$

の関係に基づいて整理した結果を図 3-39 に示す。ここに、 $U_{\text{ave}1}$ は跳水始端の断面平均流速である。図 3-39 に示されるように、与えられた $F_1, R, \delta/h_1$ に対して、 $\bar{u}_{\max}/U_{\text{ave}1}$ の値は、 x/h_1 の値の増加とともに小さくなり、 $x/h_1 \geq 50$ では $\bar{u}_{\max}/U_{\text{ave}1} \approx 0.15$ で x/h_1 の大きさによらずほぼ一定となる。また、同一の x/h_1 での $\bar{u}_{\max}/U_{\text{ave}1}$ は、流入射流の境界層発達状態によらず同程度の値を示す。すなわち、相対的な最大流速 $\bar{u}_{\max}/U_{\text{ave}1}$ の減衰に対する流入射流の境界層発達状態の影響は小さい。

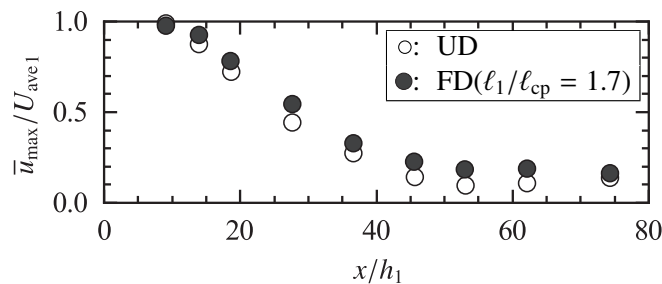


図 3-39 最大流速の減衰に対する流入射流の境界層発達状態の影響 ($F_1 = 7.2, R = 6.2 \times 10^4$)

3.6.1.3 最大流速の生じる高さ

最大流速 \bar{u}_{\max} の生じる高さ $y_{\bar{u}_{\max}}$ (図 3-21 参照) を式 (3.85) の関係で整理した結果を図 3-40 に示す. 図 3-40 に示されるように, 与えられた F_1 と R に対して, $x/h_1 \leq 50$ では, 同一の x/h_1 での $y_{\bar{u}_{\max}}/h_1$ の大きさは, FD のほうが UD よりも大きい. また, $x/h_1 \geq 50 \sim 60$ では, 流入射流の境界層発達状態によって $y_{\bar{u}_{\max}}/h_1$ の値は大きく変化せず, 主流は底面近くから離れて水面近くに位置している. すなわち, 与えられた F_1 と R に対して, $x/h_1 \leq 50$ では, 最大流速の生じる相対高さ $y_{\bar{u}_{\max}}/h_1$ に対する流入射流の境界層発達状態の影響が認められる.

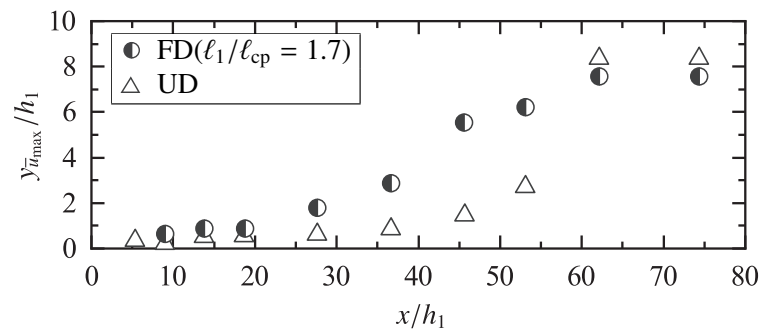


図 3-40 最大流速の生じる相対高さに対する流入射流の境界層発達状態の影響 ($F_1 = 7.2$, $R = 6.2 \times 10^4$)

3.6.1.4 半値幅

半値幅 $y_{\bar{u}_{\max/2}}$ を式 (3.86) の関係で整理した一例を図 3-41 に示す。図 3-41 に示されるように、与えられた F_1 と R に対して、同一の x/h_1 での $y_{\bar{u}_{\max/2}}/h_1$ の値は、FD のほうが UD よりも大きい。また、本実験結果によると、FD では $x/h_1 \geq 40$ 、UD では $x/h_1 \geq 50$ で $y_{\bar{u}_{\max/2}}/h_1$ の値は得られない。これは、FD のほうが UD よりも主流の流速分布が短区間で広がる（図 3-38 参照）ことに対応している。

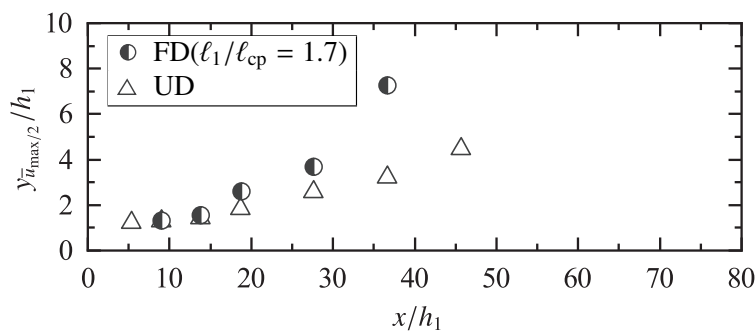


図 3-41 相対半値幅に対する流入射流の境界層発達状態の影響 ($F_1 = 7.2$, $R = 6.2 \times 10^4$)

3.6.1.5 跳水内部の流速分布

半値幅 $y_{\bar{u}_{\max/2}}$ が得られた x/h_1 の範囲を対象に、式 (3.88) の関係に基づいて整理した跳水内部の流速分布を図 3-42 に示す。図 3-42 に示されるように、与えられた $F_1, R, x/h_1$ に対して、底面付近 ($y/y_{\bar{u}_{\max/2}} \approx 0$) の相対流速 \bar{u}/\bar{u}_{\max} の値は FD の跳水のほうが UD の跳水よりも小さい。また、最大流速 ($\bar{u}/\bar{u}_{\max} = 1$) の生じる相対高さ $y_{\bar{u}_{\max}}/y_{\bar{u}_{\max/2}}$ は、FD の場合は $y_{\bar{u}_{\max}}/y_{\bar{u}_{\max/2}} \approx 0.45$ 、UD の場合は $y_{\bar{u}_{\max}}/y_{\bar{u}_{\max/2}} \approx 0.27$ であり、 x/h_1 によらず大略一定となっている。

図 3-42 中の実線と破線は、Ohtsu et al.^[13] により提案されている実験式

$$\frac{\bar{u}}{\bar{u}_{\max}} = \begin{cases} \left\{ \frac{1}{k} \left(\frac{y}{y_{\bar{u}_{\max/2}}} \right) \right\}^{1/n} & \text{for } 0 \leq \frac{y}{y_{\bar{u}_{\max/2}}} \leq k \\ \exp \left[-\frac{1}{2} \left\{ \frac{1.177}{1-k} \left(\frac{y}{y_{\bar{u}_{\max/2}}} - k \right) \right\}^2 \right] & \text{for } k \leq \frac{y}{y_{\bar{u}_{\max/2}}} \leq 1.4 \sim 1.5 \end{cases} \quad (3.105)$$

の計算値を示す。ここに、 $k = y_{\bar{u}_{\max}}/y_{\bar{u}_{\max/2}}$ であり、UD の場合は $k = 0.333$ かつ $n = 12$ 、FD の場合は $k = 0.351$ かつ $n = 7$ で与えられる^[13]。図 3-42 に示されるように、 \bar{u}/\bar{u}_{\max} の実験値と式 (3.105) の計算値とは概ね一致している。

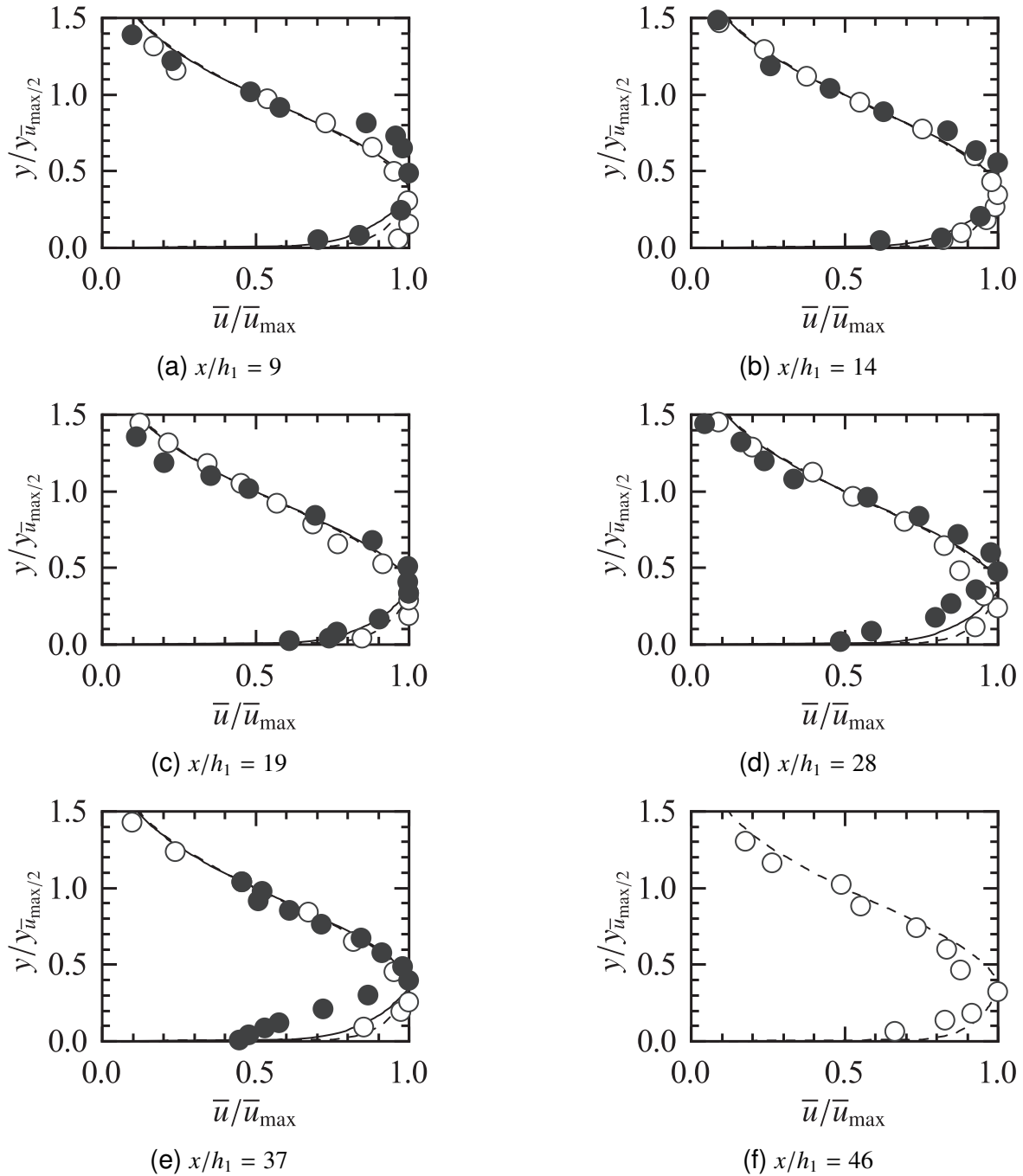


図 3-42 跳水内部の流速分布に対する流入射流の境界層発達状態の影響 ($F_1 = 7.2$, $R = 6.2 \times 10^4$); (○): UD, (●): FD ($\ell_1/\ell_{cp} = 1.7$); Eq.(3.105) for (---) UD and (—) FD

3.6.2 乱れ強さの特性

3.6.2.1 乱れ強さ分布の流下方向変化

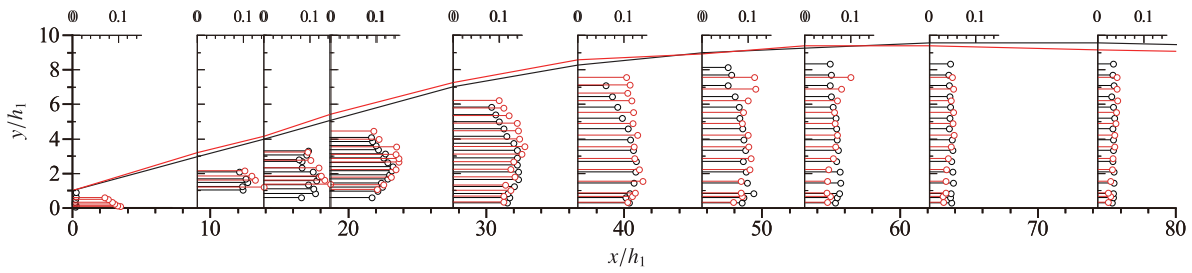
与えられた F_1 と R に対して、 x, y, z 方向の乱れ強さの分布に対する流入射流の境界層発達状態の影響を図 3-43 に示す。

x 方向の相対的な乱れ強さ $\sqrt{u^2}/U_{ave1}$ について、図 3-43(a) に示されるように、跳水始端断面 ($x/h_1 = 0$) では、UD の場合、 y/h_1 の大きさによらず $\sqrt{u^2}/U_{ave1} \approx 0.01$ で一定で十分に小さい。一方、FD の場合、 $x/h_1 = 0$ での $\sqrt{u^2}/U_{ave1}$ は UD よりも大きく $\sqrt{u^2}/U_{ave1} = 0.06 \sim 0.11$ であり、流入射流の乱れ強さは開水路等流^[36]と同程度である。図 3-43(a) に示されるように、 $28 \leq x/h_1 \leq 74$ では、UD の場合、 $\sqrt{u^2}/U_{ave1}$ の値は底面付近 ($y/h_1 \approx 0$) のほうが水面付近 ($y/h_1 \approx h/h_1$) に比べて大きい。これは、図 3-38 に示されるように、跳水内部の主流が底面に沿っているためと考えられる。一方、FD の場合、 $\sqrt{u^2}/U_{ave1}$ の値は水面付近 ($y/h_1 \approx h/h_1$) のほうが底面付近 ($y/h_1 \approx 0$) に比べて大きい。これは、図 3-38 に示されるように、跳水内部の主流が水面に向かって上昇しているためと考えられる。

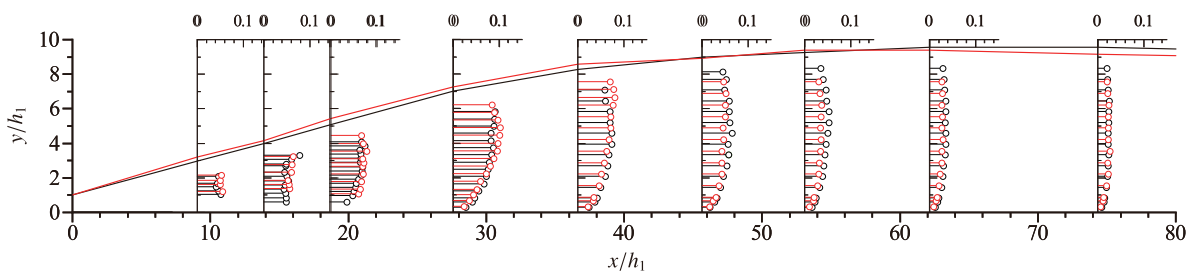
y 方向の相対的な乱れ強さ $\sqrt{v^2}/U_{ave1}$ について、図 3-43(b) に示されるように、 $28 \leq x/h_1 \leq 74$ では、UD と FD の両方において、 y/h_1 の値の増加とともに $\sqrt{v^2}/U_{ave1}$ の値は増加し、 y/h_1 がある程度大きくなると、 $\sqrt{v^2}/U_{ave1}$ の値は減少する。

z 方向の相対的な乱れ強さ $\sqrt{w^2}/U_{ave1}$ については、図 3-43(c) に示されるように、 $46 \leq x/h_1 \leq 74$ で検討され、 $\sqrt{w^2}/U_{ave1}$ の値は水面付近を除いて y/h_1 の値によらずほとんど一定である。

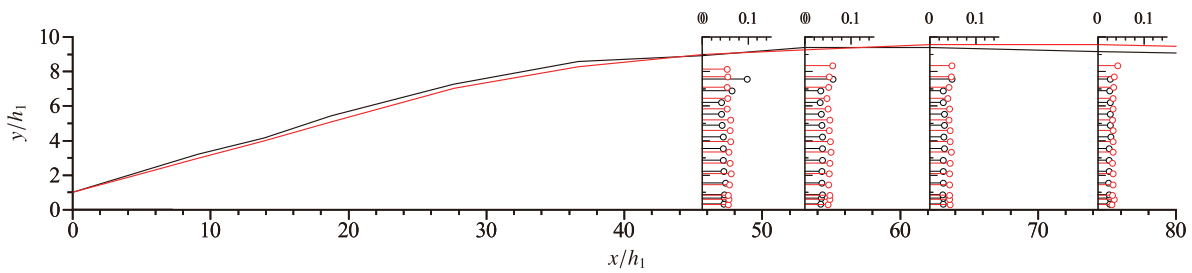
すなわち、本実験結果によると、 x 方向の乱れ強さ分布に対する流入射流の境界層発達状態の影響が認められる。これは、図 3-38 に示されるように、流入射流の境界層発達状態によって、跳水内部で主流の形成される位置が異なることによるものと考えられる。



(a) $\sqrt{u^2}/U_{ave1}$ の分布に対する流入射流の境界層発達状態の影響



(b) $\sqrt{v^2}/U_{ave1}$ の分布に対する流入射流の境界層発達状態の影響



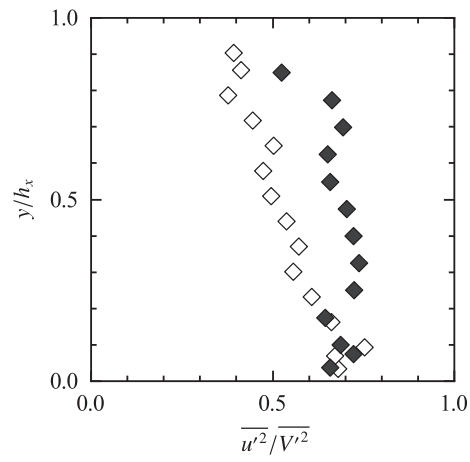
(c) $\sqrt{w^2}/U_{ave1}$ の分布に対する流入射流の境界層発達状態の影響

図 3-43 各方向の乱れ強さ分布に対する流入射流の境界層発達状態の影響 [黒線: UD, 赤線: FD($l_1/l_{cp} = 1.7$)] ($F_1 = 7.2, R = 6.2 \times 10^4$)

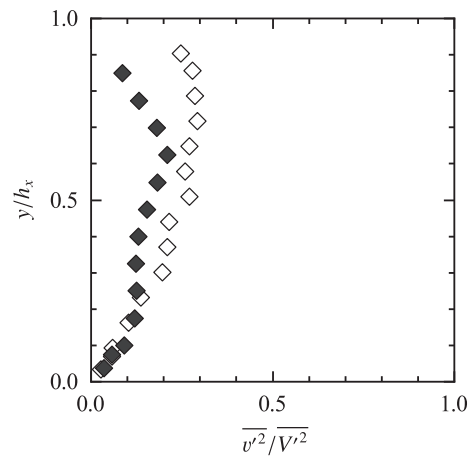
3.6.2.2 乱れの配分率

与えられた F_1 と R に対して、 $46 \leq x/h_1 \leq 74$ の範囲で検討された x, y, z 方向の乱れ強さを式 (3.90) の関係で整理した結果を図 3-44～図 3-47 に示す。図 3-44～図 3-47 に示されるように、 $46 \leq x/h_1 \leq 74$ では、与えられた x/h_1 に対して、 $\overline{u^2}/\overline{V'^2}$ の分布は FD のほうが UD よりも大きく、 $\overline{v^2}/\overline{V'^2}$ の分布は UD と FD とでおおむね同程度であり、 $\overline{w^2}/\overline{V'^2}$ の分布は FD のほうが UD よりも小さくなっている。これは、流入射流の境界層発達状態によって、跳水内部で主流の形成される位置に違いが生じているためと考えられる。

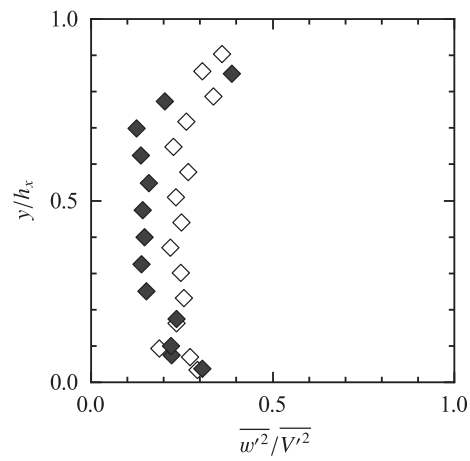
x 方向の乱れ強さの配分率 $\overline{u^2}/\overline{V'^2}$ の値は y/h_x と x/h_1 によらず一定である (図 3-44～図 3-47 参照) ものと考え、本実験の範囲において、UD の跳水の場合は $\overline{u^2}/\overline{V'^2} \approx 0.48$ 、FD の跳水の場合は $\overline{u^2}/\overline{V'^2} \approx 0.59$ となる。これらの逆数をとると、UD と FD の跳水ともに、 $\overline{V'^2}/\overline{u^2} \approx 2$ となる。この結果は、Rouse et al.^[44] の air flow model での実験結果と同程度である。



(a) $\overline{u^2}/V^2$ の分布

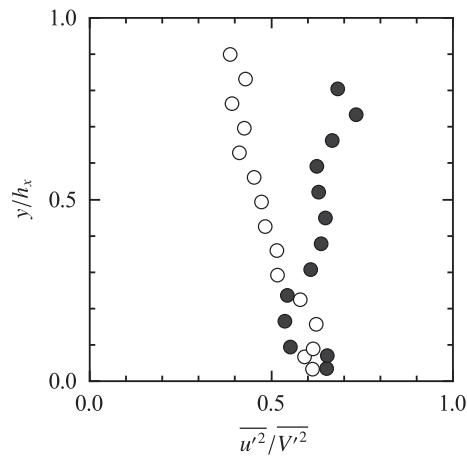


(b) $\overline{v^2}/V^2$ の分布

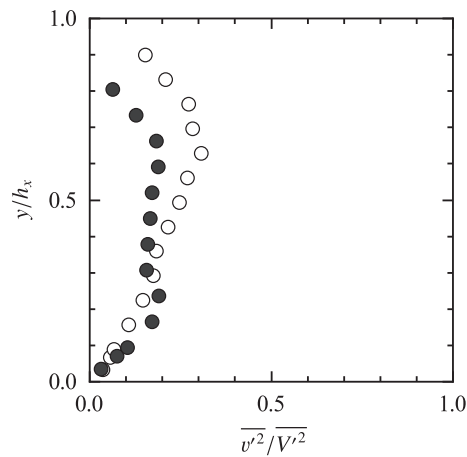


(c) $\overline{w^2}/V^2$ の分布

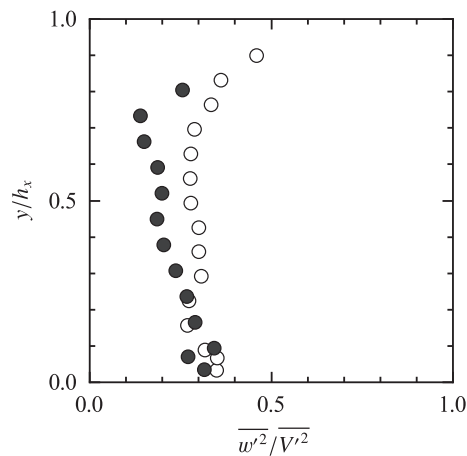
図 3-44 乱れ強さの配分率に対する流入射流の境界層発達状態の影響 ($F_1 = 7.2$, $R = 6.2 \times 10^4$, $x/h_1 = 46$) ; (\diamond): UD, (\blacklozenge): FD($\ell_1/\ell_{cp} = 1.7$)



(a) $\overline{u^2}/\overline{V^2}$ の分布



(b) $\overline{v^2}/\overline{V^2}$ の分布



(c) $\overline{w^2}/\overline{V^2}$ の分布

図 3-45 乱れ強さの配分率に対する流入射流の境界層発達状態の影響 ($F_1 = 7.2$, $R = 6.2 \times 10^4$, $x/h_1 = 53$) ; (○): UD, (●): FD($\ell_1/\ell_{cp} = 1.7$)

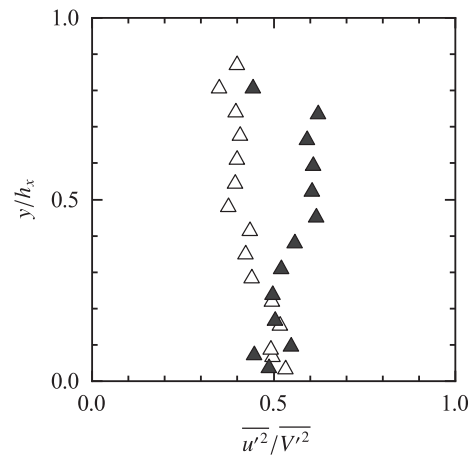
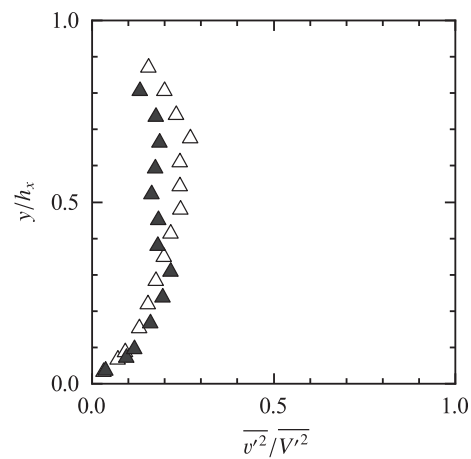
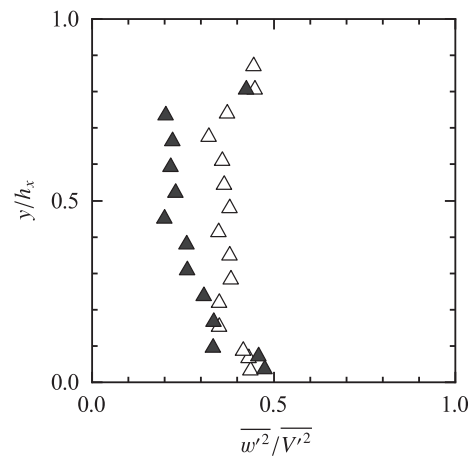
(a) $\overline{u^2}/\overline{V'^2}$ の分布(b) $\overline{v^2}/\overline{V'^2}$ の分布(c) $\overline{w^2}/\overline{V'^2}$ の分布

図 3-46 乱れ強さの配分率に対する流入射流の境界層発達状態の影響 ($F_1 = 7.2$, $R = 6.2 \times 10^4$, $x/h_1 = 62$) ; (\triangle): UD, (\blacktriangle): FD($\ell_1/\ell_{cp} = 1.7$)

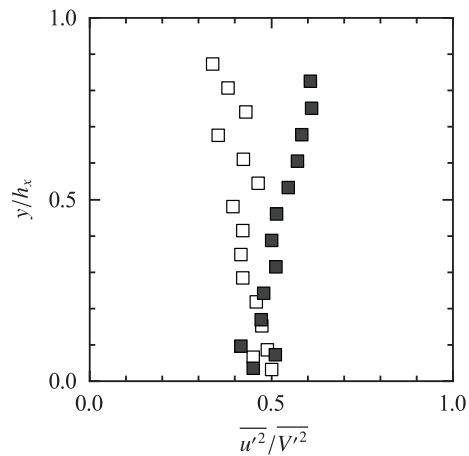
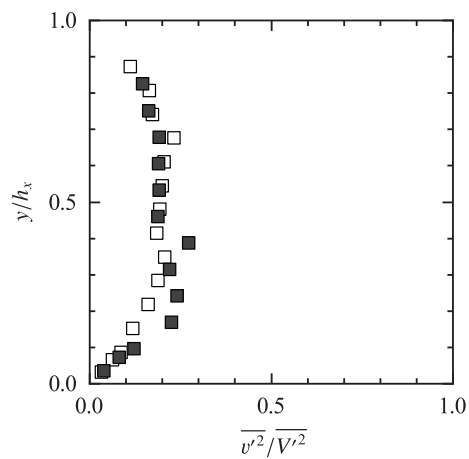
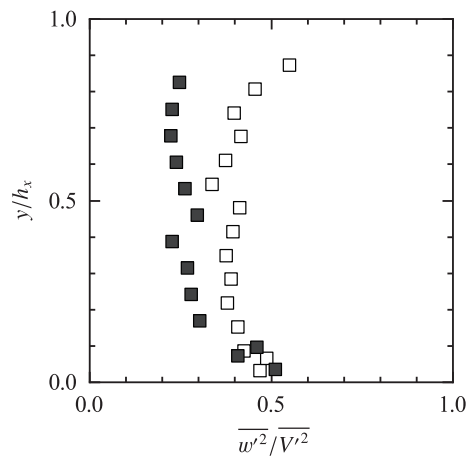
(a) $\overline{u^2}/\overline{V'^2}$ の分布(b) $\overline{v^2}/\overline{V'^2}$ の分布(c) $\overline{w^2}/\overline{V'^2}$ の分布

図 3-47 乱れ強さの配分率に対する流入射流の境界層発達状態の影響 ($F_1 = 7.2$, $R = 6.2 \times 10^4$, $x/h_1 = 74$) ; (□): UD, (■): FD($\ell_1/\ell_{cp} = 1.7$)

3.6.3 底面摩擦抵抗係数

式(3.91)の関係に基づき、与えられた F_1 と R に対して、底面摩擦抵抗係数 C_f に対する流入射流の境界層発達状態の影響を示した結果を図3-48に示す。図3-48に示されるように、 $0 \leq x/h_1 \leq 50$ では、UDの跳水よりもFDの跳水のほうが、同一の x/h_1 での C_f の値は小さい。これは、FDの場合、跳水内部の主流はUDよりも短区間で拡がって水面近くに上昇する(図3-38参照)ためと考えられる。図3-48に示されるように、 $x/h_1 \geq 50$ では、UDの跳水とFDの跳水とで同一の x/h_1 での C_f は同程度の値を示す。

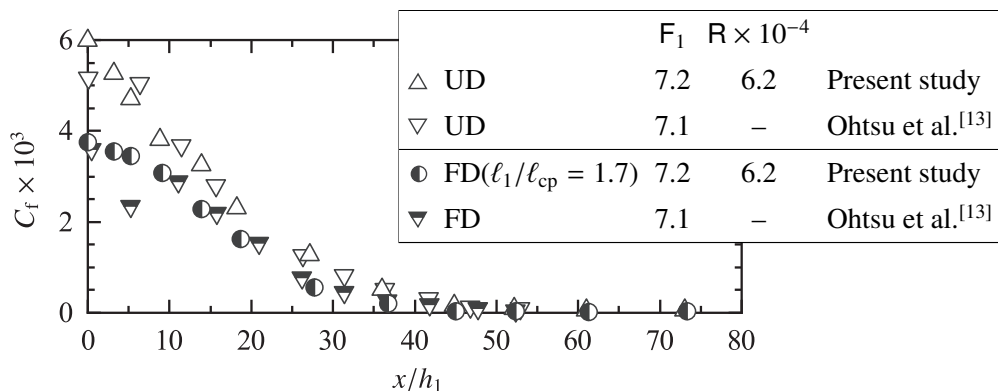


図3-48 底面摩擦抵抗係数に対する流入射流の境界層発達状態の影響 ($F_1 \approx 7$)

3.6.4 空気混入特性

跳水内部の空気混入率 C の分布に対する流入射流の乱流境界層の発達状態の影響を示すため、与えられた F_1 と R に対して、式 (3.95) の関係に基づき整理すると、図 3-49 と図 3-50 が示される。Advective diffusion region が形成されている x/h_1 の範囲では、図 3-49 に示されるように、UD の跳水と FD の跳水とで空気混入率 C の分布に違いが生じている。これは FD の場合、流入射流の水面に凹凸と変動が認められる^[22] ことから、impingement point 付近から跳水内部に取り込まれる空気が UD よりも多いためと考えられる^[22]。一方、advective diffusion region が形成されていない x/h_1 の範囲では、図 3-50 に示されるように、UD の跳水と FD の跳水とで空気混入率 C の分布はほぼ同じになる。

跳水内部の空気混入率 C の極大値 C_{\max} (図 3-33 参照) を

$$C_{\max} = f\left(\frac{x}{h_1}, \frac{\delta}{h_1}, F_1, R\right) \quad (3.106)$$

の関係で整理した結果を図 3-51 に示す。図 3-51 に示されるように、与えられた F_1 と R に対して、同一の x/h_1 では、FD の跳水の C_{\max} は UD の跳水の場合に比べて大きい値を示す。

C_{\max} が生じる高さ $y_{C_{\max}}$ (図 3-33 参照) を

$$\frac{y_{C_{\max}}}{h_1} = f\left(\frac{x}{h_1}, \frac{\delta}{h_1}, F_1, R\right) \quad (3.107)$$

の関係で整理した結果を図 3-52 に示す。図 3-52 に示されるように、与えられた F_1 と R に対して、同一の x/h_1 では、FD の跳水のほうが UD の跳水の場合に比べて、空気混入率の極大値の生じる相対高さ $y_{C_{\max}}/h_1$ は大きい値を示す。これは、FD の跳水のほうが UD の跳水に比べて、advective diffusion region に多量の空気が混入したことによって気泡の浮力効果が大きくなり、短区間で advective diffusion region が上昇したためと考えられる^{[22],[64]}。

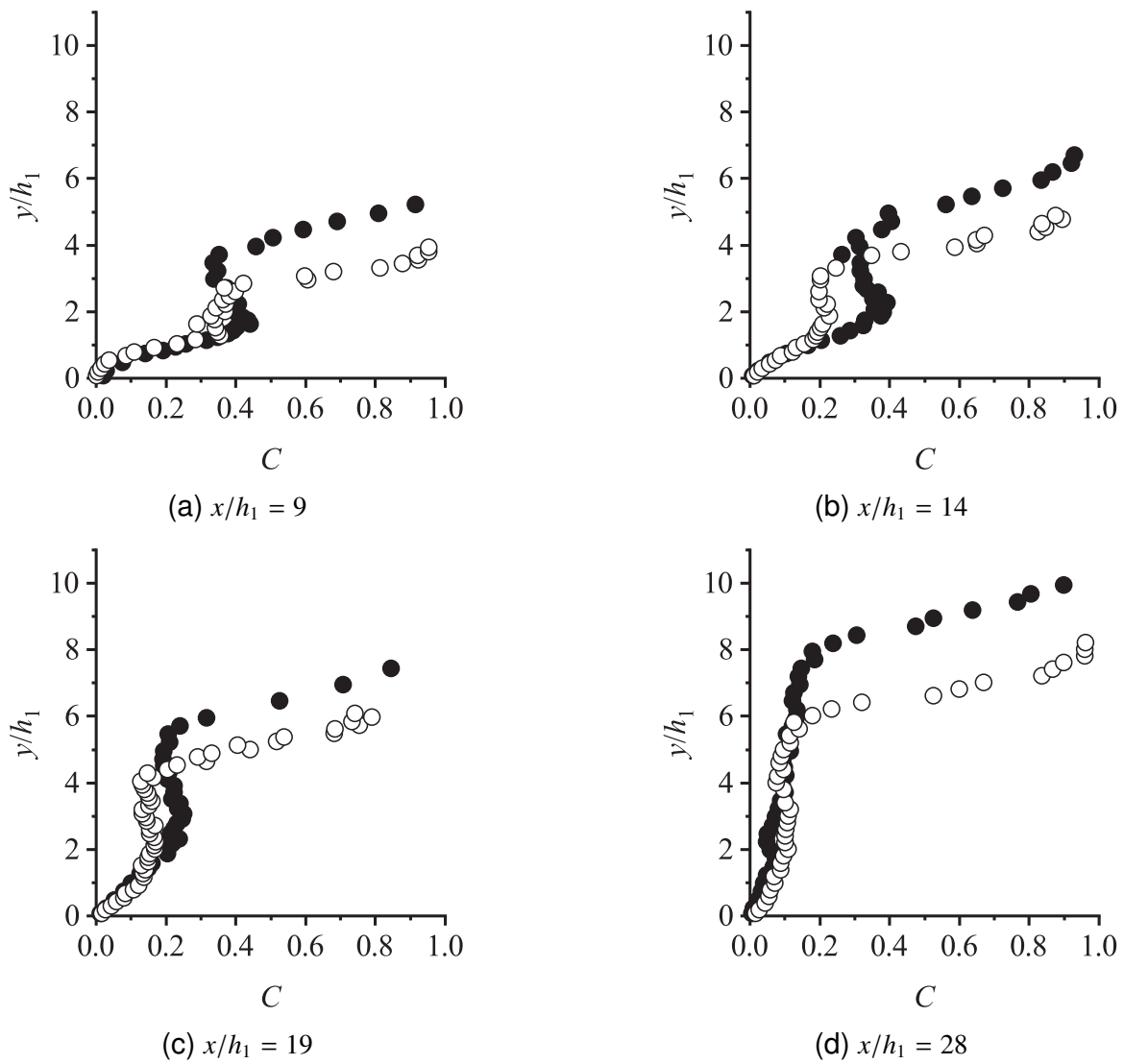


図 3-49 空気混入率分布に対する流入射流の乱流境界層発達状態の影響 ($F_1 = 7.2$, $R = 6.2 \times 10^4$) ; (○): UD, (●): FD($\ell_1/\ell_{cp} = 2.0$)

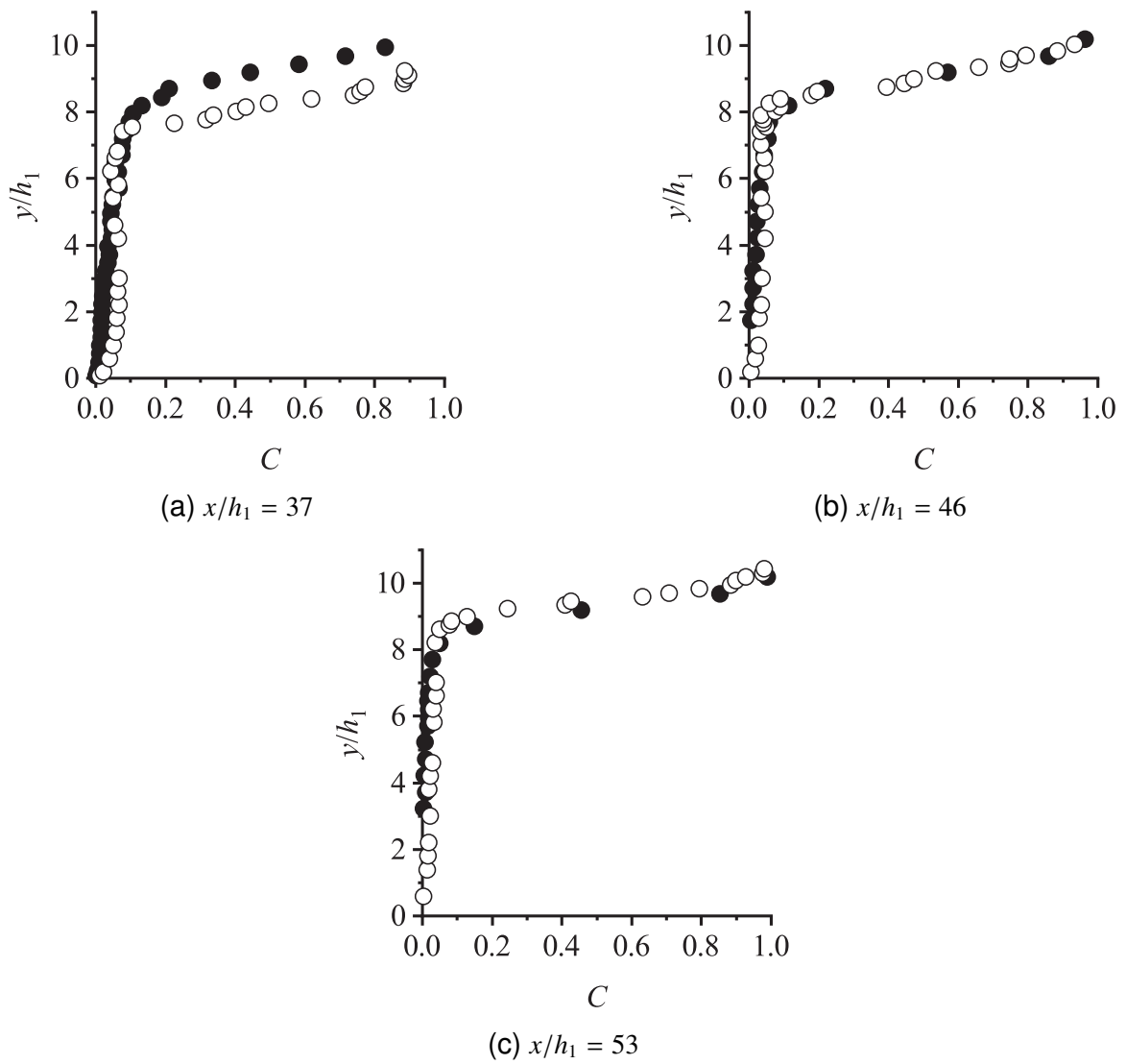


図 3-50 空気混入率分布に対する流入射流の乱流境界層発達状態の影響 ($F_1 = 7.2$, $R = 6.2 \times 10^4$); (○): UD, (●): FD($\ell_1/\ell_{cp} = 2.0$)

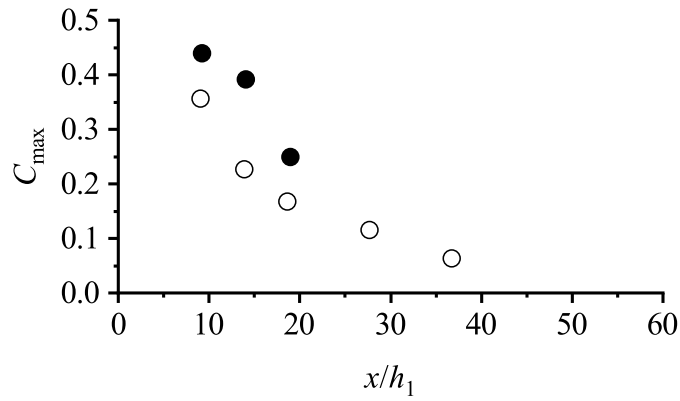


図 3-51 空気混入率の極大値 C_{\max} に対する流入射流の乱流境界層発達状態の影響 ($F_1 = 7.2, R = 6.2 \times 10^4$) ; (○): UD, (●): FD($\ell_1/\ell_{cp} = 2.0$)

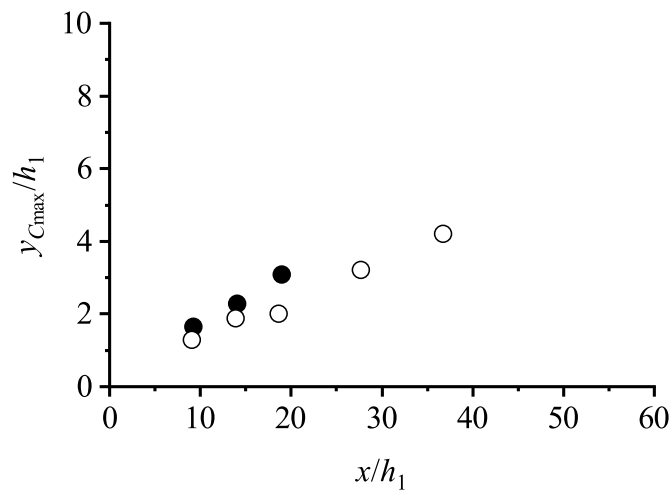


図 3-52 空気混入率の極大値の生じる相対高さ $y_{C_{\max}}/h_1$ に対する流入射流の乱流境界層発達状態の影響 ($F_1 = 7.2, R = 6.2 \times 10^4$) ; (○): UD, (●): FD($\ell_1/\ell_{cp} = 2.0$)

3.6.5 水表面形状

跳水の水表面形状に対する流入射流の乱流境界層発達状態の影響を示すため、空気混入水流の代表水深 $y_{0.5}$ および $y_{0.9}$ を用いて、自由跳水の水表面形状を式 (3.96)、式 (3.97) の関係で整理した結果を図 3-53 と図 3-54 に示す。

図 3-53 に示されるように、与えられた F_1 と R に対して、跳水表面渦の形成されている領域 ($x/h_1 \lesssim 40$) では、同一の x/h_1 での $y_{0.5}/h_1$ の値は FD の跳水のほうが UD の跳水よりも大きい。一方、跳水終端付近 ($x/h_1 \gtrsim 40$) では、UD と FD とで同一の x/h_1 での $y_{0.5}/h_1$ は同程度の値を示す。また、図 3-54 に示されるように、与えられた F_1 と R に対して、同一の x/h_1 での $y_{0.9}/h_1$ の値は、跳水表面渦の形成されている領域 ($x/h_1 \gtrsim 40$) では FD のほうが UD よりも大きく、跳水終端付近 ($x/h_1 \lesssim 40$) では UD と FD とで同程度の値を示す。これは FD の跳水の場合、UD の跳水に比べて advective diffusion region に多量の空気を取り込まれ、気泡の浮力効果が大きくなり、主流が短区間で上昇して水深が大きくなったためと考えられる [22], [64]。

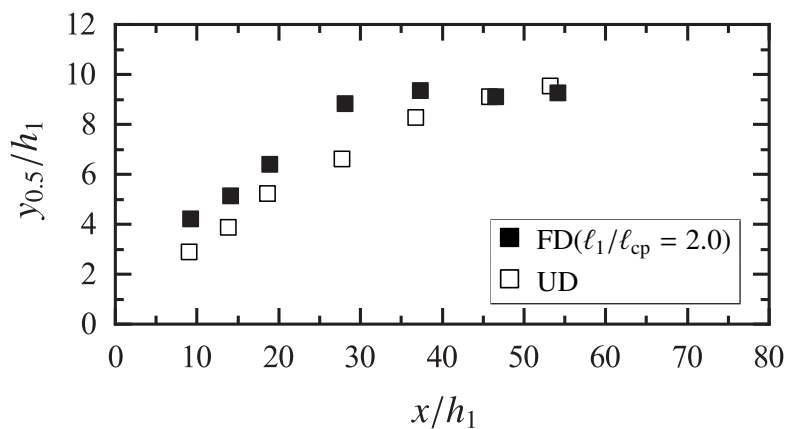


図 3-53 $y_{0.5}/h_1$ の流下方向変化に対する流入射流の乱流境界層発達状態の影響 ($F_1 = 7.2$, $R = 6.2 \times 10^4$)

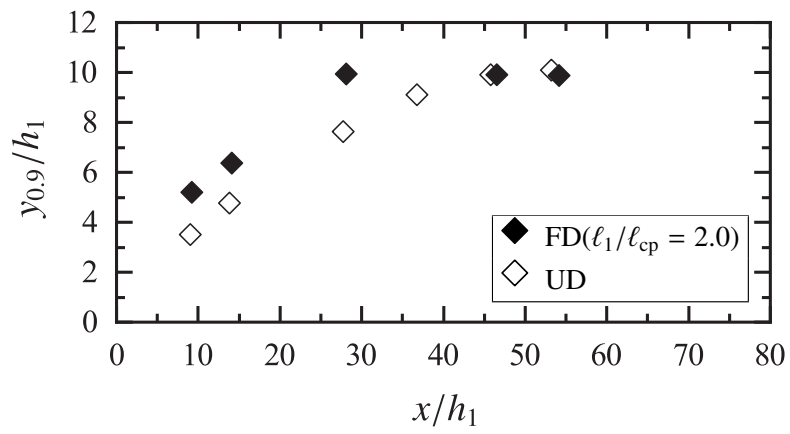


図 3-54 $y_{0.9}/h_1$ の流下方向変化に対する流入射流の乱流境界層発達状態の影響 ($F_1 = 7.2$, $R = 6.2 \times 10^4$)

3.6.6 エネルギー収支

与えられた F_1 と R に対して、同一の x/h_1 における UD の跳水と $FD(\ell_1/\ell_{cp} = 1.7)$ の跳水の $h/(H_T)_1$, $[\alpha U_{ave}^2/(2g)]/(H_T)_1$, $Rs./(H_T)_1$, $Con./(H_T)_1$ のそれぞれの値を比較した結果を図 3-55 に示す。跳水始端断面 ($x/h_1 = 0$) では、図 3-55(a) に示されるように、UD の場合、 $[h_1 + \alpha_1 U_{ave1}^2/(2g)]/(H_T)_1 = 100\%$ である。一方、FD の場合、 $[H_1 = h_1 + \alpha_1 U_{ave1}^2/(2g)]/(H_T)_1 = 98\%$ であり、 $(Rs.)_1/(H_T)_1 + (Con.)_1/(H_T)_1 = 2\%$ である。これは、FD の跳水の始端断面では、 \bar{u}/U_{ave1} の分布は指数則分布形 (図 3-38 参照) を示し、 $\sqrt{u^2}/U_{ave1}$ は $\sqrt{u^2}/U_{ave1} = 0.06 \sim 0.11$ で大きい値を示す (図 3-43(a) 参照) ためである。 $28 \leq x/h_1 \leq 74$ では、図 3-55(b)~図 3-55(g) に示されるように、 $h/(H_T)_1$, $[\alpha U_{ave}^2/(2g)]/(H_T)_1$, $Rs./(H_T)_1$, $Con./(H_T)_1$ の値は、UD と FD とでそれぞれわずかに差が生じている。これらの差は、跳水内部の流速分布と乱れ強さ分布および跳水の水表面形状に対する流入射流の乱流境界層発達状態の影響が認められることによる (第 3.6.1 項, 第 3.6.2 項, 第 3.6.5 項参照)。

与えられた F_1 と R に対して、UD の跳水と FD の跳水の $(Rs.)_x / [(H_T)_1 - H_x]$ を比較した結果を図 3-56 に示す。図 3-56 に示されるように、同一の x/h_1 に対して、 $28 \leq x/h_1 \leq 37$ では FD のほうが UD よりも $(Rs.)_x / [(H_T)_1 - H_x]$ の値はわずかに小さい。 $x/h_1 > 37$ では UD と FD とで $(Rs.)_x / [(H_T)_1 - H_x]$ の値は同程度となっている。

与えられた F_1 と R に対して、UD の跳水と FD の跳水の $(Con.)_x / [(H_T)_1 - H_x]$ を比較した結果を図 3-57 に示す。図 3-57 に示されるように、同一の x/h_1 に対して、 $28 \leq x/h_1 \leq 37$ では FD のほうが UD よりも $(Con.)_x / [(H_T)_1 - H_x]$ の値はわずかに小さい。 $x/h_1 > 37$ では UD と FD とで $(Con.)_x / [(H_T)_1 - H_x]$ の値は同程度となっている。

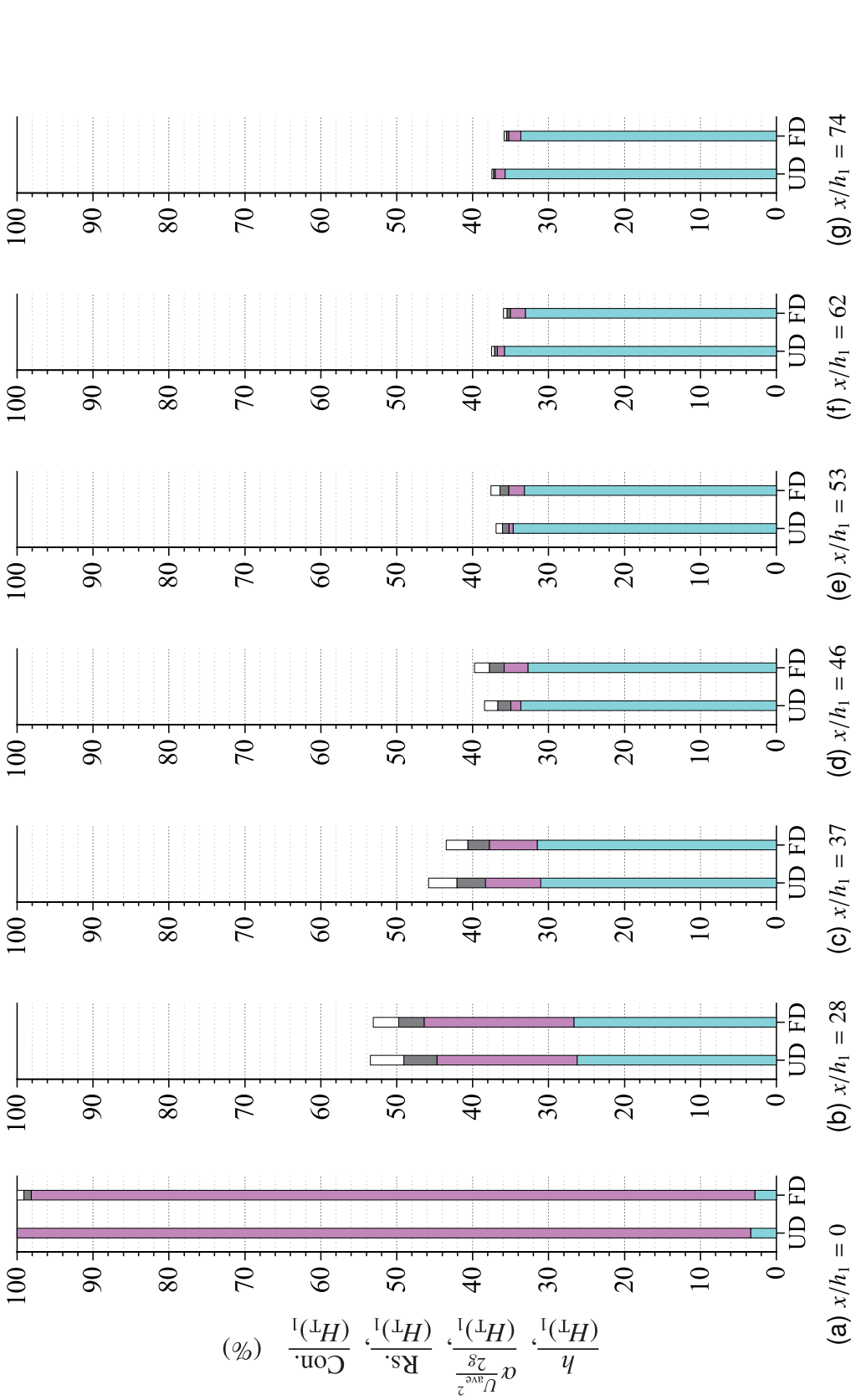


図 3-55 エネルギー収支に対する流入射流の乱流境界層発達状態の影響 ($F_1 = 7.2, R = 6.2 \times 10^4$); $h/(H_T)_1$: ■, $[\alpha U_{ave}^2 / (2g)] / (H_T)_1$: ■, $Rs. / (H_T)_1$: ■, and $Con. / (H_T)_1$: □ [図中左側の棒グラフは UD の場合, 図中右側の棒グラフは FD ($\ell_1 / \ell_{cp} = 1.7$) の場合である.]

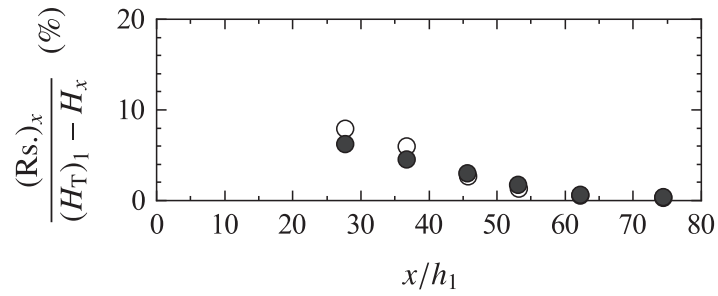


図 3-56 $(Rs.)_x / [(H_T)_1 - H_x]$ に対する流入射流の乱流境界層発達状態の影響 ($F_1 = 7.2$, $R = 6.2 \times 10^4$) ; (○): UD, (●): FD($\ell_1/\ell_{cp} = 1.7$)

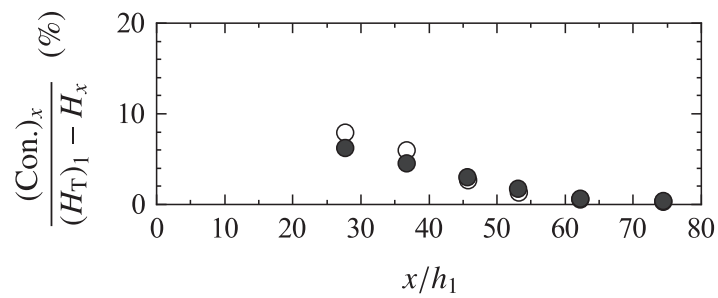


図 3-57 $(Con.)_x / [(H_T)_1 - H_x]$ に対する流入射流の乱流境界層発達状態の影響 ($F_1 = 7.2$, $R = 6.2 \times 10^4$) ; (○): UD, (●): FD($\ell_1/\ell_{cp} = 1.7$)

3.6.7 跳水長の実験式の検証と水叩部の水工設計への応用

跳水型減勢工の水平水叩き部の水工設計においては、高速水流のエネルギーを跳水によって減勢させるために必要な長さを確保し、水叩き部に作用する表面力を評価して、水叩長を合理的に決定することが重要である。そこで、跳水内部の主流が水路中央に位置していることが目視観察された（第3.4.2項参照）ことから、水路中央面 ($z = 0$) での跳水内部のエネルギー収支に着目し、従来提案されている種々の跳水長の実験式を検証する。また、水路中央面 ($z = 0$) での定常跳水の内部特性と関連させて、水叩部の合理的な水工設計のために有用な実験式を示す。

跳水内部のエネルギー収支は、第3.5.6項で前述されたように、

$$\frac{(Rs.)_x}{(H_T)_1 - H_x} + \frac{(Con.)_x}{(H_T)_1 - H_x} + \frac{Dis.}{(H_T)_1 - H_x} = 1 \quad (3.101)$$

で示される。図3-36と図3-37の結果を用いて式(3.101)の関係を図示すると、図3-58が得られる。図3-58中に示される矢印Sについては、Safranez^{[65],[66]}の実験式、

$$L_{js} = 4.5h_2 \quad (3.108)$$

にBélangerの式〔式(3.64)〕を用いて求められた跳水終端である。ここに、 L_{js} はSafranez^{[65],[66]}による跳水終端の定義に対応する跳水長、 h_2 は跳水終端水深である。式(3.108)は、昭和38年の水理公式集^[3]で引用されている。図3-58中に示される矢印Oについては、長方形断面の場合の自由跳水および潜り跳水の長さの実験式、

$$\log_{10} \left(\frac{L_{jo}}{H_L} \right) = -1.71 \left(\frac{H_L}{H_*} \right) + 1.58 \quad \text{for} \quad 0.14 \leq \frac{H_L}{H_*} \leq 0.71 \quad (3.109)$$

に式(3.64)を用いて求められた跳水終端である。ここに、 L_{jo} は大津^[12]とOhtsu et al.^[13]によって定義された跳水長、 H_L は跳水による損失水頭、 H_* は自由跳水または潜り跳水の始端断面の全水頭である。式(3.109)^{[12],[13]}は、跳水長の物理的意味を跳水によるエネルギー損失が達成される長さとして解釈し、次元解析的考察より、長方形断面の場合の自由跳水および潜り跳水の長さが $L_{jo}/H_L = f(H_L/H_*)$ の関係で表示されることに基づいて提案されたものである。式(3.109)は、2018年の水理公式集^[4]に引用されている。なお、式(3.109)については自由跳水の場合の簡易式、

$$L_{jo} = 5.5h_2 \quad \text{for} \quad 4 < F_1 < 10 \quad (3.110)$$

が与えられている^[13]。図3-58中に示される矢印Uについては、USBR（米国内務省開拓局）^[51]の実験結果を用いてHager^[67]が提案した跳水長 L_{ju} の簡易式、

$$L_{ju} = 6h_2 \quad \text{for} \quad 4 < F_1 < 12 \quad (3.111)$$

に式 (3.64) を用いて求められた跳水終端である。ここに、 L_{ju} は USBR^[51] による跳水終端の定義に対応する跳水長である。式 (3.111) は、IAHR Design Manual^[68] で引用されている。ただし、USBR の実験の大部分は、水平水路に接続された傾斜水路下流端部から跳水を形成させたものである^{[51],[55]}。

与えられた F_1 と R に対して、図 3-58 に示されるように、式 (3.108) による跳水終端断面 ($L_{js}/h_1 = 44$) では $[(Rs.)_x + (Con.)_x] / [(H_T)_1 - H_x] \approx 5-12\%$ であり、 $Dis. / [(H_T)_1 - H_x] \approx 88-95\%$ である。このため、式 (3.108) による跳水終端断面 ($L_{js}/h_1 = 44$) では、エネルギー損失は完了していない。一方、与えられた F_1 と R に対して、図 3-35 に示されるように、式 (3.109) による跳水終端断面 ($L_{jo}/h_1 = 54$) と式 (3.111) による跳水終端断面 ($L_{ju}/h_1 = 58$) では、 $[(Rs.)_x + (Con.)_x] / [(H_T)_1 - H_x] \approx 1-4\%$ であり、 $Dis. / [(H_T)_1 - H_x] \approx 96-99\%$ である。すなわち、 $Dis. / [(H_T)_1 - H_x] \geq 96\%$ になっている断面でエネルギー損失が達成されているものと考えれば、式 (3.109) [あるいは式 (3.110)] および式 (3.111) による跳水終端では、跳水内部で生成された乱れのエネルギーは十分に消散していることになる。すなわち、式 (3.101) より、

$$(H_T)_1 - H_{x=L_j} = Dis. \quad (3.112)$$

が成立する。なお、 $(H_T)_1$ については、第 3.6.6 項で前述されたように、UD の場合は $H_1/(H_T)_1 = 100\%$ 、FD の場合は $H_1/(H_T)_1 = 98\%$ であり、式 (3.41) が成立する。このことから、式 (3.42) より、

$$\frac{(Rs.)_x}{H_1 - H_x} + \frac{(Con.)_x}{H_1 - H_x} + \frac{Dis.}{H_1 - H_x} = 1 \quad (3.113)$$

の関係が得られ、これを図示すると図 3-59 が得られる^[20]。図 3-59 に示されるように、式 (3.109) [あるいは式 (3.110)] および式 (3.111) による跳水終端では、 $[(Rs.)_x + (Con.)_x] / (H_1 - H_x) \approx 1-4\%$ かつ $Dis. / (H_1 - H_x) \approx 96-99\%$ であるから、跳水内部で生成された乱れのエネルギーは十分消散していることになる。すなわち、

$$H_1 - H_{x=L_j} = Dis. = H_L \quad (3.43)$$

が成立し、跳水始端断面の全水頭と跳水終端断面の全水頭との差 ($H_1 - H_{x=L_j}$) を跳水による損失水頭 H_L (図 3-60 参照) にすることができる^{[12],[13],[17],[18],[20],[45]}。

式 (3.109) [あるいは式 (3.110)] および式 (3.111) による跳水終端では、図 3-61 に示されるように、最大流速の減衰が完了し [図 3-61(a)]、最大流速が底面から離れて水面に向かっており [図 3-61(b)]、半値幅が得られない [図 3-61(c)]。また、図 3-62 に示されるように、 C_f の値は十分に小さくなっている。

以上より、式 (3.109), (3.110) および式 (3.111) による跳水長 L_j は、跳水によるエネルギー損失が達成されている長さであることが示された^{[17],[18]}。また、跳水によるエネルギー

ギー損失が達成されるために必要な長さは、跳水の最大流速の特性に関連し、河床保護に必要な水平水叩き長を決定するのに有用である^{[18],[19]}。さらに、跳水長 L_j は式 (3.109) [もしくは式 (3.110)] の場合 (L_{j0}/h_1) のほうが式 (3.111) の場合 (L_{ju}/h_1) よりも短いため、式 (3.109), (3.110) は跳水によるエネルギー損失が達成される最上流側断面を合理的に求められる実験式であることが示された^{[17],[18]}。なお、本研究ではアスペクト比の大きい場合の定常跳水 ($B/h_1 \geq 16$, 第 3.3.5 項参照) の水路中央面 ($z = 0$) を対象に検討した。アスペクト比の小さい場合 ($B/h_1 \leq 10$) の跳水内部のエネルギー収支および跳水中のエネルギー減勢メカニズムの三次元性については、広範囲な跳水始端のフルード数 F_1 とレイノルズ数 R のもとでさらなる検討が必要である。

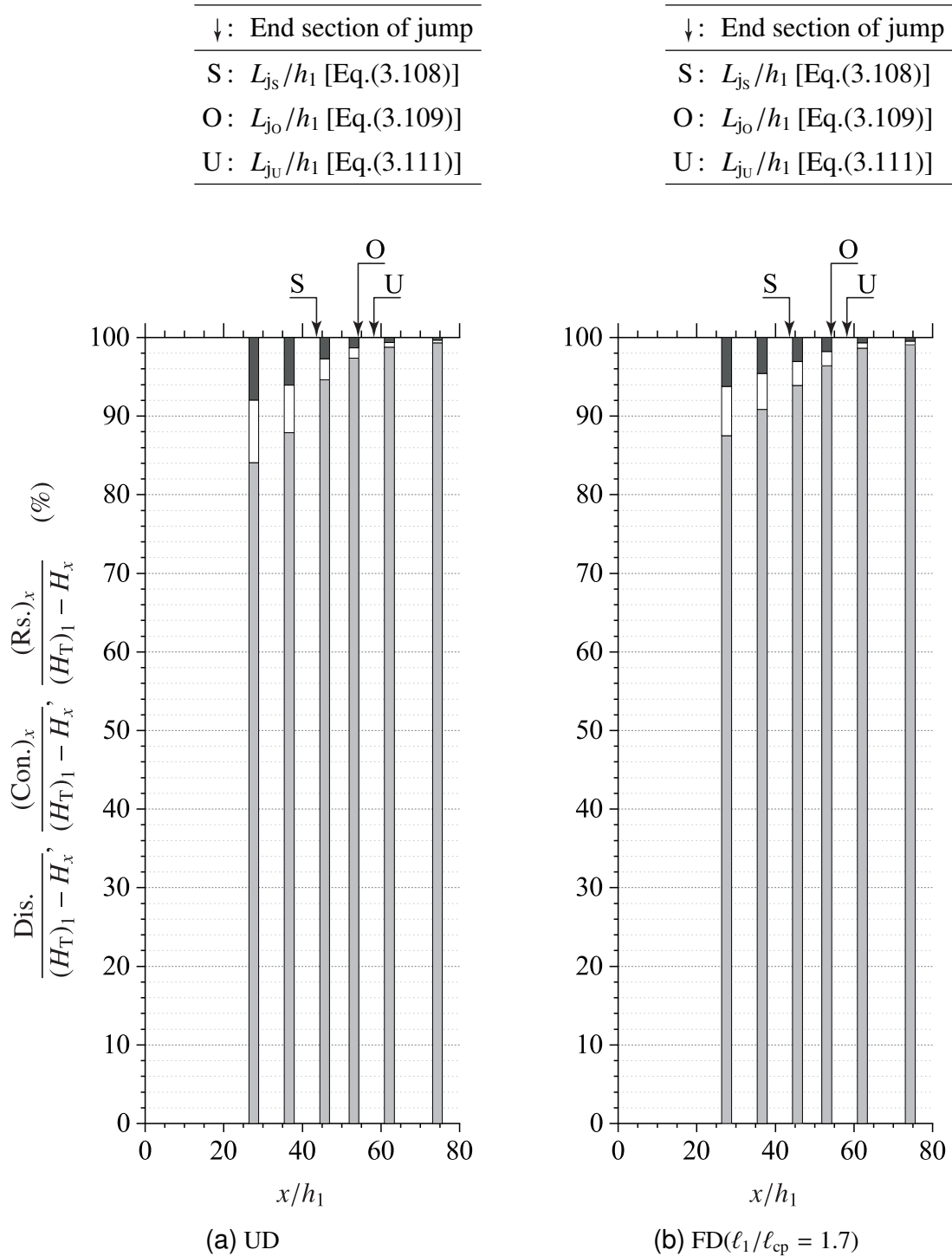


図 3-58 跳水内部のエネルギー収支の流下方向変化 ($F_1 = 7.2$, $R = 6.2 \times 10^4$) ;
 $(Rs.)_x / [(H_T)_1 - H_x]$: ■, $(Con.)_x / [(H_T)_1 - H_x]$: □, and $Dis. / [(H_T)_1 - H_x]$: ▨

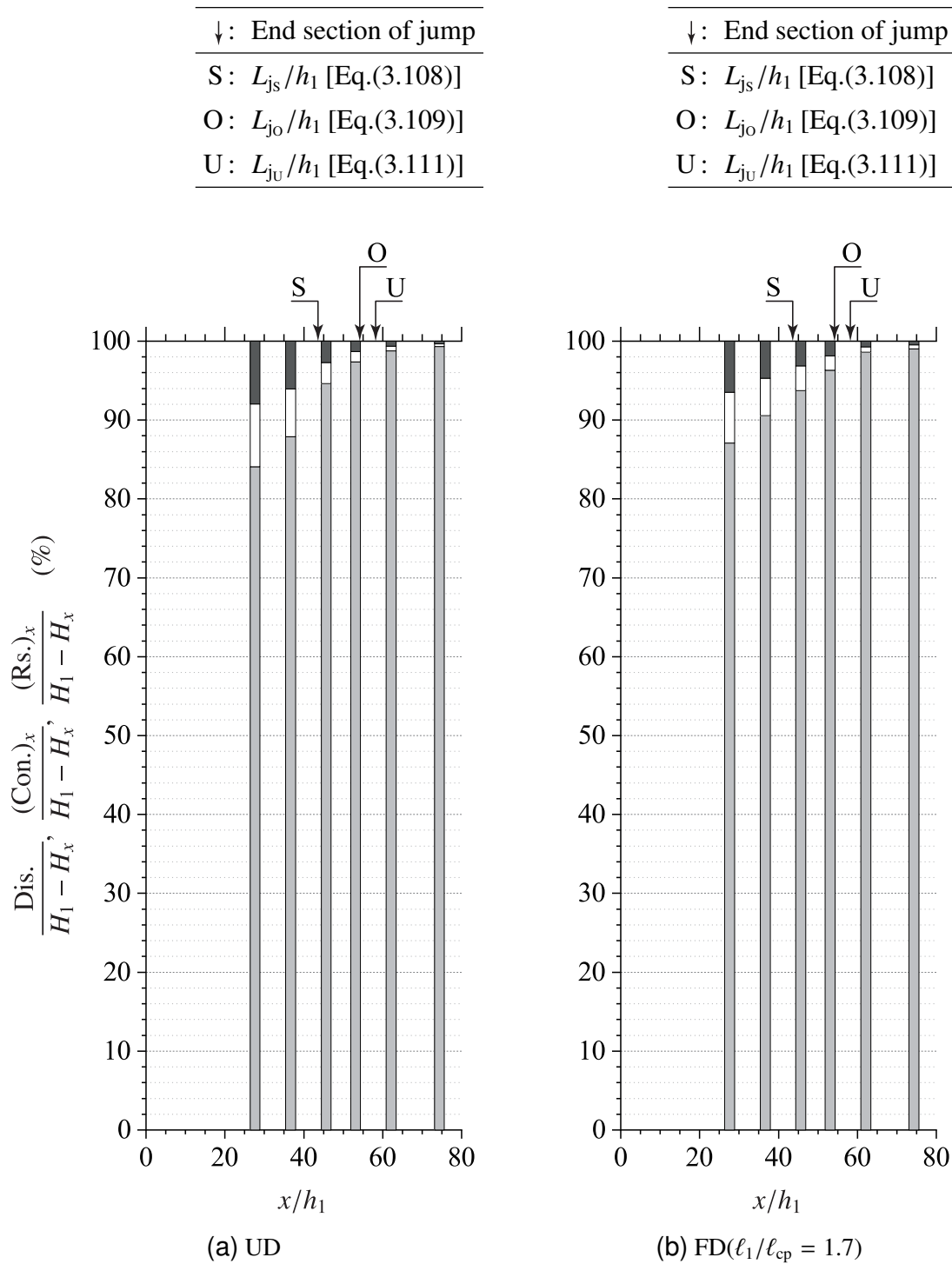


図 3-59 跳水内部のエネルギー収支の流下方向変化 ($F_1 = 7.2, R = 6.2 \times 10^4$); $(\text{Rs.})_x/(H_1 - H_x)$: , $(\text{Con.})_x/(H_1 - H_x)$: , and $\text{Dis.}/(H_1 - H_x)$:

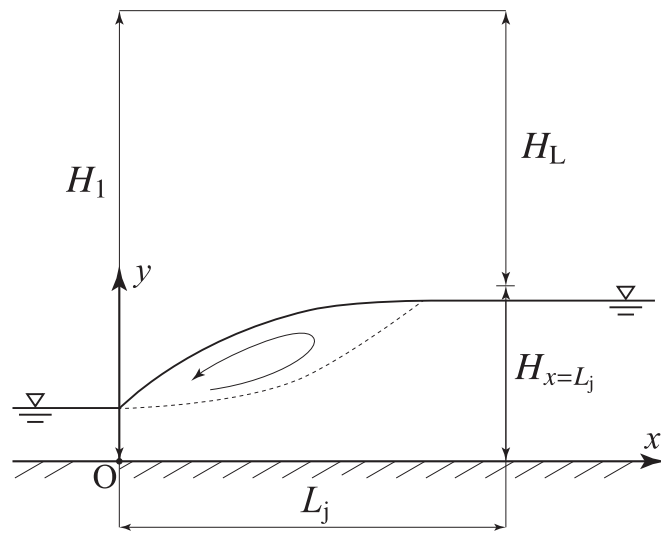
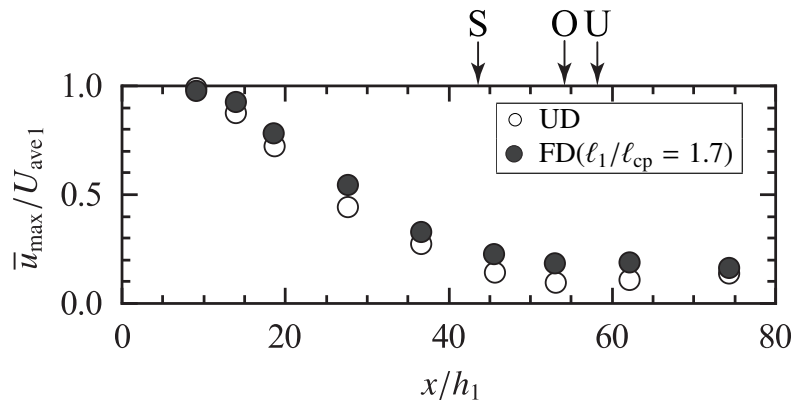
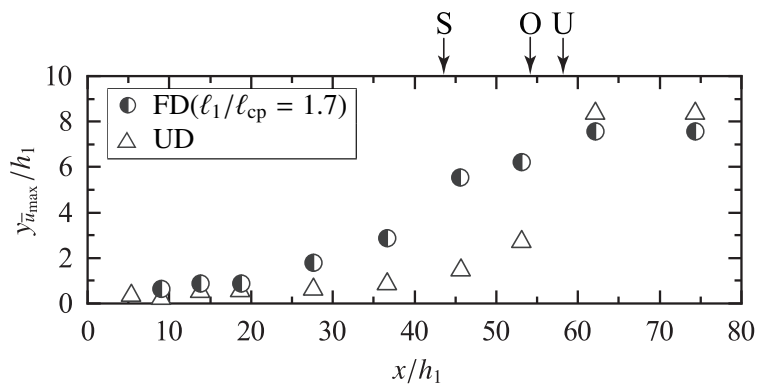


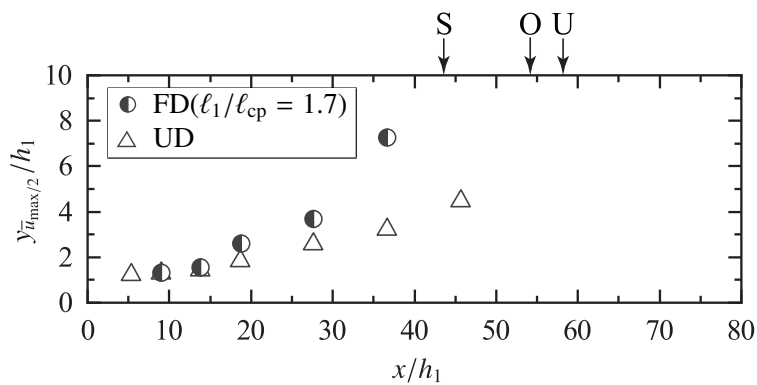
図 3-60 定義図



(a) 最大流速の減衰状況



(b) 最大流速の生じる相対高さ



(c) 相対半値幅

図 3-61 自由跳水の流速特性の流下方向変化 ($F_1 = 7.2, R = 6.2 \times 10^4$)

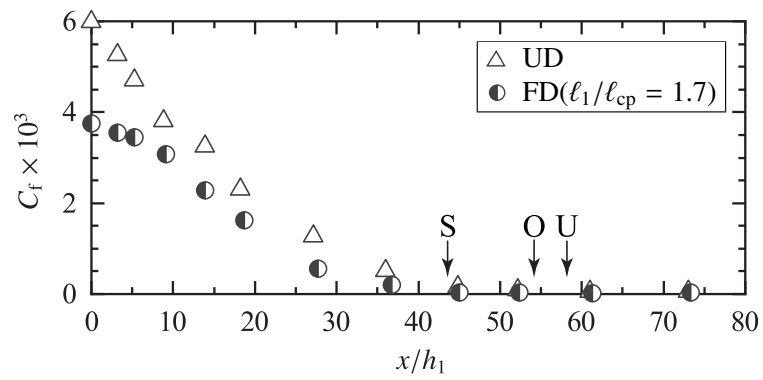


図 3-62 底面摩擦抵抗係数の流下方向変化 ($F_1 = 7.2$, $R = 6.2 \times 10^4$)

3.7 まとめ

長方形断面水平水路のスルースゲート下流側に形成される自由跳水を対象に，流入射流の乱流境界層発達状態の変化が跳水の水理特性に与える影響について検討を行なった．以下に本章で得られた成果を要約して示す．

1. 平均流のエネルギー方程式と変動流のエネルギー方程式に基づいて，跳水の長さ
と跳水内部のエネルギー収支との関係を説明した．跳水長の物理的意味については，
跳水終端断面の選び方によって，跳水によるエネルギー損失が達成される長さ
になることを明確にした．また，運動量方程式に基づき，跳水領域に作用する底面
剪断応力とレイノルズ応力の影響を考慮して，跳水始端・終端の水深間の関係を示
した．
2. 最大流速 \bar{u}_{\max} の生じる相対高さ $y_{\bar{u}_{\max}}/h_1$ および相対半値幅 $y_{\bar{u}_{\max}/2}/h_1$ は，それぞれ
FD の跳水のほうが UD の跳水よりも大きい値を示す．すなわち，跳水内部の主流
は，FD のほうが UD よりも短区間で拡がり，水面近くに上昇する．
3. 跳水内部の乱れ強さを実験によって明らかにし，流下方向・鉛直方向・横断方向の
乱れ強さの分布が示された．
4. 底面摩擦抵抗係数 C_f は，跳水始端近くでは FD の跳水のほうが UD の跳水よりも
小さい値を示す．これは，FD の場合，跳水内部の主流は短区間で拡がって水面近
くに上昇するためと考えられる．
5. 相対水深 h_2/h_1 に対する底面剪断応力とレイノルズ応力による影響を運動量方程
式を用いて明確にした．
6. 流速と乱れ強さの実験結果を用いて，跳水始端断面と任意な下流側断面での相対
的なレイノルズ応力による仕事および跳水始端断面と任意な下流側断面での相対
的な乱れの対流項を明らかにした．
7. 跳水によるエネルギー損失が達成されるための必要長さは，最大流速の減衰が完
了し，底面摩擦抵抗係数の大きさが十分に小さくなるまでの流下方向長さに対応
し，底面保護に必要な水平水叩き長の決定に有用であることが示された．

第4章

結論

本研究では、長方形断面水平水路のスルースゲートから流出する射流の乱流境界層の発達を考慮して、射流の乱流境界層の発達が跳水の水理特性に与える影響を明確にした。乱流境界層が発達中の射流を対象に、乱流境界層の発達を考慮して射流のエネルギー損失の解析方法を導出した。また、射流の乱れが十分発達するまでに必要な流下方向距離を明らかにした。さらに、射流の乱流境界層の発達状況・乱れ強さ分布・水面変動の流下方向変化の結果より、スルースゲート下流側の射流を乱流境界層が未発達の状態、発達中の状態、十分発達した状態の3つに区分した。これによって、跳水へ流入する射流の乱流境界層の発達状態を明確にすることができた。流入射流の乱流境界層が未発達の状態と十分発達した状態とを対象に、跳水中の流速を詳細に測定し、跳水内部の流速特性・乱れ強さ特性・底面摩擦抵抗係数の大きさを示した。エネルギー方程式に基づいて跳水の長さや跳水内部のエネルギー収支との関係を説明し、流速と乱れ強さの特性の結果から跳水内部のエネルギー収支を明らかにして、跳水型減勢工における跳水長の合理的な物理的意味は跳水によるエネルギー損失が達成されるために必要な長さであることを再確認した。また、跳水によるエネルギー損失が達成されるための必要長さは、合理的に水平水叩きの流下方向長さを水工設計するために有用であることが示された。すなわち、流れの基礎方程式に基づく解析的検討と実験的検討とによって、射流の運動エネルギーを跳水によって減勢させ、合理的に水平水叩部を設計するために必要な定常跳水の流下方向長さが明確にされた。

以下に各章の主要点を要約する。

第2章では、スルースゲートから流出する射流の乱流境界層の発達について明らかにした。水平水路における射流の水理特性と乱流境界層の発達状態との関係を明確にするため、境界層理論を開水路流に適用し、射流の水面形、乱流境界層の発達状況、エネルギー損失を解析的に算出する方法を進展させた。また、射流の流速特性と水面変動の特性とを実験的に検討し、射流の乱れ強さ分布が開水路等流と同程度になり、射流の水面変

動が十分に大きくなるまでに必要な流下距離を示した。これらの検討によって、スルースゲートから流出する射流を乱流境界層が未発達の状態，発達中の状態，十分発達した状態の3つに区分した。

第3章では，定常跳水の特性を示し，流入射流の乱流境界層の発達状態が跳水特性におよぼす影響を明らかにした。第2章で示された射流の水面形と乱流境界層の発達状況の解析的算定方法を用いて，与えられた跳水始端のフルード数とレイノルズ数のもと，流入射流の乱流境界層が十分発達した状態と未発達の状態の跳水を対象に，流入射流の境界層発達状態によって，跳水特性に相違があることを実験により明らかにした。また，跳水の長さや跳水内部のエネルギー収支との関係を説明し，跳水長の合理的な物理的意味は跳水によるエネルギー損失が達成されるために必要な流下方向長さであることを再確認した。さらに，最大流速の減衰状況と底面摩擦抵抗係数の結果より，跳水によるエネルギー損失が達成されるための必要長さは，底面保護に必要な水平水叩き長を決定するのに有用であることが示された。

本研究成果は，工学的には，跳水型減勢工の水工設計精度の向上に寄与するものといえる。また，学術的には，乱流境界層の発達とその理論を開水路流に適用し，乱流境界層の発達を考慮して射流および跳水の水理特性を解明した点は，開水路流の水理学を発展させたものといえる。本研究では水平水路上の流れを対象としたが，本研究成果は傾斜水路上の露出射流で境界層が発達している場合の傾斜水路下流端に形成される跳水の水理特性を解明するための基礎的知見になることが期待される。跳水型減勢工には，水平水叩きにバッフルやシルを設置する場合，あるいは傾斜水路上に跳水を形成させる場合など種々の形式がある。本研究のように，跳水へ流入する射流の特性を明らかにし，跳水の流速特性・乱れ強さ特性・底面摩擦抵抗係数・跳水の長さや跳水内部のエネルギー収支との関係を明確にすることは，各種水路での跳水特性の解明に応用することが可能である。各種水路での跳水中のエネルギー減勢メカニズムの理解を発展させることは，合理的に跳水型減勢工を設計することに寄与するものと期待される。

記号一覧

記号	説明	単位
A	流積	m^2
a	スルースゲートの開口高	m
a_{jet}	ノズルの開口高	m
B	水路幅	m
b	流量測定用全幅刃型堰の堰幅	m
C	空気混入率	—
C_c	収縮係数 [$C_c = h_v/a$]	—
C_f	底面摩擦抵抗係数	—
C_f'	局所摩擦抵抗係数	—
C_{max}	空気混入率 C の極大値	—
C_{min}	空気混入率 C の極小値	—
d	外径	m
E	比エネルギー	m
F	フルード数 [$F = U_{ave}/(gh)^{0.5}$]	—
F_v	縮流部のフルード数 [$F_v = U_v/(gh_v)^{0.5}$]	—
F_1	跳水始端のフルード数 [$F_1 = U_{ave1}/(gh_1)^{0.5}$]	—
f	摩擦抵抗係数	—
g	重力加速度	m/s^2
H_L	跳水による損失水頭	m
H_x	任意な跳水下流側断面の全水頭	m
H_1	跳水始端断面の全水頭	m
H_2	跳水終端断面の全水頭	m
H_{12}	形状係数 [$H_{12} = \delta_1/\delta_2$]	—
H_*	自由跳水または潜り跳水の始端断面の全水頭	m
h	水深	m

記号	説明	単位
h_a	接近流速による速度水頭	m
h_{cp}	Critical point の断面の水深	m
h_L	損失水頭	m
h_u	スルースゲート上流側の水深	m
h_v	縮流部の水深	m
h_w	越流水深	m
h_x	断面 s_x の水深	m
h_1	断面①の水深, 跳水始端水深	m
h_2	跳水終端水深	m
h'	変動水深	m
$\sqrt{h'^2}$	水面変動	m
J	無次元量 [$J = U_v/U$]	—
J_{cp}	Critical point の J	—
L	長さの基本次元	m
L	跳水始端から任意な下流側断面までの流下距離	m
L_j	跳水長	m
L_r	ローラー長	m
ℓ	縮流部から断面②までの流下距離	m
ℓ_{cp}	縮流部から critical point までの流下距離 (第3章参照)	m
ℓ_1	縮流部から跳水始端断面までの流下距離 (第3章参照)	m
M	質量の基本次元	kg
N	$1/N$ 乗則の指数の分母の値	—
n_0	検査領域表面における外向き法線方向の単位ベクトル	—
O	座標原点 (各章参照)	—
p	圧力 [$p = \bar{p} + p'$]	Pa
\bar{p}	時間平均圧力	Pa
\bar{p}_s	静圧	Pa
\bar{p}_T	総圧	Pa
p'	変動圧力	Pa
$\widehat{\bar{p}}$	無次元化された時間平均圧力	—
$\Delta\bar{p}$	静水圧分布からの deviation	Pa
Q	流量	m ³ /s
q	単位幅流量 [$q = Q/B$]	m ² /s
R	径深	m

記号	説明	単位
R	レイノルズ数 [$R = q/\nu$]	–
r	半径	m
S_f	跳水領域に作用する底面剪断力の無次元表示	–
s	表面積	m ²
s	流線	m
T	時間の基本次元	s
T	水温	°C
t	時間	s
U	乱流境界層外側の流速, 水面での流速	m/s
U_{ave}	断面平均流速	m/s
U_{avea}	接近流速	m/s
$U_{ave,x}$	断面 s_x の断面平均流速	m/s
U_{ave1}	断面①の断面平均流速, 断面 s_1 の断面平均流速	m/s
U_{ave2}	断面②の断面平均流速, 断面 s_2 の断面平均流速	m/s
U_{jet}	ノズル開口部の最大流速	m/s
U_v	縮流部の断面平均流速	m/s
u	x 方向の瞬間流速 [$u = \bar{u} + u'$]	m/s
\bar{u}	x 方向の時間平均流速	m/s
\bar{u}_{max}	x 方向の時間平均流速 \bar{u} の最大値	m/s
\bar{u}_{max1}	跳水始端断面での最大流速 \bar{u}_{max}	m/s
$\bar{u}_{y_{max}}$	$y = y_{max}$ の x 方向の時間平均流速 \bar{u}	m/s
\bar{u}_*	摩擦速度	m/s
u'	x 方向の変動流速	m/s
$\sqrt{\overline{u'^2}}$	x 方向の乱れ強さ	m/s
$\widehat{\bar{u}}$	無次元化された x 方向の時間平均流速	–
$\widehat{\overline{u'^2}}$	無次元化された x 方向の垂直応力	–
$\widehat{\overline{u'v'}}$	無次元化されたレイノルズ応力	–
\bar{V}	時間平均流速 [$\bar{V} = (\bar{u}^2 + \bar{v}^2)^{0.5}$]	m/s
V'	変動流速 [$V' = (u'^2 + v'^2 + w'^2)^{0.5}$]	m/s
v	y 方向の瞬間流速 [$v = \bar{v} + v'$]	m/s
\bar{v}	y 方向の時間平均流速	m/s
v'	y 方向の変動流速	m/s
$\sqrt{\overline{v'^2}}$	y 方向の乱れ強さ	m/s
$\widehat{\bar{v}}$	無次元化された y 方向の時間平均流速	–

記号	説明	単位
$\overline{v'^2}$	無次元化された y 方向の垂直応力	–
ϑ	体積	m^3
W	刃型堰の底面から天端までの高さ	m
W	ウェバー数 [$W = \rho U_{\text{ave}}^2 h / \sigma$]	–
w	z 方向の瞬間流速 [$w = \bar{w} + w'$]	m/s
\bar{w}	z 方向の時間平均流速	m/s
w'	z 方向の変動流速	m/s
$\sqrt{w'^2}$	z 方向の乱れ強さ	m/s
X	x 方向の単位質量あたりの質量力	m/s^2
x	水路床に沿う流下方向の座標	m
x_{cp}	縮流部から critical point までの流下距離 (第 2 章参照)	m
x_{jet}	ノズル開口部を原点とする平板に沿う流下方向座標	m
x_1	縮流部から断面①までの流下距離 (第 2 章参照)	m
\hat{x}	無次元化された x 方向座標	–
Y	y 方向の単位質量あたりの質量力	m/s^2
y	水路床を原点とする鉛直上向き座標	m
$y_{C_{\text{max}}}$	空気混入率の極大値 C_{max} の生じる高さ	m
$y_{C_{\text{min}}}$	空気混入率の極小値 C_{min} の生じる高さ	m
y_G	図心までの深さ	m
y_{max}	最も水面に近い測点の高さ	m
$y_{\bar{u}_{\text{max}}}$	x 方向の最大流速 \bar{u}_{max} の生じる高さ	m
$y_{\bar{u}_{\text{max}/2}}$	半値幅 ($y > y_{\bar{u}_{\text{max}/2}}$ で $\bar{u} = \bar{u}_{\text{max}}/2$ となる高さ)	m
$y_{0.5}$	空気混入率 $C = 0.5$ となる高さ	m
$y_{0.9}$	空気混入率 $C = 0.9$ となる高さ	m
\hat{y}	無次元化された y 方向座標	–
Z	z 方向の単位質量あたりの質量力	m/s^2
z	水路横断方向の座標	m
α	エネルギー補正係数	–
β	運動量補正係数	–
γ	レイノルズ応力による表面力項の無次元表示	–
δ	乱流境界層厚	m
$\delta_{\text{case-A}}$	case-A の方法による乱流境界層厚の実験値	m
$\delta_{\text{case-B}}$	case-B の方法による乱流境界層厚の実験値	m
$\delta_{\text{case-C}}$	case-C の方法による乱流境界層厚の実験値	m

記号	説明	単位
δ_1	排除厚	m
δ_2	運動量厚	m
δ_3	エネルギー消散厚	m
λ	ピエゾ水頭の補正係数	-
λ'	圧力補正係数	-
μ	水の粘性係数	Pa · s
ν	水の動粘性係数 [$\nu = \mu/\rho$]	m ² /s
ρ	水の密度	kg/m ³
σ	水の表面張力	Pa/m
$\bar{\tau}$	剪断応力	Pa
$\bar{\tau}_0$	底面剪断応力	Pa
Ω	質量力ポテンシャル	m ² /s ²

参考文献

- [1] 栗津清蔵, 木村喜代治: 演習水理学, オーム社, 1963.
- [2] 栗津清蔵: 大学課程水理学, オーム社, 1980.
- [3] 土木学会水理公式集改訂委員会: 水理公式集 [昭和 38 年増補改訂版], 土木学会, 1963.
- [4] 土木学会水理公式集編集小委員会: 水理公式集 [2018 年版], 土木学会, 2019.
- [5] 本間仁, 安芸皎一: 物部水理学, 岩波書店, 1969.
- [6] Chow, V. T.: *Open-channel hydraulics*, McGraw-Hill, New York, USA, 1959.
- [7] Rao, P. V.: Discussion of boundary layer effects on hydraulic jump location, *Journal of Hydraulic Engineering*, Vol.99, No.HY7, pp.1172–1173, 1973.
- [8] Wilson, E. H. and Turner, A. A.: Boundary layer effects on hydraulic jump location, *Journal of the Hydraulics Division*, Vol.98, No.HY7, pp.1127–1142, 1972.
- [9] Ohtsu, I. and Yasuda, Y.: Characteristics of supercritical flow below sluice gate, *Journal of Hydraulic Engineering*, Vol.120, No.3, pp.332–346, 1994.
- [10] Resch, F. J. and Leutheusser, H. J.: Le ressaut hydraulique : mesures de turbulence dans la région diphasique, *La Houille Blanche*, No.4, pp.279–293, 1972.
- [11] Leutheusser, H. J. and Kartha, V. C.: Effects of inflow condition on hydraulic jump, *Journal of the Hydraulics Division*, Vol.98, No.HY8, pp.1367–1385, 1972.
- [12] 大津岩夫: 台形および長方形断面水路の自由跳水と潜り跳水, 土木学会論文報告集, Vol.1976, No.246, pp.57–72, 1976.
- [13] Ohtsu, I., Yasuda, Y., and Awazu, S.: Free and submerged hydraulic jumps in rectangular channels, Technical Report 35, Report of the Research Institute of Science and Technology, Nihon University, pp.1–50, 1990.
- [14] 高橋正行, 佐藤柳言, 大津岩夫: ゲート下流に形成される射流の特性, 土木学会論文集 B1(水工学), Vol.74, No.5, pp.I.721–I.726, 2018.
- [15] Satoh, R., Takahashi, M., and Ohtsu, I.: Characteristics of supercritical flow below a sluice gate in a horizontal channel, *E-proceedings of the 38th IAHR World Congress*, pp.4109–4118, Panama City, Panama, 2019.

- [16] Satoh, R., Takahashi, M., and Ohtsu, I.: Effect of boundary-layer development on the water-surface fluctuations of supercritical flow below a sluice gate, *Proceedings of the 8th International Junior Researcher and Engineer Workshop on Hydraulic Structures*, pp.163–170, Galway, Ireland, 2021.
- [17] 佐藤柳言, 高橋正行, 大津岩夫: 長方形断面水平水路の跳水の長さエネルギー損失との関係, 土木学会論文集 A2(応用力学), Vol.77, No.2, pp.I.457–I.466, 2021.
- [18] Satoh, R., Takahashi, M., and Ohtsu, I.: Physical meaning of the length of classical hydraulic jumps in a horizontal rectangular channel, *Proceedings of the 39th IAHR World Congress*, pp.2324–2332, Granada, Spain, 2022.
- [19] 佐藤柳言, 高橋正行: 跳水の流速特性に対する流入射流の境界層発達状態の影響, 土木学会論文集 B1(水工学), Vol.78, No.2, pp.I.631–I.636, 2022.
- [20] Takahashi, M., Satoh, R., and Ohtsu, I.: Discussion of "Effect of inflow conditions on the free-surface properties of hydraulic jumps", *Journal of Hydraulic Research*, Vol.61, No.6, pp.920–923, 2023.
- [21] Schlichting, H.: *Boundary-layer theory*, McGraw-Hill, 7th edition, 1979.
- [22] Takahashi, M. and Ohtsu, I.: Effects of inflows on air entrainment in hydraulic jumps below a gate, *Journal of Hydraulic Research*, Vol.55, No.2, pp.259–268, 2017.
- [23] 日本規格協会: JIS ハンドブック ポンプ, No. 16, 日本規格協会, 2018.
- [24] 自然科学研究機構国立天文台: 理科年表 平成 29 年 (机上版), 丸善出版株式会社, 2016.
- [25] 名合宏之: 開水路底流型水門の自由流出に関する基礎的研究, 土木学会論文報告集, Vol.1977, No.264, pp.77–86, 1977.
- [26] Rajaratnam, N.: Free flow immediately below sluice gates, *Journal of the Hydraulics Division*, Vol.103, No.4, pp.345–351, 1977.
- [27] Montes, J. S.: Irrotational flow and real fluid effects under planar sluice gates, *Journal of Hydraulic Engineering*, Vol.123, No.3, pp.219–232, 1997.
- [28] Roth, A. and Hager, W. H.: Underflow of standard sluice gate, *Experiments in Fluids*, Vol.27, pp.339–350, 1999.
- [29] Castro-Orgaz, O. and Hager, W. H.: Transitional flow at standard sluice gate, *Journal of Hydraulic Research*, Vol.52, No.2, pp.264–273, 2014.
- [30] Nezu, I. and Rodi, W.: Open-channel flow measurements with a laser doppler anemometer, *Journal of Hydraulic Engineering*, Vol.112, No.5, pp.335–355, 1986.
- [31] Nezu, I. and Nakagawa, H.: *Turbulence in open-channel flows*, Taylor & Francis, Rotterdam, Netherlands, 1993.
- [32] Auel, C., Albayrak, I., and Boes, R. M.: Turbulence characteristics in supercritical

- open channel flows: Effects of Froude number and aspect ratio, *Journal of Hydraulic Engineering*, Vol.140, No.4, pp.04014004-1–04014004-16, 2014.
- [33] 生井武文, 井上雅弘: 粘性流体の力学, 理工学社, 1978.
- [34] 日野幹雄: 流体力学, 朝倉書店, 1992.
- [35] 山上路生: 水理学 – 試験対策から水理乱流現象のカラクリまで –, コロナ社, 2021.
- [36] Tominaga, A. and Nezu, I.: Velocity profiles in steep open-channel flows, *Journal of Hydraulic Engineering*, Vol.118, No.1, pp.73–90, 1992.
- [37] Appel, D. W., Hubbard, P. G., Landweber, L., Laursen, E. M., Manown, J. S., Rouse, H., Siao, T. T., Toch, A., and Yih, C. S.: *Advanced mechanics of fluids*, John Wiley and Sons, 1959.
- [38] Knight, D., Demertiou, J. D., and Hamed, M. E.: Boundary shear in smooth rectangular channels, *Journal of Hydraulic Engineering*, Vol.110, No.4, pp.405–422, 1984.
- [39] Klebanoff, P. S.: Characteristics of turbulence in a boundary layer with zero pressure gradient, Technical Report 1247, National Advisory Committee for Aeronautics, 1955.
- [40] Wood, I. R.: *Air entrainment in free-surface flows*, Balkema, Rotterdam, 1991.
- [41] Felder, S., Montano, L., Cui, H., Peirson, W., and Kramer, M.: Effect of inflow conditions on the free-surface properties of hydraulic jumps, *Journal of Hydraulic Research*, Vol.59, No.6, pp.1004–1017, 2021.
- [42] Takahashi, M., Satoh, R., and Ohtsu, I.: Discussion of “Turbulence characteristics of classical hydraulic jump using DES”, *Journal of Hydraulic Engineering*, Vol.146, No.9, pp.07020011-1–07020011-2, 2020.
- [43] Jesudhas, V., Balachandar, R., Roussinova, V., and Barron, R.: Closure to “Turbulence characteristics of classical hydraulic jump using DES”, *Journal of Hydraulic Engineering*, Vol.146, No.9, pp.07020012-1–07020012-2, 2020.
- [44] Rouse, H., Siao, T. T., and Nagaratnam, S.: Turbulence characteristics of the hydraulic jump, *Journal of the Hydraulics Division*, Vol.84, No.HY1, pp.1528-1–1528-30, 1958.
- [45] Ohtsu, I., Yasuda, Y., and Takahashi, M.: Discussion of “Energy dissipation and turbulent production in weak hydraulic jumps”, *Journal of Hydraulic Engineering*, Vol.137, No.8, pp.860–862, 2011.
- [46] Rouse, H.: Work-energy equation for the streamline, *Journal of the Hydraulics Division*, Vol.96, No.HY5, pp.1179–1190, 1970.
- [47] Preston, J.: The determination of turbulent skin friction by means of pitot tubes, *Journal of the Royal Aeronautical Society*, Vol.58, pp.109–121, 1954.
- [48] Rajaratnam, N.: A theoretical calibration curve for the Preston tube on smooth boundaries for larger Reynolds numbers, *Journal of the Royal Aeronautical Society*, Vol.69,

- No.650, pp.136–137, 1965.
- [49] Sigalla, A.: Measurements of skin friction in a plane turbulent wall jet, *Journal of the Royal Aeronautical Society*, Vol.62, No.576, pp.873–877, 1958.
- [50] Hwang, L. and Laursen, E. M.: Shear measurement technique for rough surfaces, *Journal of the Hydraulics Division*, Vol.89, No.2, pp.19–37, 1963.
- [51] Bradley, J. N. and Peterka, A. J.: The hydraulic design of stilling basins: Hydraulic jumps on a horizontal apron (Basin I), *Journal of the Hydraulics Division*, Vol.83, No.HY5, pp.1401-1–1401-24, 1957.
- [52] Ohtsu, I., Yasuda, Y., and Gotoh, H.: Discussion of “Non-breaking undular hydraulic jump”, *Journal of Hydraulic Research*, Vol.34, No.4, pp.567–572, 1996.
- [53] Ohtsu, I., Yasuda, Y., and Gotoh, H.: Reply to the discussion of hydraulic condition for undular-jump formations, *Journal of Hydraulic Research*, Vol.40, No.3, pp.382–384, 2002.
- [54] Ohtsu, I., Yasuda, Y., and Takahashi, M.: Discussion of “Particle image velocity measurements of undular and hydraulic jumps”, *Journal of Hydraulic Engineering*, Vol.135, No.5, pp.434–436, 2009.
- [55] 高橋正行, 内田健太, 大津岩夫: 跳水の流況と空気混入特性に対するレイノルズ数の影響, 土木学会論文集 B1(水工学), Vol.74, No.4, pp.I.625–I.630, 2018.
- [56] 佐藤柳言, 高橋正行: ゲート直下に形成される跳水の空気混入特性に対するレイノルズ数の影響, 土木学会論文集特集号(水工学), Vol.80, No.16, 2023(印刷中).
- [57] Wu, S. and Rajaratnam, N.: Transition from hydraulic jump to open channel flow, *Journal of Hydraulic Engineering*, Vol.122, No.9, pp.526–528, 1996.
- [58] Rajaratnam, N. and Subramanya, K.: Diffusion of rectangular wall jets in wider channels, *Journal of Hydraulic Research*, Vol.5, No.4, pp.281–294, 1967.
- [59] Rajaratnam, N.: The hydraulic jump as a wall jet, *Journal of the Hydraulics Division*, Vol.91, No.5, pp.107–132, 1965.
- [60] Myers, G. E., Schauer, J. J., and Eustis, R. H.: Plane turbulent wall jet flow development and friction factor, *Journal of Basic Engineering*, Vol.85, No.1, pp.47–53, 1963.
- [61] Wood, I. R.: Air water flows., *Proceedings of the 21st IAHR Congress, Keynote address*, pp.18–29, Melbourne, Australia, 1985, IAHR.
- [62] Chanson, H.: *Air bubble entrainment in free surface turbulent shear flows*, Academic Press, London, U.K., 1996.
- [63] Takahashi, M. and Ohtsu, I.: Effect of inflow condition on air entrainment characteristics in hydraulic jump, *Proceedings of the 33rd IAHR Congress*, pp.4917–4924, Vancouver, BC, Canada, 2009.

-
- [64] 高橋正行, 大津岩夫: 跳水内部の空気混入特性, 土木学会論文集 B1 (水工学), Vol.71, No.4, pp.I.529–I.534, 2015.
- [65] Safranez, K.: Untersuchungen über den wechselsprung, *Bauingenieur*, Vol.10, No.37, pp.649–651, 1929.
- [66] Safranez, K.: Untersuchungen über den wechselsprung, *Bauingenieur*, Vol.10, No.38, pp.668–677, 1929.
- [67] Hager, W. H.: *Energy dissipators and hydraulic jump*, Kluwer Academic Publishers, Dordrecht, Netherlands, 1992.
- [68] Vischer, D. L. and Hager, W. H.: *Energy dissipators*, Vol. 9 of *IAHR hydraulic structures design manual*, A.A. Balkema, Rotterdam, Netherlands, 1995.

研究業績一覧

本論文の成果の一部は、下記の審査付き学術論文に掲載されている。

1. 高橋正行, 佐藤柳言, 大津岩夫: ゲート下流に形成される射流の特性, 土木学会論文集 B1 (水工学), Vol.74, No.5, pp.I.721–I.726, 2018. https://doi.org/10.2208/jscejhe.74.5_I_721
2. Satoh, R., Takahashi, M., and Ohtsu, I.: Characteristics of supercritical flow below a sluice gate in a horizontal channel, *E-proceedings of the 38th IAHR World Congress*, Panama City, Panama, pp.4109–4118, 2019. <https://doi.org/10.3850/38WC092019-1295>
3. Takahashi, M., Satoh, R., and Ohtsu, I.: Discussion of “Turbulence characteristics of classical hydraulic jump using DES” by Vimaldoss Jesudhas, Ram Balachandar, Vesselina Roussinova, and Ron Barron, *Journal of Hydraulic Engineering*, Vol.146, No.9, 07020011, 2020. [https://doi.org/10.1061/\(ASCE\)HY.1943-7900.0001792](https://doi.org/10.1061/(ASCE)HY.1943-7900.0001792)
4. Satoh, R., Takahashi, M., and Ohtsu, I.: Effect of boundary-layer development on the water-surface fluctuations of supercritical flow below a sluice gate, *Proceedings of the 8th International Junior Researcher and Engineer Workshop on Hydraulic Structures*, Galway, Ireland, pp.163–170, 2021. <https://doi.org/10.26077/6f4d-62c1>
5. 佐藤柳言, 高橋正行, 大津岩夫: 長方形断面水平水路の跳水の長さとのエネルギー損失との関係, 土木学会論文集 A2 (応用力学), Vol.77, No.2, pp.I.457–I.466, 2021. https://doi.org/10.2208/jscejam.77.2_I_457
6. Satoh, R., Takahashi, M., and Ohtsu, I.: Physical meaning of the length of classical hydraulic jumps in a horizontal rectangular channel, *Proceedings of the 39th IAHR World Congress*, Granada, Spain, pp.2324–2332, 2022. <https://doi.org/10.3850/IAHR-39WC252171192022832>
7. 佐藤柳言, 高橋正行: 跳水の流速特性に対する流入射流の境界層発達状態の影響, 土木学会論文集 B1 (水工学), Vol.78, No.2, pp.I.631–I.636, 2022. https://doi.org/10.2208/jscejhe.78.2_I_631

[//doi.org/10.2208/jscejhe.78.2_I_631](https://doi.org/10.2208/jscejhe.78.2_I_631)

8. Takahashi, M., **Satoh, R.**, and Ohtsu, I.: Discussion of “Effect of inflow conditions on the free-surface properties of hydraulic jumps” by Stefan Felder, Laura Montano, Hanwen Cui, William Peirson, and Matthias Kramer, *Journal of Hydraulic Research*, Vol.61, No.6, pp.920–923, 2023. <https://doi.org/10.1080/00221686.2023.2283351>
9. 佐藤柳言, 高橋正行: ゲート直下に形成される跳水の空気混入特性に対するレイノルズ数の影響, 土木学会論文集特集号 (水工学), Vol.80, No.16, 2023 (印刷中) .

謝辞

本研究の進行および本論文の執筆にあたり，日本大学教授 高橋正行先生より，終始懇切丁寧で温かい御指導と御助言とを賜りました。高橋先生には，研究を通じて，物事の見方・考え方，大学教育のあり方を御教授賜りました。ここに，深甚なる謝意を表します。また，日本大学教授 安田陽一先生，日本大学教授 後藤浩先生，日本大学名誉教授 大津岩夫先生には，本論文を審査していただき，本論文をより良きものにするための適切な御助言と温かい激励の御言葉とを賜りました。ここに，深く感謝の意を表します。さらに，日本大学理工学部土木工学科の諸先生方より，専攻内説明会において異なる視点からの御意見と御助言とを賜りました。ここに，厚く御礼申し上げます。

平成 28 年度から令和 5 年度の期間に日本大学理工学部土木工学科水理（流水デザイン）研究室に在籍していた学生の皆さんには，実験をはじめとして多くの御協力を得ました。原雅人さん（平成 5 年度修了），久保裕美さん（平成 19 年度修了），松澤貴士さん（平成 22 年度修了），菅谷一平さん（平成 26 年度修了）には，本研究に資する貴重な実験結果を御提供いただきました。American Society of Civil Engineers および Taylor & Francis Group には，本論文内容を理解しやすくするために，学術論文誌掲載済写真の一部を転載することを認めていただきました。ここに，御礼申し上げます。

本論文は，著者が日本大学理工学部土木工学科（平成 29 年 3 月卒業）在学中・日本大学大学院理工学研究科博士前期課程土木工学専攻（平成 31 年 3 月修了）在学中・日本大学理工学部土木工学科助手（平成 31 年 4 月着任）在職中に実施した研究の一部成果を取りまとめたものです。両親には大学・大学院への進学を快く認めていただきました。また，妻子，両親，弟，祖父母，親戚一同，大学院在学時の同期の皆さまには，いつも応援していただきました。特に，妻 未来には，研究に専念する時間の確保と家族の心身の健康維持のために尽力いただきました。ここに記して謝意を表します。

末筆ではございますが，本研究を取り組むにあたってお力添えを賜った多くの方々に改めて感謝の意を表します。

令和 5 年 9 月 佐藤 柳言