慣性質量同調システムを用いた建築物のモード減衰制御に関する研究

令和　5 年　4 月

郭　鈞桓

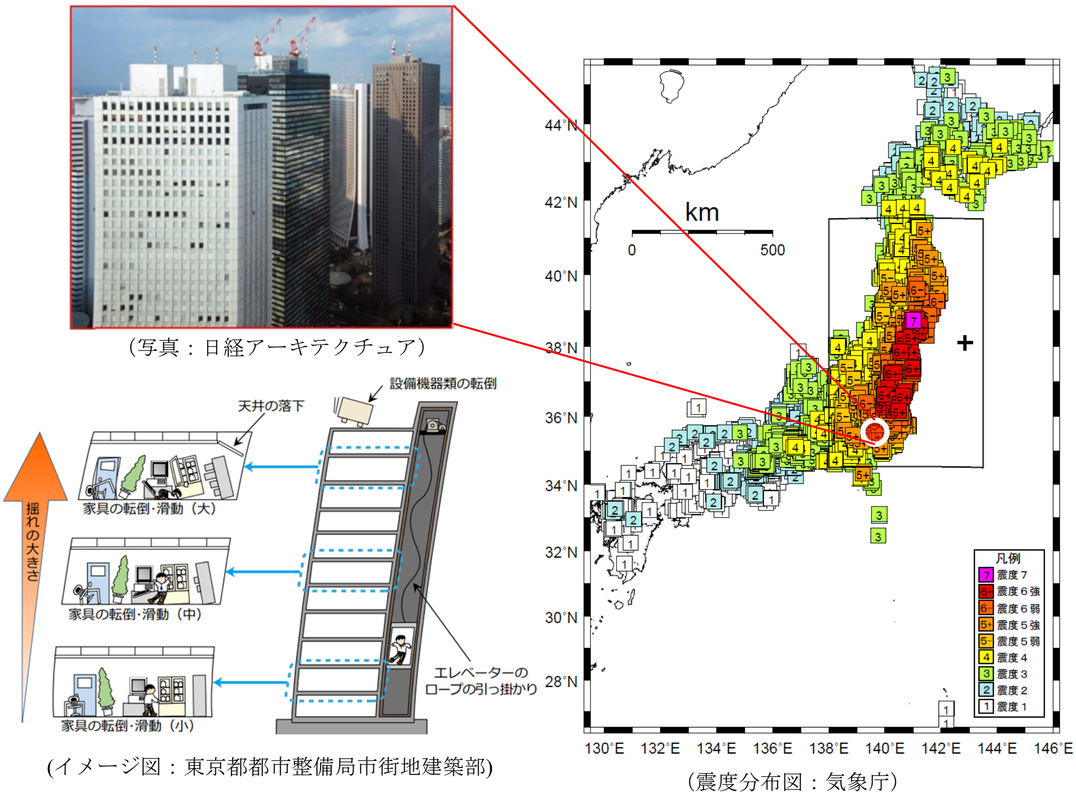
目　次

ﾍﾟｰｼﾞ

1. 序論

1.1 研究背景と研究課題

建築物の超高層化や人口の集中が進む現代社会において、地震被害のリスクが高まっている。図 1-1 に 2011 年東北地方太平洋沖地震の震度分布図を示す。この地震では、震源地から遠い東京都心の超高層建築物が長時間にわたって大きく揺れ、家具の転倒やエレベーターの閉じ込め、設備機器の損傷など、人々に恐怖心を与え、深刻な問題となっている。この問題の原因は、建築物が持つ「減衰性能」が低く、長周期地震動に対して「共振現象」が起きていたためである。図 1-2 に 2020 年版の確率論的地震動予測地図を示す。近年の地震活動の活発化により震度 6 弱以上の揺れに見舞われる確率が高まっている。その中でも、南海トラフ巨大地震や首都圏直下地震などが懸念されている。特に、超高層建築物は地震による影響が大きく、居住性や安全性が求められるため、建築物に減衰性能を与える「制振構造」が必要とされている。建築物には複数の揺れやすい周期があり、それぞれの周期に対応する振動モード形状が存在し、1 次モードの周期が最も長く、2 次モード以上の高次モードになればなるほど、周期が短くなっている。図 1-3 に建築物の振動形状のイメージを示す。現状の制振設計では、超高層建築物は付加的な要素として制振ダンパーを採用している。しかし、制振性能として粘性減衰条件は、建築物の応答変位に大きな影響を及ぼす 1 次モードを対象としているため、高次モードを制御するまでに至っていない。

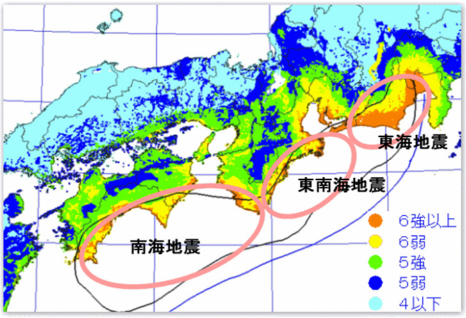


（写真：日経アーキテクチュア）

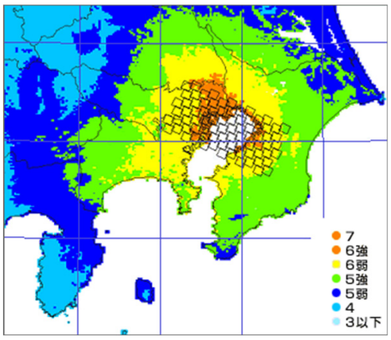
(イメージ図：東京都都市整備局市街地建築部)

（震度分布図：気象庁）

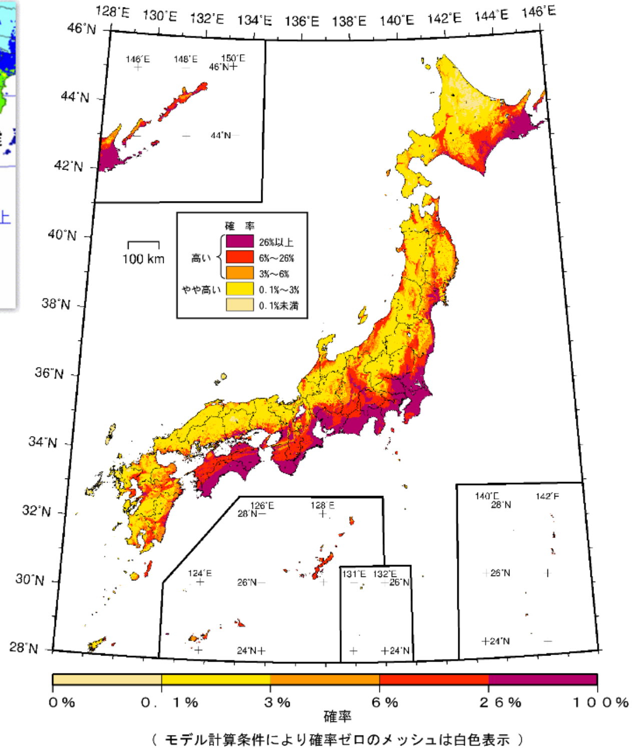
図 1-1　平成 23 年（2011 年）東北地方太平洋沖地震の震度分布図



南海トラフ巨大地震
発生確率は 20 年以内に「60％程度」



首都圏直下地震
発生確率は 30 年以内に「70％程度」



確率論的地震動予測地図
今後 30 年間に震度 6 弱以上の揺れに見舞われる確率
文部科学省　地震調査研究推進本部事務局

図 1-2　2020 年版の確率論的地震動予測地図

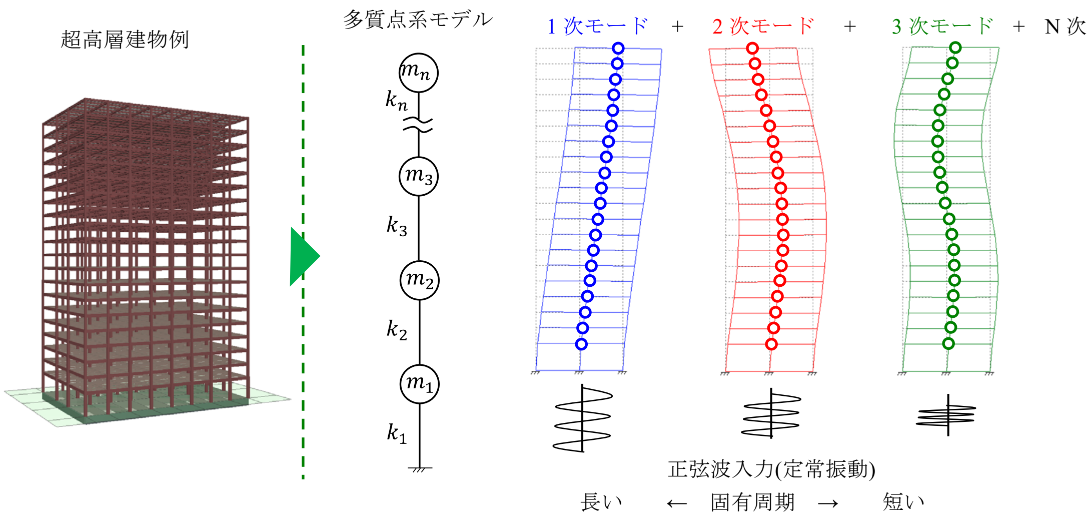


図 1-3　建築物の振動形状のイメージ

図 1-4 に地震応答スペクトルと超高層建築物の固有周期の関係例を示す。超高層建築物の設計用入力地震動（告示波）は、建築基準法告示 1461 号により規定されている。一方、最新の知見では南海トラフ巨大地震が発生した場合、告示波のレベルを上回る長周期地震動が予想されている。また、首都圏直下地震が告示波のレベルを上回る可能性もあり、その際には超高層建築物の 2 次モードや 3 次モードの振動による影響が大きくなることも懸念される。以上を踏まえると、超高層建築物の振動には 1 次モードだけでなく、2 次モードや 3 次モードの影響もあるため、応答加速度が大きくなり居住性や安全性に悪影響が生じる可能性がある。そのため、制振構造を採用して主要な振動モードを制御することが必要であると考えられる。

制振設計で使用する制振装置は、弾塑性ダンパー系やオイルダンパー系などが挙げられる。しかし、建築意匠や用途により、ダンパーの設置箇所が制限されることがよくある。そのため、1 次モードに付与される減衰定数が小さく、一般的に減衰定数は約 5% 以下であり、2 次モードと 3 次モードの減衰がほぼ付与されていない。

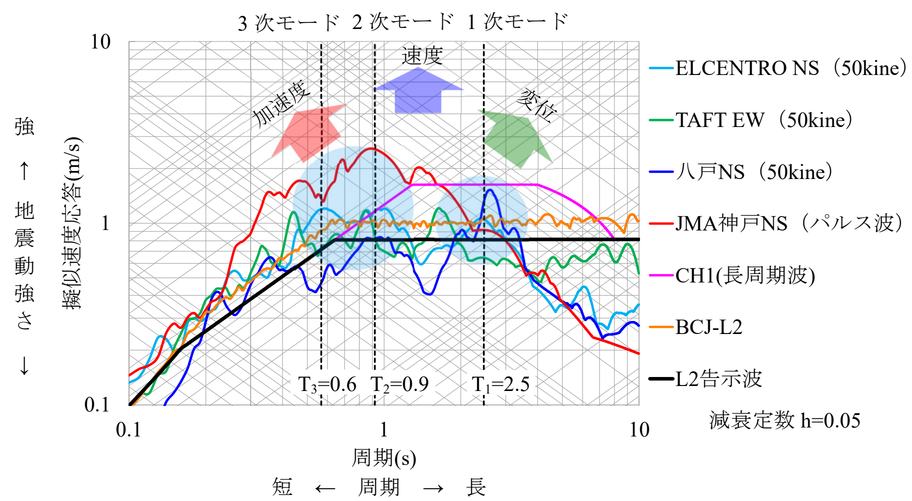


図 1-4 地震応答スペクトルと超高層建築物の固有周期の関係例

この課題に対して本論文では、回転慣性質量装置を用いて、建築物の振動モードに効率よく減衰定数を付与できる制振システムを分析し、建築物の振動特性に応じた「モード減衰制御」の構築を目指し、コンパクトな配置および高性能な制振構造の構築が可能であることを示す。なお、本論文では、回転慣性質量をダイナミック・マス(D.M.)[1-1~1-4]と呼称する。

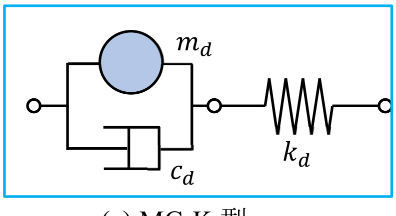
D.M.を用いた設計方法として、「モード同調制御」が代表的な手法である。モード同調制御の手法は、TMD に類した応答制御手法であり、D.M.とばね剛性を直列に接続して構成された付加振動系によって、対象建築物の振動モードと同調することで、建築物の応答を低減させるものである。参考文献[1-5),1-6)]によると、斉藤らは 1 質点系モデルを対象として、定点理論に基づいた設計によって、同調することで付加振動系の変形が増幅され、より大きな減衰効果が得られることから、応答変位が低減される効果が示さ

れている。また、参考文献[1-7),1-8)]では石丸・秦らはD.M.と粘性減衰を並列に配置し、ばね剛性を直列に配置したシステムの最適設計式および設計方法を提案し、多質点系モデルへの適用性が示されている。その最適設計式は、固有値の関係式としてまとめられているため、複素固有値解析を介して、最適な同調および最適な減衰を満足する制振システムのパラメータを簡易に求めることができる。本論文では、この制振システムを慣性質量同調システム（D.M.同調システム）と呼称し、この付加振動系の要素配置より略してMC-K型と呼称する。図 1-5(a)にMC-K型の解析モデル概要を示す。

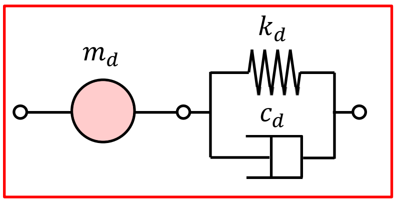
MC-K型は、オイルダンパーなどの粘性減衰系を単体で使用した設計よりも、制御対象モードに大きな粘性減衰定数が与えられるため、応答変位に対しての制振効果が高い。長周期地震動対策として超高層建築物の改修や、曲げ変形が卓越する200m級の鉄塔構造物の改修[1-9)]などにも適用されている。しかし、超高層建築物に対して、1次モード同調制御を行った場合、高次モードの応答低減効果がないため、応答加速度及び応答変位を抑えることが困難である。その改善方法として、MC-K型による複数モード同調制御が提案され、超高層建築物などに対しても高次モード制御を考慮した設計[1-10)]が可能となった。しかし、目標制御モードごとに対応したMC-K型が必要であり、制振装置を増やさなければいけない課題が残っている。

他の種類のD.M.同調システムとして、参考文献[1-11)~1-14)]では、粘性減衰とばね剛性を並列に配置し、更にD.M.を直列に配置したシステムがある。Chenら、磯田ら、Saitoh、Lazarらの研究が挙げられる。本論文では、この付加振動系の要素配置から、略してM-CK型と呼称する。図 1-5(b)にM-CK型の解析モデル概要を示す。Lazarらは、3質点系モデルを対象にして M-CK 型を配置し、共振曲線を用いてばね剛性と減衰係数のパラメータスタディに基づく1次モードの同調制御を示している。その際、制御対象外の2次および3次モードの応答倍率の低下が確認された。しかし、M-CK型を使用したモード同調制御の設計方法や高次モードへの付与減衰については明確にされていないという課題が残っている。また、M-CK型のダンパー構築や性能検証に関する実験や実際の建築物への適用性などについてもまだ確立されていない状況である。

以上を踏まえて、MC-K型またはM-CK型によるモード同調制御が、制御対象モードには大きな粘性減衰が与えられる一方、制御対象外モードには異なる減衰効果が生じると考えられる。MC-K型およびM-CK型の制振効果を最大限に引き出し、さらにコンパクトな配置で高性能な制振構造を実現するためにも、両システムの応答特性と減衰メカニズムを詳細に解明する必要があると考えられる。



(a) MC-K 型



(b) M-CK 型

m_d：D.M.
c_d：粘性減衰
k_d：ばね剛性

図 1-5　MC-K型とM-CK型の解析モデル概要

1.2 本研究の目的と論文構成

本論文では、保守性が高い制振構造を構築するために、MC-K 型および M-CK 型 D.M.同調システムを用いたモード同調制御により、対象建築物の「モード減衰制御」を提案している。まず、両システムの応答特性を検討し、周波数（周期）依存性を示している。更に、両システムは制御対象外のモードに対する付与減衰効果について、相補性を持っていることを示している。MC-K 型では高次モード制御の場合には低次モードへの付与減衰効果を、M-CK 型では低次モード制御の場合には高次モードへの付与減衰効果を確認している。より効率的なモード減衰制御を実現するために、MC-K 型の検討では、低次モードへの付与減衰を定量的に評価し、MC-K 型の低次モードへの減衰定数の推定式を提案している。また、M-CK 型の検討では、M-CK 型を用いたモード同調制御の最適設計式を示し、M-CK 型の高次モードへの減衰定数の推定式を提案している。次に、MC-K 型および M-CK 型を用いた複合制振を提案し、両システムの特性を活用したモード減衰制御を示している。多質点系モデル試験体を用いた振動実験により、複合制振の応答低減効果を検証している。更に、推定式を用いて複合制振の設計方法を提案し、超高層建築物への適用性を示している。

論文構成は以下の通りである。

1 章「序論」では、本論文に関連した研究背景と研究課題、本研究の目的と論文構成について述べている。

2 章「MC-K 型同調システムを用いたモード減衰制御」では、MC-K 型を用いたモード同調制御の設計方法および高次モードのモード同調制御による低次モード付与減衰の効果を示し、それらの付与減衰を推定できる評価式について述べている。

まず、MC-K 型の応答特性を示す。MC-K 型の単体配置時の解析モデルを用いて、調和変位に対するダンパー変形増幅率を求め、周波数領域における同調システムの応答性能を確認する。MC-K 型のダンパー変形増幅率の関係から、MC-K 型を用いた多質点系モデルでは、同調モードの周期より短い周期領域（高次モードの範囲）において、ダンパーの変形が 0 に収斂し作動しなくなる。そのため、D.M.同調システムに用いられる減衰係数c_dの効果が薄れる。一方、同調モードの周期より長い周期領域（低次モードの範囲）において、ダンパーの変形増幅率が 1 に収斂し、c_dの効果があることが確認される。

次に、MC-K 型による目標制御対象外モードの減衰付与効果を示す。参考文献[1-9),1-10)]では、定点理論に基づいて MC-K 型によるモード同調制御の最適設計法が示されている。そのため、複素固有値解析を介して、最適設計式を満足することで、簡易に制振装置の最適諸元を求めることができる。多質点系の解析モデルに対しても、近似解として適用できることが示されている。そこで、本論文では、高次モード同調制御の設計方法として、MC-K 型の最適設計式を用いている。

多質点系の解析モデルに対して、MC-K 型を用いた 1 次モード制御では、高次モード

に減衰付与効果がないが、2 次もしくは 3 次モード制御では、副次的に低次モードにも減衰付与効果が確認された。その理由は MC-K 型の周波数依存性に起因している。低次モードへの付与減衰効果を活用すれば、より高性能な制振構造の構築が可能であると考えられる。そこで、本章では MC-K 型の高次モード制御による低次モードの減衰付与の推定式を作成し、その適用性を示す。

3 章「M-CK 型同調システムを用いたモード減衰制御」では、M-CK 型によるモード同調制御の最適設計式を示すと共に、多質点系の解析モデルに対して、M-CK 型を用いたモード同調制御の設計方法およびモード同調制御による高次モード付与減衰の効果を示し、それらの付与減衰を推定できる評価式について述べている。

まず、M-CK 型の応答特性を示す。2 章と同様な検討手順で M-CK 型の単体配置時の解析モデルを用いて、調和変位に対するダンパー変形増幅率を求め、周波数領域における同調システムの応答性能を確認する。M-CK 型のダンパー変形増幅率の関係から、M-CK 型を用いた多質点系モデルでは、同調モードの周期より短い周期領域（高次モードの範囲）において、ダンパーの変形増幅率が 1 に収斂し、D.M.同調システムに用いられる減衰係数c_dの効果があることが確認される。一方、同調モードの周期より長い周期領域（低次モードの範囲）において、ダンパーの変形が 0 に収斂し作動しなくなるため、c_dの効果が薄れると確認される。2 章に示した MC-K 型の応答特性と逆の性質を有していることが分かる。

次に、定点理論および複素固有値問題に基づき、M-CK 型の最適設計式（最適同調式、最適減衰式）を提案している。MC-K 型と同様に、最適設計式は、固有値の関係式としてまとめているため、複素固有値解析を介して、最適設計式を満足することで、簡易に制振装置の最適諸元を求めることができる。

また、多質点系モデルへの適用方法を示している。本論文で提案する最適設計式は、複素固有値解析を用いることを基本としている。MC-K 型と同様に、最適同調式および最適減衰式は、いずれも固有周期の関係式であるため、固有ベクトルの直交性の性質を利用することで、多質点系の解析モデルに対しても、近似解として適用できる。参考文献 [1-1]に示すモードの入力低減率ηを用いることで、M-CK 型の最適設計式の適用範囲を示している。

多質点系の解析モデルに対して、M-CK 型を用いた 1 次モード制御では、副次的に高次モードにも減衰付与効果が確認できるが、2 次もしくは 3 次モード制御では、低次モードへの減衰付与効果がない。その理由は M-CK 型の周波数依存性に起因している。高次モードの付与減衰効果を活用すれば、より高性能な制振構造の構築が可能であると考えられる。そこで、本章では M-CK 型の 1 次モード制御による高次モードの減衰付与の推定式を作成し、その適用性を示す。なお、2 章の MC-K 型低次モード付与減衰の推定式および、本章の M-CK 型高次モード付与減衰の推定式によれば、目標粘性減衰定数又は推定モードの層間刺激関数が大きければ、推定モードの付与減衰が大きくなることを示している。

4 章「MC-K 型および M-CK 型による複合制振のモード減衰制御」では、MC-K 型と M-CK 型の組合せによる複合制振のモード減衰制御手法を提案する。各制振モデルの比較より複合制振の制振効果を示すと共に、1 次モードの固有周期を 3 秒と設定した 8 層せん断モデル試験体の振動実験を通して、理論と実験の整合性を示す。また、両システムの付与減衰の推定式による設計方法、検討用入力地震動に対する目標モード減衰の設定方法を示し、超高層建築物への適用性について述べている。

2 章および 3 章の知見より、MC-K 型と M-CK 型は、同調周期時（共振時）において両システムのダンパー変形増幅が最も大きく、効率的な減衰付与効果を発揮する。また、同調周期より長い周期帯では MC-K 型による減衰付与効果が期待され、同調周期より短い周期帯では M-CK 型による減衰付与効果が期待される。

本章では、D.M.同調システムの複合制振の構築として、低次モードのモード同調制御では M-CK 型、高次モードのモード同調制御では MC-K 型を用いた組み合わせを提案し、複素固有値解析を介した複合制振の設計方法を示している。例として M-CK 型 1 次モード制御と MC-K 型 3 次モード制御を組み合わせた複合制振の設計を通して、両システムの性質の相乗効果によりモード同調制御対象外の 2 次モードにも大きく減衰が付与されることを示している。

また、8 層せん断モデル試験体を用いた振動実験を行っている。まず、MC-K 型による 3 次モード制御の試験体を用いて、2 次モードの応答倍率が低減されることを確認し、MC-K 型はモード同調した 3 次モードのみならず、低次モードに対しても制振効果があることを実験的に検証している。次に、M-CK 型による 1 次モード制御の試験体を用いて、2 次と 3 次モードの応答倍率が低減されることを確認し、実験結果より、M-CK 型はモード同調した 1 次モードのみならず、高次モードに対しても制振効果があることを実験的に検証している。更に、M-CK 型 1 次モード制御と MC-K 型 3 次モード制御の組み合わせた複合制振試験体により、制御対象外の 2 次モードにも大きな減衰効果が確認され、複合制振の有効性を実験的に検証している。

次に、M-CK 型高次モード付与減衰推定式および MC-K 型低次モード付与減衰推定式を用いて、対象建築物の 1 次モード～3 次モード(主要振動モード)に対して、複合制振の設計フローおよびモード減衰制御手法を提案している。予備設計として、非制振モデルの固有値結果を用いれば、他のモードに付与される粘性減衰が推定できるため、設計の自由度の向上が期待できる。

最後に、パッシブ制振構造設計・施工マニュアル [1-15]に掲載されているテーマストラクチャーの 20 層鉄骨超高層建築物を対象にして、オイルダンパー等の減衰要素のみを用いた「C-K 型」、複数モード制御を用いた「MC-K 型」および、MC-K 型と M-CK 型の相補性を活用した「複合制振」の 3 つの設計例を示している。複合制振は、制振装置の設置箇所を最小限に抑えることで、保守性が高い制振構造を実現可能であることを示している。

5 章では、本研究で得られた知見をまとめ、今後の課題を述べている。

参考文献

1-1) 石丸辰治：対震設計の方法－ダイナミックデザインへの誘い－，建築技術，2008

1-2) 日本建築学会：やさしくわかる建物振動制御，2014

1-3) 古橋剛，石丸辰治：慣性接続要素によるモード分離：慣性接続要素による応答制御に関する研究　その 1，日本建築学会構造系論文集，第 69 巻，第 576 号，pp.55-62，2004

1-4) 古橋剛，石丸辰治：慣性接続要素による多質点振動系の応答制御：慣性接続要素による応答制御に関する研究　その 2，日本建築学会構造系論文集，第 71 巻，第 601 号，pp.83-90，2006

1-5) 斉藤賢二，栗田哲，井上範夫：慣性接続要素を利用した線形粘性ダンパーによる一質点構造の最適応答制御と Kelvin モデル化手法に関する考察，構造工学論文集，Vol.53B，pp.53-66，2007.3

1-6) 井上範夫，五十子幸樹：建築物の変位制御設計－地震に対する免震・長周期建物の設計法－，丸善，2012.12

1-7) 石丸辰治，三上淳治，秦一平，古橋剛：D.M.同調システムの簡易設計法，日本建築学会構造系論文集，第 75 巻，第 652 号，pp.1105-1112，2010.6

1-8) 石丸辰治，秦一平，三上淳治，公塚正行：付加剛比による D.M.同調システムの簡易設計法，日本建築学会構造系論文集，第 75 巻，第 654 号，pp.1455-1464，2010.8

1-9) Miyajima, Y., Hata, I., Mashimo, M., Ogihara M., and Ishida, T.: Response Control Systems by Tuned Dynamic Mass System for a 200-meter-tall tower-supported steel stack structure, Proceedings of the 16th World Conference on Earthquake Engineering, paper ID 1363, 2017

1-10) 郭鈞桓，石丸辰治，古橋剛，秦一平：同調 D.M.システムを有する構造物設計法に関する研究－長周期波及びパルス波地震動に対する次世代超高層構造物の制震設計－，日本建築学会構造系論文集，第 78 巻，第 686 号，pp.693-702，2013.4

1-11) Chen, M. et al.: The missing mechanical circuit element, Circuits and Systems Magazine, IEEE, 9(1); 10–26, 2009.

1-12) 磯田和彦，半澤徹也，田村和夫：回転慣性質量ダンパーを組合せた応答低減機構による 1 質点系振動モデルの応答特性に関する研究，日本建築学会構造系論文集，第 74 巻，第 642 号，pp.1469-1476，2009.8

1-13) Saitoh, M.: On the performance of gyro-mass devices for displacement mitigation in base isolation systems, Structural Control and Health Monitoring, Vol. 19, No. 2, 246–259, 2012

1-14) Lazar, I.F., Neild, S.A., and Wagg, D.J.: Using an inerter-based device for structural vibration suppression, Earthquake Engineering and Structural Dynamics, Vol. 43, No. 8, pp. 1129-1147, 2014

1-15) JSSI：パッシブ制振構造設計・施工マニュアル 第 3 版，2013

2. MC-K 型同調システムを用いたモード減衰制御

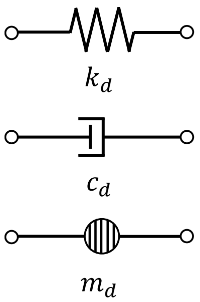
2.1 MC-K 型の概要

建築構造物に対する風や地震等の応答制御として、一般的に構造物の履歴系ダンパーを代表とする「剛性要素」の調整に加え、振動エネルギーを吸収するオイルダンパーを代表とする「減衰要素」を用いた制振設計が多く採用されてきた。

近年、ボールネジ機構等を用いた回転慣性質量(ダイナミック・マス [2-1~2-4)]「D.M.」)を持つ装置が開発され、見かけの「質量要素」を用いた制振設計が可能となっている。図 2-1 に 2 点間の相対応答量に応じる 3 つの力学モデルを示す。剛性要素k_d、減衰要素c_d及び D.M.要素m_dは、それぞれ 2 点間の相対変位、相対速度、相対加速度に応じて「復元力」、「減衰力」、「慣性力」を発揮する。また、D.M.要素と減衰要素を含む制振装置としては、“減衰こま”とも呼ばれる増幅機構付き回転粘性ダンパー等が挙げられる。

参考文献[2-5),2-6)]では石丸・秦らにより、上記の 3 要素を組み合わせた「D.M.同調システム」が提案され、モード同調による制振設計が可能となった。図 2-2 に D.M.同調システムの構築を示す。「D.M.要素」と「ばね要素」を直列に接続して構成された付加振動系より、新たなモード(D.M.モード)が生じるため、主系の振動モードと同調させることが可能である。更に、「D.M.要素」と並列した「減衰要素」より、振動エネルギーが吸収され、大きな減衰効果が発揮できる。

本論文では、上記の D.M.同調システムの要素配置から、略して MC-K 型と呼称する。

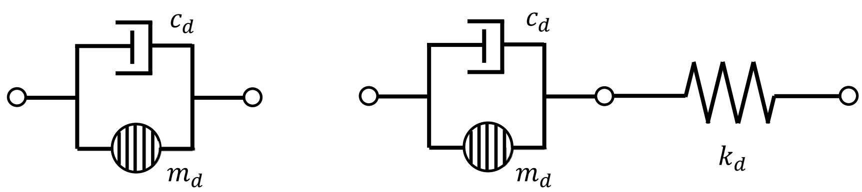


ばね剛性要素k_d：2 点間の相対変位に応じて「復元力」を生じる。

粘性減衰要素c_d：2 点間の相対速度に応じて「減衰力」を生じる。

D.M.要素m_d：2 点間の相対加速度に応じて「慣性力」を生じる。

図 2-1　2 点間の相対応答量に応じる力学モデル

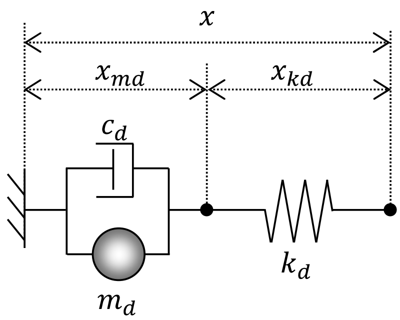


減衰こまの力学モデル　　　MC-K 型同調システム

図 2-2　MC-K 型同調システムの構成

2.2 MC-K 型の応答特性

本節では、調和変位に対する MC-K 型の単体の相対応答倍率（以降，変形増幅率）を求め、周波数領域における MC-K 型の応答性能を確認する。図 2-3 に MC-K 型の解析モデルを示す。ここで、D.M.要素、ばね剛性要素および粘性減衰要素をm_d，k_dおよびc_d、調和変位、D.M.部変形およびばね部変形をそれぞれx, x_{md}およびx_{kd}とし、$x = x_{md} + x_{kd}$である。MC-K 型の振動方程式を式(2.1)、式(2.2)に示す。



m_d	:	D.M.要素
k_d	:	ばね剛性要素
c_d	:	粘性減衰要素
x	:	調和変位
x_{md}	:	D.M.部変形
x_{kd}	:	ばね部変形

図 2-3　MC-K 型の解析モデル

$$m_d \ddot{x}_{md} + c_d \dot{x}_{md} = k_d (x - x_{md}) \tag{2.1}$$

$$m_d (\ddot{x} - \ddot{x}_{kd}) + c_d (\dot{x} - \dot{x}_{kd}) = k_d x_{kd} \tag{2.2}$$

ここで、定常振動を考え、式(2.1)、式(2.2)に式(2.3)、式(2.4)を導入すると、振動方程式は式(2.5)、式(2.6)のようになる。なお、ωは定常振動の固有円振動数、ω_dは MC-K 型の単体の固有円振動数である。

$$x = Xe^{i\omega t},\quad x_{md} = X_{md} e^{i\omega t},\quad x_{kd} = X_{kd} e^{i\omega t} \tag{2.3}$$

$$\omega_d^2 = \frac{k_d}{m_d},\quad \frac{c_d}{m_d} = 2h_d \omega_d \tag{2.4}$$

$$(\omega_d^2 - \omega^2 + i2h_d\omega_d\omega)X_{md} = \omega_d^2 \cdot X \tag{2.5}$$

$$(\omega_d^2 - \omega^2 + i2h_d\omega_d\omega)X_{kd} = (-\omega^2 + i2h_d\omega_d\omega)X \tag{2.6}$$

更に、式(2.5)と式(2.6)を整理すると、調和変位に対する MC-K 型の変形増幅率は式(2.7)、式(2.8)のようになる。なお、λは振動数比(ω/ω_d)である。

$$\frac{X_{md}}{X} = \frac{1}{1 - \lambda^2 + i2h_d\lambda} \quad \rightarrow \quad \left|\frac{X_{md}}{X}\right|_{\mathrm{MC-K}} = \sqrt{\frac{1}{(1-\lambda^2)^2 + 4h_d^2\lambda^2}} \tag{2.7}$$

$$\frac{X_{kd}}{X} = \frac{-\lambda^2 + i2h_d\lambda}{1 - \lambda^2 + i2h_d\lambda} \quad \rightarrow \quad \left|\frac{X_{kd}}{X}\right|_{\mathrm{MC-K}} = \sqrt{\frac{\lambda^4 + 4h_d^2\lambda^2}{(1-\lambda^2)^2 + 4h_d^2\lambda^2}} \tag{2.8}$$

本検討では、MC-K 型の単体の固有周期T_dを 1 秒、減衰定数$h_d = 0.20$と設定する。図 2-4 に MC-K 型のダンパー変形増幅率を示す。グラフの横軸は加振周期T、縦軸のダンパー変形増幅率は、入力変位に対する粘性減衰要素c_d部の変形の比率を表している。共振周期の 1 秒近辺では、ダンパー変形増幅率が 2.5 倍程度であることが確認できる。

したがって、MC-K 型には変形増幅効果があるため、一方、共振周期の 1 秒より短い場合、c_d部の変形が 0 に収斂してダンパーの効果が発揮しなくなり、共振周期の 1 秒より長い場合、c_d部の変形が 1 倍に収斂し、周波数依存性を有することが確認できる。

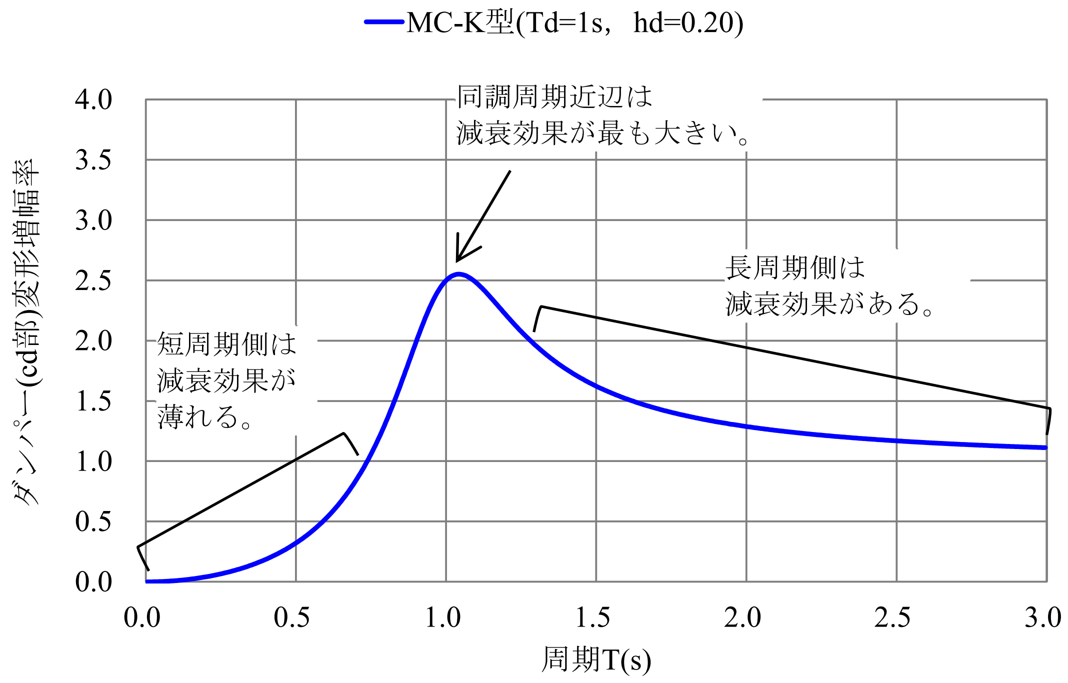


図 2-4　MC-K 型のダンパー変形増幅率

以上に示す MC-K 型のダンパー変形増幅率の関係から、MC-K 型を用いた多質点系モデルでは、MC-K 型の周波数依存性により、同調モードの周期より短い周期領域（高次モードの範囲）において、c_dの効果が薄れ、同調モードの周期より長い周期領域（低次モードの範囲）においては、c_dの効果があることが推定できる。

2.3 MC-K 型の最適設計式を用いた適用方法

MC-K 型に関する研究では、石丸･秦らにより、MC-K 型によるモード同調制御の最適設計法[2-5),2-6)]が示されている。定点理論に基づき、MC-K 型の最適設計式（最適同調式、最適減衰式）が示され、複素固有値解析を用いれば、最適設計式を満足することで、簡易に制振装置の最適諸元を求めることができる。

その他、1 質点系の定点理論の多質点系への拡張に関する理論的な検討の試みは、例えば新城ら[2-7)]により行われている。MC-K 型の集中配置を用いた多質点系は、等価な 1 質点系に縮約できず、1 質点系の最適制御解[2-8)]の適用が困難であった。それに対して、新城らは解析モデルを等価な 2 質点系へ縮約し、定点理論を用いた略算解とその適用範囲が示されているが、多質点系への拡張には限界がある。

以上を踏まえて、本研究では、石丸･秦らによる複素固有値解析の設計方法を用いている。多質点系の複素固有値解析は、非比例減衰系に対しても、各モードの固有値（固有周期，粘性減衰定数）を得ることができる。また、各モードの固有ベクトルが互いに直交する性質を用いれば、外乱に対する各次モードの基準座標を分離することが可能であり、モード解析の基本原理となっている。表 2-1 に MC-K 型の多質点モデルの最適設計式を示す。なお、記号のjは、制御対象モードのモード次数であり、参考文献[2-5),2-6)]より、MC-K 型では制御対象モードの減衰定数h_jを目標粘性減衰定数h_{opt}とすることで最適減衰になることが示されている。

これらの式は、元々1 質点系の解析モデルにおいて導出しているが、いずれも固有周期の関係式であるため、固有ベクトルの直交性の性質を利用することで、多質点系の解析モデルに対しても、高次モードのモード同調制御の近似解として適用できると考えられる。

表 2-1　MC-K 型の多質点モデルの最適設計式

最適同調式	${}_jT_\infty = \sqrt{T_{0,j} \times T_{0,jDM}}$
最適減衰式	$h_{opt} = h_j \cong 0.5\sqrt{\frac{{}_j\kappa_k}{2+{}_j\kappa_k}}$
付加剛比	${}_j\kappa_k = \left(\frac{{}_jT_0}{{}_jT_\infty}\right)^2 - 1$
備考	${}_jT_0$：主系のみの j 次モードの固有周期 ${}_jT_\infty$：$c_d = \infty$の時の j 次モードの固有周期 $T_{0,j}$：$c_d = 0$の時の j 次モードの固有周期 $T_{0,jDM}$：$c_d = 0$の時の DM j 次モードの固有周期 h_{opt}：最適粘性減衰定数 h_j： j 次モードの粘性減衰定数 $h_{j,DM}$： DM j 次モードの粘性減衰定数 ${}_j\kappa_k$：j 次モードの付加剛比

本節では、参考文献[2-5),2-6)]の設計方法に従い、MC-K 型の最適設計式より、多質点系モデルへの拡張および適用性を示す。解析モデルは、1 次モードの固有周期${}_1T_0$を 1.0 秒、各層質量m_nを 100ton とし、質量は高さ方向に一様であると想定した 10 層せん断モデルとする。各層の初期剛性k_nは、1 次モードの刺激関数が直線となるように式(2.9)より決定した[2-9)]。

$$k_n = \frac{1}{2}\{N(N+1) - n(n-1)\} \cdot m \cdot {}_1\omega_0^2 \qquad (n = 1 \sim N) \tag{2.9}$$

なお、Nは層数、${}_1\omega_0$は 1 次モードの固有円振動数である。図 2-5 に解析モデル、表 2-2～表 2-3 に解析モデルの諸元および固有値結果、図 2-6 に非制振モデルの層および層間刺激関数を示す。なお、層間刺激関数は、上下階の変位刺激関数差を意味する。本検討では、1 層目に MC-K 型を配置し，1 次～3 次モード同調制御の最適設計をモードごとに行い，計 3 ケースの解析モデルとする。また、各モードの目標粘性減衰定数h_{opt}を 0.10 とし、内部粘性減衰は除くものとする。

ここで、MC-K 型の最適設計式を用いた設計方法を示す。

① 目標h_{opt}を 0.10 と設定し、表 2-1 の最適減衰式より目標の付加剛比${}_j\kappa_k$を求める。付加剛比${}_j\kappa_k$により${}_jT_\infty$が計算できる。
② 複素固有値解析により、$c_d = \infty$の状態で、上記で計算された${}_jT_\infty$を満足するように、k_dを決定する。
③ 複素固有値解析により、$c_d = 0$の状態で、表 2-1 の最適同調式を満足するように、m_dを決定する。
④ 複素固有値解析により、目標制御対象モードの減衰定数h_jが 0.10 程度となるように、c_dの値を決定する。

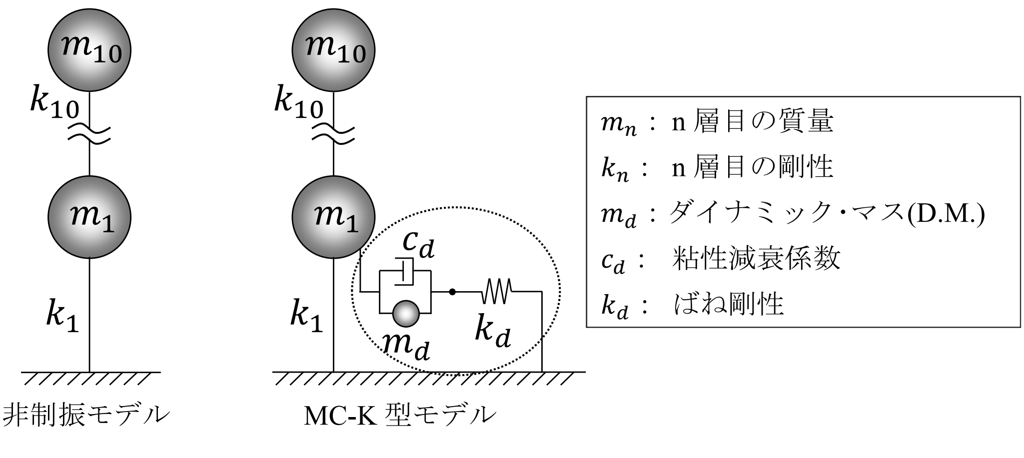


図 2-5　解析モデル

表 2-2　解析モデルの諸元

層	質量(ton)	初期剛性(kN/m)
10	100	39,478
9	100	75,009
8	100	106,592
7	100	134,227
6	100	157,914
5	100	177,653
4	100	193,444
3	100	205,288
2	100	213,183
1	100	217,131

表 2-3　解析モデルの固有値結果

次数j	固有周期$_jT_0$(s)
1	1.000
2	0.408
3	0.258
4	0.189
5	0.149
6	0.123
7	0.105
8	0.091
9	0.081
10	0.073

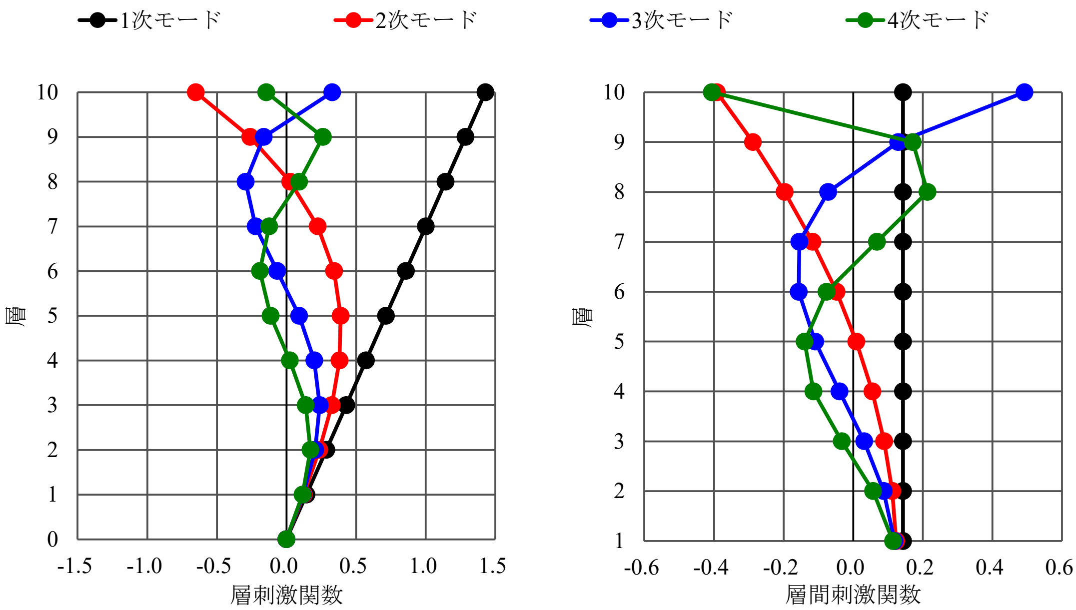


図 2-6　非制振モデルの刺激関数

(1) MC-K 型の最適設計式を用いた 1 次モード制御の最適設計

ここで、MC-K 型の最適設計式を用いて、1 次モード制御の設計例を示す。

①目標減衰定数h_{opt}を 0.10 と設定し、表 2-1 の最適減衰式より目標の付加剛比${}_1\kappa_k$を求める。次に、付加剛比 ${}_1\kappa_k$の式により ${}_1T_\infty$が計算できる。

$$h_{opt} \cong 0.5\sqrt{\frac{{}_1\kappa_k}{2+{}_1\kappa_k}} \quad \rightarrow \quad {}_1\kappa_k = \frac{8h_{opt}^2}{1-4h_{opt}^2} = \frac{8\times 0.10^2}{1-4\times 0.10^2} = 0.083$$

$${}_1\kappa_k = \left(\frac{{}_1T_0}{{}_1T_\infty}\right)^2 - 1 \quad \rightarrow \quad {}_1T_\infty = \frac{{}_1T_0}{\sqrt{{}_1\kappa_k+1}} = \frac{1.000}{\sqrt{0.083+1}} = 0.961s$$

②複素固有値解析により、$c_d = \infty$の状態で、上記で計算された${}_1T_\infty$を満足するように、k_dを決定する。

$c_d = \infty\ kN\cdot s/m$、$k_d = 269{,}000\ \mathrm{kN/m}$の時、複素固有値解析結果より、${}_1T_\infty = 0.961\mathrm{s}$になる。

モード	周期 T(s)
1 次	0.961
2 次	0.394
3 次	0.249
4 次	0.182
5 次	0.144

③複素固有値解析により、$c_d = 0$の状態で、表 2-1 の最適同調式を満足するように、m_dを決定する。

$c_d = 0\ kN\cdot s/m$、$k_d = 269{,}000\ \mathrm{kN/m}$、$m_d = 2{,}720\ ton$の時、複素固有値解析結果より、最適同調式を満足している。

モード	周期 T(s)
1 次	1.107
D.M.1 次	0.834
2 次	0.391
3 次	0.249
4 次	0.182
5 次	0.144

$${}_1T_\infty = \sqrt{T_{0,1}\times T_{0,1DM}} = \sqrt{1.107\times 0.834} = 0.961s$$

④複素固有値解析により、目標制御対象モードの減衰定数h_1が 0.10 程度となるように、c_dの値を決定する。

$c_d = 7{,}420\ kN \cdot s/m$、$k_d = 269{,}000$ kN/m、$m_d = 2{,}720\ ton$の時、複素固有値解析結果より、目標減衰定数$h_{opt} = 0.10$を満足している。

モード	周期 T(s)	減衰定数 h
1 次	1.062	0.100
D.M.1 次	0.868	0.100
2 次	0.391	0.001
3 次	0.249	0.000
4 次	0.182	0.000
5 次	0.144	0.000

$$h_{opt} = h_1 \cong 0.10$$

図 2-7 に MC-K 型の刺激関数のイメージ図 [2-10]を示す。最適減衰時においては、1 次モードと D.M.1 次モードの刺激関数の虚数部は、ほぼ逆位相になっていることが確認できる。これは、モード同調および減衰付与によって、主構造体が減衰振動の特性を有していることを意味する。

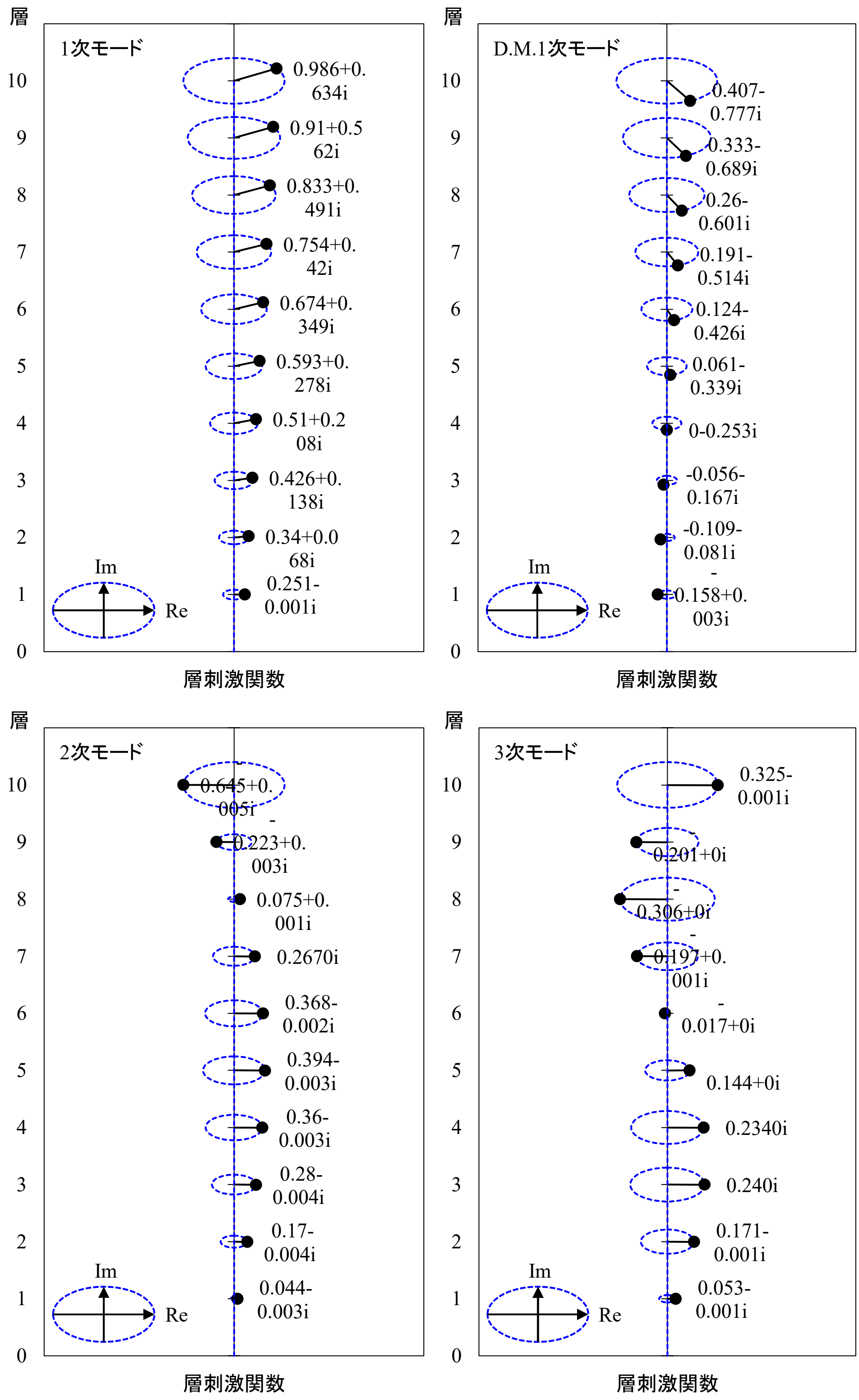
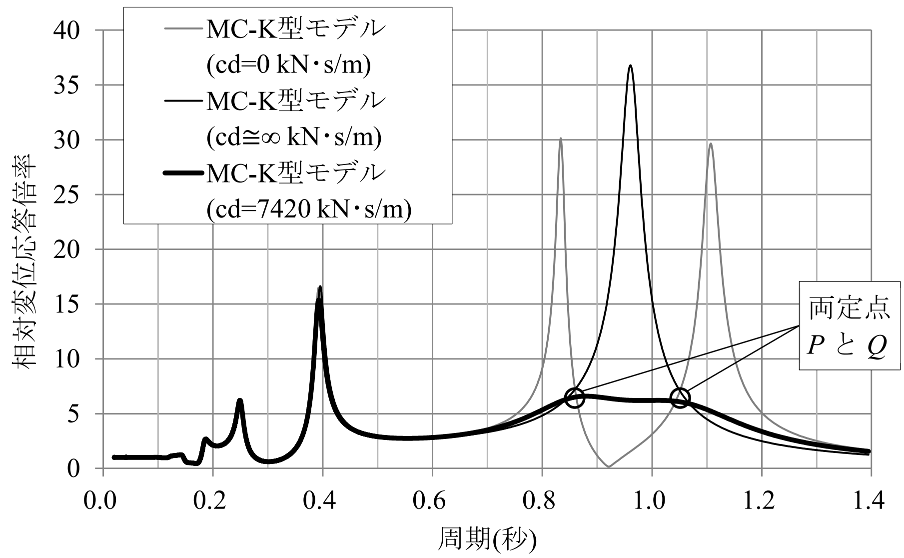


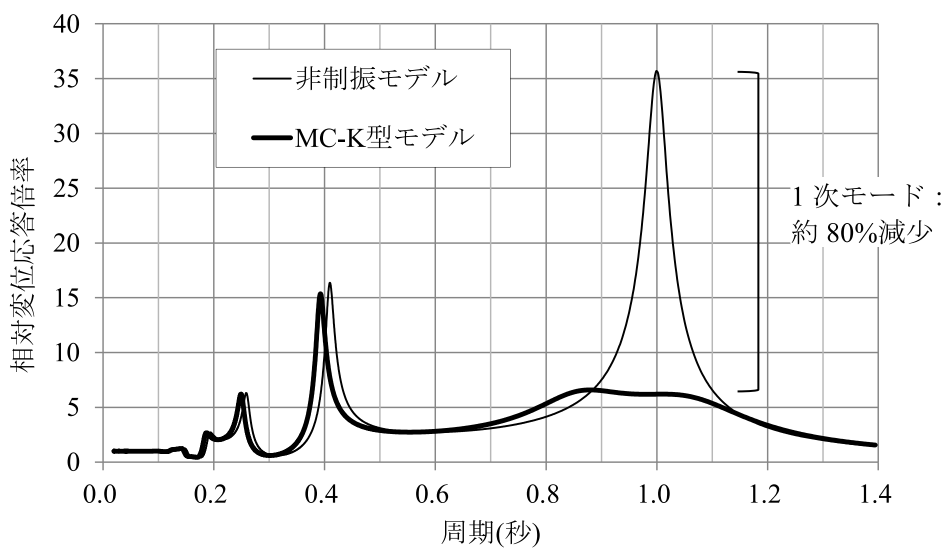
図 2-7　MC-K 型の刺激関数のイメージ図(1 次モード制御)

図 2-8 に解析モデルの 10 層目の共振曲線(相対変位応答倍率)を示す。内部粘性減衰は、レーリー型減衰でh_1，h_2を 0.02 とした。MC-K 型は、共振曲線の 1 次モードの周期域から、$c_d = 0(kN \cdot s/m)$の場合に明確な 2 つのピークが存在し、$c_d = 7{,}420(kN \cdot s/m)$の場合にそれぞれの応答倍率が同程度であり、1 次モードの応答倍率が最適化されていることが見受けられる。

MC-K 型の最適設計式は、多質点系モデルに対しても適用が可能であることが確認できる。なお、非制振時の応答倍率に対して、MC-K 型は 1 次モードで約 80%減少され、応答制御の有効性が確認できる。ただし、高次モードの応答倍率においては、非制振モデルと同程度であり、制振効果が見受けられない。



(a)　MC-K 型の共振曲線



(b)　非制振と MC-K 型の比較

図 2-8　解析モデルの 10 層目の共振曲線(1 次モード制御)

(2) MC-K 型の最適設計式を用いた 2 次モード制御の最適設計

ここで、MC-K 型の最適設計式を用いて、2 次モード制御の設計例を示す。

①目標減衰定数h_{opt}を 0.10 と設定し、表 2-1 の最適減衰式より目標の付加剛比${}_2\kappa_k$を求める。次に、付加剛比 ${}_2\kappa_k$の式により ${}_2T_\infty$が計算できる。

$$h_{opt} \cong 0.5\sqrt{\frac{{}_2\kappa_k}{2+{}_2\kappa_k}} \quad \rightarrow \quad {}_2\kappa_k = \frac{8h_{opt}^2}{1-4h_{opt}^2} = \frac{8\times 0.10^2}{1-4\times 0.10^2} = 0.083$$

$${}_2\kappa_k = \left(\frac{{}_2T_0}{{}_2T_\infty}\right)^2 - 1 \quad \rightarrow \quad {}_2T_\infty = \frac{{}_2T_0}{\sqrt{{}_2\kappa_k+1}} = \frac{0.408}{\sqrt{0.083+1}} = 0.392s$$

②複素固有値解析により、$c_d = \infty$の状態で、上記で計算された${}_2T_\infty$を満足するように、k_dを決定する。

$c_d = \infty\ kN\cdot s/m$、$k_d = 360{,}000$ kN/mの時、複素固有値解析結果より、${}_2T_\infty = 0.392$s になる。

モード	周期 T(s)
1 次	0.956
2 次	0.392
3 次	0.248
4 次	0.182
5 次	0.143

③複素固有値解析により、$c_d = 0$の状態で、表 2-1 の最適同調式を満足するように，m_dを決定する。

$c_d = 0\ kN\cdot s/m$、$k_d = 360{,}000$ kN/m、$m_d = 510\ ton$の時、複素固有値解析結果より、最適同調式を満足している。

モード	周期 T(s)
1 次	1.008
2 次	0.447
D.M.2 次	0.344
3 次	0.242
4 次	0.179
5 次	0.142

$${}_2T_\infty = \sqrt{T_{0,2}\times T_{0,2DM}} = \sqrt{0.447\times 0.344} = 0.392s$$

④複素固有値解析により、目標制御対象モードの減衰定数h_2が 0.10 程度となるように、c_dの値を決定する。

$c_d = 4{,}000\ kN \cdot s/m$、$k_d = 360{,}000$ kN/m、$m_d = 510\ ton$の時、複素固有値解析結果より、目標減衰定数$h_{opt} = 0.10$を満足している。

モード	周期 *T*(s)	減衰定数 h
1 次	1.006	0.011
2 次	0.427	0.100
D.M.2 次	0.359	0.100
3 次	0.243	0.010
4 次	0.180	0.003
5 次	0.142	0.001

$$h_{opt} = h_2 \cong 0.10$$

図 2-9 に MC-K 型の刺激関数のイメージ図を示す。(1)で検討した 1 次モード制御の設計例と同様に、最適減衰時においては、2 次モードと D.M.2 次モードの刺激関数の虚数部は、ほぼ逆位相になっていることが確認できる。

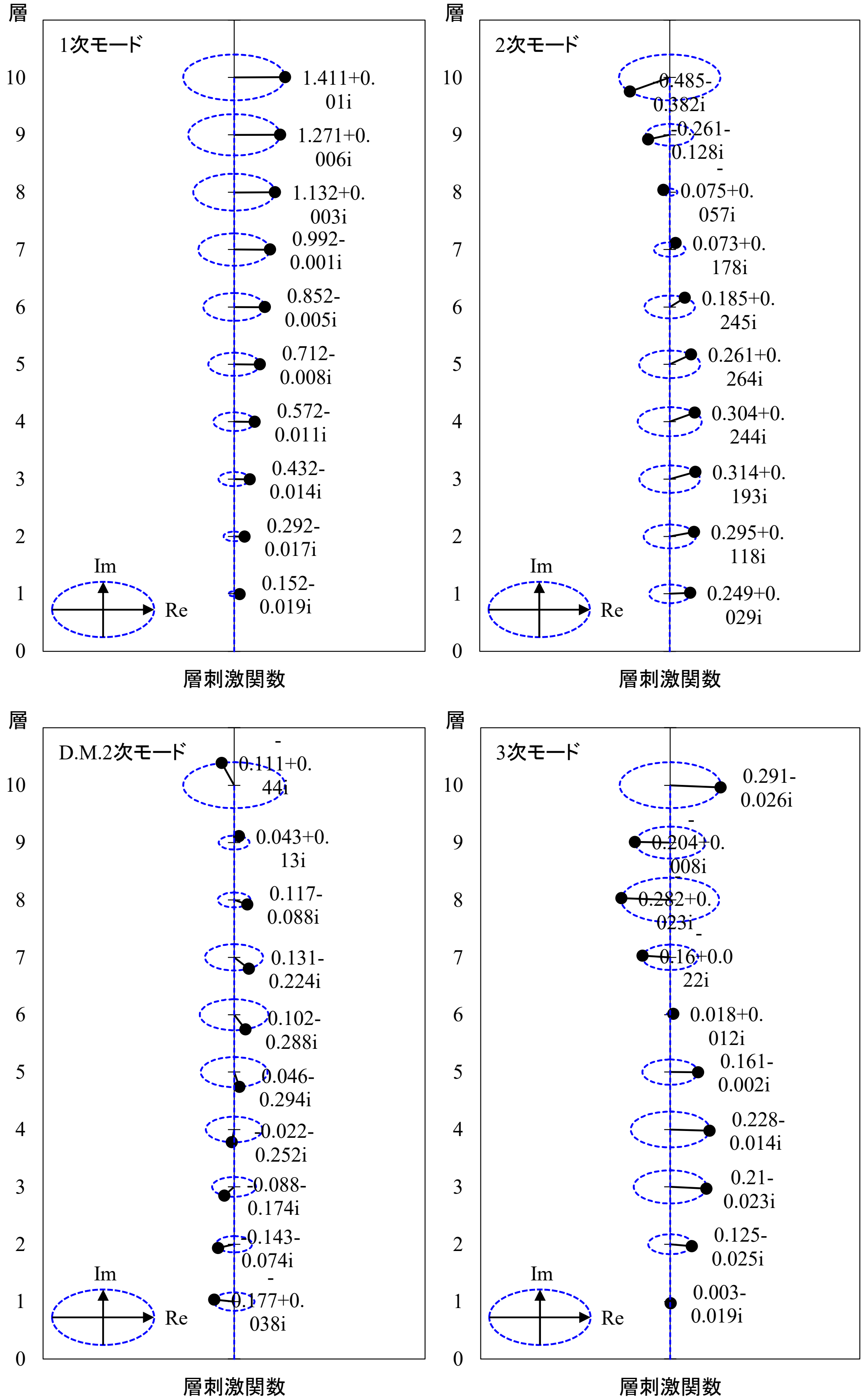
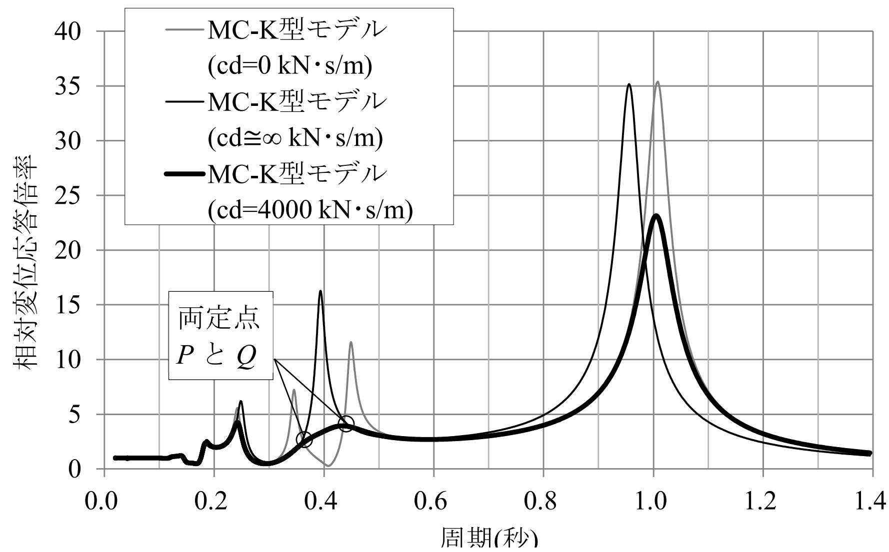


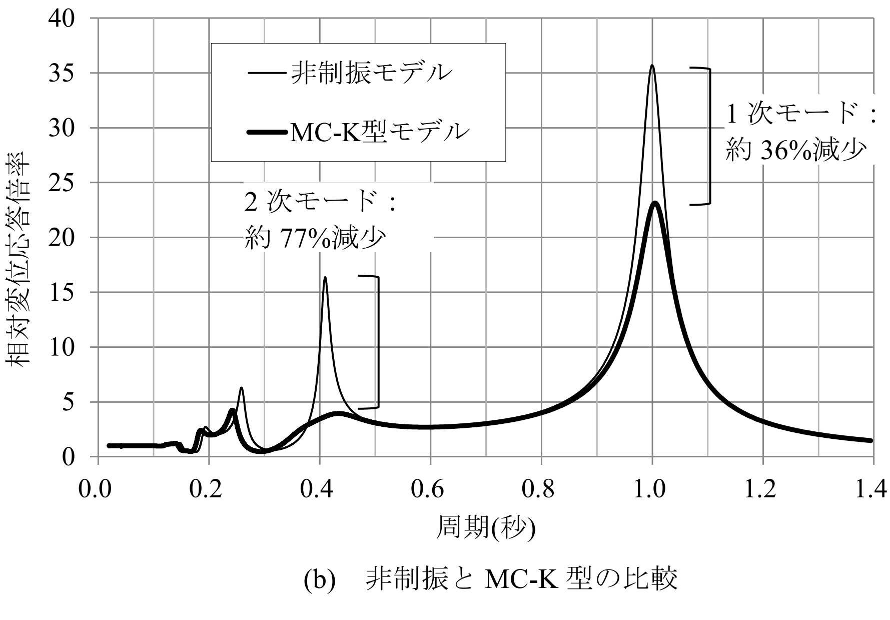
図 2-9　MC-K 型の刺激関数のイメージ図(2 次モード制御)

図 2-10 に解析モデルの 10 層目の共振曲線(相対変位応答倍率)を示す。内部粘性減衰は、レーリー型減衰でh_1，h_2を 0.02 とした。MC-K 型は、共振曲線の 2 次モードの周期域から、$c_d = 0(kN \cdot s/m)$の場合に明確な 2 つのピークが存在し、$c_d = 4{,}000(kN \cdot s/m)$の場合に 2 次モードの応答倍率が最適化されていることが見受けられる。

MC-K 型の最適設計式は、多質点系モデルの 2 次モードに対しても適用が可能であることが確認できる。なお、非制振時の応答倍率に対して、MC-K 型は 2 次モードで約 77%減少され、応答制御の有効性が確認できる。また、目標制御対象外の 1 次モードにおいても、約 35%減少され、副次的な減衰付与による制振効果が見受けられる。



(a)　MC-K 型の共振曲線



(b)　非制振と MC-K 型の比較

図 2-10　解析モデルの 10 層目の共振曲線(2 次モード制御)

(3) MC-K 型の最適設計式を用いた 3 次モード制御の最適設計

ここで、MC-K 型の最適設計式を用いて、3 次モード制御の設計例を示す。

①目標減衰定数h_{opt}を 0.10 と設定し、表 2-1 の最適減衰式より目標の付加剛比${}_3\kappa_k$を求める。次に、付加剛比 ${}_3\kappa_k$の式により ${}_3T_\infty$が計算できる。

$$h_{opt} \cong 0.5\sqrt{\frac{{}_3\kappa_k}{2+{}_3\kappa_k}} \quad \rightarrow \quad {}_3\kappa_k = \frac{8h_{opt}^2}{1-4h_{opt}^2} = \frac{8\times 0.10^2}{1-4\times 0.10^2} = 0.083$$

$${}_3\kappa_k = \left(\frac{{}_3T_0}{{}_3T_\infty}\right)^2 - 1 \quad \rightarrow \quad {}_3T_\infty = \frac{{}_3T_0}{\sqrt{{}_3\kappa_k+1}} = \frac{0.258}{\sqrt{0.083+1}} = 0.248s$$

②複素固有値解析により、$c_d = \infty$の状態で、上記で計算された${}_3T_\infty$を満足するように、k_dを決定する。

$c_d = \infty\ kN\cdot s/m$、$k_d = 365{,}000$ kN/mの時、複素固有値解析結果より、${}_3T_\infty = 0.248$s になる。

モード	周期 T(s)
1 次	0.956
2 次	0.392
3 次	0.248
4 次	0.181
5 次	0.143

③複素固有値解析により、$c_d = 0$の状態で、表 2-1 の最適同調式を満足するように、m_dを決定する。

$c_d = 0\ kN\cdot s/m$、$k_d = 365{,}000$ kN/m、$m_d = 202\ ton$の時、複素固有値解析結果より、最適同調式を満足している。

モード	周期 T(s)
1 次	1.003
2 次	0.416
3 次	0.279
D.M.3 次	0.221
4 次	0.174
5 次	0.140

$${}_3T_\infty = \sqrt{T_{0,3}\times T_{0,3DM}} = \sqrt{0.279\times 0.221} = 0.248s$$

④複素固有値解析により、目標制御対象モードの減衰定数h_3が 0.10 程度となるように、c_dの値を決定する。

$c_d = 3{,}170\ kN \cdot s/m$、$k_d = 365{,}000$ kN/m、$m_d = 202\ ton$の時、複素固有値解析結果より、目標減衰定数$h_{opt} = 0.10$を満足している。

モード	周期 *T*(s)	減衰定数 h
1 次	1.002	0.007
2 次	0.412	0.024
3 次	0.264	0.100
D.M.3 次	0.232	0.101
4 次	0.176	0.020
5 次	0.141	0.008

$$h_{opt} = h_3 \cong 0.10$$

図 2-11 に MC-K 型の刺激関数のイメージ図を示す。(1)で検討した 1 次モード制御の設計例と同様に、最適減衰時においては、3 次モードと D.M.3 次モードの刺激関数の虚数部は、ほぼ逆位相になっていることが確認できる。

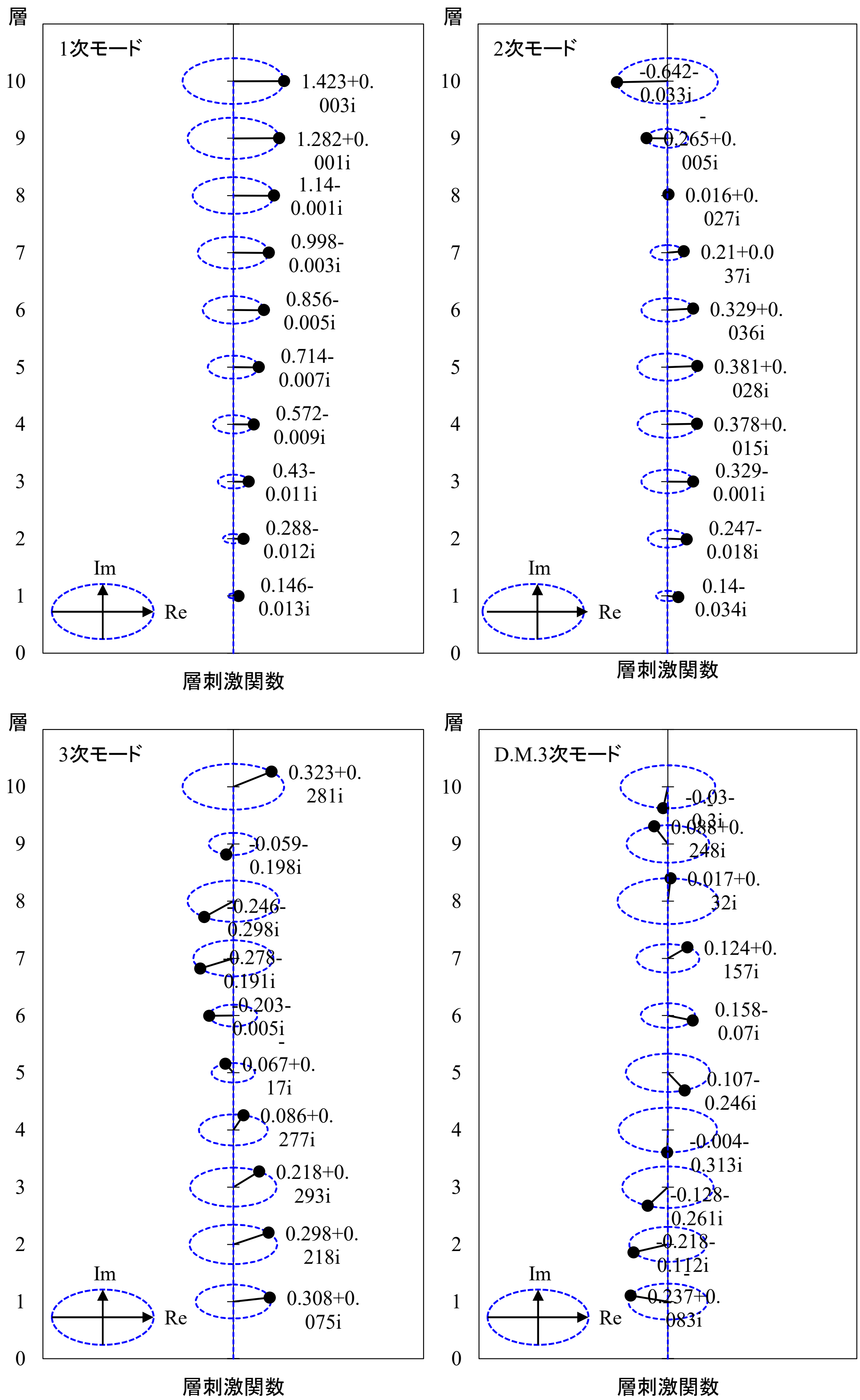
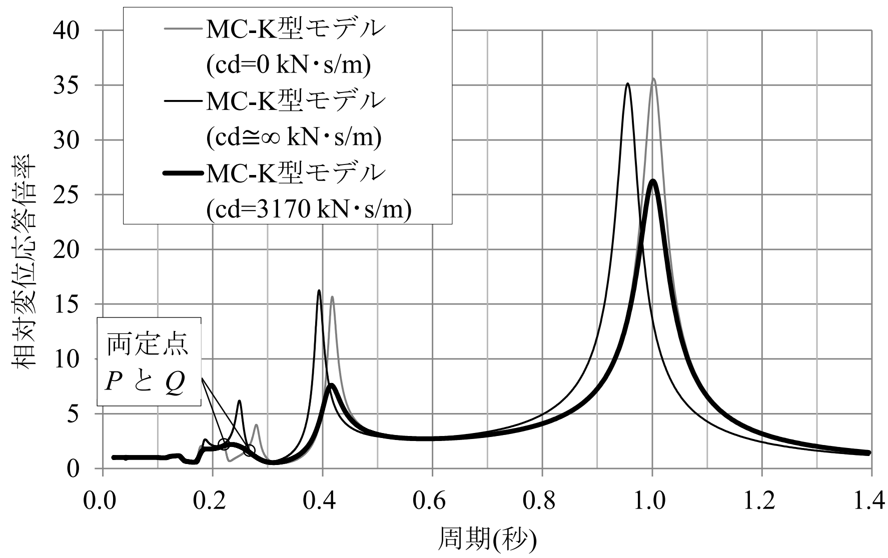


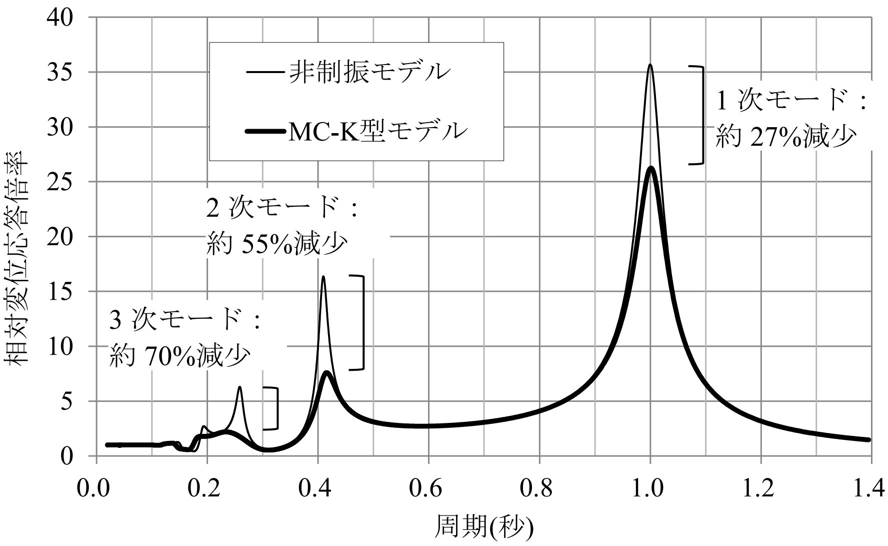
図 2-11　MC-K 型の刺激関数のイメージ図(3 次モード制御)

図 2-12 に解析モデルの 10 層目の共振曲線(相対変位応答倍率)を示す。内部粘性減衰は、レーリー型減衰でh_1，h_2を 0.02 とした。MC-K 型は、共振曲線の 3 次モードの周期域から、$c_d = 0(kN \cdot s/m)$の場合に明確な 2 つのピークが存在し、$c_d = 3{,}170(kN \cdot s/m)$の場合に 3 次モードの応答倍率が最適化されていることが見受けられる。

MC-K 型の最適設計式は、多質点系モデルの 3 次モードに対しても適用が可能であることが確認できる。なお、非制振時の応答倍率に対して、MC-K 型は 3 次モードで約 70%低減され、応答制御の有効性が確認できる。また、目標制御対象外の 1 次モードおよび 2 次モードにおいても、それぞれ約 27%、55%減少され、副次的な減衰付与による制振効果が見受けられる。



(a)　MC-K 型の共振曲線



(b)　非制振と MC-K 型の比較

図 2-12　解析モデルの 10 層目の共振曲線(3 次モード制御)

表 2-4 に MC-K 型の目標h_{opt}、κ_kおよび最適諸元、表 2-5 に複素固有値解析結果、図 2-13 に 10 層目の共振曲線を示す。なお、前述のとおり、MC-K 型では減衰定数h_jを目標h_{opt}とすることで最適減衰を判断している。複素固有値解析結果および共振曲線より、高次モードに対しても MC-K 型の最適設計式による設計が可能であり、応答低減効果が確認できる。

なお、MC-K 型を用いた 1 次モード制御では高次モードに減衰付与がないが、2 次又は 3 次モード制御では、副次的に高次モードへの減衰付与が確認できる。その理由は、2.2 節で示した MC-K 型の周波数依存性に起因していると考えられる。同調モードの周期より短い周期領域（高次モードの範囲）において、D.M.部が作動しなくなるため、並列したc_dの効果が薄れ、同調モードの周期より長い周期領域（低次モードの範囲）においては、D.M.部が作動するため、並列したc_dの効果があることを示している。

表 2-4　MC-K 型の目標値および最適諸元

制御 モード	目標 $h_{opt,j}$	目標 ${}_j\kappa_k$	${}_jT_\infty$(s)	m_d (ton)	c_d (kN・s/m)	k_d (kN/m)
1 次	0.10	0.083	0.961	2,720	7,420	269,000
2 次	0.10	0.083	0.392	510	4,000	360,000
3 次	0.10	0.083	0.248	202	3,170	365,000

表 2-5　MC-K 型の複素固有値解析結果（内部粘性減衰除く）

1 次モード制御			2 次モード制御			3 次モード制御		
モード	T_j(s)	h_j	モード	T_j(s)	h_j	モード	T_j(s)	h_j
1 次	1.062	0.100	1 次	1.006	0.011	1 次	1.002	0.007
D.M.	0.868	0.100	2 次	0.427	0.100	2 次	0.412	0.024
2 次	0.391	0.001	D.M.	0.359	0.100	3 次	0.264	0.100
3 次	0.249	0.000	3 次	0.243	0.010	D.M.	0.232	0.101
4 次	0.182	0.000	4 次	0.180	0.003	4 次	0.176	0.020

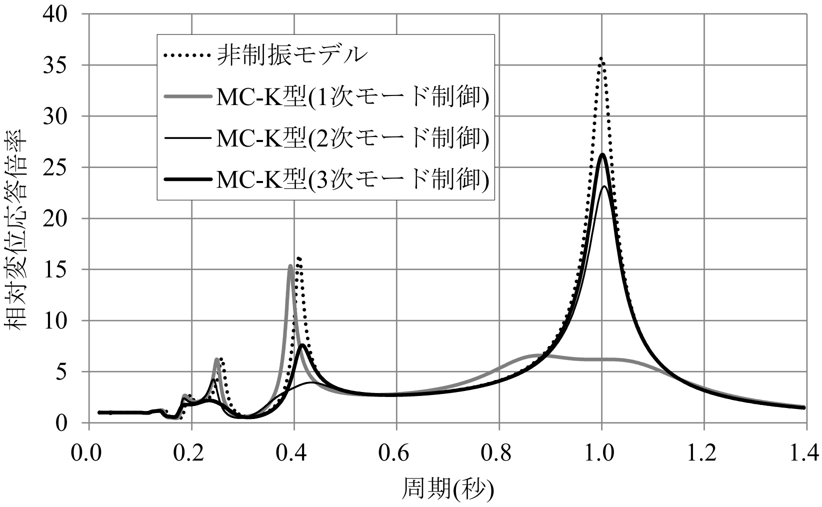


図 2-13　解析モデルの 10 層目の共振曲線(1～3 次モード制御)

2.4 MC-K 型高次モード制御による低次モード付与減衰の推定

前節では、MC-K 型を用いたモード同調制御において、目標制御対象モードより周期が長い低次モードに減衰付与が可能であることを示した。低次モードの付与減衰効果を活用すれば、より高性能な制振構造の構築が可能であると考えられる。

本節では、MC-K 型高次モード制御による低次モードへの減衰付与を、非制振時の諸元を用いて推定できる評価式の作成を試みる。前節に示した 10 層せん断モデルを用いて、MC-K 型高次モード制御の目標粘性減衰定数h_{opt}および配置層を変更してそれぞれ最適設計を行い、その際の低次モード減衰定数の変化傾向を確認する。なお、解析モデルの剛性分布のみを変更し、剛性を同一、または台形分布とした 5 ケースを用いて検討を行う。

表 2-6 に検討概要、図 2-14 に各解析モデルの剛性分布、表 2-7 に非制振時の固有値結果、表 2-8 に各解析モデルの振動数比(ω_j/ω_i)、図 2-15 に非制振時の層間刺激関数$\overline{\beta_j r_{n,j}}$の絶対値を示す。

表 2-6　検討概要

制御モードi	推定モードj	目標h_{opt}	配置層n
3~4 次	1~3 次	1~10% (1%刻み)	1~10 層 (単層配置)

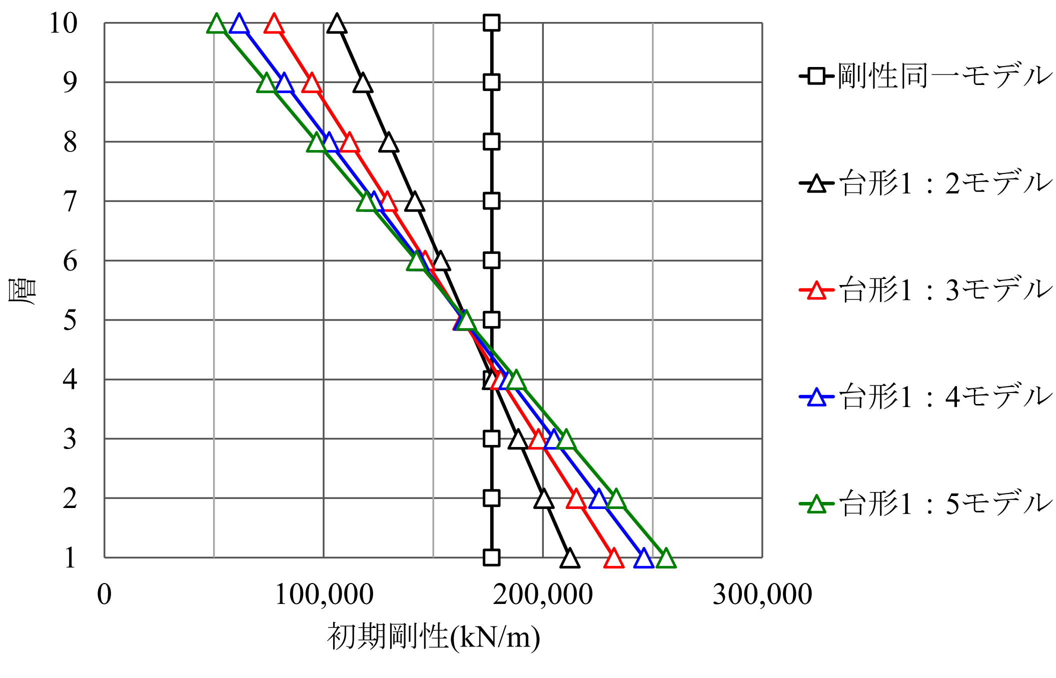


図 2-14　各解析モデルの剛性分布

表 2-7　各解析モデルの固有値結果

次数j	剛性同一モデル		台形 1：2 モデル		台形 1：3 モデル	
	T_j(s)	ω_j/ω_1	T_j(s)	ω_j/ω_1	T_j(s)	ω_j/ω_1
1	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000
2	0.336	2.978	0.361	2.770	0.377	2.655
3	0.205	4.889	0.222	4.514	0.233	4.299
4	0.149	6.691	0.162	6.160	0.171	5.846

次数j	台形 1：4 モデル		台形 1：5 モデル	
	T_j(s)	ω_j/ω_1	T_j(s)	ω_j/ω_1
1	1.000	1.000	1.000	1.000
2	0.388	2.574	0.398	2.511
3	0.241	4.145	0.249	4.021
4	0.178	5.620	0.184	5.444

表 2-8　各解析モデルの振動数比

次数j	剛性同一モデル		台形 1：2 モデル		台形 1：3 モデル	
	ω_j/ω_3	ω_j/ω_4	ω_j/ω_3	ω_j/ω_4	ω_j/ω_3	ω_j/ω_4
1	0.205	0.149	0.222	0.162	0.233	0.171
2	0.609	0.445	0.614	0.450	0.617	0.454
3	1.000	0.731	1.000	0.733	1.000	0.735
4	1.369	1.000	1.364	1.000	1.360	1.000

次数j	台形 1：4 モデル		台形 1：5 モデル	
	ω_j/ω_3	ω_j/ω_4	ω_j/ω_3	ω_j/ω_4
1	0.241	0.178	0.249	0.184
2	0.621	0.458	0.624	0.461
3	1.000	0.737	1.000	0.739
4	1.356	1.000	1.354	1.000

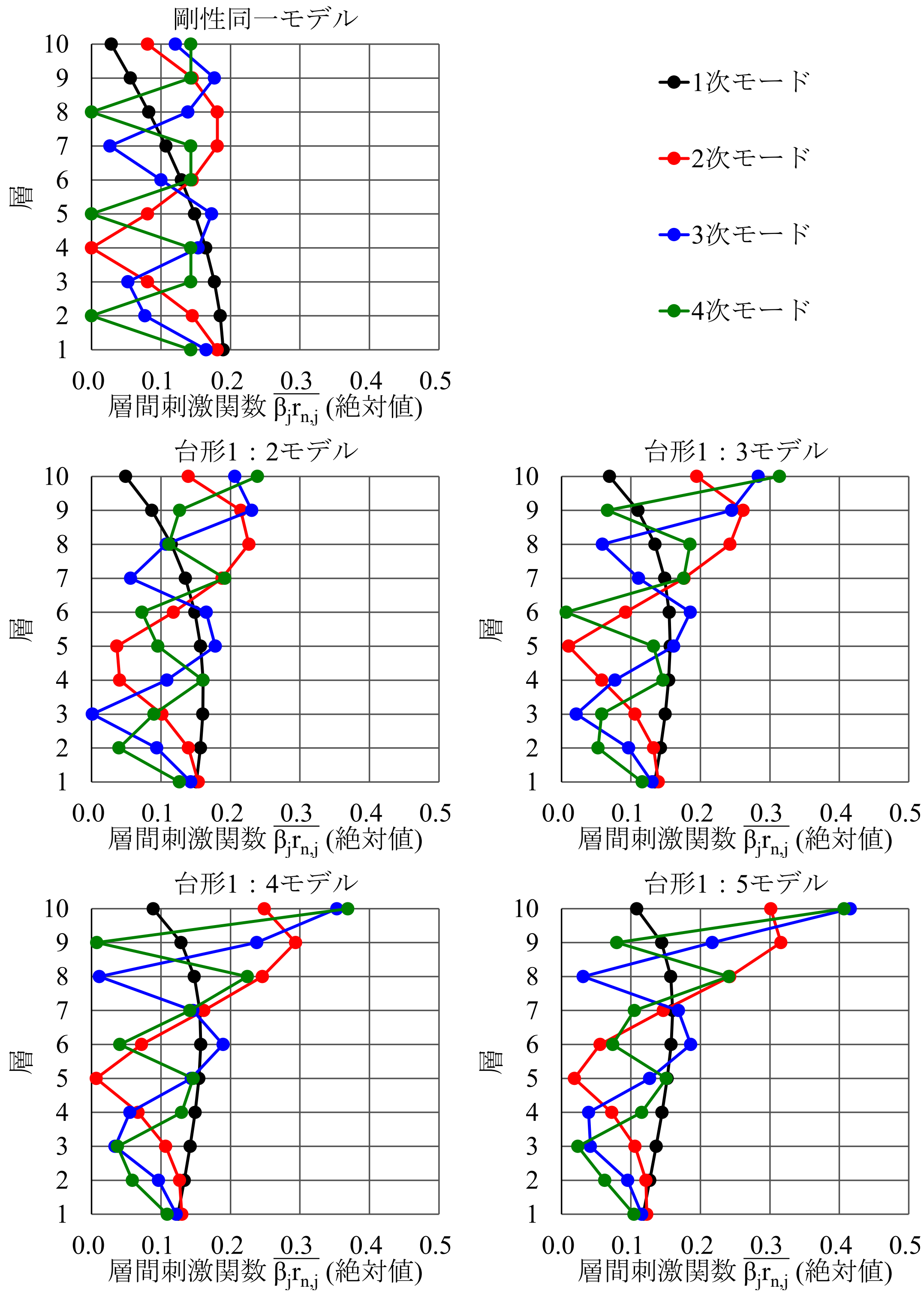


図 2-15　各解析モデルの層間刺激関数

図 2-16 に目標粘性減衰定数$h_{opt} = 0.05$による最適設計時の低次モード減衰定数の変化傾向を示す。なお、横軸は非制振時の層間刺激関数比の二乗$\left(\overline{\beta_j r_{n,j}}/\overline{\beta_i r_{n,i}}\right)^2$であり、$i$は制御モードのモード次数、$j$は推定モードのモード次数とし、$i > j$とする。また、層間刺激関数比は絶対値とし、それぞれ制御対象の高次モードに対する推定対象の低次モードの比率を表している。剛性分布および配置層に関わらず、制御モードおよび推定モードごとにおおむね線形的な傾向があることが確認できる。

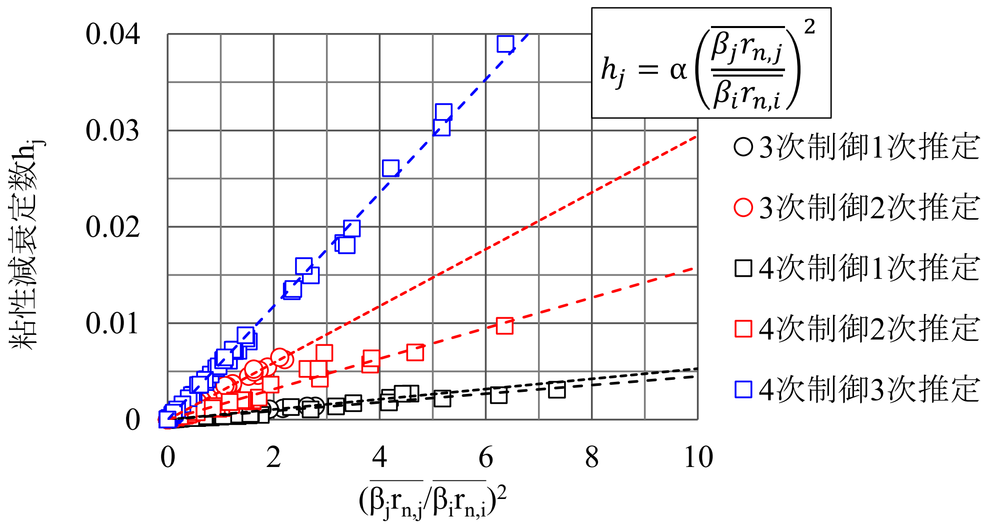


図 2-16　低次モード減衰定数の変化傾向（$h_{opt} = 0.05$）

図 2-17 にモードごとの傾きαと振動数比(ω_j/ω_i)の関係を示す。なお、振動数比は 6 モデルの平均値とし、傾きαと振動数比(ω_j/ω_i)には指数関数$y = a \cdot e^{bx}$の関係があると推測される。

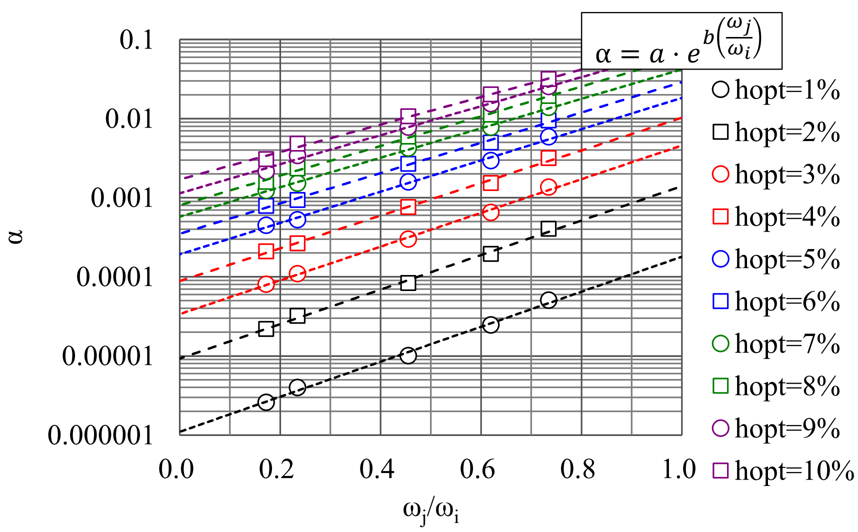
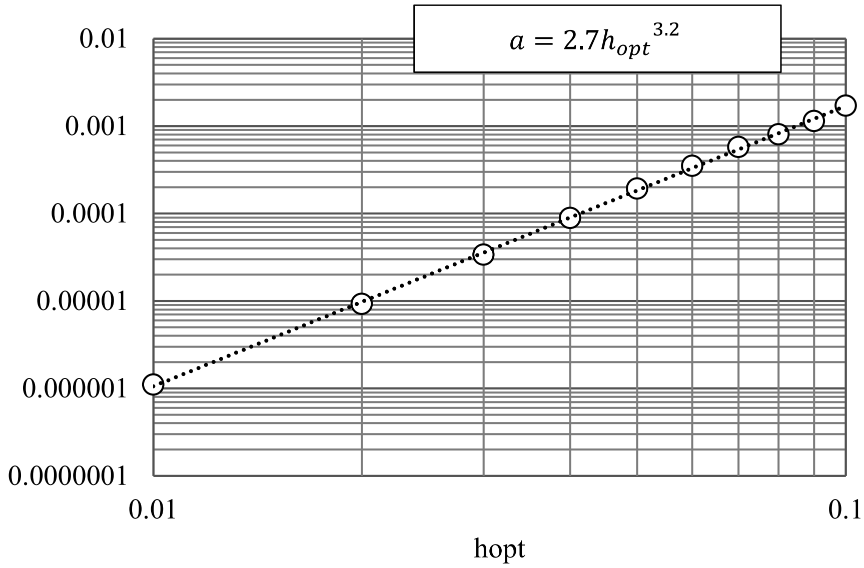


図 2-17　$\alpha - \omega_j/\omega_i$関係

指数近似$y=a\cdot e^{bx}$の際に求まる変数a,bと目標粘性減衰定数h_{opt}の関係を図 2-18 に示す。これらの傾向を踏まえ、低次モード減衰定数の推定式を式(2.10)に示す。



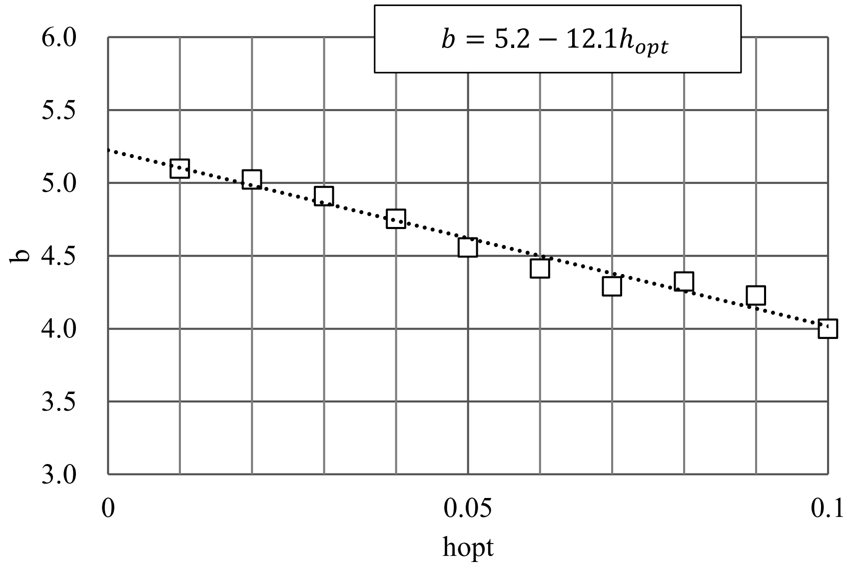


図 2-18　$a,b-h_{opt}$関係

$$h_j=2.7e^{(5.2-12.1h_{opt})\left(\frac{\omega_j}{\omega_i}\right)}\left(\frac{\overline{\beta_j r_{n,j}}}{\overline{\beta_i r_{n,i}}}\right)^2 h_{opt}{}^{3.2} \tag{2.10}$$

式(2.10)より、目標粘性減衰定数h_{opt}または推定モードの層間刺激関数$\overline{\beta_j r_{n,j}}$が大きければ、推定モードの付与減衰が大きくなることが確認できる。

なお、式(2.10)は MC-K 型の単層配置によって求めた減衰推定式である。ここで、N' を MC-K 型の配置層数、N をモデル層数、N'/N を配置比とし、MC-K 型の配置層の層間刺激関数の合計値とを用いれば、配置比によらず、複層配置に拡張した MC-K 型高次モード制御低次モード減衰推定式を式(2.11)のように表せる。なお、n は D.M.同調システムの配置層とし、i を制御モードのモード次数、j を推定モードのモード次数とし、$i > j$ である。次節では MC-K 型低次モード付与減衰推定式の適用性を示す。

$$h_j = 2.7e^{\left(5.2-12.1h_{opt,i}\right)\left(\frac{\omega_j}{\omega_i}\right)}\left(\frac{\sum \overline{\beta_j r_{n,j}}}{\sum \overline{\beta_i r_{n,i}}}\right)^2 {h_{opt,i}}^{3.2} \tag{2.11}$$

h_j	:	推定 j 次モードの粘性減衰定数
$h_{opt,i}$	:	制御 i 次モードの目標粘性減衰定数
$\dfrac{\omega_j}{\omega_i}$	:	振動数比（推定 j 次モードの固有円振動数／制御 i 次モードの固有円振動数）
$\dfrac{\sum \overline{\beta_j r_{n,j}}}{\sum \overline{\beta_i r_{n,i}}}$	:	層間刺激関数比（推定 j 次モード配置層の層間刺激関数の合計値／制御 i 次モード配置層の層間刺激関数の合計値）

2.5　低次モード付与減衰の推定式の適用性確認

本節では、4 章に示す振動実験用の 8 層せん断モデルを用いて、固有周期や層数が異なる解析モデルに対しての、MC-K 型低次モード付与減衰推定式の適用性を確認する。なお、8 層せん断モデルは、超高層建築物の振動形状を模擬し、1 次モードの固有周期を 3 秒程度としている。表 2-9 に非制振時の諸元および固有値結果、図 2-19 に層および層間刺激関数を示す。

本検討では、1 層目に MC-K 型を配置した場合、又は 4-5 層目に MC-K 型を配置した場合の 2 ケースを用いて、3 次モード同調制御の最適設計を行う。なお、目標粘性減衰定数は$h_{opt}=0.10$としている。

表 2-9　非制振時の諸元および固有値結果

層	質量 (ton)	初期剛性 (kN/m)
8	1.1	79.5
7	1.0	91.2
6	1.0	105.5
5	1.0	113.0
4	1.0	127.1
3	1.0	136.8
2	1.0	145.4
1	1.0	157.3

次数j	固有周期 T_j(s)	ω_j/ω_3
1	3.000	0.225
2	1.090	0.618
3	0.674	1.000
4	0.497	1.356
5	0.407	1.655
6	0.351	1.919
7	0.314	2.146
8	0.280	2.405

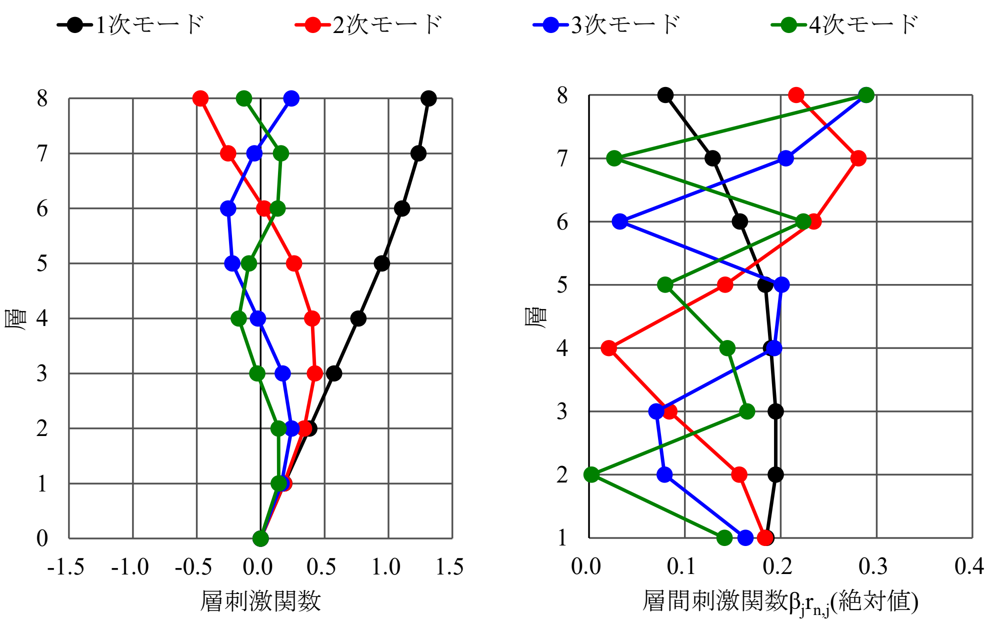


図 2-19　非制振時の刺激関数

ここで、MC-K 型の最適設計式を用いて、3 次モード制御 1 層配置の設計例の設計手順を①～④に示す。

①目標減衰定数h_{opt}を 0.10 と設定し、表 2-1 の最適減衰式より目標の付加剛比${}_3\kappa_k$を求める。次に、付加剛比${}_3\kappa_k$の式により${}_3T_\infty$が計算できる。

$$h_{opt} \cong 0.5\sqrt{\frac{{}_3\kappa_k}{2+{}_3\kappa_k}} \quad \rightarrow \quad {}_3\kappa_k = \frac{8h_{opt}^2}{1-4h_{opt}^2} = \frac{8\times 0.10^2}{1-4\times 0.10^2} = 0.083$$

$${}_3\kappa_k = \left(\frac{{}_3T_0}{{}_3T_\infty}\right)^2 - 1 \quad \rightarrow \quad {}_3T_\infty = \frac{{}_3T_0}{\sqrt{{}_3\kappa_k+1}} = \frac{0.674}{\sqrt{0.083+1}} = 0.647s$$

②複素固有値解析により、$c_d = \infty$の状態で、上記で計算された${}_3T_\infty$を満足するように、k_dを決定する。

$c_d = \infty$、$k_d = 125.0\ \mathrm{kN/m}$の時、複素固有値解析結果より、${}_3T_\infty = 0.647\mathrm{s}$ になる。

モード	周期 T(s)
1 次	2.877
2 次	1.044
3 次	0.647
4 次	0.479
5 次	0.394
6 次	0.341
7 次	0.304
8 次	0.269

③複素固有値解析により、$c_d = 0$の状態で、表 2-1 の最適同調式を満足するように、m_dを決定する。

$c_d = 0$、$k_d = 125.0\ \mathrm{kN/m}$、$m_d = 0.73\ ton$の時、複素固有値解析結果より、最適同調式を満足している。

モード	周期 T(s)
1 次	3.006
2 次	1.112
3 次	0.729
D.M.3 次	0.577
4 次	0.460
5 次	0.386
6 次	0.337
7 次	0.300
8 次	0.262

$${}_3T_\infty = \sqrt{T_{0,3}\times T_{0,3DM}} = \sqrt{0.729\times 0.577} = 0.647s$$

④複素固有値解析により、目標制御対象モードの減衰定数h_3，$h_{3,DM}$が 0.10 程度となるように、c_dの値を決定する。

$c_d = 4.24$、$k_d = 125.0$ kN/m、$m_d = 0.73\ ton$の時、複素固有値解析結果より、目標減衰定数$h_{opt} = 0.10$を満足している。

モード	周期 T(s)	減衰定数 h
1 次	3.004	0.006
2 次	1.101	0.025
3 次	0.692	0.100
D.M.3 次	0.601	0.100
4 次	0.465	0.020
5 次	0.388	0.009
6 次	0.337	0.005
7 次	0.301	0.004
8 次	0.263	0.008

$$h_{opt} = h_3 = h_{3,DM} \cong 0.10$$

図 2-20 に MC-K 型の刺激関数のイメージ図を示す。2.3 節(1)で検討した 1 次モード制御の設計例と同様に、最適減衰時においては、3 次モードと D.M.3 次モードの刺激関数の虚数部は、ほぼ逆位相になっていることが確認できる。

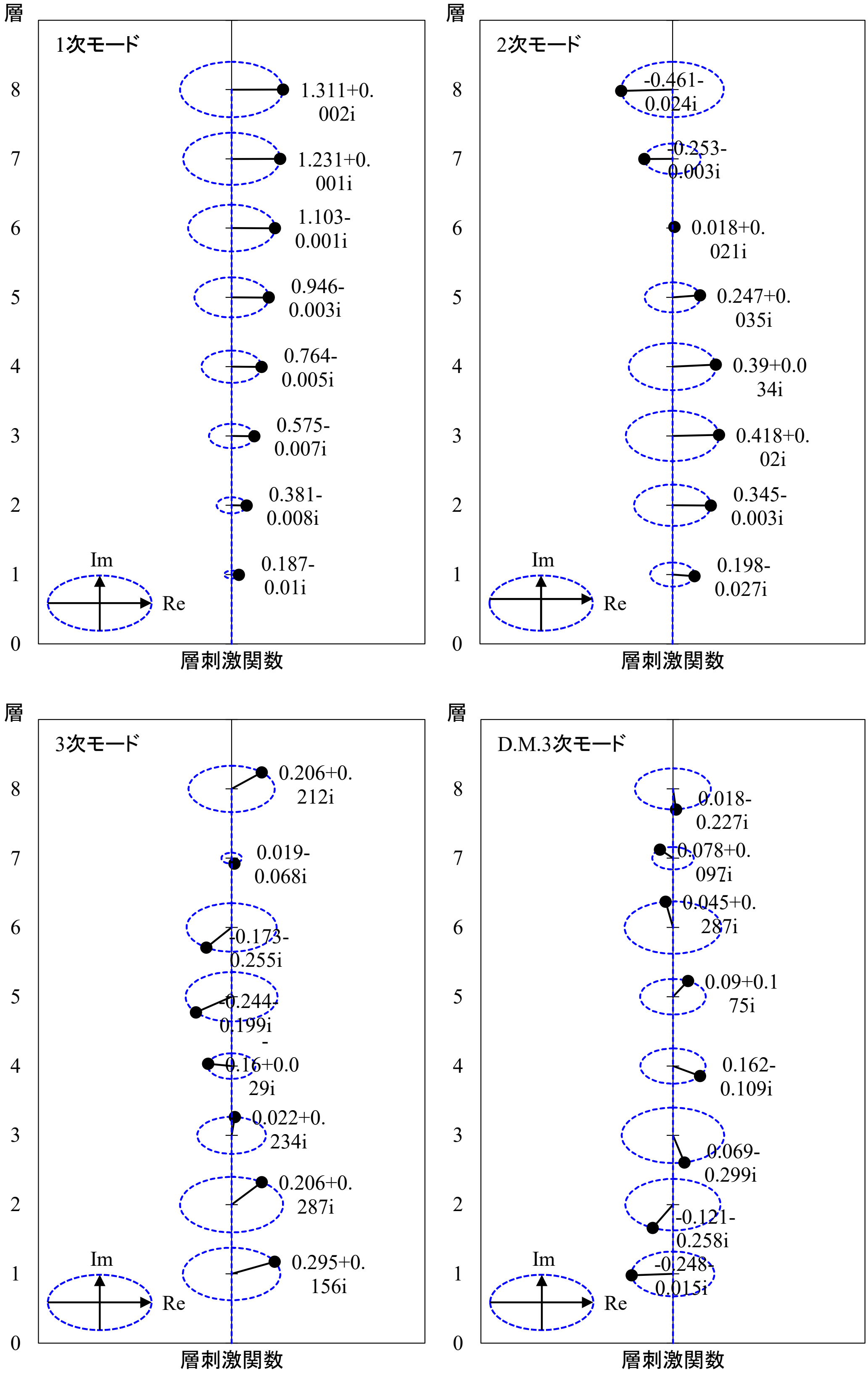
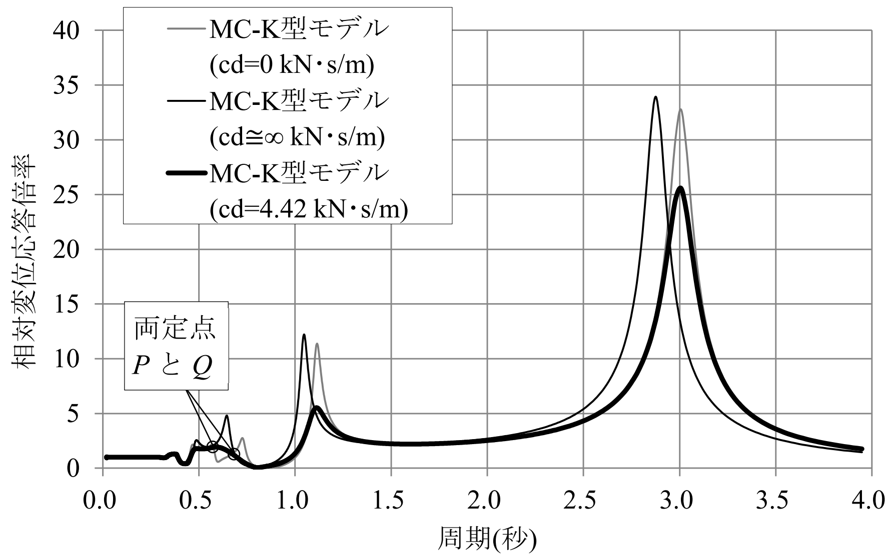


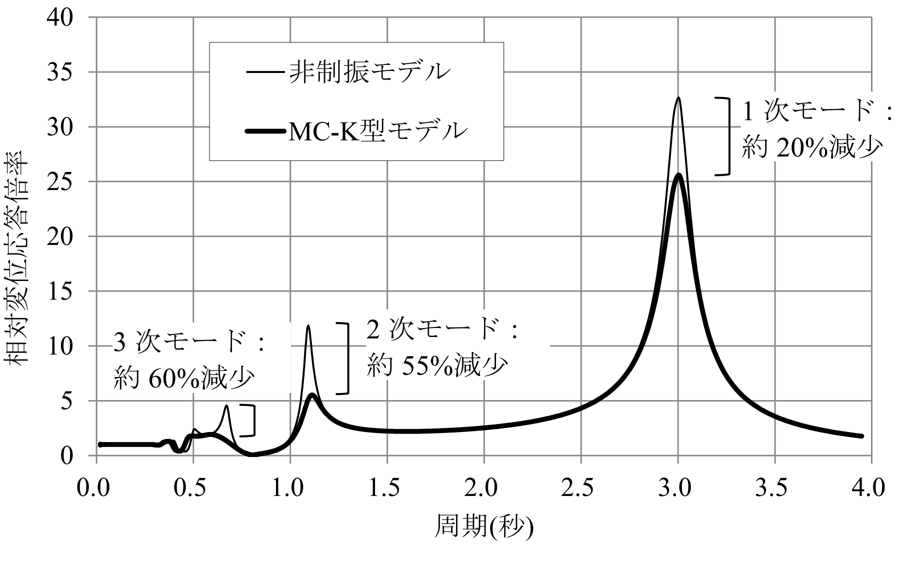
図 2-20　MC-K 型の刺激関数のイメージ図(3 次モード制御 1 層配置)

図 2-21 に 3 次モード制御 1 層配置時の 8 層目の共振曲線(相対変位応答倍率)を示す。内部粘性減衰は、レーリー型減衰でh_1，h_2を 0.02 とした。MC-K 型は、共振曲線の 3 次モードの周期域から、$c_d = 0(kN \cdot s/m)$の場合に明確な 2 つのピークが存在し、$c_d = 4.42(kN \cdot s/m)$の場合に 3 次モードの応答倍率が最適化されていることが見受けられる。

MC-K 型同調システムの多質点モデルの最適設計式は、多質点系モデルの 3 次モードに対しても適用が可能であることが確認できる。なお、非制振時の応答倍率に対して、MC-K 型は 3 次モードで約 60%低減され、応答制御の有効性が確認できる。また、目標制御対象外の 1 次モードおよび 2 次モードにおいても、それぞれ約 20%、55%減少され、副次的な減衰付与による制振効果が見受けられる。



(a) MC-K 型の共振曲線



(b) 非制振と MC-K 型の比較

図 2-21 解析モデルの 8 層目の共振曲線(3 次モード制御 1 層配置)

次に、3 次モード制御 4-5 層配置時の検討結果を示す。図 2-22 に MC-K 型の刺激関数のイメージ図を示す。3 次モード制御 1 層配置時の設計例と同様に、最適減衰時においては、3 次モードと D.M.3 次モードの刺激関数の虚数部は、ほぼ逆位相になっていることが確認できる。図 2-23 に 3 次モード制御 4-5 層配置時の 8 層目の共振曲線(相対変位応答倍率)を示す。非制振時の応答倍率に対して、MC-K 型は 3 次モードで約 70%低減され、応答制御の有効性が確認できる。また、目標制御対象外の 1 次モードおよび 2 次モードにおいても、それぞれ約 15%、20%減少され、1 層配置時のモデルほどではないが、副次的な減衰付与による制振効果が見受けられる。

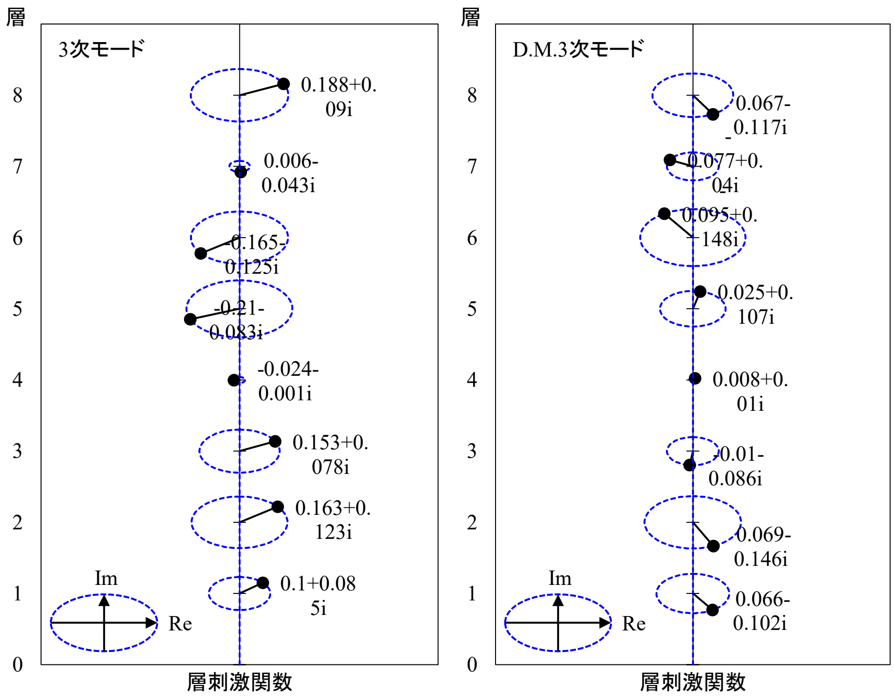


図 2-22　MC-K 型の刺激関数のイメージ図(3 次モード制御 4-5 層配置)

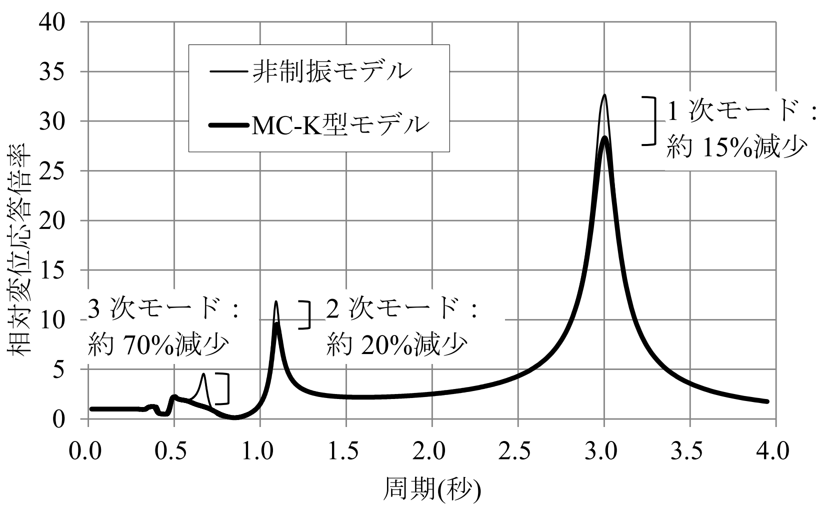


図 2-23　解析モデルの 8 層目の共振曲線(3 次モード制御 4-5 層配置)

表 2-10 に MC-K 型の目標h_{opt}，κ_kおよび最適諸元、表 2-11 に複素固有値解析結果、表 2-12 に推定値と解析値の比較を示す。なお、前述のとおり、MC-K 型では減衰定数h_jを目標h_{opt}とすることで最適減衰を判断している。表 2-11 より、MC-K 型 3 次モード制御では低次モードにも減衰付与が確認できる。また、表 2-12 より、8 層せん断モデルにおいても解析値と推定値の減衰定数がよい対応をしていることが確認できた。

表 2-10　D.M.同調システムの目標値および最適諸元

システム	配置層	目標 h_{opt}	目標 κ_k	T_∞ (s)	m_d (ton)	c_d (kN・s/m)	k_d (kN/m)
MC-K 型 3 次制御	1 層	0.10	0.083	0.647	0.73	4.24	125.0
	4-5 層	0.10	0.083	0.647	0.27	1.15	31.0

表 2-11　複素固有値解析結果（内部粘性減衰除く）

1 層配置			4-5 層配置		
次数	T_j(s)	h_j	次数	T_j(s)	h_j
1 次	3.004	0.006	1 次	3.004	0.003
2 次	1.101	0.025	2 次	1.093	0.005
3 次	0.691	0.100	3 次	0.713	0.101
D.M.	0.602	0.101	D.M.	0.586	0.100
4 次	0.465	0.020	4 次	0.485	0.007

表 2-12　推定値と解析値の比較

1 層配置

次数j	ω_j/ω_3	$\beta_j r_{1,j}/\beta_3 r_{1,3}$	推定h_j	解析h_j
1	0.225	1.135	0.005	0.006
2	0.618	1.126	0.025	0.025
3	1.000	1.000	-	0.100

4-5 層配置

次数j	ω_j/ω_3	$\sum\beta_j r_{n,j}/\sum\beta_3 r_{n,3}$	推定h_j	解析h_j
1	0.225	0.948	0.004	0.003
2	0.618	0.413	0.003	0.005
3	1.000	1.000	-	0.101

2.6 まとめ

本章では、MC-K 型を用いたモード同調制御の設計方法および高次モードのモード同調制御による低次モード付与減衰の効果を示し、それらの付与減衰を推定できる評価式ついて述べた。

まず、MC-K 型の応答性能および制振効果を示した。MC-K 型の単体配置時の解析モデルを用いて、調和変位に対する変形増幅率を求め、周波数領域における同調システムの応答性能を確認した。MC-K 型のダンパー変形増幅率の関係から、MC-K 型を用いた多質点系モデルでは、同調モードの周期より短い周期領域（高次モードの範囲）において、ダンパーが作動しなくなるため、c_dの効果が薄れ、同調モードの周期より長い周期領域（低次モードの範囲）においては、ダンパーが作動するため、c_dの効果があることが確認できた。

次に、MC-K 型による目標制御対象外モードの減衰付与効果を示した。多質点系の解析モデルに対して、MC-K 型を用いた 1 次モード制御では、高次モードに減衰付与が見受けられないが、2 次もしくは 3 次モード制御では、副次的に低次モードにも減衰付与が与えられることを確認した。前述した MC-K 型の周波数依存性に起因していると判断できる。低次モードの付与減衰効果を活用すれば、より高性能な制振構造の構築が可能であると考えられる。

そこで、本章では、MC-K 型の高次モード制御による低次モードの減衰付与の推定式を作成し、その適用性を示した。

推定モードに関する付与減衰の推定式は、統計的処理を行うことで作成しているが、その中の振動数比および層間刺激関数比は重要な要素であり、両者ともに建築物の質量分布および剛性分布によって決まる値である。予備設計として、非制振モデルの固有値結果を用いれば、他のモードに付与される粘性減衰が推定できるため、設計の自由度の向上が期待できる。

なお、推定式によれば、MC-K 型高次モード制御による低次モードへの減衰付与は、目標粘性減衰定数又は推定モードの層間刺激関数が大きければ、推定モードの付与減衰が大きくなることを示した。

参考文献

2-1) 石丸辰治：対震設計の方法－ダイナミックデザインへの誘い－，建築技術，2008

2-2) 日本建築学会：やさしくわかる建物振動制御，2014

2-3) 古橋剛，石丸辰治：慣性接続要素によるモード分離：慣性接続要素による応答制御に関する研究　その 1，日本建築学会構造系論文集，第 69 巻，第 576 号，pp.55-62，2004

2-4) 古橋剛，石丸辰治：慣性接続要素による多質点振動系の応答制御：慣性接続要素による応答制御に関する研究　その 2，日本建築学会構造系論文集，第 71 巻，第 601 号，pp.83-90，2006

2-5) 石丸辰治，三上淳治，秦一平，古橋剛：D.M.同調システムの簡易設計法，日本建築学会構造系論文集，第 75 巻，第 652 号，pp.1105-1112，2010.6

2-6) 石丸辰治，秦一平，三上淳治，公塚正行：付加剛比による D.M.同調システムの簡易設計法，日本建築学会構造系論文集，第 75 巻，第 654 号，pp.1455-1464，2010.8

2-7) 新城季樹，池永昌容，五十子幸樹，井上範夫：集中配置時における多質点系同調粘性マスダンパー制振システムの最適応答制御，日本建築学会構造系論文集，第 80 巻，第 715 号, 1393-1402, 2015.9

2-8) 斉藤賢二，栗田哲，井上範夫：慣性接続要素を利用した線形粘性ダンパーによる一質点構造の最適応答制御と Kelvin モデル化手法に関する考察, 構造工学論文集, Vol.53B, pp.53-66，2007.3

2-9) 柴田明徳：最新耐震構造解析（第 3 版・補訂版），森北出版，2021

2-10) 石丸辰治：応答性能に基づく「対震設計」入門，彰国社，2004

3. M-CK 型同調システムを用いたモード減衰制御

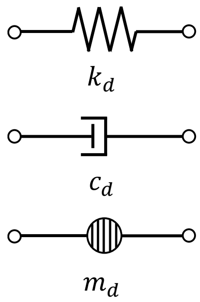
3.1 M-CK 型の概要

2 章では、MC-K 型を用いたモード同調制御の設計方法を示すと共に、MC-K 型による目標制御対象外モードの減衰付与効果を示し、1 次モード制御では、高次モードに減衰付与が見受けられないが、2 次もしくは 3 次モード制御では、副次的に低次モードに対しても減衰付与が確認できた。更に、MC-K 型の高次モード制御による低次モードの減衰付与の推定式を作成し、その適用性を示した。

本論文では、粘性減衰とばね剛性を並列に配置し、更に D.M.を直列に配置した解析モデル [3-1~3-4]を M-CK 型同調システムと呼び、略して M-CK 型と呼称する。図 3-2 に M-CK 型の構成を示す。

参考文献 [3-4]では Lazar らは 3 質点系モデルのみを対象にして、共振曲線を用いて、ばね剛性と減衰係数のパラメータスタディによる 1 次モード同調制御を行った結果、2 次と 3 次モードの応答倍率も低減されることを示している。しかし、M-CK 型を用いて、多質点系モデルに対するモード同調制御の最適設計法や高次モードへの付与減衰効果等について、まだ確立されていなかった。

そこで、本章では、M-CK 型によるモード同調制御の最適設計式 [3-5]を示すと共に、多質点系の解析モデルに対して、M-CK 型を用いたモード同調制御の設計方法およびモード同調制御による高次モード付与減衰の効果を示し、それらの付与減衰を推定できる評価式を示す。

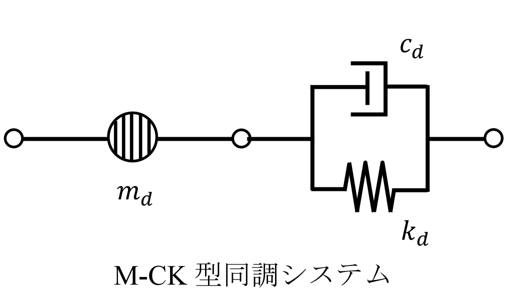


ばね剛性要素k_d：2 点間の相対変位に応じて「復元力」を生じる。

粘性減衰要素c_d：2 点間の相対速度に応じて「減衰力」を生じる。

D.M.要素m_d：2 点間の相対加速度に応じて「慣性力」を生じる。

図 3-1　2 点間の相対応答量に応じる力学モデル



k_d：ばね剛性要素

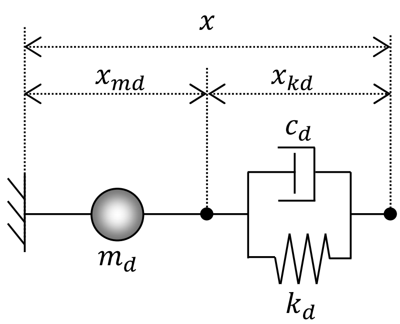
c_d：粘性減衰要素

m_d： D.M.要素

図 3-2　M-CK 型同調システムの構成

3.2 M-CK 型の応答特性

本節では、調和変位に対する M-CK 型の単体の相対応答倍率（以降，変形増幅率）を求め、周波数領域における M-CK 型の応答性能を確認する。図 3-3 に M-CK 型の解析モデルを示す。ここで、D.M.要素、ばね剛性要素および粘性減衰要素をm_d，k_dおよびc_d、調和変位、D.M.部変形およびばね部変形をそれぞれx, x_{md}およびx_{kd}とし、$x = x_{md} + x_{kd}$である。M-CK 型の振動方程式を式(3.1)、式(3.2)に示す、



m_d	:	D.M.要素
k_d	:	ばね剛性要素
c_d	:	粘性減衰要素
x	:	調和変位
x_{md}	:	D.M.部変形
x_{kd}	:	ばね部変形

図 3-3　M-CK 型の解析モデル

$$m_d \ddot{x}_{md} = c_d(\dot{x} - \dot{x}_{md}) + k_d(x - x_{md}) \tag{3.1}$$

$$m_d(\ddot{x} - \ddot{x}_{kd}) = c_d \dot{x}_{kd} + k_d x_{kd} \tag{3.2}$$

ここで、定常振動を考え、式(3.1)、式(3.2)に式(3.3)、式(3.4)を導入すると、振動方程式は式(3.5)、式(3.6)のようになる。なお、ωは定常振動の固有円振動数、ω_dは M-CK 型の単体の固有円振動数である。

$$x = Xe^{i\omega t},\ \ x_{md} = X_{md}e^{i\omega t},\ \ x_{kd} = X_{kd}e^{i\omega t} \tag{3.3}$$

$$\omega_d^2 = \frac{k_d}{m_d},\ \ \frac{c_d}{m_d} = 2h_d\omega_d \tag{3.4}$$

$$(\omega_d^2 - \omega^2 + i2h_d\omega_d\omega)X_{md} = (\omega_d^2 + i2h_d\omega_d\omega)X \tag{3.5}$$

$$(\omega_d^2 - \omega^2 + i2h_d\omega_d\omega)X_{kd} = -\omega^2 \cdot X \tag{3.6}$$

さらに、式(3.5)、式(3.6)を整理すると、調和変位に対する M-CK 型の変形増幅率は式(3.7)、式(3.8)のようになる。なお、λは振動数比(ω/ω_d)である。

$$\frac{X_{md}}{X} = \frac{1 + i2h_d\lambda}{1 - \lambda^2 + i2h_d\lambda} \quad \rightarrow \quad \left|\frac{X_{md}}{X}\right|_{\mathrm{M-CK}} = \sqrt{\frac{1 + 4h_d^2\lambda^2}{(1 - \lambda^2)^2 + 4h_d^2\lambda^2}} \tag{3.7}$$

$$\frac{X_{kd}}{X} = \frac{-\lambda^2}{1 - \lambda^2 + i2h_d\lambda} \quad \rightarrow \quad \left|\frac{X_{kd}}{X}\right|_{\mathrm{M-CK}} = \sqrt{\frac{\lambda^4}{(1 - \lambda^2)^2 + 4h_d^2\lambda^2}} \tag{3.8}$$

本検討では、M-CK 型の単体の固有周期T_dを 1 秒、減衰定数$h_d = 0.20$と設定する。図 3-4 に M-CK 型のダンパー変形増幅率を示す。グラフの横軸は加振周期T、縦軸のダンパー変形増幅率は、入力変位に対する粘性減衰要素c_d部の変形の比率を表している。共振周期の 1 秒近辺では、ダンパー変形増幅率が 2.5 倍程度であることが確認できる。

一方、共振周期の 1 秒より長い場合、c_d部の変形が 0 に収斂してダンパーの効果が発揮しなくなり、共振周期の 1 秒より短い場合、c_d部の変形が 1 倍に収斂し、周波数依存性を有することが確認できる。

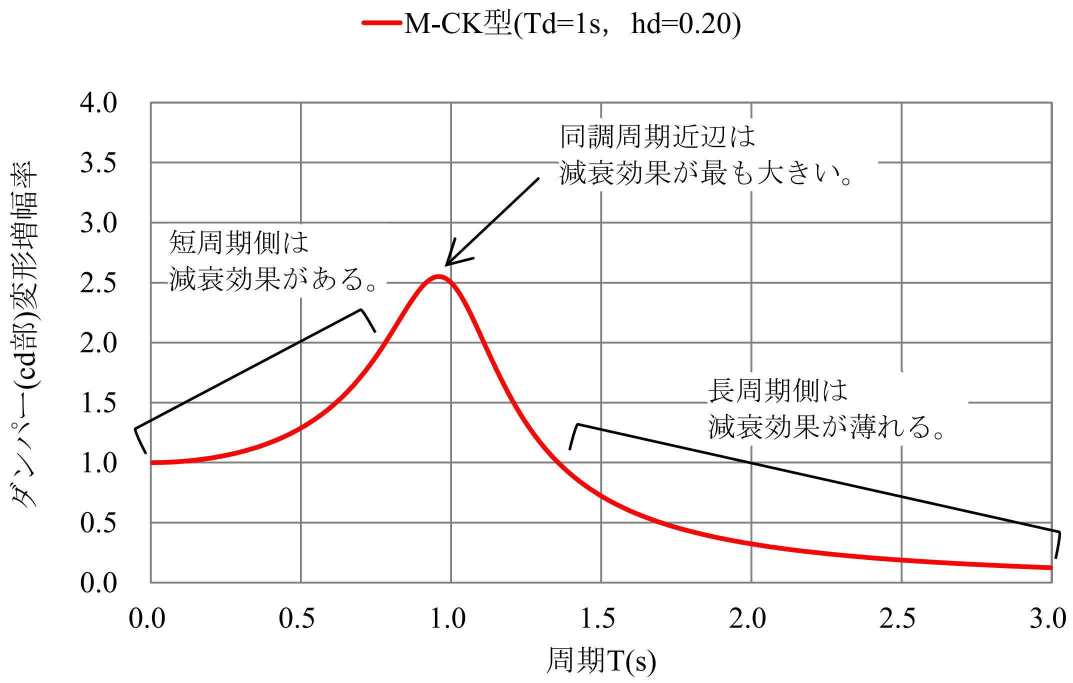


図 3-4　M-CK 型のダンパー変形増幅率

以上に示す M-CK 型のダンパー変形増幅率の関係から、M-CK 型を用いた多質点系モデルでは、M-CK 型の周波数依存性により、同調モードの周期より長い周期領域（低次モードの範囲）において、c_dの効果が薄れ、同調モードの周期より短い周期領域（高次モードの範囲）においては、c_dの効果があることが推定できる。

3.3 M-CK 型の最適設計式

本節では、図 3-5 に示す MC-K 型を用いた 1 質点系モデルに対して、定点理論に基づき、相対変位応答倍率及び複素固有値問題から、MC-K 型の最適同調および最適減衰が設定できる最適設計式の厳密解を導出し、固有周期の関係式としてまとめている。

3.3.1 相対変位応答倍率における M-CK 型の最適設計式

図 3-5 に示すモデルの振動方程式は、式(3.9)のように表すことができる。なお、式(3.9)は式(3.10)の表記を代入している。ここで、構造体の質量と剛性をmとk、M-CK 型の D.M.要素，ばね剛性要素および粘性減衰要素をm_d，k_dおよびc_d、構造体の変位および M-CK 型のk_d部変形をそれぞれx，x_d、地動加速度を$\ddot{y}$としている。また、構造体の質量と剛性に対する M-CK 型の質量比および剛性比をそれぞれγ_m，γ_k、非制振時の構造体の固有振動数および固有周期をω_0、T_0としている。また、粘性減衰定数をh_dと設定する。

ここで、図 3-5 において$c_d = \infty$の状態を考えると、$x = x_d$となるため、固有円振動数をω_∞とおくと、振動方程式は式(3.11)のようになる。なお、$c_d = \infty$の時の固有周期をT_∞とすれば、式(3.12)のように展開できる。更に質量比γ_mは式(3.13)のように固有周期の関係式として表せる。

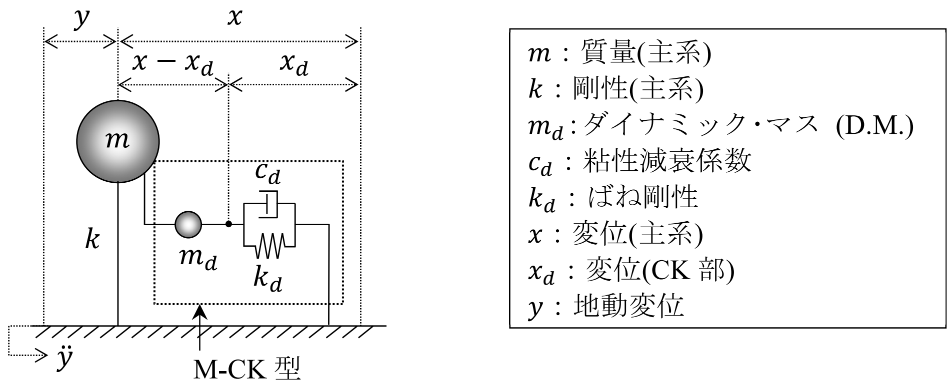


図 3-5　M-CK 型を用いた 1 質点系モデル

$$\begin{Bmatrix} \ddot{x} \\ \ddot{x}_d \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 2h_d\omega_0 \\ 0 & \dfrac{2h_d\omega_0}{\gamma_m}(1+\gamma_m) \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{x} \\ \dot{x}_d \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} \omega_0^2 & \gamma_k\omega_0^2 \\ \omega_0^2 & \omega_0^2\left(\gamma_k + \dfrac{\gamma_k}{\gamma_m}\right) \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} x \\ x_d \end{Bmatrix} = -\begin{Bmatrix} 1 \\ 1 \end{Bmatrix}\ddot{y} \tag{3.9}$$

$$\gamma_m = \frac{m_d}{m},\ \gamma_k = \frac{k_d}{k},\ \omega_0^2 = \frac{k}{m},\ \frac{k_d}{m} = \gamma_k\omega_0^2,\ \frac{c_d}{m} = 2h_d\omega_0 \tag{3.10}$$

$$\ddot{x} + \omega_\infty^2 x = -\eta\ddot{y},\ \omega_\infty^2 = \frac{k}{m+m_d},\ \eta = \frac{m}{m+m_d} \tag{3.11}$$

$$\omega_\infty^2 = \frac{k}{m+m_d} = \omega_0^2 \frac{1}{1+\gamma_m} \qquad \therefore \left(\frac{\omega_\infty}{\omega_0}\right)^2 = \left(\frac{T_0}{T_\infty}\right)^2 = \frac{1}{1+\gamma_m} \tag{3.12}$$

$$\gamma_m = \left(\frac{\omega_0}{\omega_\infty}\right)^2 - 1 = \left(\frac{T_\infty}{T_0}\right)^2 - 1 \tag{3.13}$$

次に、図 3-5 に示すモデルの相対変位応答倍率を求める。今、定常振動を考え、式(3.9)に式(3.14)を導入すると、振動方程式は式(3.15)のようになる。式(3.15)を展開して整理すると、地動変位に対する構造体変位の相対変位応答倍率は式(3.16)のようになる。なお、λは振動数比(ω/ω_0)であり、式(3.16)の各係数は式(3.17)のとおりである。

定点理論では$h_d = 0$と$h_d = \infty$の応答倍率の交点を定点 P，Q と定義され、定点 P，Q における応答倍率は、h_dを変化させても不変である。ここで、式(3.16)の応答倍率がh_dの値に対して変化しない条件を求める。式(3.16)の応答倍率をh_d^2に対して偏微分し、これをゼロとすると式(3.18)のようになる。

$$x = Xe^{i\omega t},\ \ x_d = X_d e^{i\omega t},\ \ \ddot{y} = -\omega^2 Y e^{i(\omega t+\phi)} \tag{3.14}$$

$$\begin{bmatrix} -\omega^2+\omega_0^2 & i2h_d\omega_0\omega + \gamma_k\omega_0^2 \\ \omega_0^2 & -\omega^2 + i\dfrac{2h_d\omega_0}{\gamma_m}\omega(1+\gamma_m) + \omega_0^2\left(\gamma_k + \dfrac{\gamma_k}{\gamma_m}\right) \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} X \\ X_d \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \omega^2 \\ \omega^2 \end{Bmatrix} Y e^{i\phi} \tag{3.15}$$

$$\frac{X}{Y} = \frac{a+ibh_d}{c+idh_d} e^{i\phi} \quad \rightarrow \left|\frac{X}{Y}\right| = \sqrt{\frac{A+Bh_d^2}{C+Dh_d^2}} \tag{3.16}$$

$$\left.\begin{aligned} A &= a^2 = \left[\lambda^2\left(\frac{\gamma_k}{\gamma_m} - \lambda^2\right)\right]^2 \\ B &= b^2 = \left[\left(2\frac{1}{\gamma_m}\right)\lambda^3\right]^2 \\ C &= c^2 = \left[\lambda^4 - \left(1+\gamma_k+\frac{\gamma_k}{\gamma_m}\right)\lambda^2 + \frac{\gamma_k}{\gamma_m}\right]^2 \\ D &= d^2 = \left[2\frac{1}{\gamma_m}\lambda - 2\left(\frac{1}{\gamma_m}+1\right)\lambda^3\right]^2 \end{aligned}\right\} \tag{3.17}$$

$$\frac{\partial\left(\left|\frac{X}{Y}\right|\right)}{\partial h_d^2} = \frac{BC-AD}{(C+Dh_d^2)^2} = 0$$

$$\rightarrow \quad \left|\frac{A}{C}\right| = \left|\frac{B}{D}\right| \quad \rightarrow \frac{a}{c} = \pm\frac{b}{d} \tag{3.18}$$

式(3.18)を展開し、負号を採用すれば、$h_d = 0$と$h_d = \infty$の応答倍率の交点の方程式は、式(3.19)のように求められる。

$$(\gamma_m + 2)\lambda^4 - 2\left(1 + \gamma_k + \frac{\gamma_k}{\gamma_m}\right)\lambda^2 + 2\frac{\gamma_k}{\gamma_m} = 0 \tag{3.19}$$

2 次方程式の形状とおけば、式(3.19)の解はλ_P^2およびλ_Q^2となり、2 次方程式の解と係数の関係により、式(3.20)が表せる。

$$\left.\begin{aligned}
\lambda_{p,Q}^2 &= \frac{\left(1 + \gamma_k + \frac{\gamma_k}{\gamma_m}\right) \pm \sqrt{\left(1 + \gamma_k + \frac{\gamma_k}{\gamma_m}\right)^2 - 2(\gamma_m + 2)\frac{\gamma_k}{\gamma_m}}}{(\gamma_m + 2)} \\
\lambda_P^2 + \lambda_Q^2 &= \frac{2\left(1 + \gamma_k + \frac{\gamma_k}{\gamma_m}\right)}{(\gamma_m + 2)} \\
\lambda_P^2 \times \lambda_Q^2 &= \frac{2}{(\gamma_m + 2)}\frac{\gamma_k}{\gamma_m} \\
\lambda_p^2 - \lambda_Q^2 &= \frac{2\sqrt{\left(1 + \gamma_k + \frac{\gamma_k}{\gamma_m}\right)^2 - 2(\gamma_m + 2)\frac{\gamma_k}{\gamma_m}}}{(\gamma_m + 2)}
\end{aligned}\right\} \tag{3.20}$$

なお、定点 P，Q の応答倍率が等しくなる条件は、最適同調条件と定義すれば、式(3.21)の関係が成立する。式(3.21)を展開し、負号を採用すれば、式(3.22)のように展開できる。

$$\left|\frac{X}{Y}\right|_{\substack{\lambda=\lambda_P \\ h_d=\infty}} = \left|\frac{X}{Y}\right|_{\substack{\lambda=\lambda_Q \\ h_d=\infty}} \tag{3.21}$$

$$\frac{\lambda_P^2}{1 - \gamma_m\lambda_P^2 - \lambda_P^2} = \pm\frac{\lambda_Q^2}{1 - \gamma_m\lambda_Q^2 - \lambda_Q^2} \quad \rightarrow \quad \gamma_m + 1 = \frac{\lambda_P^2 + \lambda_Q^2}{2\lambda_P^2 \times \lambda_Q^2} \tag{3.22}$$

式(3.20)の関係を式(3.22)に代入すれば、最適同調条件は式(3.23)のように質量比γ_mと付加剛比κ_kの関係式として表せる。

$$\gamma_k = \frac{\gamma_m}{1 + \gamma_m} \quad \rightarrow \quad \gamma_m + 1 = \frac{\gamma_m}{\gamma_k} \tag{3.23}$$

式(3.17)の C 項は、$h_d = 0$の特性方程式であり、解を$\lambda_{0,1}^2 = \left(\omega_{0,1}/\omega_0\right)^2$と$\lambda_{0,DM}^2 = \left(\omega_{0,\mathrm{DM}}/\omega_0\right)^2$とおくと、式(3.24)の関係が表せる。

$$\lambda_{0,1}^2 \times \lambda_{0,DM}^2 = \frac{\kappa_k}{\gamma_m} \quad \rightarrow \quad \frac{\omega_{0,1}^2 \times \omega_{0,DM}^2}{\omega_0^4} = \frac{\kappa_k}{\gamma_m} \tag{3.24}$$

なお、$\omega_{0,1}$は構造体の 1 次モードの固有円振動数で、$\omega_{0,\mathrm{DM}}$は構造体と M-CK 型と連成して生じた新たな振動モード（D.M.モード）の固有円振動数である。

式(3.13)，(3.23)を式(3.24)に代入すると、式(3.25)のように$h_d = 0$時の最適同調式を導くことができる。なお、$T_{0,1}$, $T_{0,DM}$は 1 次モード, D.M.モードの周期であり、式(3.25)の最適同調式は固有周期の関係式であることが確認できる。

$$\omega_\infty^2 = \frac{\omega_{0,1}^2 \times \omega_{0,DM}^2}{\omega_0^2} \rightarrow \omega_\infty = \frac{\omega_{0,1} \times \omega_{0,DM}}{\omega_0} \rightarrow T_\infty = \frac{T_{0,1} \times T_{0,DM}}{T_0} \tag{3.25}$$

ここで、最適同調時における定点 P，Q の応答倍率、且つ定点の応答倍率が最大応答倍率となる最適減衰条件を求める。まず、式(3.21)と式(3.22)関係から、式(3.20), (3.23)を代入すると、定点 P、Q の応答倍率は、式(3.26)のように導かれる。

$$\frac{\lambda_Q^2}{1-(\gamma_m+1)\lambda_Q^2} = \frac{2\lambda_P^2 \times \lambda_Q^2}{\lambda_P^2 - \lambda_Q^2} \rightarrow \left|\frac{X}{Y}\right|_{\lambda=\lambda_P=\lambda_Q} = \sqrt{\frac{2}{\gamma_m(\gamma_m+1)}} \tag{3.26}$$

また、共振時の応答倍率は、1 質点系モデルの応答倍率である 1/2h_{opt}として考えれば [3-6),3-7)]、定点 P，Q 近辺での最大応答倍率と等価減衰定数h_{opt}との関係は、式(3.27)のように近似できる。

$$\sqrt{\frac{2}{\gamma_m(\gamma_m+1)}} \cong \frac{1}{2h_{opt}} \tag{3.27}$$

更に、式(3.27)を展開すると、最適減衰式は、式(3.28)のように質量比γ_mの関係式で表せる。また、質量比γ_mは式(3.13)で示したように、$c_d = 0$と$c_d = \infty$の時の実数値固有値解析より得られる固有周期T_0とT_∞の関係式であるため、固有値解析を行えば、h_{opt}が簡易に求められる。

$$h_{opt} \cong 0.5\sqrt{\frac{\gamma_m(\gamma_m+1)}{2}} \tag{3.28}$$

3.3.2 複素固有値問題における M-CK 型同調システムの最適設計式

図 3-5 に示すモデルの複素固有値問題を展開して方程式の解と係数の関係を求める。ここで、式(3.10), (3.11)を用いて、$\dot{v}=\ddot{x}$, $\dot{v}_d=\ddot{x}_d$とおくと、1 階の微分方程式に変換して整理すると式(3.29)で表せる。

$$\begin{bmatrix} m+m_d & 0 & -m_d & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ -m_d & 0 & m_d & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{v} \\ \dot{x} \\ \dot{v}_d \\ \dot{x}_d \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & k & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & c_d & k_d \\ 0 & 0 & -1 & 0 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} v \\ x \\ v_d \\ x_d \end{Bmatrix} = -\begin{Bmatrix} m \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix} \ddot{y} \tag{3.29}$$

$$\left.\begin{aligned} &\begin{Bmatrix} \dot{v} \\ \dot{x} \\ \dot{v}_d \\ \dot{x}_d \end{Bmatrix} = -\begin{bmatrix} 0 & \dfrac{k}{m} & \dfrac{c_d}{m} & \dfrac{c_d}{m} \\ -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \dfrac{k}{m} & \dfrac{(m+m_d)}{m\cdot m_d}c_d & \dfrac{(m+m_d)}{m\cdot m_d}k_d \\ 0 & 0 & -1 & 0 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} v \\ x \\ v_d \\ x_d \end{Bmatrix} - \begin{Bmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{Bmatrix} \ddot{y} \\ &\qquad\qquad\qquad \dot{\boldsymbol{x}} = \boldsymbol{A}\boldsymbol{x} - \boldsymbol{i}\ddot{y} \end{aligned}\right\} \tag{3.30}$$

ここで、式(3.30)の複素固有値問題は、$\{v, x, v_d, x_d\}^T = \boldsymbol{r}e^{\hat{\lambda}t}$とおけば、$det\left|\hat{\lambda}I - A\right| = 0$であるため、式(3.31)のように表せる。

$$\begin{bmatrix} \hat{\lambda} & \dfrac{k}{m} & \dfrac{c_d}{m} & \dfrac{c_d}{m} \\ -1 & \hat{\lambda} & 0 & 0 \\ 0 & \dfrac{k}{m} & \hat{\lambda} + \dfrac{(m+m_d)}{m\cdot m_d}c_d & \dfrac{(m+m_d)}{m\cdot m_d}k_d \\ 0 & 0 & -1 & \hat{\lambda} \end{bmatrix} \boldsymbol{r} = \boldsymbol{0} \tag{3.31}$$

ここで、特性方程式は式(3.32)の四次方程式で表せる。

$$\hat{\lambda}^4 + \frac{(m+m_d)}{m\cdot m_d}c_d\hat{\lambda}^3 + \left(\frac{k_d}{m_d} + \frac{k+k_d}{m}\right)\hat{\lambda}^2 + \frac{k}{m}\cdot\frac{c_d}{m_d}\hat{\lambda} + \frac{k}{m}\cdot\frac{k_d}{m_d} = 0 \tag{3.32}$$

なお、式(3.32)の特性方程式の複素固有値の基本解を式(3.33)と設定できる [3-8]。ここで、ω_1およびh_1は 1 次モードの固有円振動数及び粘性減衰定数で、ω_{DM}および h_{DM}は、D.M.モードの固有円振動数及び粘性減衰定数である。

また、四次方程式の解と係数の関係から式(3.34)で表せる。式(3.33)を式(3.34)に代入すると式(3.35)～(3.38)の関係が得られる。

$$
\left.\begin{aligned}
\hat{\lambda}_1 &= -h_1\omega_1 + i\omega_1\sqrt{1-h_1^2} \\
\hat{\lambda}_2 &= -h_1\omega_1 - i\omega_1\sqrt{1-h_1^2} \\
\hat{\lambda}_3 &= -h_{DM}\omega_{DM} + i\omega_{DM}\sqrt{1-h_{DM}^2} \\
\hat{\lambda}_4 &= -h_{DM}\omega_{DM} - i\omega_{DM}\sqrt{1-h_{DM}^2}
\end{aligned}\right\} \tag{3.33}
$$

$$
\left.\begin{aligned}
&\hat{\lambda}_1 + \hat{\lambda}_2 + \hat{\lambda}_3 + \hat{\lambda}_4 = -\frac{(m+m_d)}{m \cdot m_d}c_d \\
&\hat{\lambda}_1\hat{\lambda}_2 + \hat{\lambda}_1\hat{\lambda}_3 + \hat{\lambda}_1\hat{\lambda}_4 + \hat{\lambda}_2\hat{\lambda}_3 + \hat{\lambda}_2\hat{\lambda}_4 + \hat{\lambda}_3\hat{\lambda}_4 = \frac{k_d}{m_d} + \frac{(k+k_d)}{m} \\
&\hat{\lambda}_1\hat{\lambda}_2\hat{\lambda}_3 + \hat{\lambda}_1\hat{\lambda}_2\hat{\lambda}_4 + \hat{\lambda}_1\hat{\lambda}_3\hat{\lambda}_4 + \hat{\lambda}_2\hat{\lambda}_3\hat{\lambda}_4 = -\frac{k}{m}\cdot\frac{c_d}{m_d} \\
&\hat{\lambda}_1\hat{\lambda}_2\hat{\lambda}_3\hat{\lambda}_4 = \frac{k}{m}\cdot\frac{k_d}{m_d}
\end{aligned}\right\} \tag{3.34}
$$

$$
2(h_1\omega_1 + h_{DM}\omega_{DM}) = \frac{(m+m_d)}{m \cdot m_d}c_d = \frac{\omega_0^2}{\omega_\infty^2}\cdot\frac{c_d}{m_d} \tag{3.35}
$$

$$
\omega_1^2 + 4h_1\omega_1 h_{DM}\omega_{DM} + \omega_{DM}^2 = \frac{k_d}{m_d} + \frac{(k+k_d)}{m} = \frac{\omega_0^4}{\omega_\infty^2}\cdot\frac{\gamma_k}{\gamma_m} + \omega_0^2 \tag{3.36}
$$

$$
\omega_1^2(2h_{DM}\omega_{DM}) + \omega_{DM}^2(2h_1\omega_1) = \frac{k}{m}\cdot\frac{c_d}{m_d} = \omega_0^2\cdot\frac{c_d}{m_d} \tag{3.37}
$$

$$
\omega_1^2\omega_{DM}^2 = \frac{k}{m}\cdot\frac{k_d}{m_d} = \omega_0^4\cdot\frac{\gamma_k}{\gamma_m} \tag{3.38}
$$

式(3.13), (3.23)を式(3.38)に代入すると、M-CK 型の減衰係数c_dの値に関係なく、最適同調式は、式(3.39)のように拡張できる。T_1は 1 次モードの固有周期、T_{DM}は D.M. モードの固有周期である。

$$
\omega_1^2\omega_{DM}^2 = \omega_0^2\omega_\infty^2 \quad \rightarrow \quad T_\infty = \frac{T_1 \times T_{DM}}{T_0} \tag{3.39}
$$

ここで、式(3.13)，(3.23)を式(3.20)に代入すると、最適同調時の定点 P，Q の固有円振動数の関係は式(3.40)となる。

また、式(3.39)に式(3.40)を代入すると式(3.41)で表せる。この関係から、最適同調では、如何に減衰係数c_dを調整しても、1 次モードと D.M.モードの固有円振動数の積は、定点 P，Q の固有円振動数の積にならないことが分かる。

$$\omega_P^2\omega_Q^2 = \frac{2}{\gamma_m + 2}\omega_0^2\omega_\infty^2 \tag{3.40}$$

$$\omega_1^2\omega_{DM}^2 = \omega_P^2\omega_Q^2\frac{\gamma_m + 2}{2} \tag{3.41}$$

次に、最適減衰式を導出する。式(3.38)，(3.39)を式(3.36)に代入して整理すると、式(3.42)で表せる。

$$4h_1h_{DM} = 2\frac{\omega_0}{\omega_\infty} - \frac{(\omega_1^2 + \omega_{DM}^2)}{\omega_0\omega_\infty} \tag{3.42}$$

ここで、h_1h_{DM}は未知数のω_1とω_{DM}によって決まることが分かる。また、応答倍率を最適化する最適減衰のω_1とω_{DM}は、定点 P，Q の固有円振動数の近辺にあると考えられる。簡易に最適減衰を設定するため、式(3.41)の関係から、式(3.43)のように設定する。

$$\omega_1^2 = \omega_Q^2 \quad , \quad \omega_{DM}^2 = \omega_P^2\cdot\frac{\gamma_m + 2}{2} \tag{3.43}$$

式(3.20)，(3.23)，式(3.43)を式(3.42)に代入して整理すると、最適減衰式は、式(3.44)の関係式で表せる。

$$h_1h_{DM} = \frac{\gamma_m\left(2 - \sqrt{\frac{2\gamma_m}{1 + \gamma_m}}\right)}{8(\gamma_m + 2)} \times \frac{\omega_0}{\omega_\infty}, \quad h_1h_{DM} = \frac{\gamma_m\left(2 - \sqrt{\frac{2\gamma_m}{1 + \gamma_m}}\right)}{8(\gamma_m + 2)} \times \frac{T_\infty}{T_0} \tag{3.44}$$

次に、最適同調時における固有値と M-CK 型同調システムの諸元の関係式を示す。式(3.45)に M-CK 型同調システム単体の固有円振動数ω_dと粘性減衰定数h_dを示す。式(3.10)、式(3.45)を式(3.23)に代入すると、最適同調条件は式(3.46)のように、主系非制振時の固有周期T_0と M-CK 型同調システム単体の固有周期T_dとの関係式で表せる。

$$\omega_d^2 = \frac{k_d}{m_d}, \quad \frac{c_d}{m_d} = 2h_d\omega_d \tag{3.45}$$

$$\omega_0 = \omega_d\sqrt{(1+\gamma_m)} \quad \rightarrow \quad T_d = T_0\sqrt{(1+\gamma_m)} \tag{3.46}$$

次に、最適減衰時における固有値と M-CK 型同調システムの諸元の関係式を示す。式(3.12)、式(3.35)を式(3.37)に代入して整理すると、式(3.47)で表せるため、h_1，ω_1とω_{DM}の目標を設定すれば、M-CK 型同調システムの諸元が求められる。

$$2h_{DM}\omega_{DM}\left(\frac{\omega_1^2-\omega_{DM}^2}{\omega_\infty^2-\omega_{DM}^2}\right)\cdot\frac{\omega_\infty^2}{\omega_0^2} = \frac{c_d}{m_d} = 2h_d\omega_d \tag{3.47}$$

応答倍率を最適化する最適減衰のω_1とω_{DM}は、定点 P，Q の固有円振動数の近辺にあると考えられる。ここで、式(3.28)の最適減衰式、式(3.12)と式(3.43)を式(3.47)に代入すれば、式(3.48)で表せるため、付加剛比κ_kにより、式(3.28)の最適減衰式を満足する M-CK 型同調システムの諸元が求められる。

$$h_d = \frac{\sqrt{\gamma_m\left(2\gamma_m+\sqrt{2\gamma_m(\gamma_m+1)}+2\right)\cdot\left[\gamma_m(\gamma_m-3)+3\sqrt{2\gamma_m(\gamma_m+1)}-4\right]}}{4(\gamma_m-1)(\gamma_m+2)\sqrt{(\gamma_m+1)}} \tag{3.48}$$

表 3-1 に M-CK 型同調システムの最適設計式のまとめを示す。いずれも固有周期の関係式で表せるため、複素固有値解析を介して、最適同調及び最適減衰を満足する M-CK 型同調システムの諸元が求められる。また、図 3-6 に M-CK 型同調システムの最適諸元の関係を示す。$\gamma_m = m_d/m$，$\gamma_k = k_d/k$，$h_d = c_d/2\sqrt{m_d\cdot k_d}$のため、1 質点系モデルにおいては、主系の m，k およびm_dが決まれば、最適諸元のk_dおよびc_dが算出できる。

表 3-1　M-CK 型同調システムの最適設計式のまとめ

	相対変位応答倍率の解	複素固有値問題の解	M-CK 型の簡易計算
最適同調式	$T_\infty = \dfrac{T_{0,1} \times T_{0,DM}}{T_0}$	$T_\infty = \dfrac{T_1 \times T_{DM}}{T_0}$	$T_d = T_0\sqrt{(1+\gamma_m)}$
最適減衰式	$h_{opt} = 0.5\sqrt{\dfrac{\gamma_m(\gamma_m+1)}{2}}$	$h_1 h_{DM} = \dfrac{\gamma_m\left(2-\sqrt{\frac{2\gamma_m}{1+\gamma_m}}\right)}{8(\gamma_m+2)} \times \dfrac{T_\infty}{T_0}$	※
質量比	$\gamma_m = \left(\dfrac{T_\infty}{T_0}\right)^2 - 1$		
備考	T_0：主系のみの固有周期 T_∞：$c_d = \infty$の時の固有周期 T_d：同調システムのみの固有周期 $T_{0,1}$：$c_d = 0$の時の 1 次モードの固有周期 $T_{0,\mathrm{DM}}$：$c_d = 0$の時の DM モードの固有周期 T_1： 1 次モードの固有周期 T_{DM}： DM モードの固有周期 h_{opt}：最適粘性減衰定数 h_1： 1 次モードの粘性減衰定数 h_{DM}： DM モードの粘性減衰定数 h_d：同調システム単体の粘性減衰定数 ※$h_d = \dfrac{\sqrt{\gamma_m\left(2\gamma_m+\sqrt{2\gamma_m(\gamma_m+1)}+2\right)}\cdot\left[\gamma_m(\gamma_m-3)+3\sqrt{2\gamma_m(\gamma_m+1)}-4\right]}{4(\gamma_m-1)(\gamma_m+2)\sqrt{(\gamma_m+1)}}$		

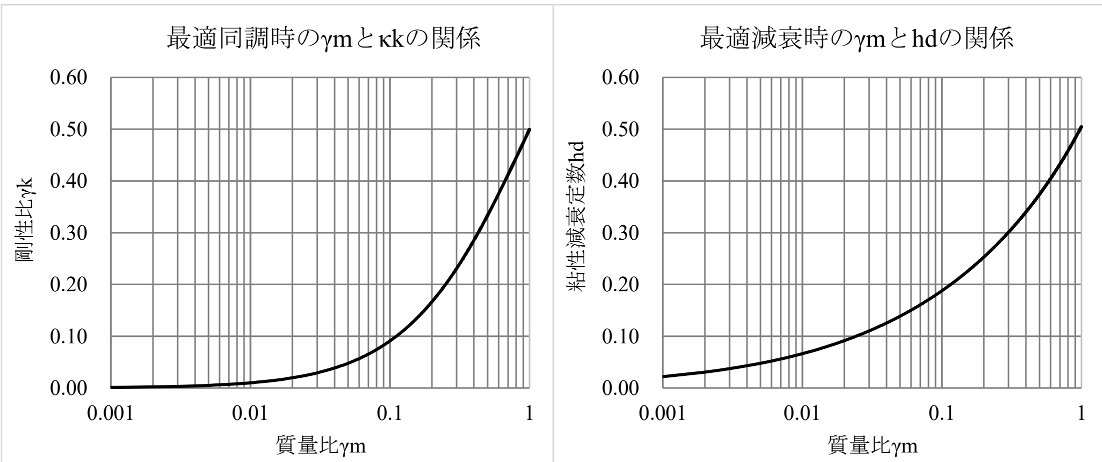
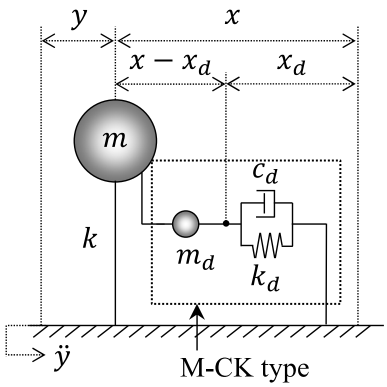


図 3-6　M-CK 型同調システムの最適諸元の関係

3.4 M-CK 型を用いた 1 質点系モデルの設計例

ここで、3.3 節で示した 3 つの最適設計式を用いて、M-CK 型同調システムを用いた 1 質点系モデルの設計例を示す。図 3-7 に 1 質点系モデルの主系の諸元と固有周期を示す。解析モデルのパラメータは、$m = 100$(ton)，$k = 1{,}000$(kN/m)とし、$m_d = 10$(ton)と設定すると、固有周期$T_0 = 1.987$秒，$T_\infty = 2.084$秒である。



$$m = 100\ ton$$
$$k = 1{,}000\ \mathrm{kN/m}$$
$$\omega_0^2 = \frac{k}{m} = 10 \quad \rightarrow \quad \omega_0 = 3.162$$
$$T_0 = \frac{2\pi}{\omega_0} = 1.987\ s$$
$$\omega_\infty^2 = \frac{k}{m + m_d} = 9.09 \quad \rightarrow \quad \omega_\infty = 3.015$$
$$T_\infty = \frac{2\pi}{\omega_\infty} = 2.084\ s$$

図 3-7　1 質点系モデルの主系の諸元と固有周期

(1) 相対変位応答倍率の解を用いた場合

表 3-1 の質量比γ_mの計算式に固有周期T_0とT_∞を代入して求めると、$\gamma_m = 0.1$である。ここで、γ_mの値を表 3-1 の最適減衰式に代入すると、最適減衰時における粘性減衰定数h_{opt}の目標値は 0.117 となる。

次に、表 3-1 の最適同調式を満足するように、複素固有値解析によりk_dを求めると、$k_d = 90.9$(kN/m)である。表 3-2 に最適同調時の固有値結果を示す。最後に、$h_{DM} = h_{opt}$を満足するように、複素固有値解析によりc_dを求めると、$c_d = 11.3$(kN･s/m)である。表 3-3 に最適減衰時の複素固有値結果を示す。

表 3-2　最適同調時の固有値結果および最適同調の算出過程

モード	周期 T(s)	最適同調の算出過程
1 次	2.377	$T_\infty = \sqrt{\dfrac{T_{0,1} \times T_{0,DM}}{T_0}} = \sqrt{\dfrac{2.377 \times 1.742}{1.987}}$ ＝2.084
D.M.	1.742	

表 3-3　最適減衰時の複素固有値結果およびh_{opt}の算出過程

モード	周期 T(s)	粘性減衰定数 h	h_{opt}の算出過程
1 次	2.302	0.079	$h_{opt}=0.5\sqrt{\frac{\gamma_m(\gamma_m+1)}{2}}=0.117$
D.M.	1.799	0.117	

(2) 複素固有値問題の解を用いた場合

(1)の場合と同様に質量比$\gamma_m=0.1$であるため、γ_mの値を表 3-1 の最適減衰式に代入すると、最適減衰時における粘性減衰定数$h_1 h_{DM}$の目標値は 0.0098 となる。次に、表 3-1 の最適同調式を満足するように、複素固有値解析によりk_dを求めると、(1)の場合と同様$k_d=90.9$(kN/m)である。表 3-4 に最適同調時の固有値結果を示す。最後に、$h_1 h_{DM}$の目標値を満足するように、複素固有値解析によりc_dを求めると、$c_d=$ 11.7(kN･s/m)である。表 3-5 に最適減衰時の複素固有値結果を示す。

表 3-4　最適同調時の固有値結果および最適同調の算出過程

モード	周期 T(s)	最適同調の算出過程
1 次	2.377	$T_\infty=\sqrt{\frac{T_{0,1}\times T_{0,DM}}{T_0}}=\sqrt{\frac{2.377\times 1.742}{1.987}}$＝2.084
D.M.	1.742	

表 3-5　最適減衰時の複素固有値結果および$h_1 h_{DM}$の算出過程

モード	周期 T(s)	粘性減衰定数 h	$h_1 h_{DM}$	$h_1 h_{DM}$の算出過程
1 次	2.295	0.081	0.0098	$h_1 h_{DM}=\frac{\gamma_m\left(2-\sqrt{\frac{2\gamma_m}{1+\gamma_m}}\right)}{8(\gamma_m+2)}\times\frac{T_\infty}{T_0}=0.098$
D.M.	1.804	0.121		

(3) M-CK 型の簡易計算を用いた場合

(1)の場合と同様に質量比$\gamma_m=0.1$であるため、表 3-1 の最適同調式にT_0とγ_mの値を代入すると、$T_d=2.084s$であり、m_dを求めると、(1)の場合と同様$k_d=90.9$(kN/m)である。また、γ_mの値を表 3-1 の最適減衰式に代入すると、最適減衰時における粘性減衰定数h_dの目標値は 0.188 となり、m_dを求めると、(1)の場合と同様$c_d=11.3$(kN･s/m)である。表 3-6 に最適同調、表 3-7 に最適減衰の算出過程を示す。

表 3-6　最適同調の算出過程

最適同調の算出過程
$T_d=T_0\sqrt{(1+\gamma_m)}=1.987\times\sqrt{1.1}=2.084s$，$T_d=2\pi\sqrt{\frac{m_d}{k_d}}\rightarrow k_d=90.9(kN/m)$

表 3-7　最適減衰の算出過程

最適減衰の算出過程
$h_d = \dfrac{\sqrt{\gamma_m\left(2\gamma_m+\sqrt{2\gamma_m(\gamma_m+1)}+2\right)\cdot\left[\gamma_m(\gamma_m-3)+3\sqrt{2\gamma_m(\gamma_m+1)}-4\right]}}{4(\gamma_m-1)(\gamma_m+2)\sqrt{(\gamma_m+1)}}$ $= 0.188,\ \dfrac{c_d}{m_d} = 2h_d\omega_d \rightarrow c_d = 2h_d k_d/\omega_d = 11.3(\mathrm{kN\cdot s/m})$

表 3-8　各最適設計式による諸元および複素固有値解析結果の比較

最適設計式	最適諸元		複素固有値解析結果		
	$m_d(ton)$	c_d(kN・s/m)	モード	周期 T(s)	粘性減衰定数 h
(1)相対変位応答倍率の解	10.0	11.3	1 次	2.302	0.079
			D.M.	1.799	0.117
(2)複素固有値問題の解	10.0	11.7	1 次	2.295	0.081
			D.M.	1.804	0.121
(3) M-CK 型の簡易計算	10.0	11.3	1 次	2.302	0.079
			D.M.	1.799	0.117

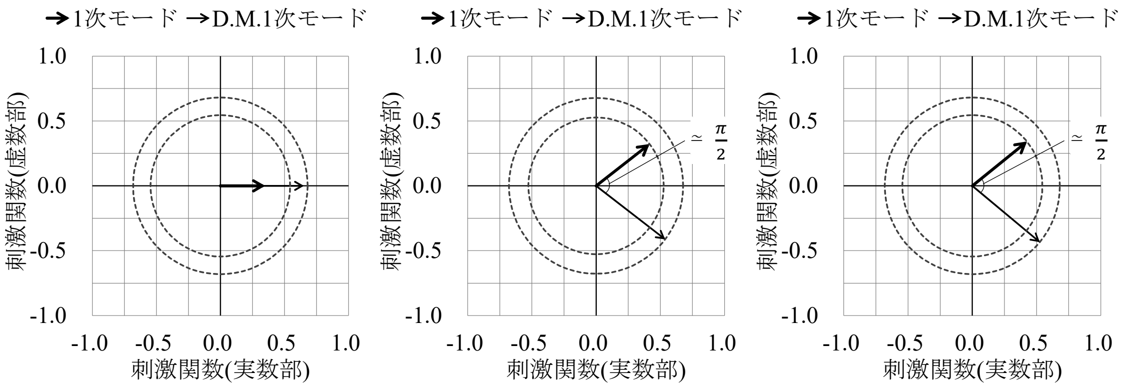
表 3-8 に各最適設計式による諸元および複素固有値解析結果の比較を示す。(1)~(3)のいずれの場合においても、最適同調時のk_dが同様であることが確認できる。(1)と(3)より、(2)の場合のc_dが若干大きいが、固有周期と粘性減衰定数がさほど変化しないことから、同程度の減衰性能を示している。

図 3-8 に刺激関数のイメージ図を示す [3-8]。ここで、虚数部が正値のものを 1 次モード、負値のものを D.M.モードとし、最適減衰時において、1 次モードと D.M.モードの位相が$\pi/2$程度ずれていることが分かる。2 章の MC-K 型と同様に、これは、モード同調および減衰付与によって、主構造体が減衰振動の特性を有していることを意味する。つまり、M-CK 型を付与することにより、主構造体の振動エネルギーを M-CK 型に移動させ、ダンパーなどの減衰要素によって、振動エネルギーを熱エネルギーに置換、消散させることで、振動が制御できる。

また、最適設計時の実数部の 1 次モードと D.M.モードの刺激関数を足し合わせると、1 に近い数値であり、原構造の 1 次モードの振動成分が D.M.によって、M-CK 型モデルの 1 次モードと D.M.モードに分配されると解釈できる。

図 3-9 に 1 質点系モデルの共振曲線（相対変位応答倍率）を示す。共振曲線上の定点P, Q の高さが揃う「最適同調」および応答倍率を最適化する「最適減衰」になっていることが確認できる。また、c_dの値が若干異なっても、応答倍率が同程度であり、(1)と(2)の最適減衰式による最適減衰の解が近似していることが確認できる。

なお、最適減衰時のh_{DM}値はh_{opt}値に近いことから、設計時の目標減衰定数は$h_{opt} = h_{DM} \cong 0.5\sqrt{\gamma_m(\gamma_m+1)/2}$とすることができる。



(a) $c_d = 0$(kN･s/m)　(b) $c_d = 11.3$(kN･s/m)　(c) $c_d = 11.7$(kN･s/m)

図 3-8　刺激関数のイメージ図

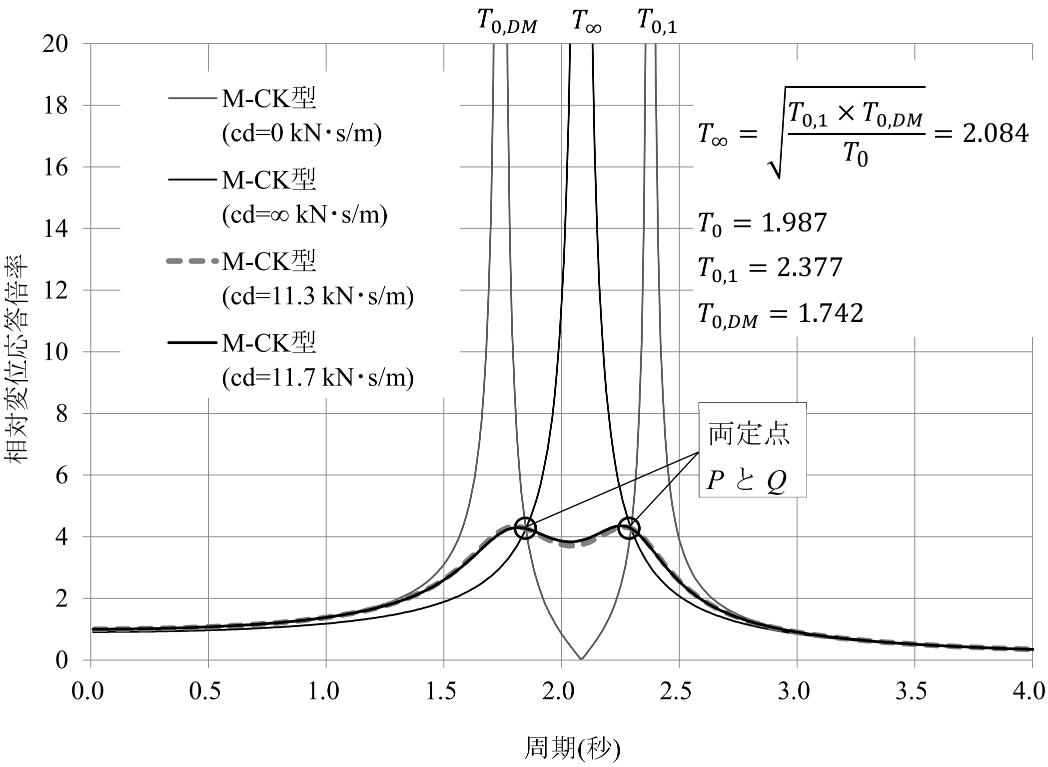


図 3-9　M-CK 型を用いた 1 質点系モデルの共振曲線

3.5 M-CK 型を用いた多質点モデルへの適用

3.5.1 M-CK 型の最適設計式を用いた適用方法

本論文で提案した M-CK 型の最適設計式は、複素固有値解析を基本としている。多質点系の複素固有値解析は、非比例減衰系に対しても、各モードの固有値（固有周期，粘性減衰定数）を得ることができる。また、各モードの固有ベクトルが互いに直交する性質を用いれば、外乱に対する各次モードの基準座標を分離することが可能であり、モード解析の基本原理となっている。前節に示した式(3.13)の質量比γ_m、式(3.25), (3.39)の最適同調式、式(3.28), (3.44)の最適減衰式は、1 質点系の解析モデルにおいて導出しているが、いずれも固有周期の関係式であるため、固有ベクトルの直交性の性質を利用することで、多質点系の解析モデルに対しても、近似解として適用できると考えられる。ここで、表 3-9 に M-CK 型の多質点モデルの最適設計式を示す。

なお、記号のjは、制御対象モードのモード次数であり、前節より、M-CK 型では制御対象モードの減衰定数h_{jDM}を目標粘性減衰定数h_{opt}とすることで最適減衰になることを示している。

表 3-9　M-CK 型の多質点モデルの最適設計式

最適同調式	${}_jT_\infty = \dfrac{T_{0,j} \times T_{0,jDM}}{{}_jT_0}$
最適減衰式	$h_{opt} = h_{j,DM} \cong 0.5\sqrt{\dfrac{{}_j\gamma_m\left({}_j\gamma_m + 1\right)}{2}}$ $h_j h_{jDM} = \dfrac{{}_j\gamma_m\left(2 - \sqrt{\dfrac{2\,{}_j\gamma_m}{1 + {}_j\gamma_m}}\right)}{8\left({}_j\gamma_m + 2\right)} \times \dfrac{{}_jT_\infty}{{}_jT_0}$
質量比	${}_j\gamma_m = \left(\dfrac{{}_jT_\infty}{{}_jT_0}\right)^2 - 1$
備考	${}_jT_0$：主系のみの j 次モードの固有周期 ${}_jT_\infty$：$c_d = \infty$の時の j 次モードの固有周期 $T_{0,j}$：$c_d = 0$の時の j 次モードの固有周期 $T_{0,jDM}$：$c_d = 0$の時の DM j 次モードの固有周期 h_{opt}：最適粘性減衰定数 h_j： j 次モードの粘性減衰定数 $h_{j,DM}$： DM j 次モードの粘性減衰定数 ${}_j\gamma_m$：j 次モードの質量比

本節では、M-CK 型の最適設計式より、多質点系モデルへの拡張および適用性を示す。解析モデルは、2 章に示した検討例と同様に 1 次モードの固有周期${}_1T_0$を 1.0 秒、各層質量m_nを 100ton とし、質量は高さ方向に一様であると想定した 10 層せん断モデルとする。各層の初期剛性k_nは、1 次モードの刺激関数が直線となるように式(3.49)より決定した[3-9]。

$$k_n = \frac{1}{2}\{N(N+1) - n(n-1)\} \cdot m \cdot {}_1\omega_0^2 \qquad (n = 1 \sim N) \tag{3.49}$$

なお、Nは層数、${}_1\omega_0$は 1 次モードの固有円振動数である。図 3-10 に解析モデル、表 3-10～表 3-11 に解析モデルの諸元および固有値結果、図 3-11 に非制振モデルの層および層間刺激関数を示す。なお、層間刺激関数は、上下階の変位刺激関数差を意味する。本検討では、1 層目に M-CK 型を配置し、1 次～3 次モード同調制御の最適設計をモードごとに行い、計 3 ケースの解析モデルとする。また、各モードの目標粘性減衰定数h_{opt}を 0.10 とし、内部粘性減衰は除くものとする。

ここで、M-CK 型の最適設計式を用いた設計方法を示す。

① 目標h_{opt}を 0.10 と設定し、表 3-9 の最適減衰式より目標の質量比${}_j\gamma_m$を求める。質量比${}_j\gamma_m$により${}_jT_\infty$が計算できる。
② 複素固有値解析により、$c_d = \infty$の状態で、上記で計算された${}_jT_\infty$を満足するように、m_dを決定する。
③ 複素固有値解析により、$c_d = 0$の状態で、表 3-9 の最適同調式を満足するように、k_dを決定する。
④ 複素固有値解析により、目標制御対象 D.M.モードの減衰定数h_{jDM}が 0.10 程度となるように、c_dの値を決定する。

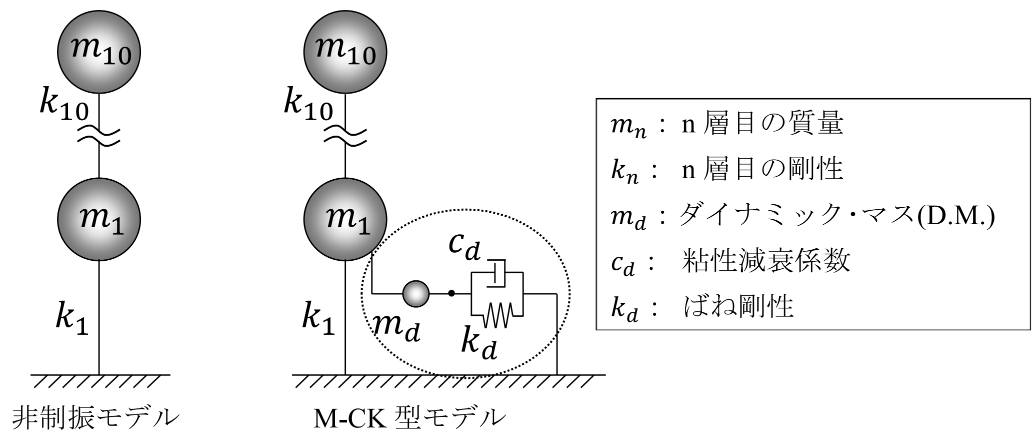


図 3-10　解析モデル

表 3-10　解析モデルの諸元

層	質量(ton)	初期剛性(kN/m)
10	100	39,478
9	100	75,009
8	100	106,592
7	100	134,227
6	100	157,914
5	100	177,653
4	100	193,444
3	100	205,288
2	100	213,183
1	100	217,131

表 3-11　解析モデルの固有値結果

次数j	固有周期${}_jT_0$(s)
1	1.000
2	0.408
3	0.258
4	0.189
5	0.149
6	0.123
7	0.105
8	0.091
9	0.081
10	0.073

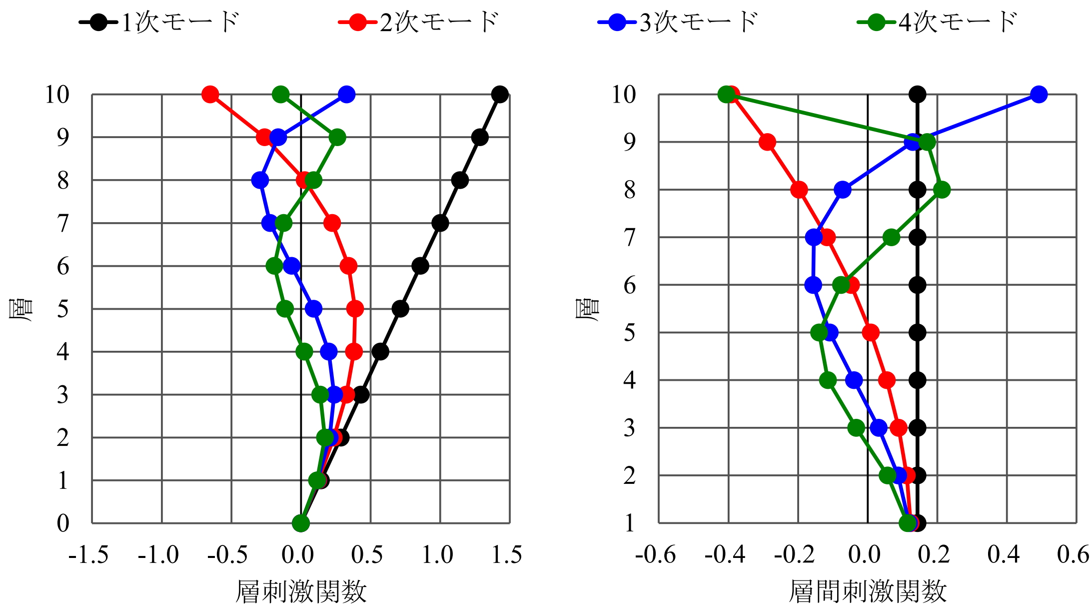


図 3-11　非制振モデルの刺激関数

(1) M-CK 型の最適設計式を用いた 1 次モード制御の最適設計

ここで、M-CK 型の最適設計式を用いて、1 次モード制御の設計例を示す。

①目標減衰定数h_{opt}を 0.10 と設定し、表 3-9 の最適減衰式より目標の質量比${}_1\gamma_m$を求める。次に、質量比${}_1\gamma_m$の式により ${}_1T_\infty$が計算できる。

$$h_{opt} \cong 0.5\sqrt{\frac{{}_1\gamma_m({}_1\gamma_m+1)}{2}} \rightarrow {}_1\gamma_m = \frac{-1+\sqrt{1+32h_{opt}^2}}{2} = \frac{-1+\sqrt{1+32\times 0.10^2}}{2} = 0.074$$

$${}_1\gamma_m = \left(\frac{{}_1T_\infty}{{}_1T_0}\right)^2 - 1 \quad \rightarrow \quad {}_1T_\infty = {}_1T_0\sqrt{{}_1\gamma_m+1} = 1.0\times\sqrt{0.074+1} = 1.036s$$

②複素固有値解析により、$c_d = \infty$の状態で、上記で計算された${}_1T_\infty$を満足するように、m_dを決定する。

$c_d = \infty\ kN\cdot s/m$、$m_d = 2{,}000$ tonの時、複素固有値解析結果より、${}_1T_\infty = 1.036$s になる。

モード	周期 T(s)
1 次	1.036
2 次	0.589
3 次	0.369
4 次	0.239
5 次	0.176

③複素固有値解析により、$c_d = 0$の状態で、表 3-9 の最適同調式を満足するように、k_dを決定する。

$c_d = 0\ kN\cdot s/m$、$m_d = 2{,}000$ ton、$k_d = 106{,}000$kN/mの時、複素固有値解析結果より、最適同調式を満足している。

モード	周期 T(s)
1 次	1.138
D.M.1 次	0.910
2 次	0.398
3 次	0.253
4 次	0.185
5 次	0.146

$${}_1T_\infty = T_{0,1}\times T_{0,1DM}/{}_1T_0 = 1.138\times 0.910/1.000 = 1.036s$$

④複素固有値解析により、目標制御対象モードの減衰定数h_{1DM}が 0.10 程度となるように、c_dの値を決定する。

$c_d = 8{,}100\ kN \cdot s/m$、$m_d = 2{,}000$ ton、$k_d = 106{,}000$kN/mの時、複素固有値解析結果より、目標減衰定数$h_{opt} = 0.10$を満足している。

モード	周期 T(s)	減衰定数 h
1 次	1.093	0.062
D.M.1 次	0.923	0.100
2 次	0.396	0.022
3 次	0.249	0.025
4 次	0.181	0.027
5 次	0.142	0.027

$$h_{opt} = h_{1,DM} \cong 0.10$$

図 3-12 に M-CK 型の刺激関数のイメージ図を示す。3.3 節に示した 1 質点系の検討例と同様に、最適減衰時においては、1 次モードと D.M.1 次モードの刺激関数の虚数部は、ほぼ逆位相になっていることが確認できる。これは、モード同調および減衰付与によって、主構造体が減衰振動の特性を有していることを意味する。

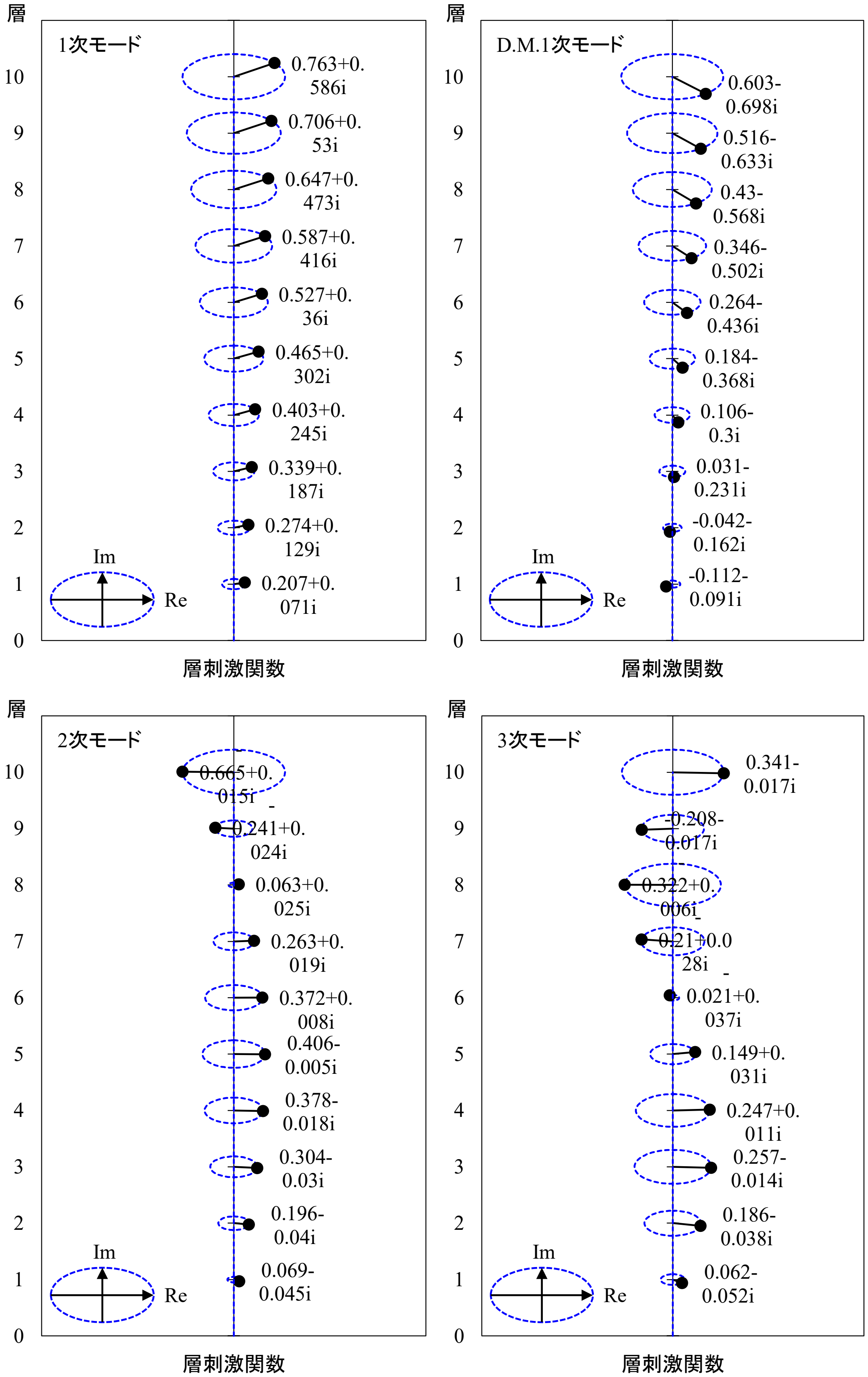
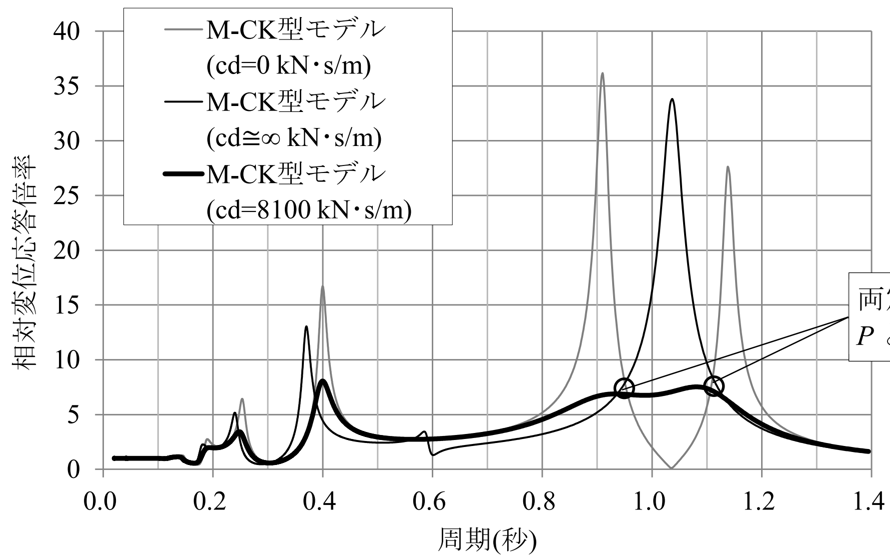


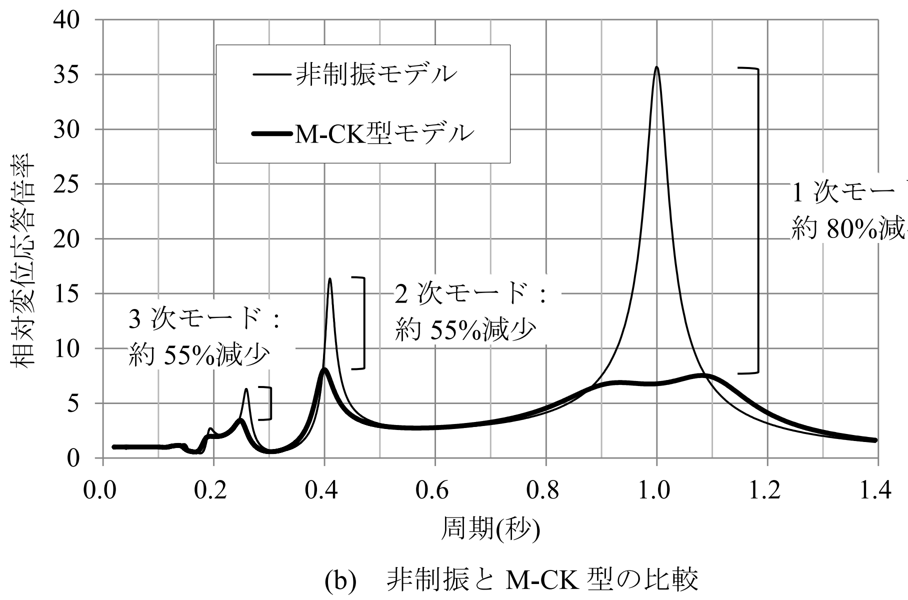
図 3-12　M-CK 型の刺激関数のイメージ図(1 次モード制御)

図 3-13 に解析モデルの 10 層目の共振曲線(相対変位応答倍率)を示す。内部粘性減衰はレーリー型減衰でh_1，h_2を 0.02 とした。M-CK 型は、共振曲線の 1 次モードの周期域から、$c_d = 0(kN \cdot s/m)$の場合に明確な 2 つのピークが存在し、$c_d = 8{,}100(kN \cdot s/m)$の場合にそれぞれの応答倍率が同程度であり、1 次モードの応答倍率が最適化されていることが見受けられる。M-CK 型の最適設計式は、多質点系モデルに対しても適用が可能であることが確認できる。

なお、非制振時の応答倍率に対して、M-CK 型は 1 次モードで約 80%、2 次モードおよび 3 次モードで約 55%減少されている。モード同調した 1 次モードのみならず、高次モードに対しても応答制御の有効性も確認できる。



(a)　M-CK 型の共振曲線



(b)　非制振と M-CK 型の比較

図 3-13　解析モデルの 10 層目の共振曲線(1 次モード制御)

(2) M-CK 型の最適設計式を用いた 2 次モード制御の最適設計

ここで、M-CK 型の最適設計式を用いて、2 次モード制御の設計例を示す。

①目標減衰定数h_{opt}を 0.10 と設定し、表 3-9 の最適減衰式より目標の質量比${}_2\gamma_m$を求める。次に、質量比${}_2\gamma_m$の式により ${}_2T_\infty$が計算できる。

$$h_{opt} \cong 0.5\sqrt{\frac{{}_2\gamma_m({}_2\gamma_m+1)}{2}} \rightarrow {}_2\gamma_m = \frac{-1+\sqrt{1+32h_{opt}^2}}{2} = \frac{-1+\sqrt{1+32\times 0.10^2}}{2} = 0.074$$

$${}_2\gamma_m = \left(\frac{{}_2T_\infty}{{}_2T_0}\right)^2 - 1 \quad \rightarrow \quad {}_2T_\infty = {}_2T_0\sqrt{{}_2\gamma_m+1} = 0.408\times\sqrt{0.074+1} = 0.423s$$

②複素固有値解析により、$c_d=\infty$の状態で、上記で計算された${}_2T_\infty$を満足するように、m_dを決定する。

$c_d=\infty\ kN\cdot s/m$、$m_d = 380$ tonの時、複素固有値解析結果より、${}_2T_\infty = 0.423$s になる。

モード	周期 *T*(s)
1 次	1.005
2 次	0.423
3 次	0.290
4 次	0.222
5 次	0.171

③複素固有値解析により、$c_d=0$の状態で、表 3-9 の最適同調式を満足するように、k_dを決定する。

$c_d = 0\ kN\cdot s/m$、$m_d = 380$ ton、$k_d = 125{,}000$kN/mの時、複素固有値解析結果より、最適同調式を満足している。

モード	周期 *T*(s)
1 次	1.006
2 次	0.463
D.M.2 次	0.373
3 次	0.249
4 次	0.184
5 次	0.145

$${}_2T_\infty = T_{0,2}\times T_{0,2DM}/{}_2T_0 = 0.463\times 0.373/0.408 = 0.423s$$

④複素固有値解析により、目標制御対象モードの減衰定数h_{2DM}が 0.10 程度となるように、c_dの値を決定する。

$c_d = 4{,}330\ kN \cdot s/m$、$m_d = 380$ ton、$k_d = 125{,}000$kN/mの時、複素固有値解析結果より、目標減衰定数$h_{opt} = 0.10$を満足している。

モード	周期 T(s)	減衰定数 h
1 次	1.006	0.000
2 次	0.442	0.058
D.M.2 次	0.375	0.100
3 次	0.249	0.030
4 次	0.182	0.027
5 次	0.144	0.029

$$h_{opt} = h_{2,DM} \cong 0.10$$

図 3-14 に M-CK 型の刺激関数のイメージ図を示す。(1)で検討した 1 次モード制御の設計例と同様に、最適減衰時においては、2 次モードと D.M.2 次モードの刺激関数の虚数部は、ほぼ逆位相になっていることが確認できる。

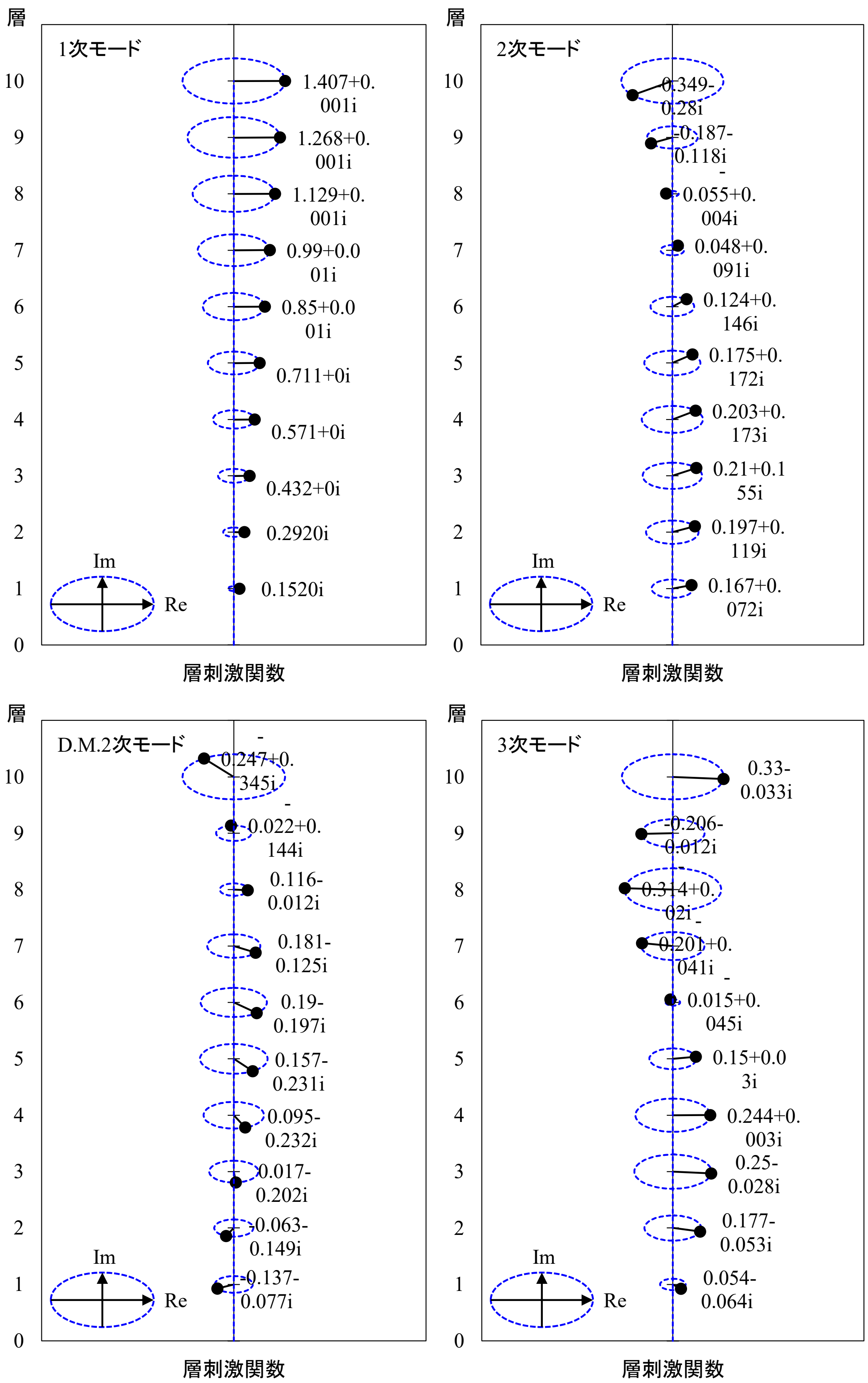
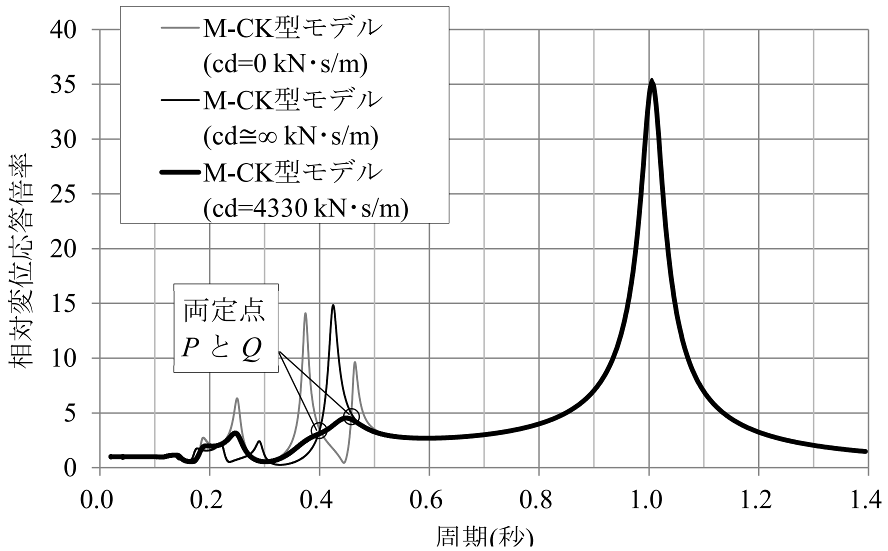


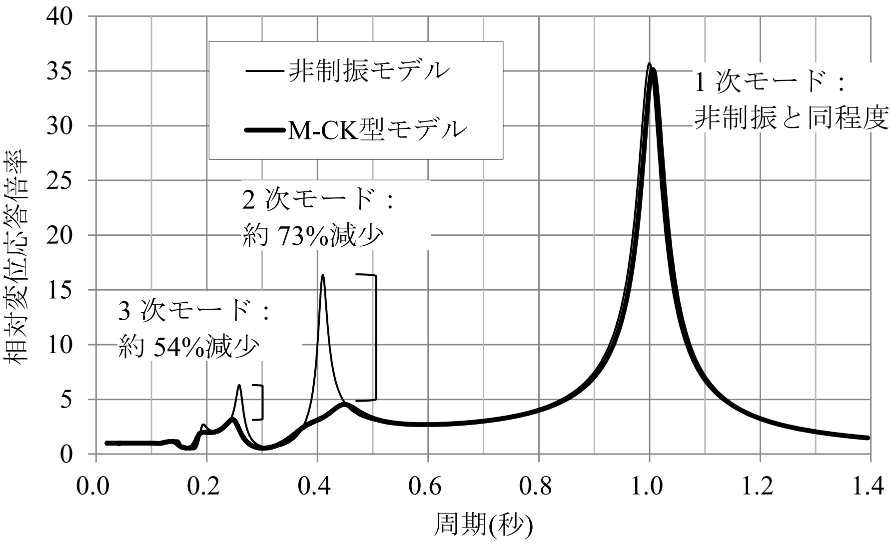
図 3-14　M-CK 型の刺激関数のイメージ図(2 次モード制御)

図 3-15 に解析モデルの 10 層目の共振曲線(相対変位応答倍率)を示す。内部粘性減衰はレーリー型減衰でh_1, h_2を 0.02 とした。M-CK 型は、共振曲線の 2 次モードの周期域から、$c_d = 0(kN \cdot s/m)$の場合に明確な 2 つのピークが存在し、$c_d = 4{,}330(kN \cdot s/m)$の場合に 2 次モードの応答倍率が最適化されていることが見受けられる。M-CK 型の最適設計式は、多質点系モデルに対しても適用が可能であることが確認できる。

なお、非制振時の応答倍率に対して、M-CK 型は 2 次モードで約 73%、3 次モードで約 54%減少されている。モード同調した 2 次モードのみならず、高次モードに対しても応答制御の有効性も確認できる。一方、1 次モードの応答倍率においては、非制振モデルと同程度であり、制振効果が見受けられない。



(a) M-CK 型の共振曲線



(b) 非制振と M-CK 型の比較

図 3-15 解析モデルの 10 層目の共振曲線(2 次モード制御)

(3) M-CK 型の最適設計式を用いた 3 次モード制御の最適設計

ここで、M-CK 型の最適設計式を用いて、3 次モード制御の設計例を示す。

①目標減衰定数h_{opt}を 0.10 と設定し、表 3-9 の最適減衰式より目標の質量比${}_3\gamma_m$を求める。次に、質量比${}_3\gamma_m$の式により ${}_3T_\infty$が計算できる。

$$h_{opt} \cong 0.5\sqrt{\frac{{}_3\gamma_m({}_3\gamma_m + 1)}{2}} \rightarrow {}_3\gamma_m = \frac{-1 + \sqrt{1 + 32h_{opt}^2}}{2} = \frac{-1 + \sqrt{1 + 32 \times 0.10^2}}{2} = 0.074$$

$${}_3\gamma_m = \left(\frac{{}_3T_\infty}{{}_3T_0}\right)^2 - 1 \quad \rightarrow \quad {}_3T_\infty = {}_3T_0\sqrt{{}_3\gamma_m + 1} = 0.258 \times \sqrt{0.074 + 1} = 0.268s$$

②複素固有値解析により、$c_d = \infty$の状態で、上記で計算された${}_3T_\infty$を満足するように、m_dを決定する。

$c_d = \infty\ kN \cdot s/m$、$m_d = 160\mathrm{ton}$の時、複素固有値解析結果より、${}_3T_\infty = 0.268\mathrm{s}$ になる。

モード	周期 T(s)
1 次	1.002
2 次	0.413
3 次	0.268
4 次	0.203
5 次	0.163

③複素固有値解析により、$c_d = 0$の状態で、表 3-9 の最適同調式を満足するように、k_dを決定する。

$c_d = 0\ kN \cdot s/m$、$m_d = 160\mathrm{ton}$、$k_d = 128{,}000\mathrm{kN/m}$の時、複素固有値解析結果より、最適同調式を満足している。

モード	周期 T(s)
1 次	1.002
2 次	0.416
3 次	0.291
D.M.3 次	0.238
4 次	0.181
5 次	0.144

$${}_3T_\infty = T_{0,3} \times T_{0,3DM}/{}_3T_0 = 0.291 \times 0.238/0.258 = 0.268s$$

④複素固有値解析により、目標制御対象モードの減衰定数h_{3DM}が 0.10 程度となるように、c_dの値を決定する。

$c_d = 3{,}120\ kN \cdot s/m$、$m_d = 160$ ton、$k_d = 128{,}000$kN/mの時、複素固有値解析結果より、目標減衰定数$h_{opt} = 0.10$を満足している。

モード	周期 T(s)	減衰定数 h
1 次	1.002	0.000
2 次	0.415	0.003
3 次	0.277	0.054
D.M.3 次	0.235	0.100
4 次	0.181	0.042
5 次	0.143	0.035

$$h_{opt} = h_{3,DM} \cong 0.10$$

図 3-16 に M-CK 型の刺激関数のイメージ図を示す。(1)で検討した 1 次モード制御の設計例と同様に、最適減衰時においては、3 次モードと D.M.3 次モードの刺激関数の虚数部は、ほぼ逆位相になっていることが確認できる。

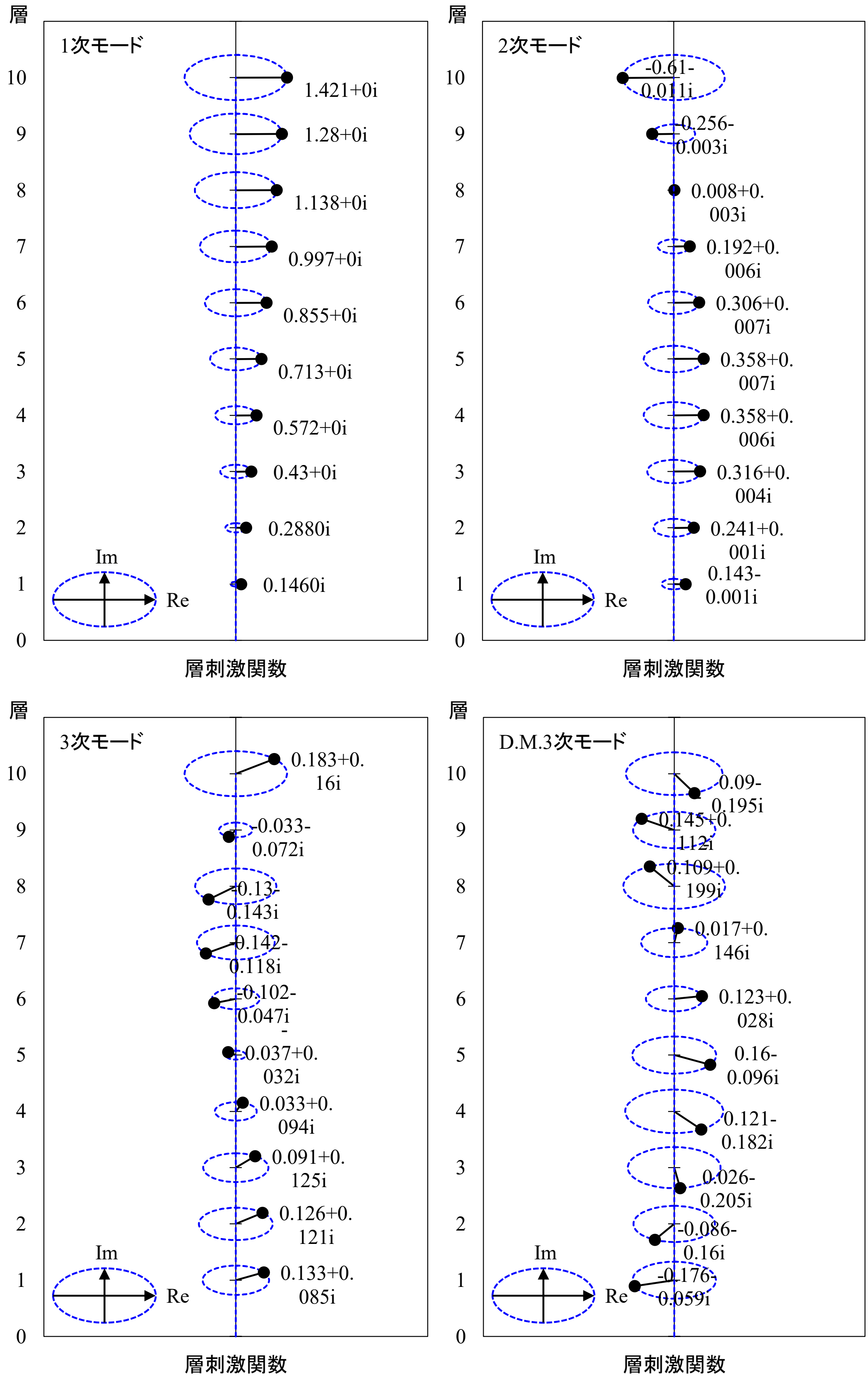
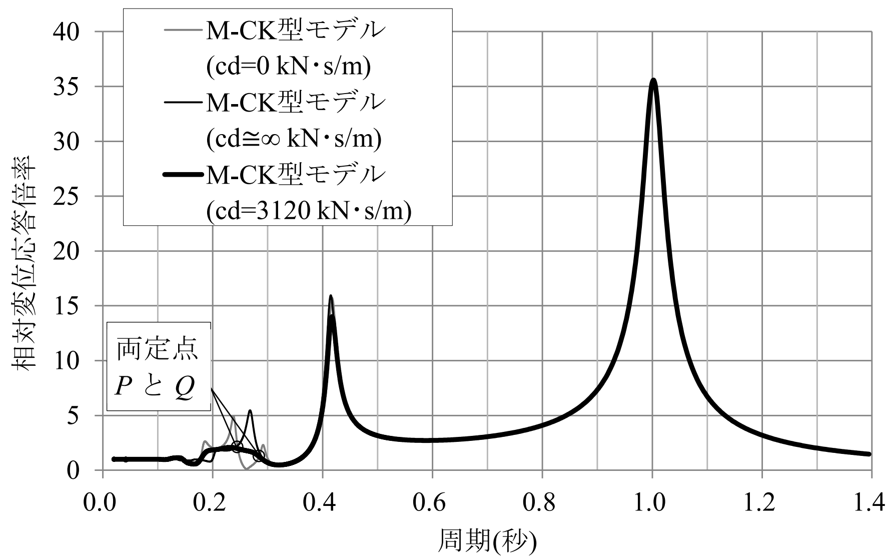


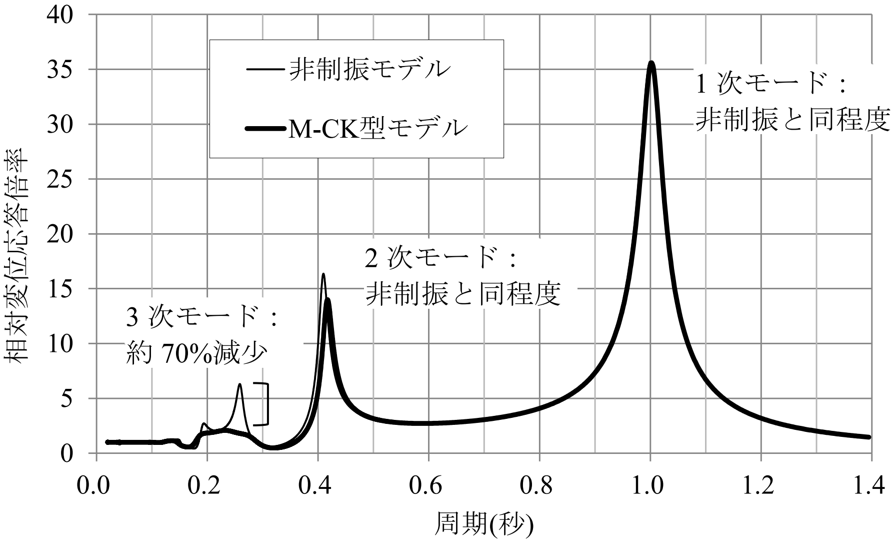
図 3-16 M-CK 型の刺激関数のイメージ図(3 次モード制御)

図 3-17 に解析モデルの 10 層目の共振曲線(相対変位応答倍率)を示す。内部粘性減衰はレーリー型減衰でh_1，h_2を 0.02 とした。M-CK 型は、共振曲線の 3 次モードの周期域から、$c_d = 0(kN \cdot s/m)$の場合に明確な 2 つのピークが存在し、$c_d = 3{,}120(kN \cdot s/m)$の場合に 3 次モードの応答倍率が最適化されていることが見受けられる。M-CK 型の最適設計式は、多質点系モデルに対しても適用が可能であることが確認できる。

なお、非制振時の応答倍率に対して、M-CK 型はモード同調した 3 次モードで約 70％減少されている。一方、1 次モードおよび 2 次モードの応答倍率においては、非制振モデルと同程度であり、制振効果が見受けられない。



(a)　M-CK 型の共振曲線



(b)　非制振と M-CK 型の比較

図 3-17　解析モデルの 10 層目の共振曲線(3 次モード制御)

表 3-12 に M-CK 型の目標h_{opt}、γ_mおよび最適諸元、表 3-13 に複素固有値解析結果、図 3-18 に 10 層目の共振曲線を示す。なお、前述のとおり、M-CK 型では減衰定数h_{jDM}を目標h_{opt}とすることで最適減衰を判断している。複素固有値解析結果および共振曲線より、高次モードに対しても M-CK 型の最適設計式による設計が可能であり、応答低減効果が確認できる。

なお、M-CK 型を用いた 1 次モード制御では、副次的に高次モードへの減衰付与が確認できるが、2 次又は 3 次モード制御では、低次モードへの減衰付与が見受けられない。

その理由は、3.2 節で示した M-CK 型の周波数依存性に起因していると考えられる。同調モードの周期より短い周期領域（高次モードの範囲）において、ばね部が作動するため、並列したc_dの効果があるが、同調モードの周期より長い周期領域（低次モードの範囲）においては、ばね部が作動しなくなるため、並列したc_dの効果が薄れることを示している。

表 3-12　M-CK 型の目標値および最適諸元

制御モード	目標 $h_{opt,j}$	目標 $_j\gamma_m$	$_jT_\infty$(s)	m_d (ton)	c_d (kN・s/m)	k_d (kN/m)
1 次	0.10	0.074	1.037	2,000	8,100	106,000
2 次	0.10	0.074	0.423	380	4,330	125,000
3 次	0.10	0.074	0.268	160	3,120	128,000

表 3-13　M-CK 型の複素固有値解析結果（内部粘性減衰除く）

1 次モード制御			2 次モード制御			3 次モード制御		
モード	T_j(s)	h_j	モード	T_j(s)	h_j	モード	T_j(s)	h_j
1 次	1.093	0.062	1 次	1.006	0.000	1 次	1.002	0.000
D.M.1 次	0.923	0.100	2 次	0.442	0.058	2 次	0.415	0.003
2 次	0.396	0.022	D.M.2 次	0.375	0.100	3 次	0.277	0.054
3 次	0.249	0.025	3 次	0.249	0.030	D.M.3 次	0.235	0.100
4 次	0.181	0.027	4 次	0.182	0.027	4 次	0.181	0.042

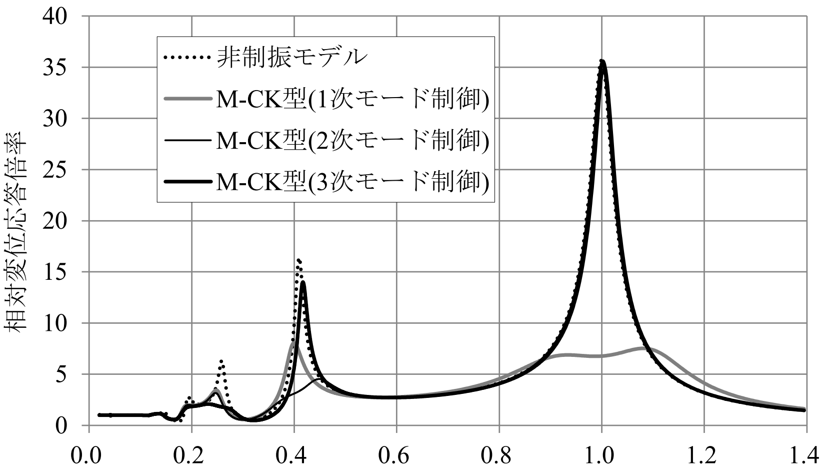


図 3-18　解析モデルの 10 層目の共振曲線(1～3 次モード制御)

3.5.2 M-CK 型の最適設計式の適用範囲

本検討では、3.5.1 節の解析モデルを用いて、M-CK 型の最適設計式の適用範囲を示す。図 3-19 に非制振モデルの層および層間刺激関数のイメージ図を示す。

ここで、1 次モード制御用の M-CK 型を 5 層目、又は 8 層目に配置し、1 層目設計時と同様にh_{opt}＝0.10とし、最適設計を行った。表 3-14、表 3-15 に最適設計諸元および複素固有値解析結果を示す。

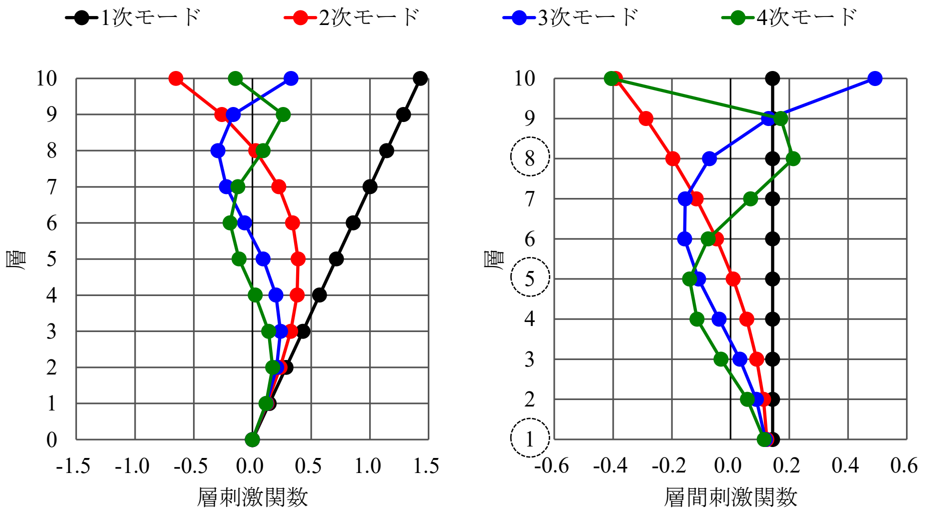


図 3-19 非制振モデルの層および層間刺激関数のイメージ図

表 3-14 各解析モデルの目標値および M-CK 型の諸元

解析モデル	配置場所	T_0 (s)	T_∞ (s)	γ_m	h_{opt}	m_d (ton)	c_d (kN･s/m)	k_d (kN/m)
M-CK 型 1 層目	1 層	1.000	1.036	0.074	0.100	2,000	8,100	106,000
M-CK 型 5 層目	5 層	1.000	1.036	0.074	0.100	1,860	8,400	104,600
M-CK 型 8 層目	8 層	1.000	1.036	0.074	0.100	1,460	11,100	105,500

表 3-15 各解析モデルの複素固有値解析結果

	M-CK 型 1 層目			M-CK 型 5 層目			M-CK 型 8 層目		
モード	T_j(s)	h_j	$\bar{\eta}_j$	T_j(s)	h_j	$\bar{\eta}_j$	T_j(s)	h_j	$\bar{\eta}_j$
1 次	1.093	0.062	0.50(1.00)	1.087	0.061	0.51(1.00)	1.066	0.049	0.63(1.00)
D.M.1 次	0.923	0.100	0.41 (0.81)	0.925	0.100	0.37(0.72)	0.919	0.100	0.25 (0.40)
2 次	0.396	0.022	0.99	0.408	0.000	1.00	0.382	0.030	0.97
3 次	0.249	0.025	1.00	0.252	0.013	1.00	0.256	0.003	1.00
4 次	0.181	0.027	1.00	0.179	0.026	0.99	0.172	0.019	0.99

※複素固有値解析は、主系の内部粘性減衰を除いている。

※$\bar{\eta}$の括弧内の数値は$\bar{\eta}_1$に対する$\bar{\eta}_{1DM}$の比率である。

$$\bar{\eta}_j = \frac{{}_jM}{{}_jM + {}_jM_{DM}}, \quad {}_jM = \beta_j \boldsymbol{r}_j^T [M] \beta_j \boldsymbol{r}_j, \quad {}_jM_{DM} = \beta_j \boldsymbol{r}_j^T [M_{DM}] \beta_j \boldsymbol{r}_j \tag{3.50}$$

表 3-15 に示す係数$\bar{\eta}_j$は D.M.による各モードの入力低減率 [3-10]であり、式(3.50)のように定義されている。ここで、表記jはモード次数、${}_jM$は広義質量、${}_jM_{DM}$は広義 D.M.質量、$[M]$は構造体の質量マトリクス、$[M_{DM}]$は D.M.のみの質量マトリクス、$\beta_j \boldsymbol{r}_j$は変位刺激関数 [3-8]である。最適設計時の 1 次モードと D.M.モードの$\bar{\eta}$を足し合わせると、1 に近い数値であり、原構造の 1 次モードの振動成分が D.M.によって、M-CK 型モデルの 1 次モードと D.M.モードに分配されると解釈できる。また、括弧内の数値は 1 次モードに対する D.M.モードの$\bar{\eta}$の比率であり、1 層目配置では 0.8、5 層目配置では 0.7、8 層目配置では 0.4 であり、上層部ほど$\bar{\eta}$の比率が小さくなることが確認できる。

図 3-20 に各解析モデルの 10 層目の共振曲線を示す。1 層目、5 層目配置では 1 次モードの応答倍率が最適化されているが、8 層目配置では突出したピークが観察できる。その原因が$\bar{\eta}$の比率差に起因すると考えられる。$\bar{\eta}$の比率は刺激関数の比率でもあり、応答倍率との関係性があることが分かる。そのため、最適設計式の適用は、目標制御モードに対する D.M.モードの$\bar{\eta}$の比率による判断が可能であり、その数値は過小にならないように、0.7～1.3 程度であれば近似解として扱える。また、M-CK 型を 8 層目に配置した場合においても、応答低減効果が確認されるため、実設計上には差し支えない程度であると考えられる。

なお、各解析モデルの粘性減衰定数の結果から、M-CK 型の集中配置の場合において、非制振モデルの層間刺激関数から、付与減衰が最大となる配置箇所が簡易に判断できる。

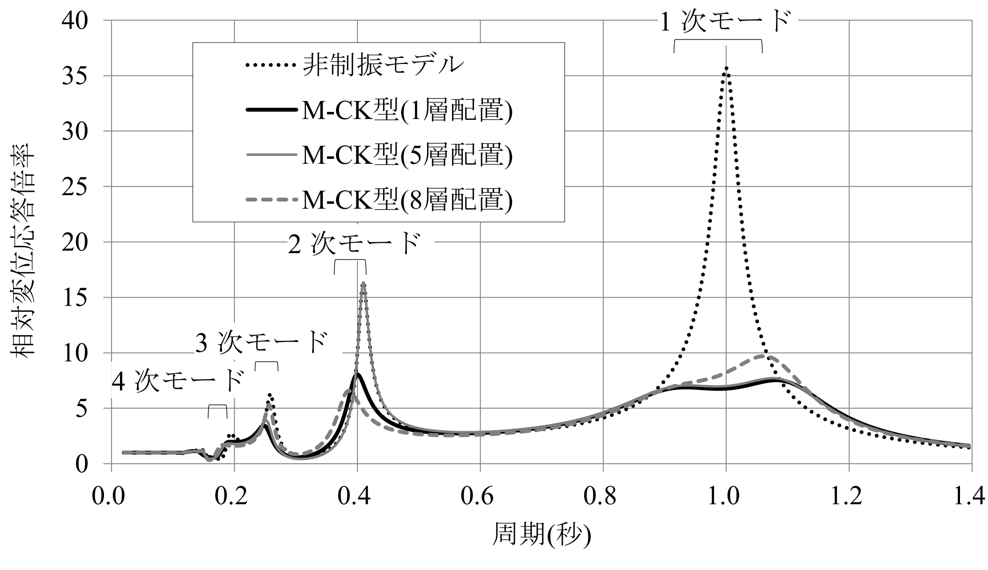


図 3-20 各解析モデルの 10 層目の共振曲線

3.6 M-CK 型 1 次モード制御による高次モード付与減衰の推定

前節では、M-CK 型を用いたモード同調制御において、目標制御対象モードより周期が短い高次モードに減衰付与が可能であることを示した。高次モードの付与減衰効果を活用すれば、より高性能な制振構造の構築が可能であると考えられる。

本節では、M-CK 型 1 次モード制御による高次モードへの減衰付与を、非制振時の諸元を用いて推定できる評価式の作成を試みる。前節に示した 10 層せん断モデルを用いて、M-CK 型 1 次モード制御の目標粘性減衰定数h_{opt}及び配置層を変更してそれぞれ最適設計を行い、その際の高次モード減衰定数の変化傾向を確認する。また、2.4 節と同様に、解析モデルの剛性分布のみを変更し、剛性を同一、または台形分布とした 5 ケースを用いて検討を行う。

表 3-16 に検討概要、表 3-17 に非制振時の固有値結果、図 3-21 に非制振時の層間刺激関数$\overline{\beta_j r_{n,j}}$の絶対値を示す。なお、前節より、最適設計式の適用は 1 次モードの入力低減率η_1に対する D.M.モードの入力低減率η_{DM}の比率(η_{DM}/η_1)による判断が可能であり、上層部ほど最適設計式の適用外となる傾向にあることが確認されている。そこで、本検討では、上層部 8~10 層の配置ケースは除くものとして検討を行う。

表 3-16　検討概要

制御モードi	推定モードj	目標h_{opt}	配置層n
1 次	2~4 次	1~10% (1%刻み)	1~7 層 (単層配置)

表 3-17　各解析モデルの固有値結果

次数j	剛性同一モデル		台形 1：2 モデル		台形 1：3 モデル	
	T_j(s)	ω_j/ω_1	T_j(s)	ω_j/ω_1	T_j(s)	ω_j/ω_1
1	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000
2	0.336	2.978	0.361	2.770	0.377	2.655
3	0.205	4.889	0.222	4.514	0.233	4.299
4	0.149	6.691	0.162	6.160	0.171	5.846

次数j	台形 1：4 モデル		台形 1：5 モデル	
	T_j(s)	ω_j/ω_1	T_j(s)	ω_j/ω_1
1	1.000	1.000	1.000	1.000
2	0.388	2.574	0.398	2.511
3	0.241	4.145	0.249	4.021
4	0.178	5.620	0.184	5.444

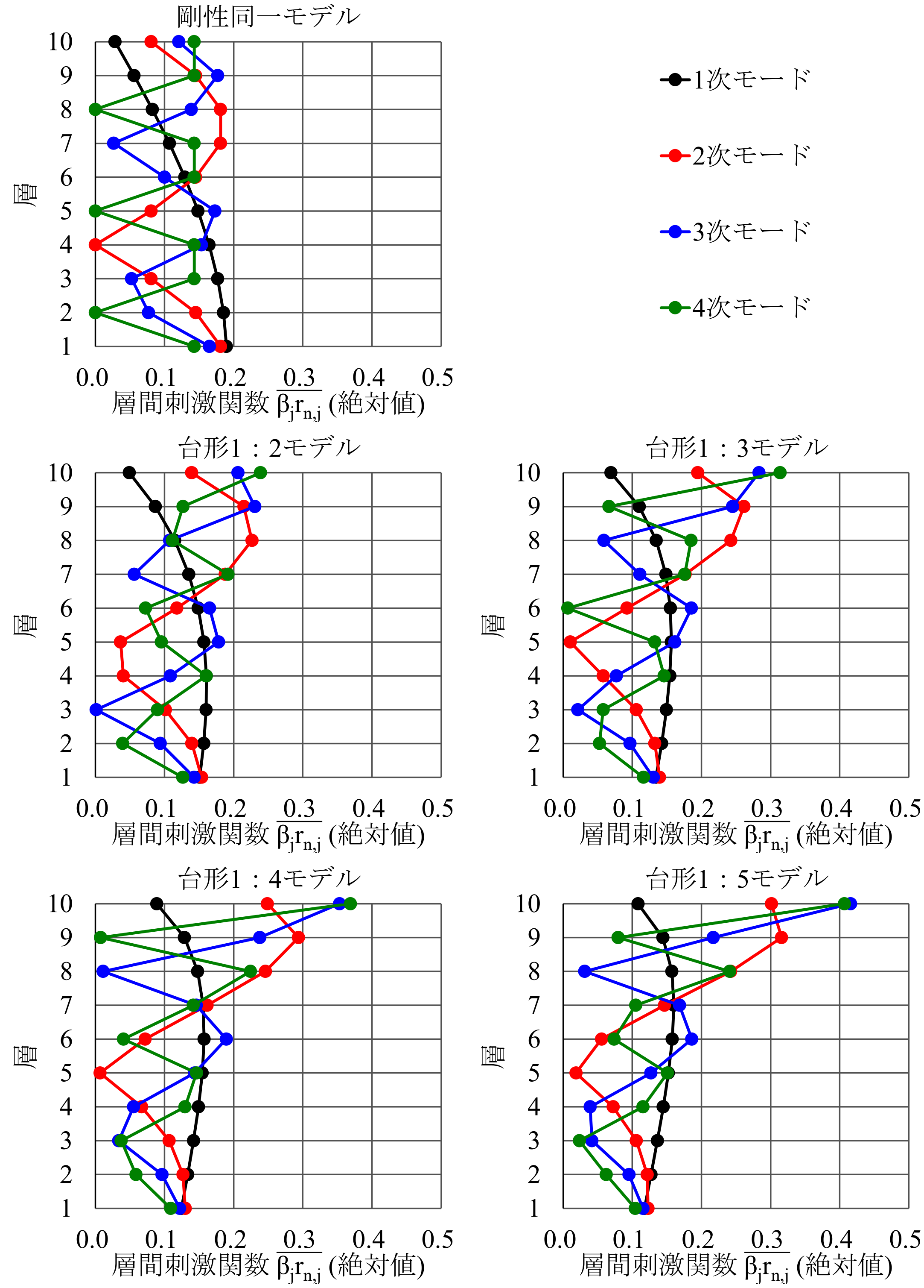


図 3-21　各解析モデルの層間刺激関数

一般的な剛性比例型減衰といった比例減衰系では、1 次モードの減衰定数を与えて決め、高次モードと 1 次モードの振動数比により、高次モードの減衰定数は比例して増加する。これに鑑み、付与減衰の推定においては、振動数比は一つ重要な要素であると考えられる。また、本検討は、建築物モデルに制振装置を集中的に配置する非比例減衰系の検討であり、振動数比の他に、制振装置の配置層の違いによる減衰付与傾向と層によって異なる値である層間刺激関数との関係性を探る。次に、前述した非比例減衰系のモデルを対象に統計的処理を行い、推定モードに関する付与減衰の推定式を作成する。ここで、最適設計時の高次モード減衰定数の変化傾向を図 3-22 に示す。

なお、横軸は非制振時の振動数比(ω_j/ω_1)と層間刺激関数比$(\overline{\beta_j r_{n,j}}/\overline{\beta_1 r_{n,1}})$の二乗の積とし、$j$は推定モードのモード次数、$n$は配置層とする。また、層間刺激関数比は絶対値とし、それぞれ制御対象の 1 次モードに対する推定対象の高次モードの比率を表している。推定モード、剛性分布および配置層にかかわらず、目標粘性減衰定数h_{opt}ごとにおおむね線形的な傾向があることが見受けられる。

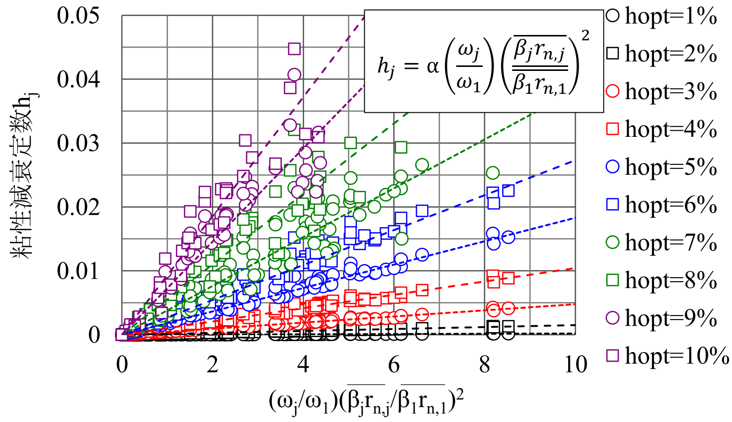


図 3-22　高次モード減衰定数の変化傾向

また、目標粘性減衰定数h_{opt}の増加に応じてその傾きαが大きくなり、図 3-23 に傾きαと目標粘性減衰定数h_{opt}の関係を示す。この傾向を踏まえ、高次モード減衰定数の推定式を式(3.51)に示す。

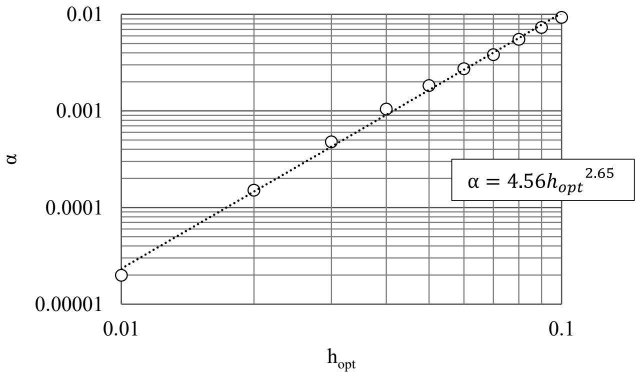


図 3-23　$\alpha - h_{opt}$関係

$$h_j = 4.56\left(\frac{\omega_j}{\omega_1}\right)\left(\frac{\overline{\beta_j r_{n,j}}}{\overline{\beta_1 r_{n,1}}}\right)^2 h_{opt}{}^{2.65} \tag{3.51}$$

式(3.51)より、目標粘性減衰定数h_{opt}または推定モードの層間刺激関数$\beta_j r_{n,j}$が大きければ、推定モードの付与減衰が大きくなることが分かる。

なお、式(3.51)は M-CK 型の単層配置によって求めた減衰推定式である。ここで、N'を M-CK 型の配置層数、N をモデル層数、N'/N を配置比とし、M-CK 型の配置層の層間刺激関数の合計値とを用いれば、複層配置に拡張した MC-K 型高次モード制御低次モード減衰推定式を式(3.52)のように表せる。n は D.M.同調システムの配置層とし、j を推定モードのモード次数とする。なお、αは配置比による補正係数であり、その導出詳細については次節に示す。

$$h_j = 4.56\alpha\left(\frac{\omega_j}{\omega_1}\right)\left(\frac{\sum\overline{\beta_j r_{n,j}}}{\sum\overline{\beta_1 r_{n,1}}}\right)^2 h_{opt,1}{}^{2.65} \tag{3.52}$$

ここで、$\alpha = -\frac{q}{p^2}\left(h_{opt,1} - p\right)^2 + q + 1$

配置比 N'/N	p	q
$0.0 < N'/N \leq 0.2$	$p = 0.41 \cdot N'/N$	$q = 1.68 \cdot N'/N$
$0.2 < N'/N \leq 0.3$	$p = 0.082$	$q = 1.68 \cdot N'/N$
$0.3 < N'/N \leq 0.5$	$p = 0.082$	$q = 0.504$

h_j	:	推定 j 次モードの粘性減衰定数
$h_{opt,1}$	:	1 次モードの目標粘性減衰定数
$\frac{\omega_j}{\omega_1}$	:	振動数比（推定 j 次モードの固有円振動数／1 次モードの固有円振動数）
$\frac{\sum\overline{\beta_j r_{n,j}}}{\sum\overline{\beta_1 r_{n,1}}}$	:	層間刺激関数比（推定 j 次モード配置層の層間刺激関数の合計値／1 次モード配置層の層間刺激関数の合計値）

3.7 高次モード付与減衰の推定式の適用性確認

本節では、4 章に示す振動実験用の 8 層せん断モデルを用いて、固有周期や層数が異なる解析モデルに対しての、M-CK 型高次モード付与減衰推定式の適用性を確認する。ここで、N' を D.M.同調システムの配置層数、N をモデル層数、N'/N を配置比と定義する。なお、8 層せん断モデルは、超高層建築物の振動形状を模擬し、1 次モードの固有周期を 3 秒程度としている。表 3-18 に非制振時の諸元および固有値結果、図 3-24 に層および層間刺激関数を示す。本検討では、1 層目（配置比 10%）に M-CK 型を配置した場合、又は 1-2 層の複層間（配置比 20%）に M-CK 型を配置した場合の 2 ケースを用いて、1 次モード同調制御の最適設計を行う。なお、目標粘性減衰定数は $h_{opt}=0.10$としている。

表 3-18　非制振時の諸元および固有値結果

層	質量 (ton)	初期剛性 (kN/m)
8	1.1	79.5
7	1.0	91.2
6	1.0	105.5
5	1.0	113.0
4	1.0	127.1
3	1.0	136.8
2	1.0	145.4
1	1.0	157.3

次数j	固有周期 T_j(s)	ω_j/ω_1
1	3.000	1.000
2	1.090	2.753
3	0.674	4.453
4	0.497	6.040
5	0.407	7.371
6	0.351	8.546
7	0.314	9.556
8	0.280	10.708

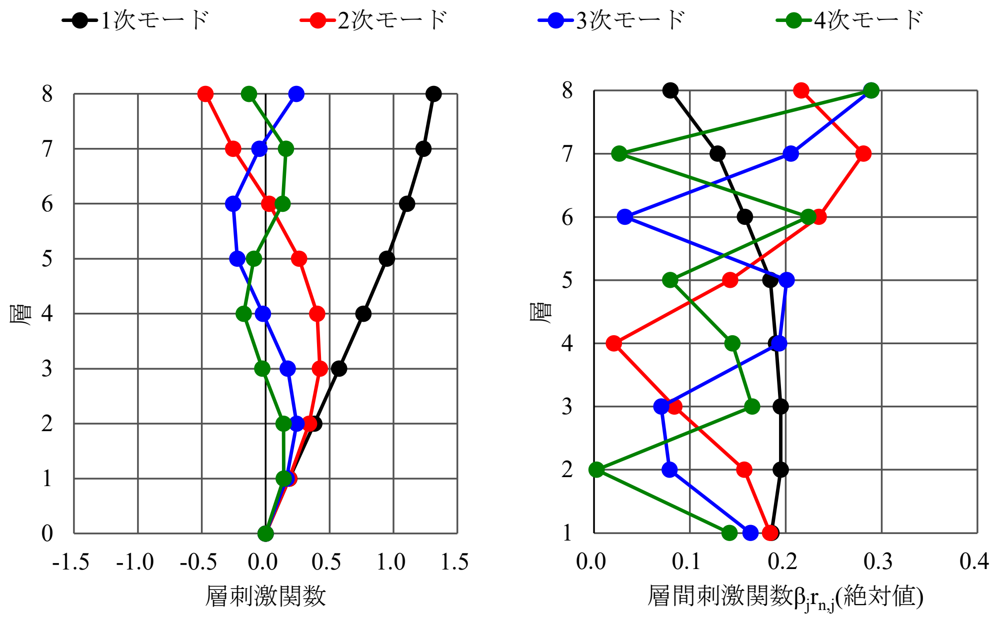


図 3-24　非制振時の刺激関数

ここで、M-CK 型の最適設計式を用いて、1 次モード制御 1 層配置の設計例の設計手順を①～④に示す。

①目標減衰定数h_{opt}を 0.10 と設定し、表 3-9 の最適減衰式より目標の質量比${}_1\gamma_m$を求める。次に、質量比${}_1\gamma_m$の式により ${}_1T_\infty$が計算できる。

$$h_{opt} \cong 0.5\sqrt{\frac{{}_1\gamma_m({}_1\gamma_m+1)}{2}} \rightarrow {}_1\gamma_m = \frac{-1+\sqrt{1+32h_{opt}^2}}{2} = \frac{-1+\sqrt{1+32\times 0.10^2}}{2} = 0.074$$

$${}_1\gamma_m = \left(\frac{{}_1T_\infty}{{}_1T_0}\right)^2 - 1 \quad \rightarrow \quad {}_1T_\infty = {}_1T_0\sqrt{{}_1\gamma_m+1} = 3.0\times\sqrt{0.074+1} = 3.11s$$

②複素固有値解析により、$c_d = \infty$の状態で、上記で計算された${}_1T_\infty$を満足するように、m_dを決定する。

$c_d = \infty$、$m_d = 11.0$ tonの時、複素固有値解析結果より、${}_1T_\infty = 3.11$s になる。

モード	周期 T(s)
1 次	3.111
2 次	1.623
3 次	0.946
4 次	0.607
5 次	0.455
6 次	0.378
7 次	0.329
8 次	0.291

③複素固有値解析により、$c_d = 0$の状態で、表 3-9 の最適同調式を満足するように、k_dを決定する。

$c_d = 0$、$m_d = 11.0$ ton、$k_d = 59.4$kN/mの時、複素固有値解析結果より、最適同調式を満足している。

モード	周期 T(s)
1 次	3.435
D.M.1 次	2.717
2 次	1.058
3 次	0.657
4 次	0.486
5 次	0.400
6 次	0.346
7 次	0.309
8 次	0.276

$${}_1T_\infty = T_{0,1}\times T_{0,1DM}/{}_1T_0 = 3.435\times 2.717/3.000 = 3.111s$$

④複素固有値解析により、目標制御対象モードの減衰定数$h_{1,DM}$が 0.10 程度となるように、c_dの値を決定する。

$c_d = 12.7$、$m_d = 11.0$ ton、$k_d = 59.4$kN/mの時、複素固有値解析結果より、目標減衰定数$h_{opt} = 0.10$を満足している。

モード	周期 T(s)	減衰定数 h
1 次	3.304	0.065
D.M.1 次	2.768	0.100
2 次	1.052	0.031
3 次	0.647	0.037
4 次	0.473	0.041
5 次	0.385	0.039
6 次	0.343	0.214
7 次	0.330	0.026
8 次	0.290	0.020

$$h_{opt} = h_{1,DM} \cong 0.10$$

図 3-25 に M-CK 型の刺激関数のイメージ図を示す。3.5.1 節 3.5.1 (1)で検討した設計例と同様に、最適減衰時においては、1 次モードと D.M.1 次モードの刺激関数の虚数部は、ほぼ逆位相になっていることが確認できる。

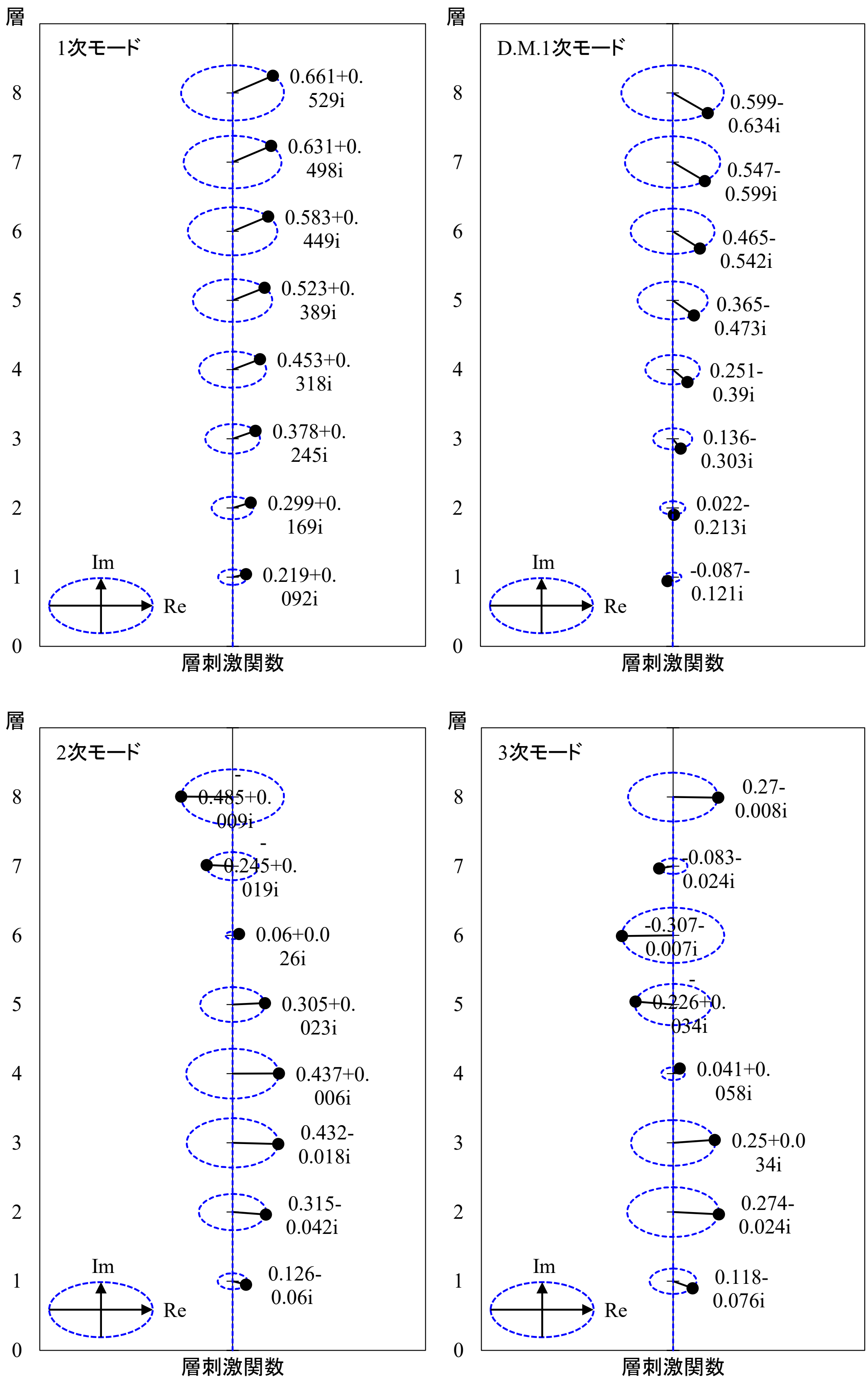
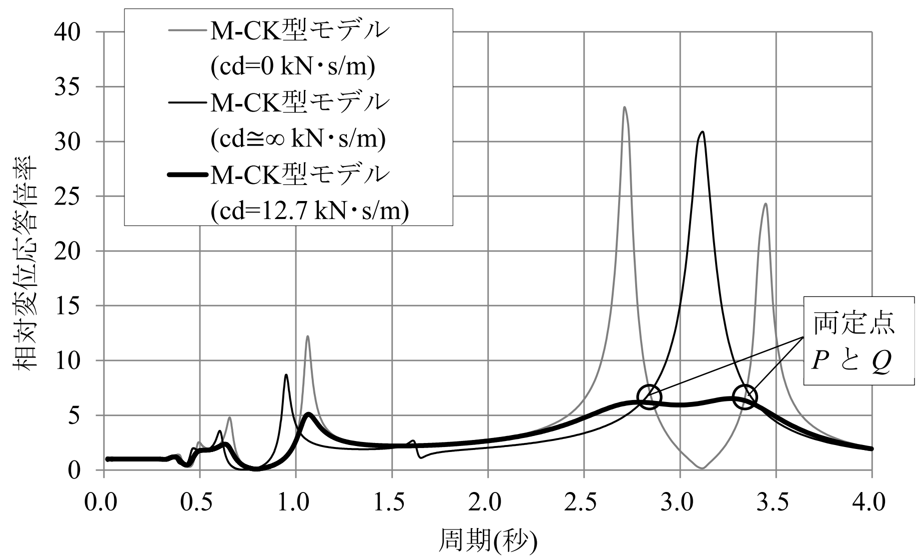


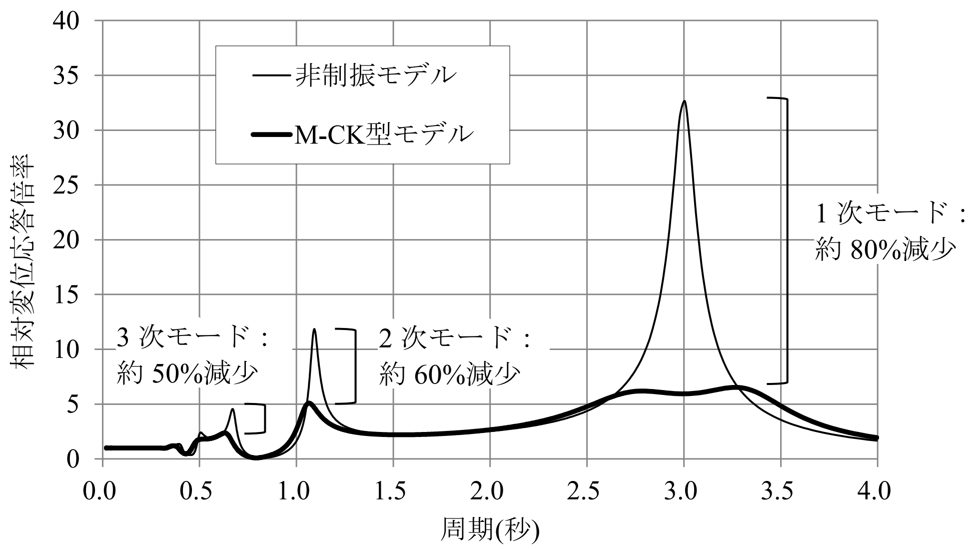
図 3-25　M-CK 型の刺激関数のイメージ図(1 次モード制御 1 層配置)

図 3-26 に 1 次モード制御 1 層配置の 8 層目の共振曲線(相対変位応答倍率)を示す。内部粘性減衰はレーリー型減衰でh_1，h_2を 0.02 とした。M-CK 型は、共振曲線の 1 次モードの周期域から、$c_d = 0(kN \cdot s/m)$の場合に明確な 2 つのピークが存在し、$c_d = 12.7(kN \cdot s/m)$の場合にそれぞれの応答倍率が同程度であり、1 次モードの応答倍率が最適化されていることが見受けられる。M-CK 型同調システムの多質点モデルの最適設計式は、多質点系モデルに対しても適用が可能であることが確認できる。

なお、非制振時の応答倍率に対して、M-CK 型は 1 次モードで約 80%、2 次モードで約 60%、1 次モードで約 50%減少されている。モード同調した 1 次モードのみならず、高次モードに対しても応答制御の有効性も確認できる。



(a)　M-CK 型の共振曲線



(b)　非制振と M-CK 型の比較

図 3-26　解析モデルの 8 層目の共振曲線(1 次モード制御 1 層配置)

次に、1 次モード制御 1-2 層配置時の検討結果を示す。図 3-27 に M-CK 型の刺激関数のイメージ図を示す。1 次モード制御 1 層配置時の設計例と同様に、最適減衰時においては、1 次モードと D.M.1 次モードの刺激関数の虚数部は、ほぼ逆位相になっていることが確認できる。図 3-28 に 1 次モード制御 1-2 層配置時の 8 層目の共振曲線を示す。非制振時の応答倍率に対して、M-CK 型は 1 次モードで約 80%、2 次モードで約 60%、3 次モードで約 60%減少されている。モード同調した 1 次モードのみならず、高次モードに対しても応答制御の有効性も確認できる。

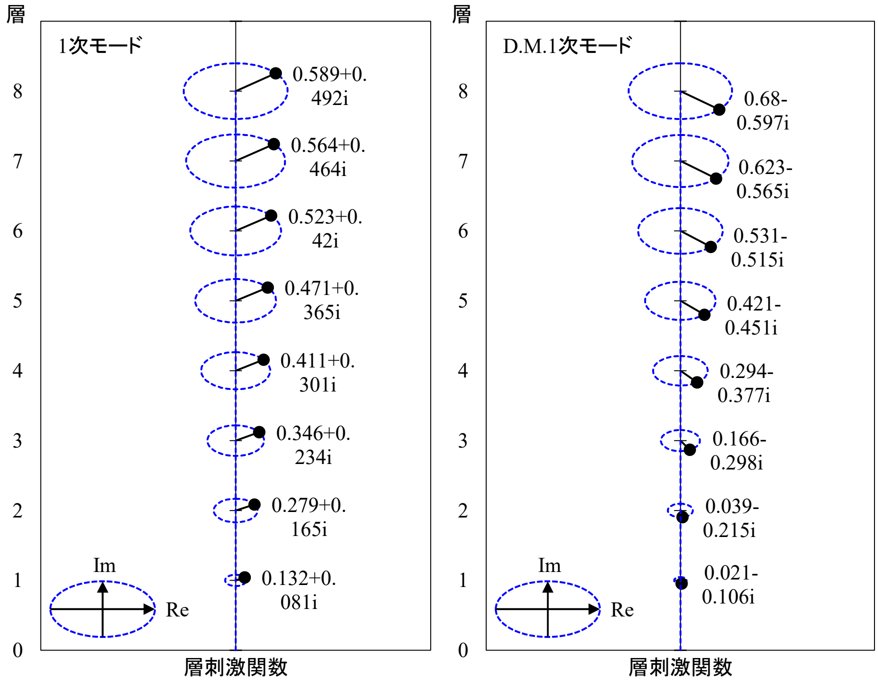


図 3-27　MC-K 型の刺激関数のイメージ図(1 次モード制御 1-2 層配置)

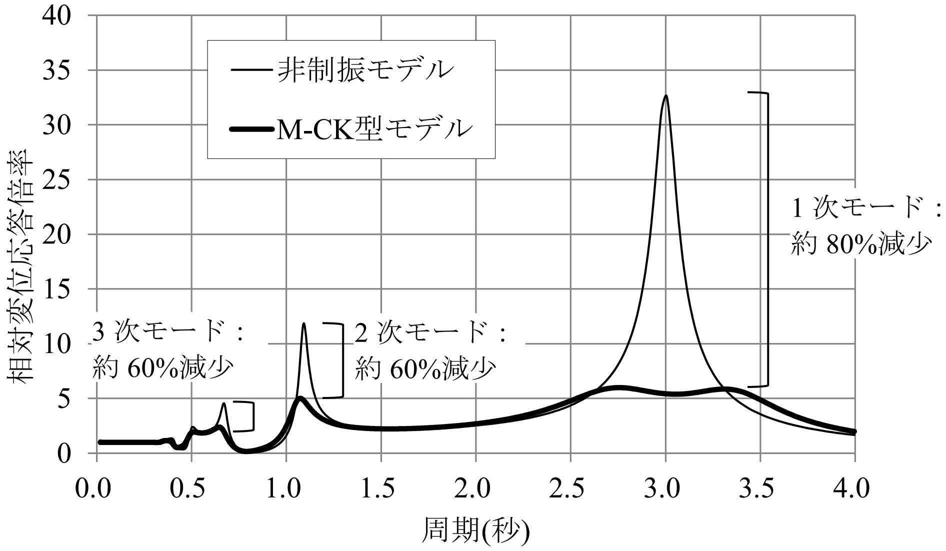


図 3-28　解析モデルの 8 層目の共振曲線(1 次モード制御 1-2 層配置)

表 3-19 に M-CK 型の目標h_{opt}, γ_mおよび最適諸元、表 3-20 に複素固有値解析結果、表 3-21 に推定値と解析値の比較を示す。なお、前述のとおり、M-CK 型では減衰定数h_{jDM}を目標h_{opt}とすることで最適減衰を判断している。表 3-20 より、M-CK 型 1 次モード制御では高次モードにも減衰付与が確認できる。また、表 3-21 より、8 層せん断モデルにおいても 1 層配置では、解析値と推定値の減衰定数がよい対応をしており、式(3.51)は固有周期および層数にかかわらず使用可能であることが確認できる。

このように、減衰付与の効果は、主系の固有周期および層数によらず、主系の振動数比および層間刺激関数比に依存していると考えられる。その理由として、振動数比および層間刺激関数比は建築物の質量分布および剛性分布によって決まる値であり、分布傾向が同一であれば解析モデルの固有周期によらないと推測できる。

1 層配置では、解析値と推定値がよい対応しているものの、1-2 層配置では、推定精度が低下していることが確認できる。したがって、M-CK 型の複層配置では、推定精度向上のため、配置比 N'/N による補正式を追加する必要があると考えられる。

表 3-19　D.M.同調システムの目標値および最適諸元

システム	配置層	目標 h_{opt}	目標 γ_m	T_∞ (s)	m_d (ton)	c_d (kN・s/m)	k_d (kN/m)
M-CK 型 1 次制御	1 層	0.10	0.074	3.110	11.0	12.7	59.4
	1-2 層	0.10	0.074	3.110	6.10	5.20	28.0

表 3-20　複素固有値解析結果（内部粘性減衰除く）

1 層配置			1-2 層配置		
次数	T_j(s)	h_j	次数	T_j(s)	h_j
1 次	3.304	0.066	1 次	3.352	0.070
D.M.1 次	2.768	0.100	D.M.1 次	2.761	0.100
2 次	1.052	0.031	2 次	1.060	0.033
3 次	0.647	0.037	3 次	0.662	0.032
4 次	0.473	0.041	4 次	0.491	0.026

表 3-21　推定値と解析値の比較

1 層配置

次数j	ω_j/ω_3	$\beta_j r_{1,j}/\beta_1 r_{1,1}$	推定h_j	解析h_j
1	1.000	1.000	-	0.100
2	2.753	0.992	0.028	0.031
3	4.453	0.881	0.035	0.037

1-2 層配置

次数j	ω_j/ω_3	$\sum\beta_j r_{n,j}/\sum\beta_3 r_{n,3}$	推定h_j	解析h_j
1	1.000	1.000	-	0.100
2	2.753	0.992	0.023	0.033
3	4.453	0.881	0.018	0.032

M-CK 型の複層配置の推定精度を向上させるため、ここで、M-CK 型 1 次モード制御高次モード推定式における、配置比 N'/N による補正式を作成する。2.4 節に示したモデルを用いて、配置比 N'/N を変更した際の推定精度の変化傾向を確認する。また、1 次モードの固有周期および各層質量は変更せず、剛性分布を同一、または台形分布 1 : 2〜1 : 5、モデル層数を 10〜40 層としたモデルを追加し、計 20 種の解析モデルを用いて同様の検討を行う。ここで、表 3-22 に検討概要を示す。

表 3-22　検討概要

モデル層数 N	推定モード j	目標 $h_{opt,1}$	配置比 N'/N
10～40 層 (10 層刻み)	2~3 次	1~12% (1%刻み)	10～50% (10%刻み)

図 3-29 に目標粘性減衰定数$h_{opt,1} = 0.08$による配置比N'/Nを変更した際の推定精度の変化傾向を示す。配置比に応じて、推定精度が変化していることが確認できる。

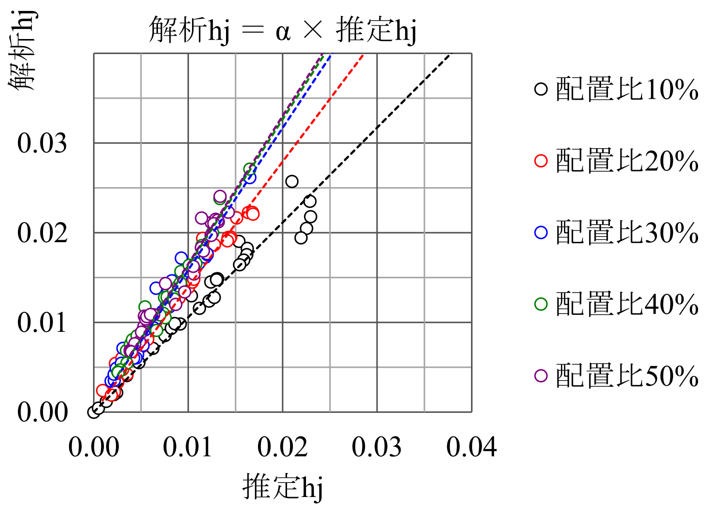


図 3-29　配置比による変化傾向($h_{opt,1} = 0.08$)

配置比毎に生じる傾き α と目標粘性減衰定数 $h_{opt,1}$ の関係を図 3-30 に示す。$h_{opt,1}$ に応じて、配置比毎にそれぞれ二次関数的な傾向があることが確認でき、この際に求まる変数 a,b と配置比との関係を確認する。

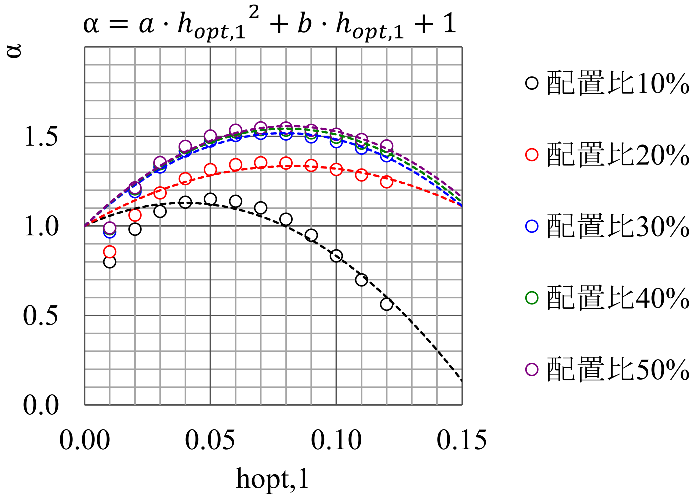


図 3-30　$\alpha - h_{opt,1}$ 関係

変数 a,b と配置比との関係を確認する際、二次関数式を式(3.53)のように変形し、p,qと配置比との関係を図 3-31 に示す。p,qそれぞれ、配置比 N'/N の小さい範囲では配置比に応じて比例倍に増加し、配置比がある程度大きくなると概ね一定値になることが確認できる。

$$\alpha = -\frac{q}{p^2}\left(h_{opt,1} - p\right)^2 + q + 1 \tag{3.53}$$

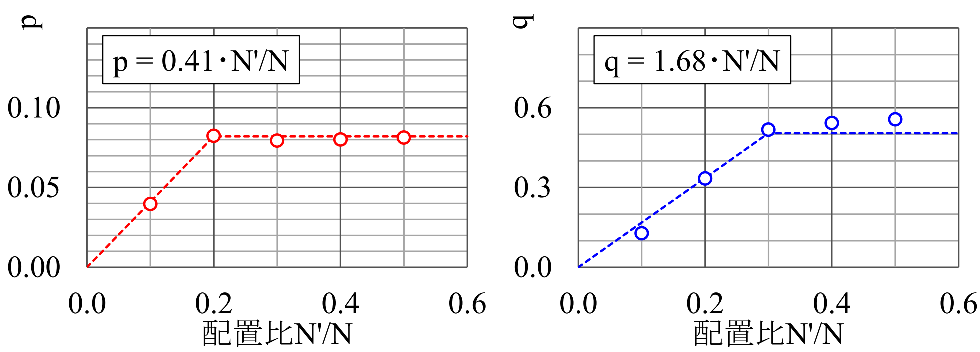


図 3-31　$p,q - N'/N$ 関係

以上の傾向を踏まえて、式(3.52)に式(3.53)を導入した M-CK 型 1 次モード制御高次モード推定式を式(3.54)に、配置比 N'/Nと p,q の関係をまとめたものを表 3-23 に示す。

$$h_j = 4.56\alpha \left(\frac{\omega_j}{\omega_1}\right)\left(\frac{\sum \overline{\beta_j r_{n,j}}}{\sum \overline{\beta_1 r_{n,1}}}\right)^2 h_{opt,1}{}^{2.65} \tag{3.54}$$

表 3-23　配置比 N'/N と p,q の関係

配置比 N'/N	p	q
$0.0 < N'/N \le 0.2$	$p = 0.41 \cdot N'/N$	$q = 1.68 \cdot N'/N$
$0.2 < N'/N \le 0.3$	$p = 0.082$	
$0.3 < N'/N \le 0.5$		$q = 0.504$

表 3-21 に示した M-CK 型における配置比 25.0%の比較結果を用いて、式(3.54)に示す M-CK 型 1 次モード制御高次モード推定式の補正前と補正後の推定精度を検証する。表 3-24 に解析値と補正後の推定値の比較を示す。補正式を追加することで推定精度が向上していることが確認できる。

表 3-24　推定値と解析値の比較

1-2 層配置（$N'/N = 0.250 \cdot \alpha = 1.400$）

次数j	$\frac{\omega_j}{\omega_3}$	$\frac{\sum\overline{\beta_j r_{n,j}}}{\sum\overline{\beta_3 r_{n,3}}}$	推定h_j		解析h_j
			補正前	補正後	
1	1.000	1.000	-	-	0.100
2	2.753	0.992	0.023	0.032	0.033
3	4.453	0.881	0.018	0.026	0.032

3.8 まとめ

本章では、M-CK 型によるモード同調制御の最適設計式を示すと共に、多質点系の解析モデルに対して、M-CK 型を用いたモード同調制御の設計方法およびモード同調制御による高次モード付与減衰の効果を示し、それらの付与減衰を推定できる評価式ついて述べた。

まず、M-CK 型の応答特性を示した。2 章と同様な検討手順で M-CK 型の単体配置時の解析モデルを用いて、調和変位に対する変形増幅率を求め、周波数領域における同調システムの応答性能を確認した。M-CK 型のダンパー変形増幅率の関係から、M-CK 型を用いた多質点系モデルでは、同調モードの周期より短い周期領域（高次モードの範囲）において、ダンパーが作動するため、c_dの効果があり、同調モードの周期より長い周期領域（低次モードの範囲）においては、ダンパーが作動しなくなるため、c_dの効果が薄れると確認できた。

次に、定点理論および複素固有値問題に基づき、M-CK 型の最適設計式（最適同調式、最適減衰式）を提案した。MC-K 型と同様に、最適設計式は、固有値の関係式としてまとめているため、複素固有値解析を用いれば、最適設計式を満足することで、簡易に制振装置の最適諸元を求めることができる。

また、多質点系モデルへの適用方法を示した。本論文で提案する最適設計式は、複素固有値解析を基本としている。MC-K 型と同様に、最適同調式および最適減衰式は、いずれも固有周期の関係式であるため、固有ベクトルの直交性の性質を利用することで、多質点系の解析モデルに対しても、近似解として適用できる。参考文献[3-10]に示すモードの入力低減率ηを用いることで、M-CK 型の最適設計式の適用範囲を示した。

多質点系の解析モデルに対して、M-CK 型を用いた 1 次モード制御では、副次的に高次モードにも減衰付与が見受けられるが、2 次もしくは 3 次モード制御では、低次モードに減衰付与が見受けられない。前述した M-CK 型の周波数依存性に起因していると判断できる。高次モードの付与減衰効果を活用すれば、より高性能な制振構造の構築が可能であると考えられる。そこで、本章では、M-CK 型の 1 次モード制御による高次モードの減衰付与の推定式を作成し、その適用性を示した。

推定モードに関する付与減衰の推定式は、統計的処理を行うことで作成しているが、その中の振動数比および層間刺激関数比は重要な要素であり、両者ともに建築物の質量分布および剛性分布によって決まる値である。予備設計として、非制振モデルの固有値結果を用いれば、他のモードに付与される粘性減衰が推定できるため、設計の自由度の向上が期待できる。

なお、推定式によれば、M-CK 型 1 次モード制御による高次モードへの減衰付与は、目標粘性減衰定数又は推定モードの層間刺激関数が大きければ、推定モードの付与減衰が大きくなることを示した。

参考文献

3-1) Chen, M. et al.: The missing mechanical circuit element, Circuits and Systems Magazine, IEEE, 9(1); 10–26, 2009.

3-2) 磯田和彦，半澤徹也，田村和夫 : 回転慣性質量ダンパーを組合せた応答低減機構による 1 質点系振動モデルの応答特性に関する研究，日本建築学会構造系論文集，第 74 巻，第 642 号，pp.1469-1476，2009.8

3-3) Saitoh, M.: On the performance of gyro-mass devices for displacement mitigation in base isolation systems, Structural Control and Health Monitoring, Vol. 19, No. 2, 246–259, 2012

3-4) Lazar, I.F., Neild, S.A., and Wagg, D.J.: Using an inerter-based device for structural vibration suppression, Earthquake Engineering and Structural Dynamics, Vol. 43, No. 8, pp. 1129-1147, 2014

3-5) 郭鈞桓，秦一平，宮島洋平，三上淳治，阿久戸信宏，市川達也，川口雄暉: 粘性減衰とばね剛性の並列型（M-CK 型）D.M.同調システムの応答性能に関する研究，日本建築学会構造系論文集，第 85 巻，第 777 号，pp.1375-1385，2020.11

3-6) 石丸辰治，三上淳治，秦一平，古橋剛 : D.M.同調システムの簡易設計法，日本建築学会構造系論文集，第 75 巻，第 652 号，pp.1105-1112，2010.6

3-7) 石丸辰治，秦一平，三上淳治，公塚正行：付加剛比による D.M.同調システムの簡易設計法，日本建築学会構造系論文集，第 75 巻，第 654 号，pp.1455-1464，2010.8

3-8) 石丸辰治：応答性能に基づく「対震設計」入門，彰国社，2004

3-9) 柴田明徳：最新耐震構造解析（第 3 版・補訂版），森北出版，2021

3-10) 石丸辰治：対震設計の方法－ダイナミックデザインへの誘い－，建築技術，2008

4. MC-K 型および M-CK 型による複合制振のモード減衰制御

4.1 複合制振の概要

ダイナミック･マス（D.M.）[4-1]を用いた D.M.同調システムとして、本論文では、図 4-1、図 4-2 に示す MC-K 型[4-2]および M-CK 型[4-3]の両システムを用いている。

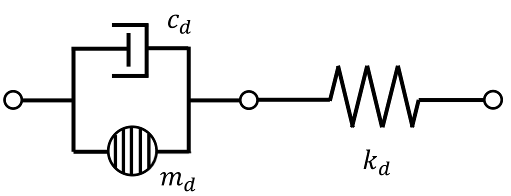
2 章および 3 章では、MC-K 型および M-CK 型の最適設計式を用いて、複素固有値解析を介して、多質点系モデルおよび主系に対して非比例減衰な集中配置のモデル等においても、モード同調制御を満足する制振装置の諸元が簡易に求められることを示した。

また、MC-K 型および M-CK 型の目標制御対象外モードの減衰付与の仕組みを明らかにし、それら付与減衰を推定できる評価式を作成した。

MC-K 型と M-CK 型は、同調周期時（共振時）では、両システムの D.M.部とばね部の変形増幅が最も大きく、減衰効果が有効的に発揮できる。同調周期より長い周期帯では、D.M.部の変形が支配的となり、MC-K 型による減衰効果が期待できる。それに対して、同調周期より短い周期帯では、ばね部の変形が支配的となり、M-CK 型による減衰効果が期待できる。

建築物の実設計の計画では、意匠や用途等の制限により、なるべく少ない制振装置数で最大の制振効果を発揮させることが望ましい。そこで、効率的に減衰効果が得られる MC-K 型および M-CK 型の組合せによる複合制振が期待される。

本章では、MC-K 型および M-CK 型の最適設計式を用いた複合制振の設計方法[4-4]を提案し、より効率の良い制振構造の確立を目的とする。



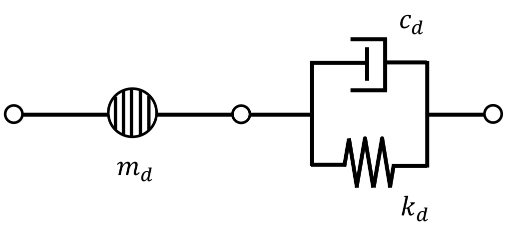
k_d：ばね剛性要素

c_d：粘性減衰要素

m_d： D.M.要素

MC-K 型同調システム

図 4-1　MC-K 型同調システムの構成



k_d：ばね剛性要素

c_d：粘性減衰要素

m_d： D.M.要素

M-CK 型同調システム

図 4-2　M-CK 型同調システムの構成

4.2 複合制振の設計方法および応答性能の確認

本節では、MC-K 型と M-CK 型の組合せによる複合制振の設計方法を示すと共に、各制振モデルの応答性能を確認する。ここで、4.3 節に示す振動実験用の 8 層せん断モデル[4-3),4-4)]を用いて、MC-K 型と M-CK 型を組み合わせた複合制振の設計例を示す。表 4-1 に非制振時の諸元および固有値結果、図 4-3 に解析モデルの概要を示す。

表 4-1　非制振時の諸元および固有値結果

層	質量 (ton)	初期剛性 (kN/m)
8	1.1	79.5
7	1.0	91.2
6	1.0	105.5
5	1.0	113.0
4	1.0	127.1
3	1.0	136.8
2	1.0	145.4
1	1.0	157.3

次数j	固有周期 T_j(s)	ω_j/ω_1
1	3.000	1.000
2	1.090	2.753
3	0.674	4.453
4	0.497	6.040
5	0.407	7.371
6	0.351	8.546
7	0.314	9.556
8	0.280	10.708

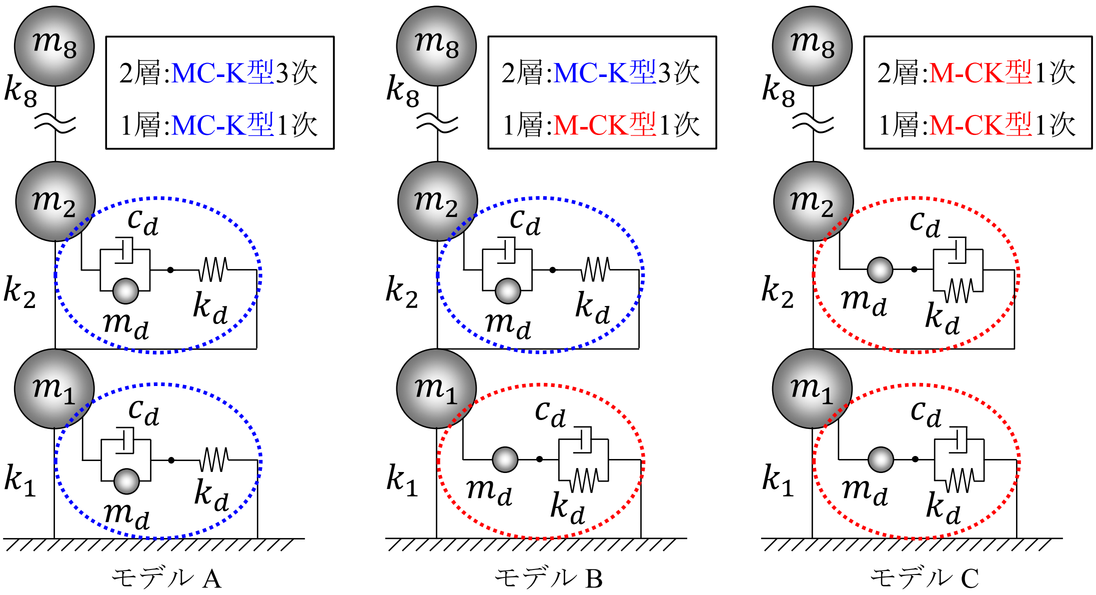


図 4-3　解析モデル概要

モデル A では 1 層目に MC-K 型 1 次モード制御、2 層目に MC-K 型 3 次モード制御を配置し、モデル B では 1 層目に M-CK 型 1 次モード制御、2 層目に MC-K 型 3 次モード制御を配置する。また、複合制振と比較するため、モデル C では高次モードにも減衰付与が可能な M-CK 型を 1 層と 2 層に配置し、1 次モード制御とする。

なお、本検討では、それぞれの目標粘性減衰定数を$h_{opt}=0.10$と設定する。各モデルの設計手順を以下に示す。

モデル A（MC-K 型 1 次モード制御 1 層配置+ MC-K 型 3 次モード制御 2 層配置）:

① 1 次モードの目標h_{opt}を 0.10 と設定し、表 2-1 の最適減衰式より目標の付加剛比${}_1\kappa_k$を求める。付加剛比${}_1\kappa_k$に非制振時の${}_1T_0$を代入すれば、${}_1T_\infty$が計算できる。
② 1 層目に 1 次モード制御用の MC-K 型を配置し、複素固有値解析により、$c_d=\infty$の状態で、上記で計算された${}_1T_\infty$を満足するように、k_dを決定する。
③ 複素固有値解析により、$c_d=0$の状態で、表 2-1 の最適同調式を満足するように、m_dを決定する。
④ 複素固有値解析により、目標制御対象モードの減衰定数h_1が 0.10 程度となるように、c_dの値を決定する。
⑤ 3 次モードの目標h_{opt}を 0.10 と設定し、表 2-1 の最適減衰式より目標の付加剛比${}_3\kappa_k$を求める。付加剛比${}_3\kappa_k$に MC-K 型 1 次モード制御時の${}_3T_0$を代入すれば、${}_3T_\infty$が計算できる。
⑥ 2 層目に 3 次モード制御用の MC-K 型を配置し、複素固有値解析により、$c_d=\infty$の状態で、上記で計算された${}_3T_\infty$を満足するように、k_dを決定する。
⑦ 複素固有値解析により、$c_d=0$の状態で、表 2-1 の最適同調式を満足するように、m_dを決定する。
⑧ 複素固有値解析により、目標制御対象モードの減衰定数h_3が 0.10 程度となるように、c_dの値を決定する。

モデル B（M-CK 型 1 次モード制御 1 層配置+ MC-K 型 3 次モード制御 2 層配置）:

① 1 次モードの目標h_{opt}を 0.10 と設定し、表 3-1 の最適減衰式より目標の質量比${}_1\gamma_m$を求める。質量比${}_1\gamma_m$に非制振時の${}_1T_0$を代入すれば、${}_1T_\infty$が計算できる。
② 1 層目に 1 次モード制御用の M-CK 型を配置し、複素固有値解析により、$c_d=\infty$の状態で、上記で計算された${}_1T_\infty$を満足するように、m_dを決定する。
③ 複素固有値解析により、$c_d=0$の状態で、表 3-1 の最適同調式を満足するように、k_dを決定する。
④ 複素固有値解析により、目標制御対象モードの減衰定数h_{1DM}が 0.10 程度となるように、c_dの値を決定する。
⑤ 3 次モードの目標h_{opt}を 0.10 と設定し、表 2-1 の最適減衰式より目標の付加剛比${}_3\kappa_k$を求める。付加剛比${}_3\kappa_k$に M-CK 型 1 次モード制御時の${}_3T_0$を代入すれば、${}_3T_\infty$が計算できる。
⑥ 2 層目に 3 次モード制御用の MC-K 型を配置し、複素固有値解析により、$c_d=\infty$の状態で、上記で計算された${}_1T_\infty$を満足するように、k_dを決定する。

⑦ 複素固有値解析により、$c_d = 0$の状態で、表 2-1 の最適同調式を満足するように、m_dを決定する。

⑧ 複素固有値解析により、目標制御対象モードの減衰定数h_3が 0.10 程度となるように、c_dの値を決定する。

モデル C（M-CK 型 1 次モード制御 1-2 層配置）:

① 1 次モードの目標h_{opt}を 0.10 と設定し、表 3-1 の最適減衰式より目標の質量比${}_1\gamma_m$を求める。質量比${}_1\gamma_m$に非制振時の${}_1T_0$を代入すれば、${}_1T_\infty$が計算できる。

② 1 層目および 2 層目に 1 次モード制御用の M-CK 型を配置し、複素固有値解析により、$c_d = \infty$の状態で、上記で計算された${}_1T_\infty$を満足するように、m_dを決定する。

③ 複素固有値解析により、$c_d = 0$の状態で、表 3-1 の最適同調式を満足するように、k_dを決定する。

④ 複素固有値解析により、目標制御対象モードの減衰定数h_{1DM}が 0.10 程度となるように、c_dの値を決定する。

表 4-2 に各解析モデルの最適設計諸元、表 4-3 に複素固有値解析結果を示す。各解析モデルの 1 次モードのh_1，h_{1DM}または 3 次モードのh_3が目標$h_{opt} = 0.10$をそれぞれ満足し、制御対象外であるh_2の減衰付与は、モデル A が 0.04，モデル B が 0.07，モデル C が 0.03 と、モデル B が最も効果的であることが確認できる。

表 4-2　各解析モデルの最適設計諸元

	層	システム	目標 $h_{opt,j}$	目標 ${}_j\kappa_k$, ${}_j\gamma_m$	m_d (ton)	c_d (kN・s/m)	k_d (kN/m)
A	2	MC-K 型 3 次	0.10	0.083	1.11	6.25	290.0
	1	MC-K 型 1 次	0.10	0.083	13.70	12.35	116.0
B	2	MC-K 型 3 次	0.10	0.083	1.38	7.33	320.0
	1	M-CK 型 1 次	0.10	0.074	10.90	12.52	58.8
C	2	M-CK 型 1 次	0.10	0.074	6.10	5.17	28.1
	1				6.10	5.17	28.1

表 4-3　複素固有値解析結果（内部粘性減衰除く）

(a) モデル A（MC-K 型 1 次 1 層+MC-K 型 3 次 2 層）

MC-K 型 1 次制御 1 層配置

次数	T_j(s)	h_j
1 次	3.189	0.100
D.M. 1 次	2.604	0.100
2 次	1.040	0.001
3 次	0.647	0.000
-	-	-
4 次	0.479	0.000

→

MC-K 型 3 次制御 2 層配置追加

次数	T_j(s)	h_j
1 次	3.207	0.103
D.M. 1 次	2.596	0.108
2 次	1.059	0.040
3 次	0.672	0.100
D.M. 3 次	0.577	0.102
4 次	0.468	0.010

(b) モデル B（M-CK 型 1 次 1 層+MC-K 型 3 次 2 層）

M-CK 型 1 次制御 1 層配置

次数	T_j(s)	h_j
1 次	3.301	0.065
D.M. 1 次	2.769	0.100
2 次	1.052	0.030
3 次	0.647	0.037
-	-	-
4 次	0.473	0.041

→

MC-K 型 3 次制御 2 層配置追加

次数	T_j(s)	h_j
1 次	3.317	0.068
D.M. 1 次	2.766	0.109
2 次	1.085	0.070
3 次	0.703	0.100
D.M. 3 次	0.569	0.275
4 次	0.506	0.070

(c) モデル C（M-CK 型 1 次 1- 2 層配置）

次数	T_j(s)	h_j
1 次	3.352	0.069
D.M. 1 次	2.757	0.100
2 次	1.060	0.033
3 次	0.662	0.032
4 次	0.491	0.026

図 4-4 に刺激関数のイメージ図 [4-7]を示す。参考文献 [4-3]では、最適同調時において、制御モードと対応する D.M.モードの虚数部刺激関数が近似的に逆位相の関係であることを示している。本検討の刺激関数(虚数部)のイメージ図からも、1 次モードと 3 次モードはそれぞれ対応する D.M.モードとほぼ逆位相であり、同調されていることが確認できる。

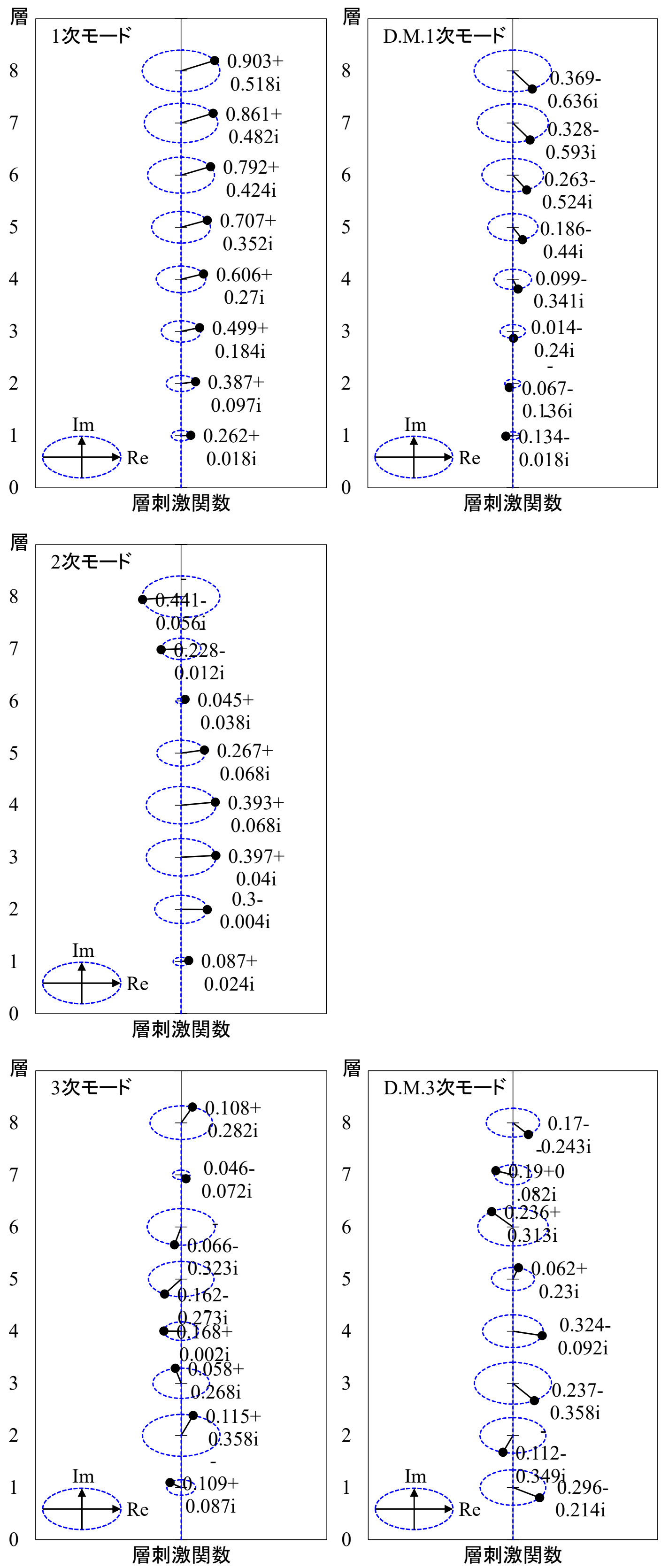


図 4-4　(a) モデル A（MC-K 型 1 次 1 層+MC-K 型 3 次 2 層）

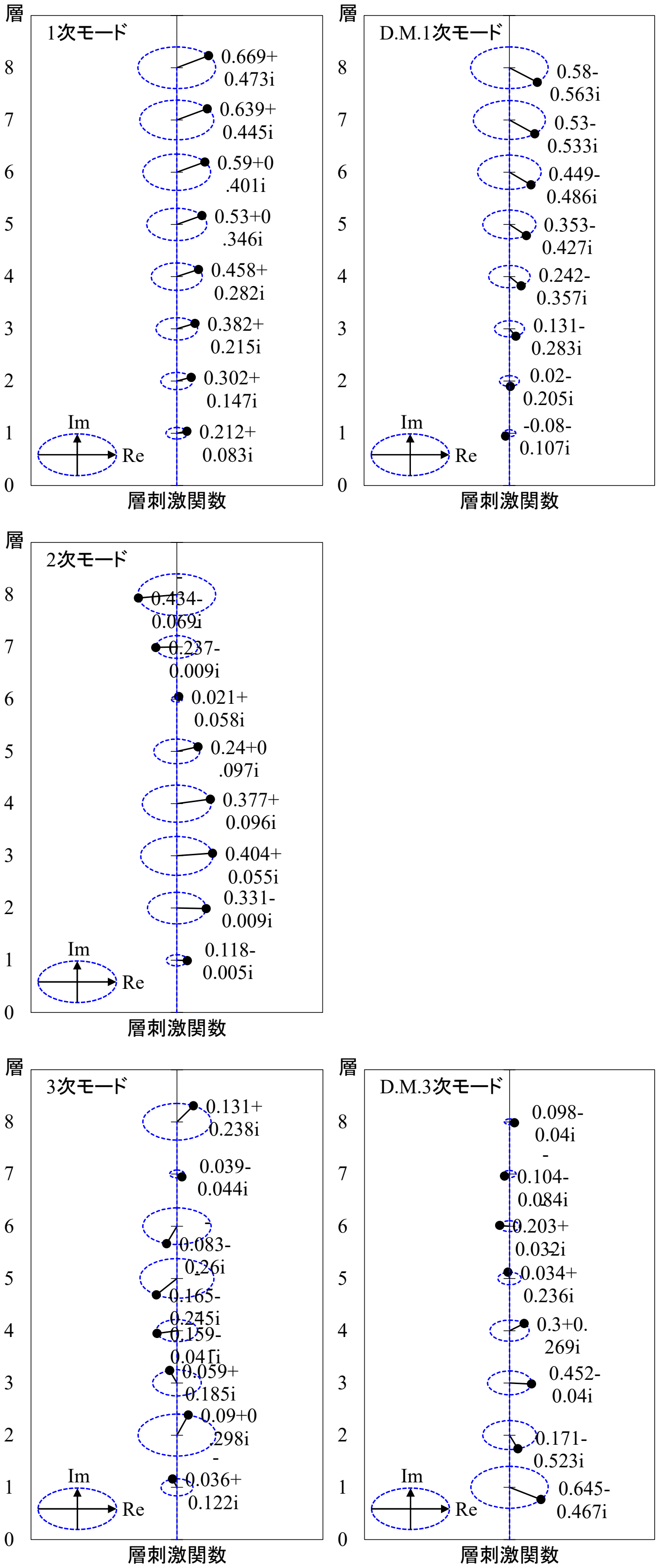


図 4-4　(b) モデル B（M-CK 型 1 次 1 層+MC-K 型 3 次 2 層）

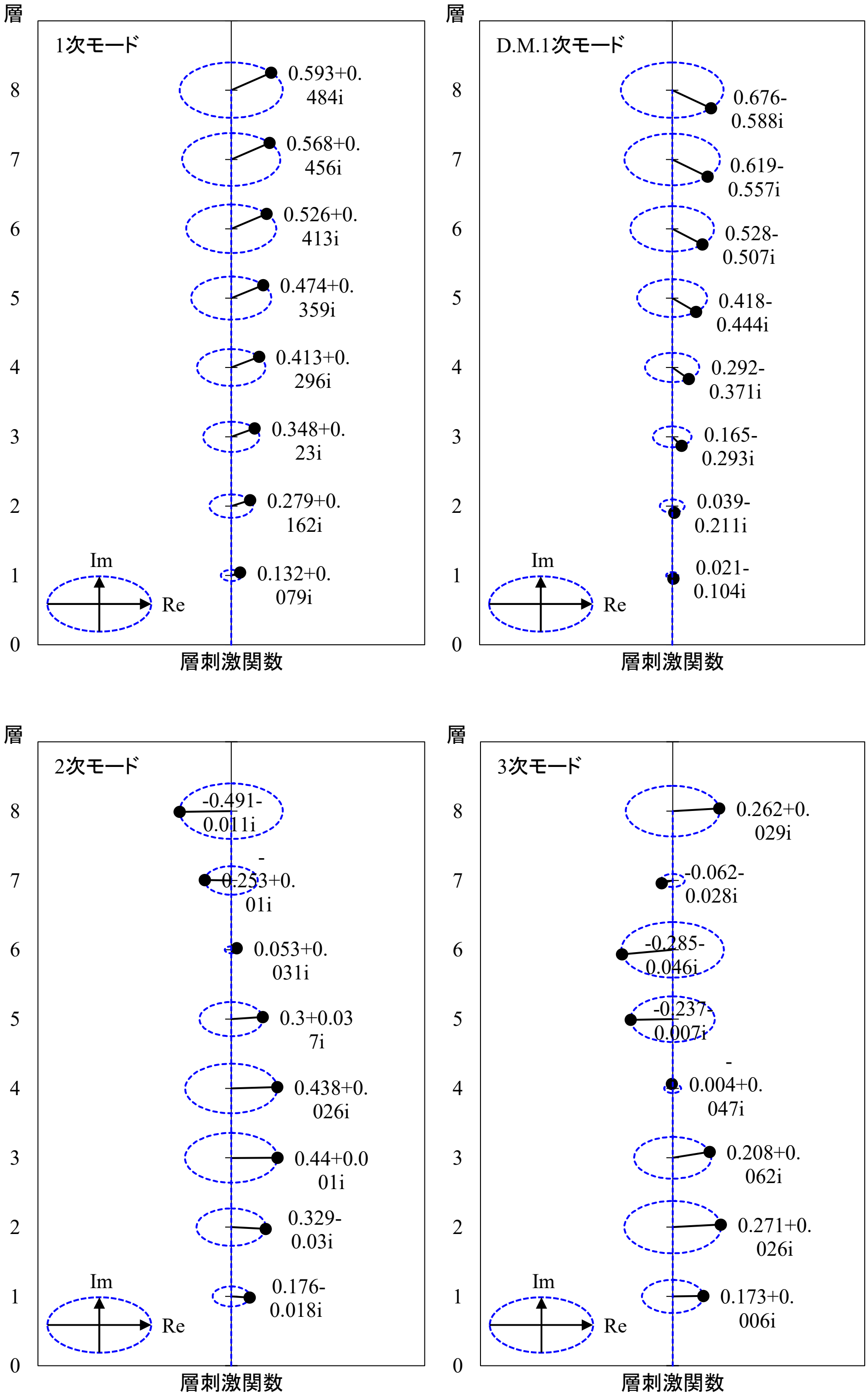


図 4-4 (c) モデル C（M-CK 型 1 次 1-2 層）

図 4-5 に各解析モデルの 8 層目の共振曲線を示す。なお、内部粘性減衰はレーリー減衰$h_1, h_2 = 0.02$としている。モデル B の組合せは目標の 1 次と 3 次モード以外のモードにおいても、比較的に応答低減が大きく、非制振モデルに対して全モードの応答倍率がバランス良く低減されていることが確認できる。

前述のように、MC-K 型および M-CK 型の最適設計法は、複数モードのモード同調制御にも適用が可能であり、低次モードでは M-CK 型、高次モードでは MC-K 型を用いて組み合わせることで、より良い制振構造の構築が可能であると考えられる。

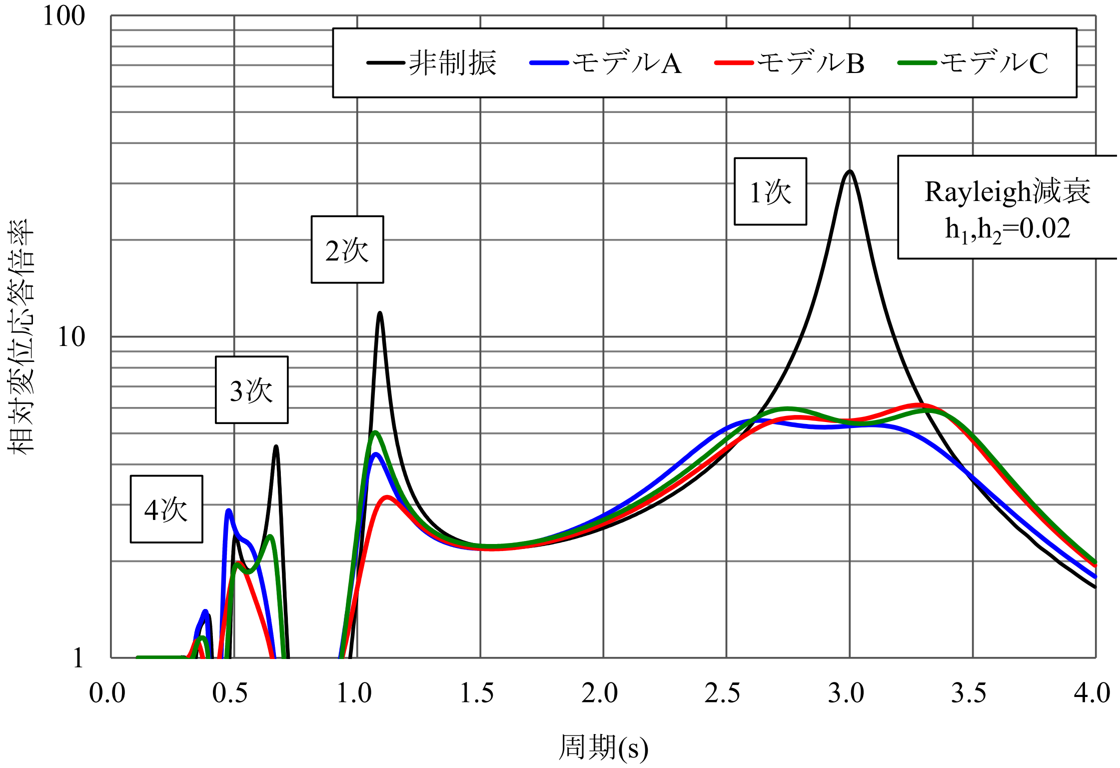


図 4-5　各解析モデルの共振曲線（8 層目）

4.3 振動実験

4.3.1 MC-K 型の振動実験

(1) 振動実験モデルの概要

本節では、MC-K 型の応答性能を検証するため、8 層せん断モデル試験体を用いた振動実験を行った。図 4-6 に 8 層せん断モデル試験体の立面図および制振装置概要を示す。高さ 4m 程度の試験体は、超高層建築物の振動形状を模擬し、1 次モードの固有周期を 3 秒程度と設定している。各層の錘の質量は約 1ton で、各層間に 2 本のコイルばねを配置している。また、試験体にリニアガイドを使用することで、せん断変形のみに作用するようにしている。

表 4-4 に制振試験体の概要を示す。制振試験体は、MC-K 型を用いた 1 次モード制御、3 次モード制御の 2 モデルとしている。図 4-7 に MC-K 型制振装置の平面配置図を示す。MC 部分には D.M.とオイルダンパーを並列に、K 部分にはコイルばねを配置している。また、振動台変位、各層の層間変形を変位計により、各層の加速度は加速度計を設置して計測を行った。図 4-8 に 8 層せん断モデル試験体および MC-K 型制振装置の外観写真を示す。

なお、表 4-5 に 8 層せん断モデルの諸元および固有値結果、図 4-9 に刺激関数のイメージ図を示す。

表 4-4　制振試験体の概要

試験体	制御モード	1 層目	2 層目
試験①	3 次モード	―	MC-K 型
試験②	1 次モード	MC-K 型	―

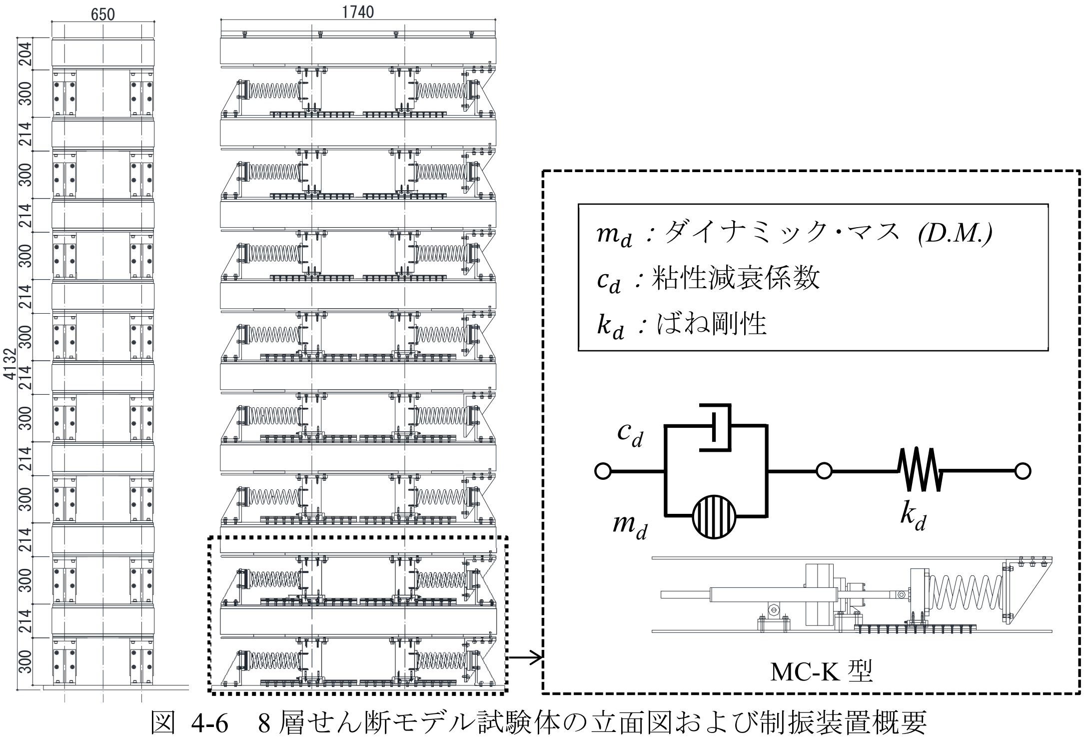


図 4-6　8 層せん断モデル試験体の立面図および制振装置概要

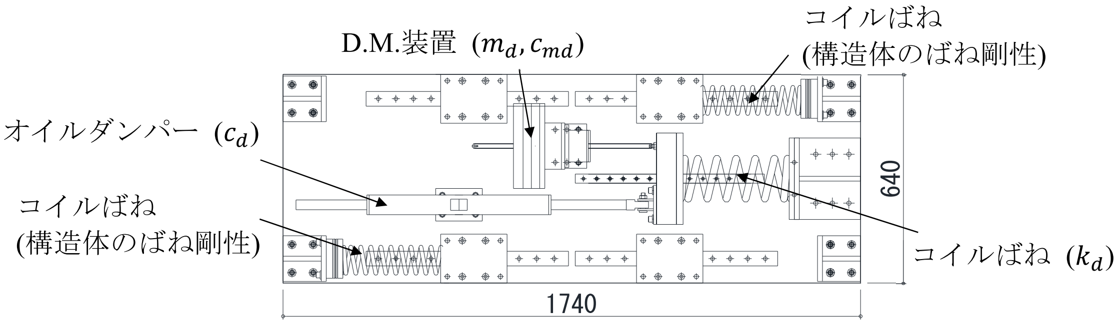
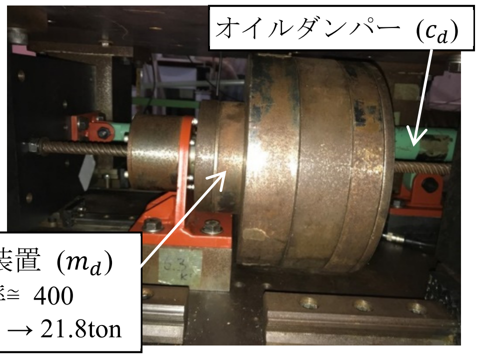
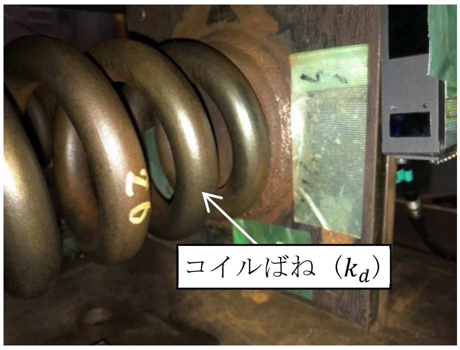


図 4-7　MC-K 型制振装置の平面配置図

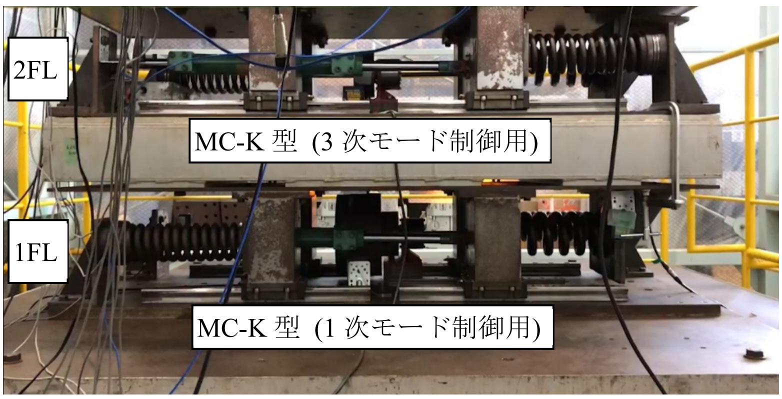
(a) 8 層せん断モデル試験体



(b) MC 部分



(c) K 部分



(d) MC-K 型

図 4-8　8 層せん断モデル試験体および MC-K 型制振装置の外観写真

表 4-5　非制振時の諸元および固有値結果

層	質量 (ton)	初期剛性 (kN/m)
8	1.1	79.5
7	1.0	91.2
6	1.0	105.5
5	1.0	113.0
4	1.0	127.1
3	1.0	136.8
2	1.0	145.4
1	1.0	157.3

次数j	固有周期 T_j(s)	ω_j/ω_1
1	3.000	1.000
2	1.090	2.753
3	0.674	4.453
4	0.497	6.040
5	0.407	7.371
6	0.351	8.546
7	0.314	9.556
8	0.280	10.708

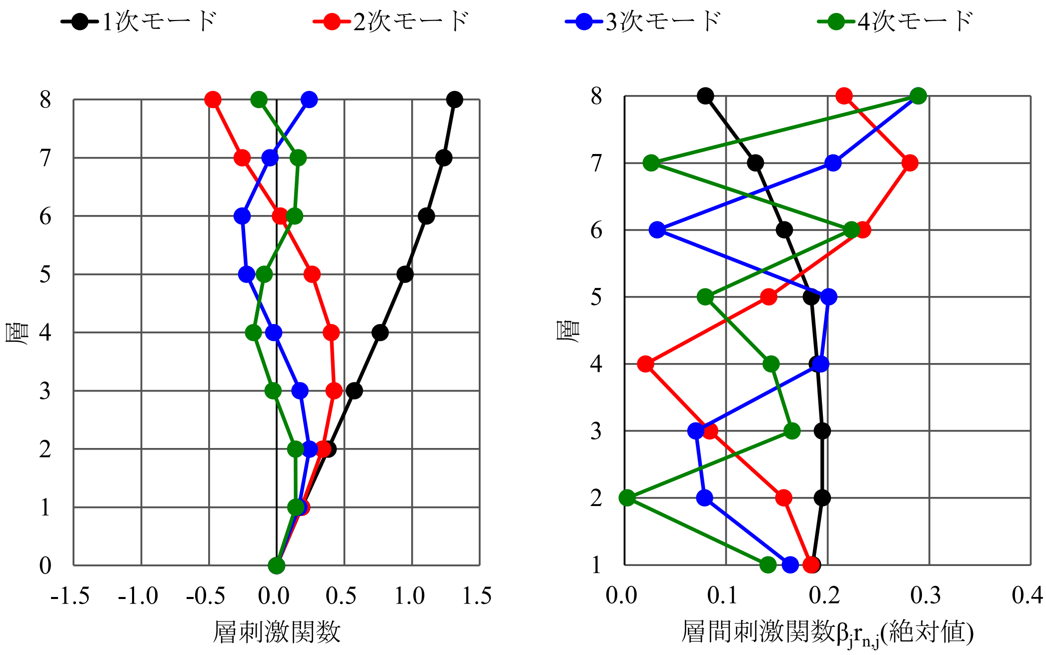


図 4-9　非制振時の刺激関数

表 4-6、表 4-7 に試験体の最適諸元および設計諸元を示す。試験①では、2 層目に 3 次モード制御、試験②では、1 層目に 1 次モード制御の MC-K 型を配置する。なお、試験体製作の制約上、最適諸元と異なっている。

表 4-8 に試験体の複素固有値解析結果、図 4-10 に各解析モデルの共振曲線を示す。試験①の 3 次モード制御用では、制御モード対象外の 1 次，2 次モードに減衰が付加されていることが確認できる。対して、試験②の 1 次モード制御用では、制御モード対象外の高次モードに減衰が付加されていないことが確認できる。

表 4-6 各制振装置の最適諸元

試験体	MC-K 型 設置層	同調モード	m_d (ton)	c_d (kN･s/m)	k_d (kN/m)	備考
試験①	2	3 次	1.5	5.0	542.6	$\kappa_k = 0.034,\ h_{opt} = 0.065$
試験②	1	1 次	22.2	28.5	480.0	$\kappa_k = 0.155,\ h_{opt} = 0.134$

表 4-7 各制振装置の設計諸元

試験体	MC-K 型 設置層	同調モード	D.M.装置		c_d (kN･s/m)	k_d (kN/m)
			m_d (ton)	c_{md} (kN･s/m)		
試験①	2	3 次	1.5	8.5	―	542.6
試験②	1	1 次	21.8	8.5	30.0	480.0

※c_{md}は D.M.装置の内部摩擦による等価減衰係数である。

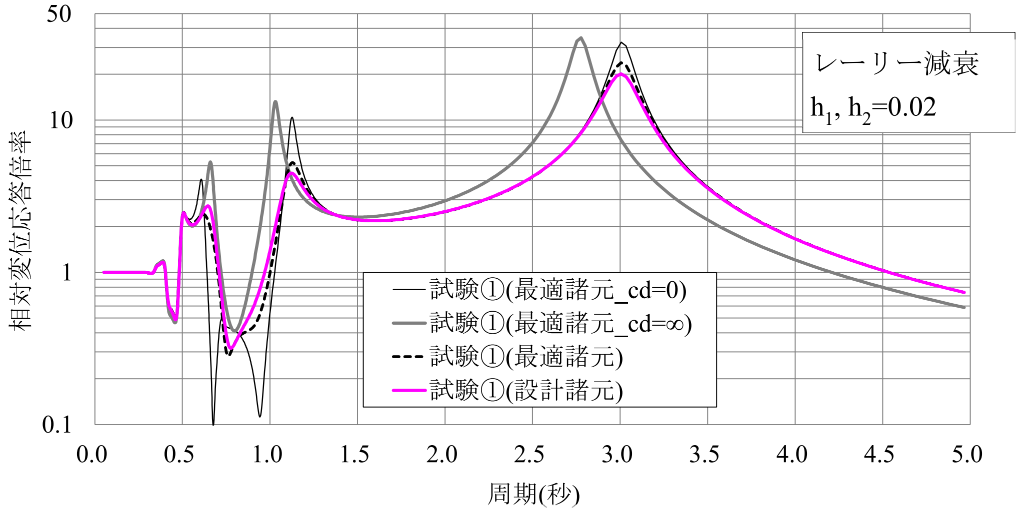
表 4-8 試験体の複素固有値解析結果(内部粘性減衰を除く)

(a) 最適諸元を用いた解析結果（内部粘性減衰を除く）

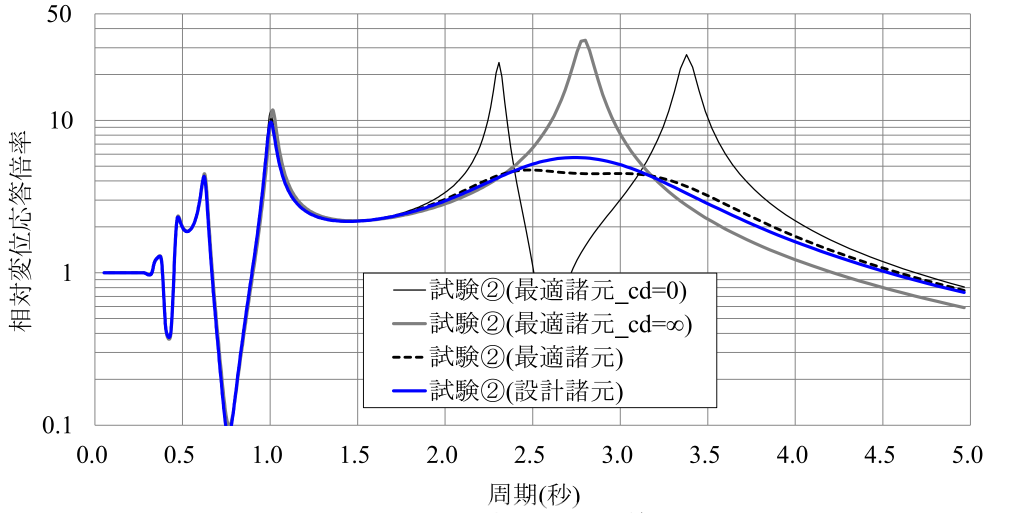
試験①(最適諸元)			試験②(最適諸元)		
モード	周期(秒)	減衰定数 h	モード	周期(秒)	減衰定数 h
1 次	3.012	0.007	1 次	3.204	0.134
2 次	1.117	0.024	D.M.1 次	2.434	0.133
3 次	0.696	0.066	2 次	1.001	0.003
D.M.3 次	0.633	0.064	3 次	0.626	0.001
4 次	0.497	0.000	4 次	0.464	0.000

(b) 設計諸元を用いた解析結果（内部粘性減衰を除く）

試験①(設計諸元)			試験②(設計諸元)		
モード	周期(秒)	減衰定数 h	モード	周期(秒)	減衰定数 h
1 次	3.008	0.013	1 次	2.955	0.173
2 次	1.106	0.038	D.M.1 次	2.617	0.194
3 次	0.673	0.191	2 次	1.001	0.003
D.M.3 次	0.662	0.034	3 次	0.626	0.001
4 次	0.497	0.000	4 次	0.464	0.000



(a)　試験①の共振曲線



(b)　試験②の共振曲線

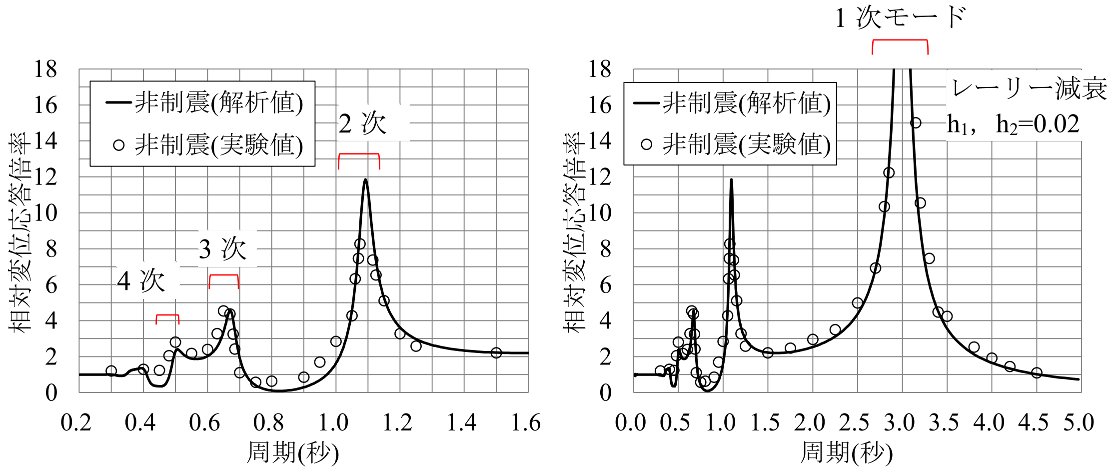
図 4-10　各解析モデルの共振曲線(8 層目)

(2) 正弦波加振実験

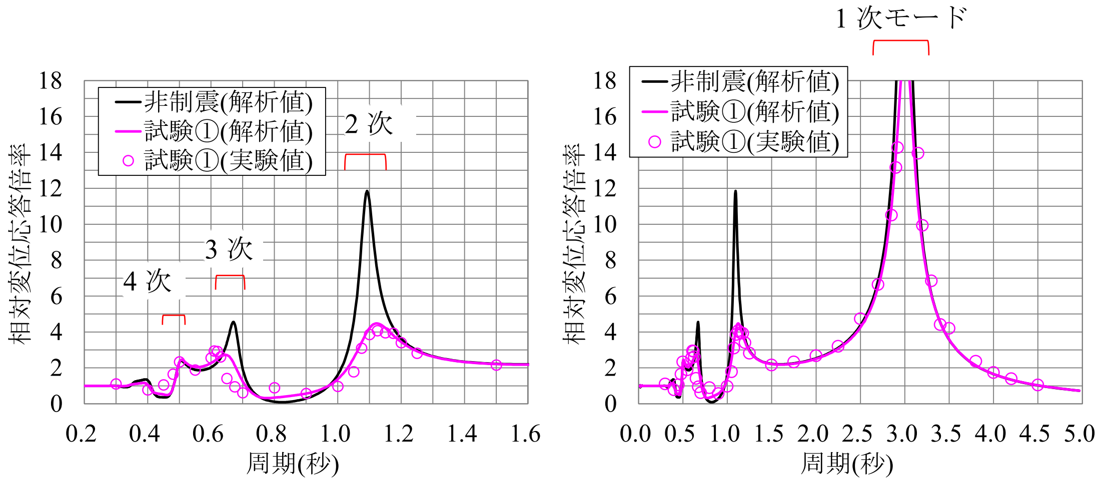
本実験では、MC-K 型による制振の応答性能を検証するため、正弦波加振を行い、相対変位応答倍率を算出した。なお、振動台の加振周期の範囲は、0.30 秒~4.50 秒としている。評価として、振動台の変位および 8 層目の変位を計測し、試験体 8 層目の相対変位応答倍率を算出し、解析値の共振曲線との比較を行った。

図 4-11 に各試験体の正弦波加振実験結果を示す。実線は設計時の解析値、マーカーは実験値を表している。解析値と実験値は、概ね良い対応をしていることが確認できる。試験①では、MC-K 型による 3 次モード制御より、2 次モードに副次的な減衰付与効果があるため、2 次モードの応答低減が確認できる。

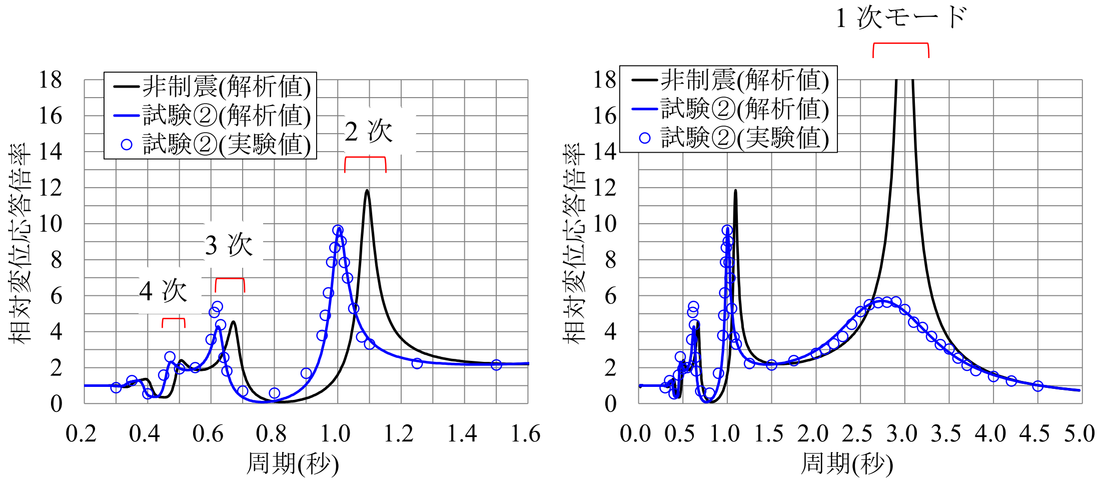
一方、試験②では、MC-K 型による 1 次モード制御としているが、高次モード(3，4 次モード)の応答低減がなく、逆に大きくなる傾向にある。正弦波加振実験を通して、MC-K 型の応答性能が検証された。



(a)　非制振試験体



(b)　試験①試験体(2 層 3 次 MC-K 型)



(c)　試験②試験体(1 層 1 次 MC-K 型)

図 4-11　各試験体の正弦波加振実験結果(8 層目)

(3) 模擬地震波加振実験

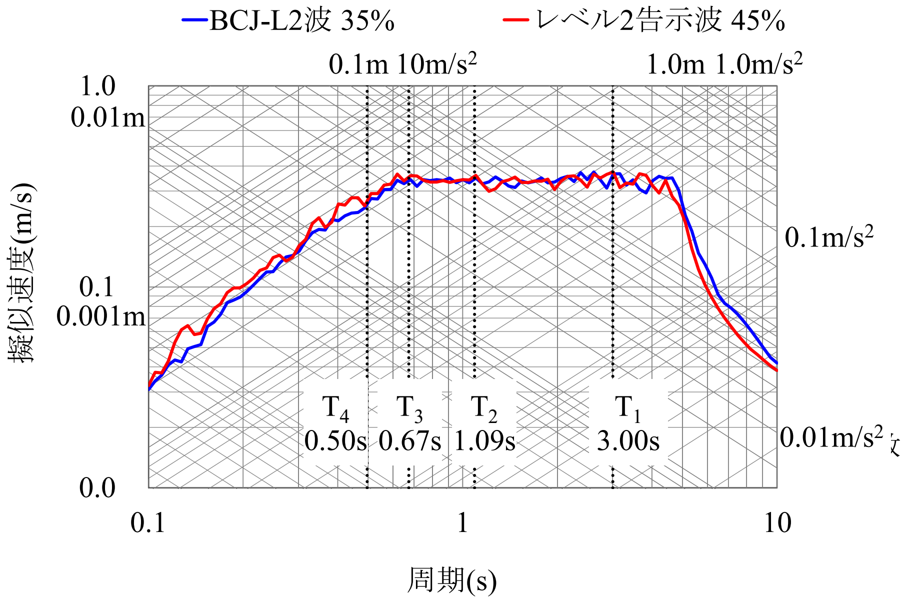
表 4-9 に本検討で用いる模擬地震動 BCJ-L2 波およびレベル 2 告示波の概要、図 4-12 に模擬地震動の応答スペクトルを示す。(1)BCJ-L2 波は、日本建築センターによる模擬波であり、(2)レベル 2 告示波は、日本建築基準法の告示によって作成した模擬波（位相：乱数）である。なお、試験体のクライテリアの制約上、非制振の最大応答変位が 0.30m 超えないように、地震動の入力振幅を調整している。

図 4-13 に模擬地震動に対する実験結果を示す。非制振に対して、試験①の応答加速度および層間変位の低減が見受けられ、3 次モード制御の有効性が確認できる。また、非制振に対して、試験②の応答変位および層間変位の低減が見受けられ、1 次モード制御の有効性が確認できるが、告示波(45%)では応答加速度が増加していることから、高次モードに減衰付与がないことが分かる。

模擬地震動加振実験により、MC-K 型の応答性能が検証された。

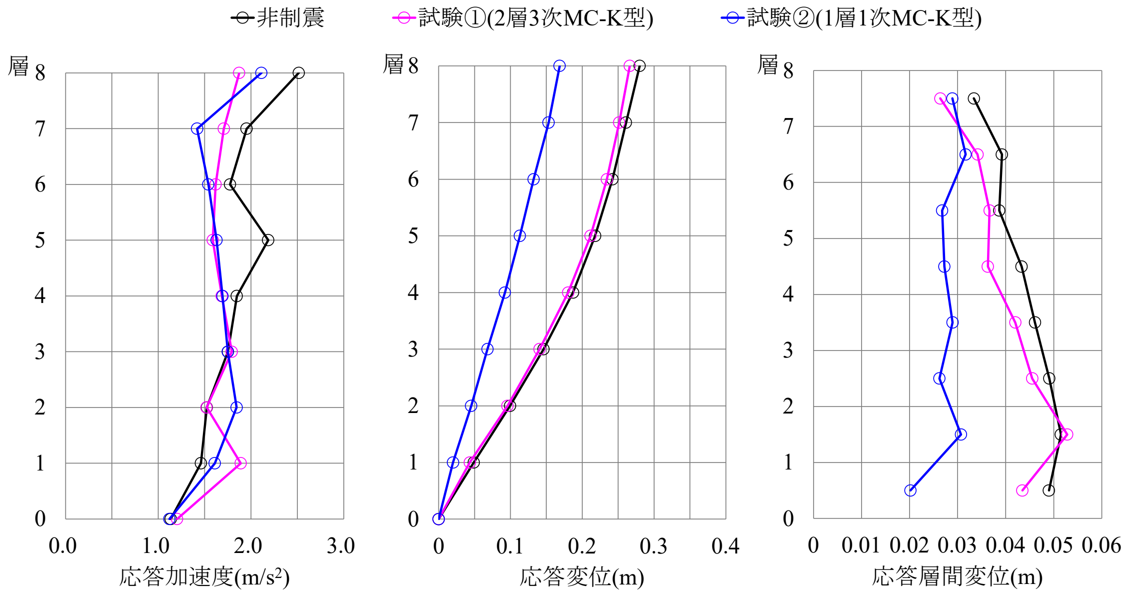
表 4-9　模擬地震動の概要

模擬地震動	PGA(m/s^2)	PGV(m/s)	Time(s)
(1)BCJ-L2 波 35%	1.13	0.17	130
(2)レベル 2 告示波 45%	1.52	0.15	160

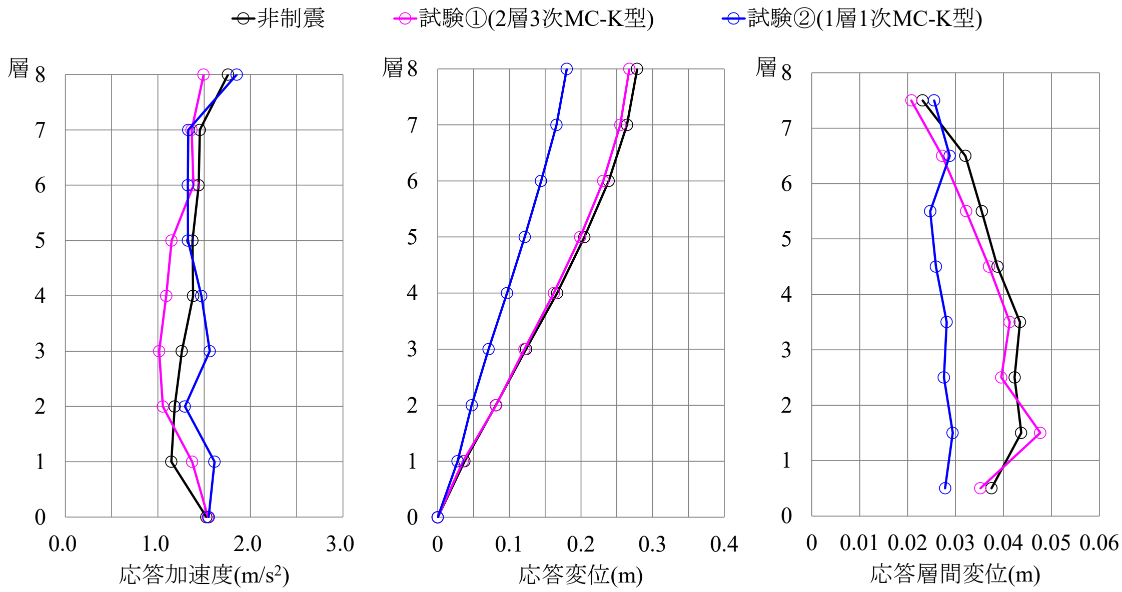


※模擬地震動の低周波数領域にはフィルター処理を行っている。

図 4-12　模擬地震動の応答スペクトル



(a)　BCJ-L2 波(35%)



(b)　告示波(45%)

図 4-13　模擬地震動に対する実験結果

4.3.2 M-CK 型の振動実験

(1) 振動実験モデルの概要

本節では、M-CK 型の応答性能を検証するため、前節と同様に、8 層せん断モデル試験体を用いた振動実験を行った。図 4-14 に 8 層せん断モデル試験体の立面図および制振装置概要を示す。高さ 4m 程度の試験体は、超高層建築物の振動形状を模擬し、1 次モードの固有周期を 3 秒程度と設定している。各層の錘の質量は約 1ton で、各層間に 2 本のコイルばねを配置している。また、試験体にリニアガイドを使用することで、せん断変形のみに作用するようにしている。なお、表 4-5 に 8 層せん断モデルの諸元および固有値結果を示している。

制振試験体は、異なる D.M.同調システムの応答性能の比較を行うため、MC-K 型および M-CK 型の 2 種類とし、制振装置を試験体の 1 層目のみに設置した。図 4-15 に制振装置の平面配置図を示す。MC-K 型では D.M.とオイルダンパーを並列に配置、M-CK 型ではコイルばねとオイルダンパーを並列に配置し、更に D.M.を直列に配置した。なお、制振装置の取付上の都合で、MC-K 型のコイルばねを M-CK 型と直列に設置した。また、振動台変位、各層の層間変形を変位計により、各層の加速度は加速度計を設置して計測を行った。図 4-16 に 8 層せん断モデル試験体および M-CK 型制振装置の外観写真を示す。

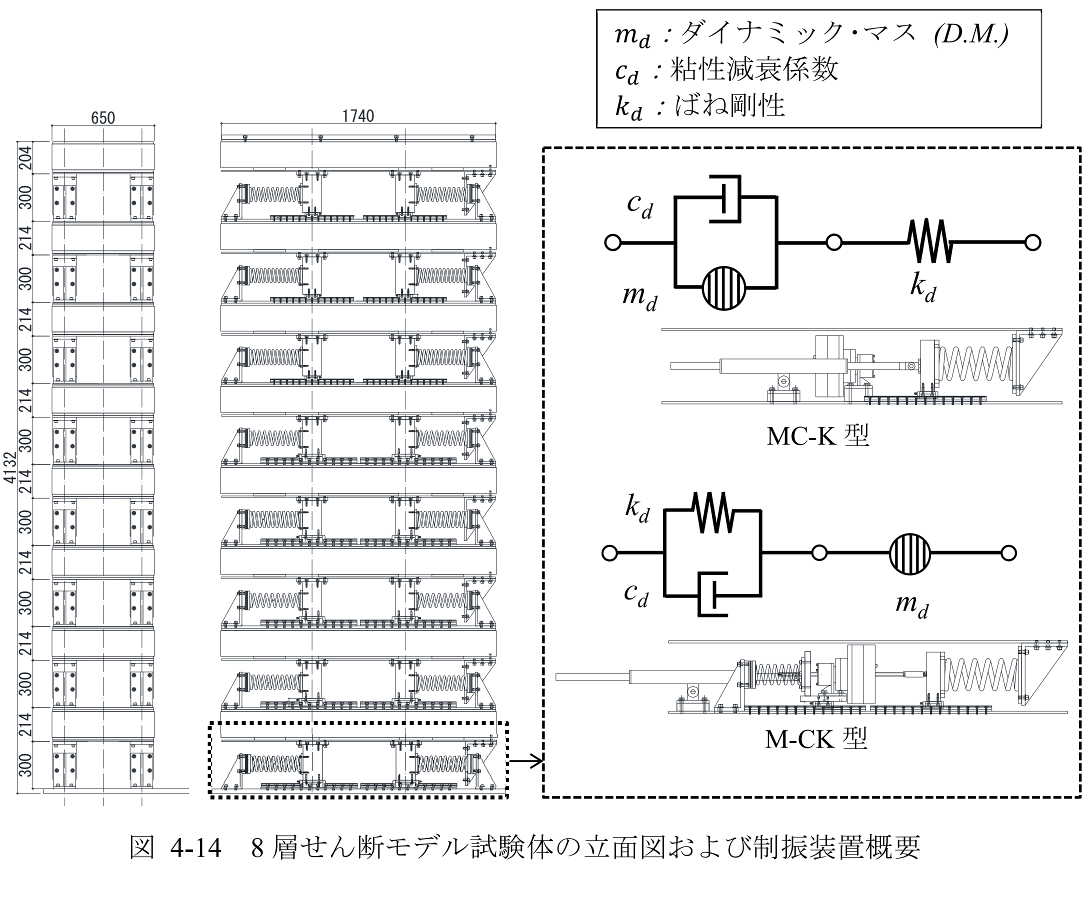
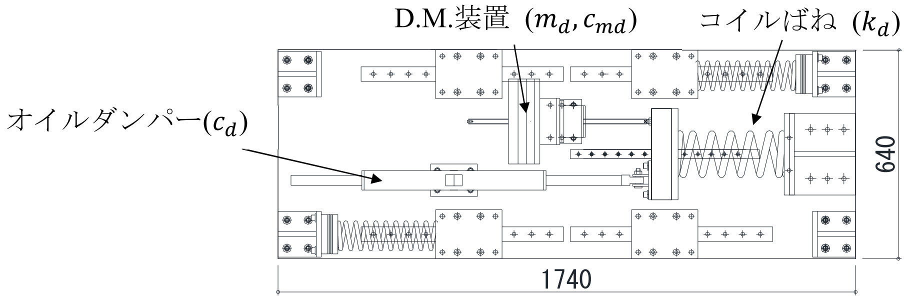
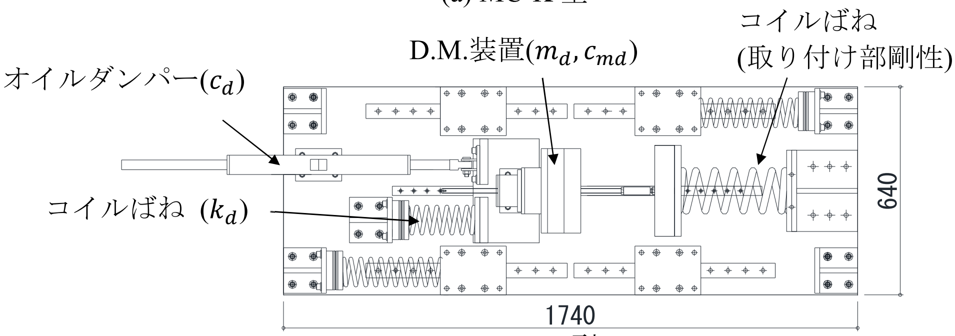


図 4-14　8 層せん断モデル試験体の立面図および制振装置概要



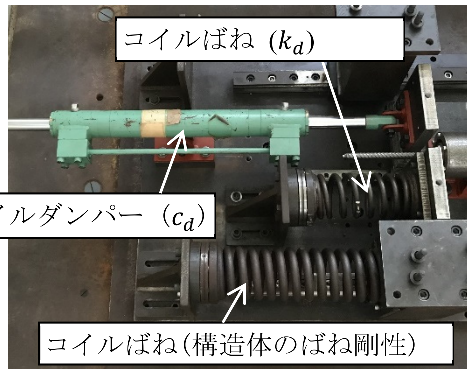
(a) MC-K 型



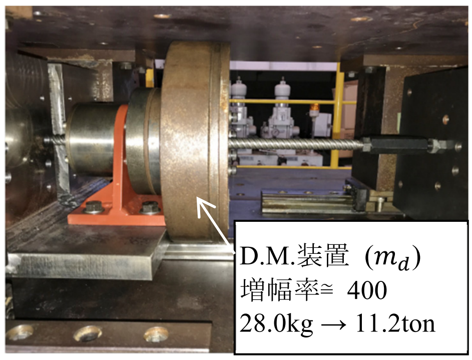
(b) M-CK 型

図 4-15　制振装置の平面配置図

(a) 8 層せん断モデル試験体



(b) CK 部分



(c) M 部分

図 4-16　8 層せん断モデル試験体および M-CK 型制振装置の外観写真

表 4-10、表 4-11 に試験体の最適諸元および設計諸元を示す。なお、設計諸元はダンパーの製作の制約上、最適諸元と異なっている。表 4-12 に解析モデルの複素固有値解析結果を示す。複素固有値解析結果から、M-CK 型では、モード同調した 1 次モードのみならず、副次的に高次モードにも減衰が付加されていることが確認できる。

図 4-17 に各解析モデルの 8 層目の共振曲線を示す。設計諸元時の 1 次モードの応答倍率が、最適諸元時に比べて若干劣っているが、M-CK 型では高次モードの応答低減効果が確認できる。

表 4-10　各制振装置の最適諸元

試験体	m_d (ton)	c_d (kN･s/m)	k_d (kN/m)	備考
MC-K 型	18.8	21.2	248.6	$\kappa_k = 0.124,\ h_{opt} = 0.121$
M-CK 型	11.2	13.2	61.0	$\gamma_m = 0.077,\ h_{opt} = 0.102$

表 4-11　各制振装置の設計諸元

試験体	D.M.装置		c_d (kN･s/m)	k_d (kN/m)	取付部剛性 (kN/m)
	m_d (ton)	c_{md} (kN･s/m)			
MC-K 型	18.8	8.5	21.5	248.6	―
M-CK 型	11.2	4.0	21.5	65.0	248.6

※c_{md}：D.M.装置の等価粘性減衰係数

※D.M.装置の増幅倍率 ≅ 400

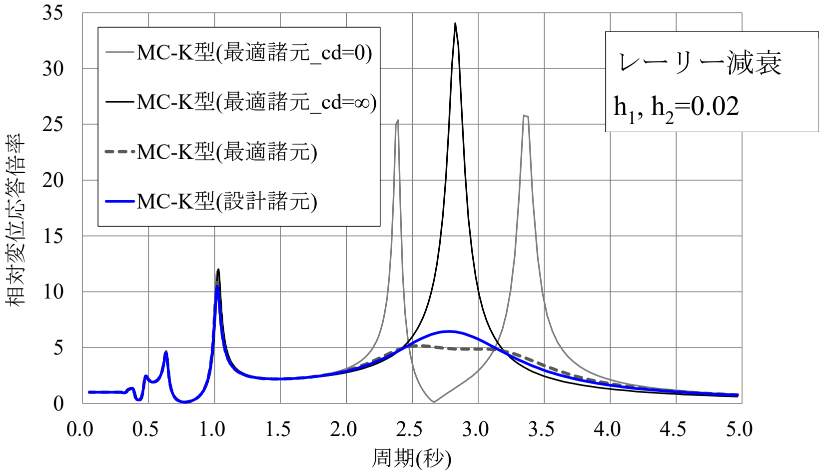
表 4-12　各解析モデルの複素固有値解析結果

(a) 最適諸元を用いた解析結果（内部粘性減衰を除く）

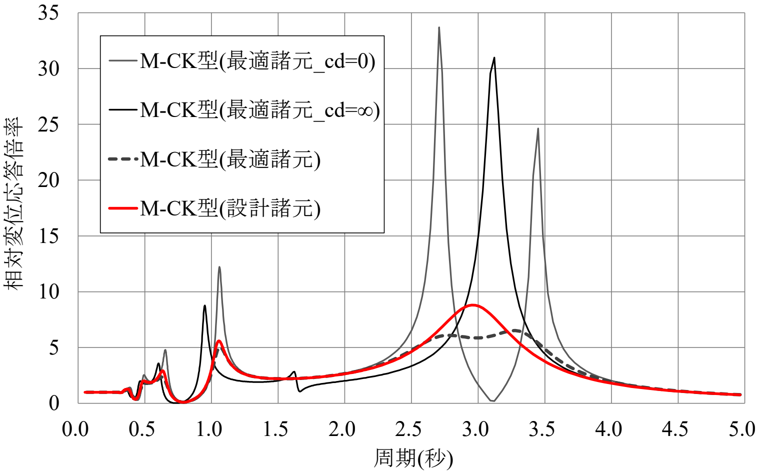
MC-K 型(最適諸元)			M-CK 型(最適諸元)		
Mode	T(s)	h	Mode	T(s)	h
1st	3.200	0.121	1st	3.306	0.065
D.M.	2.504	0.120	D.M.	2.762	0.102
2nd	1.017	0.002	2nd	1.051	0.031
3rd	0.635	0.000	3rd	0.646	0.037
4th	0.470	0.000	4th	0.472	0.041

(b) 設計諸元を用いた解析結果（内部粘性減衰を除く）

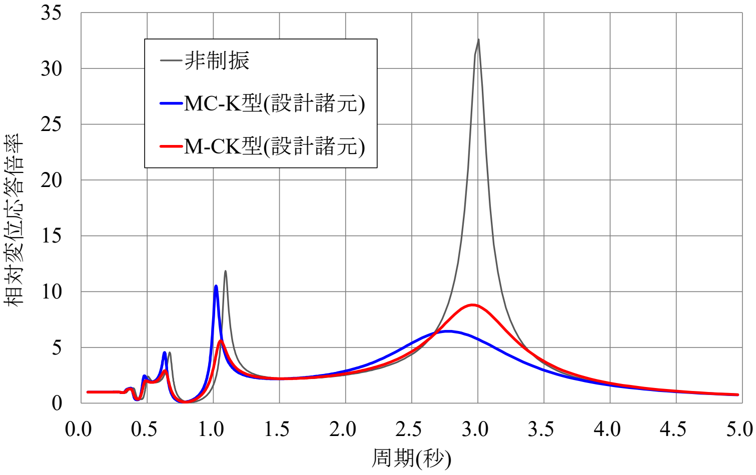
MC-K 型(設計諸元)			M-CK 型(設計諸元)		
Mode	T(s)	h	Mode	T(s)	h
1st	2.851	0.175	1st	3.139	0.223
D.M.	2.810	0.170	D.M.	2.987	0.071
2nd	1.018	0.003	2nd	1.046	0.025
3rd	0.635	0.001	3rd	0.643	0.021
4th	0.470	0.000	4th	0.474	0.016



(a)　MC-K 型の共振曲線



(b)　M-CK 型の共振曲線



(c)　共振曲線の比較

図 4-17　各解析モデルの共振曲線(8 層目)

(2) 正弦波加振実験

本実験では、MC-K 型および M-CK 型の応答性能を検証するため、正弦波加振を行い、相対変位応答倍率を算出した。なお、振動台の加振周期の範囲は、0.30 秒~4.50 秒としている。評価として、振動台の変位および 8 層目の変位を計測し、試験体 8 層目の相対変位応答倍率を算出し、解析値の共振曲線との比較を行った。

図 4-18～図 4-21 に各試験体の 8 層目の相対変位応答倍率を示す。実線は設計時の解析値、マーカーは実験値を表している。解析値と実験値は、概ね良い対応をしていることが確認できる。

非制振に比べて、MC-K 型および M-CK 型は共に 1 次モードの応答倍率が低減されることが確認できる。一方、高次モードを拡大した図 4-21 に着目すると、MC-K 型では 2 次と 3 次モードの応答倍率が大きく、M-CK 型では 2 次と 3 次モードの応答倍率が低減されることが確認できる。実験結果より、M-CK 型は 1 次モードのみならず、高次モード制御に対しても制振効果が検証された。

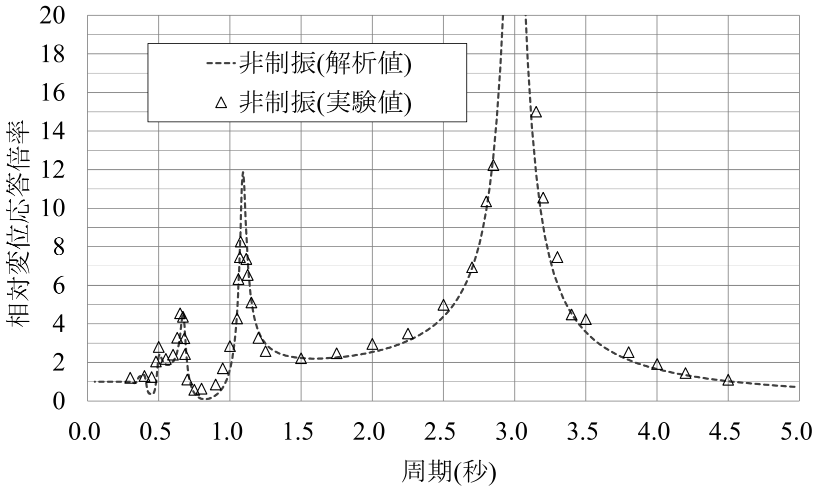


図 4-18　非制振試験体の共振曲線(8 層目)

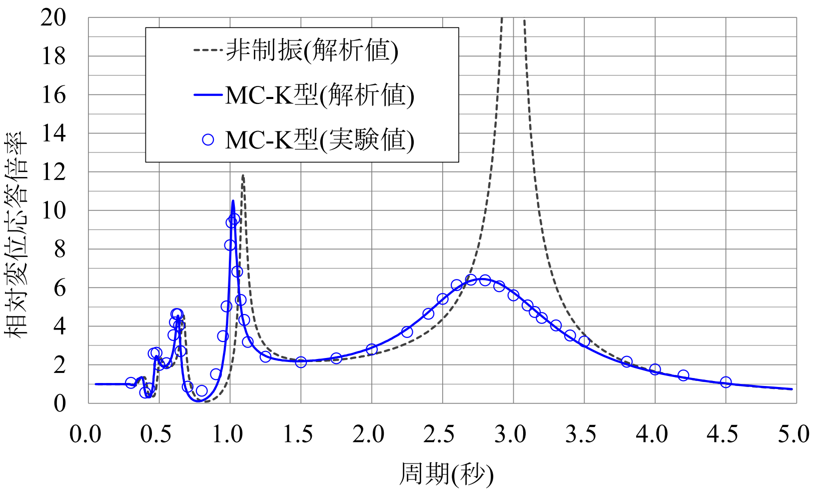


図 4-19　MC-K 型試験体の共振曲線(8 層目)

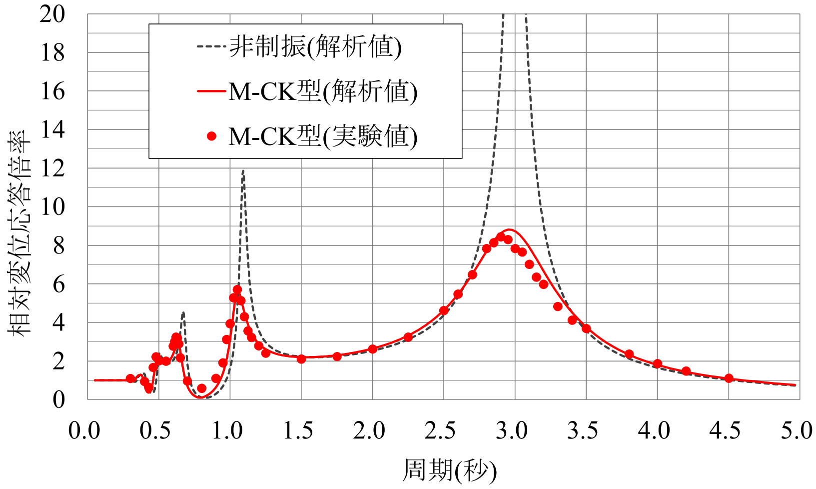


図 4-20　M-CK 型試験体の共振曲線(8 層目)

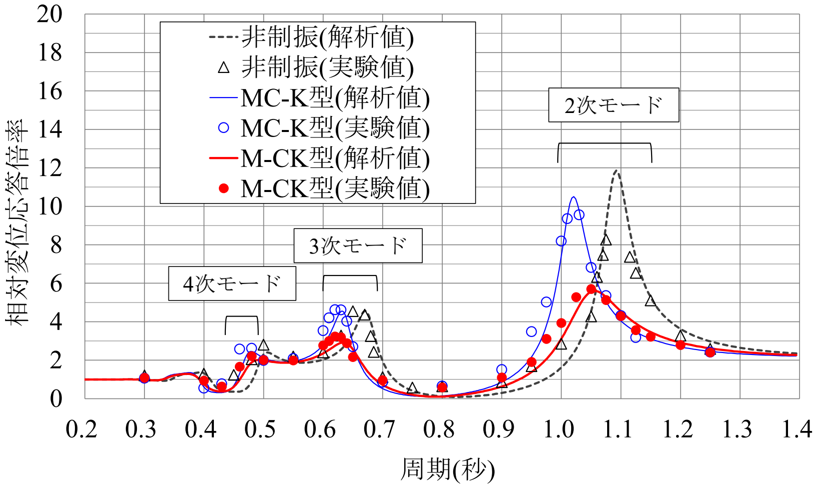
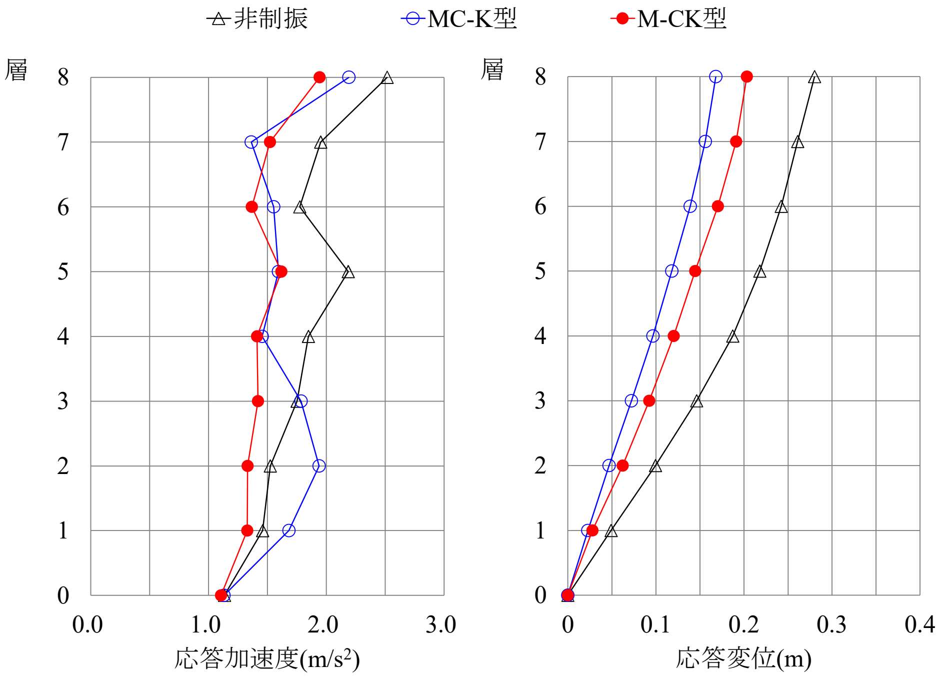


図 4-21　共振曲線の比較(8 層目)

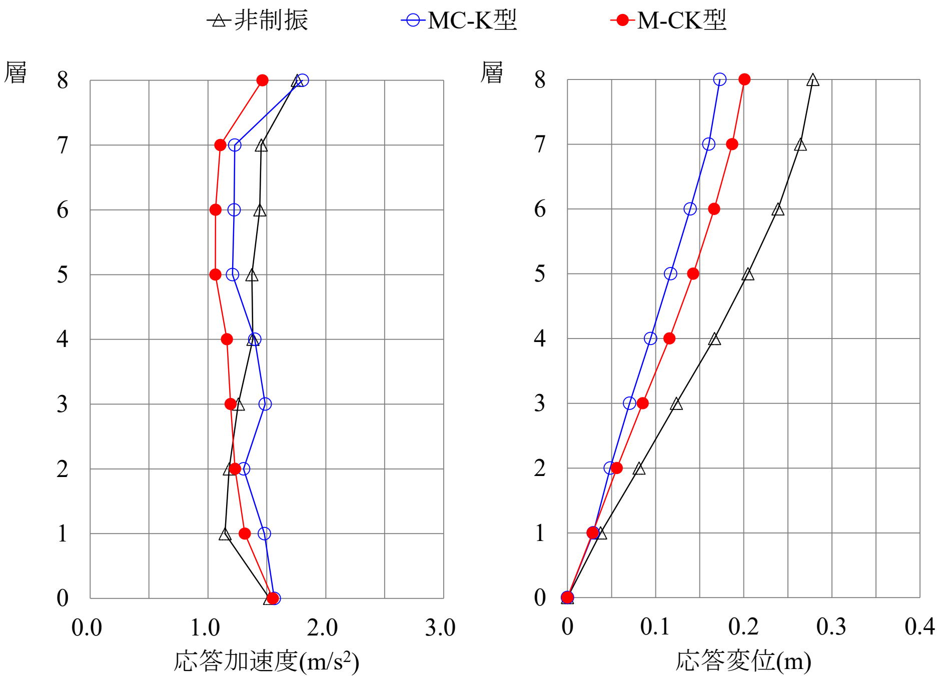
(3) 模擬地震波加振実験

表 4-9 に本検討で用いる模擬地震動 BCJ-L2 波および告示波の概要、図 4-12 に模擬地震動の応答スペクトルを示している。(1)BCJ-L2 波は、日本建築センターによる模擬波であり、(2)レベル 2 告示波は、日本建築基準法の告示によって作成した模擬波（位相：乱数）である。なお、試験体のクライテリアの制約上、非制振の最大応答変位が 0.30m 超えないように、地震動の入力振幅を調整している。

図 4-22 に模擬地震動に対する実験結果を示す。MC-K 型と M-CK 型の最大応答変位は、いずれも非制振より低減されていることが確認できる。また、M-CK 型の最大応答加速度は、非制振および MC-K 型よりも低減され、高次モード制御に対する有効性が確認できる。模擬地震動加振実験により、M-CK 型の制振効果が検証された。



(a) BCJ-L2 波　35%



(b)　レベル 2 告示波　45%

図 4-22　模擬地震動に対する実験結果

4.3.3 MC-K 型および M-CK 型による複合制振の振動実験

(1) 振動実験モデルの概要

本節では、MC-K 型と M-CK 型による複合制振の応答性能を検証するため、前節と同様に、8 層せん断モデル試験体を用いた振動実験を行った。図 4-23 に試験体の立面図および制振装置概要を示す。なお、表 4-5 に 8 層せん断モデルの諸元および固有値結果を示している。

図 4-24 に制振装置の配置図を示す。MC-K 型はダイナミック･マスとオイルダンパーを並列に配置し、更にコイルばねを直列に配置した構成であり、M-CK 型はコイルばねとオイルダンパーを並列に配置し、更にダイナミック・マスを直列に配置した構成である。なお、制振装置の取付け上の都合で、配置層を 1 層および 2 層とし、M-CK 型においては主系の間に取付け用部材を設置している。また、振動台変位および各層の層間変形を変位計により、各層の加速度は加速度計を設置して計測を行った。

本実験は、1 層目に 1 次モード制御用の MC-K 型、2 層目に 3 次モード制御用の MC-K 型を配置したモデル A、1 層目に 1 次モード制御用の M-CK 型、2 層目に 3 次モード制御用の MC-K 型を配置したモデル B による複合制振の両試験体とする。表 4-13 に制振試験体の最適諸元と設計諸元を示す。

なお、設計諸元はダンパー製作時の制約上、最適諸元と異なり、2 層目の 3 次モード制御用の MC-K 型は両モデル共に同様な諸元としている。

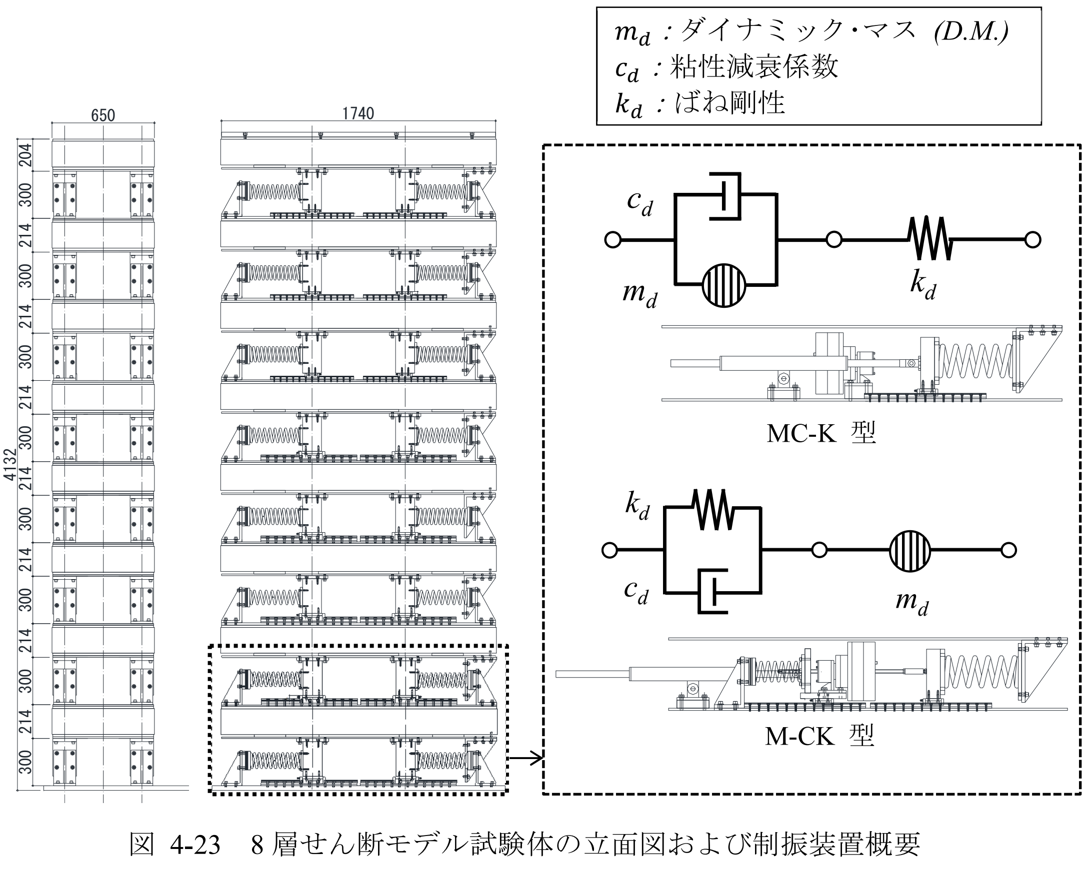
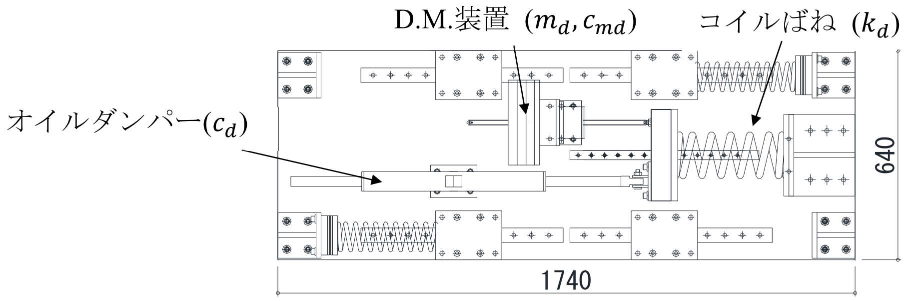
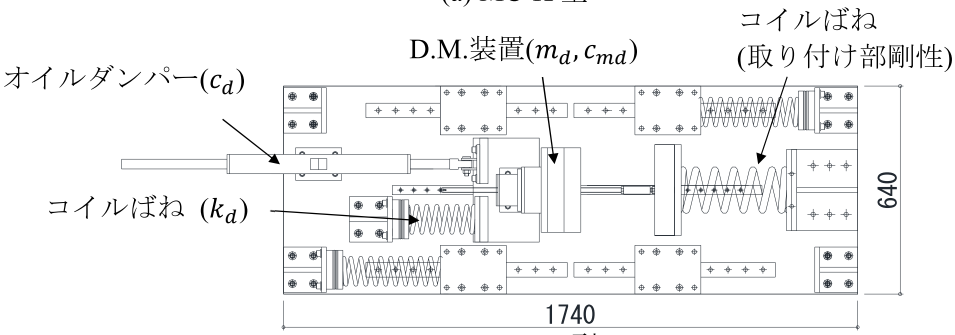


図 4-23　8 層せん断モデル試験体の立面図および制振装置概要



(a) MC-K 型



(b) M-CK 型

図 4-24　制振装置の平面配置図

表 4-13　制振試験体の諸元

(a) 最適諸元

モデル	層	システム	m_d (ton)	c_d (kN・s/m)	k_d (kN/m)
A	2	MC-K 型 3 次	0.9	11.2	542.6
	1	MC-K 型 1 次	22.2	28.5	480.0
B	2	MC-K 型 3 次	0.6	14.3	542.6
	1	M-CK 型 1 次	16.4	31.5	98.0

(b) 設計諸元

モデル	層	システム	D.M. m_d (ton)	D.M. c_{md} (kN・s/m)	c_d (kN・s/m)	k_d (kN/m)
A	2	MC-K 型 3 次	0.8	8.5	21.5	542.6
	1	MC-K 型 1 次	21.8	8.5	30.0	480.0
B	2	MC-K 型 3 次	0.8	8.5	21.5	542.6
	1	M-CK 型 1 次	18.0	8.5	30.0	106.8

※ c_{md}：ダイナミック・マスの等価減衰係数

※ M-CK 型の取付け部剛性 ≒ 1,250 kN/m

表 4-14 に両試験体の複素固有値解析結果、図 4-25、図 4-26 に 8 層目の共振曲線を示す。なお、共振曲線の内部粘性減衰はレーリー減衰$h_1, h_2 = 0.02$としている。両試験体の設計諸元時において、1 次モードの粘性減衰定数が最適諸元時より大きく、モード同調が若干ずれているが、応答倍率の最大値がほぼ同様であることから近似的に最適化を保っていることが分かる。

また、両試験体の 2 層目に同様な諸元を有する MC-K 型を用いているが、モデル B の方が高次モードの応答低減効果が大きいことが確認できる。

表 4-14 複素固有値解析結果

(a) 最適諸元（内部粘性減衰除く）

モデル A					モデル B				
システム	1 層(MC-K)		2 層(MC-K) 1 層(MC-K)		システム	1 層(M-CK)		2 層(MC-K) 1 層(M-CK)	
次数	T_j(s)	h_j	T_j(s)	h_j	次数	T_j(s)	h_j	T_j(s)	h_j
1 次	3.203	0.134	3.231	0.140	1 次	3.369	0.072	3.388	0.078
D.M.1 次	2.434	0.133	2.410	0.145	D.M.1 次	2.677	0.135	2.656	0.150
2 次	1.001	0.003	0.997	0.064	2 次	1.019	0.043	1.012	0.108
3 次	0.626	0.001	0.622	0.139	3 次	0.623	0.034	0.638	0.156
D.M.3 次	-	-	0.529	0.135	D.M.3 次	-	-	0.507	0.107
4 次	0.464	0.000	0.422	0.041	4 次	0.459	0.022	0.408	0.038

(b) 設計諸元（内部粘性減衰除く）

モデル A					モデル B				
システム	1 層(MC-K)		2 層(MC-K) 1 層(MC-K)		システム	1 層(M-CK)		2 層(MC-K) 1 層(M-CK)	
次数	T_j(s)	h_j	T_j(s)	h_j	次数	T_j(s)	h_j	T_j(s)	h_j
1 次	2.955	0.173	3.081	0.204	1 次	3.350	0.193	3.400	0.192
D.M.1 次	2.617	0.194	2.456	0.198	D.M.1 次	2.852	0.099	2.763	0.140
2 次	1.001	0.003	0.935	0.051	2 次	1.026	0.033	0.966	0.097
3 次	0.626	0.001	0.580	0.034	3 次	0.629	0.028	0.578	0.100
D.M.3 次	-	-	0.520	1.213	D.M.3 次	-	-	0.447	0.275
4 次	0.464	0.000	0.436	0.022	4 次	0.463	0.020	0.415	0.057

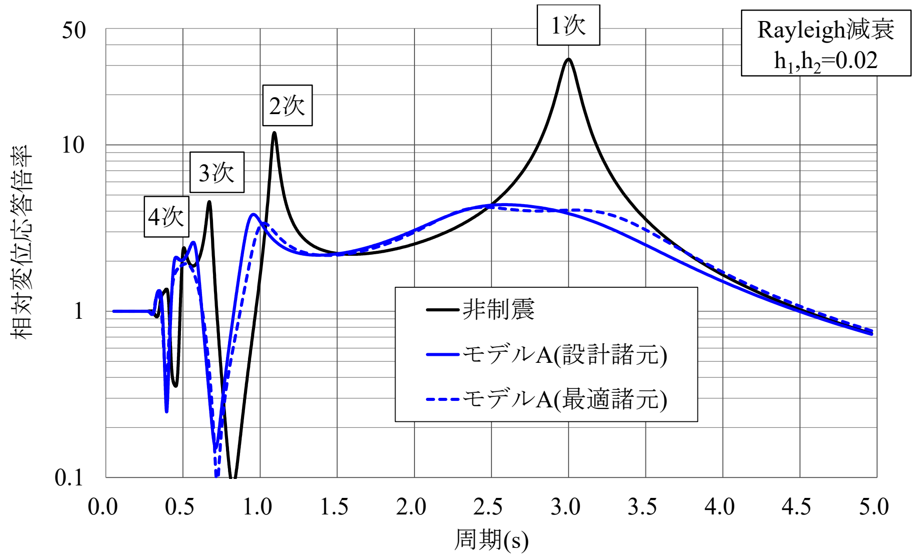


図 4-25　モデル A の共振曲線（8 層）

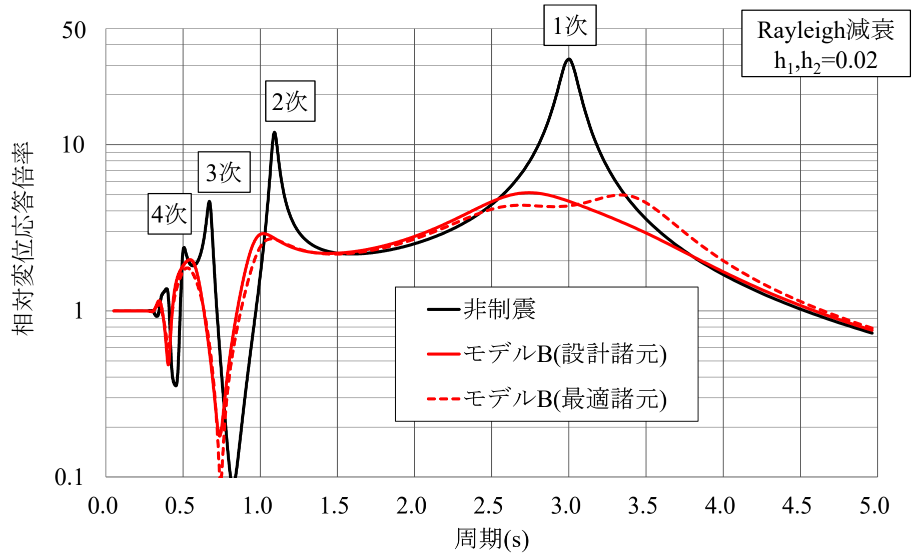


図 4-26　モデル B の共振曲線（8 層）

(2) 正弦波加振実験

本実験では、複合制振の応答性能を検証するため、正弦波加振を行い、相対変位応答倍率を算出した。なお、振動台の加振周期の範囲は、0.30 秒~4.50 秒としている。評価として、振動台の変位および 8 層目の変位を計測し、試験体 8 層目の相対変位応答倍率を算出し、解析値の共振曲線との比較を行った。図 4-27～図 4-29 に各試験体の正弦波加振実験結果を示す。実線は設計時の解析値、マーカーは実験値を表し、解析値と実験値はおおむね良い対応をしていることが確認できる。なお、非制振と比較して、モデル A およびモデル B は共に 1 次～3 次モードの応答倍率が大幅に低減され、高次モードの周期域を拡大した図 4-29 に着目すると、モデル B の方がより高次モードの応答倍率が低減されることが確認できる。

以上の実験結果より、MC-K 型および M-CK 型による複合制振の制振効果を示し、複数モードのモード同調制御の有効性が検証された。

(3) 模擬地震波加振実験

表 4-9 に本検討で用いる模擬地震動 BCJ-L2 波および告示波の概要、図 4-12 に模擬地震動の応答スペクトルを示している。(1)BCJ-L2 波は、日本建築センターによる模擬波であり、(2)レベル 2 告示波は、日本建築基準法の告示によって作成した模擬波（位相：乱数）である。なお、試験体のクライテリアの制約上、非制振の最大応答変位が 0.30m 超えないように、地震動の入力振幅を調整している。

図 4-30、図 4-31 に模擬地震動に対する実験結果を示す。モデル A とモデル B の最大応答変位は、いずれも非制振より大幅低減されていることが確認できる。また、モデル B の最大応答加速度は、非制振およびモデル A よりも低減され、MC-K 型および M-CK 型による複合制振の制振効果が検証された。

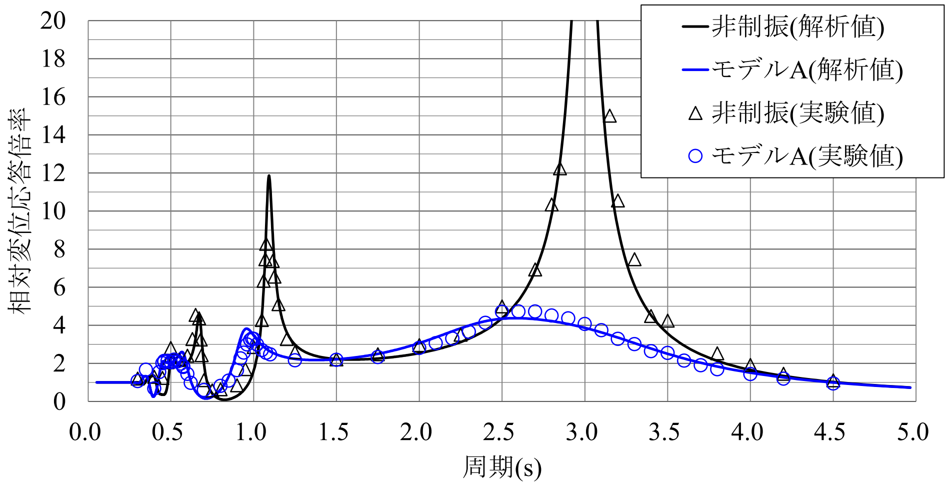


図 4-27　モデル A の共振曲線（8 層）

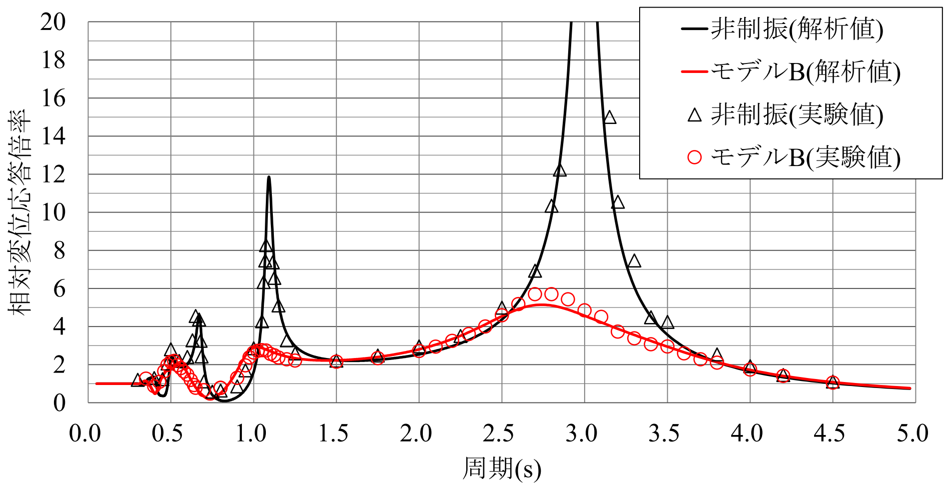


図 4-28　モデル B の共振曲線（8 層）

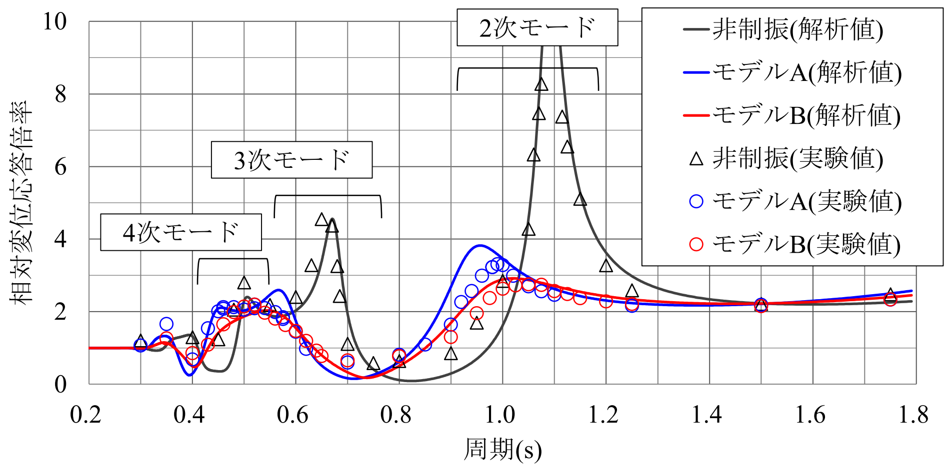


図 4-29　高次モードの共振曲線（8 層）

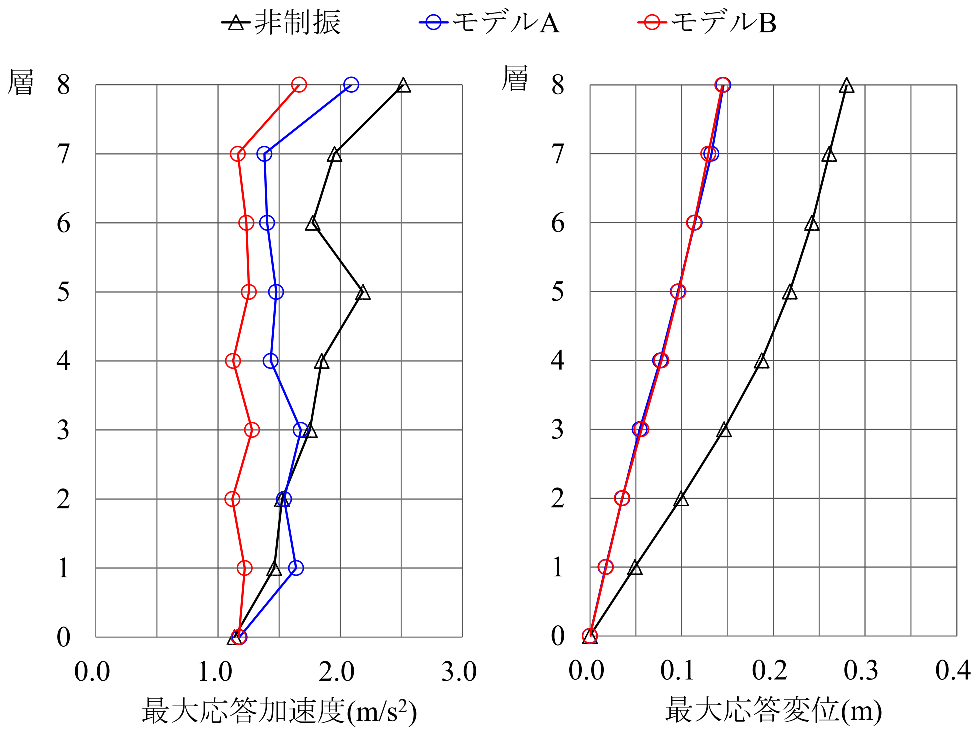


図 4-30　BCJ-L2 波 35%による実験結果

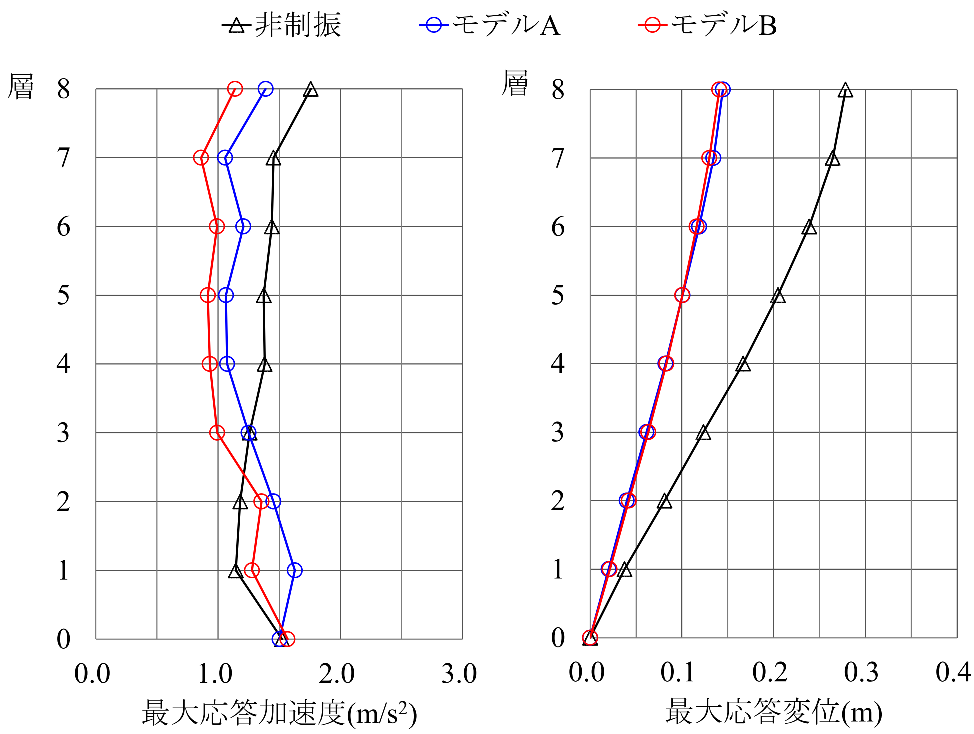


図 4-31　レベル 2 告示波 45%による実験結果

4.4 減衰付与の推定式を利用した設計方法

本論文では、MC-K 型および M-CK 型 D.M.同調システムを用いたモード同調制御により、対象建築物の「モード減衰制御」を目指している。4.2 節では、M-CK 型 1 次モード制御と MC-K 型 3 次モード制御を組み合わせた複合制振の設計方法を示し、両システムの性質の相乗効果により、モード同調制御対象外の 2 次モードにも大きく減衰が付与されることを示した。

そこで、本検討では、M-CK 型高次モード付与減衰推定式および MC-K 型低次モード付与減衰推定式を用いて、対象建築物の 1 次モード～3 次モード(主要振動モード)に対して、目標モード減衰の設計方法を提案する。表 4-15 に各種減衰付与推定式を示す。

表 4-15　各種減衰付与の推定式

<table>
<tr>
<td>M-CK 型
高次モード付与減衰推定式</td>
<td>
$$h_{j,M-CK} = 4.56\alpha\left(\frac{\omega_j}{\omega_1}\right)\left(\frac{\sum_n \beta_j r_{n,j}}{\sum_n \beta_1 r_{n,1}}\right)^2 {h_{opt}}^{2.65}$$
$$\alpha = -\frac{q}{p^2}\left(h_{opt,1} - p\right)^2 + q + 1$$
<table>
<tr><td>配置比 N'/N</td><td>p</td><td>q</td></tr>
<tr><td>$0.0 < N'/N \leq 0.2$</td><td>$p = 0.41 \cdot N'/N$</td><td rowspan="2">$q = 1.68 \cdot N'/N$</td></tr>
<tr><td>$0.2 < N'/N \leq 0.3$</td><td rowspan="2">$p = 0.082$</td></tr>
<tr><td>$0.3 < N'/N \leq 0.5$</td><td>$q = 0.504$</td></tr>
</table>
nは配置層、jは推定モードのモード次数である。
</td>
</tr>
<tr>
<td>MC-K 型
低次モード付与減衰推定式</td>
<td>
$$h_{j,MC-K} = 2.7e^{(5.2-12.1h_{opt})\left(\frac{\omega_j}{\omega_i}\right)}\left(\frac{\sum_n \beta_j r_{n,j}}{\sum_n \beta_i r_{n,i}}\right)^2 {h_{opt}}^{3.2}$$
nは配置層、iは制御モードのモード次数、
jは推定モードのモード次数とし、$i > j$とする。
</td>
</tr>
</table>

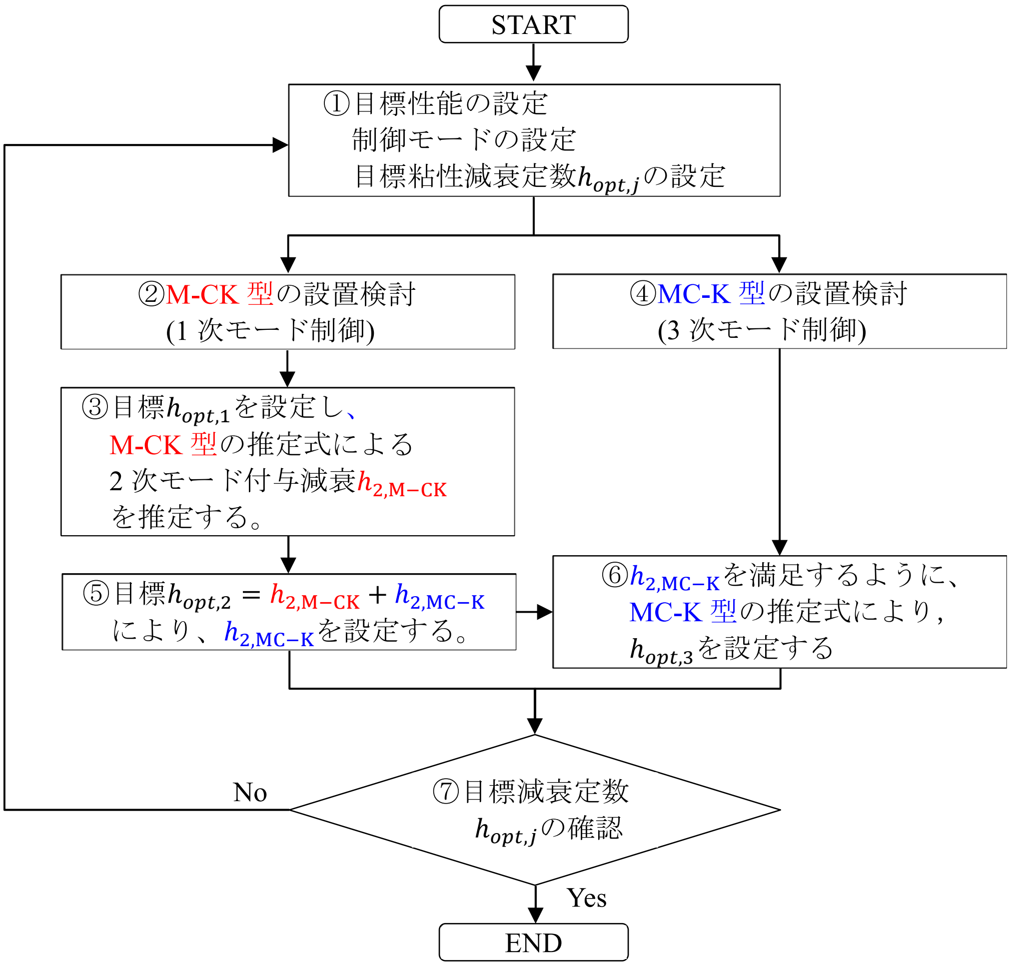


図 4-32　減衰付与の推定式を用いた複合制振の予備設計フロー

図 4-32 に減衰付与の推定式を用いた複合制振の予備設計フローを示す。ここで、4.5.1 節に示す 20 階建鉄骨超高層建築物を用いて、複合制振の設計フローの①～⑦に沿って、複合制振の推定式を利用した設計方法の一例を示す。

① 目標性能の設定を行う。本検討では、制御モードを 1 次および 3 次モードとし、1~3 次モードの粘性減衰定数が全て 8%以上$\left(h_{opt,j} \geq 0.08\right)$となるよう目標を設定する。

② M-CK 型 1 次モード制御の配置層を設定する。なお、参考文献 4-3)では、制御対象モードの層間刺激関数の大きい位置に D.M.同調システムを設置することで、効率的に減衰を付与できることが示されている。そのため、1 次モードに減衰を付与したい場合は下層部、高次モードに減衰を付与したい場合は上層部に制振装置を設置することで、効率のよい制振システムの構築が可能であると推測できる。本検討では、1 次および 2 次モードの層間刺激関数 $\overline{\beta_j r_{n,j}}$ が比較的大きい 1-5 層に配置する。

③ M-CK 型の目標$h_{opt,1}$を設定し、推定式を用いて 2 次モードの付与減衰$h_{2,\mathrm{M-CK}}$を推定する。本検討では$h_{opt,1} = 0.12$と設定し、表 4-15 より、非制振時の諸元（$\omega_2/\omega_1 = 2.675$ ，$\sum\beta_2 r_{n,2}/\sum\beta_1 r_{n,1} = 0.907$ ，$N'/N = 0.25$）を用いて、M-CK 型 1 次モード制御 1-5 層配置時の 2 次モード付与減衰$h_{2,M-CK}$は 0.048 と推定される。

次数j	$h_{opt,1}$	ω_2/ω_1	$\sum\beta_2 r_{1,2}/\sum\beta_1 r_{1,1}$	N'/N	α	推定$h_{2,M-CK}$
2	0.12	2.675	0.907	0.25	1.330	0.048

④ MC-K 型 3 次モード制御の配置層を設定する。本検討では、2 次および 3 次モードの層間刺激関数 $\overline{\beta_j r_{n,j}}$ が比較的大きい 17-19 層に配置する。

⑤ $h_{2,M-CK} = 0.048$ であることから、$h_{opt,2} \geq 0.08$ を満足するため、必要な $h_{2,\mathrm{MC-K}}$ を 0.032 と設定する。

⑥ 必要$h_{2,\mathrm{MC-K}}$を満足するよう、MC-K 型の目標$h_{opt,3}$を推定式により設定する。表 4-15 より、非制振時の諸元（$\omega_2/\omega_3 = 0.616$ ，$\sum\beta_2 r_{n,2}/\sum\beta_3 r_{n,3} = 0.879$）を用いて、MC-K 型 3 次モード制御 17-19 層配置時の目標$h_{opt,3}$は 0.14 と設定される。

次数j	必要$h_{2,\mathrm{MC-K}}$	ω_2/ω_3	$\sum\beta_2 r_{2,2}/\sum\beta_3 r_{2,3}$	目標$h_{opt,3}$
2	0.032	0.616	0.879	0.14

⑦ 各モードの目標粘性減衰定数 $h_{opt,j}$ を確認する。$h_{opt,1} = 0.12$ ，$h_{opt,2} = 0.08$ ，$h_{opt,3} = 0.14$ と、目標値$\left(h_{opt,j} \geq 0.08\right)$を満足していることが確認できる。

表 4-16 に複合制振の配置概要 MC-K 型の目標粘性減衰定数、表 4-17 に目標h_{opt}，κ_kおよび最適諸元、表 4-18 に複素固有値解析結果を示す。解析モデルの 2 次モード減衰定数h_2は$h_{2,M-CK}$および$h_{opt,2}$とよい対応をしていることが確認できる。また、制御対象でない 2 次モードにおいても目標粘性減衰定数を設定した設計が可能であることが分かる。

表 4-16　複合制振の配置概要

システム	制御モード	配置層	目標 $h_{opt,j}$	$h_{2,MC-K}$ $h_{2,M-CK}$	目標 $h_{opt,2}$
MC-K 型	3 次	17-19 層	0.14	0.032	0.08
M-CK 型	1 次	1-5 層	0.12	0.048	

表 4-17　D.M.同調システムの目標値よび最適諸元

層	システム	目標 $h_{opt,j}$	目標 κ_k ,γ_m	m_d (ton)	c_d (kN･s/m)	k_d (kN/m)
17-19	MC-K 型 3 次	0.14	0.170	2,120	15,800	630,000
1-5	M-CK 型 1 次	0.12	0.104	77,000	101,000	539,000

表 4-18　複素固有値解析結果

M-CK 型 1 次制御 1-5 層配置

次数	T_j(s)	h_j
1 次	2.803	0.077
D.M. 1 次	2.237	0.121
2 次	0.886	0.049
3 次	0.551	0.058
-	-	-
4 次	0.403	0.050

→

MC-K 型 3 次制御 17-19 層配置追加

次数	T_j(s)	h_j
1 次	2.804	0.077
D.M. 1 次	2.238	0.122
2 次	0.904	0.077
3 次	0.592	0.141
D.M. 3 次	0.433	0.137
4 次	0.348	0.087

4.5 超高層建築物の設計例

4.5.1 解析モデル概要および検討方針

本節では、超高層建築物を対象にして、提案した MC-K 型および M-CK 型による複合制振の制振効果を検証することを目的としている。なお、解析モデルは 20 層の超高層建築物とし、検討用入力地震動は、日本建築センター模擬波の BCJ-L2 とする。

(1) 解析モデル概要

本検討では、パッシブ制振構造設計施工マニュアル [4-8]に基づき、在来耐震構造に対応した主架構（在来タイプ）の 20 階建鉄骨超高層建築物（高さ 82m）をアレンジしたものとする。解析モデルは、せん断型質点系モデルとし、表 4-19 に解析モデル諸元と固有値結果、図 4-33 に層および層間刺激関数を示す。なお、層間刺激関数は絶対値を取ったものとしている。

表 4-19　20 層振動解析モデルの諸元と固有値結果

層	層高 (m)	質量 (ton)	初期剛性 (kN/m)	α1	α2	Q_{y1} (kN)	Q_{y2} (kN)
20	4.0	1,882	612,652	0.922	0.221	20,069	26,080
19	4.0	1,422	700,085	0.912	0.116	29,616	31,334
18	4.0	1,438	819,981	0.908	0.077	32,939	34,176
17	4.0	1,438	892,567	0.928	0.082	39,250	40,509
16	4.0	1,459	1,103,628	0.958	0.077	41,006	43,364
15	4.0	1,464	1,138,198	0.850	0.073	43,327	44,919
14	4.0	1,464	1,202,985	0.800	0.075	47,393	49,253
13	4.0	1,473	1,268,004	0.750	0.067	48,113	53,440
12	4.0	1,478	1,447,078	0.620	0.030	49,629	56,880
11	4.0	1,482	1,474,640	0.593	0.015	49,194	60,009
10	4.0	1,469	1,501,369	0.497	0.013	50,140	62,586
9	4.0	1,469	1,525,125	0.568	0.030	55,673	63,729
8	4.0	1,472	1,615,607	0.657	0.033	56,078	65,161
7	4.0	1,474	1,663,862	0.576	0.030	58,748	66,841
6	4.0	1,474	1,693,948	0.500	0.031	61,021	68,349
5	4.0	1,478	1,892,755	0.486	0.026	61,982	69,954
4	4.0	1,486	1,949,716	0.525	0.029	63,264	71,235
3	4.0	1,496	2,226,559	0.522	0.030	64,345	72,418
2	4.0	1,507	2,333,520	0.622	0.031	61,278	74,034
1	6.0	1,552	1,873,067	0.534	0.002	61,776	77,753

モード	固有周期 T(s)
1 次	2.464
2 次	0.921
3 次	0.567
4 次	0.411
5 次	0.320
6 次	0.267
7 次	0.227
8 次	0.199
9 次	0.179
10 次	0.164
11 次	0.150
12 次	0.141
13 次	0.132
14 次	0.123
15 次	0.117
16 次	0.111
17 次	0.105
18 次	0.100
19 次	0.095
20 次	0.086

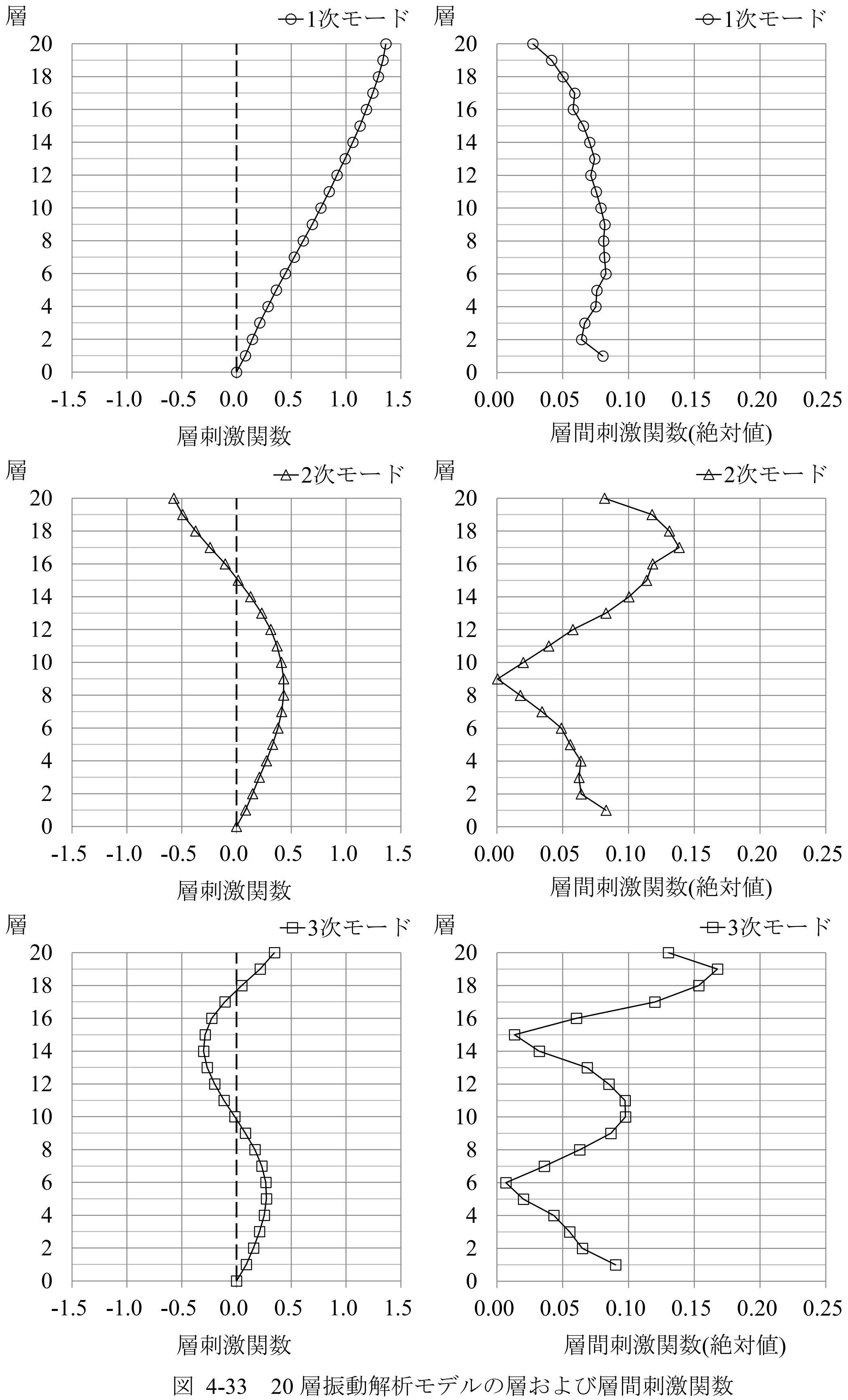


図 4-33　20 層振動解析モデルの層および層間刺激関数

(2) 検討方針

表 4-20 に制振モデル概要を示す。本検討では、①オイルダンパーによる 1 次モード制御(以降，C-K 型)、②MC-K 型による複数モード制御(以降，MC-K 型)、③MC-K 型および M-CK 型による複合制振(以降，複合制振)の 3 ケースの設計例を用いて、時刻歴応答解析による応答性能の確認を行う。

C-K 型の制振装置諸元については、参考文献[4-5),4-6)]に示されている C-K 型の最適設計式により、MC-K 型および複合制振の制振装置諸元については、4.2 節および 4.4 節に示した複合制振の設計方法により求める。

応答解析では、最初に弾性時刻歴応答解析を行い、各制振モデルの弾性時の応答を把握し、必要なダンパー基数を確認する。次に、超高層建築物の弾塑性モデルおよびダンパーのリリーフ荷重を考慮して、弾塑性時刻歴応答解析を行い、性能確認を行う。なお、解析モデルの内部粘性減衰は、レーリー型減衰を採用し、h_1，h_2を 0.02 とする。検討用入力地震動は、日本建築センターによる模擬地震動 BCJ-L2 の 1.5 倍入力とし、目標クライテリアは、目標クライテリアは、層間変形角が 1/100 以下とし、層塑性率を 1.0 以下とする。

表 4-20　制振モデル概要

制振モデル	制御モード	システム	配置層	備考
①C-K 型	1 次	C-K 型	1-15 層	オイルダンパーによる 1 次モード制御、計 15 層配置
②MC-K 型	1 次	MC-K 型	1-5 層	MC-K 型による 1~3 次モードの 複数モード制御、計 15 層配置
	2 次	MC-K 型	16-20 層	
	3 次	MC-K 型	9-13 層	
③複合制振	1 次	M-CK 型	1-5 層	MC-K 型および M-CK 型 による複合制振、計 10 層配置
	2 次	―	―	
	3 次	MC-K 型	16-20 層	

4.5.2 検討用入力地震動および制振モデルの目標モード減衰

MC-K 型および M-CK 型による複合制振のモード同調制御より、対象建築物のモード減衰を制御できるため、制振設計の自由度と制振性能の向上が期待される。本検討では、地震応答スペクトルを用いて、対象建築物の目標モード減衰の設定を行う。なお、検討用入力地震動は、日本建築センターによる模擬地震動 BCJ-L2 の 1.5 倍入力(以降、1.5 倍 BCJ-L2)とする。図 4-34 に地震動波形、擬似速度応答スペクトルを示す。地震動レベルは、建築基準法告示 1461 号により規定されている告示波レベル 2 の 2 倍程度である。

図 4-35～図 4-37 に加速度・速度・変位応答スペクトルおよび減衰定数による応答低減率を示す。応答スペクトルでは、いずれにおいても、減衰定数の上昇により、応答値が平滑化されていることが確認できる。また、減衰定数による応答低減率では、h=10%~15%において応答低減が最も顕著であり、h=20%~40%の場合、低減率が 0.1 程度しか変化していないことが確認できる。図 4-38 に加速度応答 Sa と変位応答 Sd の関係曲線を示す。なお、$S_a \cong \omega^2 S_d$の関係から、$\omega^2 \cong S_a/S_d$となるため、本検討の対象建築物の固有周期が、図中の傾きのように表せる。

これにより、BCJ-L2 に対して、対象建築物の目標モード減衰として、$h_1 = 0.15$, $h_2 = 0.15$, $h_3 = 0.20$ 程度の設定が効率の良い制振効果が期待できると考えられる。

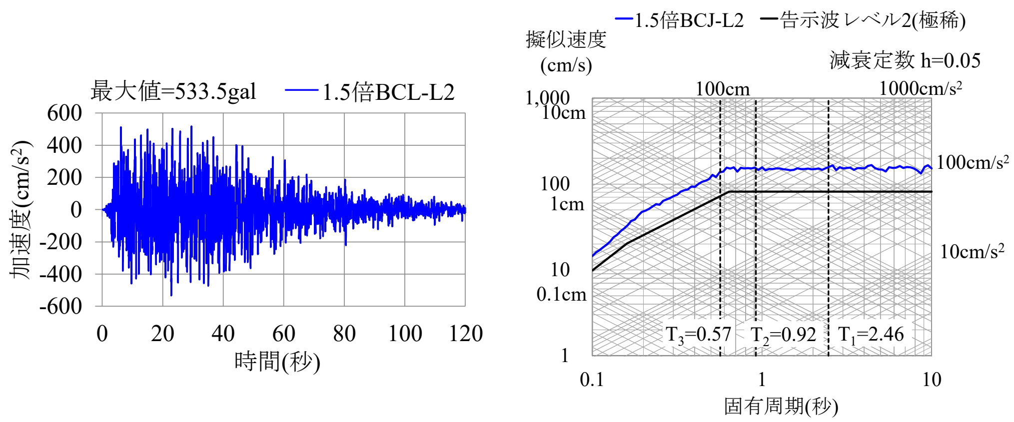


図 4-34 入力地震動波形および応答スペクトル

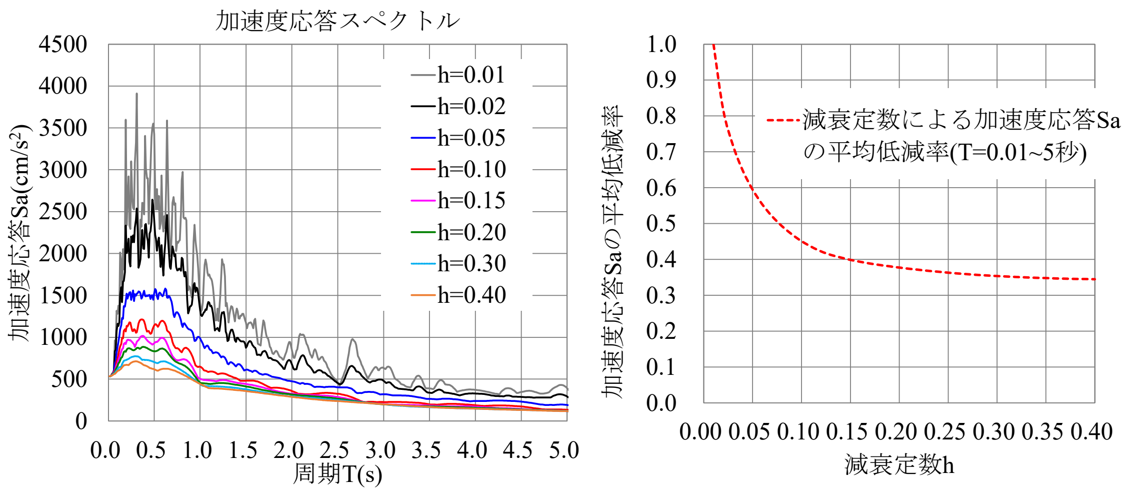


図 4-35 1.5 倍 BCJ-L2 の加速度応答スペクトルおよび減衰定数による応答低減率

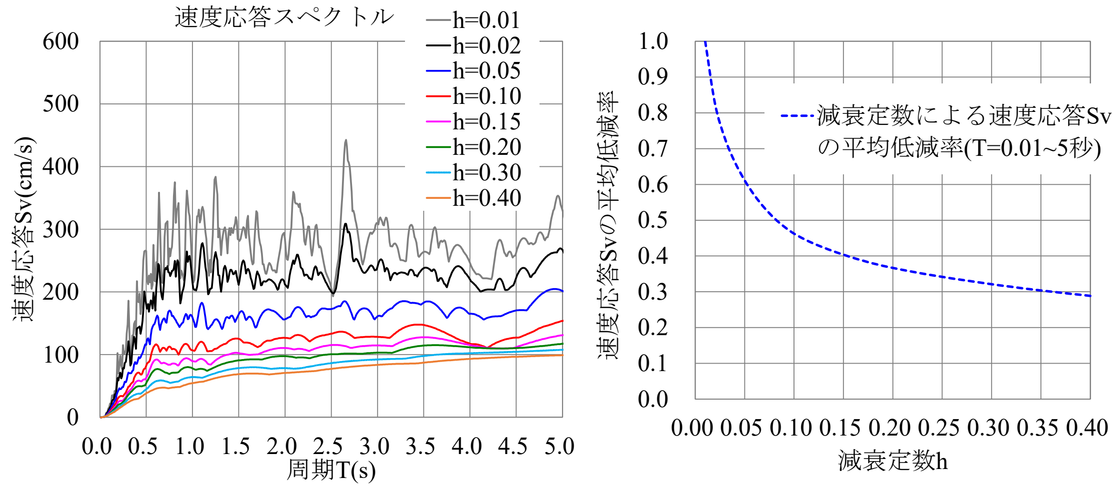


図 4-36　1.5 倍 BCJ-L2 の速度応答スペクトルおよび減衰定数による応答低減率

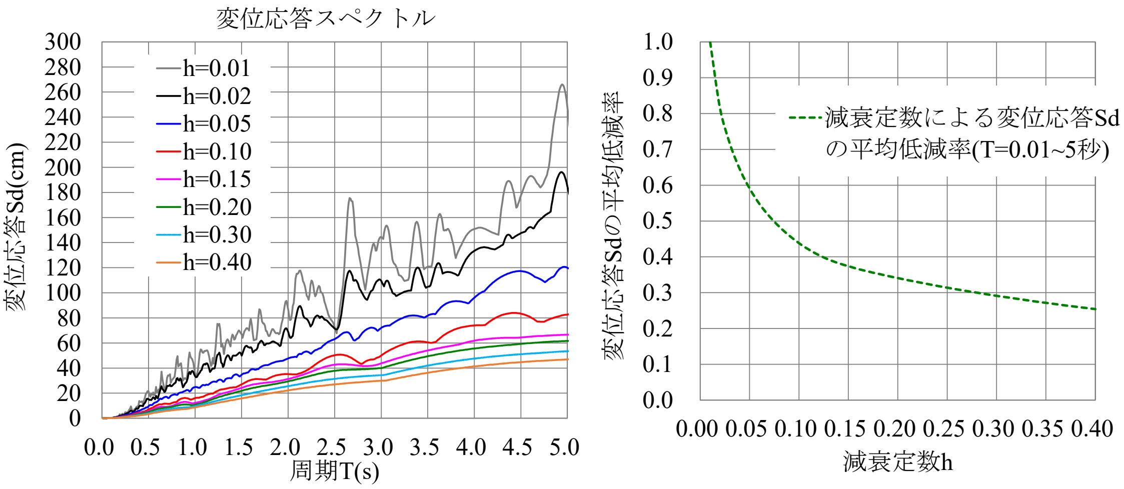


図 4-37　1.5 倍 BCJ-L2 の変位応答スペクトルおよび減衰定数による応答低減率

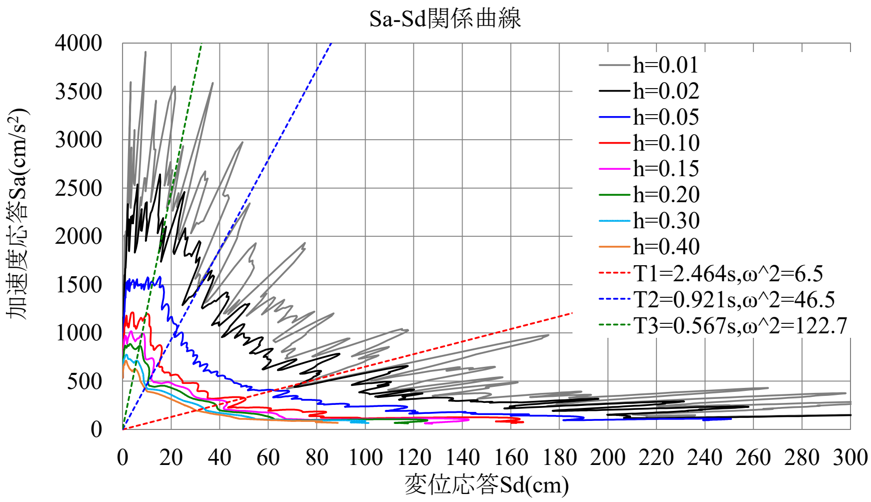


図 4-38　1.5 倍 BCJ-L2 の加速度応答 Sa と変位応答 Sd の関係曲線

4.5.3 C-K 型モデルの設計例

本節では、C-K 型を用いた 1 次モード制御の設計例を示す。参考文献 [4-5), 4-6)]によれば、C-K 型を 1 次モードの層間刺激関数が大きい場所に配置すると、制振効果が高まることが示されている。図 4-33 は非制振モデルの層間刺激関数を示しており、1~15 層では 1 次モードの層間刺激関数が大きいことが確認できる。そこで、本検討では、C-K 型の制振装置を対象建築物の 1~15 層の各層間に配置し、1 次モードに対して目標減衰定数h_{opt}が 0.15 となるように、C-K 型の最適設計を行った。

表 4-21 に C-K 型モデルの目標設定値、表 4-22 に最適減衰を満足する制振装置を示す。なお、各層の制振装置は同じ数値としている。表 4-23 に最適減衰時の複素固有値解析結果を示す。C-K 型は 1 次モードの減衰定数h_1は 15%であり、目標減衰定数を満足していることが確認できる。なお、h_2～h_6はそれぞれ 7%、8%、4%、5%、3%程度である。図 4-39 に解析モデルの刺激関数、図 4-40 に 20 層目の共振曲線を示す。共振曲線からは、非制振時の応答倍率に対して、1 次モードで約 90%、2 次と 3 次モードで約 65～70%の低減効果が確認できる。

表 4-21　C-K 型モデルの目標設定値

モデル	制御モード	目標h_{opt}	目標${}_j\kappa_k$	${}_jT_0$(s)	${}_jT_\infty$(s)	備考
C-K 型	1 次	0.15	0.86	2.464	1.808	$h_{opt} = h_j \cong 0.5 \sim 0.6 \dfrac{{}_j\kappa_k}{2 + {}_j\kappa_k}$ ${}_j\kappa_k = \left(\dfrac{{}_jT_0}{{}_jT_\infty}\right)^2 - 1$

※本設計例では、$h_{opt} = h_1 \cong 0.5 \frac{{}_1\kappa_k}{2 + {}_1\kappa_k}$と設定している。

表 4-22　C-K 型モデルの制振装置諸元

C-K 型		
配置層	c_d (kN･s/m)	k_d (kN/m)
1-15	236,000	1,650,000

表 4-23　C-K 型モデルの最適減衰時の複素固有値解析結果

C-K 型		
1 次モード制御		
モード	T(s)	h
1 次	2.300	0.150
2 次	0.802	0.067
3 次	0.461	0.083
4 次	0.334	0.038
5 次	0.262	0.048
6 次	0.214	0.026

※内部粘性減衰を除く

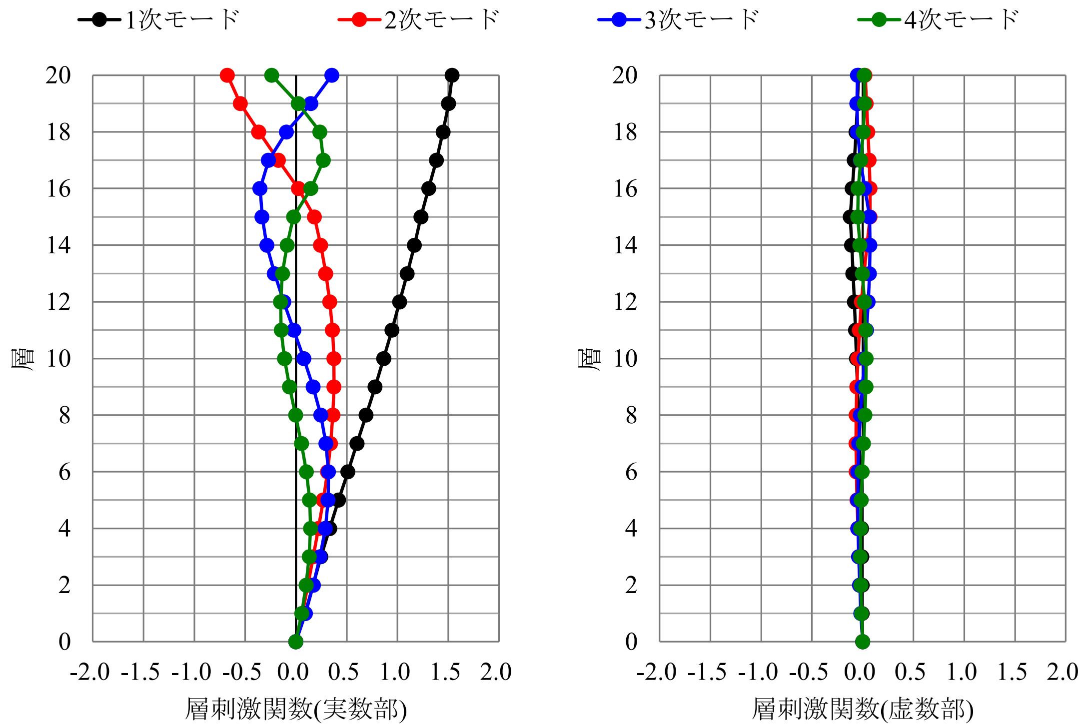


図 4-39　C-K 型モデルの刺激関数のイメージ図

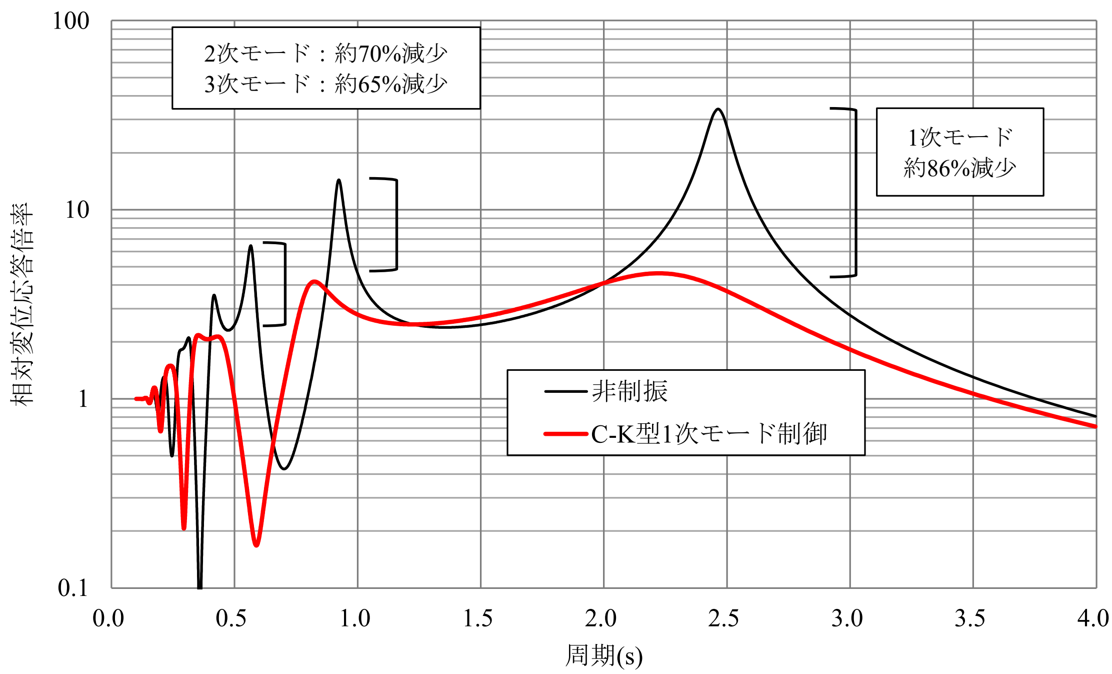


図 4-40　C-K 型モデルの共振曲線(20 層目)

4.5.4 MC-K 型による複数モード制御の設計例

本節では、MC-K 型を用いた複数モード制御の設計例を示す。表 4-24 に MC-K 型モデルの概要を示す。1-5 層に 1 次モード制御用の MC-K 型、16-20 層に 2 次モード制御用の MC-K 型、更に 9-13 層に 3 次モード制御用の MC-K 型を配置する。なお、目標減衰定数h_{opt}について、後の 4.5.5 節に示す複合制振モデルと同様に、モード同調制御より、$h_1 = 0.15$、$h_2 = 0.15$、$h_3 = 0.20$ と設定している。

表 4-24　MC-K 型モデルの概要

制振モデル	制御モード	システム	配置層	目標h_{opt}
MC-K 型	1 次	MC-K 型	1-5 層	0.15
	2 次	MC-K 型	16-20 層	0.15
	3 次	MC-K 型	9-13 層	0.20

(1) MC-K 型による 1 次モード同調制御

図 4-33 に非制振モデルの層間刺激関数を示しているが、下層部では 1 次モードの層間刺激関数が大きいことが確認できる。そこで、本検討では、MC-K 型の制振装置を対象建築物の 1~5 層の各層間に配置し、1 次モードに対して目標減衰定数h_{opt}が 0.15 となるように最適設計を行った。

表 4-25 に MC-K 型の目標設定値、表 4-26 に最適同調および最適減衰を満足する制振装置を示す。なお、各層の制振装置は同じ数値としている。表 4-27 に最適同調時、表 4-28 に最適減衰時の複素固有値解析結果を示す。1 次モードの減衰定数h_1は 15%であり、目標減衰定数を満足していることが確認できる。MC-K 型は、複数層の配置を用いても、最適同調式および最適減衰式が成立していることが確認できる。

図 4-41 に解析モデルの刺激関数のイメージ図、図 4-42、図 4-43 に 20 層目の共振曲線を示す。共振曲線からは、非制振時の応答倍率に対して、1 次モードで約 90%であるが、高次モードの応答低減効果が見受けられない。

表 4-25　MC-K 型モデルの目標設定値(1 次モード制御)

モデル	制御モード	目標h_{opt}	目標${}_j\kappa_k$	${}_jT_0$(s)	${}_jT_\infty$(s)	備考
MC-K 型	1 次	0.15	0.198	2.464	2.252	$h_{opt} = h_j \cong 0.5\sqrt{\frac{{}_j\kappa_k}{2 + {}_j\kappa_k}}$

表 4-26　MC-K 型モデルの制振装置諸元(1 次モード制御)

MC-K 型 1 次モード制御			
配置層	m_d (ton)	c_d (kN･s/m)	k_d (kN/m)
1-5	118,800	212,000	1880,000

表 4-27　MC-K 型モデルの最適同調時の複素固有値解析結果(1 次モード制御)

<table>
<tr><th colspan="3">MC-K 型 1 次モード制御</th></tr>
<tr><th>モード</th><th>T(s)</th><th>備考</th></tr>
<tr><td>1 次</td><td>2.795</td><td rowspan="10">$m_{d1} = 118{,}800ton$、
$k_{d1} = 1880{,}000kN/m$、
$c_{d1} = 0\ kN\cdot s/m$

$${}_1T_\infty = \sqrt{T_{0,1} \times T_{0,1DM}}$$
$$= \sqrt{2.795 \times 1.814}$$
$$= 2.252s$$</td></tr>
<tr><td>D.M.1 次</td><td>1.814</td></tr>
<tr><td>2 次</td><td>0.833</td></tr>
<tr><td>3 次</td><td>0.523</td></tr>
<tr><td>4 次</td><td>0.386</td></tr>
<tr><td>5 次</td><td>0.306</td></tr>
<tr><td>6 次</td><td>0.254</td></tr>
<tr><td>7 次</td><td>0.215</td></tr>
<tr><td>8 次</td><td>0.189</td></tr>
<tr><td>9 次</td><td>0.170</td></tr>
</table>

表 4-28　MC-K 型モデルの最適減衰時の複素固有値解析結果(1 次モード制御)

MC-K 型 1 次モード制御		
モード	T(s)	h
1 次	2.633	0.150
D.M.1 次	1.921	0.150
2 次	0.834	0.004
3 次	0.523	0.001
4 次	0.386	0.000
5 次	0.306	0.000
6 次	0.254	0.000
7 次	0.215	0.000
8 次	0.189	0.000
9 次	0.170	0.000

※内部粘性減衰を除く

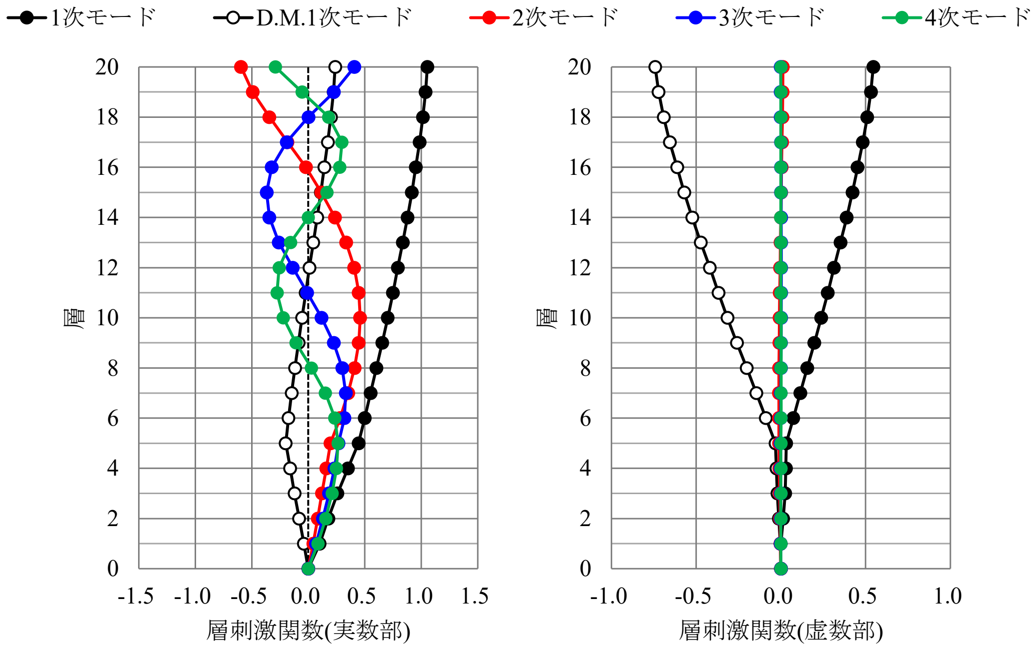


図 4-41　MC-K 型モデルの刺激関数のイメージ図(1 次モード制御)

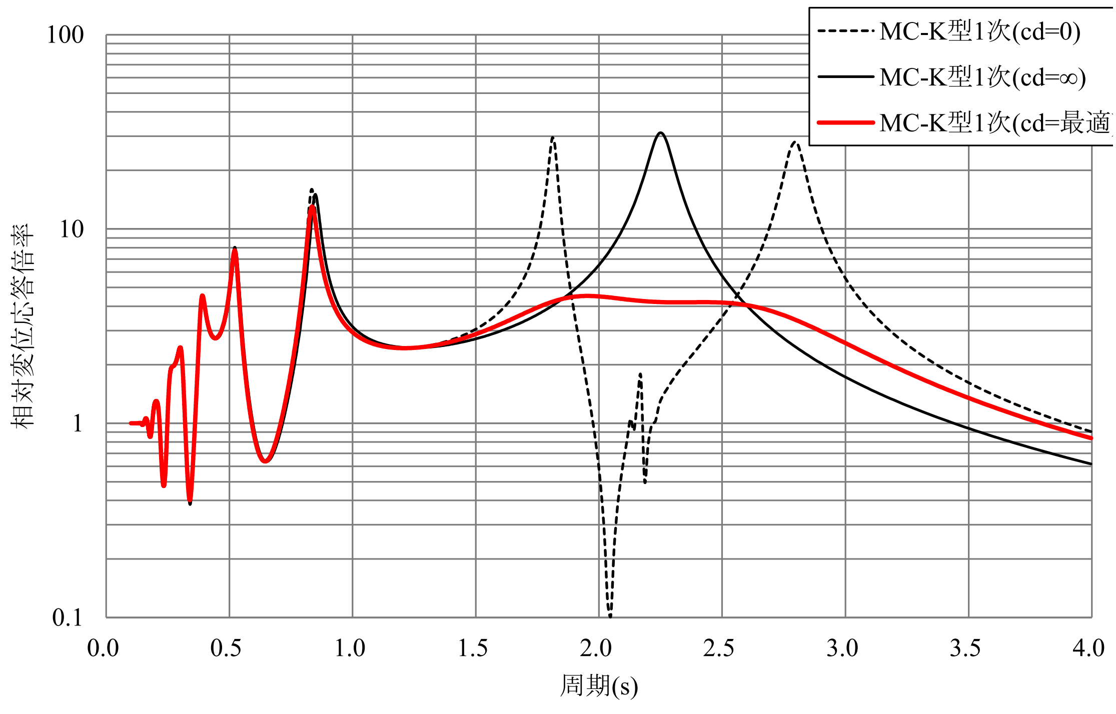


図 4-42　MC-K 型モデルの 20 層目の共振曲線(1 次モード制御)

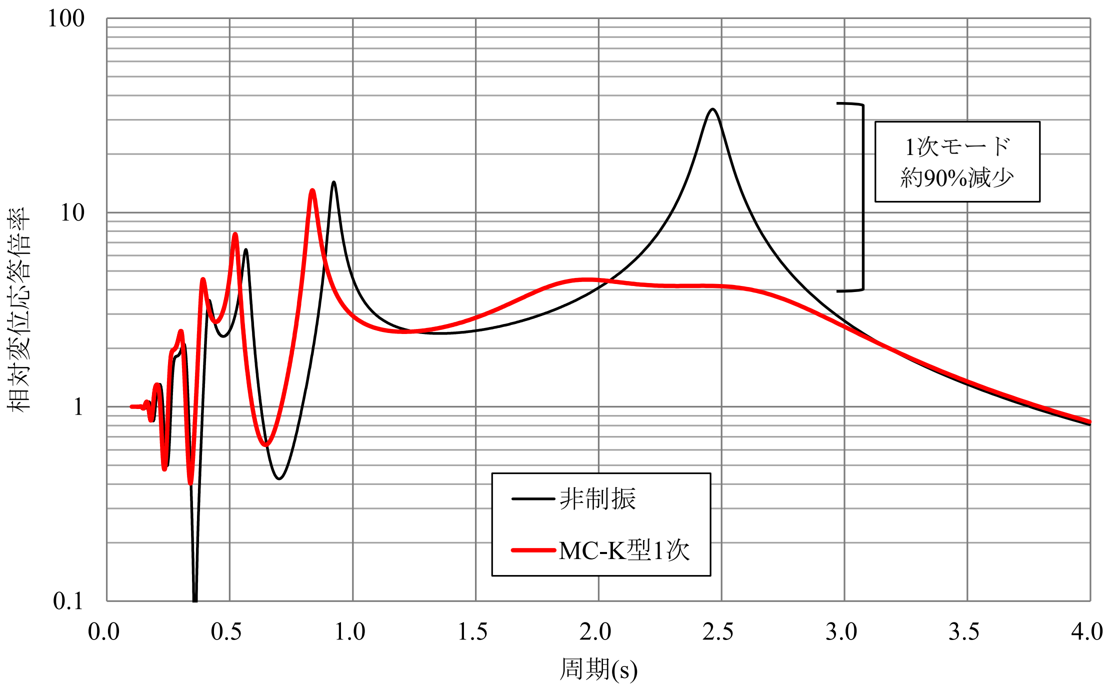


図 4-43　非制振と MC-K 型モデルの 20 層目の共振曲線の比較(1 次モード制御)

(2) MC-K 型による 2 次モード同調制御

図 4-33 に非制振モデルの層間刺激関数を示しているが、上層部では 2 次モードの層間刺激関数が大きいことが確認できる。そこで、本検討では、MC-K 型の制振装置を対象建築物の 16~20 層の各層間に配置し、前項(1)に示した 1 次モード同調制御用の解析モデルを用いて、2 次モードに対しての目標減衰定数h_{opt}が 0.15 となるように最適設計を行った。

表 4-29 に MC-K 型の目標設定値、表 4-30 に最適同調および最適減衰を満足する制振装置を示す。なお、各層の制振装置は同じ数値としている。表 4-31 に最適同調時、表 4-32 に最適減衰時の複素固有値解析結果を示す。2 次モードの減衰定数h_2は 15%であり、目標減衰定数を満足していることが確認できる。MC-K 型は、複数層の配置かつ複数モード制御を用いても、最適同調式および最適減衰式が成立していることが確認できる。

図 4-44 に解析モデルの刺激関数のイメージ図、図 4-45、図 4-46 に 20 層目の共振曲線を示す。共振曲線からは、非制振時の応答倍率に対して、1 次モードでは約 90%、2 次モードでは約 80%の低減効果が確認できる。

表 4-29　MC-K 型モデルの目標設定値(2 次モード制御)

モデル	制御モード	目標h_{opt}	目標${}_j\kappa_k$	${}_jT_0$(s)	${}_jT_\infty$(s)	備考
MC-K 型	2 次	0.15	0.198	0.834	0.762	$h_{opt}=h_j\cong 0.5\sqrt{\dfrac{{}_j\kappa_k}{2+{}_j\kappa_k}}$

表 4-30　MC-K 型モデルの制振装置諸元(2 次モード制御)

MC-K 型 2 次モード制御			
配置層	m_d (ton)	c_d (kN･s/m)	k_d (kN/m)
16-20	4,300	25,500	570,000

表 4-31　MC-K 型モデルの最適同調時の複素固有値解析結果(1~2 次モード制御)

MC-K 型 1~2 次モード制御		
モード	T(s)	備考
1 次	2.633	$m_{d2}=4{,}300ton$、 $k_{d2}=570{,}000kN/m$、 $c_{d2}=0\ kN\cdot s/m$ ${}_2T_\infty=\sqrt{T_{0,2}\times T_{0,2DM}}=\sqrt{0.936\times 0.621}=0.762s$
D.M.1 次	1.926	
2 次	0.936	
D.M.2 次	0.621	
3 次	0.435	
4 次	0.342	
5 次	0.276	
6 次	0.225	

表 4-32　MC-K 型モデルの最適減衰時の複素固有値解析結果(1~2 次モード制御)

MC-K 型 1~2 次モード制御		
モード	T(s)	h
1 次	2.637	0.150
D.M.1 次	1.922	0.155
2 次	0.877	0.150
D.M.2 次	0.656	0.145
3 次	0.442	0.036
4 次	0.344	0.015
5 次	0.276	0.004
6 次	0.225	0.003

※内部粘性減衰を除く

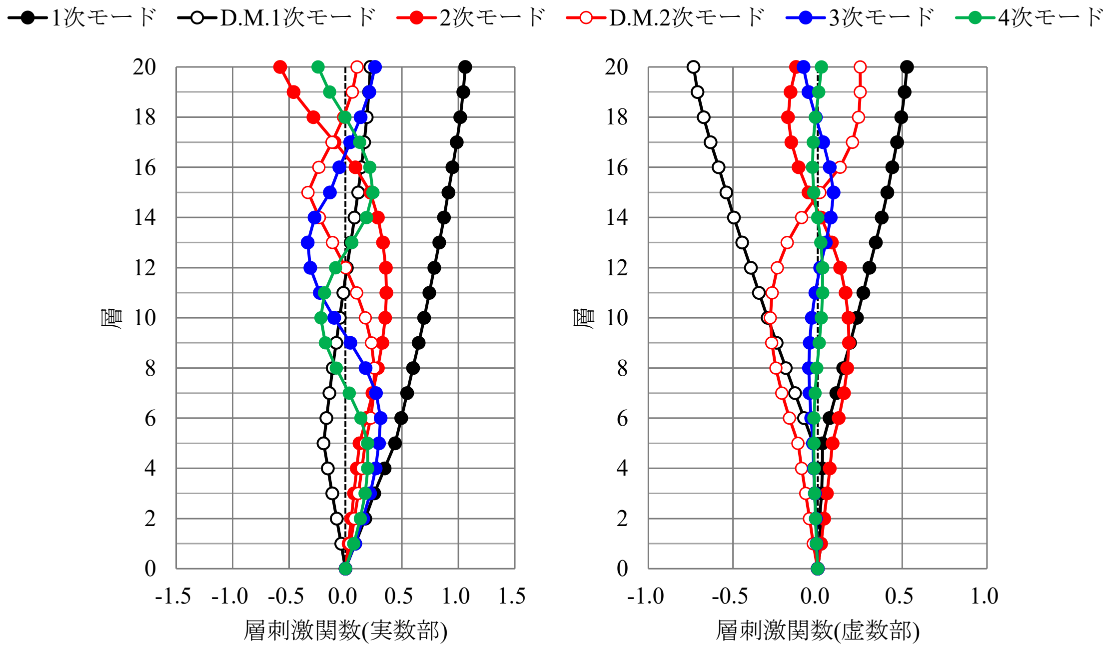


図 4-44　MC-K 型モデルの刺激関数のイメージ図(1~2 次モード制御)

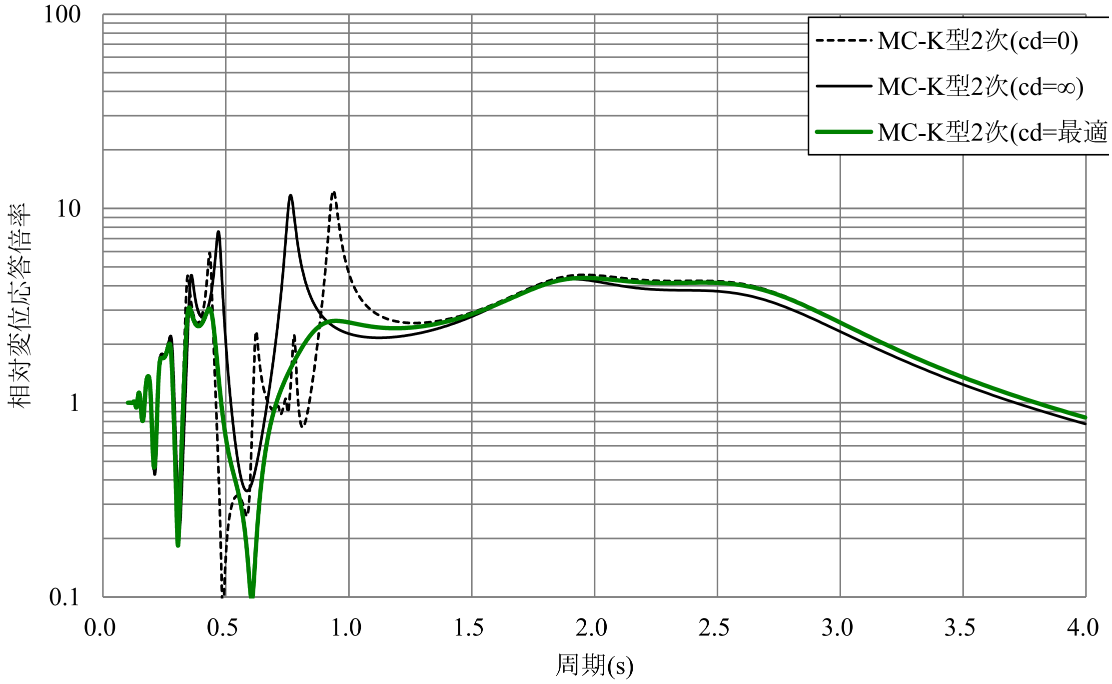


図 4-45　MC-K 型モデルの 20 層目の共振曲線(1~2 次モード制御)

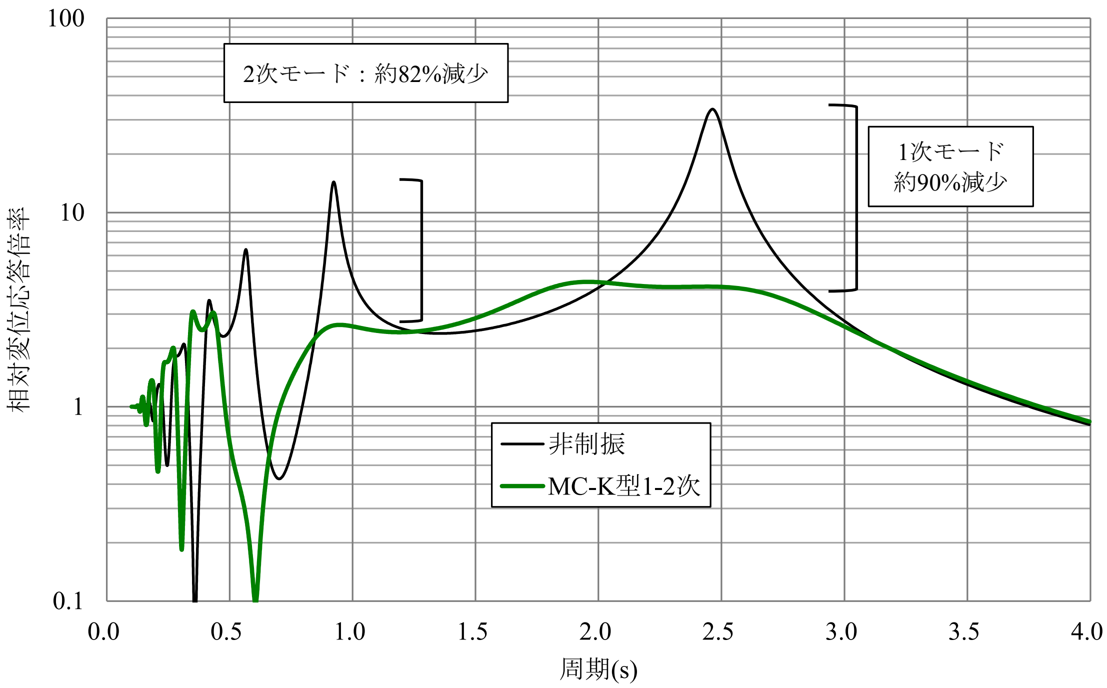


図 4-46　非制振と MC-K 型モデルの 20 層目の共振曲線の比較(1~2 次モード制御)

(3) MC-K 型による 3 次モード同調制御

図 4-33 に非制振モデルの層間刺激関数を示しているが、中間層部では 3 次モードの層間刺激関数が大きいことが確認できる。そこで、本検討では、MC-K 型の制振装置を対象建築物の 9~13 層の各層間に配置し、前項(2)に示した 1〜2 次モード同調制御用の解析モデルを用いて、3 次モードに対して目標減衰定数h_{opt}が 0.20 となるように最適設計を行った。

表 4-33 に MC-K 型の目標設定値、表 4-34 に最適同調および最適減衰を満足する制振装置を示す。なお、各層の制振装置は同じ数値としている。表 4-35 に最適同調時、表 4-36 に最適減衰時の複素固有値解析結果を示す。3 次モードの減衰定数h_3は 20%であり、目標減衰定数を満足していることが確認できる。MC-K 型は、複数層の配置かつ複数モード制御を用いても、最適同調式および最適減衰式が成立していることが確認できる。

図 4-47 に解析モデルの刺激関数のイメージ図、図 4-48〜図 4-50 に 20 層目の共振曲線を示す。共振曲線からは、3 次モード同調制御が確認できる。また、非制振時の応答倍率に対して、1 次モードでは約 90%、2 次と 3 次モードでは約 80%の低減効果が見受けられ、MC-K 型による複数モード制御の応答低減効果が確認できる。

表 4-33　MC-K 型モデルの目標設定値(3 次モード制御)

モデル	制御モード	目標h_{opt}	目標${}_j\kappa_k$	${}_jT_0$(s)	${}_jT_\infty$(s)	備考
MC-K 型	3 次	0.20	0.381	0.442	0.376	$h_{opt}=h_j\cong 0.5\sqrt{\dfrac{{}_j\kappa_k}{2+{}_j\kappa_k}}$

表 4-34　MC-K 型モデルの制振装置諸元(3 次モード制御)

MC-K 型 3 次モード制御			
配置層	m_d (ton)	c_d (kN･s/m)	k_d (kN/m)
9-13	3,100	92,000	5,500,000

表 4-35　MC-K 型モデルの最適同調時の複素固有値解析結果(1~3 次モード制御)

MC-K 型 1~3 次モード制御		
モード	T(s)	備考
1 次	2.638	$m_{d3}=3{,}100ton$、 $k_{d3}=5{,}500{,}000kN/m$、 $c_{d3}=0\ kN\cdot s/m$ ${}_3T_\infty=\sqrt{T_{0,3}\times T_{0,3DM}}$ $=\sqrt{0.475\times 0.297}$ $=0.376s$
D.M.1 次	1.928	
2 次	0.876	
D.M.2 次	0.674	
3 次	0.475	
D.M.3 次	0.297	
4 次	0.292	
5 次	0.200	

表 4-36　MC-K 型モデルの最適減衰時の複素固有値解析結果(1~3 次モード制御)

MC-K 型 1~3 次モード制御		
モード	T(s)	h
1 次	2.669	0.158
D.M.1 次	1.896	0.181
2 次	0.880	0.153
D.M.2 次	0.650	0.225
3 次	0.428	0.200
4 次	0.317	0.055
D.M.3 次	0.313	0.159
5 次	0.201	0.032

※内部粘性減衰を除く

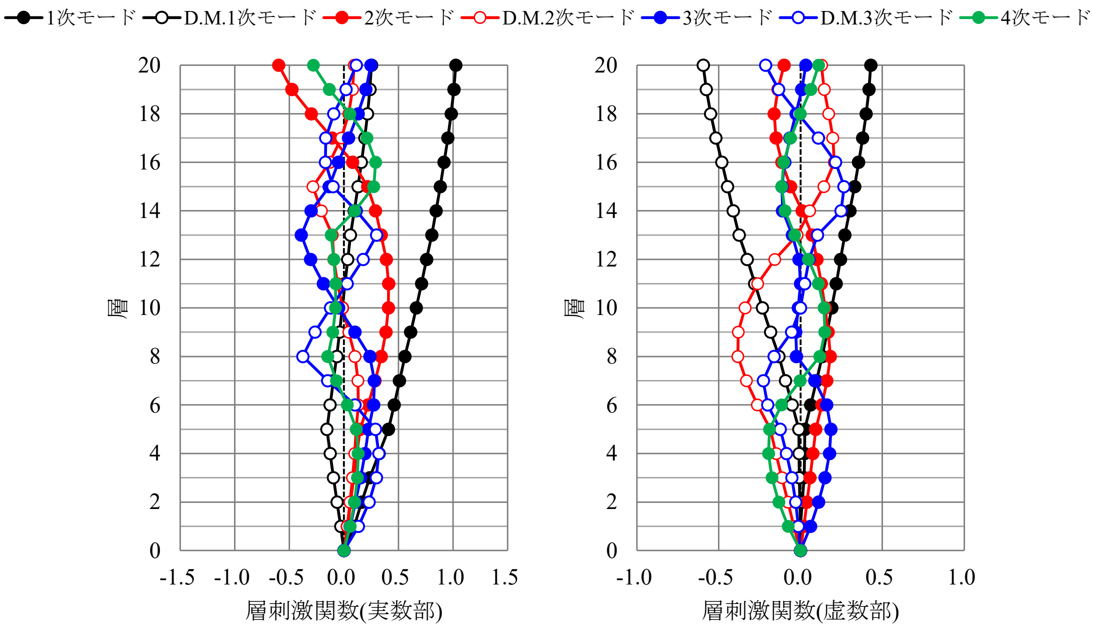


図 4-47　MC-K 型モデルの刺激関数のイメージ図(1~3 次モード制御)

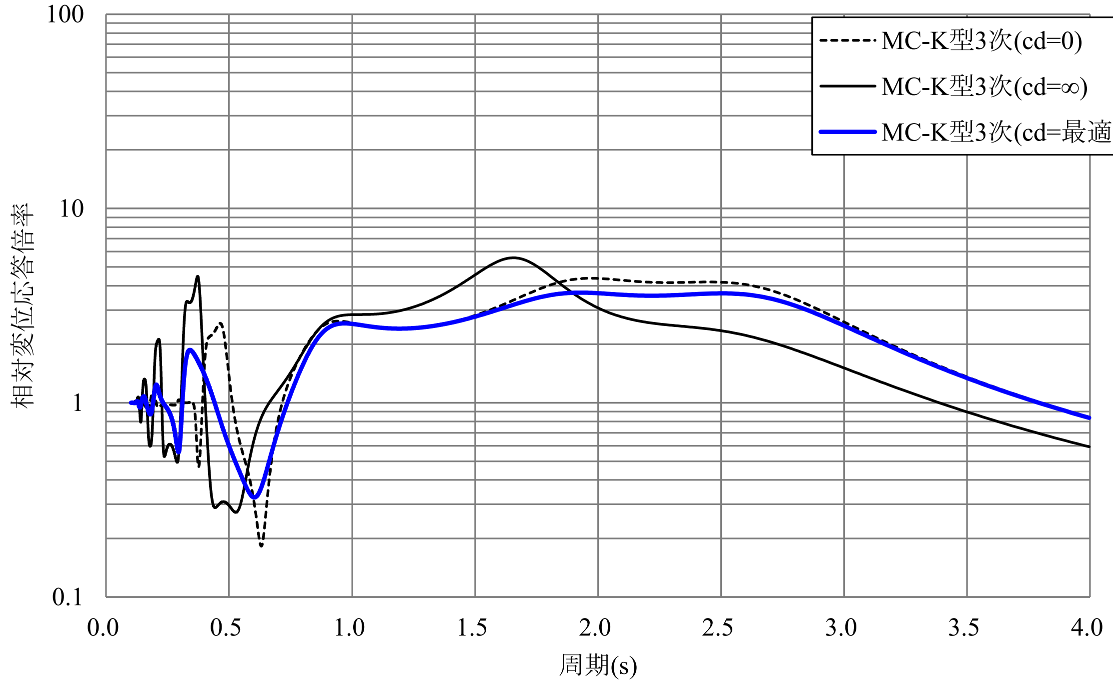


図 4-48　MC-K 型モデルの 20 層目の共振曲線(1~3 次モード制御)

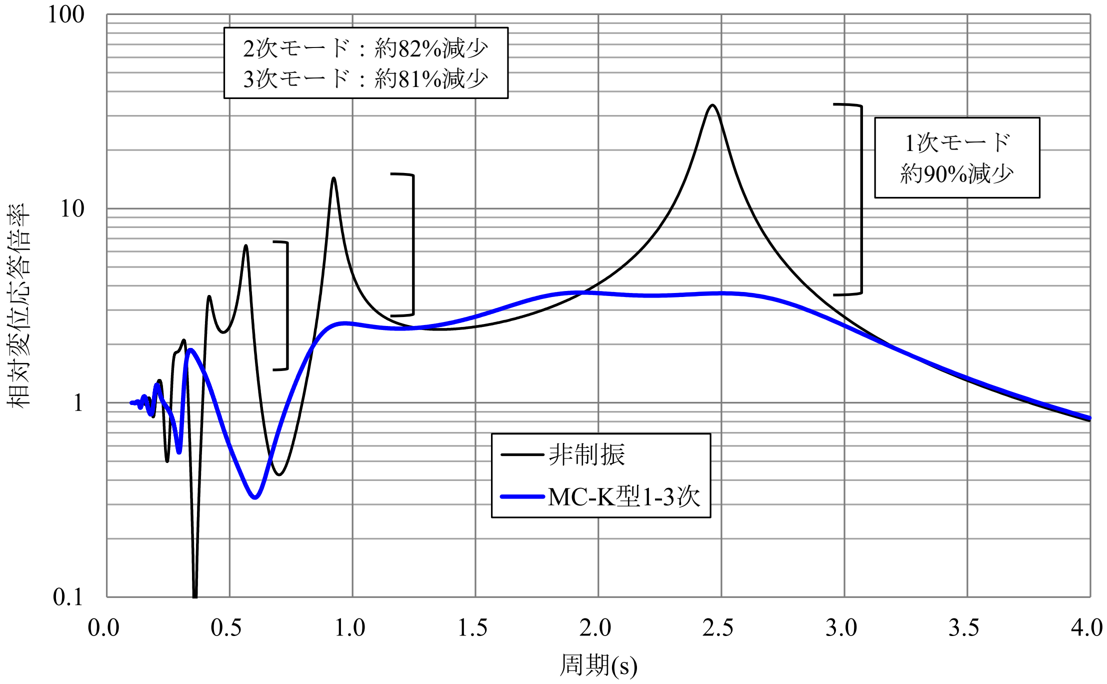


図 4-49　非制振と MC-K 型モデルの 20 層目の共振曲線の比較(1~3 次モード制御)

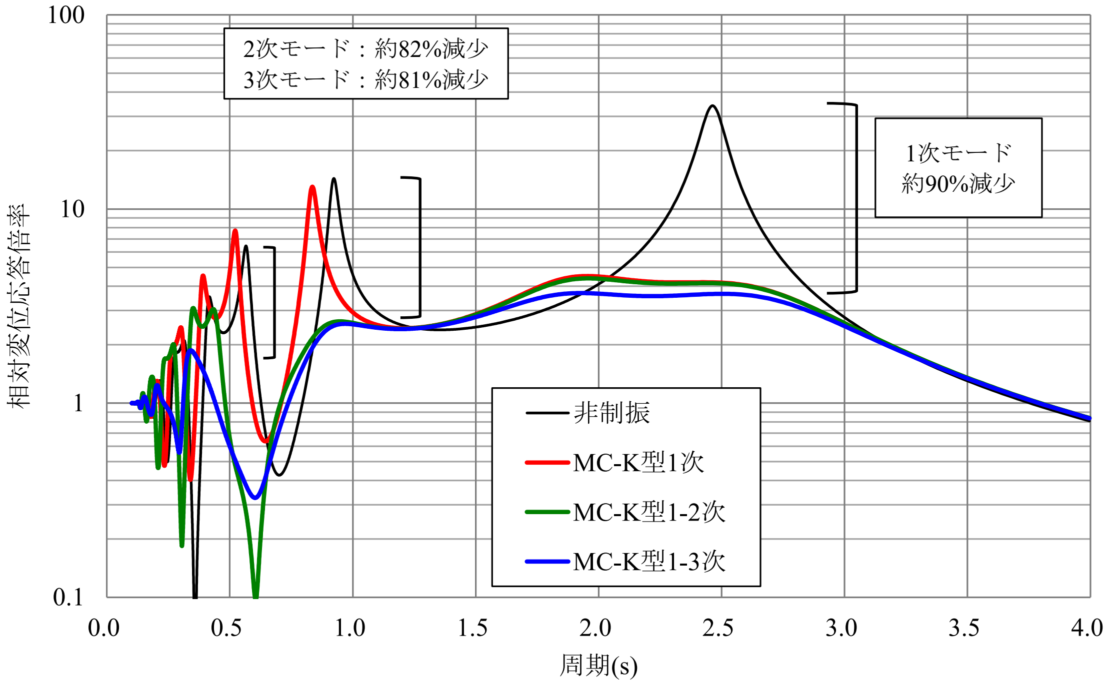


図 4-50　各解析モデルの 20 層目の共振曲線の比較

4.5.5 MC-K 型および M-CK 型による複合制振の設計例

本節では、MC-K 型および M-CK 型による複合制振の設計例を示す。図 4-51 に複合制振の設計フローを示す。

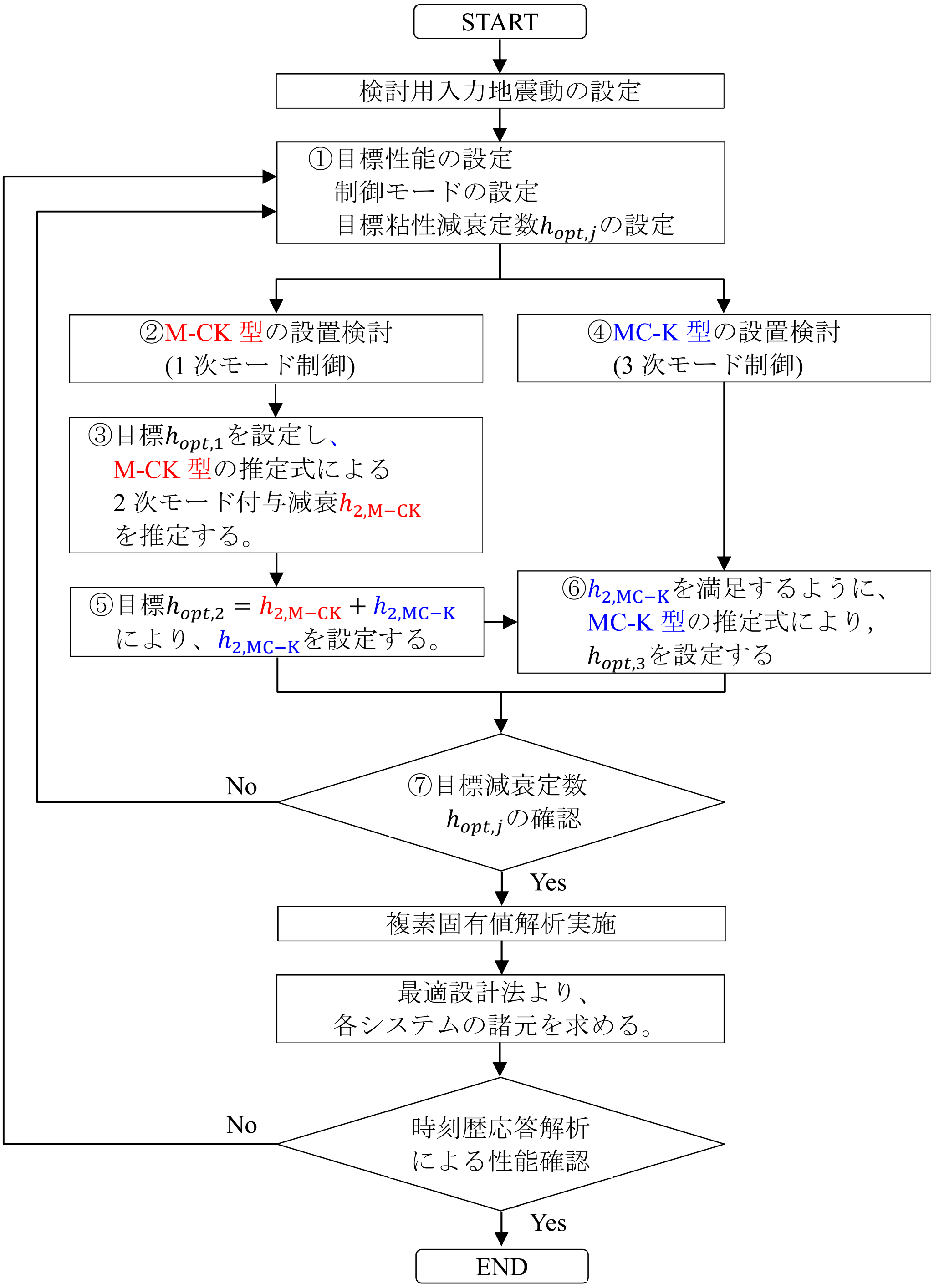


図 4-51　複合制振の設計フロー

本検討では、1 次モード制御用の M-CK 型、16-20 層に 3 次モード制御用の MC-K 型を配置する計画とした。表 4-37 に複合制振の概要を示す。なお、具体的な設計手順については、次の(1)と(2)項で述べている。

表 4-37　複合制振の概要

制振モデル	制御モード	システム	配置層	目標$h_{opt,j}$
複合制振	1 次	M-CK 型	1-5 層	0.15
	3 次	MC-K 型	16-20 層	0.20

(1) 減衰付与の推定式を用いた対象建築物の目標モード減衰の設定

4.5.2 節に示したように、検討用入力地震動 BCJ-L2 に対して、対象建築物の目標モード減衰として、$h_1 = 0.15$，$h_2 = 0.15$，$h_3 = 0.20$ 程度の設定が効率の良い制振効果が期待される。ここで、図 4-51 の設計フローに従って、設計フローの①～⑦の手順を以下に示す。

① 目標性能の設定を行う。本検討では、制御モードを 1 次および 3 次モードとし、1~3 次モードの粘性減衰定数が$h_{opt,1} = 0.15$、$h_{opt,2} = 0.15$、$h_{opt,3} = 0.20$ となるよう目標を設定する。

② M-CK 型 1 次モード制御の配置層を設定する。なお、参考文献 [4-3]では、制御対象モードの層間刺激関数の大きい位置に D.M.同調システムを設置することで、効率的に減衰を付与できることが示されている。そのため、1 次モードに減衰を付与したい場合は下層部、高次モードに減衰を付与したい場合は上層部に制振装置を設置することで、効率のよい制振システムの構築が可能であると推測できる。図 4-52 に 20 層非制振解析モデルの層間刺激関数を示す。本検討では、1 次および 2 次モードの層間刺激関数 $\beta_j r_{n,j}$ が比較的大きい 1-5 層に配置する。

③ M-CK 型の目標$h_{opt,1}$を設定し、推定式を用いて 2 次モードの付与減衰$h_{2,\mathrm{M-CK}}$を推定する。本検討では$h_{opt,1} = 0.15$と設定し、下記の推定式より、非制振時の諸元（$\omega_2/\omega_1 = 2.675$ ，$\sum\overline{\beta_2 r_{n,2}}/\sum\overline{\beta_1 r_{n,1}} = 0.907$ ，$N'/N = 0.25$）を用いて、$\alpha = 1.131$となり、M-CK 型 1 次モード制御 1-5 層配置時の 2 次モード付与減衰$h_{2,M-CK}$は 0.074 と推定される。

$$h_{j,M-CK} = 4.56\alpha\left(\frac{\omega_j}{\omega_1}\right)\left(\frac{\sum\overline{\beta_j r_{n,j}}}{\sum\overline{\beta_1 r_{n,1}}}\right)^2 {h_{opt,1}}^{2.65}$$

$$\alpha = -\frac{q}{p^2}\left(h_{opt,1} - p\right)^2 + q + 1$$

配置比 N'/N	p	q
$0.0 < N'/N \le 0.2$	$p = 0.41 \cdot N'/N$	$q = 1.68 \cdot N'/N$
$0.2 < N'/N \le 0.3$	$p = 0.082$	
$0.3 < N'/N \le 0.5$		$q = 0.504$

次数j	$h_{opt,1}$	ω_2/ω_1	$\sum\overline{\beta_2 r_{n,2}}/\sum\overline{\beta_1 r_{n,1}}$	N'/N	α	推定$h_{2,M-CK}$
2	**0.15**	2.675	0.907	0.25	1.131	**0.074**

④ MC-K 型 3 次モード制御の配置層を設定する。図 4-52 に示す 20 層非制振解析モデルの層間刺激関数より、本検討では、2 次および 3 次モードの層間刺激関数 $\overline{\beta_j r_{n,j}}$ が比較的大きい 16-20 層に配置する。

⑤ $h_{2,M-CK} = 0.074$ であることから、$h_{opt,2}$＝0.15 を満足するため、必要な $h_{2,\mathrm{MC-K}}$ を 0.076と設定する。

⑥ 必要$h_{2,\mathrm{MC-K}}$を満足するよう、MC-K 型の目標$h_{opt,3}$を推定式により設定する。表 4-15 下記の推定式より、非制振時の諸元（$\omega_2/\omega_3 = 0.616$ ，$\sum\overline{\beta_2 r_{n,2}}/\sum\overline{\beta_3 r_{n,3}} = 0.930$）を用いて、MC-K 型 3 次モード制御 16-20 層配置時の目標$h_{opt,3}$は 0.20 と設定される。

$$h_{j,MC-K} = 2.7e^{(5.2-12.1h_{opt,i})\left(\frac{\omega_j}{\omega_i}\right)}\left(\frac{\sum\overline{\beta_j r_{n,j}}}{\sum\overline{\beta_i r_{n,i}}}\right)^2 h_{opt,i}{}^{3.2}$$

次数j	必要$h_{2,\mathrm{MC-K}}$	ω_2/ω_3	$\sum\overline{\beta_2 r_{n,2}}/\sum\overline{\beta_3 r_{n,3}}$	目標$h_{opt,3}$
2	**0.076**	0.616	0.930	**0.20**

⑦ 各モードの目標粘性減衰定数 $h_{opt,j}$ を確認する。$h_{opt,1} = 0.15$ ，$h_{opt,2} = 0.15$ ，$h_{opt,3} = 0.20$ と、①に設定した目標値$h_{opt,j}$を満足していることが確認される。

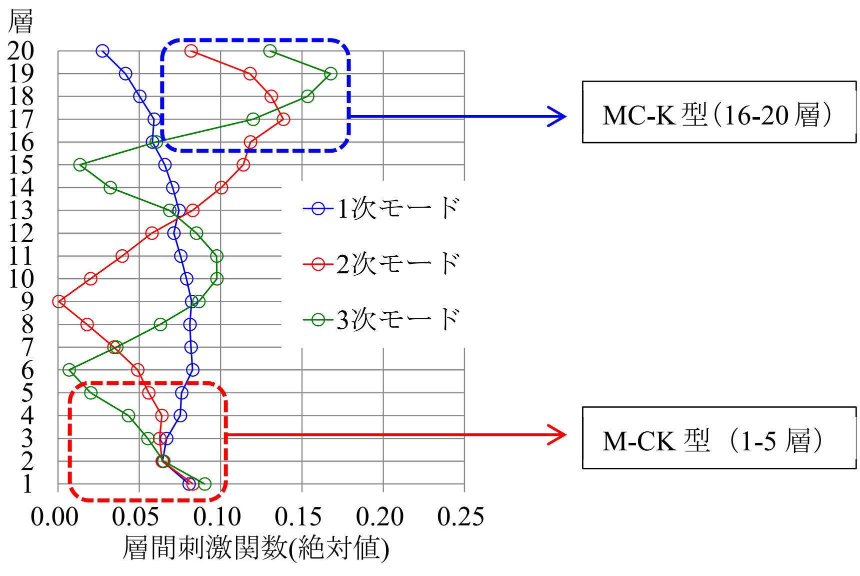


図 4-52　20 層振動解析モデルの層間刺激関数および制振装置の設置層

(2) M-CK 型による 1 次モード同調制御

本検討では、M-CK 型の制振装置を対象建築物の 1~5 層の各層間に配置し、1 次モードに対して目標減衰定数$h_{opt,1}$が 0.15 となるように最適設計を行った。

表 4-38 に M-CK 型の目標設定値、表 4-39 に最適同調および最適減衰を満足する最適諸元を示す。なお、解析モデルの各層間の制振装置諸元は同じ数値としている。表 4-40 に最適同調時、表 4-41 に最適減衰時の複素固有値解析結果を示す。M-CK 型は、複数層を用いても、最適同調式および最適減衰式が成立しているため、近似解として扱えることが確認できる。また、h_2は 8%程度であり、(1)項に示した推定値と良い対応をしていることが確認できる。

図 4-53 に解析モデルの刺激関数のイメージ図、図 4-54～図 4-55 に 20 層目の共振曲線を示す。共振曲線からは、非制振時の応答倍率に対して、1 次モードで約 90%、高次モードで約 70%の低減効果が確認できる。

表 4-38　M-CK 型の目標設定値

モデル	制御モード	目標h_{opt}	目標${}_j\gamma_m$	${}_jT_0$(s)	${}_jT_\infty$(s)	備考
M-CK 型	1 次	0.15	0.156	2.464	2.649	${}_j\gamma_m=\left(\frac{{}_jT_\infty}{{}_jT_0}\right)^2-1$

表 4-39　M-CK 型の最適設計諸元

M-CK 型 1 次モード制御			
層	m_d (ton)	c_d (kN･s/m)	k_d (kN/m)
1~5	108,000	185,000	770,000

表 4-40　　M-CK 型最適同調時の複素固有値解析結果

複合制振		
M-CK 型 1 次モード最適同調時		
モード	T(s)	備考
1 次	3.034	$m_{d1}=108{,}000ton$、$k_{d1}=770{,}000kN/m$、$c_{d1}=0\ kN\cdot s/m$ ${}_1T_\infty=\frac{T_{0,1}\times T_{0,1DM}}{T_0}=\frac{3.034\times 2.154}{2.464}=2.652s$
D.M.1 次	2.154	
2 次	0.876	
3 次	0.546	
4 次	0.400	
5 次	0.313	
6 次	0.259	

表 4-41　M-CK 型最適減衰時の複素固有値解析結果

複合制振		
M-CK 型 1 次モード最適減衰時		
モード	T(s)	h
1 次	2.879	0.086
D.M.1 次	2.188	0.150
2 次	0.865	0.080
3 次	0.539	0.109
4 次	0.405	0.090
5 次	0.312	0.047
6 次	0.254	0.030

※内部粘性減衰を除く

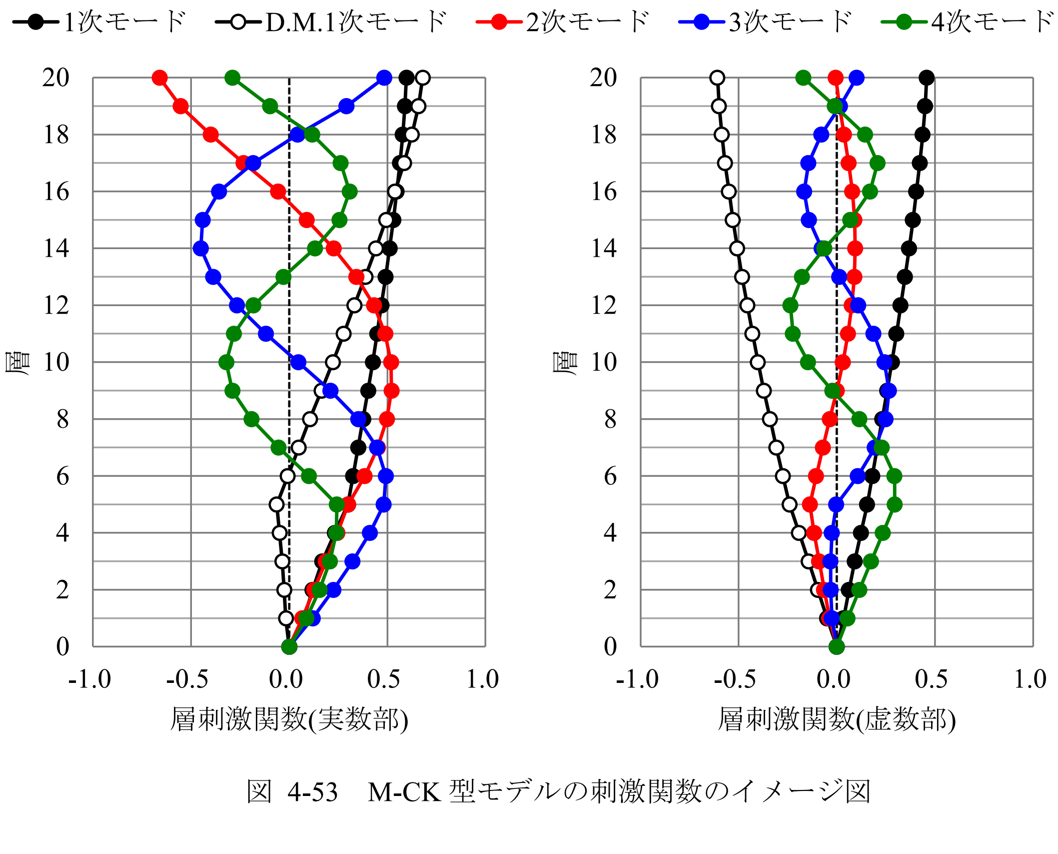


図 4-53　M-CK 型モデルの刺激関数のイメージ図

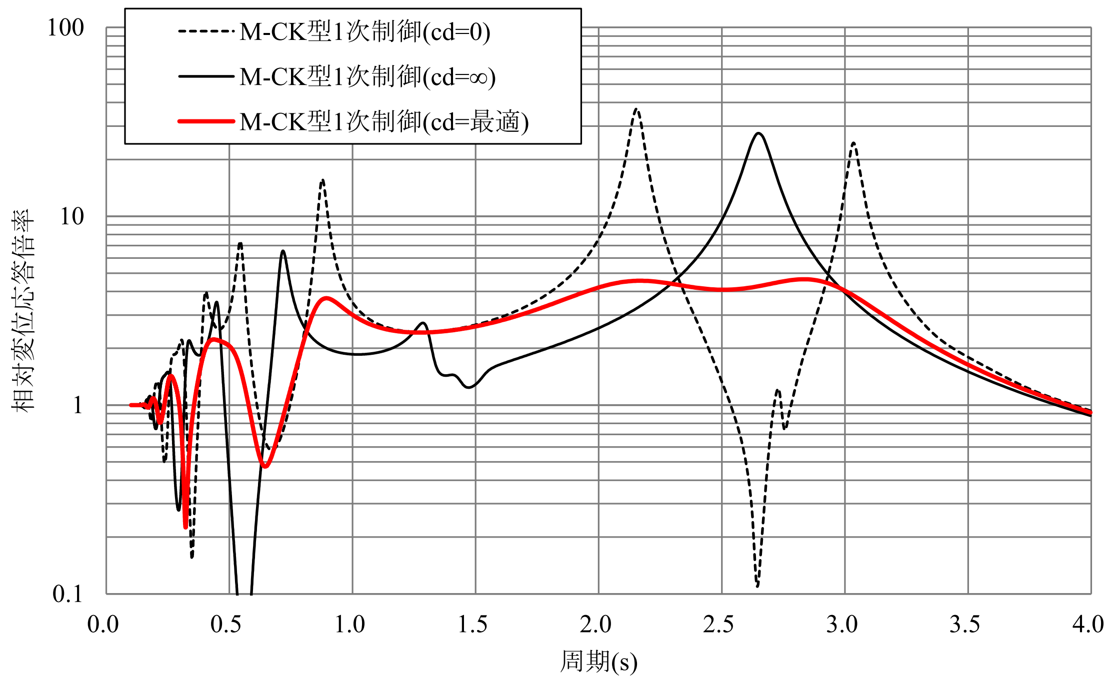


図 4-54　M-CK 型による 1 次モード制御時の共振曲線(20 層目)

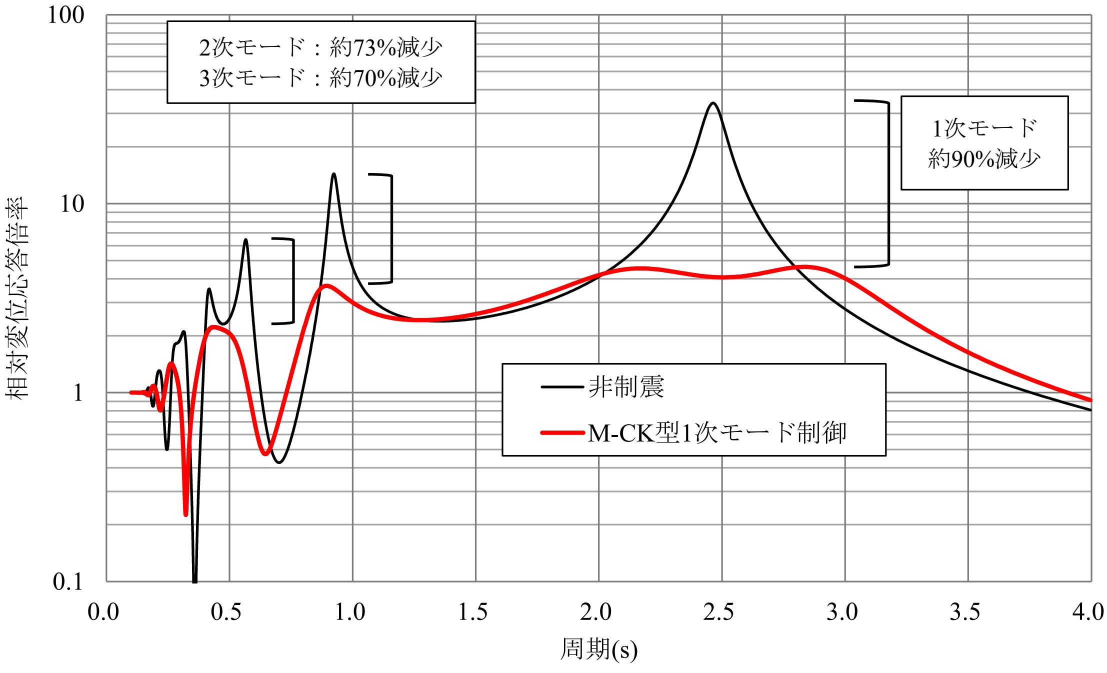


図 4-55　非制振と M-CK 型 1 次モード制御の共振曲線の比較(20 層目)

(3) MC-K 型による 3 次モード同調制御

本検討では、MC-K 型の制振装置を対象建築物の 16~20 層の各層間に配置し、3 次モードに対して目標減衰定数$h_{opt,3}$が 0.20 となるように最適設計を行った。

表 4-42 に MC-K 型の目標設定値、表 4-43 に最適同調および最適減衰を満足する最適諸元を示す。なお、解析モデルの各層間の制振装置諸元は同じ数値としている。

表 4-44 に最適同調時、表 4-45 に最適減衰時の複素固有値解析結果を示す。MC-K 型 3 次モード制御では、複数層を用いても、最適同調式および最適減衰式が成立しているため、近似解として扱えることが確認できる。また、2 次モードおよび 3 次モードの減衰定数は、それぞれ設定した目標減衰定数を満足し、(1)項に示した付与減衰の推定式を用いた複合制振の設計方法の適用性が確認できる。

図 4-56 に解析モデルの刺激関数のイメージ図、図 4-57～図 4-58 に 20 層目の共振曲線を示す。共振曲線からは、非制振時の応答倍率に対して、1 次モードで約 90%、高次モードにおいても約 80%程度の低減効果が確認できる。

表 4-42　MC-K 型 3 次モード制御の目標設定値

モデル	制御モード	目標h_{opt}	目標${}_j\kappa_k$	${}_jT_0$(s)	${}_jT_\infty$(s)	備考
MC-K 型	3 次	0.20	0.381	0.539	0.459	${}_j\kappa_k = \left(\frac{{}_jT_0}{{}_jT_\infty}\right)^2 - 1$

表 4-43　複合制振モデルの最適設計諸元

層	モデル	m_d (ton)	c_d (kN･s/m)	k_d (kN/m)
16~20	MC-K 型 3 次モード制御	1,850	34,000	1,500,000
1~5	M-CK 型 1 次モード制御	108,000	185,000	770,000

表 4-44　最適同調時の複素固有値解析結果

複合制振		
MC-K 型 3 次モード最適同調時		
モード	T(s)	備考
1 次	2.880	$m_{d3} = 1{,}850ton$、 $k_{d3} = 1{,}500{,}000kN/m$、 $c_{d3} = 0\ kN\cdot s/m$
D.M.1 次	2.189	
2 次	0.889	
3 次	0.578	
D.M.3 次	0.364	${}_3T_\infty = \sqrt{T_{0,3} \times T_{0,3DM}}$
4 次	0.275	
5 次	0.213	${}_3T_\infty = \sqrt{0.578 \times 0.364}$ ${}_3T_\infty = 0.459s$
6 次	0.186	

表 4-45　最適減衰時の複素固有値解析結果

複合制振		
MC-K 型 3 次モード最適減衰時		
モード	*T*(s)	*h*
1 次	2.882	0.087
D.M.1 次	2.189	0.154
2 次	0.882	0.150
3 次	0.564	0.227
4 次	0.389	0.208
D.M.3 次	0.277	0.112
5 次	0.206	0.082
6 次	0.201	0.149

※内部粘性減衰を除く

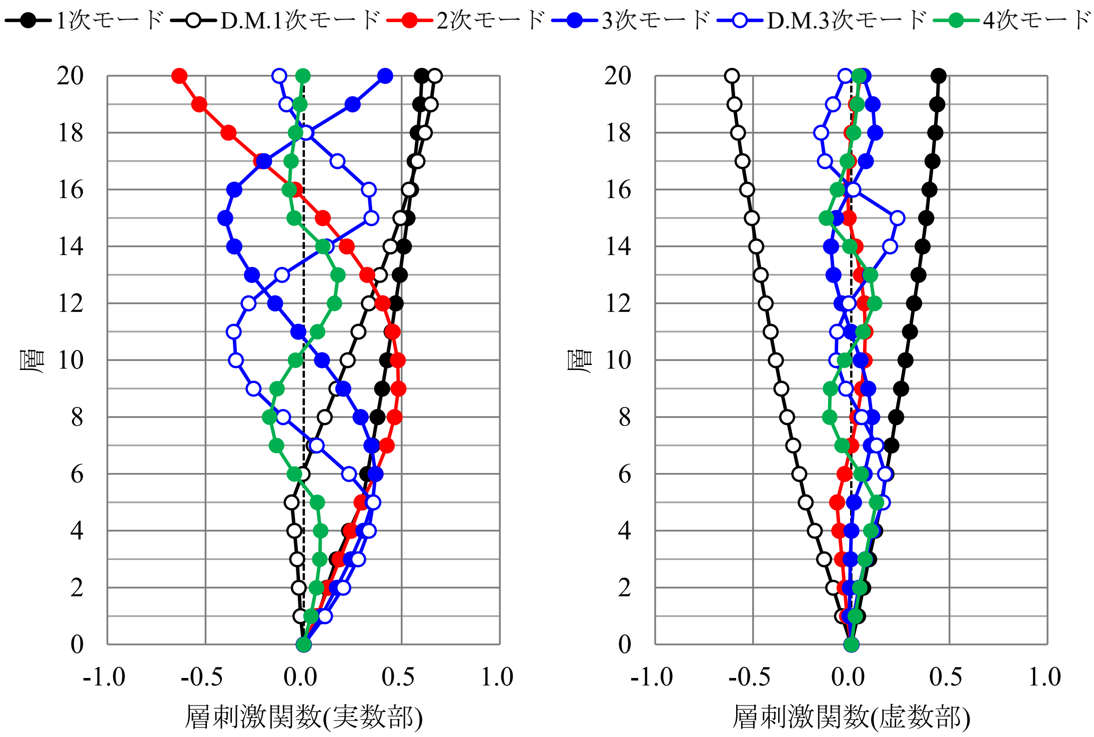


図 4-56　複合制振モデルの刺激関数のイメージ図

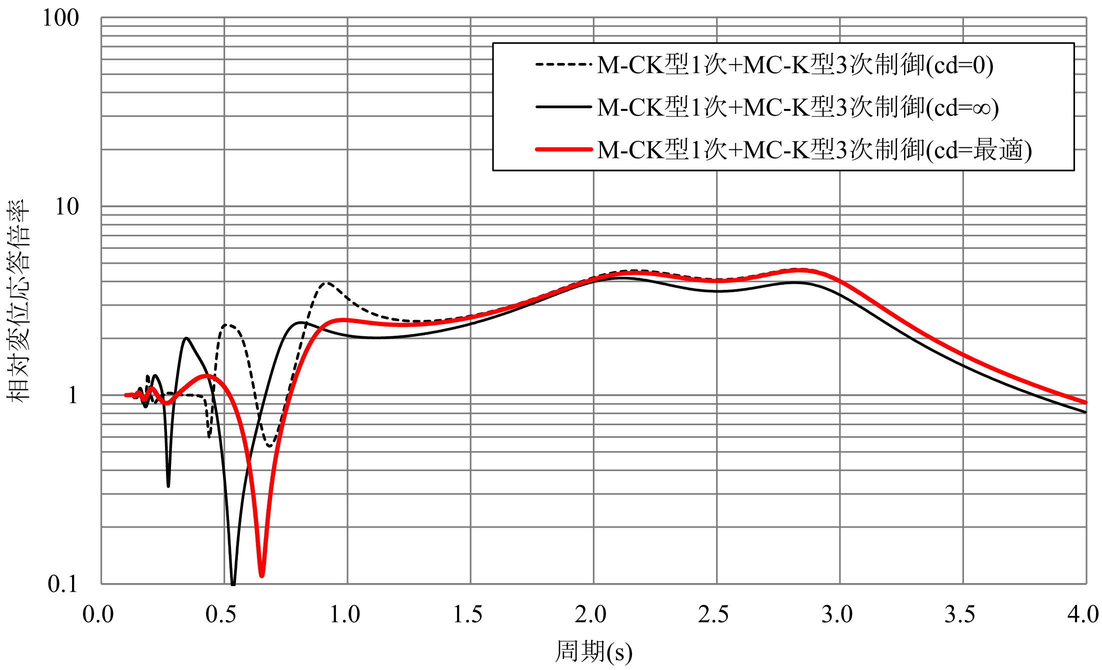


図 4-57　MC-K 型による 3 次モード制御時の共振曲線(20 層目)

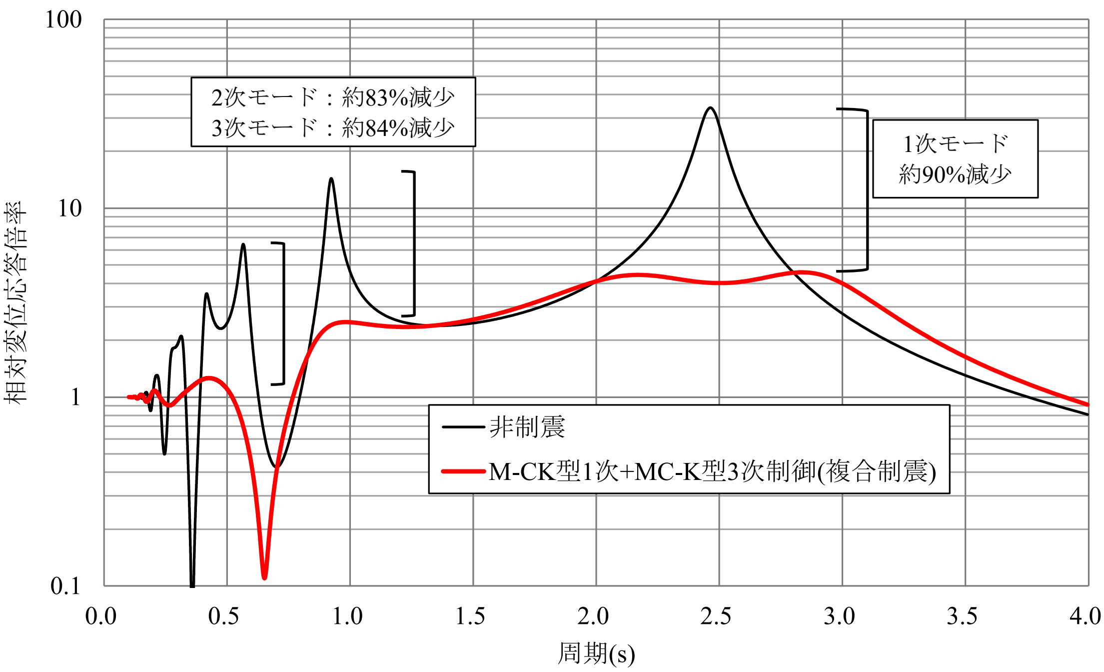


図 4-58　非制振と複合制振の共振曲線の比較(20 層目)

4.5.6 時刻歴応答解析による検討

本検討では、応答解析は、Newmark-β 法（β=1/4）の弾性時刻歴応答解析および弾塑性時刻歴応答解析の 2 ケースとする。なお、解析モデルの内部粘性減衰は、レーリー型減衰を採用し、h_1，h_2を 0.02 とする。検討用入力地震動は、4.5.2 節に示した日本建築センター模擬波の BCJ-L2 の 1.5 倍入力とし、目標クライテリアは、層間変形角が 1/100 以下とし、層塑性率を 1.0 以下とする。

まず、(1)項では、弾性時刻歴応答解析を行い、各制振モデルのダンパー応答を把握する。(2)項では、超高層建築物の弾塑性モデルおよびダンパーのリリーフ荷重を考慮し、弾塑性時刻歴応答解析を行い、制振モデルの性能確認を行う。

(1) 弾性時刻歴応答解析結果

図 4-59、図 4-60 に各解析モデルの共振曲線および最大応答値を示す。各制振モデルの応答変位が同程度であり、複合制振の応答加速度が最も小さいことが確認できる。

また、最大層間変形角は、MC-K 型では 1/103、複合制振では 1/106 であり、いずれも目標クライテリアの 1/100 以下を満足している。一方、C-K 型では 1/88 であり、目標クライテリアを満足していない。その理由は、高次モードの減衰定数が不足していると考えられる。

表 4-46 および図 4-61 に各制振モデルのダンパー応答値を示す。ダンパー変形及び速度において、MC-K 型および複合制振は、C-K 型の 1.5 倍程度であり、より効率的にダンパーの効果が発揮できることが確認できる。また、ダンパー減衰力において、C-K 型に対して、MC-K 型は約 0.60 倍、複合制振は約 0.50 倍であり、より少ないダンパーの減衰力で同程度の制振効果が発揮できることが分かる。

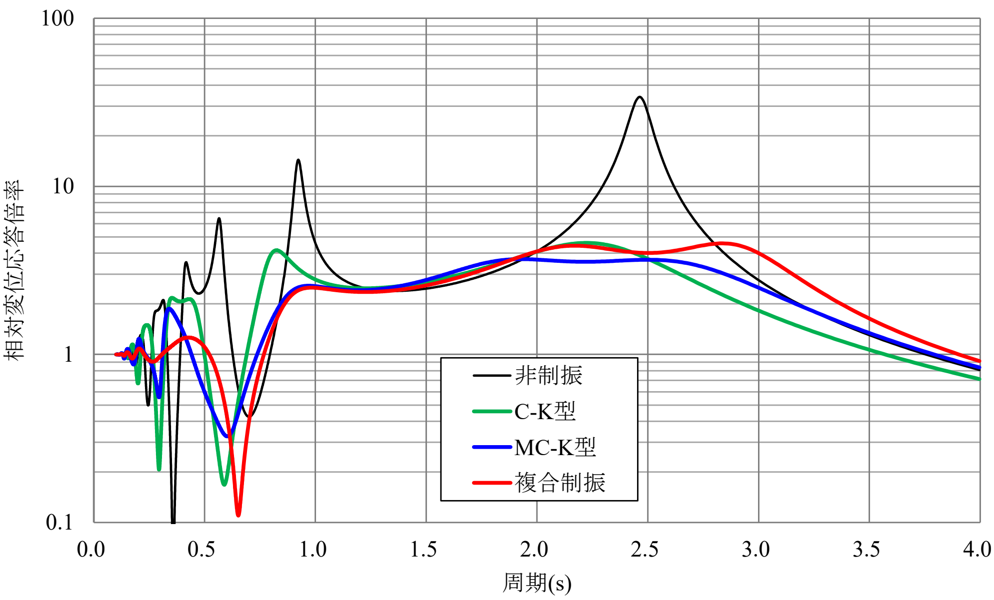


図 4-59　各制振モデルの 20 層目の共振曲線の比較(弾性解析モデル)

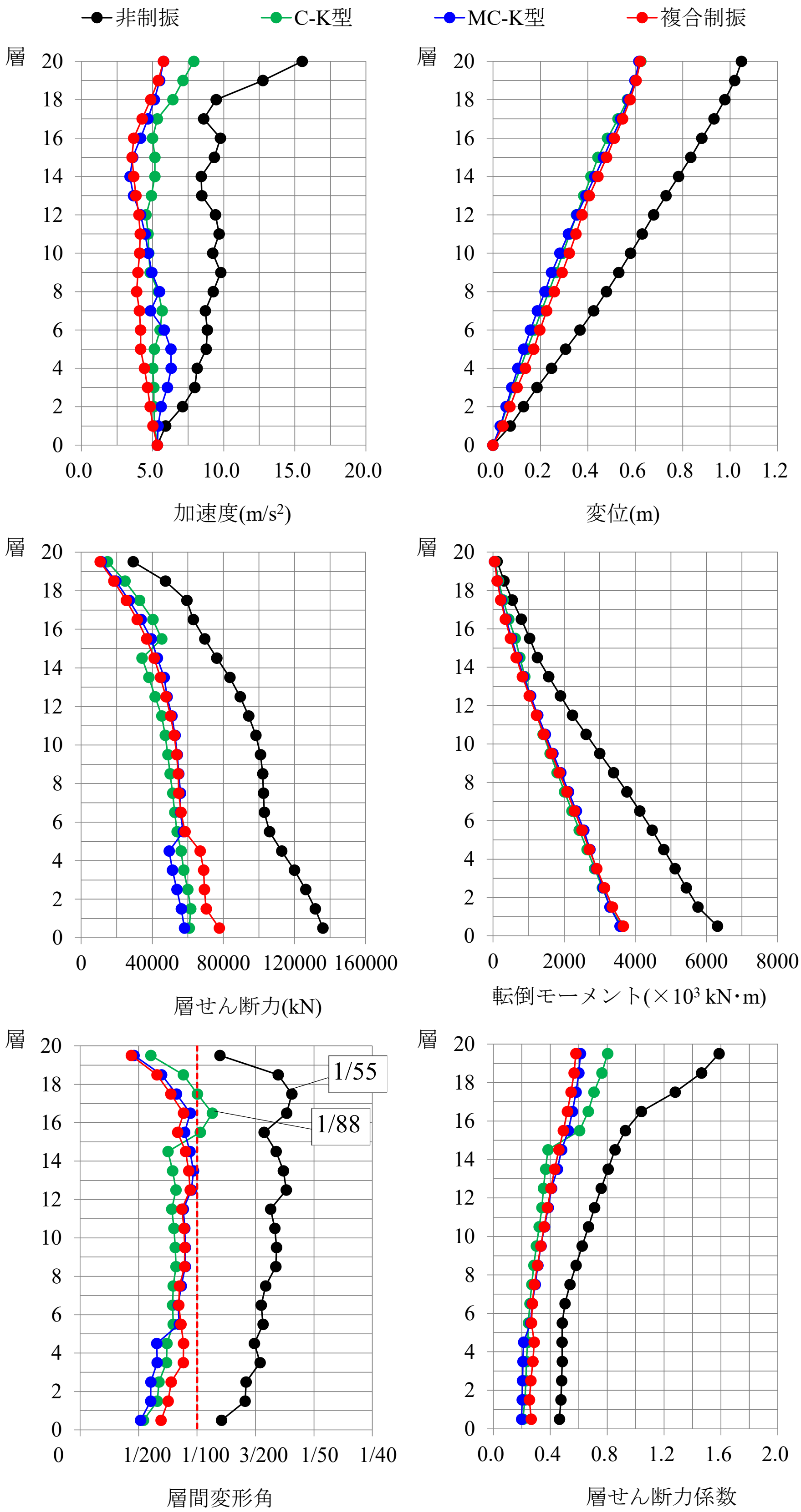


図 4-60　1.5 倍 BCJ-L2 に対する解析モデルの最大応答結果

表 4-46　1.5 倍 BCJ-L2 に対する各制振モデルのダンパー応答値

層	C-K 型のダンパー応答値			MC-K 型のダンパー応答値			複合制振のダンパー応答値		
	変形(mm)	速度(mm/s)	減衰力(kN)	変形(mm)	速度(mm/s)	減衰力(kN)	変形(mm)	速度(mm/s)	減衰力(kN)
20	-	-	-	-	-	-	-	-	-
19	-	-	-	-	-	-	-	-	-
18	-	-	-	38.1	201.0	5,125	31.5	177.2	6,026
17	-	-	-	43.7	225.2	5,742	35.9	188.1	6,395
16	-	-	-	41.4	209.7	5,348	33.9	163.2	5,548
15	26.2	79.4	18,746	-	-	-	-	-	-
14	27.8	83.6	19,736	-	-	-	-	-	-
13	28.9	84.3	19,886	38.2	129.7	11,929	-	-	-
12	27.9	79.3	18,721	35.4	120.3	11,071	-	-	-
11	28.8	82.6	19,482	35.9	128.3	11,801	-	-	-
10	29.5	83.5	19,700	36.1	137.3	12,635	-	-	-
9	30.1	86.0	20,287	36.0	156.8	14,421	-	-	-
8	29.4	86.3	20,362	-	-	-	-	-	-
7	29.2	88.0	20,772	-	-	-	-	-	-
6	29.3	90.3	21,314	-	-	-	-	-	-
5	27.2	86.1	20,326	39.1	100.2	21,235	44.8	131.8	24,384
4	27.0	87.1	20,548	38.9	100.7	21,337	43.9	134.9	24,951
3	24.5	80.5	19,006	35.9	92.3	19,558	38.7	136.1	25,173
2	24.0	79.2	18,685	34.9	90.2	19,121	37.5	144.8	26,787
1	29.4	95.5	22,534	41.3	111.4	23,618	48.3	177.7	32,881
合計	-	-	300,105 (1.00)	-	-	182,940 (0.61)	-	-	152,146 (0.51)

※合計の括弧（）内の値は、C-K 型に対する比率である。

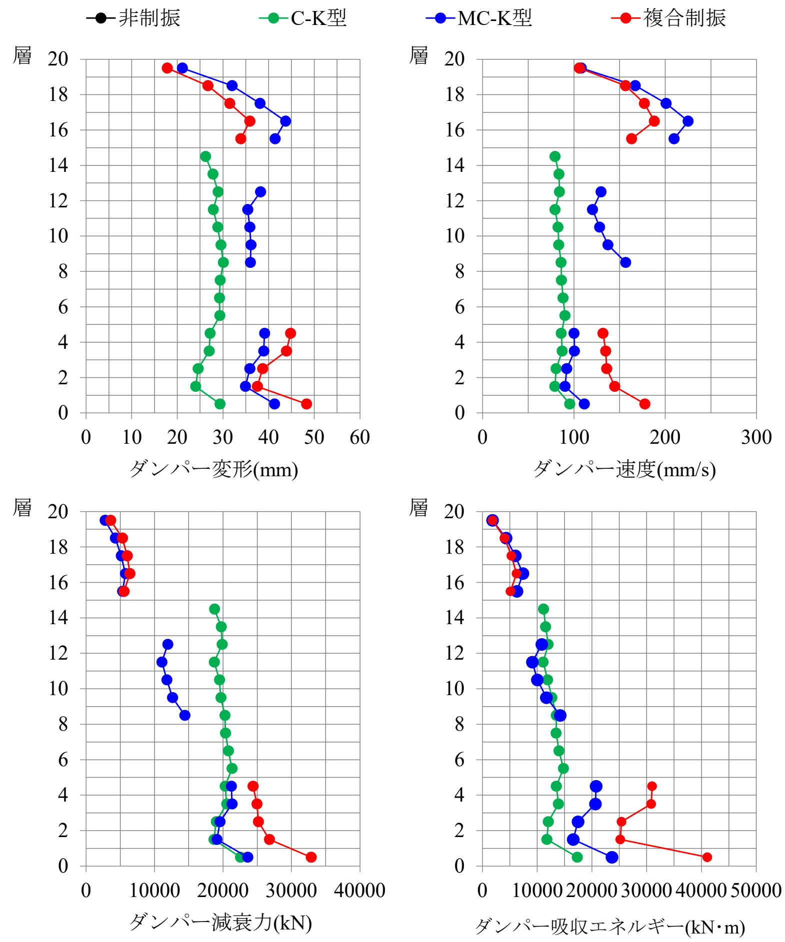


図 4-61　1.5 倍 BCJ-L2 に対する各制振モデルのダンパー応答値の分布

(2) 弾塑性時刻歴応答解析結果

本検討では、表 4-46 および図 4-61 に各制振モデルのダンパー応答値を参考にして、表 4-47 に示すように、各制振モデルのダンパー基数を設定して、超高層建築物の弾塑性モデルを用いて、1.5 倍 BCJ-L2 に対する弾塑性時刻歴応答解析を行う。

なお、各制振システムのダンパー1 基あたりの最大減衰力を 2,000kN とし、リリーフ荷重を考慮する。全層に対する設置層数の比率を配置比とすれば、C-K 型では 15 層配置（配置比 0.75）で合計 110 基、MC-K 型では 15 層配置（配置比 0.75）で合計 90 基、複合制振では 10 層配置（配置比 0.50）で合計 70 基である。

図 4-62、図 4-63 に各解析モデルの最大応答値および共振曲線を示す。非制振モデルに対する各制振モデルの制振効果が確認できる。また、最大層間変形角は、MC-K 型では 1/103、複合制振では 1/106 であり、いずれも目標クライテリアの 1/100 以下を満足している。一方、C-K 型では 1/85 であり、目標クライテリアを満足していない。

図 4 60 に各解析モデルの層塑性率およびダンパー吸収エネルギー、表 4-48 および図 4-65 にダンパー応答値を示す。MC-K 型および複合制振の層塑性率が目標の 1.0 を下回っていることが確認できる。また、複合制振は、効率よく地震エネルギーを吸収していることが見受けられ、ダンパー基数の効率化が可能な制振構造であることを示した。

このように、時刻歴応答解析結果を通して、複合制振は、よりコンパクトな配置で、大きな制振効果が発揮されることが確認できた。

表 4-47　各制振モデルのダンパー基数の設定

<table>
<tr><td></td><td colspan="2">C-K 型</td><td colspan="2">MC-K 型</td><td colspan="2">複合制振</td></tr>
<tr><td>層</td><td>基数</td><td>制御モード</td><td>基数</td><td>制御モード</td><td>基数</td><td>制御モード</td></tr>
<tr><td>20</td><td colspan="2" rowspan="5"></td><td>4</td><td rowspan="5">MC-K 型
2 次用</td><td>6</td><td rowspan="5">MC-K 型
3 次用</td></tr>
<tr><td>19</td><td>4</td><td>6</td></tr>
<tr><td>18</td><td>4</td><td>6</td></tr>
<tr><td>17</td><td>4</td><td>6</td></tr>
<tr><td>16</td><td>4</td><td>6</td></tr>
<tr><td>15</td><td>6</td><td rowspan="15">1 次</td><td colspan="2" rowspan="2"></td><td colspan="2" rowspan="10"></td></tr>
<tr><td>14</td><td>6</td></tr>
<tr><td>13</td><td>6</td><td>6</td><td rowspan="5">MC-K 型
3 次用</td></tr>
<tr><td>12</td><td>6</td><td>6</td></tr>
<tr><td>11</td><td>6</td><td>6</td></tr>
<tr><td>10</td><td>8</td><td>6</td></tr>
<tr><td>9</td><td>8</td><td>6</td></tr>
<tr><td>8</td><td>8</td><td colspan="2" rowspan="3"></td></tr>
<tr><td>7</td><td>8</td></tr>
<tr><td>6</td><td>8</td></tr>
<tr><td>5</td><td>8</td><td>8</td><td rowspan="5">MC-K 型
1 次用</td><td>8</td><td rowspan="5">M-CK 型
1 次用</td></tr>
<tr><td>4</td><td>8</td><td>8</td><td>8</td></tr>
<tr><td>3</td><td>8</td><td>8</td><td>8</td></tr>
<tr><td>2</td><td>8</td><td>8</td><td>8</td></tr>
<tr><td>1</td><td>8</td><td>8</td><td>8</td></tr>
<tr><td>合計</td><td colspan="2">110</td><td colspan="2">90</td><td colspan="2">70</td></tr>
</table>

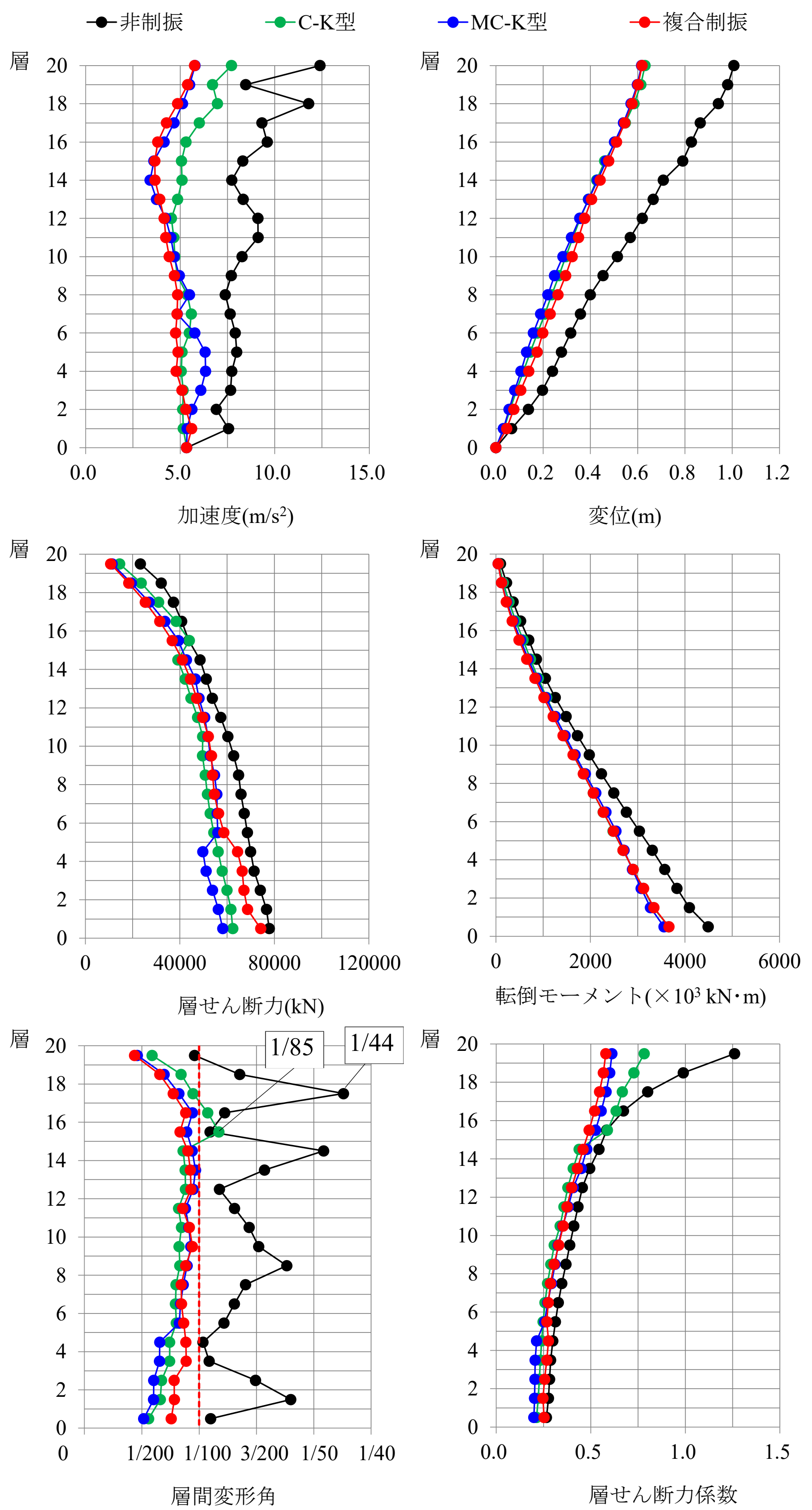


図 4-62　1.5 倍 BCJ-L2 に対する解析モデルの最大応答結果(リリーフ荷重考慮)

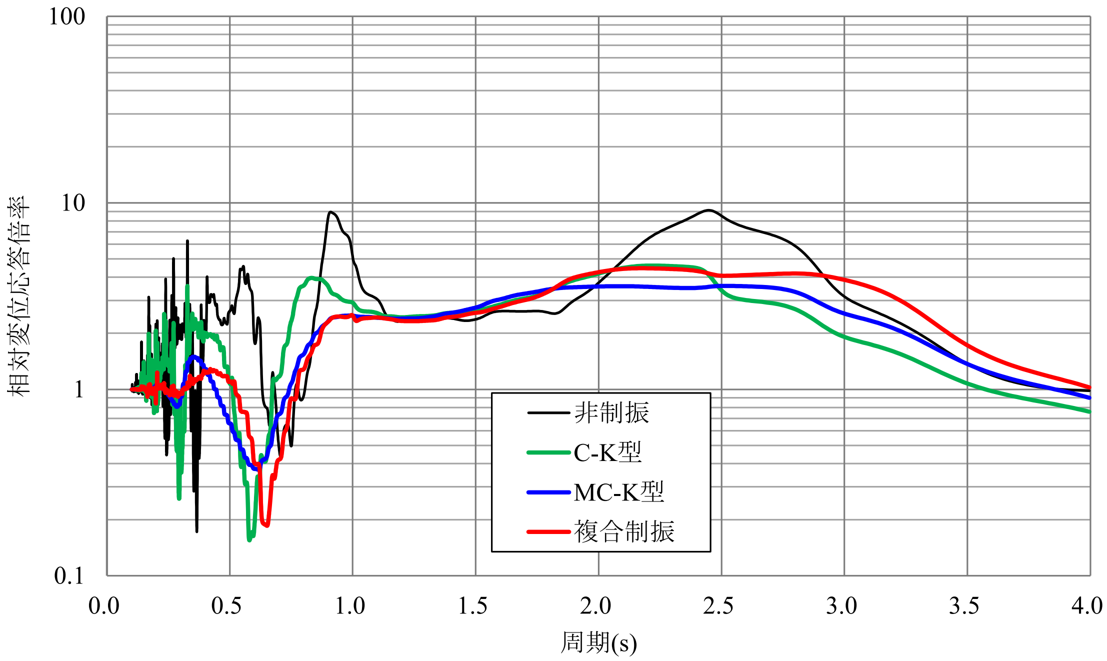


図 4-63　各制振モデルの 20 層目の共振曲線の比較
(弾塑性解析モデル、ダンパーリリーフ荷重考慮)
※応答倍率は BAND＝0.05Hz のフィルター処理を行っている。

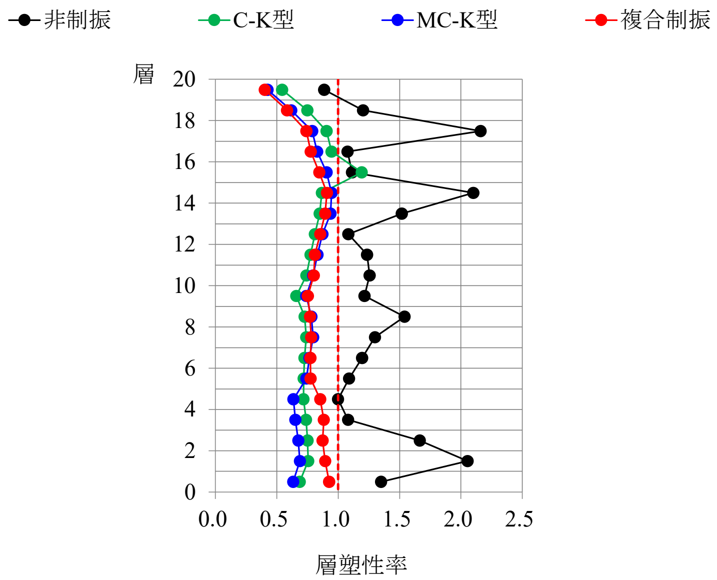


図 4-64　1.5 倍 BCJ-L2 に対する各解析モデルの層塑性率

表 4-48　1.5 倍 BCJ-L2 に対する各制振モデルのダンパー応答値(リリーフ荷重考慮)

層	C 型のダンパー応答値			MC-K 型のダンパー応答値			複合制振のダンパー応答値		
	変形(mm)	速度(mm/s)	減衰力(kN)	変形(mm)	速度(mm/s)	減衰力(kN)	変形(mm)	速度(mm/s)	減衰力(kN)
20	-	-	-	21.1	108.6	2,769	17.8	107.4	3,651
19	-	-	-	32.0	167.5	4,271	26.7	158.6	5,391
18	-	-	-	38.1	201.4	5,135	31.5	179.4	6,098
17	-	-	-	43.7	225.8	5,757	35.9	190.0	6,461
16	-	-	-	41.4	210.5	5,369	33.8	176.7	6,009
15	31.4	146.7	12,000	-	-	-	-	-	-
14	32.4	152.5	12,000	-	-	-	-	-	-
13	32.4	163.4	12,000	38.1	130.4	11,998	-	-	-
12	29.7	140.1	12,000	35.3	119.8	11,024	-	-	-
11	30.7	148.7	12,000	36.5	127.5	11,731	-	-	-
10	29.7	119.2	16,000	37.2	140.4	12,000	-	-	-
9	30.4	123.2	16,000	35.9	178.5	12,000	-	-	-
8	29.6	116.2	16,000	-	-	-	-	-	-
7	29.6	117.0	16,000	-	-	-	-	-	-
6	29.8	124.9	16,000	-	-	-	-	-	-
5	27.3	116.8	16,000	43.6	113.7	16,000	45.9	187.7	16,000
4	27.3	118.7	16,000	43.3	111.6	16,000	45.4	189.8	16,000
3	24.6	113.6	16,000	38.0	96.8	16,000	39.6	185.7	16,000
2	24.1	110.3	16,000	36.5	93.8	16,000	38.2	176.7	16,000
1	30.9	178.8	16,000	48.3	125.3	16,000	50.3	229.6	16,000
合計	-	-	220,000 (1.00)	-	-	162,055 (0.74)	-	-	107,611 (0.49)

※合計の括弧（）内の値は、C-K 型に対する比率である。

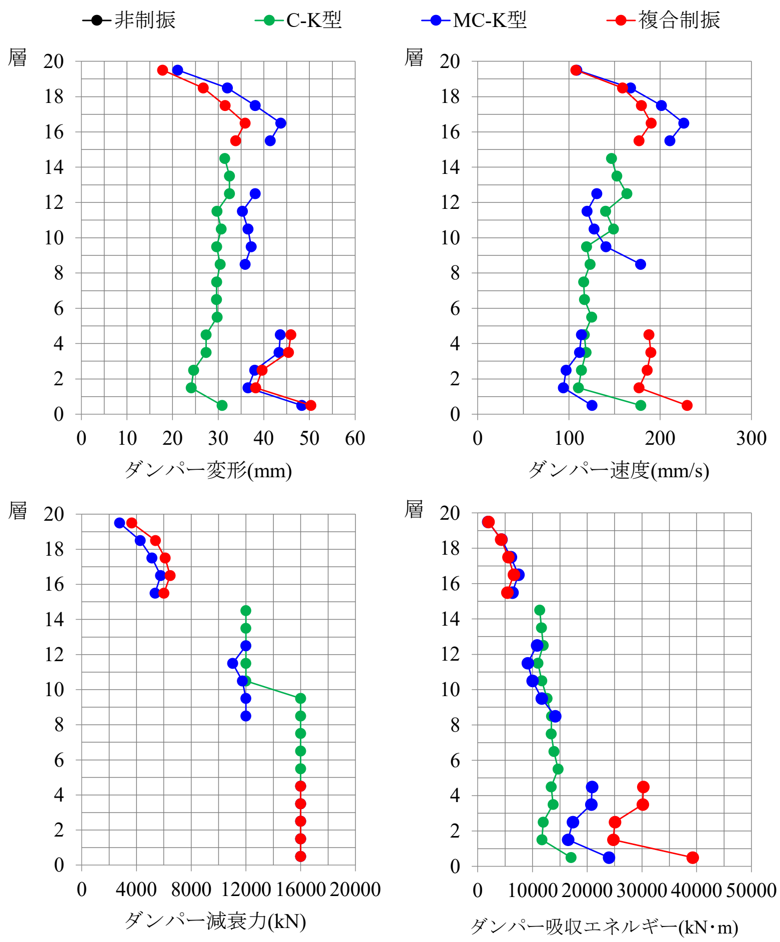


図 4-65　1.5 倍 BCJ-L2 に対する各制振モデルのダンパー応答値の分布

4.6 まとめ

本章では、MC-K 型と M-CK 型の組合せによる複合制振の設計方法を示すと共に、複合制振の応答性能について述べた。

2 章および 3 章の知見から、MC-K 型と M-CK 型は、同調周期時（共振時）では、両システムのダンパー変形増幅が最も大きく、減衰効果が有効的に発揮できる。同調周期より長い周期帯では、MC-K 型による減衰効果が期待され、同調周期より短い周期帯では、M-CK 型による減衰効果が期待される。

そのため、本章では、D.M.同調システムの複合制振の構築として、低次モードのモード同調制御では M-CK 型、高次モードのモード同調制御では MC-K 型を用いた組み合わせを提案し、複素固有値解析を用いた複合制振の設計方法を示した。具体的には M-CK 型 1 次モード制御と MC-K 型 3 次モード制御を組み合わせた複合制振の設計例を通して、両システムの性質の相乗効果により、モード同調制御対象外の 2 次モードにも大きく減衰が付与されることを示した。

また、MC-K 型および M-CK 型の応答性能を検証するため、超高層建築物の振動形状を模擬し、1 次モードの固有周期を 3 秒と設定した 8 層せん断モデル試験体の振動実験を行った。MC-K 型による 3 次モード制御の試験体を用いて、2 次モードの応答倍率が低減されることが確認され、MC-K 型はモード同調した 3 次モードのみならず、低次モードに対しても制振効果があること示した。M-CK 型による 1 次モード制御の試験体を用いて、2 次と 3 次モードの応答倍率が低減されることを確認し、M-CK 型はモード同調した 1 次モードのみならず、高次モードに対しても制振効果があること示した。

更に、MC-K 型および M-CK 型による複合制振の試験体を用いて、複数モード制御を用いた M-CK 型よりも、加速度の応答低減効果が確認され、複合制振の有効性を実験的に検証した。

複合制振の設計方法について、M-CK 型高次モード付与減衰推定式および MC-K 型低次モード付与減衰推定式を用いて、対象建築物の 1 次モード～3 次モード(主要振動モード)に対する複合制振の設計フローを提案し、「モード減衰制御」の設計を行った。

最後に、超高層建築物への適用性を検証するため、20 層鉄骨超高層建築物を対象にして、オイルダンパーのみを用いた「C-K 型」、複数モード制御を用いた「MC-K 型」および、MC-K 型および M-CK 型による「複合制振」の 3 つの設計例より、時刻歴応答解析による応答性能の確認を行った。

本論文で提案した複合制振の設計方法を用いれば、超高層建築物にも適用性があり、1 次～3 次の主要な振動モードに有効的に減衰効果が与えられ、「モード減衰制御」の有効性が確認され、高性能な制振構造の構築が可能であることを示した。

参考文献

4-1)　石丸辰治：対震設計の方法－ダイナミックデザインへの誘い－，建築技術，2008

4-2)　石丸辰治，秦一平，三上淳治，公塚正行：付加剛比による D.M.同調システムの簡易設計法，日本建築学会構造系論文集，第 75 巻，第 654 号，pp.1455-1464，2010.8

4-3)　郭鈞桓，秦一平，宮島洋平，三上淳治，阿久戸信宏，市川達也，川口雄暉：粘性減衰とばね剛性の並列型（M-CK 型）D.M.同調システムの応答性能に関する研究，日本建築学会構造系論文集，第 85 巻，第 777 号，pp.1375-1385，2020.11

4-4)　郭鈞桓，秦一平，栗林愛季，阿久戸信宏，宮島洋平：MC-K 型および M-CK 型 D.M.同調システムによる複合制振（震）の応答性能に関する研究，日本建築学会構造系論文集，第 88 巻，第 804 号，pp.223-234，2023.2

4-5)　森川和彦，服部恵多，秦一平：構造躯体の塑性化を考慮した制振構造物の簡易設計方法に関する研究　－多質点系モデルにおける粘性系ダンパーの配置決定方法－，日本建築学会構造系論文集，第 83 巻，第 753 号，pp.1583-1593，2018.11

4-6)　森川和彦，服部恵多，秦一平：ダイナミック・マスの配置パターンに応じた制振効率の分析　－ 構造躯体の塑性化を考慮した制振構造物の簡易設計方法に関する研究その２ －，日本建築学会構造系論文集，第 85 巻，第 768 号，pp.185-195，2020.2

4-7)　石丸辰治：応答性能に基づく「対震設計」入門，彰国社，2004

4-8)　JSSI：パッシブ制振構造設計・施工マニュアル 第 3 版，2013

5. 結論

本論文では、保守性が高い制振構造を構築するために、MC-K 型および M-CK 型 D.M. 同調システムを用いたモード同調制御により、対象建築物の「モード減衰制御」を示した。まず、両システムの応答特性を検討し、周波数（周期）依存性を示した。更に、両システムは制御対象外のモードに対する付与減衰効果について、相補性を持っていることを解明した。MC-K 型では高次モード制御の場合には低次モードへの付与減衰効果を、M-CK 型では低次モード制御の場合には高次モードへの付与減衰効果を示した。より効率的なモード減衰制御を実現するために、MC-K 型の検討では、低次モードへの付与減衰を定量的に評価し、MC-K 型の低次モードへの減衰定数の推定式を提案した。また、M-CK 型の検討では、M-CK 型を用いたモード同調制御の最適設計式を示し、M-CK 型の高次モードへの減衰定数の推定式を提案した。次に、MC-K 型および M-CK 型を用いた複合制振を提案し、両システムの特性を活用したモード減衰制御を示した。多質点系モデル試験体を用いた振動実験により、複合制振の応答低減効果を検証した。更に、推定式を用いて複合制振の設計方法を提案し、超高層建築物への適用性を示した。

1 章では、本論文に関連した研究背景と研究課題、本研究の目的と論文構成について述べた。

2 章では、MC-K 型を用いたモード同調制御の設計方法および高次モードのモード同調制御による低次モード付与減衰の効果を示し、それらの付与減衰を推定できる評価式について述べた。

まず、MC-K 型の応答特性を示した。MC-K 型の単体配置時の解析モデルを用いて、調和変位に対するダンパー変形増幅率を求め、周波数領域における同調システムの応答性能を確認した。MC-K 型のダンパー変形増幅率の関係から、MC-K 型を用いた多質点系モデルでは、同調モードの周期より短い周期領域（高次モードの範囲）において、ダンパーが作動しなくなるため、c_dの効果が薄れ、同調モードの周期より長い周期領域（低次モードの範囲）においては、ダンパーが作動するため、c_dの効果があることが確認できた。

次に、MC-K 型による目標制御対象外モードの減衰付与効果を示した。多質点系の解析モデルに対して、MC-K 型を用いた 1 次モード制御では、高次モードに減衰付与が見受けられないが、2 次もしくは 3 次モード制御では、副次的に低次モードにも減衰付与が与えられることを確認した。その理由は MC-K 型の周波数依存性に起因している。低次モードの付与減衰効果を活用すれば、より高性能な制振構造の構築が可能であると考えられる。そこで、本章では、MC-K 型の高次モード制御による低次モードの減衰付与の推定式を作成し、その適用性を示した。なお、推定式によれば、MC-K 型高次モード制御による低次モードへの減衰付与は、目標粘性減衰定数又は推定モードの層間刺激関数が大きければ、推定モードの付与減衰が大きくなることを示した。

3 章では、M-CK 型によるモード同調制御の最適設計式を示すと共に、多質点系の解析モデルに対して、M-CK 型を用いたモード同調制御の設計方法およびモード同調制御に

よる高次モード付与減衰の効果を示し、それらの付与減衰を推定できる評価式について述べた。

まず、M-CK 型の応答特性を示した。2 章と同様な検討手順で M-CK 型の単体配置時の解析モデルを用いて、調和変位に対するダンパー変形増幅率を求め、周波数領域における同調システムの応答性能を確認した。M-CK 型のダンパー変形増幅率の関係から、M-CK 型を用いた多質点系モデルでは、同調モードの周期より短い周期領域（高次モードの範囲）においては、ダンパーが作動するため、c_dの効果があり、同調モードの周期より長い周期領域（低次モードの範囲）においては、ダンパーが作動しなくなるため、c_dの効果が薄れると確認できた。2 章に示した MC-K 型の応答特性と逆の性質を有していることが分かった。

次に、定点理論および複素固有値問題に基づき、M-CK 型の最適設計式（最適同調式、最適減衰式）を提案した。MC-K 型と同様に、最適設計式は、固有値の関係式としてまとめているため、複素固有値解析を用いれば、最適設計式を満足することで、簡易に制振装置の最適諸元を求めることができた。

また、多質点系モデルへの適用方法を示した。本論文で提案する最適設計式は、複素固有値解析を基本としている。MC-K 型と同様に、最適同調式および最適減衰式は、いずれも固有周期の関係式であるため、固有ベクトルの直交性の性質を利用することで、多質点系の解析モデルに対しても、近似解として適用できる。モードの入力低減率ηを用いることで、M-CK 型の最適設計式の適用範囲を示した。

多質点系の解析モデルに対して、M-CK 型を用いた 1 次モード制御では、副次的に高次モードにも減衰付与が見受けられるが、2 次もしくは 3 次モード制御では、低次モードに減衰付与が見受けられない。その理由は M-CK 型の周波数依存性に起因している。高次モードの付与減衰効果を活用すれば、より高性能な制振構造の構築が可能であると考えられる。

そこで、本章では、M-CK 型の 1 次モード制御による高次モードの減衰付与の推定式を作成し、その適用性を示した。なお、推定式によれば、M-CK 型 1 次モード制御による高次モードへの減衰付与は、目標粘性減衰定数又は推定モードの層間刺激関数が大きければ、推定モードの付与減衰が大きくなることを示した。

4 章では､MC-K 型と M-CK 型の組合せによる複合制振のモード減衰制御を提案した。各制振モデルの比較より複合制振の制振効果を示すと共に、1 次モードの固有周期を 3 秒と設定した 8 層せん断モデル試験体の振動実験を通して、理論と実験の整合性を示した。また、両システムの付与減衰の推定式による設計方法、検討用入力地震動に対する目標モード減衰の設定方法を示し、超高層建築物への適用性について述べた。

まず、MC-K 型と M-CK 型による複合制振の設計方法より、複合制振の検討例を用いて、低次モードのモード同調制御では M-CK 型、高次モードのモード同調制御では MC-K 型を用いた組み合わせは、高性能な制振構造の構築が可能であることを示した。

次に、1 次モードの固有周期を 3 秒と設定した 8 層せん断モデル試験体の振動実験結果を示した。MC-K 型による 3 次モード制御の試験体を用いて、2 次モードの応答倍率が

低減されることが確認され、MC-K 型はモード同調した 3 次モードのみならず、低次モードに対しても制振効果があることを実験的に検証した。M-CK 型による 1 次モード制御の試験体を用いて、2 次と 3 次モードの応答倍率が低減されることを確認し、M-CK 型はモード同調した 1 次モードのみならず、高次モードに対しても制振効果があることを実験的に検証した。更に、複合制振の試験体を用いて、M-CK 型 1 次モード制御と MC-K 型 3 次モード制御の組み合わせにより、制御対象外の 2 次モードにも大きな減衰効果が確認され、複合制振の有効性を実験的に検証した。

複合制振の設計方法について、M-CK 型高次モード付与減衰推定式および MC-K 型低次モード付与減衰推定式を用いて、対象建築物の 1 次モード～3 次モード(主要振動モード)に対して、複合制振の設計フローおよびモード減衰制御を提案した。予備設計として、非制振モデルの固有値結果を用いれば、他のモードに付与される粘性減衰が推定できるため、設計の自由度の向上が期待される。

最後に、パッシブ制振構造設計・施工マニュアルに掲載されているテーマストラクチャーの 20 層鉄骨超高層建築物を対象にして、オイルダンパー等の減衰要素のみを用いた「C-K 型」、複数モード制御を用いた「MC-K 型」および、MC-K 型と M-CK 型の相補性を活用した「複合制振」の 3 つの設計例を示している。複合制振は、制振装置の設置箇所を最小限に抑えることで、保守性が高い制振構造を実現可能であることを示している。

一方、複合制振の実大制振装置の開発と構築に関して、M-CK 型の M 部分(D.M.部)では、D.M.と並列した内部摩擦等による減衰(c_{md})が機構的に存在し得るため、その影響を考慮する必要があると考えられる。また、実用化のために、M-CK 型の制振架構の構築も要求される。

超高層建築物の設計例では、時刻歴応答解析の検討用入力地震動として 1.5 倍 BCJ-L2 を採用した。1.5 倍 BCJ-L2 のレベルは、告示波レベル 2 の 2 倍程度であるが、位相特性が乱数のため、比較的に穏やかな地震動と言える。長周期成分が大きい「長周期地震動」や、パルス成分が大きい「パルス地震動」に対する検討や、建築物の主構造が塑性化した後の応答確認や、ダンパーの非線形性等を考慮した検討なども必要であると考えられる。

それらについては、今後の課題として取り組んでいきたい。

謝辞

本論文は、日本大学理工学部理工学研究所の環境・防災都市共同研究センターにおいて実施した研究のうち、制振構造の設計法と制振装置の開発に関する成果をまとめたものです。本論文の作成に際し、多くの方々からご指導とご鞭撻を賜りました。ここに、感謝の気持ちを記させて頂きます。

筆者が研究生活を始めるにあたって、日本大学教授の秦一平博士には研究者の道を目指すきっかけを与えてくださり、研究者としての基礎も育てて頂きました。また、本論文をまとめるにあたり、多大なるご教授とご助言を頂きました。心より深く感謝申し上げます。

学位論文審査の過程で、貴重なご指導とご助言を頂いた日本大学教授の北嶋圭二博士、渡辺亨博士、古橋剛博士に心より感謝申し上げます。

また、筆者が所属する日本大学理工学部建築学科の数多くの方々にも多大なるご協力を頂きました。特に、阿久戸信宏助手には実験などで多大なるご協力を頂きました。心より感謝申し上げます。

最後に、筆者の研究活動を支えてくれた妻の呉せいれいに、そして両親に心から感謝の意を捧げます。

2023 年 9 月

郭鈎桓