

適応直列微分補償器を用いた単純適応制御による無人航空機の飛行制御系設計

Design of Flight Control System for UAV using Simple Adaptive Control
with Adaptive Serial Differential Compensator

令和5年1月

日本大学大大学院理工学研究科博士後期課程

航空宇宙工学専攻

石岡 将太郎

目次

| | |
|--|----|
| 1 章 序論 | 1 |
| 1-1. 空の産業革命..... | 1 |
| 1-2. 近年の制御系設計の動向 | 2 |
| 1-3. 適応制御の研究動向..... | 4 |
| 1-4. 単純適応制御の研究動向 | 7 |
| 1-5. 固定翼航空機のポテンシャル | 9 |
| 1-6. 自動着陸の必要性和研究動向..... | 10 |
| 1-7. 本研究の目的..... | 13 |
| 2 章 従来の適応制御 | 14 |
| 2-1. 適応制御..... | 14 |
| 2-1-1. モデル規範型適応制御 ^[2.1.2] | 14 |
| 2-1-2. 適応制御の問題点 | 26 |
| 2-2. 単純適応制御 ^[2.2.1] | 26 |
| 2-2-1. 単純適応制御の概要 | 27 |
| 2-2-2. 概強正実性 (Almost Strictly Positive Real) | 27 |
| 2-2-3. Command Generator Tracker..... | 40 |
| 2-2-4. 単純適応制御の設計方法 | 44 |
| 2-3. 並列フィードフォワード補償器 (PFC) | 45 |
| 2-3-1. 並列フィードフォワード補償器(PFC)とは | 46 |
| 2-3-2. PFC の一般的な設計方法 | 46 |
| 2-3-3. PFC の問題点 | 48 |
| 2-4. 適応 PFC..... | 48 |
| 2-4-1. 適応 PFC の設計..... | 48 |
| 2-4-2. 安定解析..... | 53 |
| 2-4-3. 数値シミュレーション | 58 |
| 2-4-4. 適応 PFC の問題点 | 59 |
| 3 章 新たな適応制御手法..... | 60 |
| 3-1. 直列微分補償器 (SDC) による ASPR 化..... | 60 |
| 3-1-1. ASPR 性の拡張 | 60 |
| 3-1-2. 直列微分補償器..... | 72 |
| 3-2. SISO に対する安定解析..... | 79 |
| 3-2-1. SISO システムに対する適応 SDC の適応側の導出 | 79 |
| 3-2-2. 数値シミュレーションから得た課題..... | 84 |
| 3-3. MIMO に対する安定解析..... | 84 |

| | | |
|--------|--|-----|
| 3-3-1. | MIMO に対する適応 SDC の適応則導出 | 84 |
| 3-3-2. | MIMO システムにおける課題 | 101 |
| 3-4. | 最高位係数が負の場合や非最小位相系への対応 | 101 |
| 3-4-1. | 適応 SDC の適応則導出 | 101 |
| 3-4-2. | SDC に初期値を設定 | 114 |
| 3-4-3. | 適応則を改良 | 114 |
| 3-4-4. | 特殊な MSD に適用 | 115 |
| 3-4-5. | 小型固定翼航空機 (SAVANNA) の縦運動に適用 | 116 |
| 3-4-6. | 小型固定翼航空機 (SAVANNA) の横運動に適用 | 121 |
| 3-4-7. | 非線形の固定翼航空機の縦運動に適用 | 123 |
| 3-4-8. | 非線形の固定翼航空機の 6 自由度制御 | 124 |
| 4 章 | 自動着陸手法の提案 | 126 |
| 4-1. | 従来の着陸軌道 | 126 |
| 4-1-1. | Glide Path & Flare Trajectory | 126 |
| 4-1-2. | ポテンシャル関数誘導法 | 127 |
| 4-2. | 新たな着陸軌道設計 | 127 |
| 4-2-1. | Original Dynamic Window Approach | 127 |
| 4-2-2. | Extended Dynamic Window Approach | 132 |
| 5 章 | 提案手法の有効性検証 | 161 |
| 5-1. | 従来手法と比較 | 161 |
| 5-1-1. | スライディングモード制御 | 161 |
| 5-1-2. | PFC を用いた SAC | 163 |
| 5-1-3. | 適応 SDC を用いた SAC | 164 |
| 5-2. | シミュレーション環境 | 167 |
| 5-2-1. | 地面効果 ^[5.2.1] | 167 |
| 5-2-2. | Dryden model の風外乱 | 169 |
| 5-3. | 数値シミュレーション結果 | 170 |
| 5-3-1. | 外乱環境下における水平定常飛行 | 170 |
| 5-3-2. | 自動着陸問題に適用 | 181 |
| 6 章 | 結論 | 186 |
| 研究業績 | | 188 |
| 掲載論文 | | 188 |
| 発表論文 | | 188 |
| 謝辞 | | 189 |
| 付録 | | 190 |
| 付録 A. | 制御対象 | 190 |

| | | |
|-----------|-------------------------------|-----|
| 付録 A-1. | 固定翼航空機..... | 190 |
| 付録 A-2. | クアッドコプター..... | 191 |
| 付録 A-3. | 二輪型倒立振子..... | 194 |
| 付録 B. | 疑似逆行列..... | 195 |
| 付録 B-1. | 疑似逆行列の求め方..... | 195 |
| 付録 B-2. | 疑似逆行列の条件..... | 196 |
| 付録 C. | Dynamic Inversion method..... | 198 |
| 補遺..... | | 200 |
| 補遺 a. | 空の産業革命の必要性..... | 200 |
| 補遺 a-1. | カーボンニュートラル..... | 200 |
| 補遺 a-2. | 電気自動車..... | 201 |
| 補遺 a-3. | 自動運転..... | 201 |
| 補遺 b. | 適応 SDC の誤った安定解析..... | 202 |
| 補遺 b-1. | SISO の安定解析..... | 202 |
| 補遺 b-2. | MIMO の安定解析..... | 211 |
| 補遺 b-3. | 安定解析の問題点..... | 214 |
| 参考文献..... | | 216 |

Figures

| | |
|--|----|
| Fig. 1.6. 1 Phase for fixed-wing UAV | 11 |
| Fig. 2.1. 1 MRACS (Model Reference Adaptive Control System) | 15 |
| Fig. 2.1. 2 Gain Adjustment for first-order system | 15 |
| Fig. 2.1. 3 Numerical results of gain adjustment | 17 |
| Fig. 2.1. 4 Numerical results of gain adjustment with low-frequency sinusoidal input | 18 |
| Fig. 2.1. 5 Numerical Results of gain adjustment with high-frequency sinusoidal input | 18 |
| Fig. 2.1. 6 Adjustment of gain and time constant for first-order system | 19 |
| Fig. 2.1. 7 Adjustment of gain and dynamic characteristics for second-order system | 21 |
| Fig. 2.2. 1 Block diagram of SAC | 27 |
| Fig. 2.2. 2 Block diagram for system with ASPR | 32 |
| Fig. 2.2. 3 Transfer function of relative degree of 1, $\mathbf{G}(s) = \frac{1}{s+1}$ | 37 |
| Fig. 2.2. 4 Transfer function of relative degree of 0, $\mathbf{G}(s) = \frac{2s+3}{s+1}$ | 38 |
| Fig. 2.2. 5 Transfer function of relative degree of 1, $\mathbf{G}(s) = \frac{2s+1}{s^2+5s+6}$ | 39 |
| Fig. 2.2. 6 Transfer function of relative degree of 2, $\mathbf{G}(s) = \frac{1}{s^2+5s+6}$ | 40 |
| Fig. 2.2. 7 Time responses of system using CGT | 43 |
| Fig. 2.3. 1 Parallel feedforward compensator (PFC) | 46 |
| Fig. 2.3. 2 PFC for output feedback system | 46 |
| Fig. 2.4. 1 Block diagram of adaptive PFC | 49 |
| Fig. 2.4. 2 Time responses of system using adaptive PFC | 59 |
| Fig. 3.1. 1 Block diagram of ASPR system | 60 |
| Fig. 3.1. 2 ASPR system with integral control element | 61 |
| Fig. 3.1. 3 ASPR system with differentia control element | 61 |
| Fig. 3.1. 4 second order system | 64 |
| Fig. 3.1. 5 differential compensator | 65 |
| Fig. 3.1. 6 Expanded system | 65 |
| Fig. 3.1. 7 Time responses of system using conventional method | 67 |
| Fig. 3.1. 8 Enlarged view of output | 67 |
| Fig. 3.1. 9 SAC with differential compensator | 68 |
| Fig. 3.1. 10 Numerical simulation results of regulator problem using conventional method | 69 |
| Fig. 3.1. 11 Numerical results of regulator problem using differential compensator | 70 |

| | |
|---|-----|
| Fig. 3.1. 12 Numerical results of tracking problem without CGT | 71 |
| Fig. 3.1. 13 Block diagram with differential compensator in regulator problem | 71 |
| Fig. 3.1. 14 Extended system with PFC | 72 |
| Fig. 3.1. 15 Extended system with SDC | 72 |
| Fig. 3.1. 16 Block diagram of system using SAC with SDC | 73 |
| Fig. 3.1. 17 Real part of transfer function of mass-spring-dumper system | 74 |
| Fig. 3.1. 18 Real part of transfer function of SDC | 74 |
| Fig. 3.1. 19 Real part of transfer function of expanded system | 75 |
| Fig. 3.1. 20 Time responses of system in regulator control problem | 76 |
| Fig. 3.1. 21 Time responses of system in servo control problem | 77 |
| Fig. 3.1. 22 Comparison of differential SDC and HPF | 78 |
| Fig. 3.1. 23 Comparison of differential SDC and HPF with HPF $\frac{s}{0.001s+1}$ | 78 |
| Fig. 3.2. 1 Step responses | 81 |
| Fig. 3.2. 2 Step responses using adaptive PFC ^[3.2.1] | 81 |
| Fig. 3.2. 3 Step responses using adaptive SDC with adjustment of its initial condition | 82 |
| Fig. 3.2. 4 Time responses for square wave command | 82 |
| Fig. 3.2. 5 Time responses for sinusoidal | 83 |
| Fig. 3.2. 6 Time responses of Boeing 747 | 83 |
| Fig. 3.2. 7 Time responses of small fixed-wing UAV | 84 |
| Fig. 3.3. 1 Block diagram of reference model | 85 |
| Fig. 3.3. 2 MIMO in mass-spring-damper system | 95 |
| Fig. 3.3. 3 Using SAC without compensator | 96 |
| Fig. 3.3. 4 Using SAC with adaptive SDC | 96 |
| Fig. 3.3. 5 Time responses of system using SAC without compensator for square command | 97 |
| Fig. 3.3. 6 Time responses of system using SAC with adaptive SDC for square command | 97 |
| Fig. 3.3. 7 Time responses of system using SAC without compensator for sinusoidal command | 97 |
| Fig. 3.3. 8 Time responses of system using SAC with adaptive SDC for sinusoidal command | 98 |
| Fig. 3.3. 9 SAC without compensator using modified Γ and ξ | 98 |
| Fig. 3.3. 10 SAC with adaptive compensator using modified Γ and ξ | 99 |
| Fig. 3.3. 11 SAC with second-order SDC for constant command | 100 |
| Fig. 3.3. 12 SAC with first-order SDC for constant command | 100 |
| Fig. 3.3. 13 SAC with third-order SDC for constant command | 100 |
| Fig. 3.4. 1 Block diagram of reference model | 103 |
| Fig. 3.4. 2 SDC with initial value of coefficient α_0 | 114 |

| | |
|--|-----|
| Fig. 3.4. 3 SDC with modified adaptive law | 115 |
| Fig. 3.4. 4 Time responses of mass-spring-dumper system | 115 |
| Fig. 3.4. 5 Control of longitudinal motion of fixed-wing aircraft | 116 |
| Fig. 3.4. 6 Time responses of coefficients of | 117 |
| Fig. 3.4. 7 Modification of ideal SDC | 120 |
| Fig. 3.4. 8 Control of lateral-direction motion of fixed-wing aircraft | 122 |
| Fig. 3.4. 9 Convergence of state variables of fixed-wing aircraft | 122 |
| Fig. 3.4. 10 Time responses of coefficients of SDC | 123 |
| Fig. 3.4. 11 Control of nonlinear longitudinal motion using proposed method | 123 |
| Fig. 3.4. 12 Control of nonlinear system with 6 DOF using proposed method | 124 |
| Fig. 3.4. 13 Convergence of state variables | 125 |
| Fig. 4.2. 1 Mission using robot with constraint | 128 |
| Fig. 4.2. 2 Definition of constraints | 129 |
| Fig. 4.2. 3 Selection of command from window \mathbf{V}_r | 132 |
| Fig. 4.2. 4 Sigmoid function | 134 |
| Fig. 4.2. 5 Reference trajectory with initial altitude ($\mathbf{z}_s = 5$) | 134 |
| Fig. 4.2. 6 Setting of desired position ($\mathbf{x}_G = 60$) | 135 |
| Fig. 4.2. 7 Maximum inclination angle | 135 |
| Fig. 4.2. 8 Evaluation of altitude | 136 |
| Fig. 4.2. 9 Evaluation of altitude with angle θ_t | 136 |
| Fig. 4.2. 10 Block diagram of system with PI controller | 137 |
| Fig. 4.2. 11 Numerical results for landing problem using modified DWA | 140 |
| Fig. 4.2. 12 Control for 6 DOF motion of UAV | 142 |
| Fig. 4.2. 13 Performance index | 144 |
| Fig. 4.2. 14 windows principle | 146 |
| Fig. 4.2. 15 Long landing distance | 149 |
| Fig. 4.2. 16 short landing distance | 150 |
| Fig. 4.2. 17 relationship drag and velocity | 153 |
| Fig. 4.2. 18 extended window principle | 154 |
| Fig. 4.2. 19 RLV landing with DWA | 155 |
| Fig. 4.2. 20 judgment window | 157 |
| Fig. 4.2. 21 DWA flowchart | 158 |
| Fig. 4.2. 22 confirmation judgment window | 160 |
| Fig. 5.1. 1 Sliding mode Controller | 161 |
| Fig. 5.1. 2 Sliding mode Controller under modelling error satisfied matching condition | 162 |
| Fig. 5.1. 3 Sliding mode Controller under modelling error unsatisfied matching condition | |

| | |
|---|-----|
| | 162 |
| Fig. 5.1. 4 Simple adaptive controller | 163 |
| Fig. 5.1. 5 SAC with PFC | 164 |
| Fig. 5.1. 6 SAC with PFC under modelling error | 164 |
| Fig. 5.1. 7 SAC with adaptive SDC | 166 |
| Fig. 5.1. 8 SAC with adaptive SDC under modelling error | 166 |
| Fig. 5.1. 9 Time responses of SDC coefficients | 166 |
| Fig. 5.2. 1 Grand effect ^[5.2.1] | 168 |
| Fig. 5.2. 2 Modified ground effect | 169 |
| Fig. 5.3. 1 Level flight of UAV under disturbance | 171 |
| Fig. 5.3. 2 Wind disturbance | 171 |
| Fig. 5.3. 3 Transfer function $\mathbf{u} - \delta_e$ | 173 |
| Fig. 5.3. 4 Transfer function $\mathbf{u} - \delta_t$ | 173 |
| Fig. 5.3. 5 Transfer function $\boldsymbol{\theta} - \delta_e$ | 173 |
| Fig. 5.3. 6 Transfer function $\boldsymbol{\theta} - \delta_t$ | 174 |
| Fig. 5.3. 7 Time responses of position | 174 |
| Fig. 5.3. 8 Level flight of UAV under disturbance | 175 |
| Fig. 5.3. 9 Level flight of UAV under reduced disturbance | 177 |
| Fig. 5.3. 10 Level flight of UAV under reduced disturbance | 178 |
| Fig. 5.3. 11 Force and moment of force generated by disturbance | 178 |
| Fig. 5.3. 12 SDC inputs ($\mathbf{T} = \mathbf{0.1}$) | 179 |
| Fig. 5.3. 13 SDC inputs ($\mathbf{T} = \mathbf{10}^{-3}$) | 179 |
| Fig. 5.3. 14 Comparison of gain diagrams and SDC inputs | 180 |
| Fig. 5.3. 15 Level flight of UAV ($\mathbf{T} = \mathbf{10}^{-3}$) | 180 |
| Fig. 5.3. 16 Force and moment of force generated by low frequency disturbance | 181 |
| Fig. 5.3. 17 Level flight of UAV under low frequency disturbance | 181 |
| Fig. 5.3. 18 Numerical results of automatic landing of UAV | 184 |
| Fig. 5.3. 19 Automatic landing with modified parameter values | 185 |
| Fig. A. 1 Coordinate systems of fixed-wing aerial vehicle | 190 |
| Fig. A. 2 Coordinate systems of quad-copter | 192 |
| Fig. A. 3 Two-wheel inverted pendulum | 194 |
| Fig. A. 4 Coordinate systems of inverted pendulum | 194 |
| Fig. b. 1 Block diagram of system using SDC | 202 |
| Fig. b. 2 Applying adaptive SDC to SISO system of Boeing 747 | 208 |
| Fig. b. 3 Applying adaptive SDC to MIMO system of Boeing 747 | 209 |
| Fig. b. 4 Time responses of system using modified adaptive law | 209 |

| | |
|---|-----|
| Fig. b. 5 Comparison of SDC and LQR | 210 |
| Fig. b. 6 Applying adaptive SDC to small fixed-wing UAV | 210 |
| Fig. b. 7 Control for longitudinal motion of Boeing 747 | 214 |
| Fig. b. 8 Control for longitudinal motion of small fixed-wing UAV | 214 |

Tables

| | |
|---|-----|
| Table. 1.4. 1 Flight level of drone | 1 |
| Table. 2.2. 1 Mass Spring Dumper system | 43 |
| Table. 2.2. 2 reference model | 43 |
| Table. 3.1. 1 Plant specification | 66 |
| Table. 3.1. 2 Controller | 66 |
| Table. 4.2. 1 Specification of UAV | 138 |
| Table. 4.2. 2 Initial values | 138 |
| Table. 4.2. 3 Parameter of potential function | 138 |
| Table. 4.2. 4 Weighting coefficients of system2 | 138 |
| Table. 4.2. 5 Weighting coefficients of system3 | 138 |
| Table. 4.2. 6 Initial values | 141 |
| Table. 4.2. 7 Weighting coefficients | 141 |
| Table. 4.2. 8 Initial values | 147 |
| Table. 4.2. 9 weighting coefficient (case 1) | 147 |
| Table. 4.2. 10 weighting coefficient (case 2) | 147 |
| Table. 4.2. 11 specification of RLV | 154 |
| Table. 4.2. 12 initial values | 154 |
| Table. 4.2. 13 initial values | 158 |
| Table. 5.2. 1 Specification of small fixed-wing UAV | 167 |
| Table. A. 1. Parameters of quadcopter | 193 |
| Table. a. 1 Automatic driving level | 202 |

1 章 序論

1 章では、無人航空機に関する我が国の取り組みについて解説し (1-1)、制御工学の観点からその取り組みを実現するために必要となる研究の動向 (1-2~6) について説明する。さらに、現状の課題を確認して我々が提案する手法の必要性 (1-7) について論じる、

1-1. 空の産業革命

2019 年初旬に中国の武漢市で初めて新型コロナウイルスの感染者が報告されてから、数か月のうちに世界的に感染が拡大した。それに伴い、日本では緊急事態宣言が発令され、在宅勤務などによって自宅で過ごす時間が増えた。それにより、宅配需要が急拡大した。この拡大による混雑緩和には自動運転の活躍も期待できるが、マルチコプターなどの活躍も期待できる。

マルチコプターを有効的に活用することで、社会へ与える影響は非常に大きいことが予想される。まず考えられる活用法として、貨物輸送を空から行うことが挙げられる。これまでは貨物を輸送するためには自動車を利用した配送が主であった。海外からの輸送の場合は国土交通省が公開している交通政策白書^[1.1.1]によると、2019 年における船舶の利用が 99.7%となっている。航空機を用いた輸送もあるが、船舶よりもコストがかかるうえに輸送量が少なくなってしまうため、緊急でない限り船舶による輸送が一般的である。船舶や航空機を使った輸送は海外からのものであるが、国内の輸送は自動車によるものが例年 90%を超えている。しかし、近年の宅配需要の急拡大によって交通渋滞がこれまで以上に問題視されている。交通渋滞によって物流システムに影響を及ぼし、エネルギー消費効率の低下や環境汚染などが引き起こされる。これらが与える経済損失は非常に大きく、年間で 12 兆円に上ると言われている^[1.1.2]。マルチコプターを活用することで交通渋滞を避けて、迅速な配達を行えることから経済的に見て、マルチコプターを実用化することは大きな意義がある。また、輸送以外にも災害対応やインフラの点検などの活躍も期待される。

マルチコプターによる上記のような活躍を実現するために「小型無人機の利活用と技術開発のロードマップ」^[1.1.3]によってドローンの飛行レベルは以下のように定義されている。

Table. 1.4. 1 Flight level of drone

| | |
|----------|------------------------------|
| Level. 1 | 無人地帯, 有人地帯における目視内の操縦者による操縦飛行 |
| Level. 2 | 無人地帯, 有人地帯における目視内飛行 |
| Level. 3 | 離島や山間部などの無人地帯における目視外飛行 |
| Level. 4 | 都市部を含む有人地帯における目視外飛行 |

これまでのロードマップでは 2019 年度ではレベル 4 に相当する有人地帯での補助なし目視外飛行を、2022 年度を目安として実現する目標を設定した^[1.1.4]。空の産業革命に向けた

重要な指針となる柱として運行管理システムや制度整備などを行う「環境整備」と性能使用の決定や運行管理技術を行う「技術開発」などがあるが、2020年度のロードマップ^[1.1.5]では、これらに加えて実用化に向けた実験のガイドラインやマニュアルを策定する「社会実装」を新たな柱として追加した。2021年度のロードマップ^[1.1.6]では山間部などでレベル3に相当する飛行を実現し、人口密度の高い地域へ発展するための工程を明確化した。現在は上記のレベル3までが実現しており、レベル4に向けた取り組みがなされている。「空の産業革命に向けたロードマップ2022」^[1.1.7]でもレベル4実現に必要な事項が記載されており、その多くは法整備や実験環境の整備などとなっており、空の産業革命に向けて現実味が帯びている。

1-2. 近年の制御系設計の動向

自動運転や空の産業革命に伴って、さまざまなロボットの自動化が求められている。さらに、より複雑で厳しい環境下でも安全に利用できるように、制御技術の一層の高性能化、知能化、高付加価値化が求められている。このような需要にこたえるために制御工学は古典制御、現代制御、非線形制御、ロバスト制御、インテリジェント制御と変遷をしてきた^[1.2.1]。

古典制御では制御対象を伝達関数で表現し、周波数応答で制御性能などを評価して目的の挙動を得る制御理論である。ここで考えられるのは入力も出力も1つのSISO (Single Input Single Output) のシステムである。

それに対して現代制御では、対象とするシステムを状態方程式と呼ばれる行列表記の微分方程式で表現する。このようにすることで古典制御ではSISOのシステムを対象としていたのに対してMIMO (Multi Input Multi Output) のシステムを扱うことができるようになった。

現代制御によってMIMOのシステムを扱えるようになったが、非線形性が強く表れるシステムに対しては制御性能を十分に発揮することができない。そこで現れたのが非線形制御である。これはシステムの非線形性を積極的に制御器の設計に取り込むことで、現代制御ではできなかった非線形システムにおいて目標達成を可能とする制御である。しかし、非線形制御は非常に難解で実在システムに適用するのが困難である。

そこで現れたのがポスト現代制御と呼ばれるものである。これは2つの大きな流れに分けることができる。一つはロバスト制御である。ロボットなどに適用する際に、上記の制御系設計方法の中で最も注目されているのはロバスト制御である。多くの制御理論では制御対象の数学モデルに基づいて理論展開がなされている。ロバスト制御もモデルに基づいた制御理論である。

一般的な制御対象のほとんどの運動は非線形システムである。そのため、線形システムと比べると非常に難解な動きをし、厳密な数学モデルを求めることは不可能であると言わざるを得ない。この数学モデルを求める方法として、第一原理モデリング・システム同定・グレーボックスモデリングの3つがある^[1.2.2]。第一原理モデリングとは運動方程式を求めるこ

とで正確なモデリングを行う手法である。しかし、多くの制御器は線形であることを仮定しているため、線形化が必要である。また、パラメータを取得するための実験が必要になる。システム同定では、実験によって比較的単純な数学モデルを求めることができる。ここではシステムのある特性に注目して近似する。これによってある条件下ではそのシステムに対して有効な制御器の設計も可能となる。このような数学モデルを求めるためには M 系列信号^[1.2.3]などの特殊な入力信号を用いて実験的に求めるシステム同定を行う必要がある。M 系列信号を用いる同定手法では、データを測定する装置の精度が非常に重要になる。測定精度が悪いと同定結果に影響を及ぼすことになる。また、同定実験を行う際に外乱などの影響で、測定精度が十分であっても良好な同定結果を得られないことも考えられる。[1.2.4]ではこのような外乱環境下においての雑音対策について述べている。このときに用いる特殊な入力信号の選択が非常に重要である。入力信号が正しく制御対象の特性を誘発できるのであれば問題ないが、誤った入力信号で実験を行ってしまうと正しい数学モデルを求めることができなくなってしまう。また、システムに負荷の大きい入力信号を加えてしまうと、システムが破損する恐れもあるため数学モデルを構築するのは困難である。グレーボックスモデリングとは上記の第一原理モデリングとシステム同定を混ぜ合わせたモデリング手法である。しかし、この手法でも実験環境によって、モデリングの精度は依存することは変わらない。

このように実際のシステムには数学モデルで表現しきれない不確かさが必ず存在することになる。このような問題に対してロバスト制御では、不確かさの変動の幅を用いて制御器を設計することで、ある程度のモデル化誤差や外乱に対して頑強な制御系を構築することが可能となる。そのため、実在のシステムに適用する際に数値シミュレーション上では考慮できていなかった不確かさにも対応できると考えられ^[1.2.5]、高く評価されている。しかし、ロバスト制御理論は構造が非常に複雑で難解である。そのため、ロバスト制御系を用いて十分な制御性能を得るために使いこなすにはある程度の知識と経験が必要になる。また、外乱やモデル化誤差に対するロバスト性能と目標値へと追従するトラッキング性能はトレードオフの関係にある。つまり、不確かさや外乱に対するロバスト性を高めようとするとも目標値への追従性能が劣化する。反対に、トラッキング性能を向上させようとするともモデル化誤差や外乱の影響を受けるようになり、ロバスト性能が低下する。したがって、実在システムが持つ不確かさを正しく見極めて、最低限のロバスト性を持たせて十分なトラッキング性能を持つように調整することが肝要である。

ポスト現代制御のもう一つはインテリジェント制御と呼ばれ、ファジィ制御や遺伝的アルゴリズム、ニューラルネットワークなどが含まれる。この制御理論は人間の経験や進化の過程などをアルゴリズムに反映させたり、人間の脳の神経細胞であるニューロンを構成したりすることで、数学モデルを作るのが困難な制御対象に対しても有効な制御系を設計することが可能となる。したがって、制御系設計の際にモデルを必要としないことから、ロバスト制御とは異なったアプローチでモデルの不確かさを克服することができる。

ここまで制御理論の変遷を説明してきたが、現在、最も使われている制御器は古典制御理論の時から存在する PID 制御である。PID 制御器とは目標値と出力の誤差に対して比例、微分、積分を行い、それぞれにゲインをかけて足し合わせた値を入力とするといった、非常に単純な構造で成り立っている。P 制御によって応答の過渡期における即応性、D 制御によって過渡期の振動特性、I 制御によって定常期の偏差に働きかける役割がある。上記のように構造が単純であり、誰にでも理解しやすく、それぞれのゲインの役割が明確であることから調整のやり方も理解しやすい。また、SISO のみではなく MIMO や非線形のシステムに対しても適用することが容易となっており、非常に汎用性の高い便利な制御器である。実際にシステムに適用されている制御器の多くは PID 制御器を発展・応用した形となっている。しかし、MIMO などの制御対象のシステムがより複雑になると調整するパラメータの数が増大になり、それぞれのゲインが互いに干渉することになるため調整が難解になるという欠点がある。これに対して、流体などを対象としたプロセス系ではモデリングが容易でないが、ロボットなどは比較的容易であることから、ロボットに対してはロバスト制御をはじめとしたモデルベースの制御系設計の実装が近年は増えてきている^[1.5.2]。

また、近年は強化学習などを用いたインテリジェント制御の研究も活発に行われている。

現代制御理論は多くの研究者によって取り組まれてきて有効性も保証されているが、上述したように数学モデルを正確に求めることは困難であることから実用化しようと考えると技術的に難しい。このような理由から、数学モデルを必要としない学習ベースの制御系設計手法が注目を集めている。

しかし、精度の良い強化学習を使用する場合は多くの試行回数が必要となる。学習データを収集するために実機を用いて実験を行うと、実機が破損することもあるため費用や資源などの面から経済的ではない。実験環境をシミュレーション上で構築して学習を行う方法もある。シミュレーション上で学習を行うことによって、実機を用いる必要がないため低コストで学習データの収集を行うことができる。しかし、この方法ではシミュレーション上で環境を構築するためにシステムの数学モデルが必要となる。また、想定される外乱やノイズなどを再現する必要がある。このような環境をシミュレーション上で仮に構築できたとしても、実際のシステムの経年劣化などによって誤差があった場合は学習データが意味をなさなくなってしまう恐れがある。

インテリジェント制御では上記のような課題があるため、実用化された例は少ない。

1-3. 適応制御の研究動向

ロバスト制御が外乱などに対する頑強性と目標値追従性能の高さから注目を集めたことをきっかけとして、これまでの古典制御理論や現代制御理論で提案されてきた制御手法に関してもロバスト性の観点から見直されている。その手法の一つとして適応制御がある。

適応制御とは、制御系が周囲の環境条件を自動的に認知し、認知された環境条件に適応して制御装置の構造などを自動的に修正していく制御系のことである^[1.3.1]。要するに、この制

御器は環境の変化を認知する機能とシステムの構造を適切に設計するように変化する機能の2つを有しており、制御系全体をそれらの周囲の変化に応じて適応させることで、システム全体の性能を良好にすることが可能となる。

最も実用化されている PID 制御器を設計する場合、制御対象の特性を理論的、実験的に求めて、それを基にゲインを決定する。さらに、設計された PID 制御を適用して、システムの応答から再調整をする必要がある。自動的に適切なゲインを求めることができる制御器があればと誰しもが夢を抱いて、適応制御が開発された^[1.3.2]。周囲の環境に応じて適応させるため、強化学習などのインテリジェント制御と同様にモデルフリーで設計することが可能である。

適応制御は exact model matching と呼ばれ、制御対象の伝達関数を所望の閉ループ伝達関数に事前にコントローラを定めることなく、一致させる制御器である。モデル規範型という言葉が付く適応制御があるが、適応制御とは本来、規範モデルと一致するような制御器であるからモデル規範型適応制御というのは冗長である。このときに用いる規範モデルの決め方は制御仕様により異なるが、[1.3.3]ではゲインスケジューリングによって制御されるノミナルモデルを用いている。

このような制御系を構成するために重要なのが適応則である。適応制御ではパラメータが信号によって変化するため非線形となり、非線形系の安定性をどのようにして確保するかが重要となる。適応則を決定する方法として MIT 方式と安定論による方法がある。MIT 方式では評価関数を、適応誤差を $e(t)$ として $\int_{t_0}^t e^2 \tau d\tau$ としているが、これでは安定性を保証できずに失敗している。そこでリアプノフ法による安定性を保証した適応制御器を設計することでシステム全体の安定性を保証することができるようになった^[1.3.4]。この方法を用いて Li S^[1.3.5] はヘリコプターのホバリング制御を行っており、数値シミュレーションによってその有効性が確認されている。[1.3.6]では前を走る車と一定の間隔を保つクルーズコントロールをモデル規範型適応制御器によって行っている。クルーズコントロールを行うことによって、渋滞の緩和や燃費の向上などといった利点が期待できるが、システムモデルに不確かさが含まれている場合は利点を享受できない可能性がある。線形の縦運動モデルは不確かさを持っているため、線形の状態フィードバック制御では十分な性能を示すことができない。このようなシステムにモデル規範型適応制御を用いることで、不確かさがある場合でも制御目標を達成することが可能となる。ここでは、リアプノフの安定定理によって適応則を求めて、数値シミュレーションによりクルーズコントロールが達成されたことを確認している。

リアプノフの安定定理を用いた方法によって適応制御の安定性を保証した適応則を求めることができるようになったが、求められる適応則が積分項のみで表現される。このような適応則を用いる場合、外乱などの影響によってドリフトが発生し、目標値に追従できなくなる恐れがある。適応制御は外乱や環境の変化に対応するために、常に適応則を用いて制御器

の修正を行う。それにもかかわらず、外乱に対して脆弱になってしまうという矛盾が生じてしまう。そこで、適応制御にロバスト性を積極的に持たせるロバスト適応制御の研究が活発になった。

[1.3.7]では線形化された数学モデルを用いて未知の非線形性と未知の外乱を持つシステムに対して適応ファジーロバスト制御を提案している。適応ファジー制御では適応制御とファジー制御の双方の利点を取り入れることができ、制御性能を向上させることができる。Xinjian W らが提案する手法では、それらに加えてバックステッピング法とスモールゲイン定理を用いることによって制御システムが半大域的に一様有界であることを示している。従来の手法では既知の非線形性を有したシステムの未知のパラメータを推定するために適応制御器を使用していたが、実際のシステムには未知の非線形性が含まれているため、そのようなシステムにも対応ができる制御器が必要となる。この手法では未知の非線形性を有する 1 入出力システムを対象として、制御器の設計を行っている。[1.3.8]ではバックステッピング法とスライディングモード制御を複合した適応ロバスト制御器が提案されている。ここでは制御対象としてクアッドコプターを採用しており、未知の外乱や不確かさを有しているときの 3 次元軌道追従を行う。提案手法によって非線形性を処理するためにバックステッピング法、外乱の影響を補償するためにスライディングモード制御、不確かさを推定するために適応制御を用いている。多くの研究者は軌道追従・外乱に対するロバスト性・パラメータ変動に対するロバスト性・リアルタイムパラメータ推定のトピックのうちの一つか二つに絞って研究をしているが、著者らは 4 つすべてのトピックに対してアプローチしている。論文では PID 制御とロバスト制御と比較して良好な結果を得られている。Dumitru P ら^[1.3.9]は適応制御とロバスト制御の利点の両方を提案する適応ロバスト制御に取り込むためにモデルとコントローラのパラメータで定義された評価関数を最小化する非線形計画法を用いて制御器を設計している。プロセス制御を対象としており、制御対象は 1 次の伝達関数で表されている。このシステムに対して提案する手法は計算量が少なく実用的であるとしている。Wanming Y ら^[1.3.10]は UAV のフォーメーションフライトに適応制御を適用している。フォーメーションフライトでは、フォロワー機はリーダー機の後流の影響を受ける。これによってフォロワー機に働く抗力を大幅に減らすことができるため、総エネルギーの節約につながる。しかし、後流によって迎角と横滑り角が変化するため、制御系設計を困難にする。この影響を外乱とみなして、目的を達成するための適応制御器を提案している。適応側によって後流渦の外乱を推定することができる。提案手法を用いることで、リアプノフの安定定理によって前方方向と横方向の相対距離の誤差が 0 になることが示されている。[1.3.11]ではボイラータービンを制御対象としており、制御対象は非線形のシステムとして考慮される。このシステムはバックステッピング制御により 2 つのサブシステムに分けられ、不確かさを適応側によって推定する。このようにすることによって非線形性の影響を克服し、大きな動作にも対応できるように改善される。ここで用いる適応則はリアプノフの安定定理によって導出される。

ロバスト制御では、制御対象や外乱などの未知パラメータの範囲を特定し、それによって起こりうる変動のすべてを考慮して一定の制御性能を得られる時不変の制御器を設計する。そのため、周囲の環境の変化に応じて制御器を自動調整し変化させる適応制御とは方針が大きく異なっている。

適応制御が必要とされるのは、上記の研究結果にもあるように環境条件や動作条件の変化によってプラントの動特性が変動し、その変動の値を事前に想定することが困難な状況である。例えば、航空機の動特性は飛行速度や飛行高度によって大きく変動する。この変動が小さければ一般的なロバスト制御などによって十分な制御性能を得ることが可能であるが、この変動が大きいときは通常のフィードバック制御では対処できないため、環境の変化に対応できる適応制御が求められる。このことは[1.3.12]の著者らも全翼機の UAV のロール運動に対して適応制御と μ 設計に基づくロバスト制御の比較によって明らかにされている。

上記のように適応制御を応用した様々な手法が提案されており、安定解析や数値シミュレーションなどによって有効性が確認されている。しかし、適応制御は制御対象の次数に応じた補償器を必要とするため、高次のシステムに対しては制御器が複雑となることが避けられない。また、ロバスト制御が現時点で PID 制御器よりも実用化されていない原因として、制御器が複雑で難解であることが挙げられる。ロバスト適応制御では、このような構造が複雑となる制御器を組み合わせており、制御性能は向上するが構造がさらに複雑化してしまい実用的とは言い難い状況である。[1.3.9]で提案されている手法は計算量が少なく実用的だと述べているが、制御対象が1次遅れ系という非常に単純な構造であり、ロボットに適用することを考えると制御器も複雑化することは避けることはできない。このように適応制御は構造が複雑になり、計算量が過大になるという問題があるため、今日まで実用化された例は非常に少ない。

1-4. 単純適応制御の研究動向

上述したような構造の複雑化、計算量が過大になるなどの問題点を解決するために単純適応制御 (SAC: Simple Adaptive Controller) と呼ばれる制御器が開発された。これはシステムが持つ概強正実性 (ASPR: Almost Strictly Positive Real) と呼ばれる性質を利用することによって適応制御器の単純化を図っている。

制御器の多くはシステムの状態量のすべてをフィードバックすることでシステムの安定性を保証している。しかし、このように状態量すべてをフィードバックできる状況は非常にまれである。通常は、機体重量や経済的理由で搭載できるセンサーには限りがあるため、状態量すべてを取得することは困難である。このような場合、オブザーバなどを構成して取得できる状態量からすべての状態量を推定する方法が用いられる。しかし、この方法だと構造が複雑化する。また、オブザーバの推定精度によって制御性能が大きく影響を受けることになる。上記のような理由から、状態フィードバックよりもセンサーで取得できるデータのみに

をフィードバックして安定化を図る，出力フィードバック制御の方が実用的であると考えられる．しかし，どのような制御対象でも出力フィードバック制御を構成できるわけではない．出力フィードバックによってシステムを安定化することができる制御器が存在する条件については[1.4.1]にて言及されている．ここでは SISO システムが強正実性を有していれば出力フィードバック制御を設計することができる結論付けている．しかし，この条件は非常に厳しい条件である．そこで，Zheb E^[1.4.2]はこの条件を有限で十分に大きいフィードバックゲインを用いることで緩和している．SAC はこの ASPR 性を利用することで，従来の適応制御よりも飛躍的に構造を単純化した．

SAC はフィードバック制御とフィードフォワード制御で構成されており^[1.4.3]，一種の二自由度制御であると言える．フィードバックループでは，システムが ASPR であると仮定し出力フィードバックのみで構成され，フィードバックゲインを適応的に調整することでシステムの安定性を保証する．フィードフォワード部分でもゲインを適応的に調整することで，規範モデルの出力と実際の出力が完全に一致するような理想制御入力を求める．これまで，モデル規範型適応制御はその構造の複雑さ，計算量の多さから注目されてこなかったが，上記のように SAC を設計することによって，構造が単純で設計者の調整をほとんど必要としない実用的な制御器へと変貌した．

しかし，モデル規範型適応制御における問題点を解決しても，当初は SAC が実用化されるには至らなかった．この原因は ASPR にある．SAC では構造を単純化するために出力フィードバック制御を構成している．このときの仮定として，制御対象は ASPR 性を有していなければならない．ここで，システムが ASPR 性を有しているには以下の条件を満足している必要がある．

- (i) 最小位相系である．
- (ii) 相対次数は 0 もしくは 1．
- (iii) 最高位係数は正．

この条件を満足していれば SAC を構成することができるが，この条件を満たすような制御対象はほとんど存在しない．いくら有効な制御器であっても，制御できる対象が存在しないのであれば全く意味はない．

そこで提案されたのが並列フィードフォワード補償器（PFC: Parallel Feedforward Compensator）である^[1.4.4]．PFC を用いることによって拡大系が ASPR 性を有するようになり，SAC を構成することができるようになる．この提案によって，SAC の最大の問題点を解決し，SAC が十分な実用性を有していると認識されるようになった．

このときに用いる PFC は拡張系を ASPR にするために適切に設計する必要があり，この設計方法について数多くの研究がなされてきた．しかし，PFC によって ASPR となるのは制御対象と PFC の拡張系であるから，拡張系の出力は SAC によって目標を達成することができても，実際の出力は目標を達成できず，定常偏差が残ることになってしまう．また，

適切な PFC を設計するためには制御対象の相対次数や最高位係数の符号などが既知でなければならない。これらの情報を入手することは一般的に困難であることから、それぞれに対して対処するための PFC 設計法が提案されている。

現在までにさまざまな PFC 設計法が提案されているが、仮定として制御対象の相対次数が事前にわかっていることや最小位相系であることなどとしている。

ASPR 化する方法としてバックステッピング法を用いた手法がある。これは制御対象の相対次数に応じたステップ数のバックステッピングを行うことによって、ASPR 性の相対次数の条件にアプローチすることができる。しかし、この手法は制御対象の相対次数が高次である場合はその数だけステップ数が増えるため、制御系の構造が非常に複雑化する。そこで、バックステッピング法と PFC を併用した方法が提案されている。このようにすることで、ステップ数が 1 回でシステムの ASPR 性を補償することができるようになり、制御系が複雑化するのを回避することができる。このバックステッピング法を用いた方法は相対次数の条件にのみ有効であるため、依然として、制御対象の最高位係数は正であり、最小位相系である必要がある。

1-5. 固定翼航空機のポテンシャル

1-1 で示した空の産業革命で扱われているドローンが対象としているものの多くはマルチコプターであるが、それだけではない。近年はドローンと聞くと 4 つのプロペラを有して空を飛ぶものを思い浮かべる方が多いだろうが、その認識は正確ではない。ドローンとは無人機の総称であり、飛行するものだけを対象としていない。つまり、4 輪で走行する車や船舶なども無人であればドローンである。したがって、空の産業革命で対象としているドローンも 4 つ、もしくはそれ以上の数のプロペラを有するマルチコプターに限らない。しかし、対象は『空』であるから車や船舶などは対象から外れる。空の産業革命で対象としているのは無人航空機 (UAV: Unmanned Aerial Vehicle) である。UAV にも様々な種類があり、多くの企業や研究機関で研究・開発されている。

まず、馴染み深くなったマルチコプターがある。鉛直上向きに取り付けられた複数のプロペラによって、飛行するための揚力を生み出す。垂直離着陸とホバリング機能を有しており、高い操縦性と低コストのために急速に開発されている。監視や農薬散布、空撮などのさまざまな環境で広く使用されている。しかし、機体が流線形ではないため飛行速度がやや遅い。また、揚力を生み出すためには常にローターを回転させなければならないため、エネルギー消費効率が悪く、航続距離が短いという欠点がある。しかし、近年はバッテリー技術が向上し徐々に航続距離は長くなっている。

旅客機と同じような固定された翼を持つ UAV もある。この機体は主翼が固定されており、航続距離が長く、多くの貨物の運搬も可能である。さらに、速い飛行速度を維持することができるため、緊急性の高い物資の輸送に適している。しかし、垂直離着陸はできないため、着陸が技術的に困難である。

マルチコプターと固定翼機の良いところを掛け合わせたティルトローター機と言うものがある。これは固定された主翼とローターごと回転する機構が搭載されており、垂直離着陸が可能となっている。この機体は主翼が固定されているため、水平飛行時には主翼が大きな揚力を生み出すが、離陸の際は抵抗が大きくなってしまう。また、運動が複雑なため操縦が非常に難しい。

ティルトローター機の欠点を改善した機体としてティルトウィング機がある。この機体はローターをティルトするのではなく、主翼にローターを固定して、主翼ごとティルトさせる。これによって離着陸時の抵抗は最小限に抑えることができ、水平飛行時も主翼によって大きな揚力を得ることができる。しかし、主翼をティルトさせている間に空力特性が大きく変化するため、制御系設計が非常に難しくなる。

上記のように、機体の形状によって一長一短がある。空の産業革命では主としてマルチコプターが対象とされている。これはマルチコプターの活躍できる場が多岐にわたることが要因の一つある。しかし、先に述べたようにマルチコプターは長距離の飛行には適していない。そのため、災害があった際などに物資の運搬や被災地の調査などには有効的ではない。このような長距離の飛行が要求されるようなタスクでは固定翼機の活躍が期待できる^[1.5.1]。マルチコプターは自重を支えるために、その分だけローターを回転させる必要がある。そのため、運搬できる物資の重さには制限がかかり効率的ではない。それに対して固定翼機は、一度に多くの物資を運搬することが可能である。また、ティルトウィング機やティルトローター機のように複雑な構造をしていないため、制御系の設計も比較的容易である。このような理由から、我々は固定翼機に焦点を当てた。

1-6. 自動着陸の必要性と研究動向

固定翼機が一つのミッションを終えるまでにこなすタスクは以下の4つに分けられる。

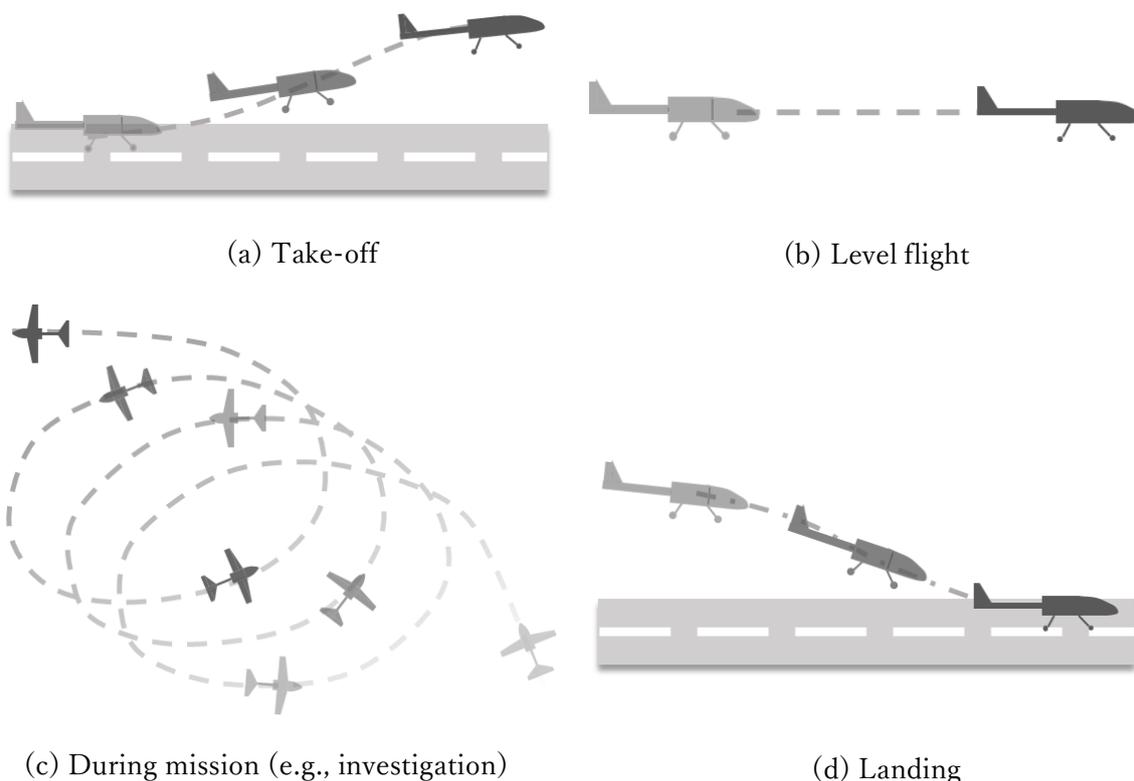


Fig. 1.6. 1 Phase for fixed-wing UAV

最初に行うタスクは離陸である。このときに強い外乱や操縦ミスなどによって事故が起こることがある。しかし、離陸時に関する研究はあまり多くない。[1.6.1]で離陸時における制御方式が説明されている。ここでは離陸に必要な速度まで到達する滑走制御、十分な速度になったら機首上げを行い、最大推力として目標高度まで到達する3段階で行っている。Bing Yanら^[1.6.2]は滑走路が完全な平面であることは考えにくいことから、UAVが滑走路の中心から逸脱しないために機体に取り付けられている3つの車輪の運動も考慮した離陸制御手法を提案している。このように研究されてはいるが、災害調査などのために用いられる小型機の場合は、多くが手投げによる離陸を行っている。固定翼機は離陸するために滑走する必要があり、そのために広い土地が必要となる。しかし、手投げによって離陸することで、非常に省スペースで行うことが可能となる。[1.6.3]で紹介されているエアロパイロメント社のPUMAも手投げによって離陸をする。

離陸をすると固定翼機はミッション遂行のために目的地までの巡航飛行を行う。この状況では風外乱などがある環境下で安定した飛行を行う必要がある。このような風外乱環境下での水平正常飛行に関する研究は数多くあり、主にロバスト制御によってその有効性が示されている。

メインミッションは上図にあるような被災地の調査や宅配、農薬散布などと多岐にわたる。それぞれのミッションで必要となる動作をより効率的に行うための研究が行われている。

る。

すべてのタスクを終えると、滑走路に帰還、および着陸をする。固定翼機の着陸方式はさまざまな種類がある。一般的な滑走路に対して高度や姿勢制御を操舵によって行う着陸をはじめとして、パラシュートを用いた着陸やネット捕獲方式などがある。パラシュートを使用する方法は[1.6.4]で提案されているがパラシュートは風外乱や天候の影響を大きく受けることが問題点として挙げられる。また、ネット捕獲方式は非常に簡単に機体を回収することが可能となるが、ネットに衝突した際に機体が損傷する恐れがあり、コストの面で問題がある。また、パラシュート搭載のための機体重量の増加、ネットを設置するための大規模装置の準備などといった問題もある。特殊な着陸手法としてフラットスピと呼ばれる錐もみ状態を利用した着陸手法も提案されている^[1.6.5]。フラットスピに陥ると機体は非常に不安定な状態に陥るが、降下率が小さくなる。このことを利用して着陸を行おうという試みであるが、安全な着陸には至っていない。このような問題がさまざまあり、操舵によって高度と姿勢制御を行う着陸方式は滑走路が必要になるという課題はあるものの最も現実的で有効な手法であると考えられ、本研究ではこの方式に焦点を当てる。

[1.6.6]ではパイロットと機体の通信が途絶えた時に、自動で着陸フェーズに入るシステムを構築している。[1.6.7]では vision base で着陸地点に適した場所を自動で検出する手法を提案している。これらのように、着陸をする状況から想定される事態に備えた研究も数多くあるが、着陸をより安全に行うための制御器の開発も数多く行われている。[1.6.8]の著者は UAV の自動着陸に対して横方向および縦方向の誘導則と制御則を提案している。ここで使用されている着陸軌道はグライドパスとフレア軌道によるもので、その軌道に追従するために線形化された数学モデルに基づいて制御則を設計している。数値シミュレーションでは提案手法の有効性を示すために、最も利用されている PID 制御器と比較されている。この文献では着陸軌道としてグライドパスとフレア軌道を用いている。この軌道は他の文献でも利用されている。グライドパスとは一般的に飛行経路角が 3° となるような直線の飛行軌道のことである。小型の UAV などの場合は慣性モーメントが小さいため、飛行経路角は 3° よりも大きな値を用いることもある。グライドパスだけでは滑走路に滑らかに着陸をすることができないため、固定翼機はこの軌道を追従し、ある高度に達したらフレア軌道に切りかえる。このフレア軌道とは指数関数で表現され、グライドパスと接地点までを滑らかに結ぶ。この軌道に安全に追従するために、[1.6.9]では H_2 制御と H_∞ 制御組み合わせたロバスト性の優れた制御則を固定翼 UAV の着陸問題に適用している。提案手法によって風外乱や地面効果のある環境下でも安定した飛行ができることを数値シミュレーションで確認している。[1.6.10, 1.6.11]ではモデル予測制御を用いて UAV の着陸を行っている。[1.6.10]では従来のモデル予測制御より信頼性が高く、構造が単純な supervising model predictive control が提案されている。これによって、多くの厳しい制約のある条件下においても安全に着陸することができる。[1.6.11]では航空機の失速を利用して、短距離で着陸する手法を提案している。航空機の迎角が大きくなり失速状態に陥ると、抗力が大きくなり高度が急激

に下がる。著者らはこの状態を利用した非線形モデル予測制御を提案している。[1.6.1]では着陸時に関しても言及している。ここで用いている制御器は PID 制御器を用いている。ここで設定されているゲインはグライドスロープとフレア軌道で別のものを使用している。

このように軌道の切り替えがあるとゲインも同様に変更する必要があり、調整が必要となる。この場合、ゲインが切り替わるときに姿勢が乱れる恐れがある。記載されている実験結果ではいつ切り替えが行われたのかが定かではないが、地面付近で姿勢角が乱れていることが確認できる。

上記のような理由から、軌道の切り替えを必要とせず、機体の姿勢が大きく乱れない着陸軌道が求められる。上記を満たす軌道設計手法として Dynamic Window Approach (DWA) と呼ばれるものがある。DWA は 1996 年に Fox D ら^[1.6.12]によって開発された。この手法は美術館の案内ロボットのために開発され、状態量の制約を考慮した軌道を生成することができる。

DWA は、様々な論文で改良されてきた。[1.6.13]ではモデルベースの DWA が提案され、[1.6.14]の著者は局所解に対応できる DWA を開発した。

Fox D らが開発した元々の DWA (Original DWA: ODWA) は案内ロボットのような低速で移動するロボットを対象としていたが、UAV は自動車よりも高速で飛行するため、さらに改良が必要である。また、ODWA では速度と加速度の制約を考慮して軌道設計をするが、着陸問題においてはそれらの制約だけでなく、機体の姿勢角などにも制約を設ける必要がある。

1-7. 本研究の目的

本研究では SAC で課題となっている、システムの ASPR 化を直列微分補償器 (SDC: Serial Differential Compensator) を用いて行う。このとき、SDC の係数はシステムの状態に応じて適応させる。このようにすることで、システムの事前情報が少なくても提案手法によって ASPR 化をすることが可能となる。提案手法の有効性を検証するために、非線形システムに適用してモデル化誤差のある状況を想定した数値シミュレーションを行う。また、外乱に対する影響を検証するために、風外乱環境下における水平定常飛行を行う。さらに、着陸問題に適用して、飛行環境が変化する場合でも提案手法が適応可能かを検証する。

また、空の産業革命実現に向けて、より安全な着陸軌道設計法を提案する。この手法では DWA を用いることで、着陸軌道の切り替えを必要とせず状態量の制約を考慮することができる。固定翼無人航空機をこの着陸軌道に適応 SDC を用いた SAC で追従させる数値シミュレーションを行い、提案手法の有効性の検証を行う。

2 章 従来の適応制御

この章では従来の適応制御手法について基礎から解説し、適応制御の問題点を示すことで我々が提案する新たな適応制御手法の理解につなげることを目的とする。最初に適応制御とはどのような制御器なのかを解説し(2-1)、さらにより実用的に改良された単純適応制御について解説する(2-2)。単純適応制御を利用するには厳しい条件があるが、その条件を緩和するために並列フィードフォワード補償器について解説するとともに、その手法の問題点を挙げる(2-3, 4)。

2-1. 適応制御

医療や創薬の分野では生物の持つ遺伝子や細胞などを研究して、それらの持つ機能を利用することによって技術の発展がなされてきた。このように生物の持つ機能を利用することを「バイオミメティクス」と呼ぶ^[2.1.1]。これは医療などに限らず、工学の技術の発展にも大きく貢献している。ここで解説する適応制御は生物が周囲の環境変化に適応していく機能を取り入れた制御器である。一般的な制御器では対象とするシステムの数学モデルを用いて、制御目標を達成できるように設計される。しかし、このとき用いる数学モデルには不確かさが少なからず存在する。この不確かさは単純にモデル構築時の誤差によるものもあるが、それ以外にも周囲の環境の変化によっても生じる。そのため、さまざまな環境でそのシステムを運用することを考えると、定数として定められた数学モデルを用いて制御器を設計するのは不安が残ることになる。そこで、周囲の環境に応じて制御器を自動的に調整することが求められて開発されたのが適応制御である。これを用いることによって、数学モデルが未知であっても自動的に適応、調整することによってシステムの安定性を保証することができる。

2-1 では適応制御の中で最も多く研究されているモデル規範型適応制御の基礎について解説する。基礎を紐解くことによって、根底に存在する問題点を示し、我々が提案する手法の必要性につなげる。

2-1-1. モデル規範型適応制御^[2.1.2]

モデル規範型適応制御 (Model Reference Adaptive Control: MRAC) は制御対象の望ましい特性を伝達関数や状態方程式などで表される規範モデルで与えて、実際の応答が設計した規範モデルの応答に追従するように制御器のパラメータを調整する手法である。この手法は航空機のオートパイロットへの適用を目的とした MIT 方式が発端となって研究され、その後、安定論を基礎とした適応制御系の構成に関する研究が行われた。

MRAC ではシステムの入出力特性を規範モデルと一致させることが目的であることから、状態フィードバックによる極の移動と極零相殺による零点の移動が制御の主要成分を占める。また、MRAC はこのような特徴から制御対象は最小位相系であることが条件である。

MRAC は制御器のパラメータを直接更新する直接法と、制御対象のシステムパラメータを同定してそれに基づいて制御器のパラメータを調整する間接法の2種類がある。

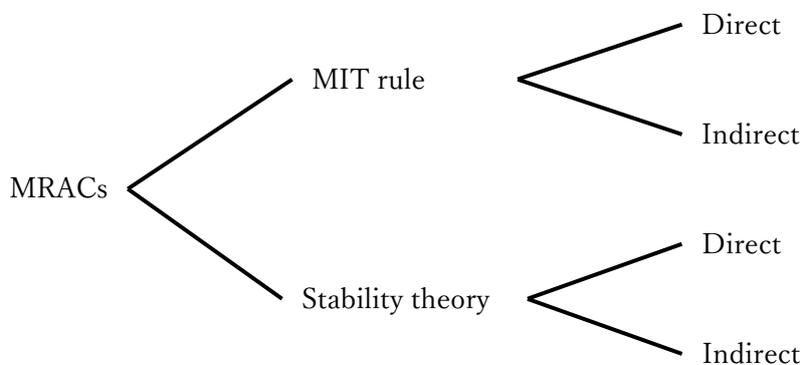


Fig. 2.1. 1 MRACS (Model Reference Adaptive Control System)

2-1-1(A)MIT 方式

以下では MIT 方式による適応制御系の設計方法を解説する。

i. 1 次系の定常ゲインの調整

以下のような 1 次遅れ系で表される制御対象を考える。

$$G(s) = \frac{K}{Ts + 1} \tag{2.1.1}$$

これに対して以下のような制御系を設計して、定常ゲイン K の影響を適応的に調整する。

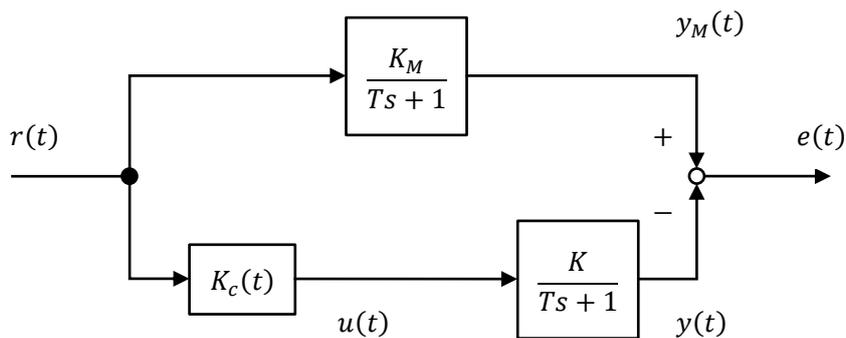


Fig. 2.1. 2 Gain Adjustment for first-order system

上図にあるように規範モデル $G_M(s)$ は時定数が制御対象と同じ T で、定常ゲインが異なる K_M とした。

$$G_M(s) = \frac{K_M}{Ts + 1} \tag{2.1.2}$$

$r(t)$ は参照信号であり、規範モデルの入力としている。Fig. 2.1.2 に示された制御系の目的

は K の影響を補正して規範モデルと制御対象の出力の誤差が

$$e(t) = y_M(t) - y(t) \rightarrow 0 \quad (2.1.3)$$

となることである。また, Fig.2.1.2 より制御入力 $u(t)$ は以下のように表せる。

$$u(t) = K_c(t)r(t) \quad (2.1.4)$$

上式における $K_c(t)$ を適応的に調整する。MIT方式では可調整パラメータ $K_c(t)$ を感度関数 $\partial e/\partial K_c$ に基づく最大傾斜法によって調整する。

$$\dot{K}_c(t) = -\frac{1}{2}g \frac{\partial e^2}{\partial K_c} = -ge(t) \frac{\partial e}{\partial K_c} \quad (2.1.5)$$

ここで, 感度関数 $\partial e/\partial K_c$ を求めるために入力を $r(t)$, 出力を $e(t)$ として Fig. 2.1.2 の入出力関係を以下に示す。

$$\begin{aligned} e(t) &= y_M(t) - y(t) \\ &= \frac{K_M}{Ts+1}r(t) - \frac{K}{Ts+1}K_c(t)r(t) \\ &= \frac{K_M - KK_c(t)}{Ts+1}r(t) \end{aligned} \quad (2.1.6)$$

以上より感度関数 $\partial e/\partial K_c$ は

$$\frac{\partial e}{\partial K_c} = -\frac{K}{Ts+1}r(t) \quad (2.1.7)$$

となる。したがって, 式(2.1.5)は以下のように書き改められる。

$$\begin{aligned} \dot{K}_c(t) &= ge(t) \frac{K}{Ts+1}r(t) \\ &= ge(t) \frac{K}{K_M} \frac{K_M}{Ts+1}r(t) \\ &= ae(t)y_M(t) \end{aligned} \quad (2.1.8)$$

ここで,

$$\alpha = g \frac{K}{K_M} \quad (2.1.9)$$

としている。制御対象の定常ゲイン K は未知であるから上記のように定数で置くことで対応する。

この方法では適応システム全体の安定性が理論的に保障されていない。そのため, 参照信号 $r(t)$ が高周波成分を持っている場合, 不安定となる。

以下の制御対象に対して上記の制御器を用いて, シミュレーションを行う。

$$G(s) = \frac{2}{3s+1} \quad (2.1.10)$$

これに対して規範モデルは以下とする。

$$G_M(s) = \frac{1}{3s + 1} \quad (2.1.11)$$

式(2.1.9)の α を 0.05, 参照信号 r を 1 としてシミュレーションを行った結果, 以下のようになった.

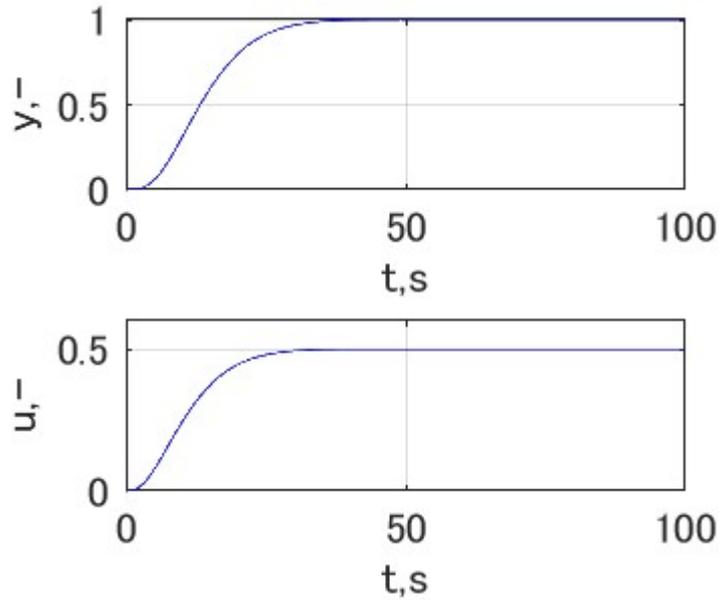


Fig. 2.1. 3 Numerical results of gain adjustment

シミュレーションの結果, α をより大きな値にすると目標値への到達時間が短くなるが, 応答が振動的になることがわかった.

次に参照信号を sin 波で与えた.

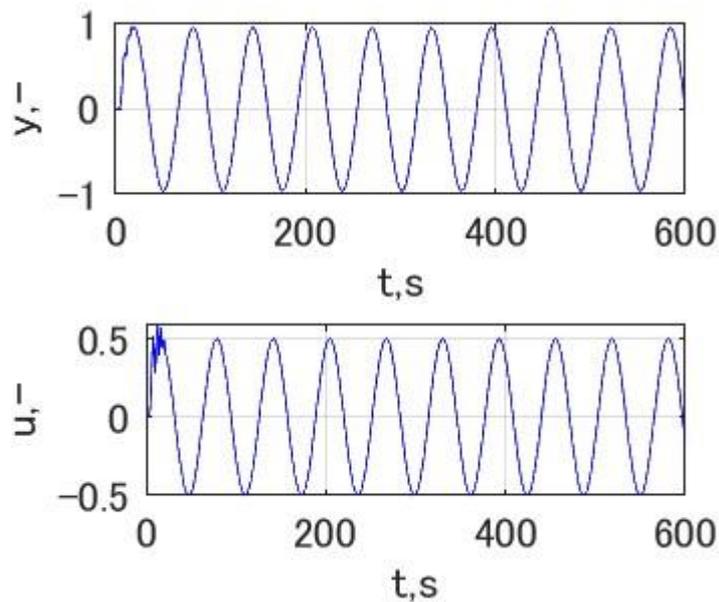


Fig. 2.1. 4 Numerical results of gain adjustment with low-frequency sinusoidal input

上のシミュレーションでは角振動数は 0.1rad/sec としている。また、 $\alpha = 5$ としている。

上記のシミュレーションにおいて角振動数を大きくしていくと、以下のようにシミュレーションが発散することが確認できた。

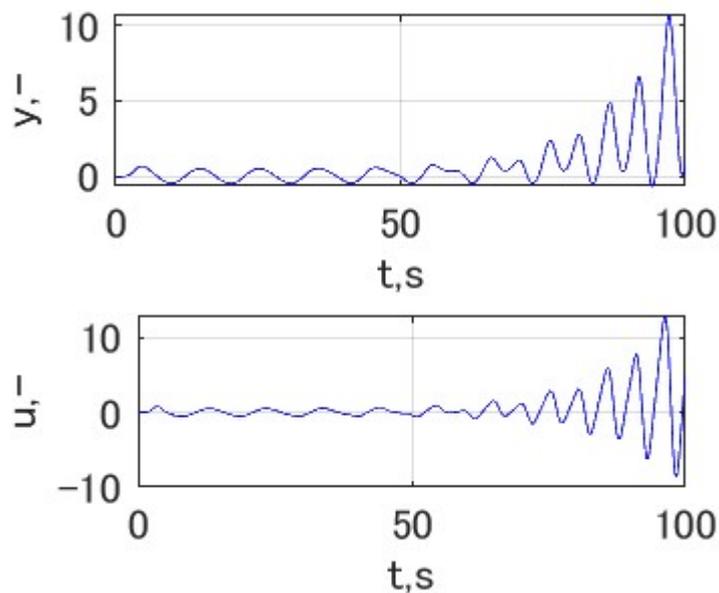


Fig. 2.1. 5 Numerical Results of gain adjustment with high-frequency sinusoidal input

上図のシミュレーションでは各振動数を 0.6rad/sec としている。

ii. 1次系の定常ゲインと時定数の調整

以下のような1次遅れ系で表される制御対象を考える。

$$G(s) = \frac{b}{s+a} \quad (2.1.12)$$

上式を微分方程式で表すと以下のようなになる。

$$\dot{y}(t) + ay(t) = bu(t) \quad (2.1.13)$$

これに対して以下のような制御系を設計して、定常ゲイン K と時定数 T の影響を適応的に調整する。

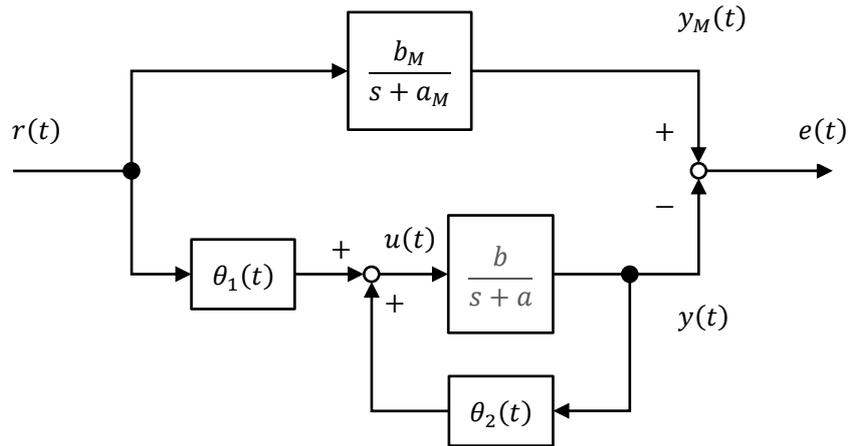


Fig. 2.1. 6 Adjustment of gain and time constant for first-order system

上図にあるように規範モデル $G_M(s)$ は式(2.1.10)で表されるような制御対象と同じ形とした。

$$G_M(s) = \frac{b_M}{s+a_M} \quad (2.1.14)$$

上式を微分方程式で表すと以下のようなになる。

$$\dot{y}_M(t) + a_M y_M(t) = b_M r(t) \quad (2.1.15)$$

$r(t)$ は参照信号であり、規範モデルの入力としている。Fig. 2.1.6 に示された制御系の目的は時定数と定常ゲインの影響を補正して規範モデルと制御対象の出力の誤差が

$$e(t) = y_M(t) - y(t) \rightarrow 0 \quad (2.1.16)$$

となることである。また、Fig. 2.1.6 より制御入力 $u(t)$ は以下のように表せる。

$$u(t) = \theta_1(t)r(t) + \theta_2(t)y(t) \quad (2.1.17)$$

上式における $\theta_1(t), \theta_2(t)$ を適応的に調整することで誤差 $e(t)$ を0にする。Fig. 2.1.6 を見ると、直列補償とフィードバック補償の2つで構成されていることがわかる。式(2.1.13), (2.1.15), (2.1.17)を用いて誤差方程式を求めると以下のようなになる。

$$\begin{aligned}
\dot{e}(t) &= \dot{y}_M(t) - \dot{y}(t) \\
&= -a_M y_M(t) + b_M r(t) - \{-a y(t) + b u(t)\} \\
&= -a_M e(t) - a_M y(t) + a y(t) + b_M r(t) - b u(t) \\
\dot{e}(t) + a_M e(t) &= (a - a_M) y(t) + b_M r(t) - b \{\theta_1(t) r(t) + \theta_2(t) y(t)\} \\
&= \{b_M - b \theta_1(t)\} r(t) + \{a - a_M - b \theta_2(t)\} y(t) \\
&= b \left[\left\{ \frac{b_M}{b} - \theta_1(t) \right\} r(t) + \left\{ \frac{a - a_M}{b} - \theta_2(t) \right\} y(t) \right] \\
&= b \{ \tilde{\theta}_1(t) r(t) + \tilde{\theta}_2(t) y(t) \}
\end{aligned} \tag{2.1.18}$$

上式において $\tilde{\theta}_1(t) = b_M/b - \theta_1(t)$, $\tilde{\theta}_2(t) = (a - a_M)/b - \theta_2(t)$ としている。これらはそれぞれのパラメータの誤差を表している。つまり、これらの値を 0 にすれば良いことになるので $\theta_1(t), \theta_2(t)$ に関する感度関数に基づいて最大傾斜法でパラメータを調整する。

$$\begin{aligned}
\dot{\theta}_1(t) &= -\frac{1}{2} g_1 \frac{\partial e^2}{\partial \theta_1} = -g_1 e(t) \frac{\partial e}{\partial \theta_1} \\
\dot{\theta}_2(t) &= -\frac{1}{2} g_2 \frac{\partial e^2}{\partial \theta_2} = -g_2 e(t) \frac{\partial e}{\partial \theta_2}
\end{aligned} \tag{2.1.19}$$

ここで、感度関数 $\partial e / \partial \theta_1, \partial e / \partial \theta_2$ を求めるために式(2.1.18)の誤差方程式をそれぞれのパラメータで偏微分すると以下のようなになる。

$$\begin{aligned}
\frac{d}{dt} \left\{ \frac{\partial e(t)}{\partial \theta_1(t)} \right\} + a_M \left\{ \frac{\partial e(t)}{\partial \theta_1(t)} \right\} &= -b r(t) \\
\frac{d}{dt} \left\{ \frac{\partial e(t)}{\partial \theta_2(t)} \right\} + a_M \left\{ \frac{\partial e(t)}{\partial \theta_2(t)} \right\} &= -b y(t)
\end{aligned} \tag{2.1.20}$$

したがって、上式をラプラス変換すると感度関数は以下のように求められる。

$$\begin{aligned}
\frac{\partial e(t)}{\partial \theta_1(t)} &= -\frac{b}{s + a_M} r(t) \\
\frac{\partial e(t)}{\partial \theta_2(t)} &= -\frac{b}{s + a_M} y(t)
\end{aligned} \tag{2.1.21}$$

以上より式(2.1.19)は以下のように書き改められる。

$$\begin{aligned}
\dot{\theta}_1(t) &= \alpha_1 \left\{ \frac{1}{s + a_M} r(t) \right\} e(t) \\
\dot{\theta}_2(t) &= \alpha_2 \left\{ \frac{1}{s + a_M} y(t) \right\} e(t)
\end{aligned} \tag{2.1.22}$$

式(2.1.21)において b は未知であるから、式(2.1.19)の $g_i (i = 1, 2)$ とかけられて $\alpha_i (i = 1, 2)$ として、定数で設定できるようにしている。しかし、この方法も適応システム全体の安定性が理論的に保障されていない。

iii. 2次系の定常ゲインと動特性の調整

以下のような2次遅れ系で表される制御対象を考える。

$$G(s) = \frac{b}{s^2 + a_1s + a_2} \quad (2.1.23)$$

上式を微分方程式で表すと以下のようなになる。

$$\ddot{y}(t) + a_1\dot{y}(t) + a_2y(t) = bu(t) \quad (2.1.24)$$

これに対して以下のような制御系を設計して、それぞれの係数を適応的に調整する。

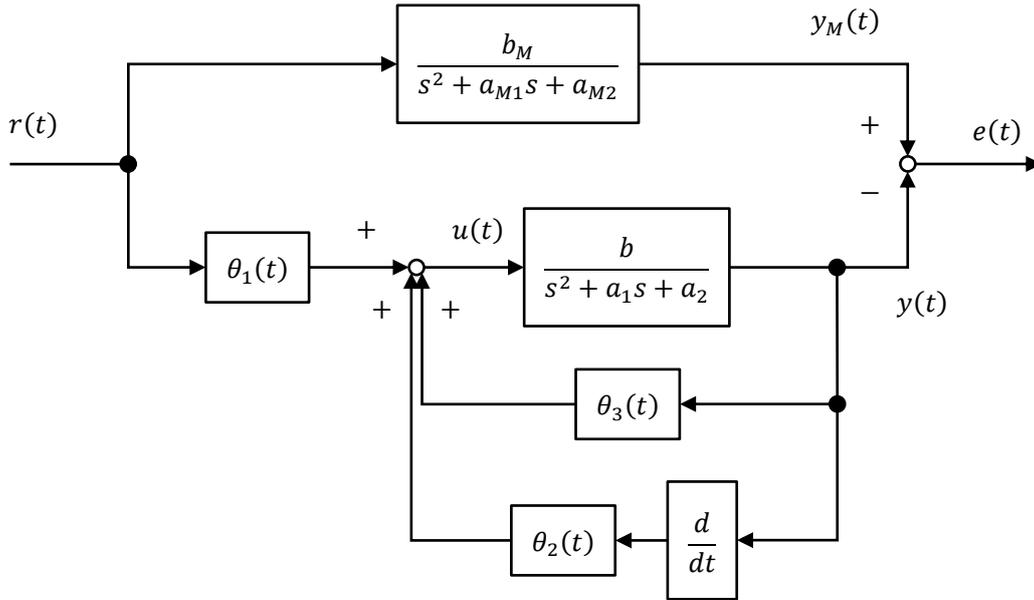


Fig. 2.1. 7 Adjustment of gain and dynamic characteristics for second-order system

上図にあるように規範モデル $G_M(s)$ は式(2.1.23)で表されるような制御対象と同じ形とした。

$$G_M(s) = \frac{b_M}{s^2 + a_{M1}s + a_{M2}} \quad (2.1.25)$$

上式を微分方程式で表すと以下のようなになる。

$$\ddot{y}_M(t) + a_{M1}\dot{y}_M(t) + a_{M2}y_M(t) = b_M r(t) \quad (2.1.26)$$

$r(t)$ は参照信号であり、規範モデルの入力としている。Fig. 2.1.7 に示された制御系の目的は動特性と定常ゲインの影響を補正して規範モデルと制御対象の出力の誤差が

$$e(t) = y_M(t) - y(t) \rightarrow 0 \quad (2.1.27)$$

となることである。また、Fig. 2.1.7 より制御入力 $u(t)$ は以下のように表せる。

$$u(t) = \theta_1(t)r(t) + \theta_2(t)\dot{y}(t) + \theta_3(t)y(t) \quad (2.1.28)$$

上式における $\theta_1(t), \theta_2(t), \theta_3(t)$ を適応的に調整することで誤差 $e(t)$ を0にする。Fig. 2.1.7を見ると、制御対象が1次の時とは異なり、出力の微分のフィードバック項が追加されている。これによって制御対象が2次である場合に対応ができるようになる。式(2.1.24), (2.1.26)を用いて誤差方程式を求めると以下のようなになる。

$$\begin{aligned}
\ddot{e}(t) &= \ddot{y}_M(t) - \dot{y}(t) \\
&= -a_{M1}\dot{y}_M(t) - a_{M2}y_M(t) + b_M r(t) - \{-a_1\dot{y}(t) - a_2y(t) + bu(t)\} \\
&= -a_{M1}\dot{e}(t) - a_{M1}\dot{y}(t) - a_{M2}e(t) - a_{M2}y(t) \\
&\quad + a_1\dot{y}(t) + a_2y(t) + b_M r(t) - bu(t) \\
\ddot{e}(t) + a_{M1}\dot{e}(t) + a_{M2}e(t) &= (a_1 - a_{M1})\dot{y}(t) + (a_2 - a_{M2})y(t) + b_M r(t) \\
&\quad - b\{\theta_1(t)r(t) + \theta_2(t)\dot{y}(t) + \theta_3(t)y(t)\} \\
\ddot{e}(t) + a_{M1}\dot{e}(t) + a_{M2}e(t) &= \{b_M - b\theta_1(t)\}r(t) \\
&\quad + \{a_1 - a_{M1} - b\theta_2(t)\}\dot{y}(t) \\
&\quad + \{a_2 - a_{M2} - b\theta_3(t)\}y(t) \tag{2.1.29}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\ddot{e}(t) + a_{M1}\dot{e}(t) + a_{M2}e(t) &= b \left[\left\{ \frac{b_M}{b} - \theta_1(t) \right\} r(t) \right. \\
&\quad + \left\{ \frac{a_1 - a_{M1}}{b} - \theta_2(t) \right\} \dot{y}(t) \\
&\quad \left. + \left\{ \frac{a_2 - a_{M2}}{b} - \theta_3(t) \right\} y(t) \right]
\end{aligned}$$

$$\ddot{e}(t) + a_{M1}\dot{e}(t) + a_{M2}e(t) = b\{\tilde{\theta}_1(t)r(t) + \tilde{\theta}_2(t)\dot{y}(t) + \tilde{\theta}_3(t)y(t)\}$$

上式において

$$\begin{aligned}
\tilde{\theta}_1(t) &= \frac{b_M}{b} - \theta_1(t) \\
\tilde{\theta}_2(t) &= \frac{a_1 - a_{M1}}{b} - \theta_2(t) \\
\tilde{\theta}_3(t) &= \frac{a_2 - a_{M2}}{b} - \theta_3(t) \tag{2.1.30}
\end{aligned}$$

としている。これらはそれぞれのパラメータの誤差を表している。つまり、これらの値を0にすれば良いことになるので $\theta_1(t), \theta_2(t), \theta_3(t)$ に関する感度関数に基づいて最大傾斜法でパラメータを調整する。

$$\begin{aligned}
\dot{\theta}_1(t) &= -\frac{1}{2}g_1 \frac{\partial e^2}{\partial \theta_1} = -g_1 e(t) \frac{\partial e}{\partial \theta_1} \\
\dot{\theta}_2(t) &= -\frac{1}{2}g_2 \frac{\partial e^2}{\partial \theta_2} = -g_2 e(t) \frac{\partial e}{\partial \theta_2} \\
\dot{\theta}_3(t) &= -\frac{1}{2}g_3 \frac{\partial e^2}{\partial \theta_3} = -g_3 e(t) \frac{\partial e}{\partial \theta_3} \tag{2.1.31}
\end{aligned}$$

ここで、感度関数 $\partial e/\partial \theta_1, \partial e/\partial \theta_2, \partial e/\partial \theta_3$ を求めるために式(2.1.29)の誤差方程式をそれぞれのパラメータで偏微分すると以下ようになる。

$$\begin{aligned}
\frac{d^2}{dt^2} \left\{ \frac{\partial e(t)}{\partial \theta_1(t)} \right\} + a_{M1} \frac{d}{dt} \left\{ \frac{\partial e(t)}{\partial \theta_1(t)} \right\} + a_{M2} \left\{ \frac{\partial e(t)}{\partial \theta_1(t)} \right\} &= -br(t) \\
\frac{d^2}{dt^2} \left\{ \frac{\partial e(t)}{\partial \theta_2(t)} \right\} + a_{M1} \frac{d}{dt} \left\{ \frac{\partial e(t)}{\partial \theta_2(t)} \right\} + a_{M2} \left\{ \frac{\partial e(t)}{\partial \theta_2(t)} \right\} &= -b\dot{y}(t) \\
\frac{d^2}{dt^2} \left\{ \frac{\partial e(t)}{\partial \theta_3(t)} \right\} + a_{M1} \frac{d}{dt} \left\{ \frac{\partial e(t)}{\partial \theta_3(t)} \right\} + a_{M2} \left\{ \frac{\partial e(t)}{\partial \theta_3(t)} \right\} &= -by(t)
\end{aligned} \tag{2.1.32}$$

したがって、上式をラプラス変換すると感度関数は以下のように求められる。

$$\begin{aligned}
\frac{\partial e(t)}{\partial \theta_1(t)} &= -\frac{b}{s^2 + a_{M1}s + a_{M2}} r(t) \\
\frac{\partial e(t)}{\partial \theta_2(t)} &= -\frac{b}{s^2 + a_{M1}s + a_{M2}} \dot{y}(t) \\
\frac{\partial e(t)}{\partial \theta_3(t)} &= -\frac{b}{s^2 + a_{M1}s + a_{M2}} y(t)
\end{aligned} \tag{2.1.33}$$

以上より式(2.1.31)は以下のように書き改められる。

$$\begin{aligned}
\dot{\theta}_1(t) &= \alpha_1 \left\{ \frac{1}{s^2 + a_{M1}s + a_{M2}} r(t) \right\} e(t) \\
\dot{\theta}_2(t) &= \alpha_2 \left\{ \frac{1}{s^2 + a_{M1}s + a_{M2}} \dot{y}(t) \right\} e(t) \\
\dot{\theta}_3(t) &= \alpha_3 \left\{ \frac{1}{s^2 + a_{M1}s + a_{M2}} y(t) \right\} e(t)
\end{aligned} \tag{2.1.34}$$

式(2.1.33)において b は未知であるから、式(31)の $g_i (i = 1, 2, 3)$ とかけられて $\alpha_i (i = 1, 2, 3)$ として、定数で設定できるようにしている。この方法も適応システム全体の安定性が理論的に保障されていない。

2-1-1(B) 安定論方式

上記のように MIT 方式によって適応制御器を構成することは可能であるが、そのシステム全体の安定性が保証されているわけではなかった。以下ではリアプノフの安定定理を用いた安定論に基づく適応制御系の設計方法について MIT 方式の時と同様にして解説していく。

i. 1次系の定常ゲインの調整

式(2.1.1)の1次遅れ系で表される制御対象を考え、定常ゲイン K の影響を適応的に調整する。この制御の目的も MIT 方式のときと同様で式(2.1.2)で表される規範モデルの出力と実際の出力が一致することである。制御入力も式(2.1.4)とすると、出力誤差は

$$\begin{aligned}
e(t) &= y_M(t) - y(t) \\
&= \frac{K_M}{Ts + 1} r(t) - \frac{K}{Ts + 1} K_c(t) r(t) \\
&= \frac{K_M - KK_c(t)}{Ts + 1} r(t)
\end{aligned} \tag{2.1.35}$$

となり，上式を逆ラプラス変換することで誤差方程式を求めることができる．

$$\begin{aligned}
T\dot{e} + e &= (K_M - KK_c)r \\
\dot{e} &= -\frac{1}{T}e + \frac{a}{T}r
\end{aligned} \tag{2.1.36}$$

上式で $a = K_M - KK_c$ としており，これは適応誤差を意味する．以上の準備をした後，以下のようなリアプノフ関数の候補を設定する．

$$V = \frac{1}{2}\alpha e^2 + \frac{1}{2}\beta a^2 \tag{2.1.37}$$

このように設定することで，上記の関数がリアプノフ関数であった場合，出力誤差 e と適応誤差 a が有界となることを意味する．また，リアプノフ関数は正定でなければならないため $\alpha, \beta > 0$ とする．上式を式(2.1.36)の誤差方程式を利用して微分すると以下ようになる．

$$\begin{aligned}
\dot{V} &= \alpha e \dot{e} + \beta a \dot{a} \\
&= \alpha e \left(-\frac{1}{T}e + \frac{a}{T}r \right) + \beta a \dot{a} \\
&= -\frac{1}{T}\alpha e^2 + \frac{\alpha}{T}are + \beta a \dot{a}
\end{aligned} \tag{2.1.38}$$

上式において，右辺第1項は明らかに負となるため，右辺第2項と第3項を消去したい．そのため，適応則を以下のようにする．

$$\begin{aligned}
\beta a \dot{a} &= -\frac{\alpha}{T}are \\
\dot{a} &= -\frac{\alpha}{T\beta}re
\end{aligned} \tag{2.1.39}$$

このようにすることで式(2.1.38)は

$$\dot{V} = -\frac{1}{T}\alpha e^2 \leq 0 \tag{2.1.40}$$

となることから式(2.1.37)はリアプノフ関数であると言える．

ここで， a は適応誤差を表しており，式中には制御対象の定常ゲイン K が含まれているが，式(2.1.39)のように微分することで消去される．

$$\frac{d}{dt}(K_M - KK_c) = -\frac{\alpha}{T\beta}re \quad (2.1.41)$$

$$\dot{K}_c = -\frac{\alpha}{T\beta}re$$

しかし、上式では時定数Tが含まれている。この値は未知であるから、制御系設計では使用することができない。しかし、調整パラメータ α, β を調整し

$$\frac{\alpha}{T\beta} = \gamma \quad (2.1.42)$$

とすることで

$$\dot{K}_c = -\gamma re \quad (2.1.43)$$

となり、すべて使用できるパラメータで適応則を構成することが可能となる。

ii. 1次系の定常ゲインと時定数の調整

続いて、式(2.1.12)で表される1次遅れ系の伝達関数を対象として、定常ゲインと時定数の適応を行う。ここでも制御入力をMIT方式と同様に式(2.1.17)で与える。このようにして誤差方程式を求めると式(2.1.18)のようになり、これを基にしてリアプノフ関数の候補を以下のように定義する。

$$V = \frac{1}{2}e^2 + \frac{b}{2}\left\{\frac{\tilde{\theta}_1^2}{g_1} + \frac{\tilde{\theta}_2^2}{g_2}\right\} \quad (2.1.44)$$

上式において $g_1, g_2 > 0$ である。ここで、式(2.1.18)より誤差方程式は以下のようになる。

$$\dot{e} = -a_M e(t) + b\{\tilde{\theta}_1(t)r(t) + \tilde{\theta}_2(t)y(t)\} \quad (2.1.45)$$

上記の誤差方程式に基づいて式(2.1.44)を微分すると以下のようになる。

$$\begin{aligned} \dot{V} &= e\dot{e} + b\left\{\frac{\tilde{\theta}_1}{g_1}\dot{\tilde{\theta}}_1 + \frac{\tilde{\theta}_2}{g_2}\dot{\tilde{\theta}}_2\right\} \\ &= -a_M e^2 + be\{\tilde{\theta}_1 r + \tilde{\theta}_2 y\} + b\left\{\frac{\tilde{\theta}_1}{g_1}\dot{\tilde{\theta}}_1 + \frac{\tilde{\theta}_2}{g_2}\dot{\tilde{\theta}}_2\right\} \end{aligned} \quad (2.1.46)$$

上式において右辺第1項は明らかに負となるため、第2項と第3項で消去するように適応則を以下のように設計する。

$$\begin{aligned} b\left\{\frac{\tilde{\theta}_1}{g_1}\dot{\tilde{\theta}}_1 + \frac{\tilde{\theta}_2}{g_2}\dot{\tilde{\theta}}_2\right\} &= -be\{\tilde{\theta}_1 r + \tilde{\theta}_2 y\} \\ \frac{\tilde{\theta}_1}{g_1}\dot{\tilde{\theta}}_1 + \frac{\tilde{\theta}_2}{g_2}\dot{\tilde{\theta}}_2 &= -e\{\tilde{\theta}_1 r + \tilde{\theta}_2 y\} \end{aligned} \quad (2.1.47)$$

$$\begin{cases} \dot{\tilde{\theta}}_1 = -g_1 re \\ \dot{\tilde{\theta}}_2 = -g_2 ye \end{cases}$$

ここで、 $\tilde{\theta}_1(t) = b_M/b - \theta_1(t)$, $\tilde{\theta}_2(t) = (a - a_M)/b - \theta_2(t)$ であるから上式は最終的に以下のようになる。

$$\begin{cases} \dot{\theta}_1 = g_1 r e \\ \dot{\theta}_2 = g_2 y e \end{cases} \quad (2.1.48)$$

このようにすることで式(2.1.46)は

$$\dot{V} = -a_M e^2 \leq 0 \quad (2.1.49)$$

となり、式(2.1.44)がリアプノフ関数であるということができ、出力誤差 e は0に収束することになる。

2-1-2. 適応制御の問題点

2-1-1 では適応制御系を MIT 方式、および安定論方式の2つの設計法を示した。上記で示したように適応制御を用いることによって制御対象のパラメータの中に未知の成分があっても、リアルタイムで適応調整することでシステムの数学モデルを常に同定し、そのシステムに合わせた制御システムを構築することができる。

しかし、これらの設計方法からわかるように制御対象の次数が増加すると、それに対応するために補償器も増やす必要がある。そのため、システムが複雑になればなるほど適応制御器の構造も複雑になり、計算量が過大になることが考えられる。

また、状態量すべてをフィードバックする必要があるためセンサーによってそれらのデータを取得できない場合は、オブザーバを設計して推定する必要がある。このようになるとさらに制御器の構造が複雑になり、調整が必要となるパラメータも増えるため実用化をするのは困難になっていく。

2-2. 単純適応制御^[2.2.1]

上記のように適応制御を実際のシステムに適用することは非常に困難である。しかし、環境の変化に合わせて制御ゲインを適応させ、出力フィードバックによって安定とすることができる制御系が実現できるのであれば、上記の適応制御の問題点を解決することができる。これを可能とするのが単純適応制御 (SAC: Simple Adaptive Control) である。SAC では制御対象の概強正実 (ASPR: Almost Strictly Positive Real) 性と呼ばれる特性を利用して、きわめて単純な構造の適応制御系を構築している。これによって適応制御よりも設計パラメータの個数が格段に減少し、単純適応制御の実用化が現実味を帯びるようになった。しかし、SAC の安定解析で利用する ASPR 性を制御対象が満たすことはほとんどなく、単純適応制御を実用化するための大きな課題とされてきた。しかし、ASPR 性を補償する手法が新たに提案され、実用の可能性が高まった。

以下ではまず単純適応制御の設計方法の概要を示す (2-2-1)。次に、その際に利用する制御対象の ASPR 性について解説する (2-2-2)。2-2-3 では SAC のフィードフォワード制御器である CGT (Command Generator Tracker) について解説する。そして改めて単純適応制御の設計方法について解説する (2-2-4)。

2-2-1. 単純適応制御の概要

SACのブロック線図はFig.2.2.1のようになる。下図において、 $G(s)$ は制御対象を表している。 u_m は目標入力を表しており、この値と規範モデル $G_m(s)$ によって出力される y_m と実際の出力 y との誤差、規範モデル状態量 x_m に適応ゲイン k_{xu}, k_{xm}, k_e をかけることで制御入力 u を決定する。ブロック線図を見るとフィードフォワード制御とフィードバック制御の2つで構成されていることがわかる。つまり、SACは一種の2自由度制御とも言うことができる。ここで問題となるのが適応ゲインの適応則であるが、その導出には制御対象のASPR性を利用する。

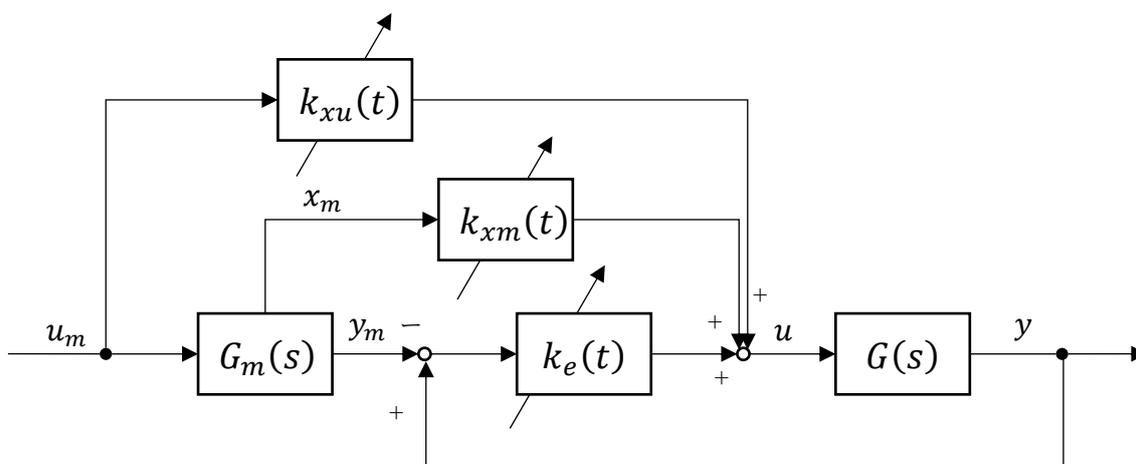


Fig. 2.2. 1 Block diagram of SAC

2-2-2. 概強正実性 (Almost Strictly Positive Real)

ここでは単純適応制御の安定解析をするうえで欠かせない、制御対象の概強正実性について解説する。概強正実性について説明する前に、まずは正実性について解説する。

2-2-2(A) 正実性

伝達関数が

$$G(s) = \frac{b_m s^m + b_{m-1} s^{m-1} + \dots + b_1 s + b_0}{s^n + a_{n-1} s^{n-1} + \dots + a_1 s + a_0} \quad (2.2.1)$$

となっている場合、伝達関数に $\text{Re}(s) \geq 0$ を代入し $\text{Re}(G(s)) \geq 0$ となる時、伝達関数は正実(PR: Positive Real)であるという。このとき、式(2.2.1)の逆数も正実となる。このようにシステムが正実性を有するには以下の条件を満たしている必要がある。

- PR1: s が実数の時、伝達関数 $G(s)$ は実数になる。
- PR2: $\text{Re}(s) \geq 0$ の時、伝達関数は解析的である。(不安定極を持たない)
- PR3: $j\omega$ が $G(s)$ の極ではない時、 $\text{Re}(G(j\omega)) \geq 0$ となる
- PR4: 虚軸上の極は1位で、その留数は正となる

PR4 における極の順位を調べるためには関数 ($f(z)$ とおく) をローラン展開する必要がある。ここで、ローラン展開とは正のべき乗と負のべき乗の和になるように展開することで、次式のように展開される。

$$f(z) = \dots + \frac{C_{-2}}{(z-a)^2} + \frac{C_{-1}}{z-a} + C_0 + C_1(z-a) + C_2(z-a)^2 + \dots \quad (2.2.2)$$

その結果、 $f(z) = \frac{C_{-1}}{z-a} + C_0 + C_1(z-a) + C_2(z-a)^2 + \dots$ と表すことができるとき、 $\frac{1}{z-a}$ の項から始まっているので「極は1位」と言う。一方、 $f(z) = \frac{C_{-k}}{(z-a)^k} + \dots + \frac{C_{-2}}{(z-a)^2} + \frac{C_{-1}}{z-a} + C_0 + C_1(z-a) + C_2(z-a)^2 + \dots$ と表すことができるとき、「極はk位」と言う。

これらの時、留数は以下のように求められる。

i. 極が1位の時

$$\text{Res}[a] = \lim_{z \rightarrow a} (z-a)f(z) = C_{-1} \quad (2.2.3)$$

ii. 極がk位の時

$$\text{Res}[a] = \frac{1}{(k-1)!} \lim_{z \rightarrow a} \frac{d^{k-1}}{dz^{k-1}} \{(z-a)^k f(z)\} \quad (2.2.4)$$

2-2-2(B)強正実性

続いて強正実性 (SPR: Strictly Positive Real) について解説する。ある正数 ε があった時、 $G(s - \varepsilon)$ が正実ならば $G(s)$ は SPR であるという。この SPR とは字のとおり、正実性よりも厳しい条件を満たす必要がある。

SPR1: $\text{Re}(s) \geq 0$ の時、伝達関数は解析的である。(不安定極を持たない)

SPR2: 任意の $\omega \in (-\infty, \infty)$ に対して $\text{Re}(G(j\omega)) > 0$ となる。

特に、相対次数が1の時の SPR の必要十分条件は以下のとおりである。

SPR*1: $\text{Re}(s) \geq 0$ の時、伝達関数は解析的である。(不安定極を持たない)

SPR*2: 任意の $\omega \in (-\infty, \infty)$ に対して $\text{Re}(G(j\omega)) > 0$ となる。

SPR*3: $\lim_{\omega \rightarrow \infty} \omega^2 \text{Re}[G(j\omega)] > 0$

システムが SPR であるとき、以下のカルマン・ヤクボビッチの補題が成り立つ。

i. カルマン・ヤクボビッチの補題(厳密にプロパー)

可制御・可観測の n 次の1入出力システム

$$\begin{aligned} \dot{\mathbf{x}} &= \mathbf{A}\mathbf{x} + \mathbf{b}u \\ \mathbf{y} &= \mathbf{c}^T \mathbf{x} \end{aligned} \quad (2.2.5)$$

の伝達関数

$$G(s) = \mathbf{c}^T (s\mathbf{I} - \mathbf{A})^{-1} \mathbf{b} \quad (2.2.6)$$

が SPR となるための必要十分条件は以下の式を満たす $n \times n$ 次の正定対称行列 \mathbf{P}, \mathbf{Q} が存在すること.

$$\begin{aligned} \mathbf{A}^T \mathbf{P} + \mathbf{P} \mathbf{A} &= -\mathbf{Q} \\ \mathbf{b}^T \mathbf{P} &= \mathbf{c}^T \end{aligned} \quad (2.2.7)$$

システムが SPR 性を有する場合, リアプノフ関数として $V = \mathbf{x}^T \mathbf{P} \mathbf{x}$ を設定する. これを微分すると以下のようになる.

$$\dot{V} = \dot{\mathbf{x}}^T \mathbf{P} \mathbf{x} + \mathbf{x}^T \mathbf{P} \dot{\mathbf{x}} \quad (2.2.8)$$

制御入力 $u = 0$ とした状態方程式を上式に代入する.

$$\begin{aligned} \dot{V} &= (\mathbf{A}\mathbf{x})^T \mathbf{P} \mathbf{x} + \mathbf{x}^T \mathbf{P} (\mathbf{A}\mathbf{x}) \\ &= \mathbf{x}^T \mathbf{A}^T \mathbf{P} \mathbf{x} + \mathbf{x}^T \mathbf{P} \mathbf{A} \mathbf{x} \\ &= \mathbf{x}^T (\mathbf{A}^T \mathbf{P} + \mathbf{P} \mathbf{A}) \mathbf{x} \end{aligned} \quad (2.2.9)$$

カルマン・ヤクボビッチの補題より

$$\dot{V} = -\mathbf{x}^T \mathbf{Q} \mathbf{x} \quad (2.2.10)$$

従って, リアプノフ関数の微分値が 0 となるので, このシステムは漸近安定となる. つまり, SPR 性を有するシステムは漸近安定となるシステムであると言える.

また, 出力方程式に直達項が存在して伝達関数がプロパーなときは, カルマン・ヤクボビッチの補題は以下のようになる.

ii. カルマン・ヤクボビッチの補題(プロパー)

可制御・可観測の n 次の 1 入出力システム

$$\begin{aligned} \dot{\mathbf{x}} &= \mathbf{A}\mathbf{x} + \mathbf{b}u \\ y &= \mathbf{c}^T \mathbf{x} + du \end{aligned} \quad (2.2.11)$$

の伝達関数

$$G(s) = \mathbf{c}^T (s\mathbf{I} - \mathbf{A})^{-1} \mathbf{b} + d \quad (2.2.12)$$

が SPR となるための必要十分条件は以下の式を満たす $n \times n$ 次の正定対称行列 \mathbf{P}, \mathbf{Q} が存在すること.

$$\begin{aligned} \mathbf{A}^T \mathbf{P} + \mathbf{P} \mathbf{A} &= -\mathbf{Q} - \mathbf{I}^T \mathbf{I} \\ \mathbf{b}^T \mathbf{P} + \mathbf{I}^T w &= \mathbf{c}^T \\ 2d &= w^2 \end{aligned} \quad (2.2.13)$$

iii. 具体例 (相対次数が 1 の 1 次の伝達関数)

ここで, 具体例として以下のような伝達関数で表されるシステムの SPR 性について調べる.

$$G(s) = \frac{b_0}{s + a_0} \quad (2.2.14)$$

伝達関数が SPR であるときは伝達関数の逆数のシステムも SPR となるため, 式(2.2.14)で

表されるシステムの逆数について SPR 性を調べる.

$$G^{-1}(s) = \frac{s + a_0}{b_0} \quad (2.2.15)$$

ここで, $b_0 \neq 0$ とした. $s = s - \varepsilon$ を代入する.

$$G^{-1}(s - \varepsilon) = \frac{s - \varepsilon + a_0}{b_0} \quad (2.2.16)$$

$s = \sigma + j\omega$ を代入する.

$$G^{-1}(\sigma + j\omega - \varepsilon) = \frac{\sigma + j\omega - \varepsilon + a_0}{b_0} \quad (2.2.17)$$

このシステムの実部は以下のようなになる.

$$\operatorname{Re}(G^{-1}(\sigma + j\omega - \varepsilon)) = \frac{\sigma - \varepsilon + a_0}{b_0} \quad (2.2.18)$$

システムが SPR 性を有するためには $\sigma \geq 0$ の時に上式が非負になる必要がある.

$$\operatorname{Re}(G^{-1}(\sigma + j\omega - \varepsilon)) \geq 0 \quad (2.2.19)$$

したがって, 上式を展開すると以下のようなになる.

$$\begin{aligned} \frac{\sigma - \varepsilon + a_0}{b_0} &\geq 0 \\ \sigma - \varepsilon + a_0 &\geq 0 \\ \varepsilon &\leq \sigma + a_0 \end{aligned} \quad (2.2.20)$$

上式では $b_0 > 0$ としている. 式(2.2.14)のシステムが SPR であるためには $\varepsilon > 0$ が存在する必要があるので, 上の不等式は以下のようなになる.

$$\sigma + a_0 > 0 \quad (2.2.21)$$

σ は任意の正の値であるから, 上式の不等式を常に満たすには $a_0 > 0$ であればよい.

また, $b_0 < 0$ として式展開をすると以下のようなになる.

$$\begin{aligned} \frac{\sigma - \varepsilon + a_0}{b_0} &\geq 0 \\ \sigma - \varepsilon + a_0 &\leq 0 \\ \varepsilon &\geq \sigma + a_0 \end{aligned} \quad (2.2.22)$$

この場合は任意の σ に対して上式の不等式を満たす ε が存在しない ($\sigma \rightarrow \infty$ とすると $\varepsilon \rightarrow \infty$ となる) ため, $b_0 < 0$ となるようなシステムは SPR であると言うことはできない.

以上のことから式(2.2.14)であらわされるようなシステムが SPR であるためには $a_0 > 0, b_0 > 0$ でなければならない.

iv. 具体例 (相対次数が 2 の 2 次の伝達関数)

次に相対次数が 2 となるような以下のような伝達関数で表されるシステムについて考える.

$$G(s) = \frac{b_0}{s^2 + a_1s + a_0} \quad (2.2.23)$$

このシステムについて SPR 性を調べる. 先ほどと同様に逆システムを求めて SPR 性が成り立つのかを計算していく.

$$G^{-1}(s) = \frac{s^2 + a_1s + a_0}{b_0} \quad (2.2.24)$$

ここで, $b_0 \neq 0$ とした. $s = s - \varepsilon$ を代入する.

$$G^{-1}(s - \varepsilon) = \frac{(s - \varepsilon)^2 + a_1(s - \varepsilon) + a_0}{b_0} \quad (2.2.25)$$

$s = \sigma + j\omega$ を代入する.

$$\begin{aligned} G^{-1}(\sigma + j\omega - \varepsilon) &= \frac{(\sigma + j\omega - \varepsilon)^2 + a_1(\sigma + j\omega - \varepsilon) + a_0}{b_0} \\ &= \frac{(\sigma - \varepsilon)^2 + 2j\omega(\sigma - \varepsilon) - \omega^2 + a_1(\sigma - \varepsilon) + j\omega a_1 + a_0}{b_0} \end{aligned} \quad (2.2.26)$$

このシステムの実部は以下のようになる.

$$\operatorname{Re}(G^{-1}(\sigma + j\omega - \varepsilon)) = \frac{(\sigma - \varepsilon)^2 - \omega^2 + a_1(\sigma - \varepsilon) + a_0}{b_0} \quad (2.2.27)$$

システムが SPR 性を有するためには $\sigma \geq 0$ の時に上式が非負になる必要がある.

$$\operatorname{Re}(G^{-1}(\sigma + j\omega - \varepsilon)) \geq 0 \quad (2.2.28)$$

したがって, 上式を展開すると以下のようになる.

$$\begin{aligned} \frac{(\sigma - \varepsilon)^2 - \omega^2 + a_1(\sigma - \varepsilon) + a_0}{b_0} &\geq 0 \\ (\sigma - \varepsilon)^2 - \omega^2 + a_1(\sigma - \varepsilon) + a_0 &\geq 0 \end{aligned} \quad (2.2.29)$$

$$\varepsilon \leq \frac{a_1}{2} + \sigma - \frac{\sqrt{a_1^2 + 4\omega^2 - 4a_0}}{2}, \frac{a_1}{2} + \sigma + \frac{\sqrt{a_1^2 + 4\omega^2 - 4a_0}}{2} \leq \varepsilon$$

この場合は任意の σ に対して上式の不等式を満たす ε が存在しない ($\sigma \rightarrow \infty$ とすると $\varepsilon \rightarrow \infty$ とする) ため, $b_0 > 0$ となるようなシステムは SPR であるとは言えない.

また, $b_0 < 0$ として式展開をすると以下のようになる.

$$\begin{aligned} \frac{(\sigma - \varepsilon)^2 - \omega^2 + a_1(\sigma - \varepsilon) + a_0}{b_0} &\geq 0 \\ (\sigma - \varepsilon)^2 - \omega^2 + a_1(\sigma - \varepsilon) + a_0 &\leq 0 \\ \frac{a_1}{2} + \sigma - \frac{\sqrt{a_1^2 + 4\omega^2 - 4a_0}}{2} &\leq \varepsilon \leq \frac{a_1}{2} + \sigma + \frac{\sqrt{a_1^2 + 4\omega^2 - 4a_0}}{2} \end{aligned} \quad (2.2.30)$$

このような場合も $\sigma \rightarrow \infty$ とすると ε が存在しないため, このシステムは SPR ではない.

2-2-2(C) 概強正実性

最後に ASPR 性について解説する。ASPR 性とは読んで字のごとく、おおむね SPR であるという意味であり、SPR 性よりも条件が緩和されている。ASPR 性とは以下のような出力フィードバックシステムが SPR となるようなシステムのことを言う。

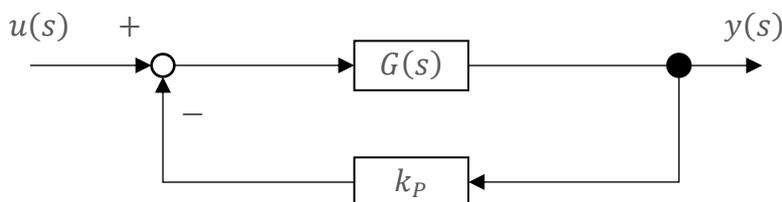


Fig. 2.2. 2 Block diagram for system with ASPR

上図のようにある定数ゲイン k_p が存在して、拡大システム $G_1(s)$ は

$$G_1(s) = \{1 + k_p G(s)\}^{-1} G(s) \quad (2.2.31)$$

となり、このシステムが SPR となる時、伝達関数 $G(s)$ は ASPR であると言われる。

伝達関数 $G(s)$ が ASPR であるためには、以下のような条件を満たしている必要がある。

- ASPR1: $G(s)$ は最小位相系
- ASPR2: 相対次数 γ は 0 または 1
- ASPR3: 最高位係数は正

SPR の時と同様、システムが ASPR であるとき、カルマン・ヤクボビッチの補題は以下のようなになる。

i. カルマン・ヤクボビッチの補題(厳密にプロパー)

可制御・可観測の n 次の 1 入出力システム

$$\begin{aligned} \dot{\mathbf{x}} &= \mathbf{A}\mathbf{x} + \mathbf{b}u \\ y &= \mathbf{c}^T \mathbf{x} \end{aligned} \quad (2.2.32)$$

の伝達関数

$$G(s) = \mathbf{c}^T (s\mathbf{I} - \mathbf{A})^{-1} \mathbf{b} \quad (2.2.33)$$

が ASPR となるための必要十分条件は以下の式を満たす $n \times n$ 次の正定対称行列 \mathbf{P}, \mathbf{Q} が存在すること。

$$\begin{aligned} (\mathbf{A} - k_p \mathbf{b}\mathbf{c}^T)^T \mathbf{P} + \mathbf{P}(\mathbf{A} - k_p \mathbf{b}\mathbf{c}^T) &= -\mathbf{Q} \\ \mathbf{b}^T \mathbf{P} &= \mathbf{c}^T \end{aligned} \quad (2.2.34)$$

また、出力方程式に直達項が存在して伝達関数がプロパーなときは、カルマン・ヤクボビッチの補題は以下のようなになる。

ii. カルマン・ヤクボビッチの補題(プロパー)

可制御・可観測の n 次の1入出力システム

$$\begin{aligned}\dot{\mathbf{x}} &= \mathbf{A}\mathbf{x} + \mathbf{b}u \\ y &= \mathbf{c}^T\mathbf{x} + du\end{aligned}\tag{2.2.35}$$

の伝達関数

$$G(s) = \mathbf{c}^T(s\mathbf{I} - \mathbf{A})^{-1}\mathbf{b} + d\tag{2.2.36}$$

が ASPR となるための必要十分条件は以下の式を満たす $n \times n$ 次の正定対称行列 \mathbf{P}, \mathbf{Q} が存在すること.

$$\begin{aligned}(\mathbf{A} - k_p\mathbf{b}\bar{\mathbf{c}}^T)^T\mathbf{P} + \mathbf{P}(\mathbf{A} - k_p\mathbf{b}\bar{\mathbf{c}}^T) &= -\mathbf{Q} - \mathbf{I}^T\mathbf{I} \\ \bar{\mathbf{b}}^T\mathbf{P} + \mathbf{I}^T w &= \mathbf{c}^T \\ 2\bar{d} &= w^2\end{aligned}\tag{2.2.37}$$

ここで,

$$\begin{aligned}\bar{\mathbf{b}} &= \frac{\mathbf{b}}{1 + k_p d} \\ \bar{\mathbf{c}}^T &= \frac{\mathbf{c}^T}{1 + k_p d} \\ \bar{d} &= \frac{d}{1 + k_p d}\end{aligned}\tag{2.2.38}$$

とした.

単純適応制御ではシステムの ASPR 性を利用することでカルマン・ヤクボビッチの補題が成り立ち, これを用いて安定解析を行っている. そのため, ASPR 性を有していないシステムに対しては安定性の保証ができない.

iii. 具体例 (相対次数が1の1次の伝達関数)

こちらも具体例を用いて確認する. 対象は式(2.2.14)とする. このとき, 式(2.2.23)より拡大システムは以下になる.

$$\begin{aligned}G_1(s) &= \left\{1 + k_p \frac{b_0}{s + a_0}\right\}^{-1} \frac{b_0}{s + a_0} \\ &= \frac{b_0}{s + a_0 + k_p b_0}\end{aligned}\tag{2.2.39}$$

このシステムが SPR となるのかどうかを先ほどと同様に逆システムから調べる.

$$G_1^{-1}(s) = \frac{s + a_0 + k_p b_0}{b_0}\tag{2.2.40}$$

ここで, $b_0 \neq 0$ とした. $s = s - \varepsilon$ を代入する.

$$G_1^{-1}(s - \varepsilon) = \frac{s - \varepsilon + a_0 + k_p b_0}{b_0}\tag{2.2.41}$$

$s = \sigma + j\omega$ を代入する.

$$G_1^{-1}(\sigma + j\omega - \varepsilon) = \frac{\sigma + j\omega - \varepsilon + a_0 + k_p b_0}{b_0} \quad (2.2.42)$$

このシステムの実部は以下のようなになる.

$$\operatorname{Re}(G_1^{-1}(\sigma + j\omega - \varepsilon)) = \frac{\sigma - \varepsilon + a_0 + k_p b_0}{b_0} \quad (2.2.43)$$

システムが SPR 性を有するためには $\sigma \geq 0$ の時に上式が非負になる必要がある.

$$\operatorname{Re}(G_1^{-1}(\sigma + j\omega - \varepsilon)) \geq 0 \quad (2.2.44)$$

したがって, 上式を展開すると以下のようなになる.

$$\begin{aligned} \frac{\sigma - \varepsilon + a_0 + k_p b_0}{b_0} &\geq 0 \\ \sigma - \varepsilon + a_0 + k_p b_0 &\geq 0 \\ \varepsilon &\leq \sigma + a_0 + k_p b_0 \end{aligned} \quad (2.2.45)$$

この時, 正数 ε が存在するためには右辺が正であれば良いので

$$\sigma + a_0 + k_p b_0 > 0 \quad (2.2.46)$$

この不等式を満たすためには, a_0 の値がどのような値であっても $b_0 > 0$ で k_p を大きな値で設定することができればよい.

したがって, 式(2.2.14)のシステムが ASPR 性を有するためには $b_0 > 0$ でありさえすればいいことになる. このことは先ほどの SPR 性になるための条件と比較すると, $a_0 > 0$ という条件がなくなっていることになる. これは ASPR 性の条件である最高位係数は正という条件の導出になる.

iv. 具体例 (相対次数が 2 の 2 次の伝達関数)

式(2.2.23)で表されるシステムの ASPR 性の確認をする.

$$\begin{aligned} G_1(s) &= \left\{ 1 + k_p \frac{b_0}{s^2 + a_1 s + a_0} \right\}^{-1} \frac{b_0}{s^2 + a_1 s + a_0} \\ &= \frac{b_0}{s^2 + a_1 s + a_0 + k_p b_0} \end{aligned} \quad (2.2.47)$$

このシステムが SPR となるのかどうかを先ほどと同様に逆システムから調べる.

$$G_1^{-1}(s) = \frac{s^2 + a_1 s + a_0 + k_p b_0}{b_0} \quad (2.2.48)$$

ここで, $b_0 \neq 0$ とした. $s = s - \varepsilon$ を代入する.

$$G_1^{-1}(s - \varepsilon) = \frac{(s - \varepsilon)^2 + a_1 (s - \varepsilon) + a_0 + k_p b_0}{b_0} \quad (2.2.49)$$

$s = \sigma + j\omega$ を代入する.

$$\begin{aligned}
G_1^{-1}(\sigma + j\omega - \varepsilon) &= \frac{(\sigma + j\omega - \varepsilon)^2 + a_1(\sigma + j\omega - \varepsilon) + a_0 + k_p b_0}{b_0} \\
&= \frac{(\sigma - \varepsilon)^2 + 2j\omega(\sigma - \varepsilon) - \omega^2 + a_1(\sigma - \varepsilon) + j\omega a_1 + a_0 + k_p b_0}{b_0}
\end{aligned} \tag{2.2.50}$$

このシステムの実部は以下のようになる。

$$\operatorname{Re}(G_1^{-1}(\sigma + j\omega - \varepsilon)) = \frac{(\sigma - \varepsilon)^2 - \omega^2 + a_1(\sigma - \varepsilon) + a_0 + k_p b_0}{b_0} \tag{2.2.51}$$

システムが SPR 性を有するためには $\sigma \geq 0$ の時に上式が非負になる必要がある。

$$\operatorname{Re}(G_1^{-1}(\sigma + j\omega - \varepsilon)) \geq 0 \tag{2.2.52}$$

したがって、上式を展開すると以下のようになる。

$$\begin{aligned}
\frac{(\sigma - \varepsilon)^2 - \omega^2 + a_1(\sigma - \varepsilon) + a_0 + k_p b_0}{b_0} &\geq 0 \\
(\sigma - \varepsilon)^2 - \omega^2 + a_1(\sigma - \varepsilon) + a_0 + k_p b_0 &\geq 0 \\
\varepsilon \leq \frac{a_1}{2} + \sigma - \frac{\sqrt{a_1^2 + 4\omega^2 - 4a_0 - 4b_0 k_p}}{2}, \frac{a_1}{2} + \sigma & \\
+ \frac{\sqrt{a_1^2 + 4\omega^2 - 4a_0 - 4b_0 k_p}}{2} &\leq \varepsilon
\end{aligned} \tag{2.2.53}$$

これは先ほどの SPR 性の確認の時と同様で ε は存在しない。したがって、このシステムは ASPR でもないことになる。

2-2-2(D) 概強正実性の視覚化

PR 性や SPR 性, ASPR 性の理解をさらに深めるために, グラフを用いて視覚化する。

上記より, PR 性や SPR 性, ASPR 性について調べる際は $s = \sigma + j\omega$ を代入し, その実部を求めればよい。ここで, 以下のような相対次数が 0 の伝達関数で表されるシステムを考える。

$$G(s) = \frac{b_n s^n + b_{n-1} s^{n-1} + \dots + b_1 s + b_0}{s^n + a_{n-1} s^{n-1} + \dots + a_1 s + a_0} \tag{2.2.54}$$

この式の実部を求めると以下のようになる。

$$\begin{aligned}
\operatorname{Re}(G(s)) &= \frac{G(s) + G(\bar{s})}{2} \\
&= \frac{\sum_{i=0}^n b_i s^i \sum_{j=0}^n a_j \bar{s}^j + \sum_{i=0}^n b_i \bar{s}^i \sum_{j=0}^n a_j s^j}{\sum_{i=0}^n a_i s^i \sum_{j=0}^n a_j \bar{s}^j} \frac{1}{2}
\end{aligned} \tag{2.2.55}$$

ただし, $a_m = 1$ とおいた。

ASPR 性を判別する伝達関数 $G_1(s)$ は $G(s) = N(s)/D(s)$ として展開すると以下のようにな

る.

$$G_1(s) = \left\{ 1 + k_p \frac{N(s)}{D(s)} \right\}^{-1} \frac{N(s)}{D(s)} \quad (2.2.56)$$

$$= \frac{N(s)}{D(s) + k_p N(s)}$$

ここでシステムが SPR 性を有するときは, そのシステムの逆システムも SPR 性を有することから, $G_1(s)$ の SPR 性を調べる際は上式の逆システムを用いる.

$$G_1^{-1}(s) = \frac{D(s)}{N(s)} + k_p \quad (2.2.57)$$

上式より, PR 性や SPR 性を調べるときに用いる図を逆システムで作成して, その z 座標を k_p によって上下させることで, $G_1^{-1}(s)$ が SPR 性を有しているかを容易に判断できるようになる. したがって, 伝達関数の逆数をとったものの実部を求める必要がある. この時の実部は以下の式によって求められる.

$$\operatorname{Re}(G^{-1}(s)) = \frac{G(s) + G(\bar{s})}{2} \quad (2.2.58)$$

$$= \frac{\sum_{i=0}^n a_i s^i \sum_{j=0}^n b_j \bar{s}^j + \sum_{i=0}^n a_i \bar{s}^i \sum_{j=0}^n b_j s^j}{\sum_{i=0}^n b_i s^i \sum_{j=0}^n b_j \bar{s}^j} \frac{1}{2}$$

この式を使ってさまざまな伝達関数のグラフを作成する.

まずは相対次数 1, 1 次の伝達関数のグラフを作成する. Fig. 2.2.3 の上の図は 3 次元で表現されており, 下の図は ω 軸生方向に向かってみた場合の図を表している. Fig. 2.2.3 より, σ に対して右肩上がりに比例している平面となっていることがわかる. PR 性については $\sigma > 0$ の領域で実部が正となっていればよく, そのようになっていることが下図からも確認でき, このシステムは PR であることがわかる. さらに SPR 性についてはある正数 ε によってグラフが σ が正の方向に平行移動しても, $\sigma > 0$ の領域で実部が正となれば良い. 下図より, ε が存在することがわかるため, このシステムは SPR 性も有している. SPR 性を有しているから ASPR 性も有していることになるが, ASPR 性についても確認する. システムが ASPR 性を有するためには数において $\sigma - \omega$ 面に対して鉛直上向きに平行移動することでグラフが σ が正の方向に ε だけ平行移動しても, $\sigma > 0$ の領域で実部が正となる正数 ε が存在すればよい. したがって, このシステムは ASPR 性を有していることがグラフからも確認できた.

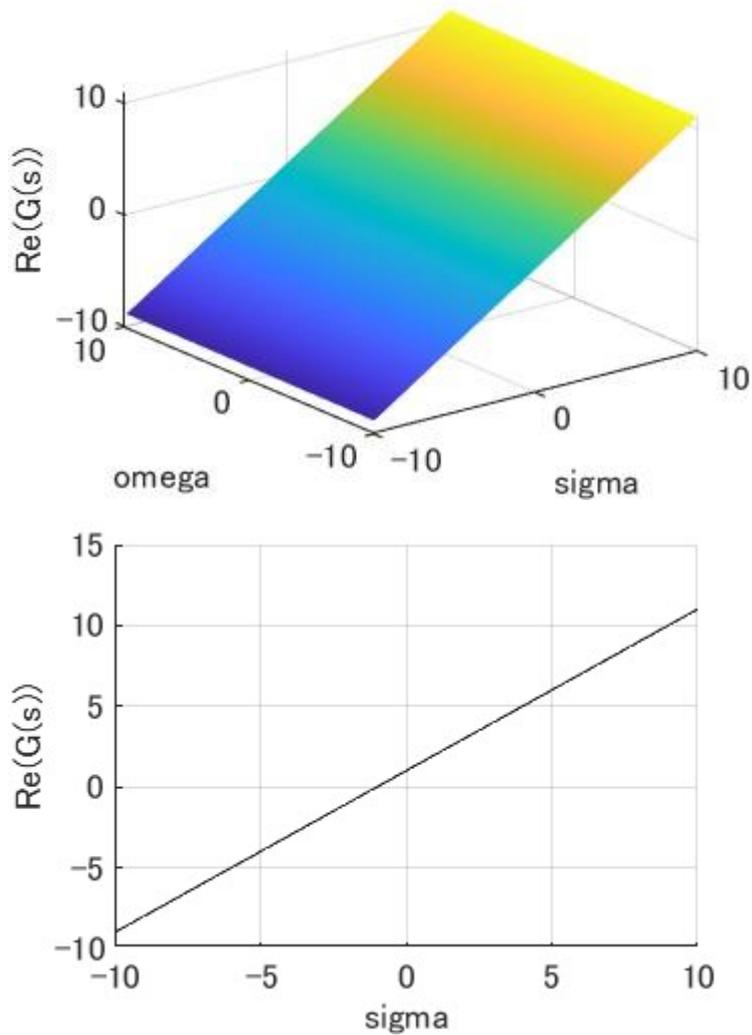


Fig. 2.2. 3 Transfer function of relative degree of 1, $G(s) = \frac{1}{s+1}$

同様にして、次は相対次数が0の1次のシステムについてグラフを描くと Fig. 2.2.4 のようになる。下図より、 $\sigma > 0$ の領域で実部は常に正の値となっていることから、このシステムはPRである。さらに σ の正の方向に正数 ε だけ平行移動しても実部が正となる ε が存在することからSPRでもある。実部が正の方向に平行移動することで、さらに正数 ε の領域が増えることからASPR性も有していることがわかる。

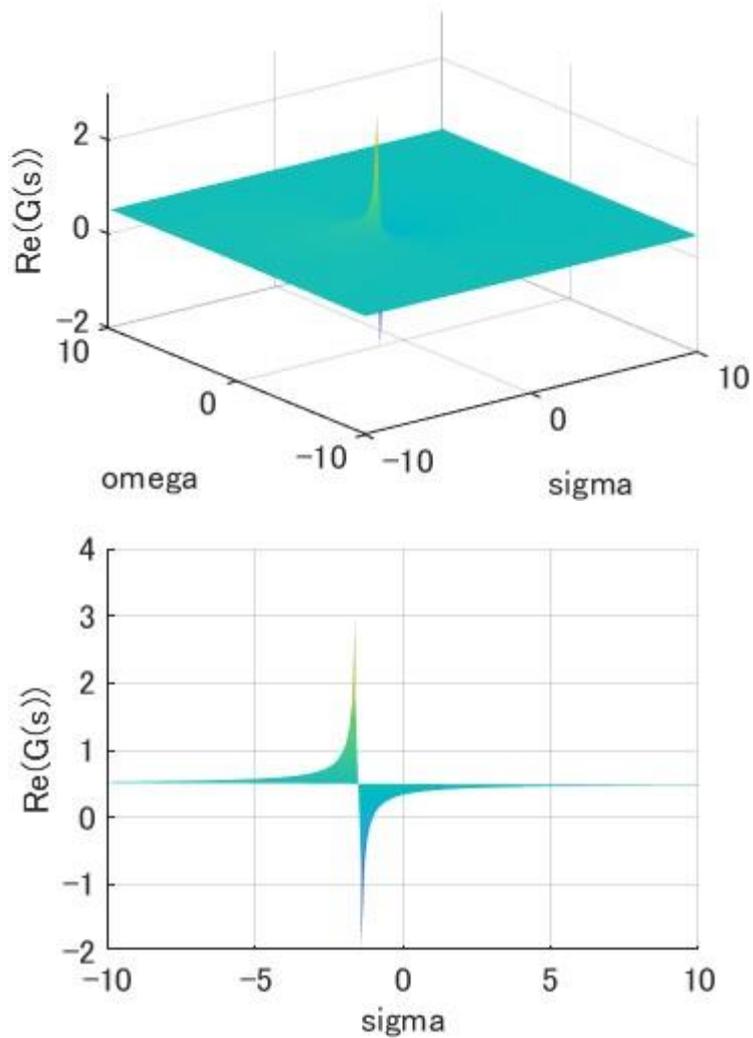


Fig. 2.2. 4 Transfer function of relative degree of 0, $G(s) = \frac{2s+3}{s+1}$

続いて、相対次数が1の2次のシステムのグラフを以下に示す。下図より $\sigma > 0$ の領域で実部が正となっていることは明らかであるから、このシステムはPR性を有している。また、 σ が正の方向にある正数 ε だけ平行移動しても実部が正となるためSPRでもある。したがって、このシステムはASPRでもあると言える。

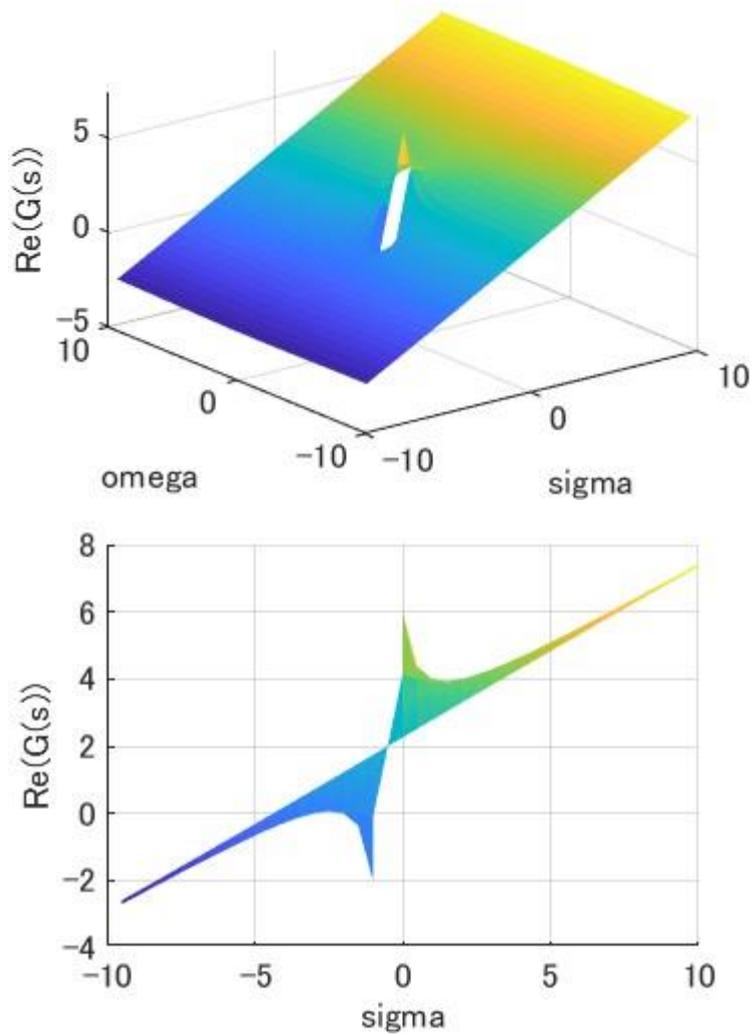


Fig. 2.2. 5 Transfer function of relative degree of 1, $G(s) = \frac{2s+1}{s^2+5s+6}$

最後に、相対次数が2の2次のシステムについて調べる。下図を見ると、 $\sigma > 0$ の領域で実部が負となる ω が存在しているため、PR性を有していない。PR性を有していない場合はSPRであることはないためSPR性も有していないことになる。さらに、 $|\omega| \rightarrow \infty$ のとき $\text{Re}(G(s)) \rightarrow -\infty$ となるため、式(2.2.57)における k_p をいくら大きくしても実部を正にすることはできないため、このシステムはASPR性も有していないことが下図から確認できる。

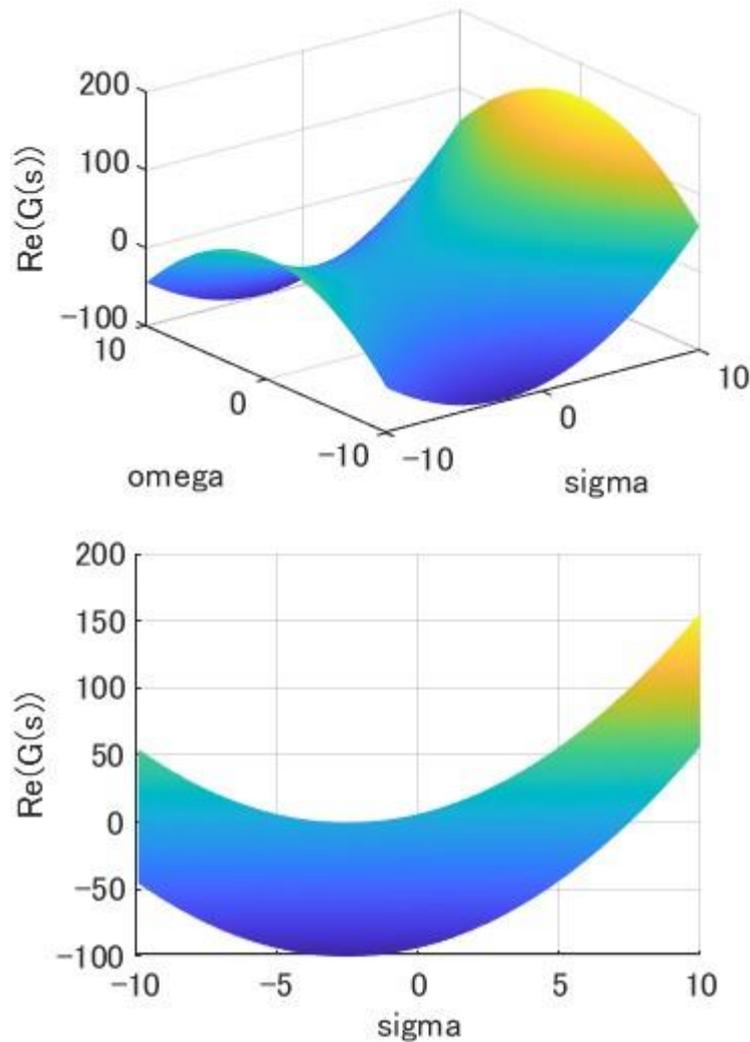


Fig. 2.2. 6 Transfer function of relative degree of 2, $G(s) = \frac{1}{s^2+5s+6}$

Fig. 2.2.3~5 を比較すると相対次数が 1 の時は σ に対して比例したグラフになることがわかる。また、相対次数が 0 の時は $\sigma - \omega$ 面と平行になることも確認できる。また、零点が存在するときは反比例のようなグラフになり、0 割が生じる。図に示した伝達関数以外にもさまざまな相対次数のグラフを作成して、相対次数によってグラフの形がある程度決まることが分かり、上記のような特徴を有していることが確認できた。

2-2-3. Command Generator Tracker

ここでは、単純適応制御で用いられるフィードフォワード制御の CGT について解説する。

CGT とは理想モデルの出力 y_p に完全に追従させる理想的なフィードフォワード制御入力のことを言う。

以下のような線形時不変系 1 入出力の制御対象があったとする.

$$\begin{aligned}\dot{\mathbf{x}} &= \mathbf{A}\mathbf{x} + \mathbf{b}u \\ y &= \mathbf{c}^T\mathbf{x}\end{aligned}\quad (2.2.59)$$

この制御対象に対して, 以下のような理想モデルを設計する.

$$\begin{aligned}\dot{\mathbf{x}}_m &= \mathbf{A}_m\mathbf{x}_m + \mathbf{b}_m u_m \\ y_m &= \mathbf{c}_m^T\mathbf{x}_m\end{aligned}\quad (2.2.60)$$

理想モデルの出力 y_m に制御対象の出力 y を追従させるために必要な理想入力 u^* と理想状態 \mathbf{x}^* は次式で与えられる.

$$\begin{bmatrix} \mathbf{x}^* \\ u^* \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{S}_{11} & \mathbf{S}_{12} \\ \mathbf{S}_{21} & S_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{x}_m \\ u_m \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \boldsymbol{\Omega}_{11} \\ \boldsymbol{\Omega}_{21} \end{bmatrix} \mathbf{v}\quad (2.2.61)$$

ここで, \mathbf{S}_{ij} や $\boldsymbol{\Omega}_{ij}$ は以下のように求められる.

$$\begin{aligned}\mathbf{S}_{11} &= \boldsymbol{\Omega}_{11}\mathbf{S}_{11}\mathbf{A}_m + \boldsymbol{\Omega}_{12}\mathbf{c}_m^T \\ \mathbf{S}_{12} &= \boldsymbol{\Omega}_{11}\mathbf{S}_{11}\mathbf{b}_m \\ \mathbf{S}_{21} &= \boldsymbol{\Omega}_{21}\mathbf{S}_{11}\mathbf{A}_m + \boldsymbol{\Omega}_{22}\mathbf{c}_m^T \\ S_{22} &= \boldsymbol{\Omega}_{21}\mathbf{S}_{11}\mathbf{b}_m \\ \boldsymbol{\Omega}_{11}\dot{\mathbf{v}} &= \mathbf{v} - \mathbf{S}_{12}\dot{u}_m \quad (\mathbf{v}(0) = \mathbf{0})\end{aligned}\quad (2.2.62)$$

$$\begin{bmatrix} \mathbf{A} & \mathbf{b} \\ \mathbf{c}^T & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \boldsymbol{\Omega}_{11} & \boldsymbol{\Omega}_{12} \\ \boldsymbol{\Omega}_{21} & \boldsymbol{\Omega}_{22} \end{bmatrix} = \mathbf{I}_{n+1}\quad (2.2.63)$$

上式において, \mathbf{x}^* が制御対象の状態方程式の解となり, u^* が理想入力となり出力 y^* が理想規範モデルの出力 y_m と一致する. 上記のような CGT を構成するためには制御対象は以下の条件を満たしている必要がある.

$$\text{rank} \begin{bmatrix} \mathbf{A} & \mathbf{b} \\ \mathbf{c} & 0 \end{bmatrix} = n + 1\quad (2.2.64)$$

さらに, $\boldsymbol{\Omega}_{11}$ の固有値は \mathbf{A}_m の固有値の逆数と一致しない. CGT によって求められた \mathbf{x}^* が状態方程式の解となり, 理想規範モデルの出力 y_m と一致することを証明する.

CGT より理想状態 \mathbf{x}^* は以下のように求められる.

$$\mathbf{x}^* = \mathbf{S}_{11}\mathbf{x}_m + \mathbf{S}_{12}u_m + \boldsymbol{\Omega}_{11}\mathbf{v}\quad (2.2.65)$$

両辺を時間微分する.

$$\dot{\mathbf{x}}^* = \mathbf{S}_{11}\dot{\mathbf{x}}_m + \mathbf{S}_{12}\dot{u}_m + \boldsymbol{\Omega}_{11}\dot{\mathbf{v}}\quad (2.2.66)$$

ここで右辺第 3 項を以下のようにする.

$$\boldsymbol{\Omega}_{11}\dot{\mathbf{v}} = \mathbf{v} - \mathbf{S}_{12}\dot{u}_m\quad (2.2.67)$$

以上より

$$\dot{\mathbf{x}}^* = \mathbf{S}_{11}\dot{\mathbf{x}}_m + \mathbf{v}\quad (2.2.68)$$

さらに, 理想規範モデルより

$$\dot{\mathbf{x}}^* = \mathbf{S}_{11}\mathbf{A}_m\mathbf{x}_m + \mathbf{S}_{11}\mathbf{b}_m u_m + \mathbf{v}\quad (2.2.69)$$

また, $\boldsymbol{\Omega}_{ij}$ は式(2.2.63)によって求めることができた

$$\mathbf{A}\boldsymbol{\Omega}_{11} + \mathbf{b}\boldsymbol{\Omega}_{21} = \mathbf{I}_n \quad (2.2.70)$$

となるから、式(2.2.69)の両辺に左から式(2.2.70)をかける

$$\begin{aligned} \dot{\mathbf{x}}^* &= (\mathbf{A}\boldsymbol{\Omega}_{11} + \mathbf{b}\boldsymbol{\Omega}_{21})(\mathbf{S}_{11}\mathbf{A}_m\mathbf{x}_m + \mathbf{S}_{11}\mathbf{b}_m u_m + v) \\ &= \mathbf{A}(\boldsymbol{\Omega}_{11}\mathbf{S}_{11}\mathbf{A}_m\mathbf{x}_m + \boldsymbol{\Omega}_{11}\mathbf{S}_{11}\mathbf{b}_m u_m) \\ &\quad + \mathbf{b}(\boldsymbol{\Omega}_{21}\mathbf{S}_{11}\mathbf{A}_m\mathbf{x}_m + \boldsymbol{\Omega}_{21}\mathbf{S}_{11}\mathbf{b}_m u_m) + (\mathbf{A}\boldsymbol{\Omega}_{11} + \mathbf{b}\boldsymbol{\Omega}_{21})v \end{aligned} \quad (2.2.71)$$

ここで、CGT において式(2.2.62)の関係を用いて式(2.2.71)を整理すると以下のようになる。

$$\begin{aligned} \dot{\mathbf{x}}^* &= \mathbf{A}(\mathbf{S}_{11}\mathbf{x}_m + \mathbf{S}_{12}u_m) - \mathbf{A}\boldsymbol{\Omega}_{12}\mathbf{c}_m^T + \mathbf{b}(\mathbf{S}_{21}\mathbf{x}_m + \mathbf{S}_{22}u_m) - \mathbf{b}\boldsymbol{\Omega}_{22}\mathbf{c}_m^T \\ &\quad + (\mathbf{A}\boldsymbol{\Omega}_{11} + \mathbf{b}\boldsymbol{\Omega}_{21})v \end{aligned} \quad (2.2.72)$$

さらに、式(2.2.61)より

$$\dot{\mathbf{x}}^* = \mathbf{A}\mathbf{x}^* + \mathbf{b}u^* - (\mathbf{A}\boldsymbol{\Omega}_{12} + \mathbf{b}\boldsymbol{\Omega}_{22})\mathbf{c}_m^T \quad (2.2.73)$$

ここで、式(2.2.63)より

$$\mathbf{A}\boldsymbol{\Omega}_{12} + \mathbf{b}\boldsymbol{\Omega}_{22} = \mathbf{0} \quad (2.2.74)$$

であるから

$$\dot{\mathbf{x}}^* = \mathbf{A}\mathbf{x}^* + \mathbf{b}u^* \quad (2.2.75)$$

したがって、CGT の状態量 \mathbf{x}^* が制御対象の状態方程式(2.2.59)と一致したので解となることが示せた。

次に CGT の理想出力 y^* が目標値追従するかどうか調べる。CGT による理想出力 y^* は以下のように求められる。

$$y^* = \mathbf{c}^T \mathbf{x}^* \quad (2.2.76)$$

ここで、式(2.2.65)より

$$y^* = \mathbf{c}^T (\mathbf{S}_{11}\mathbf{x}_m + \mathbf{S}_{12}u_m + \boldsymbol{\Omega}_{11} v) \quad (2.2.77)$$

式(2.2.62)の第1式と第2式の間係を用いると

$$\begin{aligned} y^* &= \mathbf{c}^T \{ (\boldsymbol{\Omega}_{11}\mathbf{S}_{11}\mathbf{A}_m + \boldsymbol{\Omega}_{12}\mathbf{c}_m^T) \mathbf{x}_m + \boldsymbol{\Omega}_{11}\mathbf{S}_{11}\mathbf{b}_m u_m + \boldsymbol{\Omega}_{11} v \} \\ &= \mathbf{c}^T \boldsymbol{\Omega}_{11}\mathbf{S}_{11}\mathbf{A}_m\mathbf{x}_m + \mathbf{c}^T \boldsymbol{\Omega}_{12}\mathbf{c}_m^T \mathbf{x}_m + \mathbf{c}^T \boldsymbol{\Omega}_{11}\mathbf{S}_{11}\mathbf{b}_m u_m + \mathbf{c}^T \boldsymbol{\Omega}_{11} v \end{aligned} \quad (2.2.78)$$

ここで、式(2.2.63)より

$$\begin{aligned} \mathbf{c}^T \boldsymbol{\Omega}_{11} &= \mathbf{0} \\ \mathbf{c}^T \boldsymbol{\Omega}_{12} &= 1 \end{aligned} \quad (2.2.79)$$

であるから

$$\begin{aligned} y^* &= \mathbf{c}_m^T \mathbf{x}_m \\ &= y_m \end{aligned} \quad (2.2.80)$$

以上より、CGT の状態量 \mathbf{x}^* が制御対象の状態方程式の解となり、その出力 y^* が理想モデルの出力 y_m に完全追従することが証明できた。

CGT を用いて簡単な数値シミュレーションを行う。制御対象は以下のような Mass Spring Dumper system とする。

Table. 2.2. 1 Mass Spring Dumper system

| | | |
|--------|--------------------------------|-----|
| 質量 | $m[\text{kg}]$ | 0.3 |
| ばね係数 | $k[\text{N/m}]$ | 0.4 |
| ダンパー係数 | $c[\text{N} \cdot \text{s/m}]$ | 0.5 |

この制御対象は式(2.2.64)の条件を満たしている. 理想モデルは以下のような2次遅れ系とした.

Table. 2.2. 2 reference model

| | | |
|--------|------------|-----|
| 減衰率 | ζ | 1.5 |
| 固有角振動数 | ω_n | 1 |

この理想モデルから求められるシステム行列 \mathbf{A}_m の固有値の逆数が $\mathbf{\Omega}_{11}$ の固有値と一致しないことも確認できたので, 上記のような CGT を構成することが可能となる. 位置 x の目標値は一定値で 1 を与えた. このように設定した結果, 以下のような数値シミュレーション結果を得た.

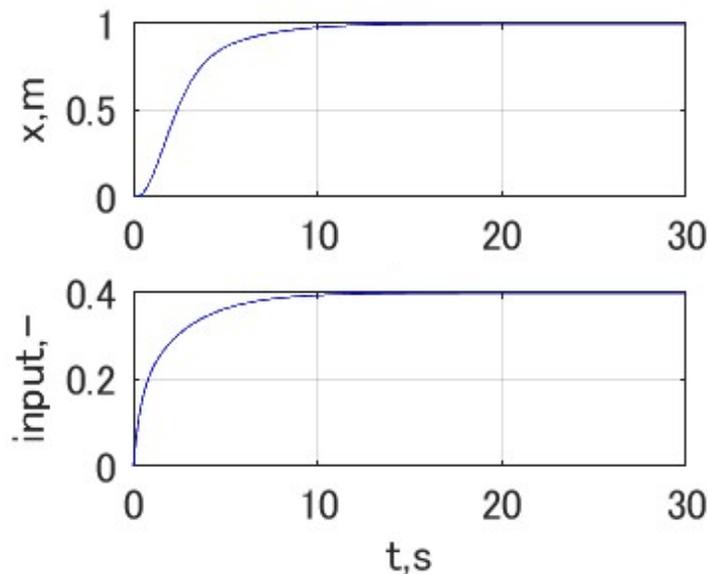


Fig. 2.2. 7 Time responses of system using CGT

上図より, CGT によって制御目標を達成できることが確認できた. ここで解説した CGT はシステムの出力を目標値に完全追従させるためのフィードフォワード制御である. 上記のような CGT を設計するためには制御対象の正確な数学モデルが必要になるが, 実際には正確な数学モデルを取得することは事実上不可能であるから出力 y を規範モデル出力 y_m に完全追従させることはできない. そこで SAC では CGT をそのまま設計するのではなく, ゲインを適応的に変化させて規範モデル追従することを可能にする CGT を再現する.

2-2-4. 単純適応制御の設計方法

以上で、単純適応制御で重要となる制御対象の ASPR 性とフィードフォワード制御器の CGT の解説を行った。以下ではこれらを利用した SAC の設計方法について解説する。

式(2.2.61)より、CGT によって理想規範モデルを用いることで以下のような理想制御入力を求めることができる。

$$\begin{aligned}\mathbf{x}^* &= \mathbf{S}_{11}\mathbf{x}_m + \mathbf{S}_{12}u_m + \mathbf{\Omega}_{11}\mathbf{v} \\ u^* &= \mathbf{S}_{21}\mathbf{x}_m + S_{22}u_m + \mathbf{\Omega}_{21}\mathbf{v}\end{aligned}\quad (2.2.81)$$

これによって、制御対象（式(2.2.59)）は次式のようなになる。

$$\begin{aligned}\dot{\mathbf{x}}^* &= \mathbf{A}\mathbf{x}^* + \mathbf{b}u^* \\ y^* &= \mathbf{c}^T\mathbf{x}^*\end{aligned}\quad (2.2.82)$$

ここで、理想状態出力 y^* と実際の出力 y の誤差を e とすると

$$\begin{aligned}e &= y - y^* \\ &= \mathbf{c}^T(\mathbf{x} - \mathbf{x}^*) \\ &= \mathbf{c}^T\mathbf{e}_x\end{aligned}\quad (2.2.83)$$

となる。上式において $\mathbf{e}_x = \mathbf{x} - \mathbf{x}^*$ としている。このようにしたとき、 \mathbf{e}_x を微分すると以下のようなになる。

$$\begin{aligned}\dot{\mathbf{e}}_x &= \dot{\mathbf{x}} - \dot{\mathbf{x}}^* \\ &= \mathbf{A}\mathbf{x} + \mathbf{b}u - (\mathbf{A}\mathbf{x}^* + \mathbf{b}u^*) \\ &= \mathbf{A}(\mathbf{x} - \mathbf{x}^*) + \mathbf{b}(u - u^*)\end{aligned}\quad (2.2.84)$$

ここで、制御入力 u は以下のように表される。

$$\begin{aligned}u &= \mathbf{k}^T\mathbf{z} \\ \mathbf{k} &= [k_e \quad \mathbf{k}_{xm}^T \quad k_{um}]^T \\ \mathbf{z} &= [e \quad \mathbf{x}_m^T \quad u_m]^T\end{aligned}\quad (2.2.85)$$

また、SAC のブロック線図は Fig. 2.2.1 に示したが、図中の適応ゲイン $k_e, \mathbf{k}_{xm}, k_{um}$ の理想ゲインを以下のように置く。

$$\mathbf{k}^* = [k_e^* \quad \mathbf{S}_{21} \quad S_{22}]^T \quad (2.2.86)$$

したがって、式(2.2.84)は

$$\begin{aligned}\dot{\mathbf{e}}_x &= \mathbf{A}\mathbf{e}_x + \mathbf{b}\{\mathbf{k}^T\mathbf{z} - (\mathbf{S}_{21}\mathbf{x}_m + S_{22}u_m + \mathbf{\Omega}_{21}\mathbf{v}) + k_e^*e - k_e^*e\} \\ &= \mathbf{A}\mathbf{e}_x + \mathbf{b}(\mathbf{k}^T\mathbf{z} - \mathbf{k}^{*T}\mathbf{z} + k_e^*\mathbf{c}^T\mathbf{e}_x - \mathbf{\Omega}_{21}\mathbf{v}) \\ &= (\mathbf{A} + k_e^*\mathbf{b}\mathbf{c}^T)\mathbf{e}_x + \mathbf{b}(\mathbf{k} - \mathbf{k}^*)^T\mathbf{z} - \mathbf{b}\mathbf{\Omega}_{21}\mathbf{v} \\ &= (\mathbf{A} + k_e^*\mathbf{b}\mathbf{c}^T)\mathbf{e}_x + \mathbf{b}\Delta\mathbf{k}^T\mathbf{z} - \mathbf{b}\mathbf{\Omega}_{21}\mathbf{v}\end{aligned}\quad (2.2.87)$$

となる。ここで、 $\Delta\mathbf{k} = (\mathbf{k} - \mathbf{k}^*)$ としている。以上より、以下のような誤差方程式が得られる。

$$\begin{aligned}\dot{\mathbf{e}}_x &= \mathbf{A}_e\mathbf{e}_x + \mathbf{b}\Delta\mathbf{k}^T\mathbf{z} - \mathbf{b}\mathbf{\Omega}_{21}\mathbf{v} \\ e &= \mathbf{c}^T\mathbf{e}_x\end{aligned}\quad (2.2.88)$$

上記では $\mathbf{A}_e = \mathbf{A} + k_e^*\mathbf{b}\mathbf{c}^T$ とおいた。

上記の誤差方程式を利用して、以下のようなリアプノフ関数の候補を設定する。

$$\begin{aligned}
V &= V_1 + V_2 \\
V_1 &= \mathbf{e}_x^T \mathbf{P} \mathbf{e}_x \\
V_2 &= \Delta \mathbf{k}^T \Gamma^{-1} \Delta \mathbf{k}
\end{aligned} \tag{2.2.89}$$

ここで、 Γ は調整則ゲイン行列と呼ばれる。まずは V_1 を微分すると式(2.2.88)より以下のようなになる。

$$\begin{aligned}
\dot{V}_1 &= \dot{\mathbf{e}}_x^T \mathbf{P} \mathbf{e}_x + \mathbf{e}_x^T \mathbf{P} \dot{\mathbf{e}}_x \\
&= (\mathbf{A}_e \mathbf{e}_x + \mathbf{b} \Delta \mathbf{k}^T \mathbf{z} - \mathbf{b} \Omega_{21} \mathbf{v})^T \mathbf{P} \mathbf{e}_x + \mathbf{e}_x^T \mathbf{P} (\mathbf{A}_e \mathbf{e}_x + \mathbf{b} \Delta \mathbf{k}^T \mathbf{z} - \mathbf{b} \Omega_{21} \mathbf{v}) \\
&= \mathbf{e}_x^T (\mathbf{A}_e^T \mathbf{P} + \mathbf{P} \mathbf{A}_e) \mathbf{e}_x + 2 \mathbf{z}^T \Delta \mathbf{k} \mathbf{b}^T \mathbf{P} \mathbf{e}_x - 2 (\mathbf{b} \Omega_{21} \mathbf{v})^T \mathbf{P} \mathbf{e}_x
\end{aligned} \tag{2.2.90}$$

制御対象が ASPR 性を有している場合、式(2.2.34)のカルマン・ヤクボビッチの補題が成り立つため

$$\dot{V}_1 = -\mathbf{e}_x^T \mathbf{Q} \mathbf{e}_x + 2 \mathbf{z}^T \Delta \mathbf{k} \mathbf{b}^T \mathbf{P} \mathbf{e}_x - 2 (\mathbf{b} \Omega_{21} \mathbf{v})^T \mathbf{P} \mathbf{e}_x \tag{2.2.91}$$

となり、右辺第1項は負になり、右辺第3項は CGT によって有界となる。つまり、リアプノフの安定定理によって誤差 e の有界性を示すには右辺第2項を消去する、もしくは有界性を示す必要がある。そこで、 V_2 を微分する。

$$\begin{aligned}
\dot{V}_2 &= \Delta \dot{\mathbf{k}}^T \Gamma^{-1} \Delta \mathbf{k} + \Delta \mathbf{k}^T \Gamma^{-1} \Delta \dot{\mathbf{k}} \\
&= 2 \Delta \dot{\mathbf{k}}^T \Gamma^{-1} \Delta \mathbf{k}
\end{aligned} \tag{2.2.92}$$

ここで、適応ゲイン行列 \mathbf{k} の適応則を以下のようにする。

$$\dot{\mathbf{k}} = -\Gamma \mathbf{z} e \tag{2.2.93}$$

したがって、式(2.2.92)は以下のようなになる。

$$\begin{aligned}
\dot{V}_2 &= -2 (\Gamma \mathbf{z} e)^T \Gamma^{-1} \Delta \mathbf{k} \\
&= -2 (\Gamma \mathbf{z} \mathbf{c}^T \mathbf{e}_x)^T \Gamma^{-1} \Delta \mathbf{k} \\
&= -2 \mathbf{z}^T \Delta \mathbf{k} \mathbf{b}^T \mathbf{P} \mathbf{e}_x
\end{aligned} \tag{2.2.94}$$

これによって、式(2.2.91)の右辺第2項を消去することができ

$$\begin{aligned}
\dot{V} &= \dot{V}_1 + \dot{V}_2 \\
&= -\mathbf{e}_x^T \mathbf{Q} \mathbf{e}_x - 2 (\mathbf{b} \Omega_{21} \mathbf{v})^T \mathbf{P} \mathbf{e}_x
\end{aligned} \tag{2.2.95}$$

となるから、誤差 e は有界となる。

以上のように、適応ゲインを設計することで単純適応制御系を構成することができる。

2-3. 並列フィードフォワード補償器 (PFC)

SAC では制御対象が ASPR 性を有することでカルマン・ヤクボビッチの補題が成り立つことを利用して安定性が補償されていた。しかし、実際のシステムが ASPR 性を有していることは非常にまれである。そのため、SAC は実用化することは不可能であると考えられており、これまで注目を集めることはなかった。しかし、並列フィードフォワード補償器 (PFC) を用いることで制御対象の ASPR 性を補償する手法が提案されてから、SAC の実用化に対する期待が大きく高まった。ここでは、システムの ASPR 性を補償する PFC がどのようなものなのか、そしてその設計方法の一般的手法について解説する。

2-3-1. 並列フィードフォワード補償器(PFC)とは

SAC を適用する条件であるシステムの ASPR 性を多くのシステムが有していない。例えば制御工学の学習のために頻繁に利用される二輪型倒立振子の伝達関数は以下のようになっている。

$$G(s) = \frac{b_1 s + b_0}{s^3 + a_2 s^2 + a_1 s + a_0} \quad (2.3.1)$$

この伝達関数は振子の角度 θ を出力, 車輪のトルク τ を出力とした伝達関数である。上記より明らかなように相対次数が 2 の 3 次の伝達関数となっている。ASPR であるための条件として相対次数は 0 もしくは 1 でなければならないため, このシステムは ASPR ではないことは明らかである。通常であればこのようなシステムに SAC を適用しても安定性は保証されないが, PFC を用いることによって安定性を保証できるようになる。

PFC とは下図のように制御対象に対して並列に接続される。

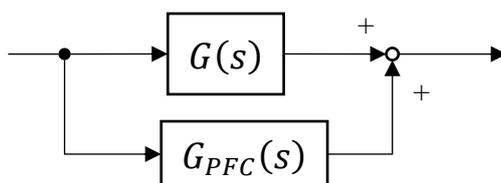


Fig. 2.3. 1 Parallel feedforward compensator (PFC)

このようにすることで, 拡大系 $G_a(s)$ は

$$G_a(s) = G(s) + G_{PFC}(s) \quad (2.3.2)$$

となり, この拡大系を ASPR とする PFC ($G_{PFC}(s)$) を設計することで拡大系に対して SAC を適用して安定性を保証することができるようになる。

2-3-2. PFC の一般的な設計方法

PFC は以下のように単純な形式でも制御対象の ASPR 性を補償することができる。

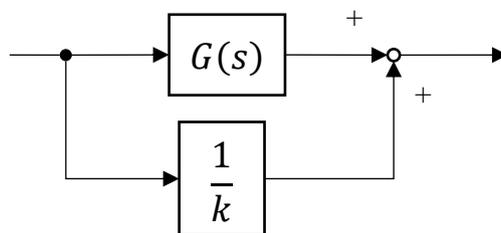


Fig. 2.3. 2 PFC for output feedback system

ここで, 制御対象を以下のようにおく。

$$G(s) = \frac{N(s)}{D(s)} \quad (2.3.3)$$

これに対して Fig.2.3.2 のような PFC を用いることで拡大系は以下ようになる。

$$G_a(s) = \frac{D(s) + kN(s)}{kD(s)} \quad (2.3.4)$$

ここで、 $N(s)$ の次数が $D(s)$ の次数以下であった場合、拡大系の相対次数が 0 になるから、相対次数が 2 以上の非 ASPR なシステムも ASPR 化することが可能になる。

しかし、システムが ASPR であるためには相対次数だけでなく、最高位係数が正でなければならない。式(2.3.4)の k を調整することによってこれらの条件を解決できるのであれば問題ないが、制御対象によっては ASPR 化を行うことができない。したがって、上記の方法では ASPR 性を補償する PFC としては有効であるとは言えない。このように PFC を一般的に構成するのは難しい。そのため、これまでに PFC の構成方法について多くの研究がなされてきた。

上記の方法ほどではないが、非常に簡単に PFC を設計する方法が提案されている^[2.3.1]。この手法ではプラントモデルを用いて PFC を以下のように設計する。

$$G_{PFC}(s) = G_{ASPR}(s) - G^*(s) \quad (2.3.5)$$

上式において $G_{ASPR}(s)$ は ASPR 性を有する伝達関数で任意に設定することができる。 $G^*(s)$ は制御対象の数学モデルを表している。このように設計することで式(2.3.2)より拡大系は確実に ASPR 性を有することができる。この時、得られた数学モデルが実際の制御対象と誤差があった時を考える。つまり、制御対象が以下のように表されるとする。

$$G(s) = G^*(s)(1 + \Delta(s)) \quad (2.3.6)$$

このように乗法的不確かさを持っているシステムを考える。ここで、式(2.3.5)より

$$\begin{aligned} G_a(s) &= G(s) + G_{PFC}(s) \\ &= G_{ASPR}(s) + G(s) - G^*(s) \\ &= G_{ASPR}(s)(1 + \Delta_{ASPR}(s)) \end{aligned} \quad (2.3.7)$$

となる。上式では

$$\Delta_{ASPR}(s) = G_{ASPR}^{-1}(s)(G(s) - G^*(s)) \quad (2.3.8)$$

とすることで、ASPR なシステム $G_{ASPR}(s)$ も乗法的不確かさを持つように表現している。このとき

$$\begin{aligned} \Delta_{ASPR}(s) &\in RH_\infty \\ \|\Delta_{ASPR}(s)\|_\infty &< 1 \end{aligned} \quad (2.3.9)$$

であれば、式(2.3.7)の拡大系も ASPR 性を有することになる。したがって、実際の制御対象に何らかの不確かさが含まれていたとしても式(2.3.5)のように数学モデルを用いて PFC を設計することで ASPR 性を補償することができる。

この方法は非常に簡単に PFC を設計することができることから、実用的な PFC 構成法であると言える。

2-3-3. PFC の問題点

PFC を設計するには制御対象がある条件を満たし、その次数や相対次数が既知であることを仮定としている。上記のプラントモデルを用いた方法でも不確かさが十分に小さく、制御対象が安定であることを想定している。しかし、制御器を設計する際に用いるシステムの数学モデルは低次元化されている場合がほとんどである。低次のモデルに対してシステム同定などでシステムのパラメータを求めて、それを基に制御系設計を行っている。そのため、モデル化されなかった高次の動特性が少なからず存在する。このモデル化されていない動特性の影響が十分に小さければ問題ないが、影響が大きいことも十分にあり得る。また、航空機のようなシステムは安定でないこともある。また、最高位係数が負になる場合や非最小位相系となる。このように航空機に適用するには上記のような PFC の構成方法では問題があり、制御対象の ASPR 性を補償することができず、SAC による安定性を保証することができなくなってしまう。

2-4. 適応 PFC

上記のように PFC を用いることで制御対象の ASPR 性を補償することができるが、適切な PFC を設計するには制御対象の次数が既知でなければならないなどの問題点がある。このような問題点を解決するために、適応則を用いてシステムの ASPR 性を補償する PFC を設計する手法が提案されている^[2.4.1~4]。

2-4-1. 適応 PFC の設計

この制御器の目的は PFC を用いて拡張されたシステムが理想的な ASPR 性を有するシステムと一致するように PFC を適応的に調整させることである。また、通常の SAC と同様にフィードバックゲインも適応的に調整し、実際の出力が規範信号に追従するようにフィードフォワード入力も導入して制御する。

この適応 PFC を用いた適応制御系を設計するうえで、制御対象や適応 PFC は以下のような仮定を満たしているものとする。

- i. 制御対象は最小位相
- ii. 適応 PFC の適応パラメータが 0 の時は PFC も 0 となる。

仮定 ii の場合は PFC を使用していないときと一致するため、もともと ASPR 性を有しているようなシステムに対してはそのまま扱うことを意味する。

2-4-1(A) ブロック線図

この手法のブロック線図は以下のようなになる。

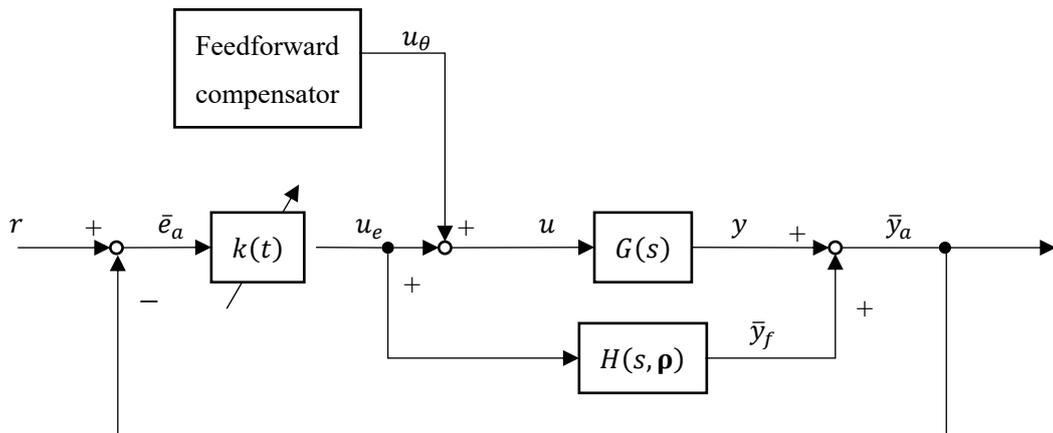


Fig. 2.4. 1 Block diagram of adaptive PFC

上図に表されるように制御入力 $u(t)$ は適応制御入力 $u_e(t)$ とフィードフォワード入力 $u_\theta(t)$ の和で表される.

$$u(t) = u_e(t) + u_\theta(t) \quad (2.4.1)$$

$H(s, \rho)$ は適応 PFC を表している.

2-4-1(B) 適応制御入力

適応制御入力 $u_e(t)$ は以下の式によって求めることができる.

$$u_e(t) = -k(t)\bar{e}_a(t) \quad (2.4.2)$$

ここで, $k(t)$ は適応ゲイン, $\bar{e}_a(t)$ は拡大系の出力 $\bar{y}_a(t)$ と目標値 $r(t)$ の誤差を表している.

$$\bar{e}_a(t) = \bar{y}_a(t) - r(t) \quad (2.4.3)$$

拡大系の出力 $\bar{y}_a(t)$ はブロック線図にあるように PFC によって制御対象を ASPR 化したプラントの出力を表している.

$$\bar{y}_a(t) = y(t) + \bar{y}_f(t) \quad (2.4.4)$$

$y(t)$ は制御対象 $G(s)$ の出力, $\bar{y}_f(t)$ は適応 PFC に適応制御入力 $u_e(t)$ が入力されたときの出力を表す.

$$\bar{y}_f(t) = H(s, \rho)[u_e(t)] \quad (2.4.5)$$

ここで, $G(s)[u(t)]$ のような表記は伝達関数 $G(s)$ で表されるシステムに入力 $u(t)$ が加えられることを示している. $\bar{y}_f(t)$ の求め方に関しては後述する.

適応ゲイン $k(t)$ は以下のように更新される.

$$\dot{k}(t) = \gamma \bar{e}_a(t)^2 - \sigma k(t) \quad (2.4.6)$$

γ, σ は調整パラメータである. γ が小さいと定常偏差が生じるため, 十分大きくする必要がる.

2-4-1(C) 適応 PFC

理想 PFC モデル $H^*(s)$ が以下のように表されたとする.

$$H^*(s) = \frac{b_1^* s^{nh-1} + b_2^* s^{nh-2} + \dots + b_{nh}^*}{s^{nh} + a_1^* s^{nh-1} + \dots + a_{nh}^*} = \frac{N(s)}{D(s)} \quad (2.4.7)$$

このとき、理想 PFC 出力 $y_f^*(t)$ は

$$y_f^*(t) = H^*(s)[u(t)] \quad (2.4.8)$$

と表せる。ここで、安定なフィルタ $1/F(s)$ を導入する。

$$\frac{1}{F(s)} = \frac{1}{s^{nh} + f_1 s^{nh-1} + \dots + f_{nh}} \quad (2.4.9)$$

ここで、式(2.4.7)の $D(s)$ と $F(s)$ が同じ次数である必要がある。このフィルタを導入することで、適応 PFC の基礎を築くことができる。

理想 PFC 出力は以下のようになる。

$$\begin{aligned} \frac{1}{F(s)} y_f^*(t) &= \frac{1}{F(s)} \frac{N(s)}{D(s)} u(t) \\ \frac{D(s)}{F(s)} y_f^*(t) &= \frac{N(s)}{F(s)} u(t) \\ y_f^*(t) &= y_f^*(t) - \frac{D(s)}{F(s)} y_f^*(t) + \frac{N(s)}{F(s)} u(t) \\ &= \frac{F(s) - D(s)}{F(s)} y_f^*(t) + \frac{N(s)}{F(s)} u(t) \\ &= \left\{ \frac{s^{nh} + f_1 s^{nh-1} + \dots + f_{nh}}{F(s)} \right. \\ &\quad \left. - \frac{s^{nh} + a_1^* s^{nh-1} + \dots + a_{nh}^*}{F(s)} \right\} y_f^*(t) + \frac{N(s)}{F(s)} u(t) \\ \frac{D(s)}{F(s)} y_f^*(t) &= \left\{ \frac{f_1 s^{nh-1} + \dots + f_{nh}}{F(s)} \right. \\ &\quad \left. - \frac{a_1^* s^{nh-1} + \dots + a_{nh}^*}{F(s)} \right\} y_f^*(t) + \frac{N(s)}{F(s)} u(t) \\ \frac{D(s)}{F(s)} y_f^*(t) &= \frac{(f_1 - a_1^*) s^{nh-1}}{F(s)} y_f^*(t) + \dots + \frac{f_{nh} - a_{nh}^*}{F(s)} y_f^*(t) \\ &\quad + \frac{b_1^* s^{nh-1}}{F(s)} u(t) + \dots + \frac{b_{nh}^*}{F(s)} u(t) \end{aligned} \quad (2.4.10)$$

ここで、 $f_i - a_i^* = z_i^*$ とすると

$$\begin{aligned}
y_f^*(t) &= \frac{z_1 s^{nh-1}}{F(s)} y_f^*(t) + \cdots + \frac{z_{nh}}{F(s)} y_f^*(t) + \frac{b_1^* s^{nh-1}}{F(s)} u(t) + \cdots + \frac{b_{nh}^*}{F(s)} u(t) \\
&= [z_1^* \quad \cdots \quad z_{nh}^* \quad b_1^* \quad \cdots \quad b_{nh}^*] \begin{bmatrix} \frac{s^{nh-1}}{F(s)} y_f^*(t) \\ \vdots \\ \frac{1}{F(s)} y_f^*(t) \\ \frac{s^{nh-1}}{F(s)} u(t) \\ \vdots \\ \frac{1}{F(s)} u(t) \end{bmatrix} \\
&= \boldsymbol{\rho}^{*T} \mathbf{z}(y_f^*, u)
\end{aligned} \tag{2.4.11}$$

ここで

$$\begin{aligned}
\boldsymbol{\rho}^* &= [z_1^* \quad \cdots \quad z_{nh}^* \quad b_1^* \quad \cdots \quad b_{nh}^*]^T \\
\mathbf{z}(y_f^*, u) &= \left[\frac{s^{nh-1}}{F(s)} y_f^*(t) \quad \cdots \quad \frac{1}{F(s)} y_f^*(t) \quad \frac{s^{nh-1}}{F(s)} u(t) \quad \cdots \quad \frac{1}{F(s)} u(t) \right]^T
\end{aligned} \tag{2.4.12}$$

とした。

このようにして理想 PFC 出力を求めることができる。しかし、実際は理想 PFC の係数は未知であるから、 $\boldsymbol{\rho}^*$ も未知である。そこで、 $\boldsymbol{\rho}^*$ を適応的に調整して求める。

上記では理想 PFC に制御入力 $u(t)$ を入力した場合のことを考えたが、次はフィードフォワード制御入力 $u_\theta(t)$ を適応 PFC : $H(s, \boldsymbol{\rho})$ に入力した場合のことを考える。このときの出力 $y_{f\theta}(t)$ は以下のようになる。

$$\begin{aligned}
y_{f\theta}(t) &= \boldsymbol{\rho}^T \mathbf{z}_\theta(y_{f\theta}, u_\theta) \\
\mathbf{z}_\theta(y_{f\theta}, u_\theta) &= \left[\frac{s^{nh-1}}{F(s)} y_{f\theta}(t) \quad \cdots \quad \frac{1}{F(s)} y_{f\theta}(t) \right. \\
&\quad \left. \frac{s^{nh-1}}{F(s)} u_\theta(t) \quad \cdots \quad \frac{1}{F(s)} u_\theta(t) \right]^T
\end{aligned} \tag{2.4.13}$$

次に、適応 PFC : $H(s, \boldsymbol{\rho})$ に適応制御入力 $u_e(t)$ が入力されたときの出力 $\bar{y}_f(t)$ を考える。制御入力 $u(t)$ は適応制御入力 $u_e(t)$ とフィードフォワード制御入力 $u_\theta(t)$ の和であるから、この時の出力 $\bar{y}_f(t)$ は以下のようにして求められる。

$$\begin{aligned}
\bar{y}_f(t) &= H(s, \boldsymbol{\rho})[u_e(t)] \\
&= H(s, \boldsymbol{\rho})[u(t) - u_\theta(t)] \\
&= H(s, \boldsymbol{\rho})[u(t)] - H(s, \boldsymbol{\rho})[u_\theta(t)] \\
&= y_f(t) - y_{f\theta}(t)
\end{aligned} \tag{2.4.14}$$

以上のような計算で適応 PFC に適応制御入力 $u_e(t)$ が入力されたときの出力 $\bar{y}_f(t)$ を求めることができる。

しかし、以上の説明で $\mathbf{z}(y_f, u)$, $\mathbf{z}_\theta(y_{f\theta}, u_\theta)$ を求めることができるが、適応パラメータ $\boldsymbol{\rho}$ を求

めることができない。この適応パラメータ $\boldsymbol{\rho}$ は以下のような更新式を用いて求められる。

$$\dot{\boldsymbol{\rho}} = -\boldsymbol{\Gamma}_H \bar{\mathbf{z}}(t) \bar{e}_a(t) - \boldsymbol{\sigma}_H \boldsymbol{\rho}(t) \quad (2.4.15)$$

ここで、 $\bar{\mathbf{z}}(t)$ は以下のようにして求めることができる。

$$\bar{\mathbf{z}}(t) = G_a^{*-1}(s)[\mathbf{z}(t)] \quad (2.4.16)$$

このようにすることで適応 PFC は以下のように求めることができる。

$$\begin{aligned} \bar{y}_f(t) &= y_f(t) - y_{f\theta}(t) \\ &= \boldsymbol{\rho}(t)^T \mathbf{z}(t) - \boldsymbol{\rho}(t)^T \mathbf{z}_\theta(t) \\ &= \boldsymbol{\rho}(t)^T \{\mathbf{z}(t) - \mathbf{z}_\theta(t)\} \\ &= [\rho_{ynh} \quad \cdots \quad \rho_{y1} \quad \rho_{unh} \quad \cdots \quad \rho_{u1}] \\ &\quad \left[\begin{array}{cccc} s^{nh-1} & & & \\ F(s) & & & \\ \bar{y}_f(t) & \cdots & \frac{1}{F(s)} \bar{y}_f(t) & \frac{s^{nh-1}}{F(s)} u_e(t) \quad \cdots \quad \frac{1}{F(s)} u_e(t) \end{array} \right]^T \\ \bar{y}_f(t) &= \frac{\rho_{ynh} s^{nh-1}}{F(s)} \bar{y}_f(t) + \cdots + \frac{\rho_{y1}}{F(s)} \bar{y}_f(t) \\ &\quad + \frac{\rho_{unh} s^{nh-1}}{F(s)} u_e(t) + \cdots + \frac{\rho_{u1}}{F(s)} u_e(t) \quad (2.4.17) \\ \bar{y}_f(t) &= \frac{\rho_{ynh} s^{nh-1} + \cdots + \rho_{y1}}{F(s)} \bar{y}_f(t) + \frac{\rho_{unh} s^{nh-1} + \cdots + \rho_{u1}}{F(s)} u_e(t) \\ \left(1 - \frac{\rho_{ynh} s^{nh-1} + \cdots + \rho_{y1}}{F(s)} \right) \bar{y}_f(t) &= \frac{\rho_{unh} s^{nh-1} + \cdots + \rho_{u1}}{F(s)} u_e(t) \\ \frac{\bar{y}_f(t)}{u_e(t)} &= \frac{\rho_{unh} s^{nh-1} + \cdots + \rho_{u1}}{F(s) - \rho_{ynh} s^{nh-1} - \cdots - \rho_{y1}} \\ &= H(s, \boldsymbol{\rho}) \end{aligned}$$

ここで

$$\frac{1}{F(s)} = \frac{1}{s^{nh} + f_1 s^{nh-1} + \cdots + f_{nh}} \quad (2.4.18)$$

であるから

$$H(s, \boldsymbol{\rho}) = \frac{\rho_{unh} s^{nh-1} + \cdots + \rho_{u1}}{s^{nh} + (f_1 - \rho_{ynh}) s^{nh-1} + \cdots + (f_{nh} - \rho_{y1})} \quad (2.4.19)$$

2-4-1(D) フィードフォワード制御入力

フィードフォワード制御入力 $u_\theta(t)$ は以下のように求められる。

$$u_\theta(t) = u_a^*(t) + \boldsymbol{\rho}(t)^T \bar{\mathbf{z}}_\theta(t) \quad (2.4.20)$$

$u_a^*(t)$ は理想 ASPR モデル $G_a^*(s)$ を目標値に追従させるフィードフォワード制御入力を表す。

$$G_a^*(s)[u_a^*(t)] = r(t) \quad (2.4.21)$$

フィードフォワード制御入力 $u_\theta(t)$ の右辺第 2 項 $\boldsymbol{\rho}(t)^T \bar{\mathbf{z}}_\theta(t)$ の $\bar{\mathbf{z}}_\theta(t)$ は以下のようにして求められる。

$$\bar{\mathbf{z}}_{\theta}(t) = G_a^{*-1}(s)[\mathbf{z}_{\theta}(t)] \quad (2.4.22)$$

以上のようにして適応制御入力 $u_e(t)$ とフィードフォワード制御入力 $u_{\theta}(t)$ を求め、その和を制御入力 $u(t)$ として制御対象に印加することで、出力 $y(t)$ を目標値に追従させることができる。

2-4-2. 安定解析

以上のように設計した制御系を用いることで、制御対象の出力を目標値に追従させることができるのかを安定性解析を行うことで調べる。

適応 PFC 出力 $\bar{y}_f(t)$ は以下の式で求めることもできる。

$$\begin{aligned} \bar{y}_f(t) &= y_f(t) - \bar{y}_f^*(t) + \bar{y}_f^*(t) \\ &= (y_f(t) - y_{f\theta}(t)) - (y_f^*(t) - y_{f\theta}^*(t)) + \bar{y}_f^*(t) \\ &= \boldsymbol{\rho}(t)^T \{\mathbf{z}(t) - \mathbf{z}_{\theta}(t)\} - \boldsymbol{\rho}^{*T} \{\mathbf{z}(t) - \mathbf{z}_{\theta}(t)\} + \bar{y}_f^*(t) \\ &= G_a^*(s)[\boldsymbol{\rho}^T(t)\{\bar{\mathbf{z}}(t) - \bar{\mathbf{z}}_{\theta}(t)\}] - G_a^*(s)[\boldsymbol{\rho}^{*T}\{\bar{\mathbf{z}}(t) - \bar{\mathbf{z}}_{\theta}(t)\}] \\ &\quad + y_f^*(t) - y_{f\theta}^*(t) \\ \bar{y}_f(t) &= G_a^*(s)[\Delta\boldsymbol{\rho}^T(t)\{\bar{\mathbf{z}}(t) - \bar{\mathbf{z}}_{\theta}(t)\}] - \boldsymbol{\rho}^{*T}\mathbf{z}_{\theta}(t) + y_f^*(t) \end{aligned} \quad (2.4.23)$$

ここで、

$$\Delta\boldsymbol{\rho}(t) = \boldsymbol{\rho}(t) - \boldsymbol{\rho}^* \quad (2.4.24)$$

とした。

適応 PFC を用いて拡張した系の出力 $\bar{y}_a(t)$ は上式を用いると以下のように求めることができる。

$$\begin{aligned} \bar{y}_a(t) &= y(t) + \bar{y}_f(t) \\ &= y_a^*(t) - y_f^*(t) + \bar{y}_f(t) \\ &= G_a^*(s)[u(t)] + G_a^*(s)[\Delta\boldsymbol{\rho}^T(t)\{\bar{\mathbf{z}}(t) - \bar{\mathbf{z}}_{\theta}(t)\}] - \boldsymbol{\rho}^{*T}\mathbf{z}_{\theta}(t) \\ &= G_a^*(s)[u_e(t) + u_{\theta}(t)] + G_a^*(s)[\Delta\boldsymbol{\rho}^T(t)\bar{\mathbf{z}}(t)] \\ &\quad - G_a^*(s)[\Delta\boldsymbol{\rho}^T(t)\bar{\mathbf{z}}_{\theta}(t)] - G_a^*(s)[\boldsymbol{\rho}^{*T}\bar{\mathbf{z}}_{\theta}(t)] \\ \bar{y}_a(t) &= G_a^*(s)[u_e(t) + u_a^*(t) + \boldsymbol{\rho}^T\bar{\mathbf{z}}_{\theta}(t)] \\ &\quad + G_a^*(s)[\Delta\boldsymbol{\rho}^T(t)\bar{\mathbf{z}}(t)] - G_a^*(s)[\boldsymbol{\rho}^T(t)\bar{\mathbf{z}}_{\theta}(t)] \\ \bar{y}_a(t) &= G_a^*(s)[u_e(t) + u_a^*(t)] + G_a^*(s)[\Delta\boldsymbol{\rho}^T(t)\bar{\mathbf{z}}(t)] \end{aligned} \quad (2.4.25)$$

ここで、理想フィードフォワード制御入力 $u_a^*(t)$ は以下の式で求めることができた。

$$u_a^*(t) = G_a^{*-1}(s)r(t) \quad (2.4.26)$$

したがって、拡張系のシステムの出力 $\bar{y}_a(t)$ と目標値 $r(t)$ の誤差 $\bar{e}_a(t)$ は以下のようになる。

$$\begin{aligned} \bar{y}_a(t) &= G_a^*(s)[u_e(t)] + G_a^*(s)[u_a^*(t)] + G_a^*(s)[\Delta\boldsymbol{\rho}^T(t)\bar{\mathbf{z}}(t)] \\ &= G_a^*(s)[u_e(t)] + r(t) + G_a^*(s)[\Delta\boldsymbol{\rho}^T(t)\bar{\mathbf{z}}(t)] \\ \bar{e}_a(t) &= G_a^*(s)[u_e(t)] + G_a^*(s)[\Delta\boldsymbol{\rho}^T(t)\bar{\mathbf{z}}(t)] \\ &= G_a^*(s)[u_e(t) + \Delta\boldsymbol{\rho}^T(t)\bar{\mathbf{z}}(t)] \end{aligned} \quad (2.4.27)$$

この式から状態方程式を求めると, 以下のような1入出力のシステムで表すことができる.

$$\begin{cases} \dot{\mathbf{x}}_a(t) = \mathbf{A}_a \mathbf{x}_a(t) + \mathbf{b}_a (u_e(t) + \Delta \boldsymbol{\rho}^T(t) \bar{\mathbf{z}}(t)) \\ \bar{e}_a(t) = \mathbf{c}_a^T \mathbf{x}_a(t) \end{cases} \quad (2.4.28)$$

拡張系は ASPR であるから相対次数は1である. そのため,

$$\mathbf{T} \mathbf{x}_a(t) = \begin{bmatrix} \bar{e}_a(t) \\ \boldsymbol{\eta}_a(t) \end{bmatrix} \quad (2.4.29)$$

このような正則変換によって以下の標準形に変換できる.

$$\begin{cases} \dot{\bar{e}}_a(t) = a \bar{e}_a(t) + b (u_e(t) + \Delta \boldsymbol{\rho}^T(t) \bar{\mathbf{z}}(t)) + \mathbf{c}_\eta^T \boldsymbol{\eta}_a(t) \\ \dot{\boldsymbol{\eta}}_a(t) = \mathbf{A}_\eta \boldsymbol{\eta}_a(t) + \mathbf{b}_\eta \bar{e}_a(t) \end{cases} \quad (2.4.30)$$

ここで, \mathbf{A}_η の固有値がすべて負であれば以下のような方程式

$$\mathbf{A}_\eta^T \mathbf{P}_\eta + \mathbf{P}_\eta \mathbf{A}_\eta = -\mathbf{Q}_\eta \quad (2.4.31)$$

において任意の対象行列 \mathbf{Q}_η に対して解 \mathbf{P}_η を持つ. ここで, $\mathbf{P}_\eta, \mathbf{Q}_\eta$ は対象行列である.

このシステムの安定性を示すことができれば, 適応 PFC を用いた適応制御系の安定性を証明することができる. ここではリアプノフの安定理論を用いて安定性を示す. リアプノフ関数として, 以下のような正定値関数 $V(t)$ を考える.

$$\begin{aligned} V(t) &= V_1(t) + V_2(t) + V_3(t) + V_4(t) \\ V_1(t) &= \bar{e}_a^2(t) \\ V_2(t) &= \boldsymbol{\eta}_a^T(t) \mathbf{P}_\eta \boldsymbol{\eta}_a(t) \\ V_3(t) &= \frac{b}{\gamma} \Delta k^2(t) \\ V_4(t) &= b \Delta \boldsymbol{\rho}^T(t) \boldsymbol{\Gamma}_H^{-1} \Delta \boldsymbol{\rho}(t) \end{aligned} \quad (2.4.32)$$

この関数を微分する. まずは $\dot{V}_1(t)$ を求める.

$$\begin{aligned} \dot{V}_1 &= 2 \bar{e}_a(t) \dot{\bar{e}}_a(t) \\ &= 2 \bar{e}_a(t) \left(a \bar{e}_a(t) + b (u_e(t) + \Delta \boldsymbol{\rho}^T(t) \bar{\mathbf{z}}(t)) + \mathbf{c}_\eta^T \boldsymbol{\eta}_a(t) \right) \end{aligned} \quad (2.4.33)$$

ここで,

$$\begin{aligned} u_e &= -k(t) \bar{e}_a(t) + k^*(t) \bar{e}_a(t) - k^*(t) \bar{e}_a(t) \\ &= -\Delta k(t) \bar{e}_a(t) - k^*(t) \bar{e}_a(t) \end{aligned} \quad (2.4.34)$$

であるから

$$\begin{aligned} \dot{V}_1 &= 2 \bar{e}_a(t) (a \bar{e}_a(t) - b \Delta k(t) \bar{e}_a(t) - b k^*(t) \bar{e}_a(t) \\ &\quad + b \Delta \boldsymbol{\rho}^T(t) \bar{\mathbf{z}}(t) + \mathbf{c}_\eta^T \boldsymbol{\eta}_a(t)) \end{aligned} \quad (2.4.35)$$

$$\begin{aligned} \dot{V}_1 &= -2(bk^* - a) \bar{e}_a^2(t) - 2b \Delta k(t) \bar{e}_a^2(t) \\ &\quad + 2b \Delta \boldsymbol{\rho}^T(t) \bar{\mathbf{z}}(t) \bar{e}_a(t) + 2 \mathbf{c}_\eta^T \boldsymbol{\eta}_a(t) \bar{e}_a(t) \end{aligned}$$

となる. 続いて $\dot{V}_2(t)$ は

$$\begin{aligned}
\dot{V}_2 &= \dot{\boldsymbol{\eta}}_a^T(t) \mathbf{P}_\eta \boldsymbol{\eta}_a(t) + \boldsymbol{\eta}_a^T(t) \mathbf{P}_\eta \dot{\boldsymbol{\eta}}_a(t) \\
&= \left(\mathbf{A}_\eta \boldsymbol{\eta}_a(t) + \mathbf{b}_\eta \bar{e}_a(t) \right)^T \mathbf{P}_\eta \boldsymbol{\eta}_a(t) + \boldsymbol{\eta}_a^T(t) \mathbf{P}_\eta \left(\mathbf{A}_\eta \boldsymbol{\eta}_a(t) + \mathbf{b}_\eta \bar{e}_a(t) \right) \\
&= \left(\boldsymbol{\eta}_a^T(t) \mathbf{A}_\eta^T + \mathbf{b}_\eta^T \bar{e}_a(t) \right) \mathbf{P}_\eta \boldsymbol{\eta}_a(t) + \boldsymbol{\eta}_a^T(t) \mathbf{P}_\eta \left(\mathbf{A}_\eta \boldsymbol{\eta}_a(t) + \mathbf{b}_\eta \bar{e}_a(t) \right) \quad (2.4.36) \\
&= \boldsymbol{\eta}_a^T(t) \left(\mathbf{A}_\eta^T \mathbf{P}_\eta + \mathbf{P}_\eta \mathbf{A}_\eta \right) \boldsymbol{\eta}_a(t) + \mathbf{b}_\eta^T \mathbf{P}_\eta \boldsymbol{\eta}_a(t) \bar{e}_a(t) + \boldsymbol{\eta}_a^T(t) \mathbf{P}_\eta \mathbf{b}_\eta \bar{e}_a(t) \\
&= -\boldsymbol{\eta}_a^T(t) \mathbf{Q}_\eta \boldsymbol{\eta}_a(t) + \mathbf{b}_\eta^T \mathbf{P}_\eta \boldsymbol{\eta}_a(t) \bar{e}_a(t) + \left(\mathbf{b}_\eta^T \mathbf{P}_\eta \boldsymbol{\eta}_a(t) \right)^T \bar{e}_a(t)
\end{aligned}$$

となる。 \mathbf{P}_η は対称行列であるから、転置をしても行列は変化しない。また、 $\mathbf{b}_\eta^T \mathbf{P}_\eta \boldsymbol{\eta}_a(t)$ は計算するとスカラーになるので、これも転置をしても変わらない。

$$\dot{V}_2 = -\boldsymbol{\eta}_a^T(t) \mathbf{Q}_\eta \boldsymbol{\eta}_a(t) + 2\mathbf{b}_\eta^T \mathbf{P}_\eta \boldsymbol{\eta}_a(t) \bar{e}_a(t) \quad (2.4.37)$$

ここで、 \mathbf{Q}_η は対象行列で \mathbf{Q}_η の固有値がすべて実数であれば、以下の不等式が成り立つ。

$$\lambda_{\min}(\mathbf{Q}_\eta) \|\boldsymbol{\eta}_a(t)\|^2 \leq \boldsymbol{\eta}_a^T(t) \mathbf{Q}_\eta \boldsymbol{\eta}_a(t) \leq \lambda_{\max}(\mathbf{Q}_\eta) \|\boldsymbol{\eta}_a(t)\|^2 \quad (2.4.38)$$

ここで、 $\lambda_{\min}(\mathbf{Q}_\eta)$ と $\lambda_{\max}(\mathbf{Q}_\eta)$ はそれぞれ \mathbf{Q}_η の固有値の最小値と最大値を表す。これを用いると \dot{V}_2 は

$$\dot{V}_2 \leq -\lambda_{\min}(\mathbf{Q}_\eta) \|\boldsymbol{\eta}_a(t)\|^2 + 2\mathbf{b}_\eta^T \mathbf{P}_\eta \boldsymbol{\eta}_a(t) \bar{e}_a(t) \quad (2.4.39)$$

このような不等式が成り立つ。さらに、 $\dot{V}_3(t)$ は

$$\dot{V}_3 = \frac{2b}{\gamma} \Delta k(t) \Delta \dot{k}(t) \quad (2.4.40)$$

$\Delta k(t) = k(t) - k^*$ であったから

$$\begin{aligned}
\Delta \dot{k}(t) &= \dot{k}(t) - \dot{k}^* \\
&= \gamma \bar{e}_a(t)^2 - \sigma k(t)
\end{aligned} \quad (2.4.41)$$

となる。したがって

$$\begin{aligned}
\dot{V}_3 &= \frac{2b}{\gamma} \Delta k(t) (\gamma \bar{e}_a(t)^2 - \sigma k(t)) \\
&= 2b \Delta k(t) \bar{e}_a(t)^2 - \frac{2b}{\gamma} \Delta k(t) \sigma k(t)
\end{aligned} \quad (2.4.42)$$

最後に $\dot{V}_4(t)$ は以下のようになる。

$$\dot{V}_4 = b \Delta \dot{\boldsymbol{\rho}}^T(t) \boldsymbol{\Gamma}_H^{-1} \Delta \boldsymbol{\rho}(t) + b \Delta \boldsymbol{\rho}(t)^T \boldsymbol{\Gamma}_H^{-1} \Delta \dot{\boldsymbol{\rho}}(t) \quad (2.4.43)$$

ここで、 $\Delta \boldsymbol{\rho}(t) = \boldsymbol{\rho}(t) - \boldsymbol{\rho}^*$ であったから

$$\begin{aligned}
\Delta \dot{\boldsymbol{\rho}}(t) &= \dot{\boldsymbol{\rho}}(t) - \dot{\boldsymbol{\rho}}^* \\
&= -\boldsymbol{\Gamma}_H \bar{\mathbf{z}}(t) \bar{e}_a(t) - \boldsymbol{\sigma}_H \boldsymbol{\rho}(t)
\end{aligned} \quad (2.4.44)$$

となる。したがって

$$\begin{aligned}
\dot{V}_4 &= -b(\mathbf{\Gamma}_H \bar{\mathbf{z}}(t) \bar{e}_a(t) + \boldsymbol{\sigma}_H \boldsymbol{\rho}(t))^T \mathbf{\Gamma}_H^{-1} \Delta \boldsymbol{\rho}(t) \\
&\quad + b \Delta \boldsymbol{\rho}^T(t) \mathbf{\Gamma}_H^{-1} (-\mathbf{\Gamma}_H \bar{\mathbf{z}}(t) \bar{e}_a(t) - \boldsymbol{\sigma}_H \boldsymbol{\rho}(t)) \\
\dot{V}_4 &= -b(\bar{\mathbf{z}}^T(t) \mathbf{\Gamma}_H^T \bar{e}_a(t) + \boldsymbol{\sigma}_H^T \boldsymbol{\rho}^T(t)) \mathbf{\Gamma}_H^{-1} \Delta \boldsymbol{\rho}(t) \\
&\quad - b \Delta \boldsymbol{\rho}^T(t) \bar{\mathbf{z}}(t) \bar{e}_a(t) - b \Delta \boldsymbol{\rho}^T(t) \mathbf{\Gamma}_H^{-1} \boldsymbol{\sigma}_H \boldsymbol{\rho}(t) \\
\dot{V}_4 &= -b \bar{\mathbf{z}}^T(t) \Delta \boldsymbol{\rho}(t) \bar{e}_a(t) - b \boldsymbol{\sigma}_H^T \boldsymbol{\rho}^T(t) \mathbf{\Gamma}_H^{-1} \Delta \boldsymbol{\rho}(t) \\
&\quad - b \Delta \boldsymbol{\rho}^T(t) \bar{\mathbf{z}}(t) \bar{e}_a(t) - b \Delta \boldsymbol{\rho}^T(t) \mathbf{\Gamma}_H^{-1} \boldsymbol{\sigma}_H \boldsymbol{\rho}(t) \\
\dot{V}_4 &= -b(\Delta \boldsymbol{\rho}^T(t) \bar{\mathbf{z}}(t))^T \bar{e}_a(t) - b \boldsymbol{\sigma}_H \{ \Delta \boldsymbol{\rho}^T(t) (\mathbf{\Gamma}_H^{-1})^T \boldsymbol{\rho}(t) \}^T \\
&\quad - b \Delta \boldsymbol{\rho}^T(t) \bar{\mathbf{z}}(t) \bar{e}_a(t) - b \Delta \boldsymbol{\rho}^T(t) \mathbf{\Gamma}_H^{-1} \boldsymbol{\sigma}_H \boldsymbol{\rho}(t)
\end{aligned} \tag{2.4.45}$$

$\Delta \boldsymbol{\rho}^T(t) \bar{\mathbf{z}}(t)$ と $\Delta \boldsymbol{\rho}^T(t) (\mathbf{\Gamma}_H^{-1})^T \boldsymbol{\rho}(t)$ はスカラーとなるため転置をしても変わらない。また、逆行列の転置は転置の逆行列と一致し、 $\mathbf{\Gamma}_H$ は対称行列であるから結局逆行列の転置は逆行列と一致する。したがって、

$$\begin{aligned}
\dot{V}_4 &= -b \Delta \boldsymbol{\rho}^T(t) \bar{\mathbf{z}}(t) \bar{e}_a(t) - b \boldsymbol{\sigma}_H \Delta \boldsymbol{\rho}^T(t) \mathbf{\Gamma}_H^{-1} \boldsymbol{\rho}(t) \\
&\quad - b \Delta \boldsymbol{\rho}^T(t) \bar{\mathbf{z}}(t) \bar{e}_a(t) - b \Delta \boldsymbol{\rho}^T(t) \mathbf{\Gamma}_H^{-1} \boldsymbol{\sigma}_H \boldsymbol{\rho}(t) \\
\dot{V}_4 &= -2b \Delta \boldsymbol{\rho}^T(t) \bar{\mathbf{z}}(t) \bar{e}_a(t) - 2b \boldsymbol{\sigma}_H \Delta \boldsymbol{\rho}^T(t) \mathbf{\Gamma}_H^{-1} \boldsymbol{\rho}(t)
\end{aligned} \tag{2.4.46}$$

最終的にリアプノフ関数の微分値は以下のようになる。

$$\begin{aligned}
\dot{V}(t) &= \dot{V}_1(t) + \dot{V}_2(t) + \dot{V}_3(t) + \dot{V}_4(t) \\
&= \{-2(bk^* - a)\bar{e}_a^2(t) - 2b\Delta k(t)\bar{e}_a^2(t) + 2b\Delta\boldsymbol{\rho}^T(t)\bar{\mathbf{z}}(t)\bar{e}_a(t) \\
&\quad + 2\mathbf{c}_\eta^T\boldsymbol{\eta}_a(t)\bar{e}_a(t)\} \\
&\quad + \{-\boldsymbol{\eta}_a^T(t)\mathbf{Q}_\eta\boldsymbol{\eta}_a(t) + 2\mathbf{b}_\eta^T\mathbf{P}_\eta\boldsymbol{\eta}_a(t)\bar{e}_a(t)\} \\
&\quad + \left\{2b\Delta k(t)\bar{e}_a(t)^2 - \frac{2b}{\gamma}\Delta k(t)\sigma k(t)\right\} \\
&\quad + \{-2b\Delta\boldsymbol{\rho}^T(t)\bar{\mathbf{z}}(t)\bar{e}_a(t) - 2b\boldsymbol{\sigma}_H\Delta\boldsymbol{\rho}^T(t)\boldsymbol{\Gamma}_H^{-1}\boldsymbol{\rho}(t)\} \\
&= -2(bk^* - a)\bar{e}_a^2(t) + 2\mathbf{c}_\eta^T\boldsymbol{\eta}_a(t)\bar{e}_a(t) + 2\mathbf{b}_\eta^T\mathbf{P}_\eta\boldsymbol{\eta}_a(t)\bar{e}_a(t) \\
&\quad - \boldsymbol{\eta}_a^T(t)\mathbf{Q}_\eta\boldsymbol{\eta}_a(t) - \frac{2b}{\gamma}\Delta k(t)\sigma(k(t) - k^*) - \frac{2b}{\gamma}\Delta k(t)\sigma k^* \\
&\quad - 2b\boldsymbol{\sigma}_H\Delta\boldsymbol{\rho}^T(t)\boldsymbol{\Gamma}_H^{-1}(\boldsymbol{\rho}(t) - \boldsymbol{\rho}^*) - 2b\boldsymbol{\sigma}_H\Delta\boldsymbol{\rho}^T(t)\boldsymbol{\Gamma}_H^{-1}\boldsymbol{\rho}^* \\
&= -2(bk^* - a)\bar{e}_a^2(t) + 2\mathbf{c}_\eta^T\boldsymbol{\eta}_a(t)\bar{e}_a(t) + 2\mathbf{b}_\eta^T\mathbf{P}_\eta\boldsymbol{\eta}_a(t)\bar{e}_a(t) \\
&\quad - \boldsymbol{\eta}_a^T(t)\mathbf{Q}_\eta\boldsymbol{\eta}_a(t) - \frac{2b\sigma}{\gamma}\Delta k^2(t) - \frac{2b\sigma}{\gamma}\Delta k(t)k^* \\
&\quad - 2b\boldsymbol{\sigma}_H\Delta\boldsymbol{\rho}^T(t)\boldsymbol{\Gamma}_H^{-1}\Delta\boldsymbol{\rho}(t) - 2b\boldsymbol{\sigma}_H\Delta\boldsymbol{\rho}^T(t)\boldsymbol{\Gamma}_H^{-1}\boldsymbol{\rho}^* \\
&\leq -2(bk^* - a)\bar{e}_a^2(t) + 2\mathbf{c}_\eta^T\boldsymbol{\eta}_a(t)\bar{e}_a(t) + 2\mathbf{b}_\eta^T\mathbf{P}_\eta\boldsymbol{\eta}_a(t)\bar{e}_a(t) \\
&\quad - \lambda_{\min}(\mathbf{Q}_\eta)\|\boldsymbol{\eta}_a(t)\|^2 - \frac{2b\sigma}{\gamma}\Delta k^2(t) - \frac{2b\sigma}{\gamma}\Delta k(t)k^* \\
&\quad - 2b\boldsymbol{\sigma}_H\Delta\boldsymbol{\rho}^T(t)\boldsymbol{\Gamma}_H^{-1}\Delta\boldsymbol{\rho}(t) - 2b\boldsymbol{\sigma}_H\Delta\boldsymbol{\rho}^T(t)\boldsymbol{\Gamma}_H^{-1}\boldsymbol{\rho}^*
\end{aligned} \tag{2.4.47}$$

ある微小な正定数 $\delta_i (i = 1 \sim 5)$ を導入すると上式は以下ようになる.

$$\begin{aligned}
\dot{V}(t) &\leq -\left(2bk^* - 2a - \frac{1}{\delta_1} - \frac{1}{\delta_2} - \frac{b^2}{\delta_3}\right)\bar{e}_a^2(t) \\
&\quad - \left(\lambda_{\min}(\mathbf{Q}_\eta) - \delta_1\|\mathbf{c}_\eta\|^2 - \delta_2\|\mathbf{b}_\eta^T\mathbf{P}_\eta\|^2\right)\|\boldsymbol{\eta}_a(t)\|^2 \\
&\quad - \left(\frac{2b\sigma}{\gamma} - \delta_4\right)|\Delta k(t)|^2 \\
&\quad - \left(2b\boldsymbol{\sigma}_H\lambda_{\min}(\boldsymbol{\Gamma}_H^{-1}) - \delta_5\right)\|\Delta\boldsymbol{\rho}(t)\|^2 + \frac{b^2\sigma^2}{\gamma^2\delta_4}k^{*2} \\
&\quad + \frac{b^2\sigma_H^2\|\boldsymbol{\Gamma}_H^{-1}\|^2}{\delta_5}\|\boldsymbol{\rho}^*\|^2
\end{aligned} \tag{2.4.48}$$

ここで, 微小な正定数 $\delta_i (i = 1 \sim 5)$ は以下の式を満たす.

$$\begin{aligned}
\lambda_{\min}(\mathbf{Q}_\eta) - \delta_1\|\mathbf{c}_\eta\|^2 - \delta_2\|\mathbf{b}_\eta^T\mathbf{P}_\eta\|^2 &> \alpha_2 > 0 \\
\frac{2b\sigma}{\gamma} - \delta_4 &> \alpha_3 > 0 \\
2b\boldsymbol{\sigma}_H\lambda_{\min}(\boldsymbol{\Gamma}_H^{-1}) - \delta_5 &> \alpha_4 > 0
\end{aligned} \tag{2.4.49}$$

また, 適応ゲイン k^* は以下の式を満たすほど十分に大きいとする.

$$2bk^* - 2a - \frac{1}{\delta_1} - \frac{1}{\delta_2} - \frac{b^2}{\delta_3} > \alpha_1 > 0 \quad (2.4.50)$$

以上のことからリアプノフ関数の微分値は以下ようになる。

$$\dot{V}(t) \leq -\alpha_1 \bar{e}_a^2(t) - \alpha_2 \|\boldsymbol{\eta}_a(t)\|^2 - \alpha_3 |\Delta k(t)|^2 - \alpha_4 \|\Delta \boldsymbol{p}(t)\|^2 + R \quad (2.4.51)$$

ここで

$$R = \frac{b^2 \sigma^2}{\gamma^2 \delta_4} k^{*2} + \frac{b^2 \sigma_H^2 \|\boldsymbol{\Gamma}_H^{-1}\|^2}{\delta_5} \|\boldsymbol{p}^*\|^2 \quad (2.4.52)$$

とした。

以上のことから、リアプノフ関数は有限であることが示せた。

2-4-3. 数値シミュレーション

以上の適応 PFC を用いて制御器を設計し、数値シミュレーションによる有効性の検証を行う。制御対象は参考文献[2.4.5]にある以下のような伝達関数で表現される。

$$G(s) = \frac{1.0}{s^2 + 30s + 100} \quad (2.4.53)$$

これに対して以下のような理想 ASPR モデルを設計する。

$$G_a^*(s) = \frac{1.0s + 7.5}{s^2 + 10s + 115} \quad (2.4.54)$$

フィルタ $F(s)$ は

$$\frac{1}{F(s)} = \frac{1}{s^2 + 50s + 500} \quad (2.4.55)$$

として、規範信号は

$$r(t) = \frac{1}{0.5s + 1} u_r(t) \quad (2.4.56)$$

に従い、 $u_r(t)$ は振幅 1, 周期 20 秒のパルス信号とした。また、各設定パラメータは以下のようにした。

$$\begin{aligned} \gamma &= 1.0 \times 10^8 \\ \sigma &= 0.1 \\ \boldsymbol{\Gamma}_H &= \text{diag}[1 \quad 1 \quad 0.01 \quad 0.001] \\ \sigma_H &= 0.1 \end{aligned} \quad (2.4.57)$$

以上のように設定した結果、以下のような数値シミュレーション結果を得た。

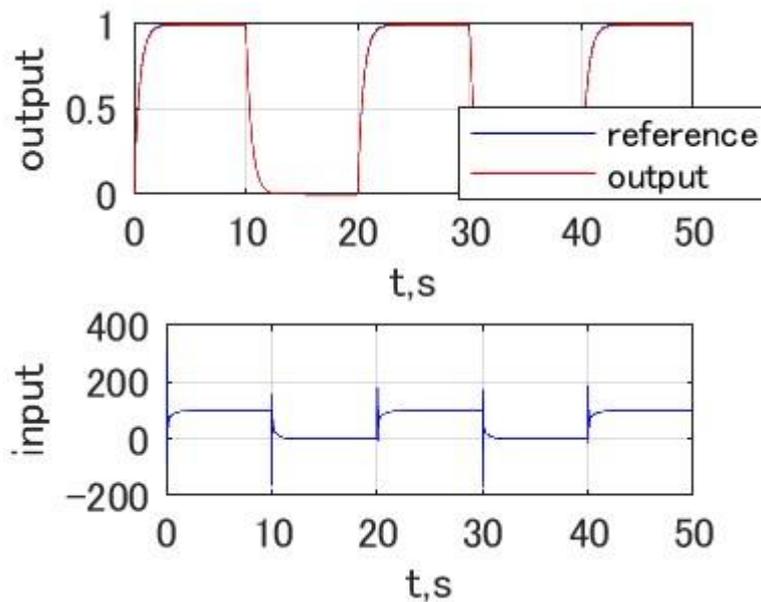


Fig. 2.4. 2 Time responses of system using adaptive PFC

上図において左が出力, 右が入力の時系列グラフを表している. 出力のグラフでは規範信号を青い線, 実際の出力を赤い線で表しており, 問題なく規範信号に追従できていることが確認できる. 制御入力に関しては定常期では振動することなく良好な結果を示している.

2-4-4. 適応 PFC の問題点

Fig. 2.4.2 を見ると明らかなように過渡期, 特にパルス信号が切り替わるタイミングで制御入力がインパルス状に過大になっていることがわかる. 制御対象によるが, 一般的にこのような制御入力を実際のシステムで再現することはできない. そのため, 数値シミュレーション上で追従制御は行えても, 実用化は困難である. このように制御入力が過大になるのは適応制御では頻繁に表れる応答である. また, 冒頭で示したようにこの適応 PFC を設計するためには制御対象は最小位相でなければならない. 我々が制御対象としている固定翼航空機は非最小位相系である. そのため, 上記のように適応 PFC を設計することができない.

3 章 新たな適応制御手法

上述したように従来の単純適応制御では構造が単純化することはできたが、適応できる制御対象がほとんど存在しないことが問題であった。これに対して PFC やバックステッピング法などを導入することによってさまざまな制御対象に対して単純適応制御を適用できるようになったが、システムの相対次数などの事前情報や制御対象が最小位相系である必要があった。以下では、これらの課題を解決する新たな適応制御手法を提案している。

3-1. 直列微分補償器 (SDC) による ASPR 化

単純適応制御ではシステムの ASPR 性を補償するために PFC を用いているが、この方法には以下のような問題点が存在する。

- i. 相対次数が既知
- ii. 最高位係数が既知
- iii. 拡大系が高次になる。
- iv. 制御目的を達成できない

上記のような問題点を改善するためには、いかにして ASPR 性の条件を緩和するかを考える必要がある。

3-1-1. ASPR 性の拡張

ここで、ASPR 性では以下のようなブロック線図のシステムを基にしていた。

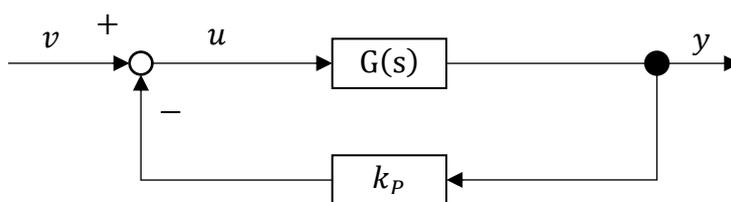


Fig. 3.1. 1 Block diagram of ASPR system

このブロック線図を工夫することによって ASPR 性の条件を緩和することを試みる。上記のブロック線図では出力に定数をかけてフィードバックをしているが、ここに積分項を追加する。これによって上記のブロック線図は以下のように変更される。

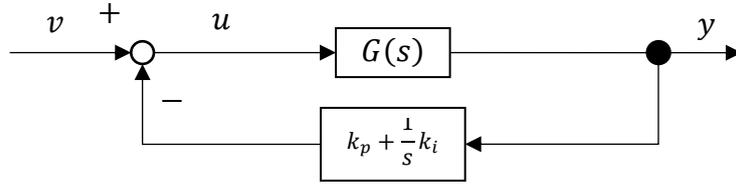


Fig. 3.1. 2 ASPR system with integral control element

ここで、以下のようなシステムを制御対象として考える.

$$\begin{aligned} \dot{\mathbf{x}} &= \mathbf{A}\mathbf{x} + \mathbf{b}u \\ y &= \mathbf{c}^T\mathbf{x} \end{aligned} \quad (3.1.1)$$

Fig.3.1.2 より制御入力は以下ようになる.

$$u = -\left(k_p + \frac{1}{s}k_i\right)y + v \quad (3.1.2)$$

このような入力を加えると、システムの伝達関数は

$$G(s) = \mathbf{s}\mathbf{c}^T\left\{s^2\mathbf{I} - s(\mathbf{A} - k_p\mathbf{b}\mathbf{c}^T) + k_i\mathbf{b}\mathbf{c}^T\right\}^{-1}\mathbf{b} \quad (3.1.3)$$

となる. この時、零点は原点に存在することになる. しかし、SPR 条件として虚軸上に極や零点が存在してはならないのでこのシステムは SPR にはならない. したがって、上記のようなブロック線図であらわされるシステムは ASPR であるとは言うことができない.

このように零点が生じてしまった原因として、積分器の影響が考えられる. そこで、積分器ではなく、微分器を有する以下のようなブロック線図のシステムを考える.

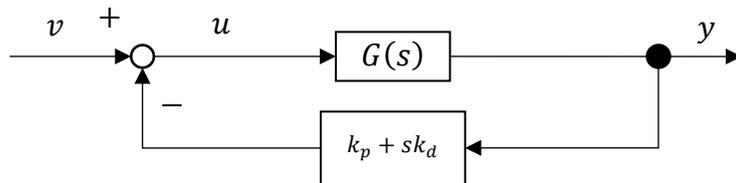


Fig. 3.1. 3 ASPR system with differentia control element

この時の入力は

$$u = -(k_p + s k_d)y + v \quad (3.1.4)$$

となる. したがって、システムの伝達関数は以下ようになる.

$$G(s) = \mathbf{c}^T\left\{s\mathbf{I} - (\mathbf{I} + k_d\mathbf{b}\mathbf{c}^T)^{-1}(\mathbf{A} - k_p\mathbf{b}\mathbf{c}^T)\right\}^{-1}(\mathbf{I} + k_d\mathbf{b}\mathbf{c}^T)^{-1}\mathbf{b} \quad (3.1.5)$$

先ほどのような零点が生じることはない. この時のカルマン・ヤクボビッチの補題は以下のようなになると考えられる.

$$\begin{aligned} \{(\mathbf{I} + k_d\mathbf{b}\mathbf{c}^T)^{-1}(\mathbf{A} - k_p\mathbf{b}\mathbf{c}^T)\}^T\mathbf{P} + \mathbf{P}(\mathbf{I} + k_d\mathbf{b}\mathbf{c}^T)^{-1}(\mathbf{A} - k_p\mathbf{b}\mathbf{c}^T) &= -\mathbf{Q} \\ \{(\mathbf{I} + k_d\mathbf{b}\mathbf{c}^T)^{-1}\mathbf{b}\}^T\mathbf{P} &= \mathbf{c}^T \end{aligned} \quad (3.1.6)$$

このカルマン・ヤクボビッチの補題を利用して、SPR 性となるための条件を満たすのかを

確認する.

まずはリアプノフ関数の候補 $V = \mathbf{x}^T \mathbf{P} \mathbf{x}$ を考える. これを微分してカルマン・ヤクボビッチの補題を利用すると, $\dot{V} \leq 0$ となりシステムは漸近安定となる. したがって, システムの伝達関数は右半閉面では解析的であるといえることができる.

次に $\text{Re}(G(j\omega)) \geq 0$ となることを示す. このことを示すために以下の式を解いていく.

$$2\text{Re}(G(s)) = G(s) + G(\bar{s}) \quad (3.1.7)$$

上式に式(3.1.5)を代入して計算していくと

$$2\text{Re}(G(j\omega)) = \bar{\mathbf{x}}^T \mathbf{Q} \mathbf{x} \geq 0 \quad (3.1.8)$$

となる. よって $\text{Re}(G(j\omega)) \geq 0$ となることを示せた. 以上のことから式(3.1.5)で表される伝達関数は正実である. また, 上式で $j\omega \rightarrow j\omega + \varepsilon$ とすると

$$2\text{Re}(G(j\omega + \varepsilon)) = \bar{\mathbf{x}}^T (-2\varepsilon \mathbf{P} + \mathbf{Q}) \mathbf{x} \geq 0 \quad (3.1.9)$$

となる. この時, $(\mathbf{I} + k_d \mathbf{b} \mathbf{c}^T)^{-1} (\mathbf{A} - k_p \mathbf{b} \mathbf{c}^T)$ が安定であれば $(\mathbf{I} + k_d \mathbf{b} \mathbf{c}^T)^{-1} (\mathbf{A} - k_p \mathbf{b} \mathbf{c}^T) + \varepsilon \mathbf{I}$ も安定となり, \mathbf{P}, \mathbf{Q} が正定行列ならば上式の $-2\varepsilon \mathbf{P} + \mathbf{Q}$ も正定行列となるような微小正数 ε が存在することになるので, 伝達関数 $G(s)$ は SPR であるといえる. したがって, 微分器を Fig.3.1.3 のように追加することでシステムが ASPR であることを示せた.

ここで例として相対次数が 2 の 2 次システムを考える.

$$G(s) = \frac{b_0}{s^2 + a_1 s + a_0} \quad (3.1.10)$$

上記のシステムは SPR でないことは明らかである. このシステムを Fig.3.1.3 のようにした拡大系を考える. 拡大系は以下のような伝達関数で表される.

$$\begin{aligned} G_1(s) &= \left\{ 1 + (k_p + s k_d) \frac{b_0}{s^2 + a_1 s + a_0} \right\}^{-1} \frac{b_0}{s^2 + a_1 s + a_0} \\ &= \frac{b_0}{s^2 + (a_1 + k_d b_0) s + a_0 + k_p b_0} \end{aligned} \quad (3.1.11)$$

このシステムが SPR であることを示せれば, 微分器を追加した補償器によって ASPR 性を有するといえることができる. 式(3.1.11)が SPR であるか否かを調べるために以下のような逆システムを用いる.

$$G_1^{-1}(s) = \frac{s^2 + (a_1 + k_d b_0) s + a_0 + k_p b_0}{b_0} \quad (3.1.12)$$

ここで, $b_0 \neq 0$ とした. $s = s - \varepsilon$ を代入する.

$$G_1^{-1}(s - \varepsilon) = \frac{(s - \varepsilon)^2 + (a_1 + k_d b_0)(s - \varepsilon) + a_0 + k_p b_0}{b_0} \quad (3.1.13)$$

$s = \sigma + j\omega$ を代入する.

$$G_1^{-1}(\sigma + j\omega - \varepsilon) = \frac{(\sigma + j\omega - \varepsilon)^2 + (a_1 + k_d b_0)(\sigma + j\omega - \varepsilon)}{b_0} + \frac{a_0 + k_p b_0}{b_0} \quad (3.1.14)$$

$$G_1^{-1}(\sigma + j\omega - \varepsilon) = \frac{(\sigma - \varepsilon)^2 + 2j\omega(\sigma - \varepsilon) - \omega^2 + (a_1 + k_d b_0)(\sigma - \varepsilon)}{b_0} + \frac{j\omega(a_1 + k_d b_0) + a_0 + k_p b_0}{b_0}$$

このシステムの実部は以下のようになる。

$$\operatorname{Re}(G_1^{-1}(\sigma + j\omega - \varepsilon)) = \frac{(\sigma - \varepsilon)^2 - \omega^2 + (a_1 + k_d b_0)(\sigma - \varepsilon) + a_0 + k_p b_0}{b_0} \quad (3.1.15)$$

システムが SPR 性を有するためには $\sigma \geq 0$ の時に上式が非負になる必要がある。

$$\operatorname{Re}(G_1^{-1}(\sigma + j\omega - \varepsilon)) \geq 0 \quad (3.1.16)$$

したがって、上式を展開すると以下のようになる。

$$\frac{(\sigma - \varepsilon)^2 - \omega^2 + (a_1 + k_d b_0)(\sigma - \varepsilon) + a_0 + k_p b_0}{b_0} \geq 0$$

$$(\sigma - \varepsilon)^2 - \omega^2 + (a_1 + k_d b_0)(\sigma - \varepsilon) + a_0 + k_p b_0 \geq 0$$

$$\varepsilon \leq \frac{a_1}{2} + \sigma - \frac{\sqrt{a_1^2 + 2a_1 b_0 k_d + 4\sigma a_1 + 4\sigma b_0 k_d + b_0^2 k_d^2 + 4\omega^2 - 4a_0 - 4b_0 k_p}}{2} + \frac{b_0 k_d}{2}, \quad (3.1.17)$$

$$\frac{a_1}{2} + \sigma + \frac{\sqrt{a_1^2 + 2a_1 b_0 k_d + 4\sigma a_1 + 4\sigma b_0 k_d + b_0^2 k_d^2 + 4\omega^2 - 4a_0 - 4b_0 k_p}}{2} + \frac{b_0 k_d}{2} \leq \varepsilon$$

上式より任意の $\sigma (\geq 0)$ や $\omega (\omega^2 < a_0 + k_p b_0)$ などに対して、 k_p や k_d を対応させることで式(3.1.16)を満たすことが可能であるから、式(3.1.11)は SPR である。したがって、微分補償器を追加することによって式(3.1.10)で表されるシステムは ASPR 性を有すると言える。

上記のような微分補償器を用いることでシステムを ASPR 化できることを視覚的にも確認する。ここでは以下のような伝達関数で表される制御対象について考える。

$$G(s) = \frac{1}{s^2 + 5s + 6} \quad (3.1.18)$$

上記のシステムは相対次数が2であるから、ASPR性を有していない。このシステムに $s = \sigma + j\omega$ を代入して実部を求めると以下のような図が得られる。

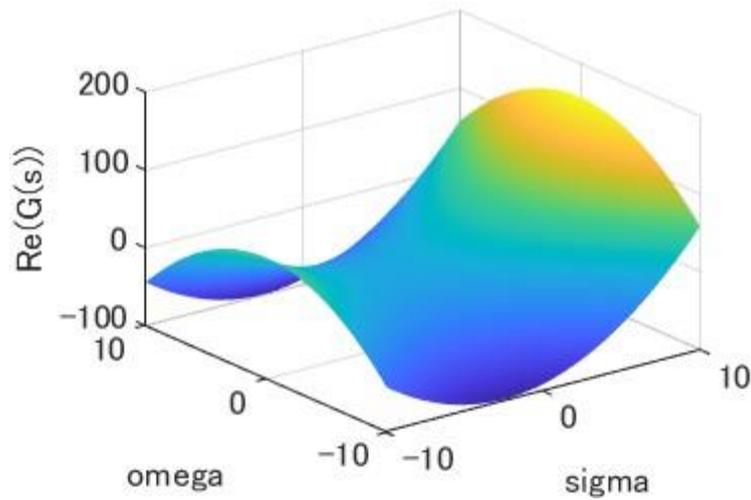


Fig. 3.1. 4 second order system

ASPR性を有するシステムであれば σ に対して比例となる平面となるはずであるが、ASPR性を有していないため曲面となっている。このシステムに対して以下のような微分補償器を用いる。

$$G(s) = s + 1 \quad (3.1.19)$$

上式についても同様にして図で表すと以下のようなになる。

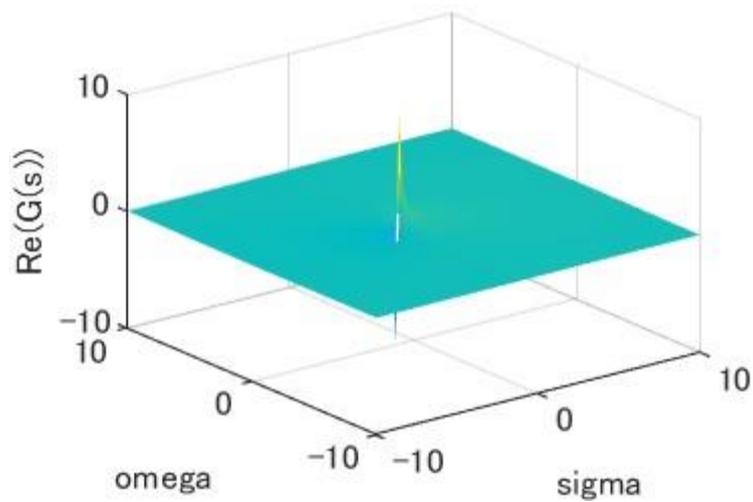


Fig. 3.1. 5 differential compensator

これを用いることで拡大系は下図のようになる。

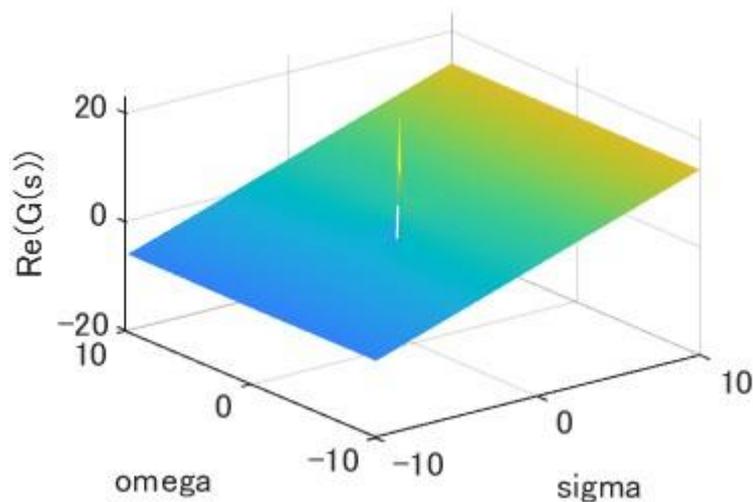


Fig. 3.1. 6 Expanded system

上図より、 σ に対して比例した平面となっていることがわかり、SPR性の条件を満たしているため式(3.1.19)の微分補償器によってASPRとなっていることがわかる。

このように微分補償器を用いてASPR性を拡張することでPFCを使用する必要がなくなるため、PFCを使用することによって伴う問題が生じなくなる。しかし、微分補償器を使用する上では制御対象の相対次数は既知でなければならないという問題点は依然として残ることがここまでの解説から明らかである。

上記の手法の有効性を検証するために数値シミュレーションを行う。一般的な単純適応

制御は以下のように設計される.

$$\begin{aligned}
 u(t) &= \mathbf{k}(t)^T \mathbf{z}(t) \\
 \mathbf{z}(t) &= [e(t) \mathbf{x}_m(t) u_m(t)]^T \\
 \mathbf{k}(t) &= [k_e(t) \mathbf{k}_{xm}(t) k_{um}(t)] \\
 e &= y - y_m
 \end{aligned} \tag{3.1.20}$$

\mathbf{x}_m, u_m, y_m は目標の状態量, 入力, 出力を表している. ここでは制御対象は 1 入出力のシステムとしている.

これに対して, 微分補償器を用いて拡張した場合の制御器は以下のように設計した.

$$\begin{aligned}
 u(t) &= \mathbf{k}(t)^T \mathbf{z}(t) \\
 \mathbf{z}(t) &= [\mathbf{e}(t) \mathbf{x}_m(t) u_m(t)]^T \\
 \mathbf{k}(t) &= [\mathbf{k}_e(t) \mathbf{k}_{xm}(t) k_{um}(t)] \\
 \mathbf{e} &= \mathbf{y} - \mathbf{y}_m
 \end{aligned} \tag{3.1.21}$$

上式で表されるように従来の単純適応制御と大きな変化はないが, 誤差 \mathbf{e} がスカラーではなく, ベクトルになっている. それに伴って \mathbf{k}_e もベクトルとなっている. これは拡張したシステムの ASPR 性を補償するために補償器に微分器が含まれているためである.

まずは従来手法を用いた数値シミュレーションを行う. 制御対象は以下のような相対次数が 2 次の Mass Spring Dumper system を用いた.

$$\begin{aligned}
 \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} x \\ \dot{x} \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -\frac{k}{m} & -\frac{c}{m} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ \dot{x} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} u \\
 y &= [1 \quad 0] \begin{bmatrix} x \\ \dot{x} \end{bmatrix}
 \end{aligned} \tag{3.1.22}$$

適応則は基本調整則の積分型適応調整則を利用する.

$$\begin{aligned}
 \mathbf{k}(t) &= \mathbf{k}_I(t) \\
 \dot{\mathbf{k}}_I(t) &= -\Gamma_I \mathbf{z}(t) e(t)
 \end{aligned} \tag{3.1.23}$$

各パラメータは以下のように設定した.

Table. 3.1. 1 Plant specification

| | | |
|---------------------|------------------|-----|
| Mass | $m[kg]$ | 1.0 |
| Spring constant | $k[N/m]$ | 1.0 |
| Dumping coefficient | $c[N \cdot s/m]$ | 1.0 |

Table. 3.1. 2 Controller

| | |
|------------------------------|------------------------|
| Reference model | $1/(s + 1)$ |
| Desired value | 1 |
| Control parameter Γ_I | $diag([100 \ 10 \ 1])$ |

3-1-1(A)従来手法（サーボ問題）

上記のように設定してシミュレーションを行うと以下のようなになる。

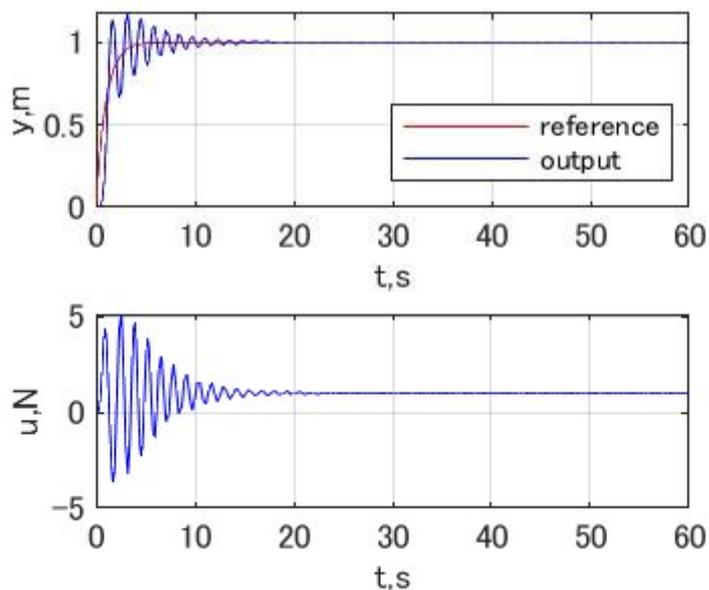


Fig. 3.1. 7 Time responses of system using conventional method

上の図がシステムの位置、下の図が制御入力の時系列データを表している。相対次数が2次で ASPR 性を有していないため、参照モデルに一致した応答を得ることができなかった。さらに、出力を拡大すると下図のようにになっている。

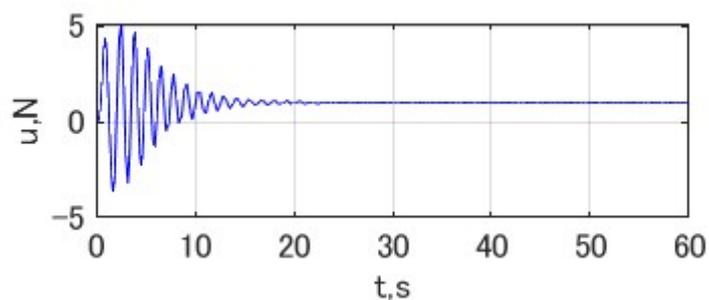


Fig. 3.1. 8 Enlarged view of output

このように高周波数の振動が残り、目標値に完全に一致することなく乱れていることが確認できる。

3-1-1(B)微分補償器を用いた方法（サーボ問題）

同じ制御対象を式(3.1.21)で表される制御器を用いて制御を試みる。ブロック線図は以下のようなになる。

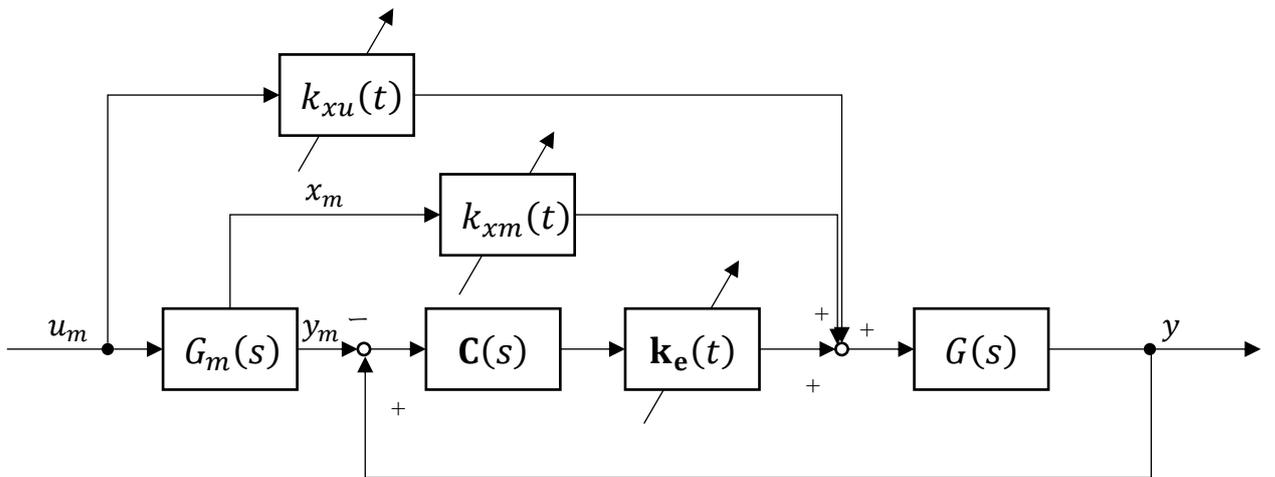


Fig. 3.1. 9 SAC with differential compensator

上図において $C(s)$ が微分補償器を表している. このような制御系を設計して数値シミュレーションを行った結果, 応答が発散した. この原因を究明するために CGT を取り除き, レギュレータ問題とした数値シミュレーションを行う.

3-1-1(C) 従来手法 (レギュレータ問題)

式(3.1.23)で表される従来の単純適応制御の数値シミュレーション結果は以下のようになった.

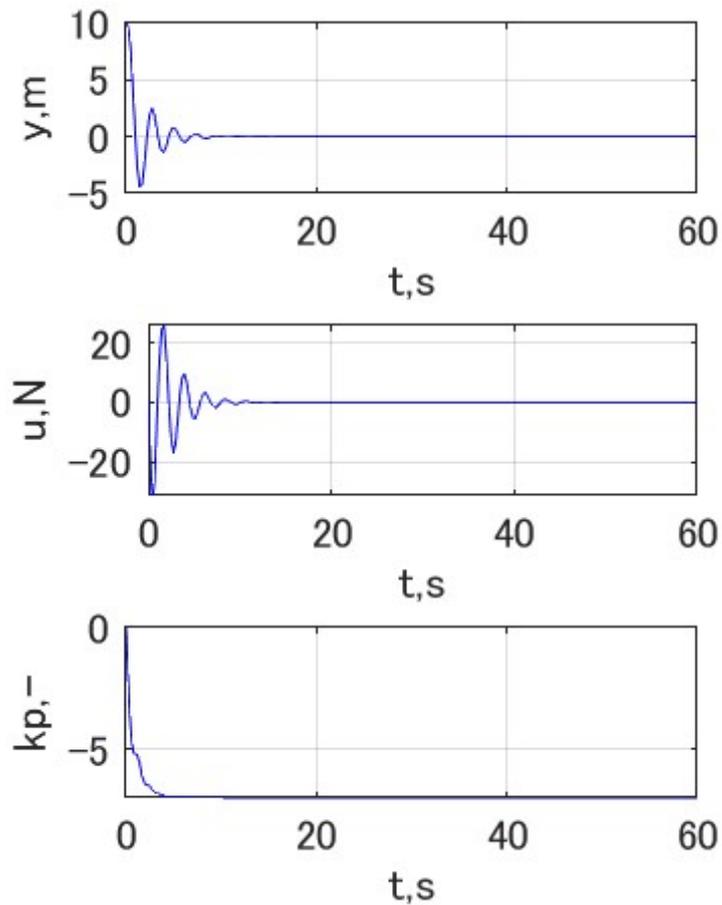


Fig. 3.1. 10 Numerical simulation results of regulator problem using conventional method

上の図が Mass Spring Dumper system の位置, つまり出力である. 真ん中の図は制御入力, 下の図は適応調整則によって調整されたゲインである. 上図に示されるように振動した応答となった. この時の適応調整パラメータを調整することによって振動を抑えることができるが即応性が劣化することがシミュレーションからわかった.

3-1-1(D) 微分補償器を用いた方法 (レギュレータ問題)

これに対して, 微分補償器を用いた方法で数値シミュレーションを行った結果, 以下のようになった.

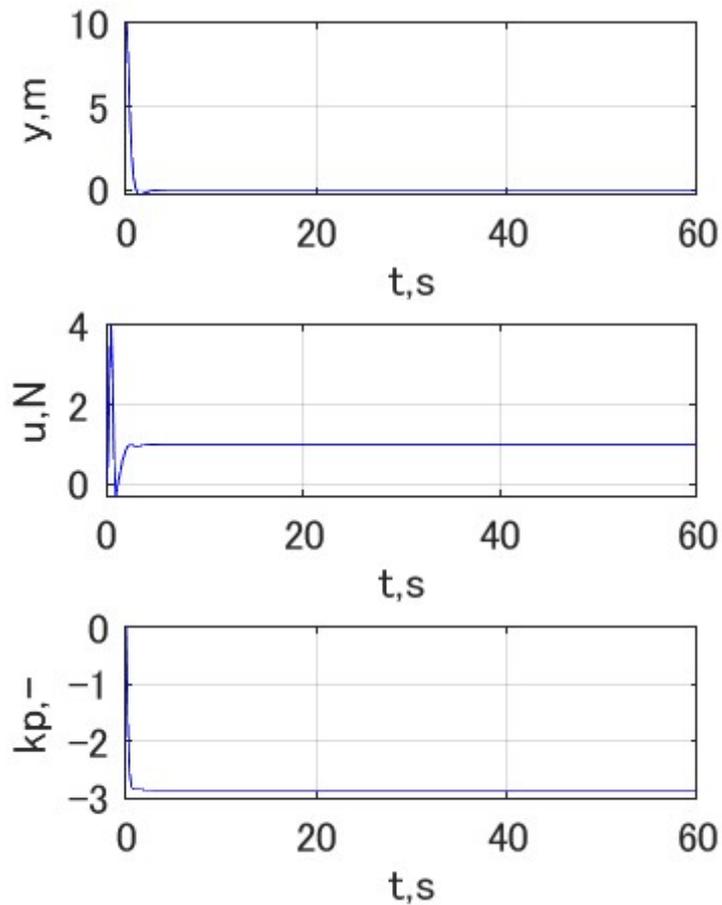


Fig. 3.1. 11 Numerical results of regulator problem using differential compensator

上の図より出力である Mass Spring Dumper system の位置が振動することなく収束していることがわかる。真ん中の図より制御入力も従来手法よりも小さく速やかに収束している。下の図を見ると適応ゲインが Fig. 3.1.10 の結果よりも小さな値に収束していることがわかる。その結果、制御入力も少ない量となっている。上図より、微分補償器を用いた方が従来手法よりも優れていることは明らかである。

CGT を追加して目標値追従をすると発散してしまうため、CGT を追加せずに目標値追従を行うことを試みた。その結果、以下のようになった。

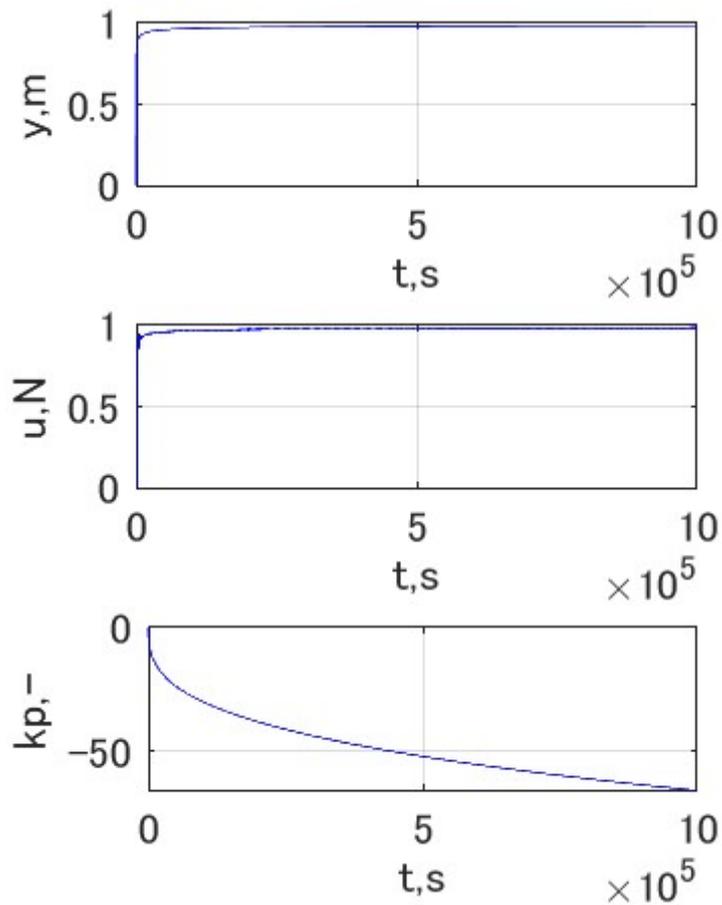


Fig. 3.1. 12 Numerical results of tracking problem without CGT

上図より、目標値である 1 に漸近的に追従していることが確認できる。しかし、収束するまでに長い時間を要するため現実的ではない結果となった。また、この結果から CGT を用いることによって短時間で目標値追従が望めることから、過渡期まで理想的な応答を再現することができることが逆説的に理解できる。

上記のように CGT を除いてレギュレータ問題とすると、微分補償器を用いた方法でも発散せずに良好な結果を得ることができたことから、CGT の設計方法に問題があるのだと考えられる。ここで、改めて Fig.3.1.9 を見ると微分補償器が制御対象にかかっていないことがわかる。そのため、拡大系の ASPR 化を行うことができずに応答が発散したのだと考えられる。CGT を除いたレギュレータ問題では以下のようなブロック線図になっていた。

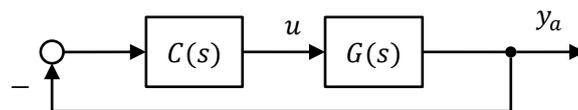


Fig. 3.1. 13 Block diagram with differential compensator in regulator problem

レギュレータ問題では上図のように制御対象に直接微分補償器がかかり, ASPR 化が行えていたため, 制御目標を達成できていたのだと考えられる. したがって, Fig.3.1.9 のように微分補償器を用いる場合は CGT の設計方法にも注意する必要がある.

3-1-2. 直列微分補償器

微分補償器を用いることを想定した CGT の設計も制御目標を達成するための一つの方法であるが, ここでは別の方法で目標達成を試みる. 従来の単純適応制御では制御対象の ASPR 性を補償するために並列フィードフォワード補償器(PFC)を搭載していた. しかし, この手法では制御対象の特徴を既知として PFC を設計しなければ制御性能の劣化を招いていた. そこで, 提案手法では微分補償器を制御対象に直列に接続することで制御対象の ASPR 性を保つ. この時, 微分補償器の係数は適応的に変化させることで制御対象の特徴が未知であっても制御性能の劣化を防ぐことを目指す.

PFC を用いることで得られる拡大系は以下ようになる.

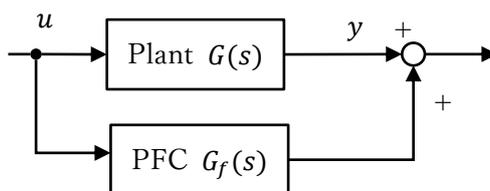


Fig. 3.1. 14 Extended system with PFC

一方, 微分補償器を用いる方法では以下のように, 制御対象に対して直列に接続する.

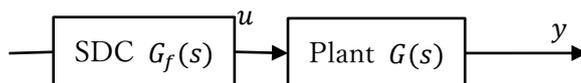


Fig. 3.1. 15 Extended system with SDC

以下では直列微分補償器を SDC (Serial differential compensator) と表記する. このようにすることで, 制御系が Fig.3.1.9 から以下のように変更となる.

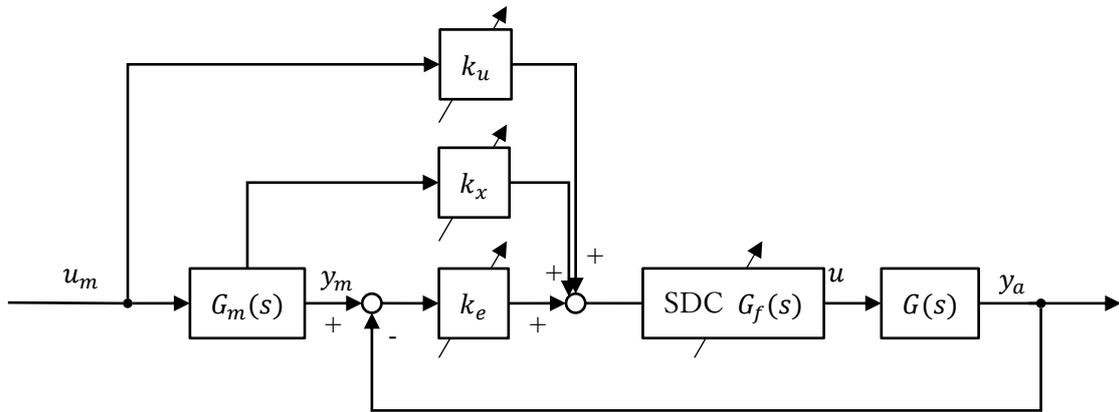


Fig. 3.1. 16 Block diagram of system using SAC with SDC

上図のように制御系を構成することで、制御対象に直接 SDC がかかるため ASPR 化を確実にすることが可能となる。また、このようにして得られる拡大系の出力は制御対象の出力と一致するため、PFC の時に生じていた制御目的を達成できないという問題点を解決することができる。

まずは SDC を用いることの有効性を確認するために、SDC の係数を適応則によって求めるのではなく、係数を固定して制御対象を ASPR 化する数値シミュレーションを行う。ここでも想定する制御対象は Mass Spring Dumper system とする。SDC によってこのシステムを ASPR 化するにあたり、このシステムの ASPR 性について調べる。Mass Spring Dumper system の伝達関数は次式によって与えられる。

$$G(s) = \frac{1}{s^2 + \frac{c}{m}s + \frac{k}{m}} \quad (3.1.24)$$

このシステムの逆数を取ると以下のようなになる。

$$G^{-1}(s) = s^2 + \frac{c}{m}s + \frac{k}{m} \quad (3.1.25)$$

この伝達関数の実部は

$$\begin{aligned} \operatorname{Re}(G^{-1}(s)) &= \frac{G^{-1}(s) + G^{-1}(\bar{s})}{2} \\ &= \frac{s^2 + \bar{s}^2 + \frac{c}{m}(s + \bar{s}) + 2\frac{k}{m}}{2} \\ &= \sigma^2 - \omega^2 + \frac{c}{m}\sigma + \frac{k}{m} \end{aligned} \quad (3.1.26)$$

となり、これをグラフ化すると以下のようなになる。

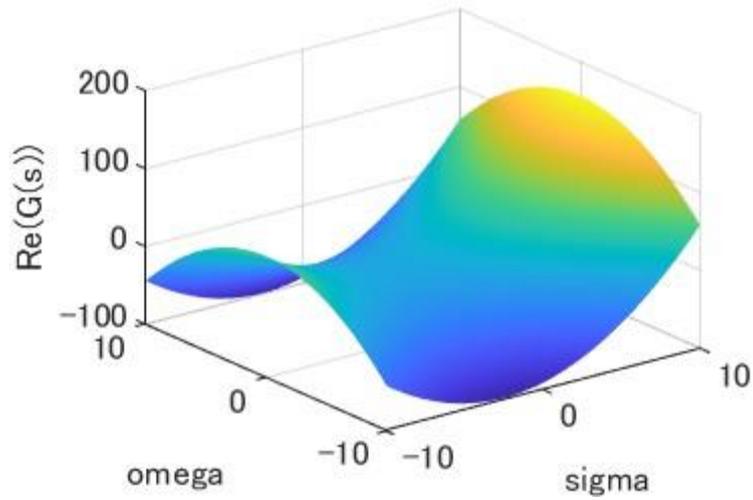


Fig. 3.1. 17 Real part of transfer function of mass-spring-dumper system

ここでは質量 m , ダンパー係数 c , 弾性係数 k はすべて1とした.

ここで, 以下のような SDC を設計する.

$$G_d(s) = s + 1 \quad (3.1.27)$$

これについても同様にしてグラフを描くと以下のようなになる.

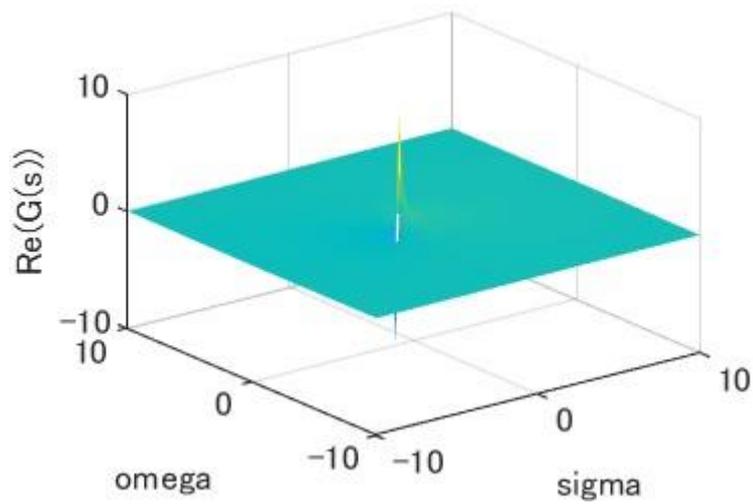


Fig. 3.1. 18 Real part of transfer function of SDC

上記の SDC を用いた結果, 拡大系は以下のようなになる.

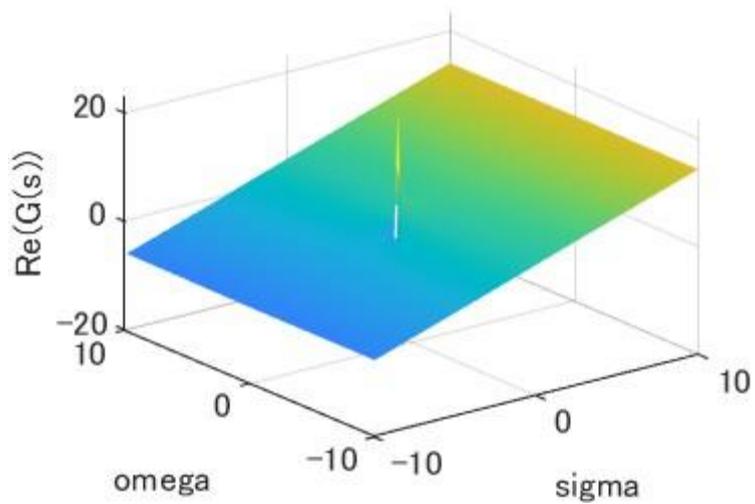


Fig. 3.1. 19 Real part of transfer function of expanded system

この伝達関数は以下のように表される.

$$G(s) = \frac{s + 1}{s^2 + s + 1} \quad (3.1.28)$$

上式を見ると ASPR であることがわかり, 式(3.1.27)の SDC によって正常に ASPR 化できることが確認できた. これを用いて数値シミュレーションを行う.

3-1-2(A)レギュレータ問題

まずはレギュレータ問題に対してのシミュレーション結果を以下に示す.

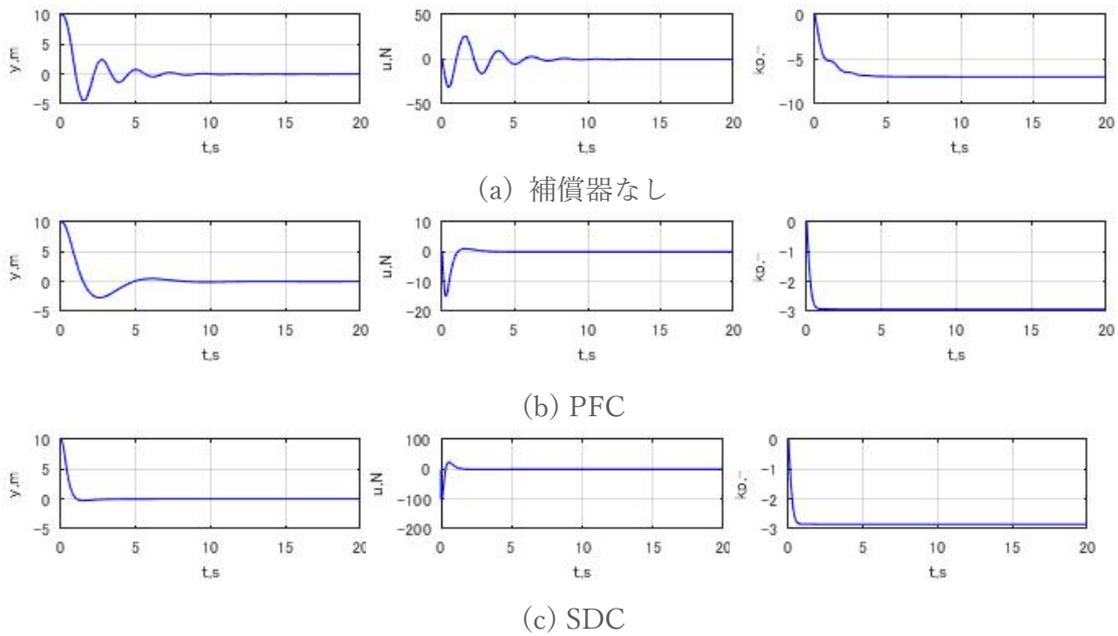


Fig. 3.1.20 Time responses of system in regulator control problem

数値シミュレーションでは補償器を用いずにそのまま制御したもの(a)と制御対象を ASPR 化するために PFC を用いたもの(b)と SDC を用いたもの(c)の3種類を行った。また、各シミュレーションで条件を同じにするために、調整行列は同じものを使用している。

補償器を用いていない場合は収束するまでに振動的な応答になっているが、PFC を用いることで ASPR 化されて振動的な応答が抑制されていることがわかる。この時、PFC は拡大系が SDC を用いたときと同様になるように以下の伝達関数を使用した。

$$G_f(s) = \frac{s}{s^2 + s + 1} \quad (3.1.29)$$

PFC を用いることで制御性能が改善されているが、応答はまだ振動している。これに対して SDC を用いて ASPR 化を行うと、振動がなくなっていることがわかる。しかし、シミュレーション開始時の偏差が大きいため、微分器によって制御入力が高くなってしまっている。

3-1-2(B)サーボ問題

続いて目標値を与えたサーボ問題に対してシミュレーションを行う。その結果、以下のようになった。

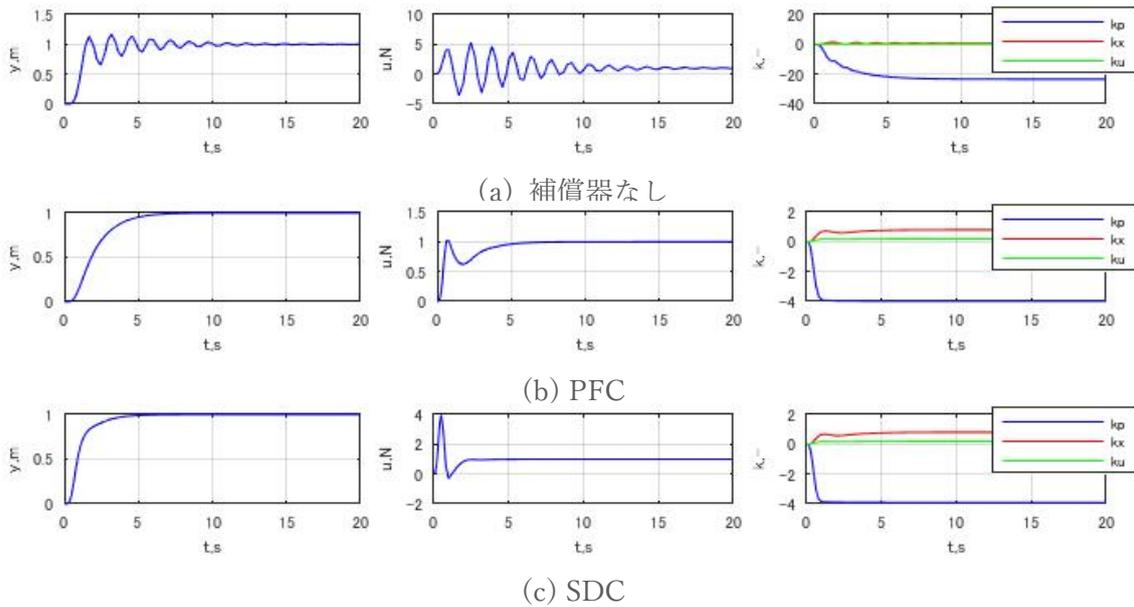


Fig. 3.1. 21 Time responses of system in servo control problem

先ほどのレギュレータ問題と同様，補償器なしの場合は振動的な応答となっている．PFCを用いると応答が振動せずに目標値に追従していることがわかる．SDC の場合は PFC の場合よりも目標到達時間が短く済んでいる．また，レギュレータ問題の場合は制御入力が高大になっていたが，サーボ問題では制御入力は過大にならずに済んでいる．これは CGT を設計する際に理想規範モデルを使用しており，算出される誤差が滑らかに変化するように設計できるため，このような応答となっている．

3-1-2(C) 微分器と High Pass Filter の比較

現実のシステムに適用する場合は厳密に微分することは不可能であることから High Pass Filter (HPF) を利用することになる．そこで，HPF を用いることで制御性能にどれほどの影響があるのかを確認する．ここでは以下のような制御対象を用いた．

$$G(s) = \frac{0.5}{(s+1)(s+0.5)} \quad (3.1.30)$$

SDC は以下のようなものを設計した．

$$G_d(s) = s + 1 \quad (3.1.31)$$

このようにすることで，拡大系は以下のような ASPR 性を有するシステムとなる．

$$G(s) \times G_d(s) = \frac{0.5}{s+0.5} \quad (3.1.32)$$

上記のようにして設計された SDC を用いて数値シミュレーションを行った結果，以下のようになった．

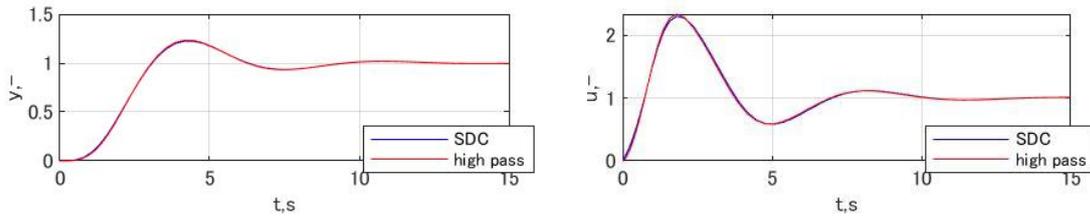


Fig. 3.1. 22 Comparison of differential SDC and HPF

ここで用いているハイパスフィルタは以下である。

$$HPF(s) = \frac{s}{0.1s + 1} \quad (3.1.33)$$

上式における分母多項式のsの係数を小さくすればするほど厳密な微分に近づく。しかし、この係数を小さくしすぎると以下のように制御入力が振動し、発散してしまうため注意が必要である。

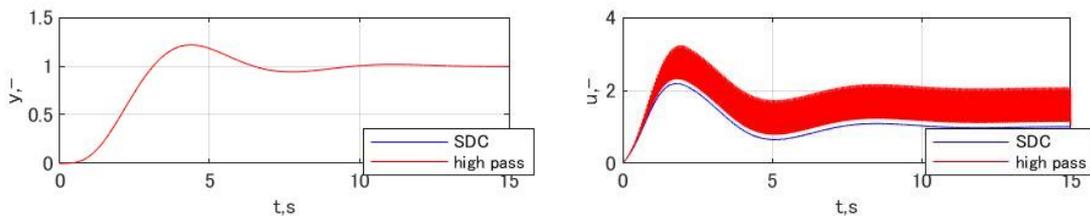


Fig. 3.1. 23 Comparison of differential SDC and HPF with HPF $\frac{s}{0.001s+1}$

Fig.3.1.22 を見てわかるように、HPF の分母多項式のsの係数は 0.1 程度で十分な性能を有していることがわかる。

3-1-2(D) 係数を適応させる理由

上記の数値シミュレーションでは SDC の係数を固定して制御系設計を行っていた。本研究の最終目標は固定翼航空機を目的の位置に自動着陸させることである。この時の固定翼航空機は風外乱や地面効果などによって、機体に働く力が変化し続ける。そのため、制御対象の特性が変化することになる。これに対して SDC の係数を固定したものを利用すると、制御対象を ASPR 化できない恐れがある。上記のように設計された SDC の係数は、システムが既知であり、変化しないとして設計していた。そのため、システムが正確にわかっていない場合や周囲の環境によって変化する場合は設計していた SDC では ASPR 化できなくなり、システムの安定性を保証することができなくなる。このような理由から、SDC の係数を固定するのではなく、出力されたデータに基づいて適応させることが望ましい。

3-2. SISO に対する安定解析

SDC の係数を決定する適応則を導出するために SISO システムを制御対象とした安定解析を行う。

3-2-1. SISO システムに対する適応 SDC の適応側の導出

SDC を搭載した場合の適応制御による誤差は以下ようになる。

$$\begin{aligned}
 y &= G[\boldsymbol{\alpha}^T \mathbf{S} \bar{u}] \\
 &= G \left[\boldsymbol{\alpha}^{*T} \mathbf{S} \frac{\boldsymbol{\alpha}^T \mathbf{S}}{\boldsymbol{\alpha}^{*T} \mathbf{S}} \bar{u} \right] \\
 &= G^* \left[\frac{\boldsymbol{\alpha}^T \mathbf{S}}{\boldsymbol{\alpha}^{*T} \mathbf{S}} \bar{u} \right] \\
 &= G^* \left[\left(1 + \frac{\Delta \boldsymbol{\alpha}^T \mathbf{S}}{\boldsymbol{\alpha}^{*T} \mathbf{S}} \right) \bar{u} \right] \\
 e &= G^* \left[\left(1 + \frac{\Delta \boldsymbol{\alpha}^T \mathbf{S}}{\boldsymbol{\alpha}^{*T} \mathbf{S}} \right) \bar{u} \right] - G^*[u^*] \\
 &= G^* \left[(\bar{u} - u^*) + \frac{\Delta \boldsymbol{\alpha}^T \mathbf{S}}{\boldsymbol{\alpha}^{*T} \mathbf{S}} \bar{u} \right]
 \end{aligned} \tag{3.2.1}$$

ここで,

$$\boldsymbol{\alpha}^T \mathbf{S} = [\alpha_h \quad \alpha_{h-1} \quad \cdots \quad \alpha_1 \quad \alpha_0] \begin{bmatrix} s^h \\ s^{h-1} \\ \vdots \\ s \\ 1 \end{bmatrix} \tag{3.2.2}$$

$$\Delta \boldsymbol{\alpha} = \boldsymbol{\alpha} - \boldsymbol{\alpha}^*$$

としている。また、*がついているものはその値の理想を表している。式(3.2.1)を状態空間表現に変換すると以下ようになる。

$$\dot{\mathbf{x}}_e = \mathbf{A}_e \mathbf{x}_e + \mathbf{B}_e \left\{ (\bar{u} - u^*) + \frac{\Delta \boldsymbol{\alpha}^T \mathbf{S}}{\boldsymbol{\alpha}^{*T} \mathbf{S}} \bar{u} \right\} \tag{3.2.3}$$

$$e = \mathbf{C}_e^T \mathbf{x}_e$$

上式において \bar{u} は適応制御入力を表している。

$$\bar{u} = \mathbf{k}^T \mathbf{z}$$

$$\mathbf{k} = [k_e \quad \mathbf{k}_{\mathbf{x}_m} \quad k_{u_m}]^T \tag{3.2.4}$$

$$\mathbf{z} = [e \quad \mathbf{x}_m \quad u_m]$$

また、 u^* は CGT の解であり、次式によって求められる。

$$\begin{bmatrix} \mathbf{x}^* \\ u^* \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{S}_{11} & \mathbf{S}_{12} \\ \mathbf{S}_{21} & \mathbf{S}_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{x}_m \\ u_m \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \boldsymbol{\Omega}_{11} \\ \boldsymbol{\Omega}_{21} \end{bmatrix} \mathbf{v} \tag{3.2.5}$$

これを用いると式(3.2.3)中の $\bar{u} - u^*$ は以下ようになる。

$$\begin{aligned}
\bar{u} - u^* &= k_e e + \mathbf{k}_{xm} \mathbf{x}_m + k_{um} u_m - (\mathbf{S}_{21} \mathbf{x}_m + S_{22} u_m + \Omega_{21} v) + k_e^* e - k_e^* e \\
&= (k_e - k_e^*) e + (\mathbf{k}_{xm} - \mathbf{S}_{21}) \mathbf{x}_m + (k_{um} - S_{22}) u_m + k_e^* e - \Omega_{21} v \\
&= \boldsymbol{\zeta}^T \mathbf{z} + k_e^* e - \Omega_{21} v
\end{aligned} \tag{3.2.6}$$

以上より式(3.2.3)は以下のように書き改められる.

$$\begin{aligned}
\dot{\mathbf{x}}_e &= (\mathbf{A}_e + k_e \mathbf{B}_e \mathbf{C}_e^T) \mathbf{x}_e + \mathbf{B}_e (\mathbf{k} - \mathbf{k}^*)^T \mathbf{z} + \mathbf{B}_e k_e^* e - \mathbf{B}_e \Omega_{21} v + \mathbf{B}_e \boldsymbol{\Lambda}^T \mathbf{H} \bar{u} \\
&= \mathbf{A}' \mathbf{x}_e + \mathbf{B}_e \boldsymbol{\zeta}^T \mathbf{z} + \mathbf{B}_e k_e^* e - \mathbf{B}_e \Omega_{21} v + \mathbf{B}_e \boldsymbol{\Lambda}^T \mathbf{H} \bar{u} \\
e &= \mathbf{C}_e^T \mathbf{x}_e
\end{aligned} \tag{3.2.7}$$

上式において $\boldsymbol{\Lambda}^T \mathbf{H}$ は

$$\begin{aligned}
\boldsymbol{\Lambda}^T \mathbf{H} &= \frac{\Delta \boldsymbol{\alpha}^T \mathbf{S}}{\boldsymbol{\alpha}^{*T} \mathbf{S}} \\
&= [\Delta \alpha_h \quad \Delta \alpha_{h-1} \quad \cdots \quad \Delta \alpha_1 \quad \Delta \alpha_0] \begin{bmatrix} s^h \\ \hline \alpha_h^* s^h + \cdots + \alpha_0^* \\ s^{h-1} \\ \hline \alpha_h^* s^h + \cdots + \alpha_0^* \\ \vdots \\ s \\ \hline \alpha_h^* s^h + \cdots + \alpha_0^* \\ 1 \\ \hline \alpha_h^* s^h + \cdots + \alpha_0^* \end{bmatrix}
\end{aligned} \tag{3.2.8}$$

このシステムに対して以下のようなリアプノフ関数の候補を設計する.

$$\begin{aligned}
V &= V_1 + V_2 + V_3 \\
V_1 &= \mathbf{x}_e^T \mathbf{P} \mathbf{x}_e \\
V_2 &= \boldsymbol{\zeta}^T \boldsymbol{\Gamma}^{-1} \boldsymbol{\zeta} \\
V_3 &= \boldsymbol{\Lambda}^T \boldsymbol{\xi}^{-1} \boldsymbol{\Lambda}
\end{aligned} \tag{3.2.9}$$

これを微分すると以下ようになる.

$$\begin{aligned}
\dot{V}_1 &= \dot{\mathbf{x}}_e^T \mathbf{P} \mathbf{x}_e + \mathbf{x}_e^T \mathbf{P} \dot{\mathbf{x}}_e \\
&= \mathbf{x}_e^T (\mathbf{A}' \mathbf{P} + \mathbf{P} \mathbf{A}') \mathbf{x}_e + 2 \mathbf{z}^T \boldsymbol{\zeta} \mathbf{B}_e^T \mathbf{P} \mathbf{x}_e - 2 (\mathbf{B}_e \Omega_{21} v)^T \mathbf{P} \mathbf{x}_e \\
&\quad + 2 (\mathbf{B}_e \boldsymbol{\Lambda}^T \mathbf{H} \bar{u})^T \mathbf{P} \mathbf{x}_e
\end{aligned} \tag{3.2.10}$$

ここで, 式(3.2.7)で表されるシステムは ASPR であるから以下のカルマン・ヤクボビッチの補題が成り立つ.

$$\begin{aligned}
\mathbf{A}'^T \mathbf{P} + \mathbf{P} \mathbf{A}' &= -\mathbf{Q} \\
\mathbf{b}^T \mathbf{P} &= \mathbf{c}^T
\end{aligned} \tag{3.2.11}$$

ここで, \mathbf{P}, \mathbf{Q} は正定対称行列である. したがって, 式(3.2.10)は以下ようになる.

$$\dot{V}_1 = -\mathbf{x}_e^T \mathbf{Q} \mathbf{x}_e + 2 \mathbf{z}^T \boldsymbol{\zeta} e - 2 (\mathbf{B}_e \Omega_{21} v)^T \mathbf{P} \mathbf{x}_e + 2 (\boldsymbol{\Lambda}^T \mathbf{H} \bar{u})^T e \tag{3.2.12}$$

続いて

$$\dot{V}_2 = \boldsymbol{\zeta}^T \boldsymbol{\Gamma}^{-1} \boldsymbol{\zeta} + \boldsymbol{\zeta}^T \boldsymbol{\Gamma}^{-1} \dot{\boldsymbol{\zeta}} = -2 \mathbf{z}^T \boldsymbol{\zeta} e \tag{3.2.13}$$

とするには

$$\dot{\boldsymbol{\zeta}} = -\boldsymbol{\Gamma} \boldsymbol{\zeta} e \tag{3.2.14}$$

とすれば良い。最後に

$$\begin{aligned}\dot{V}_3 &= \dot{\Lambda}^T \xi^{-1} \Lambda + \Lambda^T \xi^{-1} \dot{\Lambda} \\ &= 2\Lambda^T \xi^{-1} \dot{\alpha} = -2\Lambda^T \mathbf{H} \bar{u} e\end{aligned}\quad (3.2.15)$$

となれば良いので

$$\dot{\alpha} = -\xi \mathbf{H} \bar{u} e \quad (3.2.16)$$

ここで、 \mathbf{H} は式(3.2.8)に示したように理想的な値を含んでいる。理想的な値は未知であるが、制御器を設計する際は任意のフィルターとして設定する。また、SDC で用いる微分器は現実的ではないので HPF: High Pass Filter を利用する。

上記で設計した制御器の有効性を数値シミュレーションによって検証する。

3-2-1(A) 適応 PFC との比較

制御対象は適応 PFC と比較するために、文献[3.2.1]に記載されていた以下のシステムを用いた。

$$G(s) = \frac{1}{s^3 + 30s^2 + 40s + 100} \quad (3.2.17)$$

まずはステップ入力を加えたときの結果は以下のようになった。

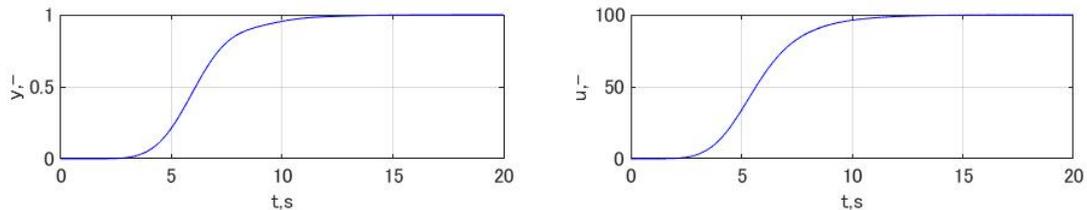


Fig. 3.2. 1 Step responses

上図は各ゲインは単位行列としたときの結果である。これに対して適応 PFC を用いた場合は以下のような結果が論文に掲載されている。

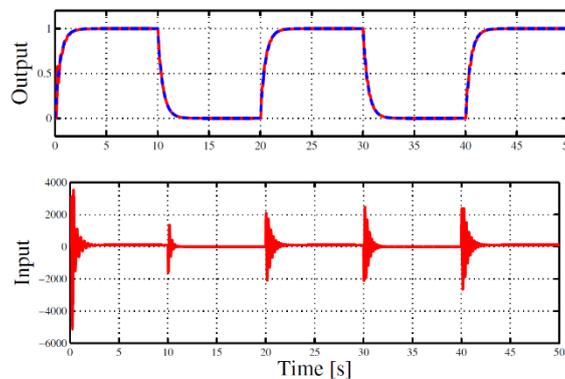


Fig. 3.2. 2 Step responses using adaptive PFC^[3.2.1]

結果を見ると明らかなように適応 PFC は制御入力が過大である。しかし、目標到達時間は適応 PFC の方が早くなっている。適応 SDC は立ち上がりが遅くなっているが、これは適応 SDC の初期値を調整することで解決できることがシミュレーションで以下のように確認されている。

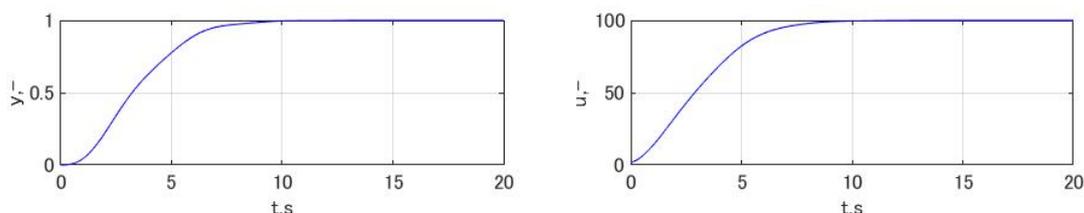


Fig. 3.2.3 Step responses using adaptive SDC with adjustment of its initial condition

適応 PFC の論文と同様にステップ入力を切り替えた場合のシミュレーションも行った。

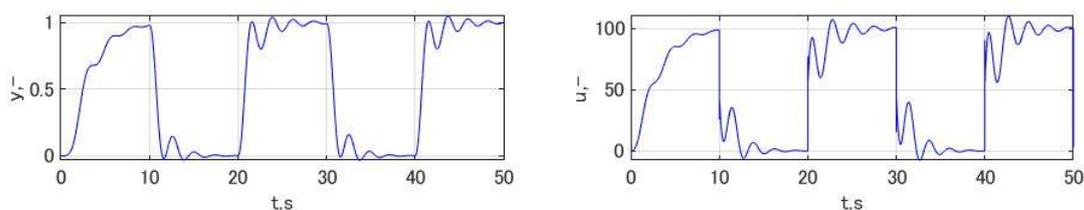


Fig. 3.2.4 Time responses for square wave command

適応 SDC は目標値に到達するまでに時間がかかるため、上図に示されるように急激な目標値の変更を追いついていない。また上記のシミュレーション結果を得るために、高次の微分係数がかなり小さくなるようにゲインを設定した。高次の微分係数が存在すると目標値が切り替わるタイミングで制御入力が過大になってしまうことが確認されたためこのように設定して数値シミュレーションを行った。

3-2-1(B) sin 波に対する追従性

続いて、目標値が滑らかに変化するのであれば、制御入力 that 過大にならずに追従できるのかを確認するために sin 波を用いたシミュレーションを行った。

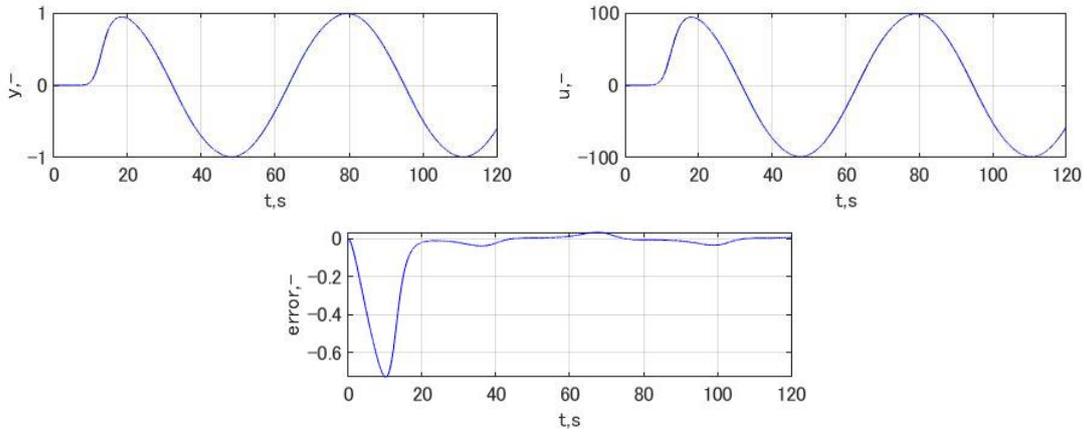


Fig. 3.2. 5 Time responses for sinusoidal command

上図において sin 波の周波数は0.1[rad/sec]としている。この周波数が大きくなると制御入力が過大となる。

3-2-1(C) Boeing747 に適用

以下の伝達関数で表される Boeing 747 に適用した結果は以下。

$$\begin{aligned} \frac{\theta(s)}{\delta_e(s)} &= \frac{-1.16(s + 0.0113)(s + 0.295)}{s^4 + 0.7527s^3 + 0.9387s^2 + 0.009496s + 0.004209} \\ &= \frac{-\frac{29}{25}s^2 - \frac{88827}{250000}s - \frac{193343}{5000000}}{s^4 + 0.7527s^3 + 0.9387s^2 + 0.009496s + 0.004209} \end{aligned} \quad (3.2.18)$$

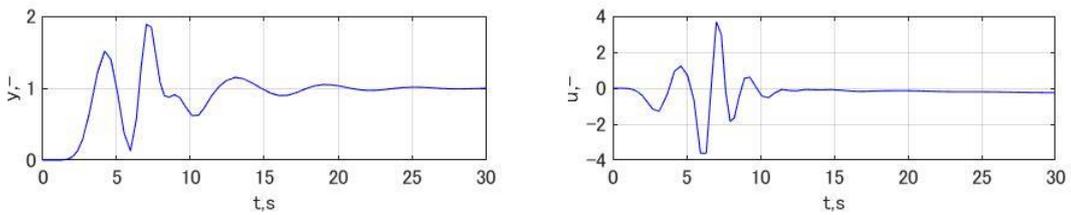


Fig. 3.2. 6 Time responses of Boeing 747

上図より、目標値に収束させることはできているが、応答が振動的で乱れており、制御性能が優れているとはいえない結果となっている。

3-2-1(D) 小型固定翼航空機 (SAVANNA) に適用

以下の伝達関数で表される小型固定翼航空機の SAVANNA に適用した結果は以下のようになった。

$$\frac{\theta(s)}{\delta_e(s)} = \frac{-4.114}{s^2 + 0.3808s} \quad (3.2.19)$$

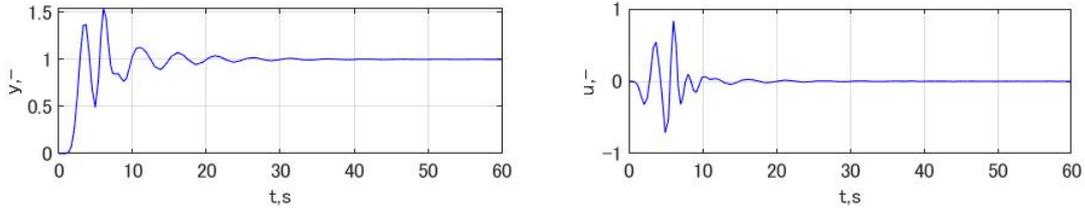


Fig. 3.2. 7 Time responses of small fixed-wing UAV

こちらも Boeing 747 と同様，応答が振動している．制御入力は小さく済んでいるが，制御性能が良好とはいえない結果となった．また，式(3.2.18)と式(3.2.19)を見ると明らかなように最高位係数が負になっているため，ASPR 化するために SDC の符号を逆にしなければシミュレーションが発散する．

3-2-2. 数値シミュレーションから得た課題

上記のようなシミュレーションを行った結果，以下のような課題が見つかった．

- i. 最高位係数が負の場合は SDC の係数を負にする必要がある．つまり，最高位係数の符号が既知でなければならない
- ii. 理想的な SDC を使用する必要があるが，任意の関数を使用している．この関数の設定によっては発散する
- iii. 立ち上がりが遅い．SDC の初期値を設定することで対処可能．
- iv. 微分器ではなく HPF を使用しているため，理論とは異なる
- v. HPF の係数によって制御性能に大きな影響がある
- vi. 適応則のパラメータの値によっては発散する

以上のような課題が依然として残ってはいるが，安定解析によって求められた適応則を用いることで目標追従が可能であることが確認できた．続いて，MIMO システムに対する安定解析を行う．

3-3. MIMO に対する安定解析

3-3-1. MIMO に対する適応 SDC の適応則導出

以下の状態方程式で表されるシステムを考える．

$$\begin{aligned}\dot{\mathbf{x}} &= \mathbf{Ax} + \mathbf{Bu} \\ \mathbf{y} &= \mathbf{Cx}\end{aligned}\tag{3.3.1}$$

上式において

$$\begin{aligned}\mathbf{x} &\in \mathbb{R}^n, \mathbf{u} \in \mathbb{R}^m, \mathbf{y} \in \mathbb{R}^m \\ \mathbf{A} &\in \mathbb{R}^{n \times n}, \mathbf{B} \in \mathbb{R}^{n \times m}, \mathbf{C} \in \mathbb{R}^{m \times n}\end{aligned}\tag{3.3.2}$$

としている．ここで，式(1)のシステムの ASPR 性を補償するために適応 SDC を用いたと

きの制御入力は次式によって求められる。

$$\begin{aligned} \mathbf{u} &= \boldsymbol{\alpha}^T \bar{\mathbf{S}} \mathbf{u} \\ &= \begin{bmatrix} \boldsymbol{\alpha}_1^T \mathbf{S}_1 & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ 0 & \boldsymbol{\alpha}_2^T \mathbf{S}_2 & \cdots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & \boldsymbol{\alpha}_{m-1}^T \mathbf{S}_{m-1} & 0 \\ 0 & 0 & \cdots & 0 & \boldsymbol{\alpha}_m^T \mathbf{S}_m \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{u}_1 \\ \bar{u}_2 \\ \vdots \\ \bar{u}_{m-1} \\ \bar{u}_m \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (3.3.3)$$

$\boldsymbol{\alpha}^T \mathbf{S}$ が適応 SDC を表しており， $\boldsymbol{\alpha}$ をシステムに応じて適応する。ここで

$$\boldsymbol{\alpha}_i^T \mathbf{S}_i = [{}_i\alpha_h \quad {}_i\alpha_{h-1} \quad \cdots \quad {}_i\alpha_1 \quad {}_i\alpha_0] \begin{bmatrix} s^h \\ s^{h-1} \\ \vdots \\ s \\ 1 \end{bmatrix} \quad (3.3.4)$$

$$\boldsymbol{\alpha}_i \ (i = 1, \dots, m) \in \mathbb{R}^{(h+1)}, \mathbf{S}_i \in \mathbb{R}^{(h+1)}, \boldsymbol{\alpha}^T \mathbf{S} \in \mathbb{R}^{m \times m}, \bar{\mathbf{u}} \in \mathbb{R}^m$$

である。 $\bar{\mathbf{u}}$ は単純適応制御入力を表しており，次式で表される。

$$\begin{aligned} \bar{\mathbf{u}} &= \mathbf{k}^T \mathbf{z} \\ \mathbf{k} &= [\mathbf{k}_e \quad \mathbf{k}_{x_m} \quad \mathbf{k}_{u_m}]^T, \mathbf{z} = [\mathbf{e} \quad \mathbf{x}_m \quad \mathbf{u}_m]^T \\ \mathbf{k} &\in \mathbb{R}^{3m \times m}, \mathbf{z} \in \mathbb{R}^{3m} \end{aligned} \quad (3.3.5)$$

ここで， \mathbf{e} は目標値との誤差， \mathbf{x}_m と \mathbf{u}_m は目標状態量と目標入力， $\mathbf{k}_e, \mathbf{k}_{x_m}, \mathbf{k}_{u_m}$ はそれぞれ誤差，目標状態量，目標入力に対する適応制御ゲインを表している。目標状態量 \mathbf{x}_m は目標入力 \mathbf{u}_m と任意に設計された規範モデルを用いて求められる。

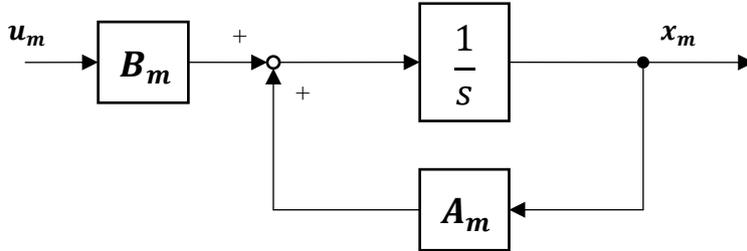


Fig. 3.3. 1 Block diagram of reference model

それぞれの値の次元は以下のようにになっている。

$$\begin{aligned} \mathbf{k}_e &\in \mathbb{R}^{m \times m}, \mathbf{k}_{x_m} \in \mathbb{R}^{m \times m}, \mathbf{k}_{u_m} \in \mathbb{R}^{m \times m} \\ \mathbf{e} &\in \mathbb{R}^m, \mathbf{x}_m \in \mathbb{R}^m, \mathbf{u}_m \in \mathbb{R}^m \\ \mathbf{A}_m &\in \mathbb{R}^{m \times m}, \mathbf{B}_m \in \mathbb{R}^{m \times m} \end{aligned} \quad (3.3.6)$$

以上より，式(3.3.1)は以下のようなになる。

$$\begin{aligned}
\dot{\mathbf{x}} &= \mathbf{A}\mathbf{x} + \mathbf{B}\mathbf{u} \\
&= \mathbf{A}\mathbf{x} + \mathbf{B}\boldsymbol{\alpha}^T\mathbf{S}\bar{\mathbf{u}} \\
&= \mathbf{A}\mathbf{x} + \mathbf{B}(\boldsymbol{\alpha}^{*T}\mathbf{S})(\boldsymbol{\alpha}^{*T}\mathbf{S})^{-1}\boldsymbol{\alpha}^T\mathbf{S}\bar{\mathbf{u}} \\
&= \mathbf{A}\mathbf{x} + \mathbf{B}(\boldsymbol{\alpha}^{*T}\mathbf{S})^{-1}\boldsymbol{\alpha}^T\mathbf{S}\bar{\mathbf{u}} \\
\mathbf{y} &= \mathbf{C}^*\mathbf{x}
\end{aligned} \tag{3.3.7}$$

ここで、*が付いている値はそれぞれの理想値を表している。つまり、適応 SDC の係数 $\boldsymbol{\alpha}$ が理想値になるとシステムは ASPR 化されることになるので出力行列の \mathbf{C} も理想値となる。

出力値 \mathbf{y} と目標値 \mathbf{y}^* の誤差 \mathbf{e} は以下のように求められる。

$$\mathbf{e} = \mathbf{y} - \mathbf{y}^* = \mathbf{C}^*(\mathbf{x} - \mathbf{x}^*) = \mathbf{C}^*\mathbf{e}_x \tag{3.3.8}$$

ここで、 $\mathbf{e}_x = \mathbf{x} - \mathbf{x}^*$ としている。 \mathbf{e}_x を微分すると式(3.3.7)より以下ようになる。

$$\begin{aligned}
\dot{\mathbf{e}}_x &= \mathbf{A}\mathbf{x} + \mathbf{B}(\boldsymbol{\alpha}^{*T}\mathbf{S})^{-1}\boldsymbol{\alpha}^T\mathbf{S}\bar{\mathbf{u}} - (\mathbf{A}\mathbf{x}^* + \mathbf{B}\mathbf{u}^*) \\
&= \mathbf{A}\mathbf{e}_x + \mathbf{B}\left\{(\boldsymbol{\alpha}^{*T}\mathbf{S})^{-1}\boldsymbol{\alpha}^T\mathbf{S}\bar{\mathbf{u}} - \bar{\mathbf{u}}^*\right\} \\
&= \mathbf{A}\mathbf{e}_x + \mathbf{B}\left\{(\boldsymbol{\alpha}^{*T}\mathbf{S})^{-1}(\Delta\boldsymbol{\alpha} + \boldsymbol{\alpha}^*)^T\mathbf{S}\bar{\mathbf{u}} - \bar{\mathbf{u}}^*\right\} \\
&= \mathbf{A}\mathbf{e}_x + \mathbf{B}\left\{(\boldsymbol{\alpha}^{*T}\mathbf{S})^{-1}\Delta\boldsymbol{\alpha}^T\mathbf{S}\bar{\mathbf{u}} + (\bar{\mathbf{u}} - \bar{\mathbf{u}}^*)\right\}
\end{aligned} \tag{3.3.9}$$

上式において $\Delta\boldsymbol{\alpha} = \boldsymbol{\alpha} - \boldsymbol{\alpha}^*$ としている。 $\bar{\mathbf{u}}^*$ は適応制御入力の理想値を表しており、本手法では CGT (Command Generator Tracker) 解を用いる。

以下のような理想規範モデルを設計する。

$$\begin{aligned}
\dot{\mathbf{x}}_m &= \mathbf{A}_m\mathbf{x}_m + \mathbf{b}_m\mathbf{u} \\
\mathbf{y}_m &= \mathbf{C}_m\mathbf{x}_m
\end{aligned} \tag{3.3.10}$$

上式における出力 \mathbf{y}_m を目標値に完全追従させるような理想フィードフォワード制御入力は以下のように設計される CGT によって求めることができる。

$$\begin{bmatrix} \mathbf{x}^* \\ \mathbf{u}^* \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{S}_{11} & \mathbf{S}_{12} \\ \mathbf{S}_{21} & \mathbf{S}_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{x}_m \\ \mathbf{u}_m \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \boldsymbol{\Omega}_{11} \\ \boldsymbol{\Omega}_{21} \end{bmatrix} \mathbf{v} \tag{3.3.11}$$

式(3.3.5), (3.3.11)より

$$\begin{aligned}
\bar{\mathbf{u}} - \bar{\mathbf{u}}^* &= \mathbf{k}_e\mathbf{e} + \mathbf{k}_{xm}\mathbf{x}_m + \mathbf{k}_{um}\mathbf{u}_m - (\mathbf{S}_{21}\mathbf{x}_m + \mathbf{S}_{22}\mathbf{u}_m + \boldsymbol{\Omega}_{21}\mathbf{v}) + \mathbf{k}_e^*\mathbf{e} \\
&\quad - \mathbf{k}_e^*\mathbf{e} \\
&= (\mathbf{k}_e - \mathbf{k}_e^*)\mathbf{e} + (\mathbf{k}_{xm} - \mathbf{S}_{21})\mathbf{x}_m + (\mathbf{k}_{um} - \mathbf{S}_{22})\mathbf{u}_m + \mathbf{k}_e^*\mathbf{e} - \boldsymbol{\Omega}_{21}\mathbf{v} \\
&= \boldsymbol{\zeta}^T\mathbf{z} + \mathbf{k}_e^*\mathbf{C}^*\mathbf{e}_x - \boldsymbol{\Omega}_{21}\mathbf{v}
\end{aligned} \tag{3.3.12}$$

となる。ここで、 $\boldsymbol{\zeta} = \mathbf{k} - \mathbf{k}^*$ としている。したがって式(3.3.9)は以下ようになる。

$$\begin{aligned}
\dot{\mathbf{e}}_x &= (\mathbf{A} + \mathbf{B}\mathbf{k}_e^*\mathbf{C}^{*T})\mathbf{e}_x + \mathbf{B}\boldsymbol{\zeta}^T\mathbf{z} + \mathbf{B}(\boldsymbol{\alpha}^{*T}\mathbf{S})^{-1}\Delta\boldsymbol{\alpha}^T\mathbf{S}\bar{\mathbf{u}} - \mathbf{B}\boldsymbol{\Omega}_{21}\mathbf{v} \\
&= \mathbf{A}'\mathbf{e}_x + \mathbf{B}\boldsymbol{\zeta}^T\mathbf{z} + \mathbf{B}(\boldsymbol{\alpha}^{*T}\mathbf{S})^{-1}\Delta\boldsymbol{\alpha}^T\mathbf{S}\bar{\mathbf{u}} - \mathbf{B}\boldsymbol{\Omega}_{21}\mathbf{v} \\
\mathbf{e} &= \mathbf{C}^*\mathbf{e}_x
\end{aligned} \tag{3.3.13}$$

上式において $\mathbf{A}' = \mathbf{A} + \mathbf{B}\mathbf{k}_e^*\mathbf{C}^{*T}$ としている。ここで

$$\begin{aligned}
(\boldsymbol{\alpha}^{*\text{T}}\mathbf{S})^{-1}\Delta\boldsymbol{\alpha}^{\text{T}}\mathbf{S} &= \begin{bmatrix} \boldsymbol{\alpha}_1^*\mathbf{S} & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ 0 & \boldsymbol{\alpha}_2^*\mathbf{S} & \cdots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & \boldsymbol{\alpha}_{m-1}^*\mathbf{S} & 0 \\ 0 & 0 & \cdots & 0 & \boldsymbol{\alpha}_m^*\mathbf{S} \end{bmatrix}^{-1} \\
&\quad \begin{bmatrix} \Delta\boldsymbol{\alpha}_1\mathbf{S} & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ 0 & \Delta\boldsymbol{\alpha}_2\mathbf{S} & \cdots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & \Delta\boldsymbol{\alpha}_{m-1}\mathbf{S} & 0 \\ 0 & 0 & \cdots & 0 & \Delta\boldsymbol{\alpha}_m\mathbf{S} \end{bmatrix} \\
(\boldsymbol{\alpha}^{*\text{T}}\mathbf{S})^{-1}\Delta\boldsymbol{\alpha}^{\text{T}}\mathbf{S} &= \begin{bmatrix} \frac{\Delta\boldsymbol{\alpha}_1\mathbf{S}}{\boldsymbol{\alpha}_1^*\mathbf{S}} & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ 0 & \frac{\Delta\boldsymbol{\alpha}_2\mathbf{S}}{\boldsymbol{\alpha}_2^*\mathbf{S}} & \cdots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & \frac{\Delta\boldsymbol{\alpha}_{m-1}\mathbf{S}}{\boldsymbol{\alpha}_{m-1}^*\mathbf{S}} & 0 \\ 0 & 0 & \cdots & 0 & \frac{\Delta\boldsymbol{\alpha}_m\mathbf{S}}{\boldsymbol{\alpha}_m^*\mathbf{S}} \end{bmatrix} \\
(\boldsymbol{\alpha}^{*\text{T}}\mathbf{S})^{-1}\Delta\boldsymbol{\alpha}^{\text{T}}\mathbf{S} &= \begin{bmatrix} \Delta\boldsymbol{\alpha}_1 & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ 0 & \Delta\boldsymbol{\alpha}_2 & \cdots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & \Delta\boldsymbol{\alpha}_{m-1} & 0 \\ 0 & 0 & \cdots & 0 & \Delta\boldsymbol{\alpha}_m \end{bmatrix} \tag{3.3.14}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&\quad \begin{bmatrix} \mathbf{S} & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ \boldsymbol{\alpha}_1^*\mathbf{S} & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ 0 & \mathbf{S} & \cdots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & \mathbf{S} & 0 \\ 0 & 0 & \cdots & 0 & \mathbf{S} \\ 0 & 0 & \cdots & 0 & \boldsymbol{\alpha}_m^*\mathbf{S} \end{bmatrix} \\
(\boldsymbol{\alpha}^{*\text{T}}\mathbf{S})^{-1}\Delta\boldsymbol{\alpha}^{\text{T}}\mathbf{S} &= \begin{bmatrix} [\Delta\boldsymbol{\alpha}_{1h} \cdots \Delta\boldsymbol{\alpha}_{10}] & \cdots & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \cdots & [\Delta\boldsymbol{\alpha}_{mh} \cdots \Delta\boldsymbol{\alpha}_{m0}] \end{bmatrix} \\
&\quad \begin{bmatrix} \frac{1}{\boldsymbol{\alpha}_1^*\mathbf{S}} \begin{bmatrix} s^h \\ \vdots \\ 1 \end{bmatrix} & \cdots & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \cdots & \frac{1}{\boldsymbol{\alpha}_m^*\mathbf{S}} \begin{bmatrix} s^h \\ \vdots \\ 1 \end{bmatrix} \end{bmatrix} \\
(\boldsymbol{\alpha}^{*\text{T}}\mathbf{S})^{-1}\Delta\boldsymbol{\alpha}^{\text{T}}\mathbf{S} &= \boldsymbol{\Lambda}^{\text{T}}\mathbf{H}
\end{aligned}$$

$$\boldsymbol{\Lambda} \in \mathbb{R}^{m(h+1) \times m}, \mathbf{H} \in \mathbb{R}^{m(h+1) \times m}$$

と置くと式(3.3.13)の誤差方程式は以下ようになる。

$$\begin{aligned}\dot{\mathbf{e}}_x &= \mathbf{A}'\mathbf{e}_x + \mathbf{B}\zeta^T\mathbf{z} + \mathbf{B}\Lambda^T\mathbf{H}\bar{\mathbf{u}} - \mathbf{B}\Omega_{21}\mathbf{v} \\ \mathbf{e} &= \mathbf{C}^*\mathbf{e}_x\end{aligned}\tag{3.3.15}$$

以上が適応 SDC を適用した際の誤差方程式である。

このシステムに対して以下のようなリアプノフ関数の候補を設計する。

$$\begin{aligned}V &= V_1 + V_2 + V_3 \\ V_1 &= \mathbf{e}_x^T\mathbf{P}\mathbf{e}_x \\ V_2 &= \text{tr}\{\zeta^T\Gamma^{-1}\zeta\} \\ V_3 &= \text{tr}\{\Lambda^T\xi^{-1}\Lambda\}\end{aligned}\tag{3.3.16}$$

まずは V_1 を微分する。

$$\begin{aligned}\dot{V}_1 &= \dot{\mathbf{e}}_x^T\mathbf{P}\mathbf{e}_x + \mathbf{e}_x^T\mathbf{P}\dot{\mathbf{e}}_x \\ &= (\mathbf{A}'\mathbf{e}_x + \mathbf{B}\zeta^T\mathbf{z} + \mathbf{B}\Lambda^T\mathbf{H}\bar{\mathbf{u}} - \mathbf{B}\Omega_{21}\mathbf{v})^T\mathbf{P}\mathbf{e}_x \\ &\quad + \mathbf{e}_x^T\mathbf{P}(\mathbf{A}'\mathbf{e}_x + \mathbf{B}\zeta^T\mathbf{z} + \mathbf{B}\Lambda^T\mathbf{H}\bar{\mathbf{u}} - \mathbf{B}\Omega_{21}\mathbf{v}) \\ &= \mathbf{e}_x^T(\mathbf{A}'^T\mathbf{P} + \mathbf{P}\mathbf{A}')\mathbf{e}_x + 2\mathbf{z}^T\zeta\mathbf{B}^T\mathbf{P}\mathbf{e}_x - 2(\mathbf{B}\Omega_{21}\mathbf{v})^T\mathbf{P}\mathbf{e}_x \\ &\quad + 2\bar{\mathbf{u}}^T\mathbf{H}^T\Lambda\mathbf{B}^T\mathbf{P}\mathbf{e}_x\end{aligned}\tag{3.3.17}$$

ここで、式(3.3.15)で表されるシステムは ASPR であるから以下のカルマン・ヤクボビッチの補題が成り立つ。

$$\begin{aligned}\mathbf{A}'^T\mathbf{P} + \mathbf{P}\mathbf{A}' &= -\mathbf{Q} \\ \mathbf{B}^T\mathbf{P} &= \mathbf{C}\end{aligned}\tag{3.3.18}$$

ここで、 $\mathbf{P}, \mathbf{Q} \in \mathbb{R}^{n \times n}$ は正定対称行列である。したがって、式(3.3.17)は以下のようになる。

$$\dot{V}_1 = -\mathbf{e}_x^T\mathbf{Q}\mathbf{e}_x + 2\mathbf{z}^T\zeta\mathbf{e} - 2(\mathbf{B}\Omega_{21}\mathbf{v})^T\mathbf{P}\mathbf{e}_x + 2\bar{\mathbf{u}}^T\mathbf{H}^T\Lambda\mathbf{e}\tag{3.3.19}$$

上式において符号が負にならない項を V_2 や V_3 で消去できるように適応則の設計を工夫する。

次に V_2 を微分する前に、 V_2 を展開する。

$$\boldsymbol{\zeta} \in \mathbb{R}^{3m \times m}, \boldsymbol{\Gamma} \in \mathbb{R}^{3m \times 3m}$$

$$V_2 = \text{tr}\{\boldsymbol{\zeta}^T \boldsymbol{\Gamma}^{-1} \boldsymbol{\zeta}\}$$

$$V_2 = \text{tr} \left\{ \begin{bmatrix} \zeta_{11} & \cdots & \zeta_{(3m)1} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \zeta_{1m} & \cdots & \zeta_{(3m)m} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \gamma_{11}^{-1} & \cdots & \gamma_{1(3m)}^{-1} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \gamma_{(3m)1}^{-1} & \cdots & \gamma_{(3m)(3m)}^{-1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \zeta_{11} & \cdots & \zeta_{1m} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \zeta_{(3m)1} & \cdots & \zeta_{(3m)m} \end{bmatrix} \right\} \quad (3.3.20)$$

$$V_2 = \text{tr} \left\{ \begin{bmatrix} \sum_{i=1}^{3m} \zeta_{i1} \gamma_{i1}^{-1} & \cdots & \sum_{i=1}^{3m} \zeta_{i1} \gamma_{i(3m)}^{-1} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \sum_{i=1}^{3m} \zeta_{im} \gamma_{i1}^{-1} & \cdots & \sum_{i=1}^{3m} \zeta_{im} \gamma_{i(3m)}^{-1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \zeta_{11} & \cdots & \zeta_{1m} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \zeta_{(3m)1} & \cdots & \zeta_{(3m)m} \end{bmatrix} \right\}$$

$$V_2 = \text{tr} \begin{bmatrix} \sum_{j=1}^{3m} \left(\zeta_{j1} \sum_{i=1}^{3m} \zeta_{i1} \gamma_{ij}^{-1} \right) & \cdots & \sum_{j=1}^{3m} \left(\zeta_{jm} \sum_{i=1}^{3m} \zeta_{i1} \gamma_{ij}^{-1} \right) \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \sum_{j=1}^{3m} \left(\zeta_{j1} \sum_{i=1}^{3m} \zeta_{im} \gamma_{ij}^{-1} \right) & \cdots & \sum_{j=1}^{3m} \left(\zeta_{jm} \sum_{i=1}^{3m} \zeta_{im} \gamma_{ij}^{-1} \right) \end{bmatrix}$$

$$V_2 = \sum_{k=1}^m \left\{ \sum_{j=1}^{3m} \left(\zeta_{jk} \sum_{i=1}^{3m} \zeta_{ik} \gamma_{ij}^{-1} \right) \right\}$$

これを微分すると以下ようになる。

$$\dot{V}_2 = 2 \sum_{k=1}^m \left\{ \sum_{j=1}^{3m} \left(\dot{k}_{jk} \sum_{i=1}^{3m} \gamma_{ij}^{-1} \zeta_{ik} \right) \right\} \quad (3.3.21)$$

この値によって式(3.3.19)の右辺第2項を消去できるように適応則を設計する。

$$2 \sum_{k=1}^m \left\{ \sum_{j=1}^{3m} \left(\dot{k}_{jk} \sum_{i=1}^{3m} \gamma_{ij}^{-1} \zeta_{ik} \right) \right\} = -2\mathbf{z}^T \boldsymbol{\zeta} \mathbf{e} \quad (3.3.22)$$

この式から制御ゲインの適応則 \mathbf{k} を求めるために $\mathbf{z}^T \boldsymbol{\zeta} \mathbf{e}$ を展開する。

$$\begin{aligned}
\mathbf{z}^T \boldsymbol{\zeta} \mathbf{e} &= [z_1 \quad \cdots \quad z_{3m}] \begin{bmatrix} \zeta_{11} & \cdots & \zeta_{1m} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \zeta_{(3m)1} & \cdots & \zeta_{(3m)m} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} e_1 \\ \vdots \\ e_m \end{bmatrix} \\
&= \begin{bmatrix} \sum_{i=1}^{3m} z_i \zeta_{i1} & \cdots & \sum_{i=1}^{3m} z_i \zeta_{im} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} e_1 \\ \vdots \\ e_m \end{bmatrix} \\
&= \sum_{j=1}^m \left(e_j \sum_{i=1}^{3m} z_i \zeta_{ij} \right)
\end{aligned} \tag{3.3.23}$$

このとき、適応則を以下のように設計する。

$$\dot{\mathbf{k}} = -\boldsymbol{\Gamma} \mathbf{z} \mathbf{e}^T \tag{3.3.24}$$

ここで、 $\boldsymbol{\Gamma} \in \mathbb{R}^{3m \times 3m}$ は調整則ゲイン行列である。上式を展開すると以下のようになる。

$$\begin{aligned}
\boldsymbol{\Gamma} \mathbf{z} \mathbf{e}^T &= \begin{bmatrix} \gamma_{11} & \cdots & \gamma_{1(3m)} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \gamma_{(3m)1} & \cdots & \gamma_{(3m)(3m)} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} z_1 \\ \vdots \\ z_{3m} \end{bmatrix} [e_1 \quad \cdots \quad e_m] \\
&= \begin{bmatrix} \sum_{i=1}^{3m} \gamma_{1i} z_i \\ \vdots \\ \sum_{i=1}^{3m} \gamma_{(3m)i} z_i \end{bmatrix} [e_1 \quad \cdots \quad e_m] \\
&= \begin{bmatrix} e_1 \sum_{i=1}^{3m} \gamma_{1i} z_i & \cdots & e_m \sum_{i=1}^{3m} \gamma_{1i} z_i \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ e_1 \sum_{i=1}^{3m} \gamma_{(3m)i} z_i & \cdots & e_m \sum_{i=1}^{3m} \gamma_{(3m)i} z_i \end{bmatrix}
\end{aligned} \tag{3.3.25}$$

$\boldsymbol{\Gamma}$ の対角要素以外を 0 とすると上式は以下のようになる。

$$\boldsymbol{\Gamma} \mathbf{z} \mathbf{e}^T = \begin{bmatrix} e_1 \gamma_{11} z_1 & \cdots & e_m \gamma_{11} z_1 \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ e_1 \gamma_{(3m)(3m)} z_{3m} & \cdots & e_m \gamma_{(3m)(3m)} z_{3m} \end{bmatrix} \tag{3.3.26}$$

したがって、式(3.3.21)は

$$\begin{aligned}
\dot{V}_2 &= 2 \sum_{j=1}^m \left\{ \sum_{i=1}^{3m} (k_{ij} \gamma_{ii}^{-1} \zeta_{ij}) \right\} \\
&= -2 \sum_{j=1}^m \left\{ \sum_{i=1}^{3m} (e_j \gamma_{ii} z_i \gamma_{ii}^{-1} \zeta_{ij}) \right\} \\
&= -2 \sum_{j=1}^m \left\{ \sum_{i=1}^{3m} (e_j z_i \zeta_{ij}) \right\}
\end{aligned} \tag{3.3.27}$$

となり、以上より式(3.3.22)の等式が成り立つことがわかる。したがって、式(3.3.24)の適応則を用いることで式(3.3.19)の右辺第2項を消去することができる。

同様にして V_3 を展開する。

$$\begin{aligned}
& \mathbf{\Lambda} \in \mathbb{R}^{m(h+1) \times m}, \boldsymbol{\xi} \in \mathbb{R}^{m(h+1) \times m(h+1)} \\
V_3 &= \text{tr}[\mathbf{\Lambda}^T \boldsymbol{\xi}^{-1} \mathbf{\Lambda}] \\
V_3 &= \text{tr} \left\{ \begin{bmatrix} \lambda_{11} & \cdots & \lambda_{(m(h+1))1} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \lambda_{1m} & \cdots & \lambda_{(m(h+1))m} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \xi_{11}^{-1} & \cdots & \xi_{1(m(h+1))}^{-1} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \xi_{(m(h+1))1}^{-1} & \cdots & \xi_{(m(h+1))(m(h+1))}^{-1} \end{bmatrix} \right. \\
& \qquad \qquad \qquad \left. \begin{bmatrix} \lambda_{11} & \cdots & \lambda_{1m} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \lambda_{(m(h+1))1} & \cdots & \lambda_{(m(h+1))m} \end{bmatrix} \right\} \\
V_3 &= \text{tr} \left\{ \begin{bmatrix} \sum_{i=1}^{m(h+1)} \lambda_{i1} \xi_{i1}^{-1} & \cdots & \sum_{i=1}^{m(h+1)} \lambda_{i1} \xi_{i(m(h+1))}^{-1} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \sum_{i=1}^{m(h+1)} \lambda_{im} \xi_{i1}^{-1} & \cdots & \sum_{i=1}^{m(h+1)} \lambda_{im} \xi_{i(m(h+1))}^{-1} \end{bmatrix} \right. \\
& \qquad \qquad \qquad \left. \begin{bmatrix} \lambda_{11} & \cdots & \lambda_{1m} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \lambda_{(m(h+1))1} & \cdots & \lambda_{(m(h+1))m} \end{bmatrix} \right\} \quad (3.3.28) \\
V_3 &= \text{tr} \left\{ \begin{bmatrix} \sum_{j=1}^{m(h+1)} \left(\lambda_{j1} \sum_{i=1}^{m(h+1)} \lambda_{i1} \xi_{ij}^{-1} \right) & \cdots \\ \vdots & \ddots \\ \sum_{j=1}^{m(h+1)} \left(\lambda_{jm} \sum_{i=1}^{m(h+1)} \lambda_{im} \xi_{ij}^{-1} \right) & \cdots \end{bmatrix} \right. \\
& \qquad \qquad \qquad \left. \begin{bmatrix} \sum_{j=1}^{m(h+1)} \left(\lambda_{jm} \sum_{i=1}^{m(h+1)} \lambda_{i1} \xi_{ij}^{-1} \right) \\ \vdots \\ \sum_{j=1}^{m(h+1)} \left(\lambda_{jm} \sum_{i=1}^{m(h+1)} \lambda_{im} \xi_{ij}^{-1} \right) \end{bmatrix} \right\} \\
V_3 &= \sum_{k=1}^m \left\{ \sum_{j=1}^{m(h+1)} \left(\lambda_{jk} \sum_{i=1}^{m(h+1)} \lambda_{ik} \xi_{ij}^{-1} \right) \right\}
\end{aligned}$$

上式を微分すると以下のようなになる。

$$\dot{V}_3 = 2 \sum_{k=1}^m \left\{ \sum_{j=1}^{m(h+1)} \left(\dot{\alpha}_{jk} \sum_{i=1}^{m(h+1)} \lambda_{ik} \xi_{ij}^{-1} \right) \right\} \quad (3.3.29)$$

上式によって式(3.3.19)の第4項を消去するには以下の等式を成り立たせる必要がある。

$$2 \sum_{k=1}^m \left\{ \sum_{j=1}^{m(h+1)} \left(\dot{\alpha}_{jk} \sum_{i=1}^{m(h+1)} \lambda_{ik} \xi_{ij}^{-1} \right) \right\} = -2 \bar{\mathbf{u}}^T \mathbf{H}^T \boldsymbol{\Lambda} \mathbf{e} \quad (3.3.30)$$

この式から SDC の適応則 $\dot{\boldsymbol{\alpha}}$ を求めるために $\bar{\mathbf{u}}^T \mathbf{H}^T \boldsymbol{\Lambda} \mathbf{e}$ を展開する。

$$\begin{aligned} \bar{\mathbf{u}}^T \mathbf{H}^T \boldsymbol{\Lambda} \mathbf{e} &= [\bar{u}_1 \quad \cdots \quad \bar{u}_m] \begin{bmatrix} H_{11} & \cdots & H_{(m(h+1))1} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ H_{1m} & \cdots & H_{(m(h+1))m} \end{bmatrix} \\ &\quad \begin{bmatrix} \lambda_{11} & \cdots & \lambda_{1m} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \lambda_{(m(h+1))1} & \cdots & \lambda_{(m(h+1))m} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} e_1 \\ \vdots \\ e_m \end{bmatrix} \\ \bar{\mathbf{u}}^T \mathbf{H}^T \boldsymbol{\Lambda} \mathbf{e} &= \left[\sum_{i=1}^m \bar{u}_i H_{1i} \quad \cdots \quad \sum_{i=1}^m \bar{u}_i H_{(m(h+1))i} \right] \\ &\quad \begin{bmatrix} \lambda_{11} & \cdots & \lambda_{1m} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \lambda_{(m(h+1))1} & \cdots & \lambda_{(m(h+1))m} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} e_1 \\ \vdots \\ e_m \end{bmatrix} \quad (3.3.31) \\ \bar{\mathbf{u}}^T \mathbf{H}^T \boldsymbol{\Lambda} \mathbf{e} &= \left[\sum_{j=1}^{m(h+1)} \left(\lambda_{j1} \sum_{i=1}^m \bar{u}_i H_{ji} \right) \quad \cdots \quad \sum_{j=1}^{m(h+1)} \left(\lambda_{jm} \sum_{i=1}^m \bar{u}_i H_{ji} \right) \right] \begin{bmatrix} e_1 \\ \vdots \\ e_m \end{bmatrix} \\ &= \sum_{k=1}^m \left(\mathbf{e}_k \sum_{j=1}^{m(h+1)} \left(\lambda_{jk} \sum_{i=1}^m \bar{u}_i H_{ji} \right) \right) \end{aligned}$$

このとき、適応則を以下のように設計する。

$$\dot{\boldsymbol{\alpha}} = -\boldsymbol{\xi} \mathbf{H} \bar{\mathbf{u}} \mathbf{e}^T \quad (3.3.32)$$

ここで、 $\boldsymbol{\xi} \in \mathbb{R}^{m(h+1) \times m(h+1)}$ は調整則ゲイン行列である。上式を展開すると以下のようになる。

$$\begin{aligned}
\xi \mathbf{H} \bar{\mathbf{u}} \mathbf{e}^T &= \begin{bmatrix} \xi_{11} & \cdots & \xi_{1(m(h+1))} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \xi_{(m(h+1))1} & \cdots & \xi_{(m(h+1))(m(h+1))} \end{bmatrix} \\
&\quad \begin{bmatrix} H_{11} & \cdots & H_{1m} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ H_{(m(h+1))1} & \cdots & H_{(m(h+1))m} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{u}_1 \\ \vdots \\ \bar{u}_m \end{bmatrix} [e_1 \quad \cdots \quad e_m] \\
\xi \mathbf{H} \bar{\mathbf{u}} \mathbf{e}^T &= \begin{bmatrix} \sum_{i=1}^{m(h+1)} \xi_{1i} H_{i1} & \cdots & \sum_{i=1}^{m(h+1)} \xi_{1i} H_{im} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \sum_{i=1}^{m(h+1)} \xi_{(m(h+1))i} H_{i1} & \cdots & \sum_{i=1}^{m(h+1)} \xi_{(m(h+1))i} H_{im} \end{bmatrix} \\
&\quad \begin{bmatrix} \bar{u}_1 \\ \vdots \\ \bar{u}_m \end{bmatrix} [e_1 \quad \cdots \quad e_m] \\
\xi \mathbf{H} \bar{\mathbf{u}} \mathbf{e}^T &= \begin{bmatrix} \sum_{j=1}^m \left(\bar{u}_j \sum_{i=1}^{m(h+1)} \xi_{1i} H_{ij} \right) \\ \vdots \\ \sum_{j=1}^m \left(\bar{u}_j \sum_{i=1}^{m(h+1)} \xi_{(m(h+1))i} H_{ij} \right) \end{bmatrix} [e_1 \quad \cdots \quad e_m] \tag{3.3.33} \\
\xi \mathbf{H} \bar{\mathbf{u}} \mathbf{e}^T &= \begin{bmatrix} e_1 \sum_{j=1}^m \left(\bar{u}_j \sum_{i=1}^{m(h+1)} \xi_{1i} H_{ij} \right) & \cdots \\ \vdots & \ddots \\ e_m \sum_{j=1}^m \left(\bar{u}_j \sum_{i=1}^{m(h+1)} \xi_{(m(h+1))i} H_{ij} \right) & \cdots \end{bmatrix} \\
&\quad \begin{bmatrix} e_m \sum_{j=1}^m \left(\bar{u}_j \sum_{i=1}^{m(h+1)} \xi_{1i} H_{ij} \right) \\ \vdots \\ e_m \sum_{j=1}^m \left(\bar{u}_j \sum_{i=1}^{m(h+1)} \xi_{(m(h+1))i} H_{ij} \right) \end{bmatrix}
\end{aligned}$$

ξ の対角要素以外を0とすると上式は以下ようになる。

$$\xi \mathbf{H} \bar{\mathbf{u}} \mathbf{e}^T = \begin{bmatrix} e_1 \sum_{j=1}^m (\bar{u}_j \xi_{11} H_{1j}) & \cdots \\ \vdots & \ddots \\ e_1 \sum_{j=1}^m (\bar{u}_j \xi_{(m(h+1))(m(h+1))} H_{(m(h+1))j}) & \cdots \\ & e_m \sum_{j=1}^m (\bar{u}_j \xi_{11} H_{1j}) \\ & \vdots \\ & e_m \sum_{j=1}^m (\bar{u}_j \xi_{(m(h+1))(m(h+1))} H_{(m(h+1))j}) \end{bmatrix} \quad (3.3.34)$$

したがって、式(3.3.29)は

$$\begin{aligned} \dot{V}_3 &= 2 \sum_{j=1}^m \left(\sum_{i=1}^{m(h+1)} \dot{\alpha}_{jk} \lambda_{ij} \xi_{ii}^{-1} \right) \\ &= -2 \sum_{j=1}^m \left(\sum_{i=1}^{m(h+1)} e_k \bar{u}_k \xi_{ii} H_{ik} \lambda_{ij} \xi_{ii}^{-1} \right) \\ &= -2 \sum_{j=1}^m \left(\sum_{i=1}^{m(h+1)} e_k \bar{u}_k H_{ik} \lambda_{ij} \right) \end{aligned} \quad (3.3.35)$$

となり、以上より式(3.3.30)の等式が成り立つこと分かる。したがって、式(3.3.32)の適応則を用いることで式(3.3.19)の右辺第4項を消去することができる。

以上のようにすることで、リアプノフ関数の微分値は以下ようになる。

$$\begin{aligned} \dot{V} &= \dot{V}_1 + \dot{V}_2 + \dot{V}_3 \\ &= -\mathbf{e}_x^T \mathbf{Q} \mathbf{e}_x - 2(\mathbf{B} \boldsymbol{\Omega}_{21} \mathbf{v})^T \mathbf{P} \mathbf{e}_x \end{aligned} \quad (3.3.36)$$

上式の右辺第2項に関しては CGT の補題によりシステムが最小位相系であるときは \mathbf{v} が有界となり、特に $\mathbf{u}_m = \dot{\mathbf{u}}_m = \mathbf{0}$ の時は $\mathbf{v} = \mathbf{0}$ となる。このとき、式(3.3.36)の右辺第2項が0になることから規範モデルから生成される出力 \mathbf{y}_m に出力 \mathbf{y} が時間の経過とともに完全追従することは明らかである。

以上のようにして求められた適応側を用いて MIMO の Mass Spring Dumper System (MSD) に適用する。ここでは MSD を以下のように直結したシステムを制御対象とする。

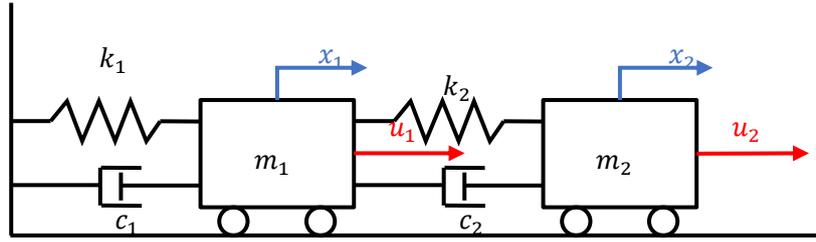


Fig. 3.3. 2 MIMO in mass-spring-damper system

このシステムの運動方程式は以下のようなになる。

$$\begin{aligned} m_1 \ddot{x}_1 &= -k_1 x_1 - c_1 \dot{x}_1 - k_2(x_1 - x_2) - c_2(\dot{x}_1 - \dot{x}_2) + u_1 \\ m_2 \ddot{x}_2 &= k_2(x_1 - x_2) + c_2(\dot{x}_1 - \dot{x}_2) + u_2 \end{aligned} \quad (3.3.37)$$

これを状態空間表現で表すと

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ x_1 \\ \dot{x}_2 \\ x_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{c_1 + c_2}{m_1} & -\frac{k_1 + k_2}{m_1} & \frac{c_2}{m_1} & \frac{k_2}{m_1} \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ \frac{c_2}{m_2} & \frac{k_2}{m_2} & -\frac{c_2}{m_2} & -\frac{k_2}{m_2} \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ x_1 \\ \dot{x}_2 \\ x_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{1}{m_1} & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{m_2} \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \end{bmatrix} \quad (3.3.38)$$

となる。出力をそれぞれの台車の位置とすると出力方程式は以下のようなになる。

$$\begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ x_1 \\ \dot{x}_2 \\ x_2 \end{bmatrix} \quad (3.3.39)$$

制御対象のすべてのパラメータ（質量・弾性係数・減衰係数）は1とする。初期状態はすべて0。目標値を成型する規範モデルは以下の伝達関数で表される。

$$G(s) = \frac{1}{s+1} \quad (3.3.40)$$

適応制御ゲインの調整行列 $\mathbf{\Gamma} \in \mathbb{R}^{6 \times 6}$ は単位行列とする。理想 SDC は次式とした。

$$\boldsymbol{\alpha}^* \mathbf{S} = s^2 + 3s + 2 \quad (3.3.41)$$

適応 SDC の調整行列 $\boldsymbol{\xi} \in \mathbb{R}^{6 \times 6}$ は単位行列とする。HPF は以下の伝達関数で表される。

$$G(s) = \frac{s}{0.1s+1} \quad (3.3.42)$$

3-3-1(A) 目標値が一定値

目標値を一定値 ($x_{r1} = 1, x_{r2} = 2$) としてシミュレーションを行った結果は以下の通りである。

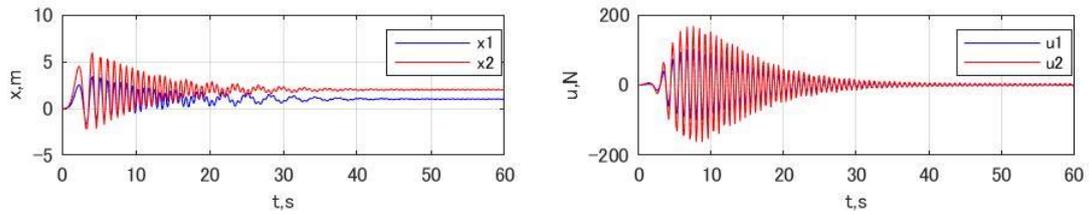


Fig. 3.3. 3 Using SAC without compensator

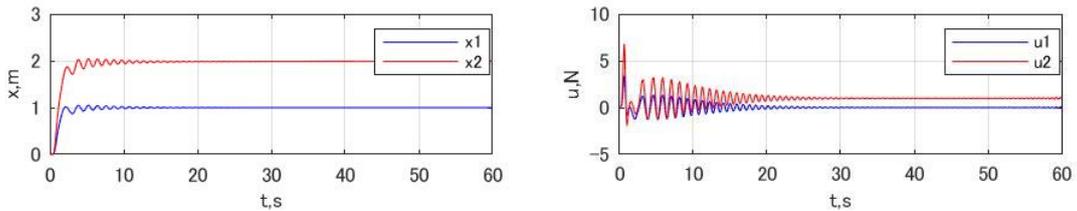


Fig. 3.3. 4 Using SAC with adaptive SDC

PFC や SDC など ASPR 化を行っていない SAC のみを適用した結果と比較を行った。上図を見ると明らかなように ASPR 化をしていないシミュレーション結果は、目標値へと到達してはいるものの、応答は振動的になり制御入力も過大になっていることがわかる。それに対して提案手法は振動が抑えられていて、制御入力が過大になっていない。

3-3-1(B) 目標値がステップ上に変化

目標値をそれぞれ別の値に別のタイミングで変化させる。 x_1 はシミュレーション開始と同時に 20 秒ごとに $-0.5 \rightarrow 0.5 \rightarrow -0.5$ を繰り返す。 x_2 はシミュレーション開始 10 秒後から 200 秒ごとに $0.5 \rightarrow 1.5 \rightarrow 0.5$ を繰り返す。

調整行列が単位行列のままでは安定化させることができない。調整行列をそれぞれ以下のように設計した。

$$\Gamma = \begin{bmatrix} 100 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 100 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 100 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 100 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (3.3.43)$$

$$\xi = \begin{bmatrix} 0.001 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0.001 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0.01 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0.01 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0.1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0.1 \end{bmatrix}$$

この結果、以下のようなシミュレーション結果となった。

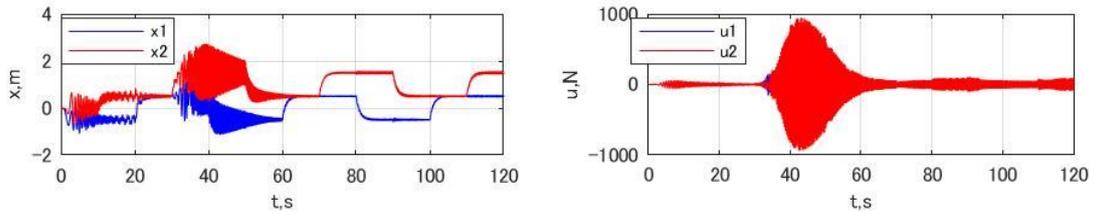


Fig. 3.3. 5 Time responses of system using SAC without compensator for square command

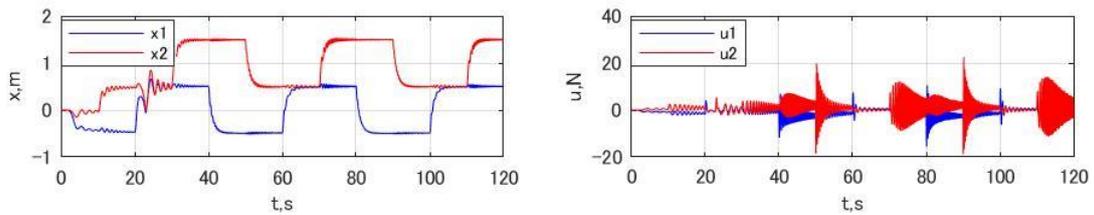


Fig. 3.3. 6 Time responses of system using SAC with adaptive SDC for square command

どちらの場合も時間が経過していくと目標値への収束が速やかになっているのがわかる。SAC のみの場合はシステムが ASPR ではないため、収束するまでに大きな振動が生じているが、SDC を用いた場合は振動が少ないことがわかる。しかし、調整行列の設定によっては振動的な応答になってしまうこともある。特に高次の係数に関するパラメータを大きくしてしまうと発散してしまうこともあるので注意が必要である。

3-3-1(C) 目標値が sin 波

目標値を角周波数が $0.1[\text{rad}/\text{sec}]$ の sin 波としてシミュレーションを行う。 x_1 はシミュレーション開始と同時に振幅が 0.5 、 x_2 は位相が $\pi[\text{rad}]$ 遅れた振幅が 0.5 の sin 波になるように制御する。

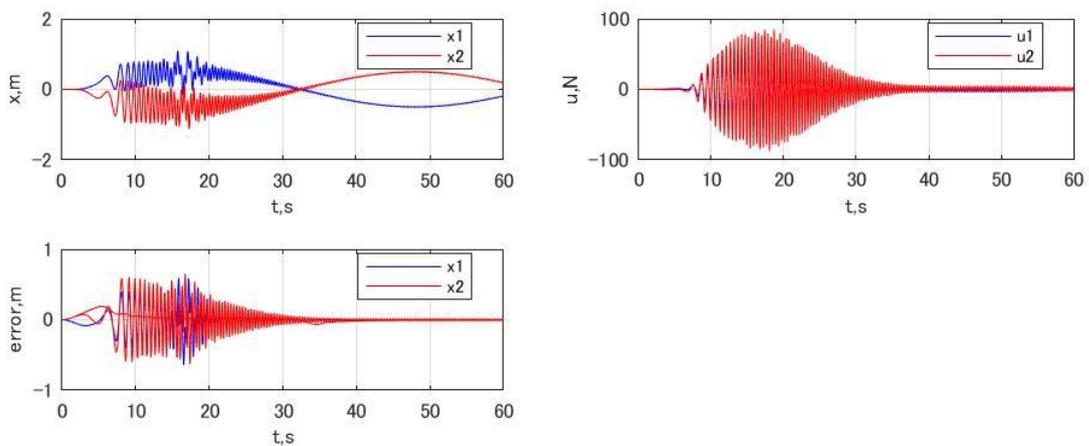


Fig. 3.3. 7 Time responses of system using SAC without compensator for sinusoidal command

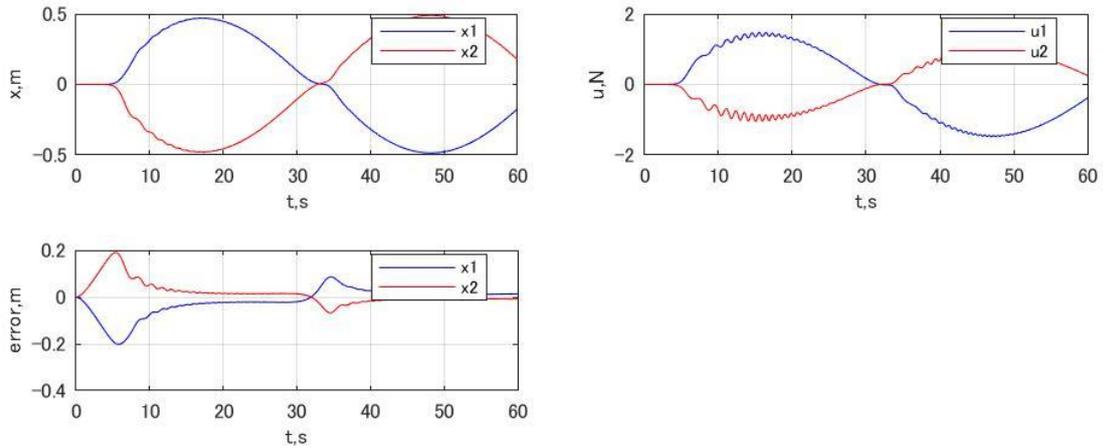


Fig. 3.3. 8 Time responses of system using SAC with adaptive SDC for sinusoidal command

調整行列は先ほどと同様のものを用いた. 明らかに SAC のみの場合の結果は振動してしまっていて入力も過大になっていることがわかる. それに対して SDC を用いた結果は誤差が 0 に収束しており, 入力も小さな値で済んでいる.

調整行列を以下のように設定し, 再度, シミュレーションを行った.

$$\Gamma = \begin{bmatrix} 100 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 100 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1000 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1000 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 10 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 10 \end{bmatrix} \quad (3.3.44)$$

$$\xi = \begin{bmatrix} 0.1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0.1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

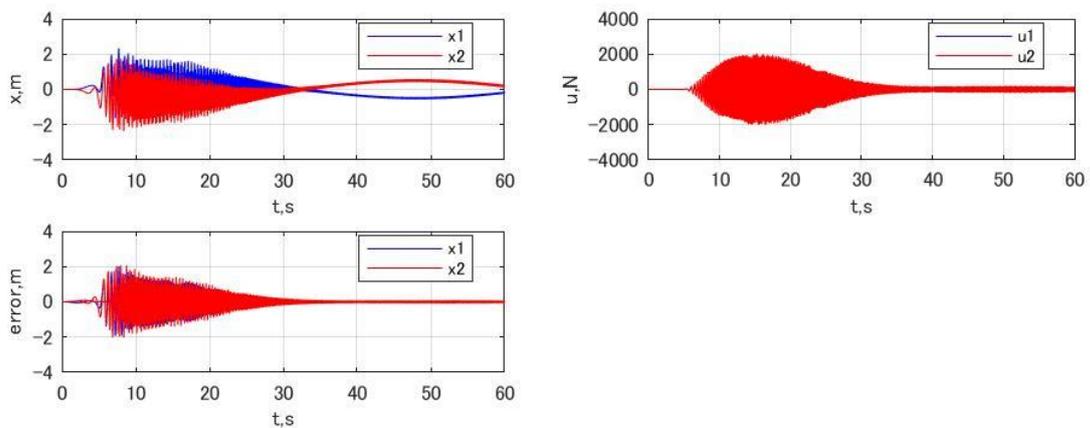


Fig. 3.3. 9 SAC without compensator using modified Γ and ξ

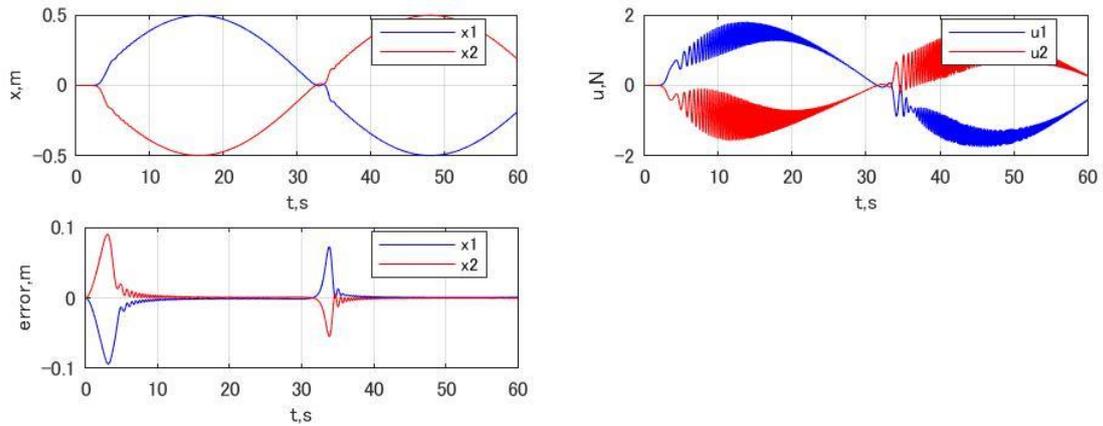


Fig. 3.3. 10 SAC with adaptive compensator using modified Γ and ξ

調整行列を変更したところ適応 SDC の制御入力は振動的になってしまっているが、誤差の収束性が向上していることがわかる。制御入力は振動的ではあるが小さな値で収まっている。一方、SAC のみの場合は Γ の各要素の値を大きくしたため、求められる制御性能が上がり、入力がさらに過大となっている。それに伴って、応答がさらに振動的となっている。

3-3-1(D) 適応 SDC の次数を変更

MIMO の MSD は相対次数が 2 のシステムを内包している。そのため、上記では SDC を 2 次までとしていたので相対次数が 0 となるようにしていたことになる。これに対して SDC を 1 次とした場合はどのような応答になるのかを調べる。このときの理想 SDC は次式とする。

$$\alpha^T \mathbf{S} = s + 1 \quad (3.3.45)$$

このときの調整行列は以下のように設定した。

$$\Gamma = \begin{bmatrix} 100 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 100 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\xi_2 = \begin{bmatrix} 0.001 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0.001 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0.01 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0.01 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0.1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0.1 \end{bmatrix} \quad (3.3.46)$$

$$\xi_1 = \begin{bmatrix} 0.01 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0.01 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0.1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0.1 \end{bmatrix}$$

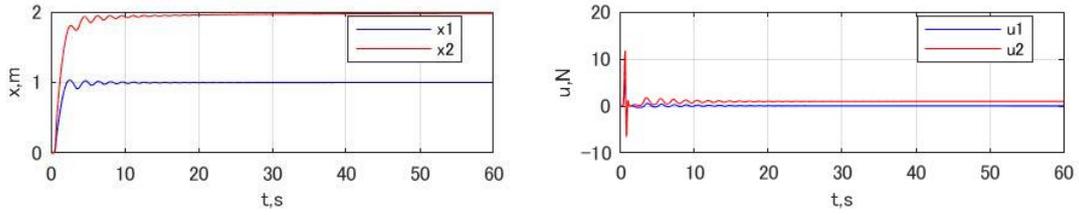


Fig. 3.3. 11 SAC with second-order SDC for constant command

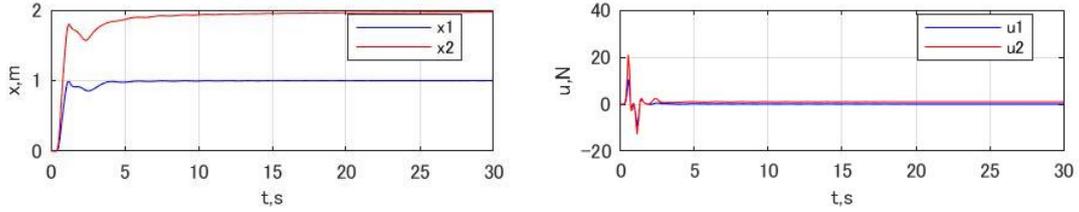


Fig. 3.3. 12 SAC with first-order SDC for constant command

上図を見ると SDC が 2 次とした時の方が早く目標値に到達している、制御入力も小さくなっていることがわかる。しかし、高次なため応答が振動的になっている。さらに高次の SDC を設計すると以下のような応答になる。

$$\Gamma = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\xi_3 = \begin{bmatrix} 0.0001 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0.0001 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0.001 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0.001 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0.01 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0.01 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0.1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0.1 \end{bmatrix} \quad (3.3.47)$$

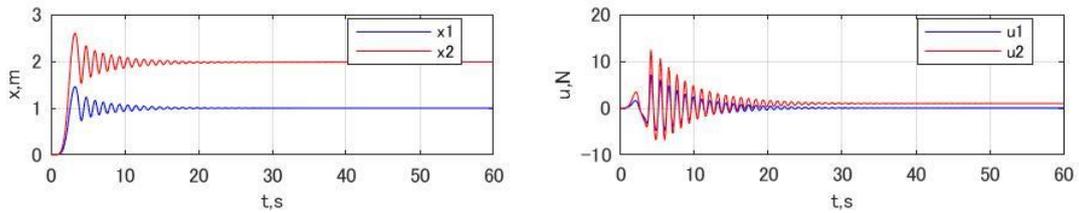


Fig. 3.3. 13 SAC with third-order SDC for constant command

上記の結果から、より高次の SDC を設計すると応答が振動的になることがわかる。相対次数が不明なシステムでも ASPR 化を行えるように SDC は余裕をもって高次に設計することを考えていたが、あまりにも高次である場合は制御性能の劣化を引き起こす恐れがあるので注意が必要である。

3-3-2. MIMO システムにおける課題

式(3.3.3)を見ると明らかなように、ここでは適応 SDC を対角要素のみで定義している。しかしこの場合、制御対象の最高位係数が負の場合や非最小位相系であった場合に ASPR 化をすることができないという課題が生じる。次の節ではこのような制御対象に対応するための適応 SDC の設計方法について解説する。

3-4. 最高位係数が負の場合や非最小位相系への対応

3-4-1. 適応 SDC の適応則導出

以下の状態方程式で表されるシステムを考える。

$$\begin{aligned}\dot{\mathbf{x}} &= \mathbf{Ax} + \mathbf{Bu} \\ \mathbf{y} &= \mathbf{Cx}\end{aligned}\tag{3.4.1}$$

上式において

$$\begin{aligned}\mathbf{x} \in \mathbb{R}^n, \mathbf{u} \in \mathbb{R}^m, \mathbf{y} \in \mathbb{R}^m \\ \mathbf{A} \in \mathbb{R}^{n \times n}, \mathbf{B} \in \mathbb{R}^{n \times m}, \mathbf{C} \in \mathbb{R}^{m \times n}\end{aligned}\tag{3.4.2}$$

としている。ここで、式(3.4.1)のシステムの ASPR 性を補償するために適応 SDC を用いたときの制御入力 \mathbf{u} は次式によって求められる。

$$\begin{aligned}
\mathbf{u} &= \boldsymbol{\alpha}^T \mathbf{S} \bar{\mathbf{u}} \\
&= \begin{bmatrix} \boldsymbol{\alpha}_{11}^T \mathbf{s} & \cdots & \boldsymbol{\alpha}_{m1}^T \mathbf{s} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \boldsymbol{\alpha}_{1m}^T \mathbf{s} & \cdots & \boldsymbol{\alpha}_{mm}^T \mathbf{s} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{u}_1 \\ \bar{u}_2 \\ \vdots \\ \bar{u}_{m-1} \\ \bar{u}_m \end{bmatrix} \\
&= \begin{bmatrix} \boldsymbol{\alpha}_{11}^T & \cdots & \boldsymbol{\alpha}_{m1}^T \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \boldsymbol{\alpha}_{1m}^T & \cdots & \boldsymbol{\alpha}_{mm}^T \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{s} & \mathbf{0} & \cdots & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{s} & \cdots & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \cdots & \mathbf{s} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \cdots & \mathbf{0} & \mathbf{s} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{u}_1 \\ \bar{u}_2 \\ \vdots \\ \bar{u}_{m-1} \\ \bar{u}_m \end{bmatrix} \\
&= \begin{bmatrix} [11\alpha_h & \cdots & 11\alpha_0] & \cdots & [m1\alpha_h & \cdots & m1\alpha_0] \\ \vdots & \ddots & \vdots & & \vdots \\ [1m\alpha_h & \cdots & 1m\alpha_0] & \cdots & [mm\alpha_h & \cdots & mm\alpha_0] \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{u}_1 \\ \bar{u}_2 \\ \vdots \\ \bar{u}_{m-1} \\ \bar{u}_m \end{bmatrix} \tag{3.4.3}
\end{aligned}$$

$$\begin{bmatrix} \begin{bmatrix} s^h \\ \vdots \\ 1 \end{bmatrix} & \mathbf{0} & \cdots & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \begin{bmatrix} s^h \\ \vdots \\ 1 \end{bmatrix} & \cdots & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \cdots & \begin{bmatrix} s^h \\ \vdots \\ 1 \end{bmatrix} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \cdots & \mathbf{0} & \begin{bmatrix} s^h \\ \vdots \\ 1 \end{bmatrix} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{u}_1 \\ \bar{u}_2 \\ \vdots \\ \bar{u}_{m-1} \\ \bar{u}_m \end{bmatrix}$$

$\boldsymbol{\alpha}^T \mathbf{S}$ が適応 SDC を表しており、 $\boldsymbol{\alpha}$ をシステムに応じて適応する。ここで

$$\boldsymbol{\alpha}_{ij} = \begin{bmatrix} ij\alpha_h \\ ij\alpha_{h-1} \\ \vdots \\ ij\alpha_1 \\ ij\alpha_0 \end{bmatrix}, \mathbf{s} = \begin{bmatrix} s^h \\ s^{h-1} \\ \vdots \\ s \\ 1 \end{bmatrix} \tag{3.4.4}$$

$$\boldsymbol{\alpha}_{ij} (\mathbf{i}, \mathbf{j} = \mathbf{1}, \dots, \mathbf{m}) \in \mathbb{R}^{(h+1)}, \mathbf{s} \in \mathbb{R}^{(h+1)}, \boldsymbol{\alpha}^T \mathbf{S} \in \mathbb{R}^{m \times m}, \bar{\mathbf{u}} \in \mathbb{R}^m$$

である。また、上式ではすべて同じ微分器を使用している。続いて、 $\bar{\mathbf{u}}$ は単純適応制御入力を表しており、次式で表される。

$$\begin{aligned}
\bar{\mathbf{u}} &= \mathbf{k}^T \mathbf{z} \\
\mathbf{k} &= [\mathbf{k}_e \quad \mathbf{k}_{x_m} \quad \mathbf{k}_{u_m}]^T, \mathbf{z} = [\mathbf{e} \quad \mathbf{x}_m \quad \mathbf{u}_m]^T \\
\mathbf{k} &\in \mathbb{R}^{3m \times m}, \mathbf{z} \in \mathbb{R}^{3m}
\end{aligned} \tag{3.4.5}$$

ここで、 \mathbf{e} は目標値との誤差、 \mathbf{x}_m と \mathbf{u}_m は目標状態量と目標入力、 $\mathbf{k}_e, \mathbf{k}_{x_m}, \mathbf{k}_{u_m}$ はそれぞれ誤差、目標状態量、目標入力に対する適応制御ゲインを表している。目標状態量 \mathbf{x}_m は目標入力 \mathbf{u}_m と任意に設計された規範モデルを用いて求められる。

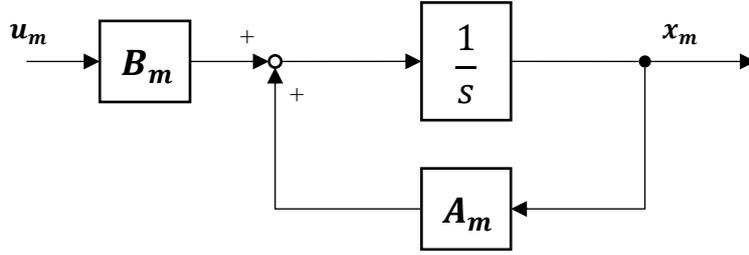


Fig. 3.4. 1 Block diagram of reference model

それぞれの値の次元は以下のようにになっている.

$$\begin{aligned}
 \mathbf{k}_e &\in \mathbb{R}^{m \times m}, \mathbf{k}_{x_m} \in \mathbb{R}^{m \times m}, \mathbf{k}_{u_m} \in \mathbb{R}^{m \times m} \\
 \mathbf{e} &\in \mathbb{R}^m, \mathbf{x}_m \in \mathbb{R}^m, \mathbf{u}_m \in \mathbb{R}^m \\
 \mathbf{A}_m &\in \mathbb{R}^{m \times m}, \mathbf{B}_m \in \mathbb{R}^{m \times m}
 \end{aligned} \tag{3.4.6}$$

以上より, 式(3.4.1)は以下のようにになる.

$$\begin{aligned}
 \dot{\mathbf{x}} &= \mathbf{A}\mathbf{x} + \mathbf{B}\mathbf{u} \\
 &= \mathbf{A}\mathbf{x} + \mathbf{B}\boldsymbol{\alpha}^T \mathbf{S}\bar{\mathbf{u}} \\
 &= \mathbf{A}\mathbf{x} + \mathbf{B}(\boldsymbol{\alpha}^*{}^T \mathbf{S})(\boldsymbol{\alpha}^*{}^T \mathbf{S})^{-1} \boldsymbol{\alpha}^T \mathbf{S}\bar{\mathbf{u}} \\
 &= \mathbf{A}\mathbf{x} + \mathbf{B}(\boldsymbol{\alpha}^*{}^T \mathbf{S})^{-1} \boldsymbol{\alpha}^T \mathbf{S}\bar{\mathbf{u}} \\
 \mathbf{y} &= \mathbf{C}^* \mathbf{x}
 \end{aligned} \tag{3.4.7}$$

ここで, *が付いている値はそれぞれの理想値を表している. つまり, 適応 SDC の係数 $\boldsymbol{\alpha}$ が理想値になるとシステムは ASPR 化されることになるので出力行列の \mathbf{C} も理想値となる.

出力値 \mathbf{y} と目標値 \mathbf{y}^* の誤差 \mathbf{e} は以下のように求められる.

$$\mathbf{e} = \mathbf{y} - \mathbf{y}^* = \mathbf{C}^*(\mathbf{x} - \mathbf{x}^*) = \mathbf{C}^* \mathbf{e}_x \tag{3.4.8}$$

ここで, $\mathbf{e}_x = \mathbf{x} - \mathbf{x}^*$ としている. \mathbf{e}_x を微分すると式(7)より以下のようになる.

$$\begin{aligned}
 \dot{\mathbf{e}}_x &= \mathbf{A}\mathbf{x} + \mathbf{B}(\boldsymbol{\alpha}^*{}^T \mathbf{S})^{-1} \boldsymbol{\alpha}^T \mathbf{S}\bar{\mathbf{u}} - (\mathbf{A}\mathbf{x}^* + \mathbf{B}\mathbf{u}^*) \\
 &= \mathbf{A}\mathbf{e}_x + \mathbf{B}\left\{(\boldsymbol{\alpha}^*{}^T \mathbf{S})^{-1} \boldsymbol{\alpha}^T \mathbf{S}\bar{\mathbf{u}} - \bar{\mathbf{u}}^*\right\} \\
 &= \mathbf{A}\mathbf{e}_x + \mathbf{B}\left\{(\boldsymbol{\alpha}^*{}^T \mathbf{S})^{-1} (\Delta\boldsymbol{\alpha} + \boldsymbol{\alpha}^*)^T \mathbf{S}\bar{\mathbf{u}} - \bar{\mathbf{u}}^*\right\} \\
 &= \mathbf{A}\mathbf{e}_x + \mathbf{B}\left\{(\boldsymbol{\alpha}^*{}^T \mathbf{S})^{-1} \Delta\boldsymbol{\alpha}^T \mathbf{S}\bar{\mathbf{u}} + (\bar{\mathbf{u}} - \bar{\mathbf{u}}^*)\right\}
 \end{aligned} \tag{3.4.9}$$

上式において $\Delta\boldsymbol{\alpha} = \boldsymbol{\alpha} - \boldsymbol{\alpha}^*$ としている. $\bar{\mathbf{u}}^*$ は適応制御入力の理想値を表しており, 本手法では CGT (Command Generator Tracker) 解を用いる.

以下のような理想規範モデルを設計する.

$$\begin{aligned}
 \dot{\mathbf{x}}_m &= \mathbf{A}_m \mathbf{x}_m + \mathbf{b}_m \mathbf{u} \\
 \mathbf{y}_m &= \mathbf{C}_m \mathbf{x}_m
 \end{aligned} \tag{3.4.10}$$

上式における出力 \mathbf{y}_m を目標値に完全追従させるような理想フィードフォワード制御入力は以下のように設計される CGT によって求めることができる.

$$\begin{bmatrix} \mathbf{x}^* \\ \mathbf{u}^* \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{S}_{11} & \mathbf{S}_{12} \\ \mathbf{S}_{21} & \mathbf{S}_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{x}_m \\ \mathbf{u}_m \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \boldsymbol{\Omega}_{11} \\ \boldsymbol{\Omega}_{21} \end{bmatrix} \mathbf{v} \quad (3.4.11)$$

式(3.4.5), (3.4.11)より

$$\begin{aligned} \bar{\mathbf{u}} - \bar{\mathbf{u}}^* &= \mathbf{k}_e \mathbf{e} + \mathbf{k}_{xm} \mathbf{x}_m + \mathbf{k}_{um} \mathbf{u}_m - (\mathbf{S}_{21} \mathbf{x}_m + \mathbf{S}_{22} \mathbf{u}_m + \boldsymbol{\Omega}_{21} \mathbf{v}) + \mathbf{k}_e^* \mathbf{e} \\ &\quad - \mathbf{k}_e^* \mathbf{e} \\ &= (\mathbf{k}_e - \mathbf{k}_e^*) \mathbf{e} + (\mathbf{k}_{xm} - \mathbf{S}_{21}) \mathbf{x}_m + (\mathbf{k}_{um} - \mathbf{S}_{22}) \mathbf{u}_m + \mathbf{k}_e^* \mathbf{e} - \boldsymbol{\Omega}_{21} \mathbf{v} \\ &= \boldsymbol{\zeta}^T \mathbf{z} + \mathbf{k}_e^* \mathbf{C}^* \mathbf{e}_x - \boldsymbol{\Omega}_{21} \mathbf{v} \end{aligned} \quad (3.4.12)$$

となる。ここで、 $\boldsymbol{\zeta} = \mathbf{k} - \mathbf{k}^*$ としている。したがって式(9)は以下のようなになる。

$$\begin{aligned} \dot{\mathbf{e}}_x &= \mathbf{A} \mathbf{e}_x + \mathbf{B} \left\{ (\boldsymbol{\alpha}^{*T} \mathbf{S})^{-1} \Delta \boldsymbol{\alpha}^T \mathbf{S} \bar{\mathbf{u}} + \boldsymbol{\zeta}^T \mathbf{z} + \mathbf{k}_e^* \mathbf{C}^* \mathbf{e}_x - \boldsymbol{\Omega}_{21} \mathbf{v} \right\} \\ &= (\mathbf{A} + \mathbf{B} \mathbf{k}_e^* \mathbf{C}^*) \mathbf{e}_x + \mathbf{B} \boldsymbol{\zeta}^T \mathbf{z} + \mathbf{B} (\boldsymbol{\alpha}^{*T} \mathbf{S})^{-1} \Delta \boldsymbol{\alpha}^T \mathbf{S} \bar{\mathbf{u}} - \mathbf{B} \boldsymbol{\Omega}_{21} \mathbf{v} \\ &= \mathbf{A}' \mathbf{e}_x + \mathbf{B} \boldsymbol{\zeta}^T \mathbf{z} + \mathbf{B} (\boldsymbol{\alpha}^{*T} \mathbf{S})^{-1} \Delta \boldsymbol{\alpha}^T \mathbf{S} \bar{\mathbf{u}} - \mathbf{B} \boldsymbol{\Omega}_{21} \mathbf{v} \\ \mathbf{e} &= \mathbf{C}^* \mathbf{e}_x \end{aligned} \quad (3.4.13)$$

上式において $\mathbf{A}' = \mathbf{A} + \mathbf{B} \mathbf{k}_e^* \mathbf{C}^*$ としている。ここで

$$(\boldsymbol{\alpha}^{*\text{T}}\mathbf{S})^{-1}\Delta\boldsymbol{\alpha}^{\text{T}}\mathbf{S} = \left(\begin{array}{cccc} [11\alpha_h^*] & \cdots & 11\alpha_0^* & \cdots & [m1\alpha_h^*] & \cdots & m1\alpha_0^* \\ & \vdots & & \ddots & & \vdots & \\ [1m\alpha_h^*] & \cdots & 1m\alpha_0^* & \cdots & [mm\alpha_h^*] & \cdots & mm\alpha_0^* \end{array} \right) \left(\begin{array}{ccccc} [s^h] & \mathbf{0} & \cdots & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \vdots & & & & \\ 1 & & & & \\ \mathbf{0} & [s^h] & \cdots & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \cdots & [s^h] & \mathbf{0} \\ \vdots & & & \vdots & \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \cdots & \mathbf{0} & [s^h] \\ & & & & \vdots \\ & & & & 1 \end{array} \right)^{-1} \quad (3.4.14)$$

$$\left(\begin{array}{cccc} [11\Delta\alpha_h] & \cdots & 11\Delta\alpha_0] & \cdots & [m1\Delta\alpha_h] & \cdots & m1\Delta\alpha_0] \\ & \vdots & & \ddots & & \vdots & \\ [1m\Delta\alpha_h] & \cdots & 1m\Delta\alpha_0] & \cdots & [mm\Delta\alpha_h] & \cdots & mm\Delta\alpha_0] \end{array} \right) \left(\begin{array}{ccccc} [s^h] & \mathbf{0} & \cdots & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \vdots & & & & \\ 1 & & & & \\ \mathbf{0} & [s^h] & \cdots & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \cdots & [s^h] & \mathbf{0} \\ \vdots & & & \vdots & \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \cdots & \mathbf{0} & [s^h] \\ & & & & \vdots \\ & & & & 1 \end{array} \right)$$

と置くと式(3.4.13)の誤差方程式は以下ようになる。

$$\begin{aligned} \dot{\mathbf{e}}_x &= \mathbf{A}'\mathbf{e}_x + \mathbf{B}\boldsymbol{\zeta}^{\text{T}}\mathbf{z} + \mathbf{B}(\boldsymbol{\alpha}^{*\text{T}}\mathbf{S})^{-1}\Delta\boldsymbol{\alpha}^{\text{T}}\mathbf{S}\bar{\mathbf{u}} - \mathbf{B}\boldsymbol{\Omega}_{21}\mathbf{v} \\ \mathbf{e} &= \mathbf{C}^*\mathbf{e}_x \end{aligned} \quad (3.4.15)$$

以上が適応 SDC を適用した際の誤差方程式である。

このシステムに対して以下のようなリアプノフ関数の候補を設計する。

$$\begin{aligned} V &= V_1 + V_2 + V_3 \\ V_1 &= \mathbf{e}_x^{\text{T}}\mathbf{P}\mathbf{e}_x \\ V_2 &= \text{tr}\{\boldsymbol{\zeta}^{\text{T}}\boldsymbol{\Gamma}^{-1}\boldsymbol{\zeta}\} \\ V_3 &= \text{tr}\{\Delta\boldsymbol{\alpha}^{\text{T}}\boldsymbol{\xi}^{-1}\Delta\boldsymbol{\alpha}\} \end{aligned} \quad (3.4.16)$$

まずは V_1 を微分する。

$$\begin{aligned}
\dot{V}_1 &= \dot{\mathbf{e}}_x^T \mathbf{P} \mathbf{e}_x + \mathbf{e}_x^T \dot{\mathbf{P}} \mathbf{e}_x \\
&= \left(\mathbf{A}' \mathbf{e}_x + \mathbf{B} \boldsymbol{\zeta}^T \mathbf{z} + \mathbf{B} (\boldsymbol{\alpha}^{*T} \mathbf{S})^{-1} \Delta \boldsymbol{\alpha}^T \bar{\mathbf{S}} \bar{\mathbf{u}} - \mathbf{B} \boldsymbol{\Omega}_{21} \mathbf{v} \right)^T \mathbf{P} \mathbf{e}_x \\
&\quad + \mathbf{e}_x^T \mathbf{P} \left(\mathbf{A}' \mathbf{e}_x + \mathbf{B} \boldsymbol{\zeta}^T \mathbf{z} + \mathbf{B} (\boldsymbol{\alpha}^{*T} \mathbf{S})^{-1} \Delta \boldsymbol{\alpha}^T \bar{\mathbf{S}} \bar{\mathbf{u}} - \mathbf{B} \boldsymbol{\Omega}_{21} \mathbf{v} \right) \\
&= \mathbf{e}_x^T (\mathbf{A}'^T \mathbf{P} + \mathbf{P} \mathbf{A}') \mathbf{e}_x + 2 \mathbf{z}^T \boldsymbol{\zeta} \mathbf{B}^T \mathbf{P} \mathbf{e}_x - 2 (\mathbf{B} \boldsymbol{\Omega}_{21} \mathbf{v})^T \mathbf{P} \mathbf{e}_x \\
&\quad + 2 \bar{\mathbf{u}}^T \mathbf{S}^T \Delta \boldsymbol{\alpha} (\mathbf{S}^T \boldsymbol{\alpha}^*)^{-1} \mathbf{B}^T \mathbf{P} \mathbf{e}_x
\end{aligned} \tag{3.4.17}$$

ここで、式(3.4.15)で表されるシステムは ASPR であるから以下のカルマン・ヤクボビッチの補題が成り立つ。

$$\begin{aligned}
\mathbf{A}'^T \mathbf{P} + \mathbf{P} \mathbf{A}' &= -\mathbf{Q} \\
\mathbf{B}^T \mathbf{P} &= \mathbf{C}
\end{aligned} \tag{3.4.18}$$

ここで、 $\mathbf{P}, \mathbf{Q} \in \mathbb{R}^{n \times n}$ は正定対称行列である。したがって、式(3.4.17)は以下のようになる。

$$\dot{V}_1 = -\mathbf{e}_x^T \mathbf{Q} \mathbf{e}_x + 2 \mathbf{z}^T \boldsymbol{\zeta} \mathbf{e} - 2 (\mathbf{B} \boldsymbol{\Omega}_{21} \mathbf{v})^T \mathbf{P} \mathbf{e}_x + 2 \bar{\mathbf{u}}^T \mathbf{S}^T \Delta \boldsymbol{\alpha} (\mathbf{S}^T \boldsymbol{\alpha}^*)^{-1} \mathbf{e} \tag{3.4.19}$$

上式において符号が負にならない項を V_2 や V_3 で消去できるように適応則の設計を工夫する。

次に V_2 を微分する前に、 V_2 を展開する。

$$\boldsymbol{\zeta} \in \mathbb{R}^{3m \times m}, \boldsymbol{\Gamma} \in \mathbb{R}^{3m \times 3m}$$

$$\begin{aligned}
V_2 &= \text{tr}\{\boldsymbol{\zeta}^T \boldsymbol{\Gamma}^{-1} \boldsymbol{\zeta}\} \\
V_2 &= \text{tr} \left\{ \begin{bmatrix} \zeta_{11} & \cdots & \zeta_{(3m)1} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \zeta_{1m} & \cdots & \zeta_{(3m)m} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \gamma_{11}^{-1} & \cdots & \gamma_{1(3m)}^{-1} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \gamma_{(3m)1}^{-1} & \cdots & \gamma_{(3m)(3m)}^{-1} \end{bmatrix} \right. \\
&\quad \left. \begin{bmatrix} \zeta_{11} & \cdots & \zeta_{1m} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \zeta_{(3m)1} & \cdots & \zeta_{(3m)m} \end{bmatrix} \right\} \\
V_2 &= \text{tr} \left\{ \begin{bmatrix} \sum_{i=1}^{3m} \zeta_{i1} \gamma_{i1}^{-1} & \cdots & \sum_{i=1}^{3m} \zeta_{i1} \gamma_{i(3m)}^{-1} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \sum_{i=1}^{3m} \zeta_{im} \gamma_{i1}^{-1} & \cdots & \sum_{i=1}^{3m} \zeta_{im} \gamma_{i(3m)}^{-1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \zeta_{11} & \cdots & \zeta_{1m} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \zeta_{(3m)1} & \cdots & \zeta_{(3m)m} \end{bmatrix} \right\} \\
V_2 &= \text{tr} \left[\begin{array}{ccc} \sum_{j=1}^{3m} \left(\zeta_{j1} \sum_{i=1}^{3m} \zeta_{i1} \gamma_{ij}^{-1} \right) & \cdots & \sum_{j=1}^{3m} \left(\zeta_{jm} \sum_{i=1}^{3m} \zeta_{i1} \gamma_{ij}^{-1} \right) \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \sum_{j=1}^{3m} \left(\zeta_{j1} \sum_{i=1}^{3m} \zeta_{im} \gamma_{ij}^{-1} \right) & \cdots & \sum_{j=1}^{3m} \left(\zeta_{jm} \sum_{i=1}^{3m} \zeta_{im} \gamma_{ij}^{-1} \right) \end{array} \right] \\
V_2 &= \sum_{k=1}^m \left\{ \sum_{j=1}^{3m} \left(\zeta_{jk} \sum_{i=1}^{3m} \zeta_{ik} \gamma_{ij}^{-1} \right) \right\}
\end{aligned} \tag{3.4.20}$$

これを微分すると以下ようになる。

$$\dot{V}_2 = 2 \sum_{k=1}^m \left\{ \sum_{j=1}^{3m} \left(\dot{k}_{jk} \sum_{i=1}^{3m} \gamma_{ij}^{-1} \zeta_{ik} \right) \right\} \quad (3.4.21)$$

この値によって式(3.4.19)の右辺第2項を消去できるように適応則を設計する。

$$2 \sum_{k=1}^m \left\{ \sum_{j=1}^{3m} \left(\dot{k}_{jk} \sum_{i=1}^{3m} \gamma_{ij}^{-1} \zeta_{ik} \right) \right\} = -2\mathbf{z}^T \boldsymbol{\zeta} \mathbf{e} \quad (3.4.22)$$

この式から制御ゲインの適応則 \mathbf{k} を求めるために $\mathbf{z}^T \boldsymbol{\zeta} \mathbf{e}$ を展開する。

$$\begin{aligned} \mathbf{z}^T \boldsymbol{\zeta} \mathbf{e} &= [z_1 \quad \cdots \quad z_{3m}] \begin{bmatrix} \zeta_{11} & \cdots & \zeta_{1m} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \zeta_{(3m)1} & \cdots & \zeta_{(3m)m} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} e_1 \\ \vdots \\ e_m \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} \sum_{i=1}^m z_i \zeta_{i1} & \cdots & \sum_{i=1}^m z_i \zeta_{im} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} e_1 \\ \vdots \\ e_m \end{bmatrix} \\ &= \sum_{j=1}^m \left(e_j \sum_{i=1}^m z_i \zeta_{ij} \right) \end{aligned} \quad (3.4.23)$$

このとき、適応則を以下のように設計する。

$$\dot{\mathbf{k}} = -\boldsymbol{\Gamma} \mathbf{z} \mathbf{e}^T \quad (3.4.24)$$

ここで、 $\boldsymbol{\Gamma} \in \mathbb{R}^{3m \times 3m}$ は調整則ゲイン行列である。上式を展開すると以下ようになる。

$$\begin{aligned} \boldsymbol{\Gamma} \mathbf{z} \mathbf{e}^T &= \begin{bmatrix} \gamma_{11} & \cdots & \gamma_{1(3m)} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \gamma_{(3m)1} & \cdots & \gamma_{(3m)(3m)} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} z_1 \\ \vdots \\ z_{3m} \end{bmatrix} [e_1 \quad \cdots \quad e_m] \\ &= \begin{bmatrix} \sum_{i=1}^{3m} \gamma_{1i} z_i \\ \vdots \\ \sum_{i=1}^{3m} \gamma_{(3m)i} z_i \end{bmatrix} [e_1 \quad \cdots \quad e_m] \\ &= \begin{bmatrix} e_1 \sum_{i=1}^{3m} \gamma_{1i} z_i & \cdots & e_m \sum_{i=1}^{3m} \gamma_{1i} z_i \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ e_1 \sum_{i=1}^{3m} \gamma_{(3m)i} z_i & \cdots & e_m \sum_{i=1}^{3m} \gamma_{(3m)i} z_i \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (3.4.25)$$

$\boldsymbol{\Gamma}$ の対角要素以外を0とすると上式は以下ようになる。

$$\boldsymbol{\Gamma} \mathbf{z} \mathbf{e}^T = \begin{bmatrix} e_1 \gamma_{11} z_1 & \cdots & e_m \gamma_{11} z_1 \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ e_1 \gamma_{(3m)(3m)} z_{3m} & \cdots & e_m \gamma_{(3m)(3m)} z_{3m} \end{bmatrix} \quad (3.4.26)$$

したがって、式(3.4.21)は

$$\begin{aligned}
\dot{V}_2 &= 2 \sum_{j=1}^m \left\{ \sum_{i=1}^{3m} (k_{ij} \gamma_{ii}^{-1} \zeta_{ij}) \right\} \\
&= -2 \sum_{j=1}^m \left\{ \sum_{i=1}^{3m} (e_j \gamma_{ii} z_i \gamma_{ii}^{-1} \zeta_{ij}) \right\} \\
&= -2 \sum_{j=1}^m \left\{ \sum_{i=1}^{3m} (e_j z_i \zeta_{ij}) \right\}
\end{aligned} \tag{3.4.27}$$

となり，以上より式(3.4.22)の等式が成り立つことがわかる．したがって，式(3.4.24)の適応則を用いることで式(3.4.19)の右辺第2項を消去することができる．

同様にして V_3 を展開する．

$$\Delta\alpha \in \mathbb{R}^{m(h+1) \times m}, \xi \in \mathbb{R}^{m(h+1) \times m(h+1)}$$

$$V_3 = \text{tr}[\Delta\alpha^T \xi^{-1} \Delta\alpha]$$

$$V_3 = \text{tr} \left\{ \begin{array}{c} \left[\begin{array}{ccc} [_{11}\Delta\alpha_h & \cdots & _{11}\Delta\alpha_0] & \cdots & [_{m1}\Delta\alpha_h & \cdots & _{m1}\Delta\alpha_0] \\ \vdots & & \vdots & & \vdots & & \vdots \\ [_{1m}\Delta\alpha_h & \cdots & _{1m}\Delta\alpha_0] & \cdots & [_{mm}\Delta\alpha_h & \cdots & _{mm}\Delta\alpha_0] \end{array} \right] \\ \\ \left[\begin{array}{ccc} \xi_{11}^{-1} & \cdots & \xi_{1(m(h+1))}^{-1} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \xi_{(m(h+1))1}^{-1} & \cdots & \xi_{(m(h+1))(m(h+1))}^{-1} \end{array} \right] \left[\begin{array}{cc} [_{11}\Delta\alpha_h] & \cdots [_{1m}\Delta\alpha_h] \\ \vdots & \vdots \\ [_{11}\Delta\alpha_0] & \cdots [_{1m}\Delta\alpha_0] \\ \vdots & \vdots \\ [_{m1}\Delta\alpha_h] & \cdots [_{mm}\Delta\alpha_h] \\ \vdots & \vdots \\ [_{m1}\Delta\alpha_0] & \cdots [_{mm}\Delta\alpha_0] \end{array} \right] \\ \\ \left[\begin{array}{ccc} \Delta\alpha_{11} & \cdots & \Delta\alpha_{(m(h+1))1} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \Delta\alpha_{1m} & \cdots & \Delta\alpha_{(m(h+1))m} \end{array} \right] \left[\begin{array}{ccc} \xi_{11}^{-1} & \cdots & \xi_{1(m(h+1))}^{-1} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \xi_{(m(h+1))1}^{-1} & \cdots & \xi_{(m(h+1))(m(h+1))}^{-1} \end{array} \right] \\ \\ \left[\begin{array}{ccc} \Delta\alpha_{11} & \cdots & \Delta\alpha_{1m} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \Delta\alpha_{(m(h+1))1} & \cdots & \Delta\alpha_{(m(h+1))m} \end{array} \right] \end{array} \right\} \quad (3.4.28)$$

$$V_3 = \text{tr} \left\{ \begin{array}{c} \left[\begin{array}{cc} \sum_{i=1}^{m(h+1)} \Delta\alpha_{i1} \xi_{i1}^{-1} & \cdots \sum_{i=1}^{m(h+1)} \Delta\alpha_{i1} \xi_{i(m(h+1))}^{-1} \\ \vdots & \vdots \\ \sum_{i=1}^{m(h+1)} \Delta\alpha_{im} \xi_{i1}^{-1} & \cdots \sum_{i=1}^{m(h+1)} \Delta\alpha_{im} \xi_{i(m(h+1))}^{-1} \end{array} \right] \\ \\ \left[\begin{array}{ccc} \Delta\alpha_{11} & \cdots & \Delta\alpha_{1m} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \Delta\alpha_{(m(h+1))1} & \cdots & \Delta\alpha_{(m(h+1))m} \end{array} \right] \end{array} \right\}$$

$$V_3 = \text{tr} \left\{ \begin{array}{c} \sum_{j=1}^{m(h+1)} \left(\Delta\alpha_{j1} \sum_{i=1}^{m(h+1)} \Delta\alpha_{i1} \xi_{ij}^{-1} \right) \cdots \\ \vdots \\ \sum_{j=1}^{m(h+1)} \left(\Delta\alpha_{j1} \sum_{i=1}^{m(h+1)} \Delta\alpha_{im} \xi_{ij}^{-1} \right) \cdots \end{array} \right\}$$

$$V_3 = \sum_{k=1}^m \left\{ \sum_{j=1}^{m(h+1)} \left(\Delta\alpha_{jk} \sum_{i=1}^{m(h+1)} \Delta\alpha_{ik} \xi_{ij}^{-1} \right) \right\}$$

上式を微分すると以下ようになる。

$$\dot{V}_3 = 2 \sum_{k=1}^m \left\{ \sum_{j=1}^{m(h+1)} \left(\dot{\alpha}_{jk} \sum_{i=1}^{m(h+1)} \Delta\alpha_{ik} \xi_{ij}^{-1} \right) \right\} \quad (3.4.29)$$

上式によって式(3.4.19)の第4項を消去するには以下の等式を成り立たせる必要がある。

$$2 \sum_{k=1}^m \left\{ \sum_{j=1}^{m(h+1)} \left(\dot{\alpha}_{jk} \sum_{i=1}^{m(h+1)} \xi_{ij}^{-1} \Delta\alpha_{ik} \right) \right\} = -2\bar{\mathbf{u}}^T \mathbf{S}^T \Delta\alpha (\mathbf{S}^T \alpha^*)^{-1} \mathbf{e} \quad (3.4.30)$$

この式から SDC の適応則 $\dot{\alpha}$ を求めるために $\bar{\mathbf{u}}^T \mathbf{S}^T \Delta\alpha (\mathbf{S}^T \alpha^*)^{-1} \mathbf{e}$ を展開する。ここで、計算を単純化するために以下のように置く。

$$\begin{aligned} (\mathbf{S}^T \alpha^*)^{-1} &= \boldsymbol{\mu} \\ &= \begin{bmatrix} \mu_{11} & \cdots & \mu_{1m} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \mu_{m1} & \cdots & \mu_{mm} \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (3.4.31)$$

上記のようにして $\bar{\mathbf{u}}^T \mathbf{S}^T \Delta\alpha (\mathbf{S}^T \alpha^*)^{-1} \mathbf{e}$ を展開する。

$$\begin{aligned}
& \bar{\mathbf{u}}^T \mathbf{S}^T \Delta \alpha (\mathbf{S}^T \alpha^*)^{-1} \mathbf{e} \\
& = [\bar{u}_1 \quad \cdots \quad \bar{u}_m] \\
& \quad \begin{bmatrix} [s^h \quad \cdots \quad 1] & \mathbf{0} & \cdots & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & [s^h \quad \cdots \quad 1] & \cdots & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \cdots & [s^h \quad \cdots \quad 1] & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \cdots & \mathbf{0} & [s^h \quad \cdots \quad 1] \end{bmatrix} \\
& \quad \begin{bmatrix} \begin{bmatrix} {}_{11} \Delta \alpha_h \\ \vdots \\ {}_{11} \Delta \alpha_0 \end{bmatrix} & \cdots & \begin{bmatrix} {}_{1m} \Delta \alpha_h \\ \vdots \\ {}_{1m} \Delta \alpha_0 \end{bmatrix} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \begin{bmatrix} {}_{m1} \Delta \alpha_h \\ \vdots \\ {}_{m1} \Delta \alpha_0 \end{bmatrix} & \cdots & \begin{bmatrix} {}_{mm} \Delta \alpha_h \\ \vdots \\ {}_{mm} \Delta \alpha_0 \end{bmatrix} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mu_{11} & \cdots & \mu_{1m} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \mu_{m1} & \cdots & \mu_{mm} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} e_1 \\ \vdots \\ e_m \end{bmatrix} \\
& = [\bar{u}_1 [s^h \quad \cdots \quad 1] \quad \cdots \quad \bar{u}_m [s^h \quad \cdots \quad 1]] \\
& \quad \begin{bmatrix} \Delta \alpha_{11} & \cdots & \Delta \alpha_{1m} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \Delta \alpha_{(m(h+1))1} & \cdots & \Delta \alpha_{(m(h+1))m} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mu_{11} & \cdots & \mu_{1m} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \mu_{m1} & \cdots & \mu_{mm} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} e_1 \\ \vdots \\ e_m \end{bmatrix}
\end{aligned} \tag{3.4.32}$$

ここで,

$$\begin{aligned}
[\bar{u}_1 [s^h \quad \cdots \quad 1] \quad \cdots \quad \bar{u}_m [s^h \quad \cdots \quad 1]] & = \bar{\mathbf{u}}_s \\
& = [\bar{u}_{s(1)} \quad \cdots \quad \bar{u}_{s(m(h+1))}]
\end{aligned} \tag{3.4.33}$$

と置くと以下のようになる.

$$\begin{aligned}
& \bar{\mathbf{u}}^T \mathbf{S}^T \Delta \alpha (\mathbf{S}^T \alpha^*)^{-1} \mathbf{e} \\
& = [\bar{u}_{s(1)} \quad \cdots \quad \bar{u}_{s(m(h+1))}] \\
& \quad \begin{bmatrix} \Delta \alpha_{11} & \cdots & \Delta \alpha_{1m} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \Delta \alpha_{(m(h+1))1} & \cdots & \Delta \alpha_{(m(h+1))m} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mu_{11} & \cdots & \mu_{1m} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \mu_{m1} & \cdots & \mu_{mm} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} e_1 \\ \vdots \\ e_m \end{bmatrix} \\
& = \left[\sum_{i=1}^{m(h+1)} \bar{u}_{s(i)} \Delta \alpha_{i1} \quad \cdots \quad \sum_{i=1}^{m(h+1)} \bar{u}_{s(i)} \Delta \alpha_{im} \right] \begin{bmatrix} \mu_{11} & \cdots & \mu_{1m} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \mu_{m1} & \cdots & \mu_{mm} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} e_1 \\ \vdots \\ e_m \end{bmatrix} \\
& = \left[\sum_{j=1}^m \left(\mu_{j1} \sum_{i=1}^{m(h+1)} \bar{u}_{s(i)} \Delta \alpha_{ij} \right) \quad \cdots \quad \sum_{j=1}^m \left(\mu_{jm} \sum_{i=1}^{m(h+1)} \bar{u}_{s(i)} \Delta \alpha_{ij} \right) \right] \begin{bmatrix} e_1 \\ \vdots \\ e_m \end{bmatrix} \\
& = \sum_{k=1}^m \left(e_k \sum_{j=1}^m \left(\mu_{jk} \sum_{i=1}^{m(h+1)} \bar{u}_{s(i)} \Delta \alpha_{ij} \right) \right)
\end{aligned} \tag{3.4.34}$$

このとき, 適応則を以下のように設計する.

$$\dot{\alpha} = -\xi \bar{\mathbf{u}}_s^T \mathbf{e}^T \boldsymbol{\mu} \tag{3.4.35}$$

上式を展開すると以下のようになる.

$$\begin{aligned}
\xi \bar{\mathbf{u}}_s^T \mathbf{e}^T \boldsymbol{\mu} &= \begin{bmatrix} \xi_{11} & \cdots & \xi_{1(m(h+1))} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \xi_{(m(h+1))1} & \cdots & \xi_{(m(h+1))(m(h+1))} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{u}_{s(1)} \\ \vdots \\ \bar{u}_{s(m(h+1))} \end{bmatrix} \\
&= \begin{bmatrix} \sum_{i=1}^{m(h+1)} \xi_{1i} \bar{u}_{s(i)} \\ \vdots \\ \sum_{i=1}^{m(h+1)} \xi_{(m(h+1))i} \bar{u}_{s(i)} \end{bmatrix} [e_1 \cdots e_m] \begin{bmatrix} \mu_{11} & \cdots & \mu_{1m} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \mu_{m1} & \cdots & \mu_{mm} \end{bmatrix} \\
&= \begin{bmatrix} e_1 \sum_{i=1}^{m(h+1)} \xi_{1i} \bar{u}_{s(i)} & \cdots & e_m \sum_{i=1}^{m(h+1)} \xi_{1i} \bar{u}_{s(i)} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ e_1 \sum_{i=1}^{m(h+1)} \xi_{(m(h+1))i} \bar{u}_{s(i)} & \cdots & e_m \sum_{i=1}^{m(h+1)} \xi_{(m(h+1))i} \bar{u}_{s(i)} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mu_{11} & \cdots & \mu_{1m} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \mu_{m1} & \cdots & \mu_{mm} \end{bmatrix} \quad (3.4.36) \\
\xi \bar{\mathbf{u}}_s^T \mathbf{e}^T \boldsymbol{\mu} &= \begin{bmatrix} \sum_{j=1}^m \left(\mu_{j1} e_j \sum_{i=1}^{m(h+1)} \xi_{1i} \bar{u}_{s(i)} \right) & \cdots \\ \vdots & \ddots \\ \sum_{j=1}^m \left(\mu_{jm} e_j \sum_{i=1}^{m(h+1)} \xi_{(m(h+1))i} \bar{u}_{s(i)} \right) & \cdots \end{bmatrix} \\
&= \begin{bmatrix} \sum_{j=1}^m \left(\mu_{jm} e_j \sum_{i=1}^{m(h+1)} \xi_{1i} \bar{u}_{s(i)} \right) \\ \vdots \\ \sum_{j=1}^m \left(\mu_{jm} e_j \sum_{i=1}^{m(h+1)} \xi_{(m(h+1))i} \bar{u}_{s(i)} \right) \end{bmatrix}
\end{aligned}$$

ξ の対角要素以外を0とすると上式は以下のようになる.

$$\xi \bar{\mathbf{u}}_s^T \mathbf{e}^T \boldsymbol{\mu} = \begin{bmatrix} \sum_{i=1}^m (\mu_{i1} e_i \xi_{11} \bar{u}_{s(1)}) \\ \vdots \\ \sum_{i=1}^m (\mu_{i1} e_i \xi_{(m(h+1))} \bar{u}_{s(m(h+1))}) \\ \vdots \\ \dots \sum_{i=1}^m (\mu_{im} e_i \xi_{11} \bar{u}_{s(1)}) \\ \vdots \\ \dots \sum_{i=1}^m (\mu_{im} e_i \xi_{(m(h+1))} \bar{u}_{s(m(h+1))}) \end{bmatrix} \quad (3.4.37)$$

したがって、式(3.4.29)は

$$\begin{aligned} \dot{V}_3 &= 2 \sum_{j=1}^m \left\{ \sum_{i=1}^{m(h+1)} (\dot{\alpha}_{ij} \Delta \alpha_{ij} \xi_{ii}^{-1}) \right\} \\ &= -2 \sum_{k=1}^m \left\{ \sum_{j=1}^m \left(\sum_{i=1}^{m(h+1)} \mu_{kj} e_j \xi_{ii} \bar{u}_{s(i)} \Delta \alpha_{ij} \xi_{ii}^{-1} \right) \right\} \\ &= -2 \sum_{k=1}^m \left\{ \sum_{j=1}^m \left(\sum_{i=1}^{m(h+1)} \mu_{kj} e_j \bar{u}_{s(i)} \Delta \alpha_{ij} \right) \right\} \end{aligned} \quad (3.4.38)$$

となり、以上より式(3.4.30)の等式が成り立つこと分かる。したがって、式(3.4.35)の適応則を用いることで式(3.4.19)の右辺第4項を消去することができる。

以上のようにすることで、リアプノフ関数の微分値は以下ようになる。

$$\begin{aligned} \dot{V} &= \dot{V}_1 + \dot{V}_2 + \dot{V}_3 \\ &= -\mathbf{e}_x^T \mathbf{Q} \mathbf{e}_x - 2(\mathbf{B} \boldsymbol{\Omega}_{21} \mathbf{v})^T \mathbf{P} \mathbf{e}_x \end{aligned} \quad (3.4.39)$$

前節と同様で、直結した MSD を制御対象として上記で求められた適応側の有効性を検証する。このシステムの伝達関数行列はすべてのパラメータを1とすると以下ようになる。

$$\mathbf{G}(s) = \begin{bmatrix} \frac{s^2 + s + 1}{s^4 + 3s^3 + 4s^2 + 2s + 1} & \frac{s + 1}{s^4 + 3s^3 + 4s^2 + 2s + 1} \\ \frac{s + 1}{s^4 + 3s^3 + 4s^2 + 2s + 1} & \frac{s^2 + 2s + 2}{s^4 + 3s^3 + 4s^2 + 2s + 1} \end{bmatrix} \quad (3.4.40)$$

上記のような伝達関数の場合、理想 SDC は以下のように2次であれば良い。

$$\boldsymbol{\alpha}^* \mathbf{T} \mathbf{S} = \begin{bmatrix} s^2 + a_1 s + a_0 & s^2 + b_1 s + b_0 \\ s^2 + c_1 s + c_0 & s^2 + d_1 s + d_0 \end{bmatrix} \quad (3.4.41)$$

式(3.4.35)の適応側を用いるにはこの理想 SDC の逆行列が必要となる。その逆行列を求めると以下ようになる。

$$\begin{aligned}
& (\alpha^* \mathbf{S})^{-1} \\
&= \frac{1}{(a_1 - b_1 - c_1 + d_1)s^3 + (a_0 - b_0 - c_0 + d_0 + a_1 d_1 - b_1 c_1)s^2 + (a_1 d_0 - b_1 c_0 - b_0 c_1 + a_0 d_1)s + a_0 d_0 - b_0 c_0} \\
& \quad \begin{bmatrix} s^2 + d_1 s + d_0 & -(s^2 + c_1 s + c_0) \\ -(s^2 + b_1 s + b_0) & s^2 + a_1 s + a_0 \end{bmatrix}
\end{aligned} \tag{3.4.42}$$

3-4-2. SDC に初期値を設定

理想 SDC を設計してシミュレーションを行ったが収束しない。ここで、SDC の初期値に着眼する。SDC の係数はリアルタイムで状態量を用いて適応して求められる。そのため、初期値は 0 として数値シミュレーションを行っていたが、これでは制御入力も 0 になってしまう。そこで、SDC の係数に初期値として以下の値を入れた。

$$\alpha_0 = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 1 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \tag{3.4.43}$$

この結果、目標値へと収束した。

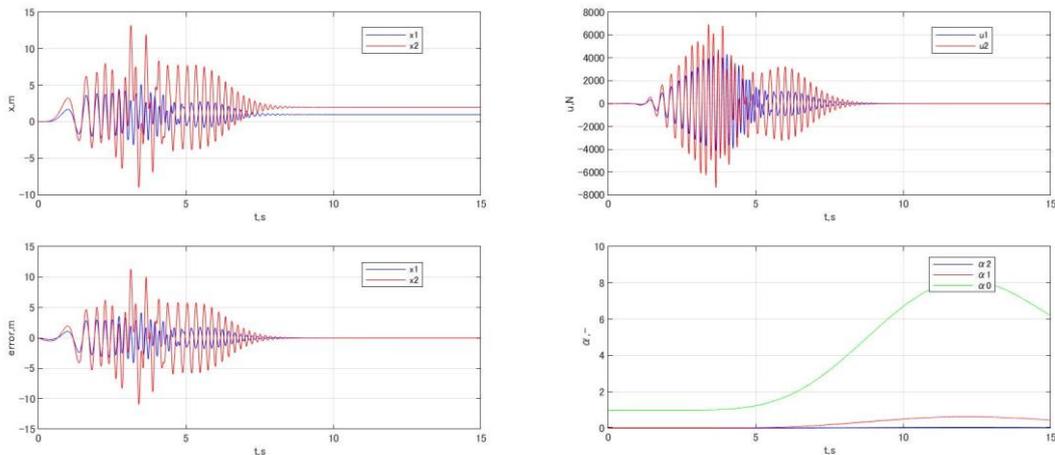


Fig. 3.4. 2 SDC with initial value of coefficient α_0

上記のように目標値へと収束はするが、SDC の係数が収束せず制御入力が過大となっている。また、シミュレーション時間を延ばすと SDC の係数が発散していくことが分かった。安定解析を見返したところ、SDC に関するリアプノフ関数 V_3 において誤差が 0 になるようにリアプノフ関数の微分値が負定になっていないことが分かった。

3-4-3. 適応則を改良

そこで、SDC の適応側を以下のように変更した。

$$\dot{\alpha} = -\xi \mathbf{S} \mathbf{u} e^T (\mathbf{S}^T \alpha^*)^{-1} - \xi \sigma_\alpha \Delta \alpha \tag{3.4.44}$$

このようにすることでリアプノフ関数 \dot{V}_3 は負定となり、SDCの係数は理想的な値 α^* に収束するようになる。この適応則を用いてシミュレーションを行ったところ以下ようになった。

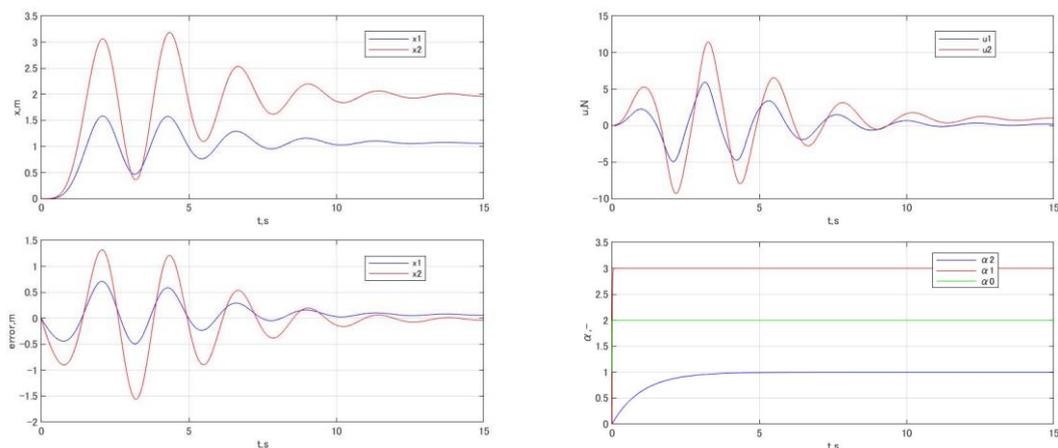


Fig. 3.4. 3 SDC with modified adaptive law

この図を見ると明らかなように、誤差は0へと収束していき、SDCの係数も理想値として設計していた値に収束した。この結果から上記の適応側が有効であることが分かった。

3-4-4. 特殊な MSD に適用

同様にダンパー係数の値を負にした特殊な MSD に対して同様の制御を行った。その結果が以下である。

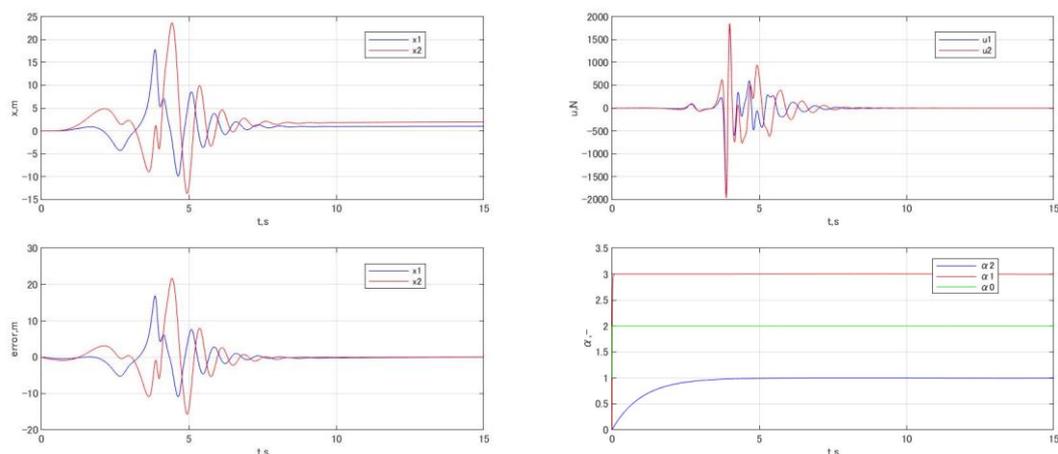


Fig. 3.4. 4 Time responses of mass-spring-dumper system

先ほどと同様、制御目標が達成できていることがわかる。しかし、制御入力が高値となっている。このような課題は残っているが、最高位係数が負で非最小位相系のシステムでも目標値へと追従させることができた。

3-4-5. 小型固定翼航空機 (SAVANNA) の縦運動に適用

上記のような MSD のシステムに対しては 2 次の SDC を用いていたが固定翼航空機の場合は縦・横ともに 1 次の SDC を使用する。固定翼航空機は MSD とは異なり、その運動は非線形方程式で表される。ここでは、線形化されたシステムの縦運動に限定して数値シミュレーションを行う。その結果が以下である。

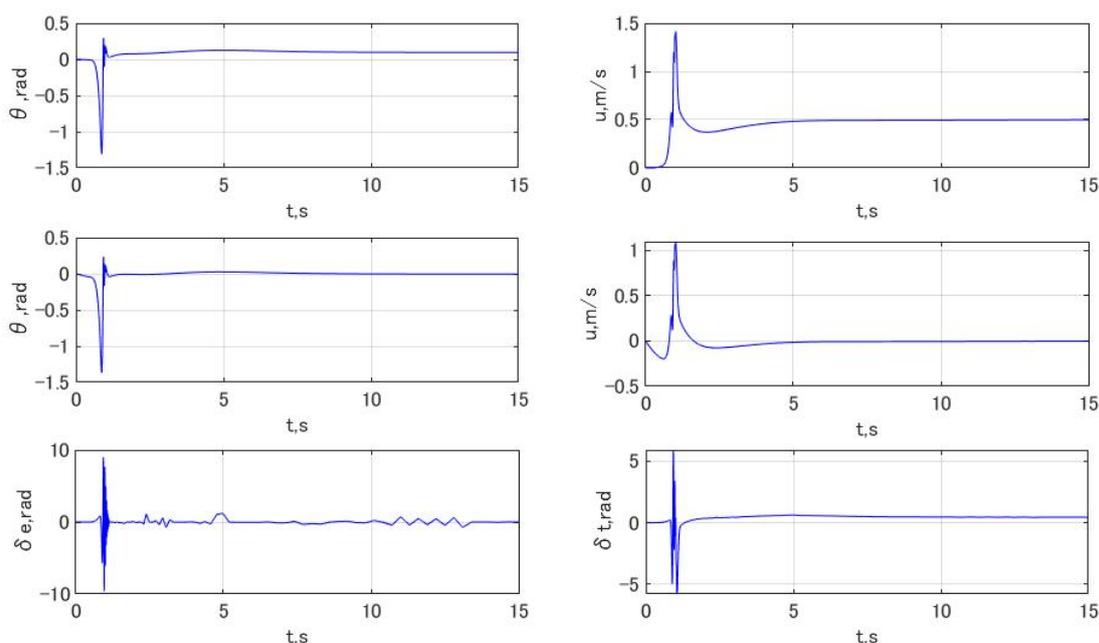


Fig. 3.4. 5 Control of longitudinal motion of fixed-wing aircraft

上記のシミュレーションでは各調整行列は以下のようにした。

$$\Gamma_{10} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (3.4.45)$$

$$\xi = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \sigma_{\alpha} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

また、SDC の係数の初期値は以下のようにした。

$$\alpha_0 = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (3.4.46)$$

理想 SDC の設計には零点配置を行った。その時に指定した零点の位置は以下のように設定した。

$$G_m(s) = \left[\begin{array}{c} (s + 0.1)(s + 0.2)(s + 0.3)(s + 0.4) \\ (s + 0.1)(s + 0.1)(s + 0.2) \\ (s + 0.1)(s + 0.1)(s + 0.2)(s + 0.2) \\ (s + 0.1)(s + 0.2)(s + 0.5) \end{array} \right] \quad (3.4.47)$$

このように設定し，理想 SDC の係数を最適化計算で求めたところ以下のようになった。

$$\alpha^*TS = \left[\begin{array}{cc} 8.56 \cdot 10^{-5}s - 1.15 \cdot 10^{-4} & -1.56 \cdot 10^{-4}s - 2.40 \cdot 10^{-4} \\ 8.44 \cdot 10^{-5}s + 5.46 \cdot 10^{-3} & -9.64 \cdot 10^{-4}s + 1.14 \cdot 10^{-2} \end{array} \right] \quad (3.4.48)$$

これに対してシミュレーションでは適応則を用いて，上記の理想 SDC に収束するようにしている。SDC はシミュレーション結果より以下のようになった。

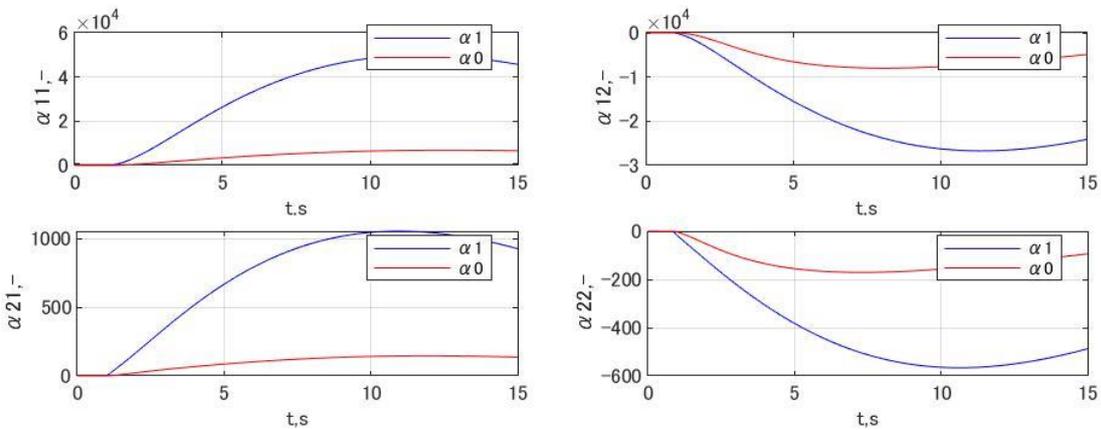


Fig. 3.4. 6 Time responses of coefficients of

図より明らかなように収束していないことがわかる。そこで，SDC の係数の収束性を向上させるために σ_α の値を調整したが，収束させることができない。

そこで，理想 SDC によってシステムを ASPR 化できるのかを調べる。固定翼航空機の縦運動の伝達関数が以下であった。

$$G_{10}(s) = \left[\begin{array}{c} \frac{1.108s^3 + 19.21s^2 - 407.3s + 4.207 \cdot 10^4}{s^4 + 31.84s^3 + 307.2s^2 - 2.771s + 87.98} \\ \frac{-341.9s^2 - 4263s - 70.65}{s^4 + 31.84s^3 + 307.2s^2 - 2.771s + 87.98} \\ \frac{2.114s^3 + 67.54s^2 + 644.2s + 887}{s^4 + 31.84s^3 + 307.2s^2 - 2.771s + 87.98} \\ \frac{-7.057s^2 - 89.9s + 17.55}{s^4 + 31.84s^3 + 307.2s^2 - 2.771s + 87.98} \end{array} \right] \quad (3.4.49)$$

これに対して式(3.4.48)の SDC を用いることでシステムは以下のように拡張される。

$$\begin{aligned}
\mathbf{G}'_{lo}(s) &= \mathbf{G}_{lo}(s)\boldsymbol{\alpha}^T\mathbf{S} \\
&= \begin{bmatrix} G'_{11}(s) & G'_{12}(s) \\ G'_{21}(s) & G'_{22}(s) \end{bmatrix} \\
&= \begin{bmatrix} \frac{8.36 \cdot 10^{-5}s^4 + 0.0155s^3 + 0.456s^2 + 0.0393s + 0.0022}{s^4 + 31.84s^3 + 307.2s^2 - 2.771s + 87.98} & \\ -\frac{0.0022s^4 - 0.0444s^3 + 0.2048s + 3.63 \cdot 10^{-4}}{s^4 + 31.84s^3 + 307.2s^2 - 2.771s + 87.98} & \\ \frac{0.0287s^3 + 0.358s^2 + 0.0076s + 0.104}{s^4 + 31.84s^3 + 307.2s^2 - 2.771s + 87.98} & \\ \frac{0.0601s^3 + 0.7531s^2 - 0.0044s + 0.2163}{s^4 + 31.84s^3 + 307.2s^2 - 2.771s + 87.98} & \end{bmatrix} \quad (3.4.50)
\end{aligned}$$

このシステムを状態空間表現に変換すると以下のようなになる。

$$\begin{aligned}
\dot{\mathbf{x}} &= \mathbf{A}\mathbf{x} + \mathbf{B}\mathbf{u} \\
\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \\ x_5 \\ x_6 \\ x_7 \\ x_8 \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} -31.84 & -19.2 & 0.0866 & -1.375 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 16 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \\ x_5 \\ x_6 \\ x_7 \\ x_8 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 1 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \end{bmatrix} \quad (3.4.51)
\end{aligned}$$

$$y = \mathbf{C}\mathbf{x}$$

$$\begin{bmatrix} u \\ \theta \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.305 & 0.603 & 1.57 & 0.247 \\ 0.279 & 0.202 & -0.0476 & 0.0375 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 0.369 & 0.770 & 0.379 & 0.0278 \\ 0.744 & 0.580 & -0.000208 & 0.0472 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \\ x_5 \\ x_6 \\ x_7 \\ x_8 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0.0855 & 0.00566 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \end{bmatrix}$$

MIMO における ASPR 性の条件は $\det(\mathbf{CB}) > 0$ である。このようになることで、システムの相対次数が m となり厳密に最小位相系であるということが出来る。また、もう一つの ASPR 性の条件として零点が安定である数が $n - m$ 個でなければならない。式(3.4.48)のような SDC を用いた場合

$$\det(\mathbf{CB}) = 2.369 \cdot 10^{-5} \quad (3.4.52)$$

となり、ASPR であるがその条件の境界にかなり近い値となっていることがわかる。このような SDC を用いると適応している間に ASPR 化をできていない時間が多くなり、制御性能に悪影響を及ぼすことが考えられる。そのため上図に示した数値シミュレーションでも良好な結果を得ることができなかつたのだと思われる。そこで、零点配置で指定する零点の位置を以下のように変更する。

$$\mathbf{G}_m(s) = \begin{bmatrix} (s+1)(s+2)(s+3)(s+4) & (s+1)(s+1)(s+2)(s+2) \\ (s+1)(s+1)(s+2) & (s+1)(s+2)(s+5) \end{bmatrix} \quad (3.4.53)$$

このようにすることで

$$\det(\mathbf{CB}) = 1.237 \cdot 10^{-1} \quad (3.4.54)$$

となり、先ほどよりも ASPR 性の条件を、余裕をもって満たしていることがわかる。このように設定して理想 SDC を最適化計算で求めたところ以下のようなになった。

$$\boldsymbol{\alpha}^* \mathbf{T} \mathbf{S} = \begin{bmatrix} -0.00167s - 0.00215 & -0.00226s - 0.00329 \\ 0.0413s + 0.128 & 0.00386s + 0.159 \end{bmatrix} \quad (3.4.55)$$

この理想 SDC を用いて数値シミュレーションを行ったところ、以下のような結果が得られた。

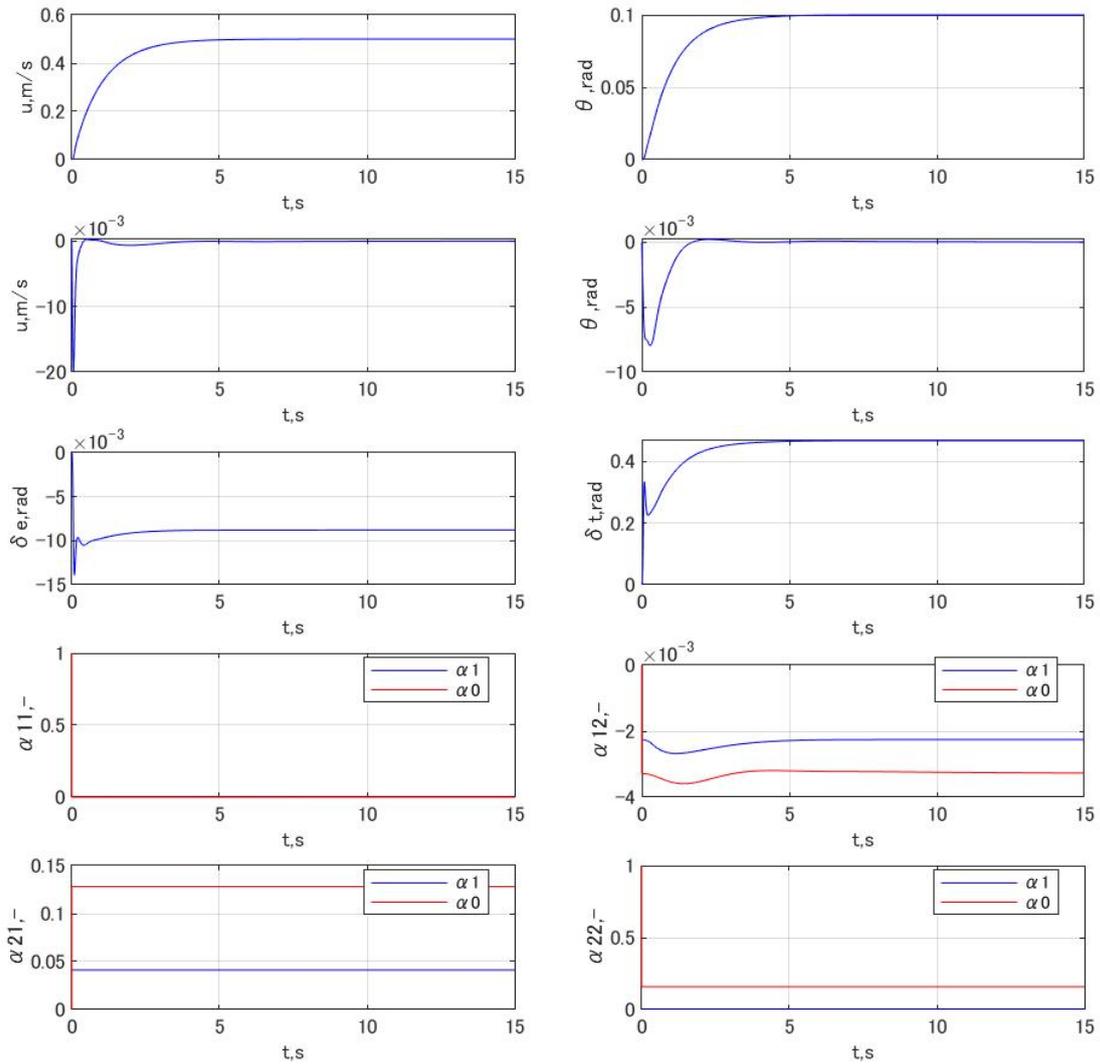


Fig. 3.4. 7 Modification of ideal SDC

上から並進方向速度とピッチ角, それぞれの目標値との誤差, エレベータ舵角と推力, SDCの係数を表している. この時の調整行列は以下のように設定した.

$$\begin{aligned}
 \Gamma_{10} &= \begin{bmatrix} 1000000 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1000000 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1000 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1000 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1000 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1000 \end{bmatrix} \\
 \xi &= \begin{bmatrix} 10000 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 10000 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 10000 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 10000 \end{bmatrix} \\
 \sigma_{\alpha} &= \begin{bmatrix} 10000 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 10000000 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 10000 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 10000 \end{bmatrix}
 \end{aligned} \tag{3.4.56}$$

図より、状態量は偏差なく目標値に追従しており、制御量も過大になることなく制御目標を達成できていることが確認できる。また、理想 SDC を修正する前は収束しなかった SDC の係数も設定した理想 SDC に収束していることが確認できた。

3-4-6. 小型固定翼航空機 (SAVANNA) の横運動に適用

続けて、固定翼航空機の横・方向運動に限定して数値シミュレーションを行う。目標値は $[\phi \ \psi] = [0.1 \ 0.1]$ として、各調整行列は以下のようにした。

$$\begin{aligned} \Gamma_{la} &= \begin{bmatrix} 1000000 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1000000 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 10 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \\ \xi_{la} &= \begin{bmatrix} 10000 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 100000 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1000000 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 10000 \end{bmatrix} \\ \sigma_{\alpha la} &= \begin{bmatrix} 10000 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 10000 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 10000 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 10000 \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (3.4.57)$$

理想 SDC の設計では以下の伝達関数行列と一致するように零点配置を行った。

$$\mathbf{G}_M(s) = \begin{bmatrix} \frac{(s+1)(s+2)(s+3)}{s^4 + 38.57s^3 + 214.9s^2 + 3.027 \cdot 10^3s - 39.94} \\ \frac{(s+1)(s+1)(s-2)(s-2)}{s^5 + 38.57s^4 + 214.9s^3 + 3.027 \cdot 10^3s^2 - 39.94s} \\ \frac{(s+1)(s-1)(s-2)}{s^4 + 38.57s^3 + 214.9s^2 + 3.027 \cdot 10^3s - 39.94} \\ \frac{(s+1)(s+2)(s-5)(s+6)}{s^5 + 38.57s^4 + 214.9s^3 + 3.027 \cdot 10^3s^2 - 39.94s} \end{bmatrix} \quad (3.4.58)$$

このように設定して数値シミュレーションを行った結果、以下のようになった。

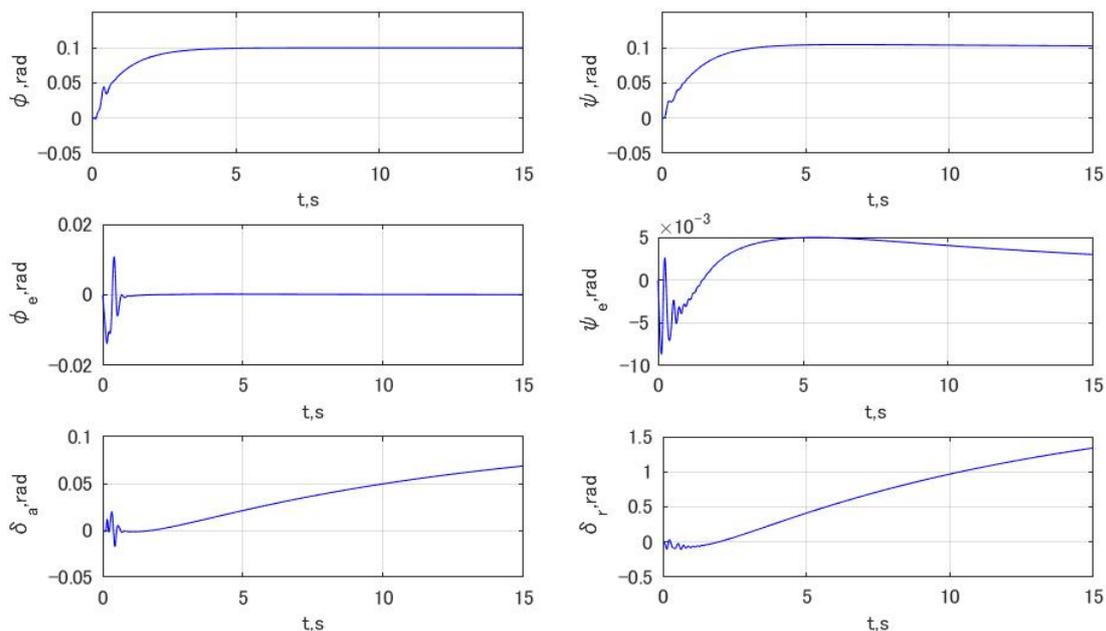


Fig. 3.4. 8 Control of lateral-direction motion of fixed-wing aircraft

上からロール角とヨー角，それぞれの目標値との誤差，エルロンとラダーを表している．上図を見ると明らかなように，目標値に誤差なく追従し制御入力も課題にならず，良好な制御性能を示していることがわかる．この数値シミュレーションは15秒間行っているが，制御入力や方位角 ψ が収束していない．この数値シミュレーション時間を60秒にすると以下のようなになる．

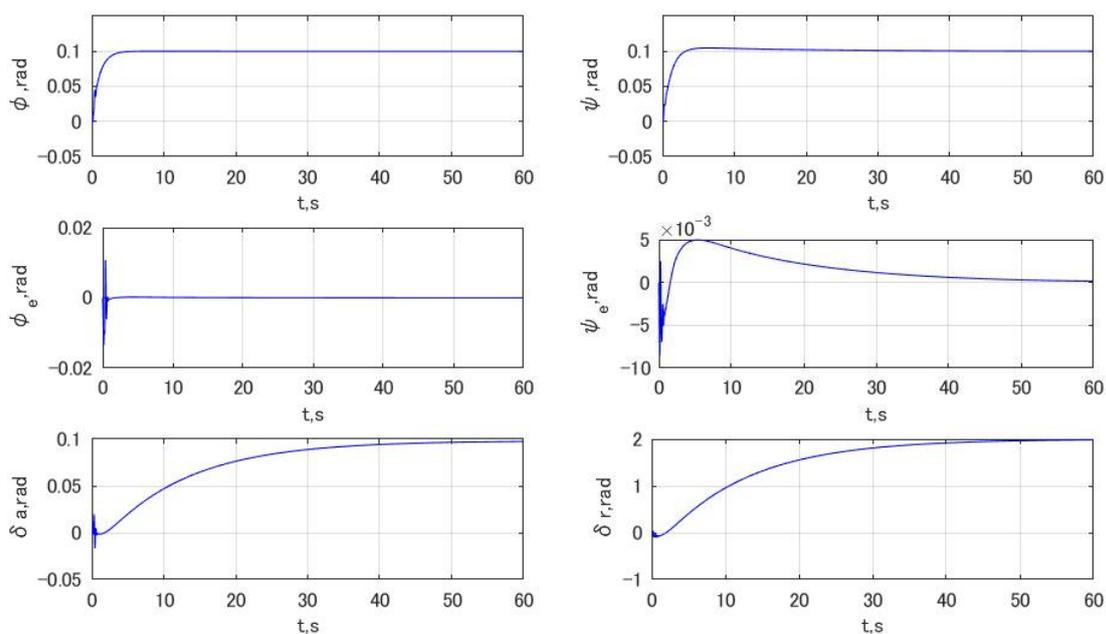


Fig. 3.4. 9 Convergence of state variables of fixed-wing aircraft

シミュレーション時間を伸ばすと制御入力や方位角 ψ が収束していることが上図から確認できる。また、適応された SDC の係数は以下ようになった。

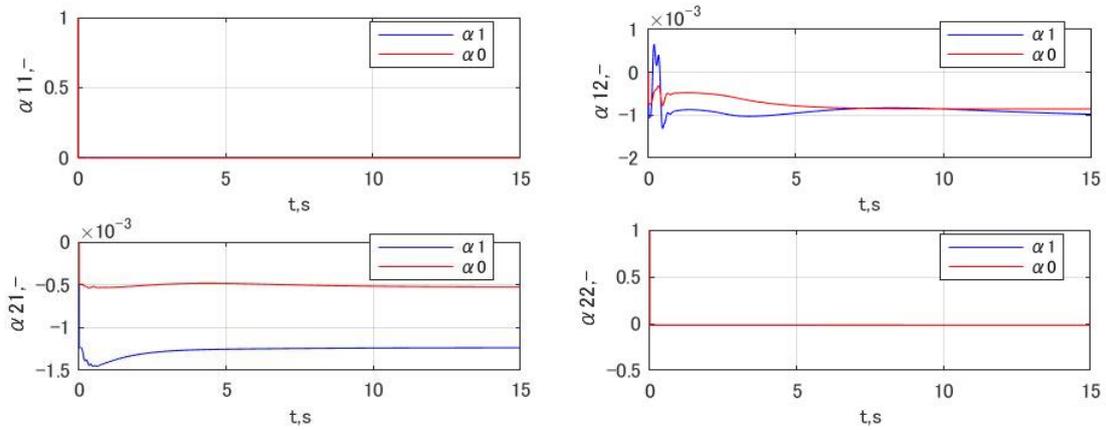


Fig. 3.4. 10 Time responses of coefficients of SDC

上図を見ると SDC は適応則によって設計された理想 SDC に収束していることが確認できる。したがって、適応 SDC を用いることでシステムを ASPR 化できているとすることができる。

3-4-7. 非線形の固定翼航空機の縦運動に適用

以上より、固定翼航空機の線形システムの縦運動、横・方向運動共に目標値追従ができたので、非線形システムに適用する。まずは縦運動にのみ目標値を与えて制御をする。その結果、以下ようになった。

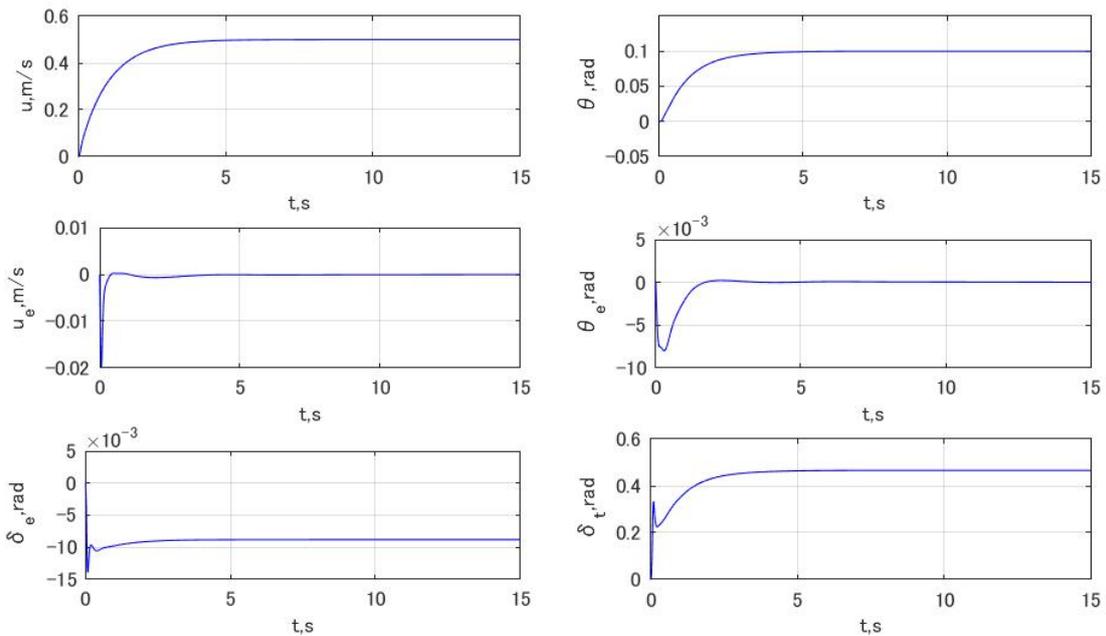


Fig. 3.4. 11 Control of nonlinear longitudinal motion using proposed method

上から並進方向速度とピッチ角, それぞれの目標値との誤差, エレベータと推力を表している. 上記のように問題なく目標値へと追従できていることが確認できる. また, 制御入力も過大ならず済んでいるため, 制御性能は良好であると言える.

3-4-8. 非線形の固定翼航空機の6自由度制御

続いて, 横・方向運動にも目標値を与える. 縦運動と横・方向運動に適用したことで固定翼航空機の6自由度の運動に適用したことになる. このときの数値シミュレーション結果は以下のようにになった.

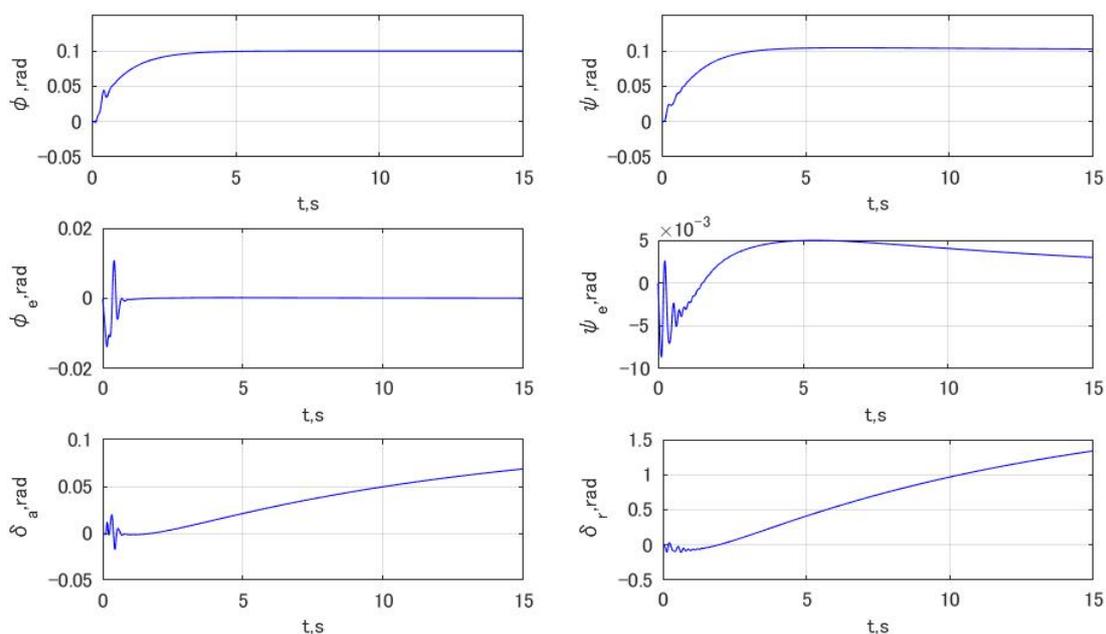


Fig. 3.4. 12 Control of nonlinear system with 6 DOF using proposed method

上図を見ると明らかなように, 目標値へと状態量が収束している. さらに制御入力も妥当な値となっていることが確認できる. しかし, 線形システムの時と同様に15秒間では収束していないことがわかる. このシミュレーション時間を延長すると以下のようになる.

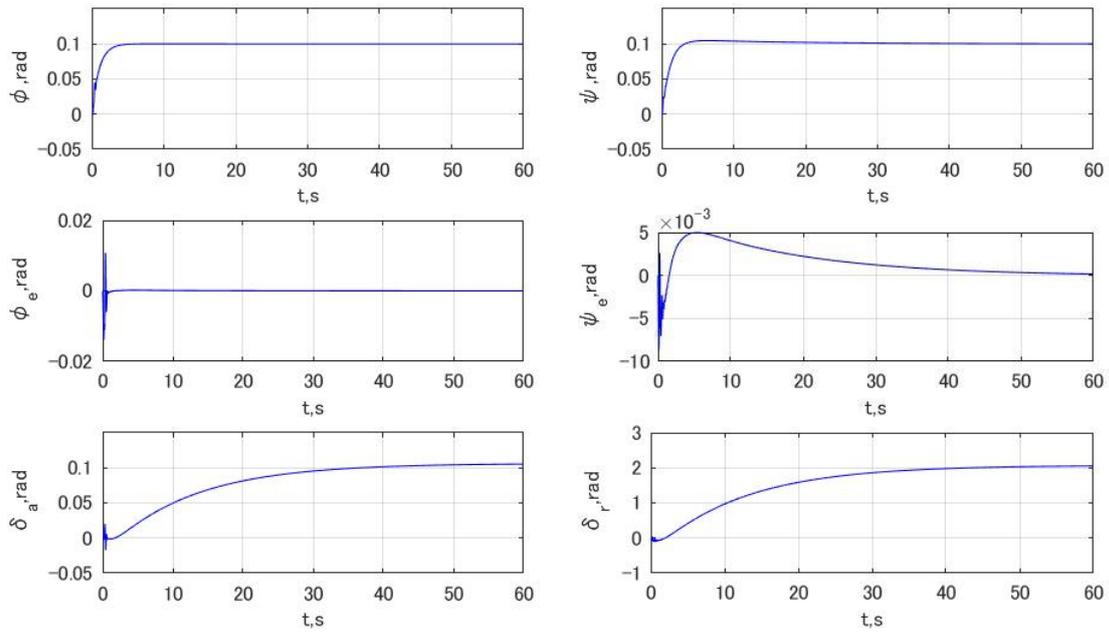


Fig. 3.4. 13 Convergence of state variables

こちらも線形システムの時と同様にシミュレーション時間を伸ばすことで収束することが確認できる。

4 章 自動着陸手法の提案

空の産業革命に向けて固定翼航空機の自動着陸が必要であることは 1 章で述べた。この章では我々が提案する自動着陸手法について、従来手法の問題点を明らかにしたうえで解説する。4-1-1 では着陸軌道として一般的に用いられている Glide Path と Flare Trajectory, 4-1-2 ではポテンシャル関数を用いた方法について説明する。それぞれの問題点を明記し、4-2 で我々が提案する新たな着陸軌道設計法を解説する。

4-1. 従来の着陸軌道

4-1-1. Glide Path & Flare Trajectory

これまでの自動着陸の研究で最も使用されている着陸軌道が Glide Path & Flare Trajectory である。この軌道は Glide Path と呼ばれる一定の角度を持った直線軌道と Flare Trajectory と呼ばれる指数関数で表され Glide Path から滑らかに接続し、地面へと漸近的に近づいていく軌道の二つで構成される。

Glide Path の傾斜角は一般的に 3° と設定されているが、機体の大きさなどに応じて小型機の場合は 10° などに設定されることもある。Flare Trajectory はこの直線軌道と滑らかに接続するために、次式によって表される。

$$z = h_F \exp\left(-\frac{t}{\tau}\right) \quad (4.1.1)$$

ここで、 h_F はフレア軌道開始高度、 τ は時定数を表す。ここで使用する h_F は次式によって求められる。

$$h_F = \frac{x_F \sin 3^\circ}{\cos 3^\circ + a} \quad (4.1.2)$$

上式では傾斜角を一般的に使用されている 3° として計算している。また、上式における x_F は glide path transmitter のある位置を表し、 a はフレア軌道の開始から終了までの時間を意味する。glide path transmitter とは計器着陸装置 (ILS: Instrument Landing System) の構成要素の一つで、航空機が正しい Glide 角度で侵入するのを支援する装置である。

この着陸軌道は機体の高度が h_F に到達すると軌道が切り替わる。このときに機体の姿勢が乱れる恐れがあり、それぞれの軌道で制御器のパラメータを調整する必要がある。軌道は事前に設計されているため、機体が風などによって流された場合、着陸軌道に戻るために旋回する必要がある。この着陸軌道は一方向からの着陸しか想定していない。さらにグライドパスの傾斜角の与え方によっては着陸に要する距離が非常に長くなり、低空飛行をする時間が長くなることから、大型な着陸施設を設置する必要があるなどといった問題が挙げられる。

4-1-2. ポテンシャル関数誘導法

ポテンシャル関数誘導法は目的の軌道設計を事前に行うため、計算量が少なく済むという利点を有しており、これまでの研究で固定翼航空機に適用された例がいくつもある^[4.1.2,3]。その中には自動着陸軌道をポテンシャル関数によって設計する方法も提案されており、その有効性が数値シミュレーションで示されている^[4.1.4]。ここで示されているポテンシャル関数誘導法による着陸軌道は次式によって定義されている。

$$z = C_h \left(\sqrt{(x - x_G)^2 + C_n} - \sqrt{C_n} \right) \quad (4.1.3)$$

上式において C_h はグライドスロープの傾きを表しており、グライドスロープの傾き γ_G を用いて次式で表される。

$$C_h = \tan \gamma_G \quad (4.1.4)$$

また、 C_n はフレアパスの曲率を表す係数であり、フレアパスの開始点を設定することによって求めることができる。

この手法によって全方位からの着陸を可能とし、着陸軌道の切り替えが必要ではなくなった。しかし、着陸軌道が事前に設計されているため、機体の位置が軌道から離れている場合は急激な姿勢変化を要求する恐れがある。自動着陸において姿勢が乱れることは墜落による事故を意味するため、姿勢の乱れはあってはならない。

4-2. 新たな着陸軌道設計

上記のような従来の着陸軌道の問題点を踏まえて、新たな着陸軌道設計手法を提案する。ここでは Dynamic Window Approach と呼ばれる手法を応用する。

4-2-1. Original Dynamic Window Approach

Dynamic Window Approach は 1996 年に Dieter Fox ら^[4.2.1]によって開発および提案されている。航空機に限らず、ロボットを目的の位置まで誘導するには、その目的の位置までの軌道を設計する必要がある。この軌道設計手法は”Global path planning method”と”Local path planning method”の二つに分けられる。”Global path planning method”とは事前に得た地図情報などを基に軌道を設計する手法で、ロボットはその設計された軌道に追従するように制御をするだけで済むため、計算量が少なく目的の位置まで到達することができる。しかし、この手法では地図情報に誤りがあった場合や突然障害物が現れた場合などに対応できない。一方、”Local path planning method”はロボットの状態量などを基にリアルタイムで軌道を設計する。そのため、地図情報の精度が低かった場合でも、その時の状況に応じた軌道を設計することができ、目的の位置まで到達することが可能である。しかし、リアルタイムで逐次軌道を設計するため計算量が過大になるという欠点がある。我々が提案する手法で用いる DWA は後者の”Local path planning method”に属する。そのため、突発的に表れた障害物などにも対応することができる。

我々が提案する固定翼航空機の自動着陸手法ではこの DWA を改良したものを用いてい

る。そこで、まずは DWA の基礎理論について解説していく。その後、我々がどのように改良したのかを順を追って説明し、その着陸手法の有効性を示していきたい。

4-2-1 (A) Dynamic Window

DWA ではロボットのさまざまな制約を考慮して、確実に追従できる軌道を設計する。このようにすることで、ロボットにとって無理のない動きを実現しロボットの周囲を歩く人に恐怖心を与えない。DWA ではロボットの制約をそのロボットの状態や周囲の環境に応じて変化させて与えている。ここではロボットが以下の図に示されるような状況を想定して解説していく。

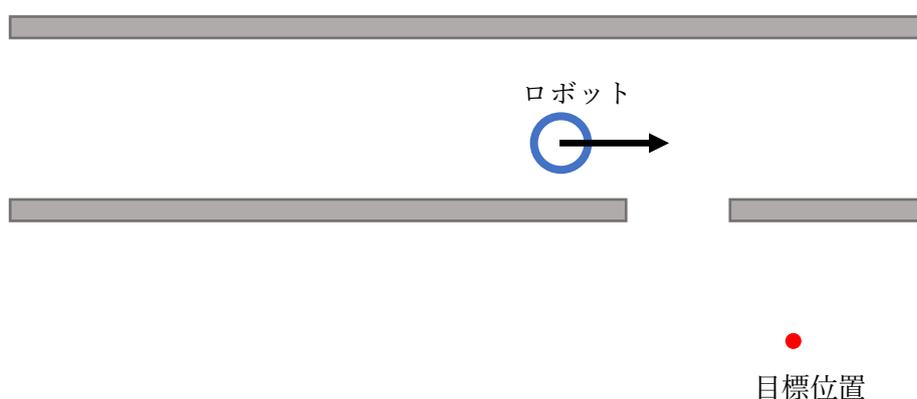


Fig. 4.2. 1 Mission using robot with constraint

上図にあるように青い円で表されたロボットが黒い矢印の速度で通路を通っている状況を想定する。このとき、灰色の壁の間を通り、赤い点で表された目標位置へと到達することが目的である。目標位置まで到達するには壁の間を通り抜けるために適切に減速をして旋回する必要がある。そのため、早く目標位置へ到達しようとモーターを過剰に回転させて加速させることはできない。

このようなことを考慮するために、DWA では以下のような制約を定義する。

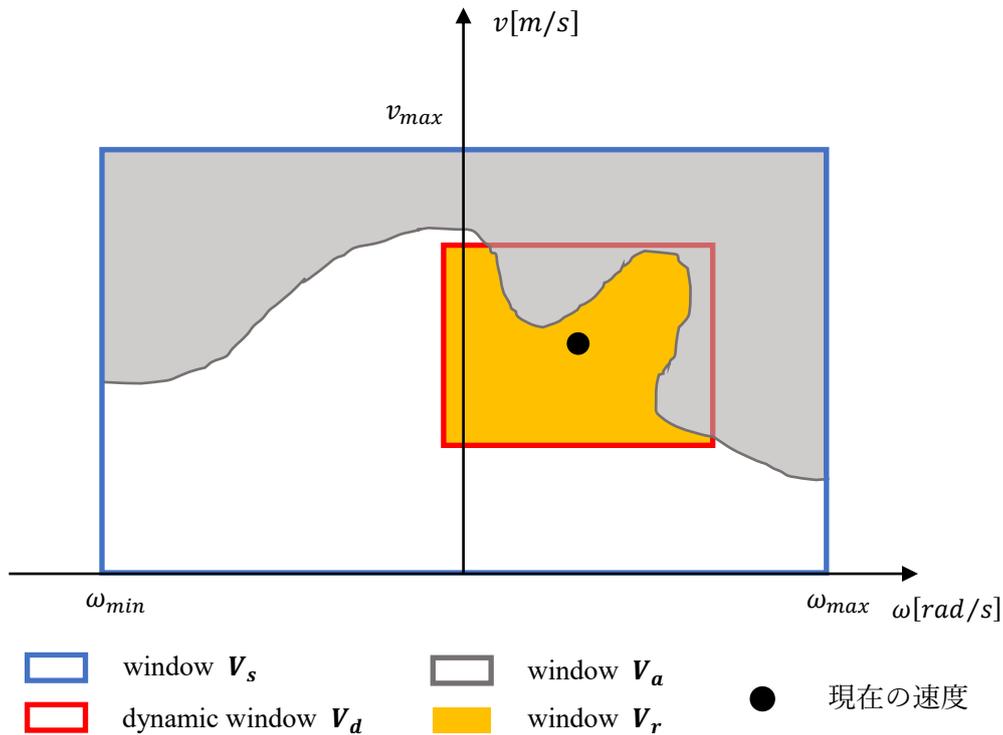


Fig. 4.2. 2 Definition of constraints

上図において v はロボットの並進速度、 ω は角速度を表しており、下付き文字で max はその最大値、 min は最小値を表している。DWA ではロボットの持つ制約を上図のような速度場で定義している。

Fig. 4.2.2 における青い枠の四角を”window V_s ”としてそのロボットの持つ最大の速度 V_{max} と角速度 ω_{max} 、最小の速度 v_{min} と角速度 ω_{min} によって定義され、式では以下のように表される。

$$V_s = \left\{ \begin{array}{l} v \\ \omega \end{array} \middle| \begin{array}{l} v_{min} \leq v \leq v_{max} \\ \omega_{min} \leq \omega \leq \omega_{max} \end{array} \right\} \quad (4.2.1)$$

この制約によって出力不可能な速度や運用上危険な速度になる指令値を送ることを防ぐことができる。

赤い枠の四角を”dynamic window V_d ”と呼び、これはロボットの持つ加速度の制約によって決まる。加速度の制約であるから、図 4.2.2 のように速度場で表現するためには加速度の制約を速度に変換する必要がある。加速度の制約を速度場に変換すると次式のように表される。

$$V_d = \left\{ \begin{array}{l} v \\ \omega \end{array} \middle| \begin{array}{l} v_k - a_{max}T_s \leq v \leq v_k + a_{max}T_s \\ \omega_k - \Omega_{max}T_s \leq \omega \leq \omega_k + \Omega_{max}T_s \end{array} \right\} \quad (4.2.2)$$

上式において、 a_{max} および Ω_{max} はロボットの加速度と角加速度の最大値を表している。ま

た, v_k, ω_k はロボットの現在の速度と角速度を表しており, Fig. 4.2.2 の黒い円で表されている. 上式のように加速度と角加速度の制約に指令値を送る間隔 T_s を掛けて現在の速度場に加えることで加速度の制約を速度場に変換している. したがって, DWA では指令値が送られてくるまでの間は指令値が一定であると仮定していることになる. この window を活用することでモーターなどの動特性を考慮した速度場から指令値の選択をすることができるようになる.

さらに, Fig. 4.2.2 の灰色の領域はロボットと障害物の距離とロボットの減速度によって定義され, この領域の外を”window \mathbf{V}_a ”と呼ぶ. 灰色の領域に侵入してしまうと障害物に衝突することになるため, その領域には入らない指令値を選択する必要がある. しかし, この window は Fig. 4.2.2 のように速度場で表現するには複雑になってしまうため, 実際には window としてではなく後述する評価関数の一部として扱われる.

以上のような3つの window の積集合が”window \mathbf{V}_r ”と呼ばれる.

$$\mathbf{V}_r = \mathbf{V}_s \cap \mathbf{V}_d \cap \mathbf{V}_a \quad (4.2.3)$$

上式のようにして求められた \mathbf{V}_r がロボットのすべての制約を表現することになり, 指令値の選択はこの window 内から選択されることになる.

4-2-1 (B) 評価関数

ロボットの制約を考慮した軌道を設計するためには式(4.2.3)で表される window \mathbf{V}_r の中から指令値を選択する必要がある. ロボットの描く軌道として求められることは, ロボットの持つ性能面での制約の他に以下のものが考えられる.

- i. 目標地点へと向かうこと
- ii. 障害物を避けること
- iii. 短時間で目標地点に到達すること

まず, 軌道設計する目的はロボットを目標地点へと誘導することであるから i は必ず必要な要素である. そして, 目標地点に到達するまでの間に障害物がある場合は避けなければ, 目標地点へ到達しない, もしくはロボットが故障する恐れがある. さらに, ロボットに搭載できるバッテリーなどのエネルギーには限りがあるため, できるだけ早く目標地点へと到達したい. したがって, これらの要素をすべて持つ以下のような評価関数 J_0 を設計する.

$$J_0 = c_{01}\psi_0(v, \omega) + c_{02}d_0(v, \omega) + c_{03}v_0(v, \omega) \quad (4.2.4)$$

ここで, c_{0i} ($i = 1, 2, 3$)はそれぞれの評価項の重みをあらわす.

上式において, $\psi_0(v, \omega)$ はロボットが目標地点に向いているときに最大となる評価項であり, 次式によって定義される.

$$\psi_0(v, \omega) = \pi - \left| \tan^{-1} \frac{y_c - y_p}{x_c - x_p} - \theta_p \right| \quad (4.2.5)$$

ここで、 (x_c, y_c) は目標地点の座標、 (x_p, y_p) は後述する方法によって求められたロボットの予測位置、 θ_p はロボットの予測方位角を表している。

式(4.2.4)の右辺第2項の $d_o(v, \omega)$ はロボットと障害物との距離を評価する。この項は障害物との距離が大きいほど大きくなるように以下のように表される。

$$d_o(v, \omega) = \sqrt{(x_o - x_p)^2 + (y_o - y_p)^2} - r_o \quad (4.2.6)$$

上式において (x_o, y_o) はロボットから最も近い障害物の座標、 r_o は障害物の半径を表している。障害物の大きさがわからない、もしくは複数ある障害物の大きさが異なる場合は r_o を大きく想定することで確実に障害物との衝突を回避できる軌道を設計することができる。しかし、大きくしすぎると無駄に大回りした軌道が描かれるため注意が必要である。また、周囲に障害物が存在していない場合は、この評価項は十分に大きな定数に設定される。

最後に、式(4.2.4)の右辺第3項 $v_o(v, \omega)$ はロボットの速度に関する評価項である。この項は単純にロボットの速度がそのまま用いられ、以下のようにして求められる。

$$v_o(v, \omega) = |v_p| \quad (4.2.7)$$

ここで、 v_p はロボットの予測速度を表している。

4-2-1 (C) 状態量の予測

式(4.2.4)で表される評価関数はすべてロボットの予測した状態量を基にして求められていた。この予測した状態量 \mathbf{X}_p は以下の式によって求めることができる。

$$\mathbf{X}_p = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \\ \theta \\ v \\ \omega \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} T_p \cos \theta & 0 \\ T_p \sin \theta & 0 \\ 0 & T_p \\ 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_{ij} \\ \omega_{ij} \end{bmatrix} \quad (4.2.8)$$

ここで、 $\mathbf{X}_p = [x_p \ y_p \ \theta_p \ v_p \ \omega_p]^T$ 、 T_p は予測する時間を表している。この予測時間 T_p は指令値が送られてくるまでの安全性を保障するために指令値送信間隔 T_s と同一に設定すれば良い。また、 (v_{ij}, ω_{ij}) は速度と角速度の指令値の候補を表しており、window \mathbf{V}_r 内の速度場から選択される。このときの選択方法は下図のようにしてwindow \mathbf{V}_r を格子状に区切り、その交点を用いる。

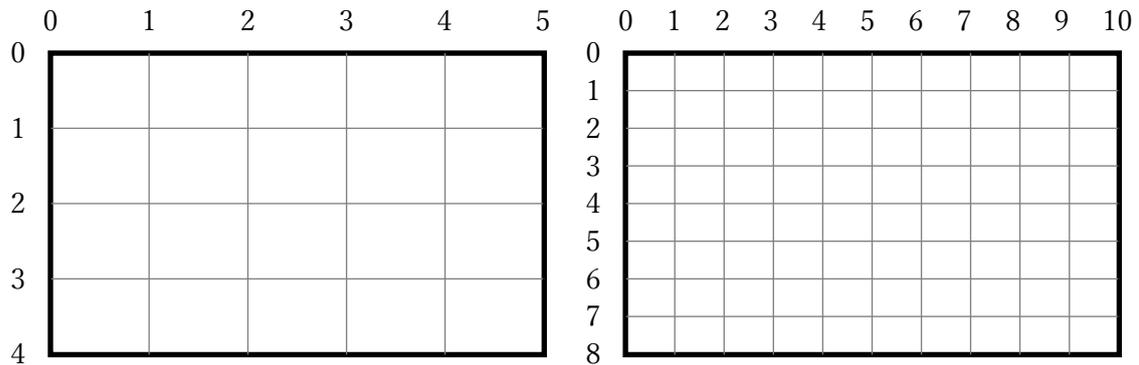


Fig. 4.2. 3 Selection of command from window V_r

上図のように window V_r を区切ることで指令値の候補を求めることができ、式(4.2.8)の (v_{ij}, ω_{ij}) の添え字 i, j は区切られた window V_r の行番号と列番号を表している。このときの区切り方は解像度によってさまざま考えられる。上図左側のように解像度を低く設定すれば、指令値の候補数が減ることになるため、状態量の予測を行う回数もそれだけ少なくて済む、左図の場合は30回の予測をすることになる。しかし、最適な軌道を描くために必要な指令値が格子点上にない可能性が高いため、最適性に欠けてしまう。一方、右図のように解像度が高ければ高いほど最適な指令値が格子点上にある可能性が高くなるため、目標地点に対してより最適な軌道を描くことが可能となる。しかし、指令値の候補数が多くなるため、状態量の予測を行う回数も増加して計算量が過大になる恐れがある。右図の場合は99回の予測が必要となる。したがって、この解像度の設定も最適な軌道を描く上で重要なパラメータとなる。

Fig.4.2.3 に示されるすべての格子点に対して式(4.2.8)を用いて求められる予測状態量を用いて、式(4.2.4)の評価関数を最大化する速度 (v_c, ω_c) を指令値とすることで、ロボットは障害物に衝突することなく目的の地点へと迅速に到達することが可能となる。

4-2-2. Extended Dynamic Window Approach

本研究では上記の DWA を用いて着陸軌道の設計を行う。上記で示したように DWA を用いることで速度や加速度の制約を考慮することが可能となる。つまり、状態量に制約を設けることができる。着陸問題では航空機の姿勢が乱れて墜落することが最も恐れられている。DWA を用いることによって、状態量の制約を考慮することで急激な姿勢変化を要求することなく目標の位置まで誘導されることが期待できる。しかし、DWA を用いて着陸軌道の設計を行うにあたって、DWA にはいくつかの問題点がある。

4-2-2 (A) DWA を着陸問題に適用する上での問題点

着陸を行う上で大切なことは接地時の機体の姿勢である。機体の姿勢が頭下げの状態で接地をしてしまうと、機体前部が損傷し次回の飛行に影響を及ぼす、もしくは修理が必要に

なる恐れがある。そのため、接地時の機体の姿勢は必ず安定な状態でなければならない。しかし、DWA は障害物を回避して目標地点に到達するために開発された手法であることから、目標地点に到達時の姿勢角までは指定できないようになっている。そのため、DWA で目標地点のみを指定した場合、機体がどのような姿勢で設置するか未知であり、墜落する可能性もある。これが目標地点到達時の姿勢角を指定できないという 1 つ目の問題点である。

2 つ目の問題点は、計算量が過大になることである。上記でも述べたように DWA では最終的に求められた window V_r を格子状に区切り、すべての格子点の速度場を用いて評価関数の計算を行う。これによって計算量が過大になることは容易に理解できるが従来の DWA では低速で走行するロボットを想定していたため、このことは問題視されていなかった。しかし、航空機の場合は揚力を得るために一定以上の速度で飛行しなければならないため、計算が追い付かなくなる可能性がある。また、近年はコンピュータの技術が進歩しているため処理速度の速いものを搭載することで解決を図ることも考えられるが、機体の重量には限りがあるためこのような解決策は避けるべきである。この問題を最も簡単に解決する方法として window V_r の解像度を下げることが考えられる。しかし、このようにすると最適解が格子点にある可能性が大きくなるため、適切な着陸軌道を得ることができなくなる恐れがある。

3 つ目は考慮できる制約の数が少ないということである。DWA はもともと美術館の案内ロボットのために開発された。そのため、考慮する状態量の制約は機体前方に向かう速度と鉛直上向きの角速度、およびそれらの加速度の計 4 つであった。それに対して航空機は 6 自由度で運動するため、考慮すべき状態量の数が多くなる。従来の DWA をそのまま適用した場合は考慮できる制約に限られるため、制御入力が飽和し制御不能状態に陥る可能性がある。したがって、考慮できる状態量の数を増やすために window の数を増やすべきである。

4-2-2 (B) 接地時の姿勢を指定する方法

i. 縦運動に限定

DWA の問題点の一つであった接地時の姿勢を安全な状態にする方法を示す。この問題の解決には評価関数を改良することで解決を図る。評価関数を以下のようにする。

$$J = c_1 z_d + c_2 \theta + c_3 v + c_4 d \quad (4.2.9)$$

ここで、 c_i ($i = 1, 2, 3, 4$) は各評価項の重みとする。各評価項の計算には着陸に適した参照軌道を用いる。本研究ではこの参照起動にシグモイド関数を採用した。シグモイド関数は次式によって定義される。

$$z = \frac{1}{1 + e^{-x}} \quad (4.2.10)$$

上式を図で表すと以下のようなになる。

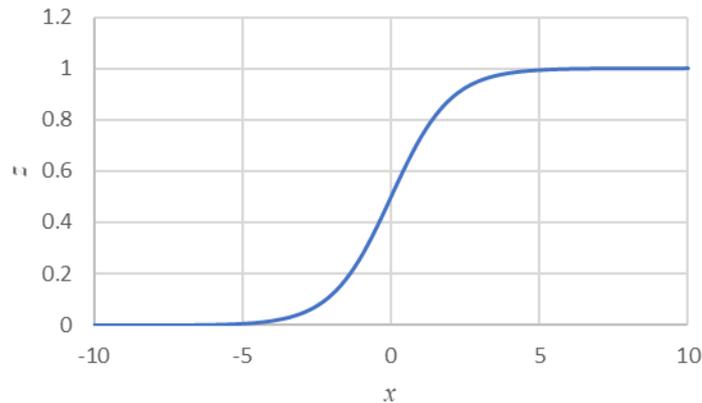


Fig. 4.2. 4 Sigmoid function

このようにシグモイド関数はy軸を境にして， x が負の方向には $y = 1$ に漸近していき， x が正の方向には $y = 0$ に漸近していく．着陸軌道は目標地点に滑らかに接地し，着陸開始地点から滑らかに着陸軌道へと遷移していくことが望ましいため，シグモイド関数を参照起動として採用した．しかし，式(4.2.10)のままでは着陸開始高度が1mの時にしか利用できないため，次式のようにする．

$$z = z_s - \frac{z_s}{1 + e^{-x}} \quad (4.2.11)$$

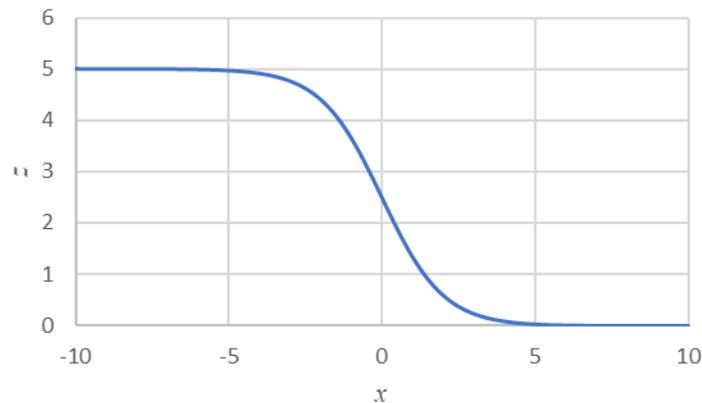


Fig. 4.2. 5 Reference trajectory with initial altitude ($z_s = 5$)

ここで， z_s は着陸開始時の高度を表している．さらに，以下のように着陸目標地点を設定すると次式のようになる．

$$z = z_s - \frac{z_s}{1 + e^{-a(x-x_G/2)}} \quad (4.2.12)$$

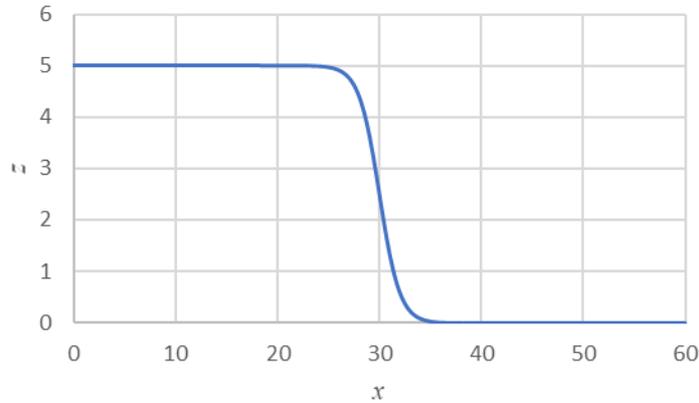


Fig. 4.2. 6 Setting of desired position ($x_G = 60$)

ここで、 x_G は着陸目標地点の x 座標を表している。また、 a を変更することによって下図のように最大傾斜角を調整することができる。

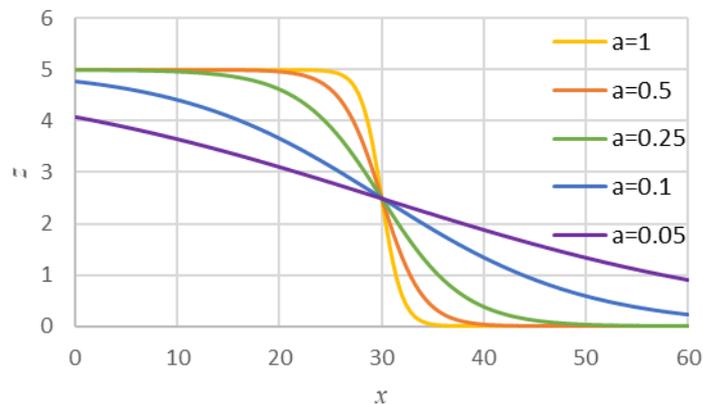


Fig. 4.2. 7 Maximum inclination angle

着陸問題では姿勢が崩れるのは避けたいため、 a の値を小さく設定するのが好ましいように思えるが、上図を見ると明らかなように a の値が小さすぎると参照軌道であるシグモイド関数と初期座標との誤差が大きくなってしまうため注意が必要である。この参照軌道を用いて式(4.2.9)の各評価項を計算する。

評価関数の第 1 項 z_d は機体の現在の位置と参照軌道から得られる目標とする位置の偏差を表し、次式によって求められる。

$$z_t = z_s - \frac{z_s}{1 + e^{-a(x_p - x_G/2)}} \quad (4.2.13)$$

$$z_d = e^{-|z_t - z_p|}$$

ここで、 z_t はシグモイド関数から得られる目標高度、 (x_p, z_p) は指令値が与えられた時に予測

される UAV の位置を表す。

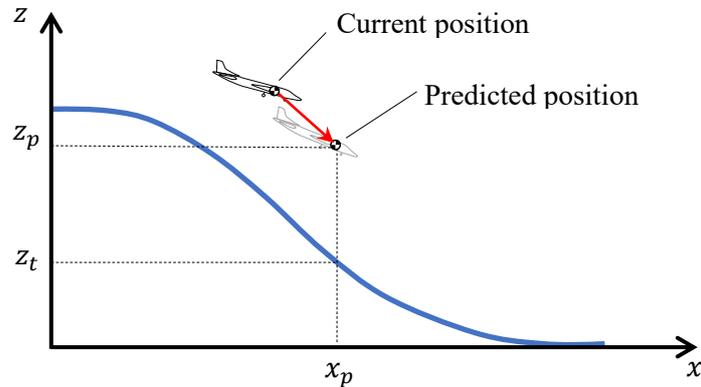


Fig. 4.2. 8 Evaluation of altitude

評価関数の第 2 項は予測された飛行経路角と参照軌道によって与えられる目標角度によって求められる。この時の目標角度はシグモイド関数から以下の式によって算出する。

$$\theta_t = \tan^{-1} \frac{-a \cdot z_s \cdot e^{-a(x_p - x_G/2)}}{(1 + e^{-a(x_p - x_G/2)})^2} \quad (4.2.14)$$

$$\theta = e^{-|\theta_t - \theta_p|}$$

上式において θ_t は参照起動から得られる目標角度を表しており、式(4.2.12)を x で微分し、 x_p を代入することで得られる。この項によって UAV はシグモイド関数と平行に飛行するようになる。

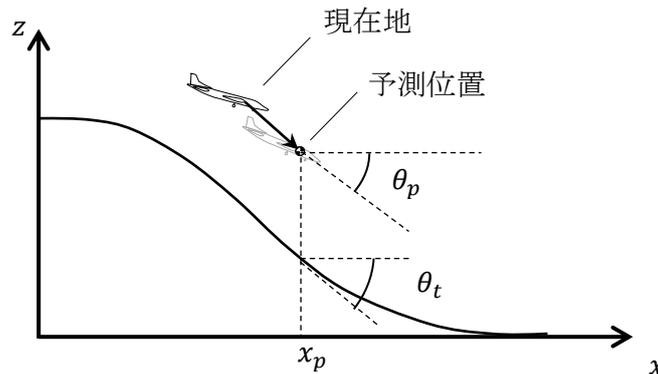


Fig. 4.2. 9 Evaluation of altitude with angle θ_t

評価関数の第 3 項は速度に関する項で次式によって求められる。

$$v = e^{-|v_p|} \quad (4.2.15)$$

ここで、 v_p は機体の予測された速度を表している。着陸時は速度を徐々に小さくしていくのが望ましいため、Window V_s 内の最小値をとる時に評価が最大となるように設定した。

評価関数の第 4 項は目標地点までの距離に関する項である。この評価値は予測された位置と着陸目標地点によって、次式のように求められる。

$$d = e^{-\sqrt{(x_p - x_G)^2 + (z_p - z_G)^2}} \quad (4.2.16)$$

上記にあるように各評価項の計算では、指令値が与えられた時に予測される状態量を用いて算出している。ここで用いられている状態量の予測は航空機の縦運動に限定すると以下の式によって行われる。

$$\mathbf{x}_p(k+1) = \mathbf{A}\mathbf{x}_p(k) + \mathbf{B}\mathbf{r}_c$$

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \mathbf{B} = \begin{bmatrix} T_s \cos \theta_p & 0 \\ -T_s \sin \theta_p & 0 \\ 0 & T_s \\ 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (4.2.17)$$

$$\mathbf{x}_p = [x_p \quad z_p \quad \theta_p \quad V_p \quad Q_p]^T, \mathbf{r}_c = [V_u \quad Q_u]^T$$

上式における V_u, Q_u は window \mathbf{V}_r 内にある格子点上の速度・角速度、 T_s は予測する時間間隔を表す。 V_u, Q_u を与えるために ODWA と同様に window \mathbf{V}_r を格子状に区切る。その時の格子点をそれぞれ与えて予測値を計算する。格子の解像度が高ければより最適性の高い目標値を与えることができるが、計算量が過大となる。

上記のような評価関数を用いて自動着陸の数値シミュレーションを行う。ここでは固定翼航空機の縦運動のみに限定し、Table 4.2.1 のような緒言の機体を用いた。さらに、状態量の初期値を Table 4.2.2 に示す。Fig. 4.2.11 において system 1 はポテンシャル関数誘導法の結果、system 2 はポテンシャル関数を参照軌道とした DWA の結果、system 3 はシグモイド関数を参照軌道とした DWA の結果である。制御則は Fig. 4.2. 10 のブロック線図で示されるような PI 制御を用いている。ここで、system 1, 2 で用いたポテンシャル関数は次式で定義される。

$$z = C_h \left(\sqrt{(x - x_G)^2 + C_n} - \sqrt{C_n} \right) \quad (4.2.18)$$

ここで、係数 C_h, C_n は Table 4.2.3 に示される値を使用した。また、DWA で用いる評価関数の重みは Table. 4.2.4 および Table. 4.2.5 に示される。

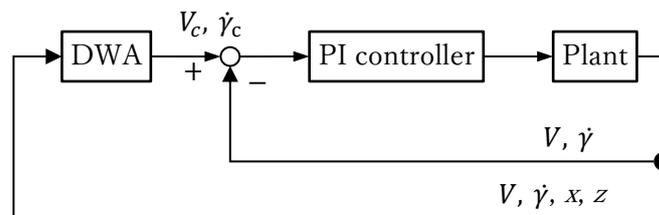


Fig. 4.2. 10 Block diagram of system with PI controller

Table. 4.2. 1 Specification of UAV

| | |
|---------------------------------|-------|
| Full length L [m] | 0.890 |
| Wing span b [m] | 0.930 |
| Wing area S [m ²] | 0.188 |
| MAC \bar{c}_a [m] | 0.205 |
| Mass m [kg] | 0.570 |

Table. 4.2. 2 Initial values

| | |
|------------------------------------|----------|
| Position (x, z) [m] | (0,5) |
| Velocity (U, W) [m/s] | (12.5,0) |
| Pitch angle θ [rad] | 0.3 |
| Pitch angular velocity Q [rad/s] | 0 |

Table. 4.2. 3 Parameter of potential function

| | |
|-----------------------------------|--------|
| Slope of glide slope C_h [-] | 1.37 |
| Curvature of flare path C_n [-] | 10^5 |

Table. 4.2. 4 Weighting coefficients of system2

| | |
|----------------|-----|
| Height c_1 | 0.3 |
| Heading c_2 | 1.0 |
| Velocity c_3 | 0.1 |
| Distance c_4 | 0.1 |

Table. 4.2. 5 Weighting coefficients of system3

| | |
|----------------|-----|
| Height c_1 | 1.3 |
| Heading c_2 | 0.1 |
| Velocity c_3 | 2 |
| Distance c_4 | 0.5 |

数値シミュレーションでは地面効果 (5-2 参照) が考慮されている。地面効果によって UAV の着陸中、高度が下がるのに伴って揚力係数は上昇し、抗力係数は減少する。System 1 の (a) の UAV の描いた軌道より、目標地点である (60,0) に接地していることがわかる。(b) は高度の時間履歴を示している。この図より、UAV が滑らかに地面に接していることが確認できる。(c) のピッチ角の時間履歴は、UAV に急激な姿勢変化が生じていることを示している。(d, e) の制御入力の時間履歴より、過大な入力をシステムに印加していないことが確認できる。System 2 (a) は UAV の軌道を示し、こちらの手法でも目標地点に接地していることが確認できる。しかし、ポテンシャル関数を参照軌道としているため接地後に再び機体が

上昇している。(b)は高度の時間履歴を表し、初期状態が乱れていても滑らかに接地していることがわかる。(c)のピッチ角の時間履歴では DWA を利用しているため、制約が考慮され急激な姿勢変化は起きていないことがわかる。(d, e)の制御入力の時履歴より、こちらのシステムも過大な入力をシステムに印加していないことが確認できる。System 1 の制御入力と比較すると、system 2 の制御入力の方が小さな値に収まっていることがわかる。これは DWA によって状態量と制御入力の制約を考慮したためである。System 3 (a)は AV の軌道を表し、こちらの手法も目標地点に UAV を着陸させることができていると言える。この手法では、参照軌道をシグモイド関数としているため、接地後も上昇することなく着陸ができている。(b)は高緯度の時間履歴を表し、滑らかに地面に接地していることがわかる。(c)のピッチ角の時間履歴は、UAV に急激な姿勢変化が生じていないことを示している。(d, e)の制御入力の時履歴は system 2 と同様で、過大な制御入力をシステムに印加していないことが確認できる。

以上のことから、改良した DWA によって制約を考慮し、UAV の着陸問題に適用可能であることがわかった。また、過去の手法であるポテンシャル関数と比較を行い、DWA の有効性が示された。

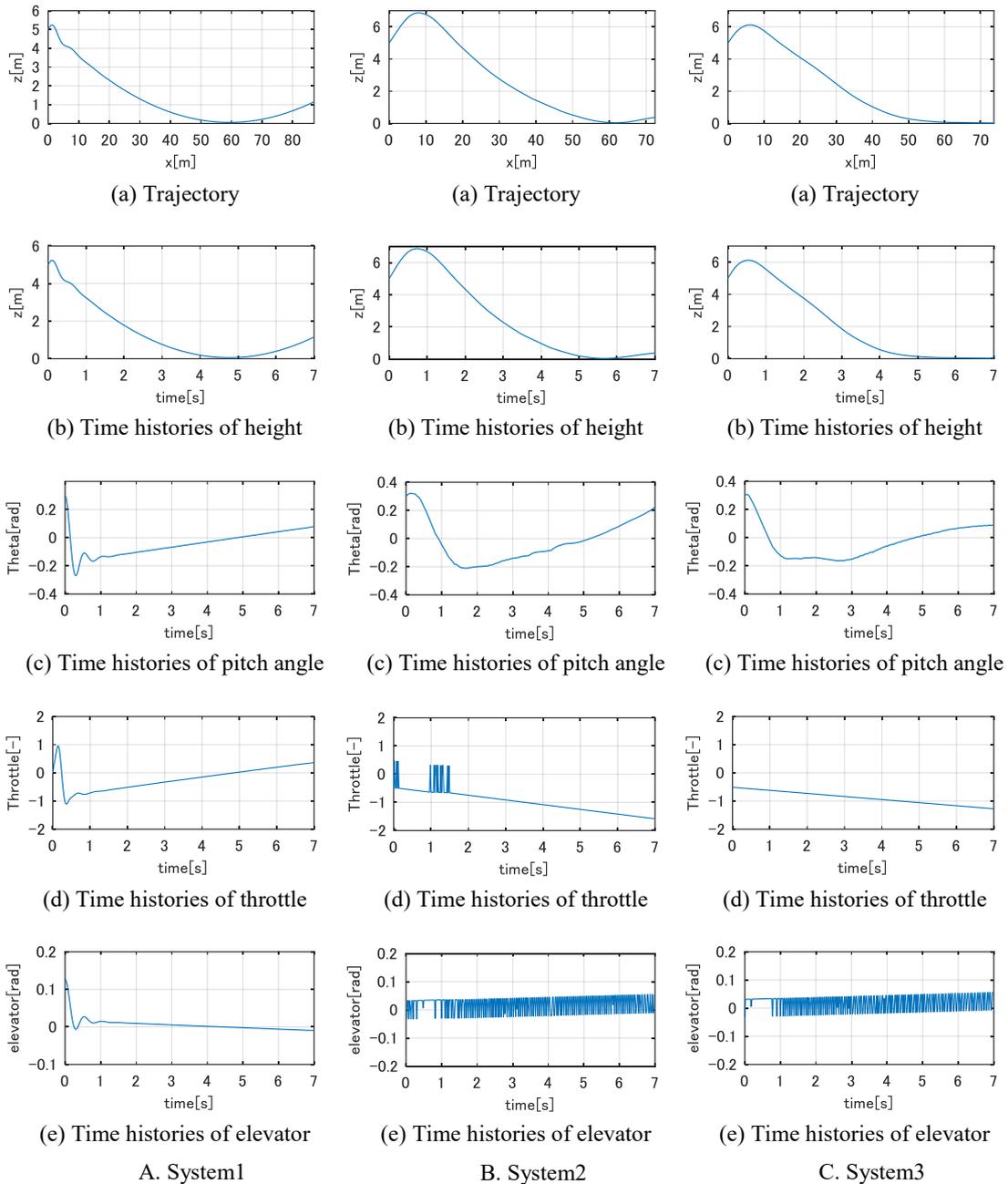


Fig. 4.2. 11 Numerical results for landing problem using modified DWA

ii. 6自由度制御 (DWA は縦運動のみ)

Fig. 4.2.11 の数値シミュレーションを行った結果, 評価関数の第 3 項の速度に関する評価項が有効に機能していないことがわかった. これは数値シミュレーションで制御している状態量が速度ではなく姿勢角のみであることが原因だと考えられる.

そこで, 式(4.2.9)の評価関数を以下のように定義しなおす.

$$J = c_1 z_d + c_2 \theta + c_3 d \tag{4.2.19}$$

各評価項の計算方法や状態量の予測は上述のものと同様である。

さらに、上記のシミュレーションでは UAV の運動を縦運動のみに限定していたが、6 自由度の運動を想定した数値シミュレーションを行う。Dryden model で表される風外乱を想定し、 y 座標の初期値は0としてまっすぐ目標地点に飛行するようにする。このときの UAV の初期値は Table. 4.2.6 に示す。そのため、DWA は先ほどと同様で縦運動のみ、横・方向運動に関してはロール角とヨー角がともに 0 となるようにレギュレータ問題として制御をする。ここでも制御器は PI 制御を用いるが、横・方向運動に関してはレギュレータ問題であるから I ゲインを 0 とした P 制御としている。

Table. 4.2. 6 Initial values

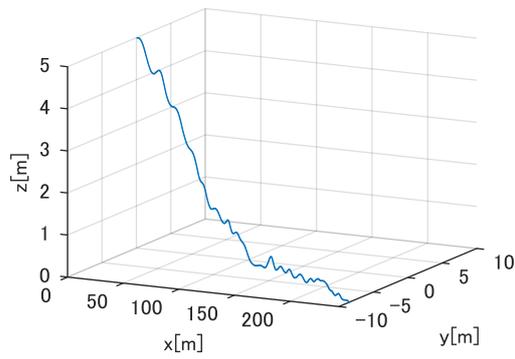
| | |
|---|------------|
| Position (x, y, z) [m] | (0,0,5) |
| Velocity (U, V, W) [m/s] | (12.5,0,0) |
| Attitude angle (ϕ, θ, ψ) [rad] | (0,0,0) |
| Angular velocity (P, Q, R) [rad/s] | (0,0,0) |

提案手法と比較するために Glide Path & Flare Trajectory を用いた。フレア時はフレア軌道を微分した値を飛行経路角の目標値としてエレベータを制御する。スロットルは速度が水平定常時のものとなるように制御する。提案手法の評価関数の重みを以下に示す。

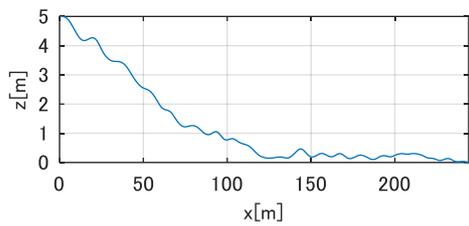
Table. 4.2. 7 Weighting coefficients

| | |
|-------------------|-----|
| Altitude c_1 | 0.7 |
| Pitch angle c_2 | 0.2 |
| Distance c_3 | 0.5 |

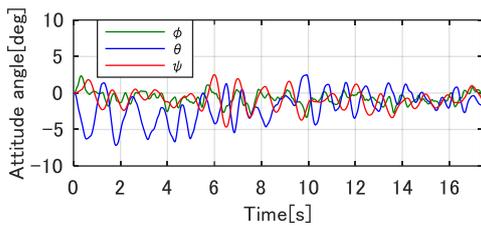
以上の設定で行った数値シミュレーション結果を以下に示す。



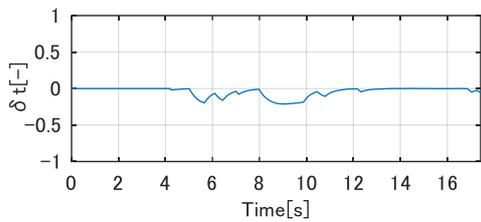
(a) Trajectory



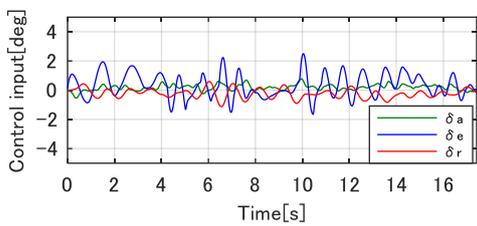
(b) Trajectory in X-Z plane



(c) Attitude angle

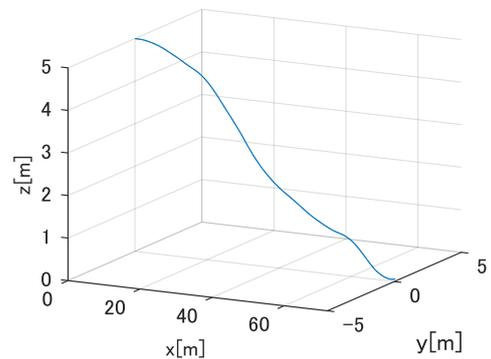


(d) Throttle

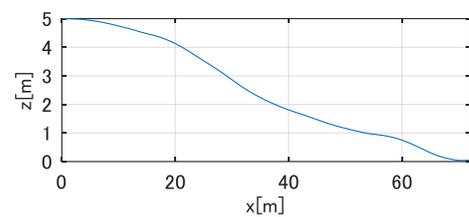


(e) Control input

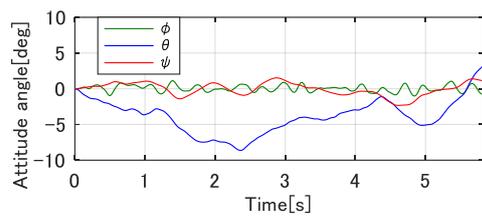
A. UAV responses using glide path and flare trajectory



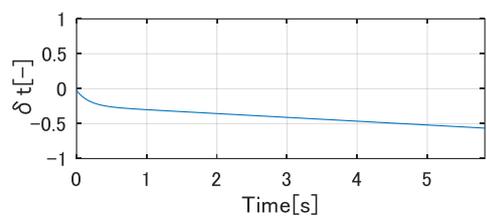
(a) Trajectory



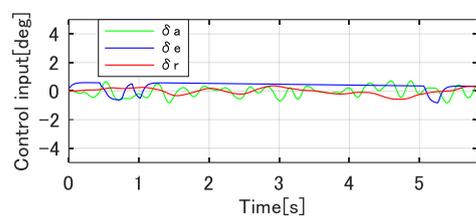
(b) Trajectory in X-Z plane



(c) Attitude angle



(d) Throttle



(e) Control input

B. UAV responses using DWA

Fig. 4.2. 12 Control for 6 DOF motion of UAV

上図において (a)は UAV の軌跡を表している。従来手法は外乱の影響によってy軸負の方向に流されてしまい、目標地点にはたどり着いていない。さらに、従来手法では初期位置から着陸するまでに 220[m]の距離を要する。一方、提案手法では、その約三分の一の 70m 付近で着陸していることが分かる。提案手法では着陸地点で偏差無く滑らかな軌跡を描いて着陸していることが確認できる。(b)はx-z面内の UAV の軌跡を示している。この図からも提案手法は滑らかに接地していることがわかる。従来手法では、外乱により目標値から状態量が大きく逸れた場合、事前に設計した軌道に追従するよう、UAV は急激な姿勢変化を要求される。提案手法は外乱により変化した状態量を基に目標値を決定するため、UAV は急激な姿勢変化を要求されることがない。このことは(c)の姿勢角の時間履歴の図からも確認できる。この図から、従来手法では激しく姿勢が変化しているのに対して、提案手法では比較的緩やかに姿勢が変化していることがわかる。(d, e)は制御入力の時履歴であり、どちらの手法も過大な入力を与えていないことがわかる。しかし、従来手法では急激な姿勢変化に対応するために動翼が激しく動作している。一方、提案手法では動翼の変化は少なく、着陸するまで $\delta_t < 0$ となっていることから、消費エネルギーの面でも従来手法に比べて有効であることが分かる

4-2-2 (C) 計算量の削減

以上のように評価関数を改良することで設置時の姿勢角を指定し、安全に着陸ができることが確認できた。これまでの数値シミュレーションでは UAV の縦運動のみに限定して DWA による軌道生成を行っていたため、数値シミュレーションを行う上では計算量が問題になることはなかった。しかし、実際の運用において、初期状態がy軸方向に偏差がないという状況は考えにくいいため、DWA を横方向の運動にも対応できるように、拡張する必要がある。横・方向運動に関しても DWA による軌道生成を行う場合は計算量が過大になることは明らかである。

これまでの評価関数では参照軌道にxz平面の 2 次元のシグモイド関数を利用していた。DWA を横・方向にも拡張するにはこのシグモイド関数を 3 次元に拡張しなければならない。以下に拡張したシグモイド関数を用いた評価関数を示す。

$$J = c_1 J_{xz} + c_2 J_{yz} + c_3 J_g \quad (4.2.20)$$

上式において、第一項と第二項はシグモイド関数によって定義される。目標地点が原点であったとするとそれぞれの評価項は以下のようになる。

$$J_{xz} = \left(z - \frac{z_o}{1 + \exp \left[a_{xz} \left(x - \frac{x_0}{2} \right) \right]} \right)^2$$

$$J_{yz} = \left(z - \frac{z_o}{1 + \exp \left[-a_{yz} \left(y - \frac{y_0}{2} \right) \right]} \right)^2 \quad (4.2.21)$$

$$J_g = x^2 + y^2 + z^2$$

仮に、式(4.2.20)の評価関数がシグモイド関数に関する第1項と第2項のみであった場合、評価関数はシグモイド関数上で最小となってしまう、目標地点である原点に到達することができない。そのため、第3項は目標地点が評価関数の最小となる点になるように追加した。

上式において、 a_{xz} と a_{yz} はシグモイド関数の係数である。このシグモイド関数の軌道と目標地点には誤差が存在し、この係数によって誤差の大きさが変化することは Fig. 4.2.7 より明らかである。このときに生まれる誤差はできるだけ小さくしたいが、最大傾斜角も小さく抑えたい。そこで、高度の誤差の許容範囲を設定することでシグモイド関数の係数を以下のように設定できるようにする。

$$a_{xz} = \frac{2}{x_0} \ln \frac{z_d}{z_0 - z_d} \quad (4.2.22)$$

$$a_{yz} = \frac{2}{y_0} \ln \frac{z_0 - z_d}{z_d}$$

上式において、添え字0は着陸フェーズ突入時のUAVの位置を意味する。 z_d は許容高度である。 xz 平面に限定した評価関数を描画すると以下のようなになる。

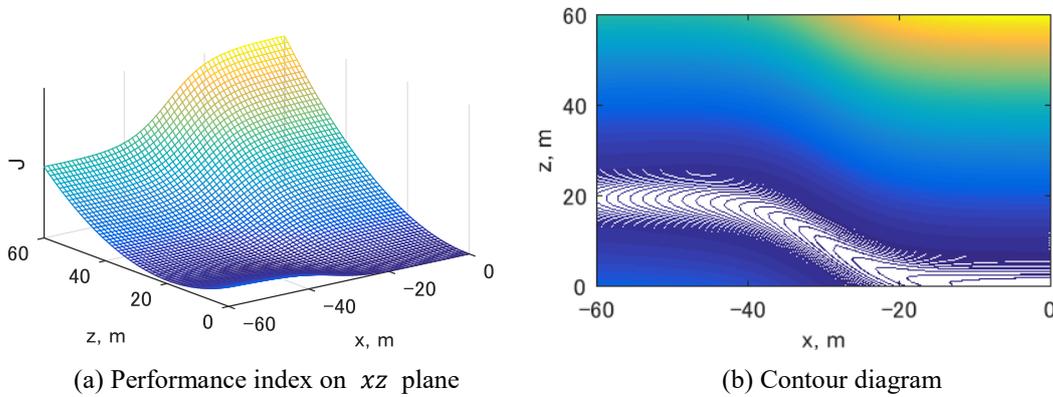


Fig. 4.2. 13 Performance index

上図において初期位置を $(x, z) = (-60, 20)$ とした。(a)では評価関数を3次元で表現し、(b)では評価関数を等高線図で表現している。図より、目的地である原点で評価関数が最小となっていることがわかる。 $y-z$ 平面でも同様の図を描くことができる。

本研究では計算量を削減するために window \mathbf{V}_r で表される制約条件を満たし、式(4.2.20)で定義される評価関数を最小化させる目標位置を最適化計算によって求める。最適化計算をすることによって、格子の解像度によらず、最適解を得ることができ、評価関数を最小化できない無駄な格子点上の評価関数を計算せずに済む。

上記のような最適化問題を解くためには、評価関数がUAVの位置で定義されているため

window で与えられる制約も速度場から位置に変換する必要がある。ここで、window \mathbf{V}_r は以下のように書き改められる。

$$\begin{aligned} U_{min} &\leq U \leq U_{max} \\ P_{min} &\leq P \leq P_{max} \\ Q_{min} &\leq Q \leq Q_{max} \\ R_{min} &\leq R \leq R_{max} \end{aligned} \quad (4.2.23)$$

上式の制約条件を速度場から位置に変換する。変換の際に以下のようなキネマティック方程式と航法方程式を利用する。

$$\begin{bmatrix} \phi_{k+1} \\ \theta_{k+1} \\ \psi_{k+1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \phi_k \\ \theta_k \\ \psi_k \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 & \sin \phi_k \tan \theta_k & \cos \phi_k \tan \theta_k \\ 0 & \cos \phi_k & -\sin \phi_k \\ 0 & \sin \phi_k / \cos \theta_k & \cos \phi_k / \cos \theta_k \end{bmatrix} \begin{bmatrix} P_c \\ Q_c \\ R_c \end{bmatrix} T_s \quad (4.2.24)$$

$$\begin{bmatrix} x_{k+1} \\ y_{k+1} \\ z_{k+1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_k \\ y_k \\ z_k \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \cos \psi_{k+1} \cos \theta_{k+1} \\ \sin \psi_{k+1} \cos \theta_{k+1} \\ \sin \theta_{k+1} \end{bmatrix} U_c T_s$$

これらの式を利用すると、制約条件は以下のように変形できる。

$$\begin{aligned} g_1(x, y, z) &: \pm (x - x_k)^2 \pm (y - y_k)^2 \pm (z - z_k)^2 \mp (U_{max/min} T_s)^2 \leq 0 \\ g_2(x, y, z) &: \pm y \mp y_k \mp (x - x_k) \tan \psi_{max} \leq 0 \end{aligned} \quad (4.2.25)$$

$$g_3(x, y, z) : \pm (z - z_k)^2 \mp \sqrt{(x - x_k)^2 + (y - y_k)^2} \tan \theta_{max/min} \leq 0$$

$\psi_{max}, \psi_{min}, \theta_{max}, \theta_{min}$ はロール角 ϕ_k の符号によって以下のように求められる。

$\phi_k \geq 0$:

$$\begin{aligned} \psi_{max} &= \psi_k + \left(Q_{max} \frac{\sin \phi_k}{\cos \theta_k} + R_{max} \frac{\cos \phi_k}{\cos \theta_k} \right) T_s \\ \psi_{min} &= \psi_k + \left(Q_{min} \frac{\sin \phi_k}{\cos \theta_k} + R_{min} \frac{\cos \phi_k}{\cos \theta_k} \right) T_s \\ \theta_{max} &= \theta_k + (Q_{max} \cos \phi_k - R_{min} \sin \phi_k) T_s \\ \theta_{min} &= \theta_k + (Q_{min} \cos \phi_k - R_{max} \sin \phi_k) T_s \end{aligned} \quad (4.2.26)$$

$\phi_k < 0$:

$$\begin{aligned} \psi_{max} &= \psi_k + \left(Q_{min} \frac{\sin \phi_k}{\cos \theta_k} + R_{max} \frac{\cos \phi_k}{\cos \theta_k} \right) T_s \\ \psi_{min} &= \psi_k + \left(Q_{max} \frac{\sin \phi_k}{\cos \theta_k} + R_{min} \frac{\cos \phi_k}{\cos \theta_k} \right) T_s \\ \theta_{max} &= \theta_k + (Q_{max} \cos \phi_k - R_{max} \sin \phi_k) T_s \\ \theta_{min} &= \theta_k + (Q_{min} \cos \phi_k - R_{min} \sin \phi_k) T_s \end{aligned}$$

数値シミュレーションでは上記の制約条件を用いて、式(4.2.20)の評価関数を最小化する最適な指令値を共役勾配法によって求める。

4-2-2 (D) 制約条件を拡張

ODWA では制約条件は速度による制約から成る window V_s と加速度の制約から成る window V_d の二つであった。ここではさらに、姿勢角の制約を考慮できるようにする。5-3-1でも述べたが、自動着陸に限らず航空機の姿勢角は非常に重要である。角度の制約を考慮していない場合、UAVの姿勢角が大きくなり頭下げもしくは頭上げの状態になる可能性がある。このような状態に陥った時に、風などの影響により状態の復帰が迅速に行えずに墜落する恐れがある。また、失速角に陥り、制御不能となることも考えられる。そのため、角度の制約を考慮することには重要な意義がある。そこで、新たに角度の制約から成る window V_c を以下のように定義する。

$$V_c = \{v, \omega | v_{min} \leq v \leq v_{max}, \omega_{sat-min} \leq \omega \leq \omega_{sat-max}\} \quad (4.2.27)$$

上式において、 $\omega_{sat-min}, \omega_{sat-max}$ は角度の制約を角速度に変換した値である。 $\omega_{sat-min}, \omega_{sat-max}$ は以下のように与えられる。

$$\omega_{sat-min} = \frac{(\zeta_{sat-min} - \zeta_k)}{T_s} \quad (4.2.28)$$

$$\omega_{sat-max} = \frac{(\zeta_{sat-max} - \zeta_k)}{T_s}$$

ここで、 $\zeta_{sat-min}, \zeta_{sat-max}$ は角度の制約を表す。この window によって角度の制約を考慮することができる。

最終的に ODWA でも定義していた window とこれらの window の重なった部分を V_r とする

$$V_r = V_s \cap V_d \cap V_c \quad (4.2.29)$$

着陸のための目標値はこの window 内から選択されることになる。

これらの window の関係を以下の図に示す。

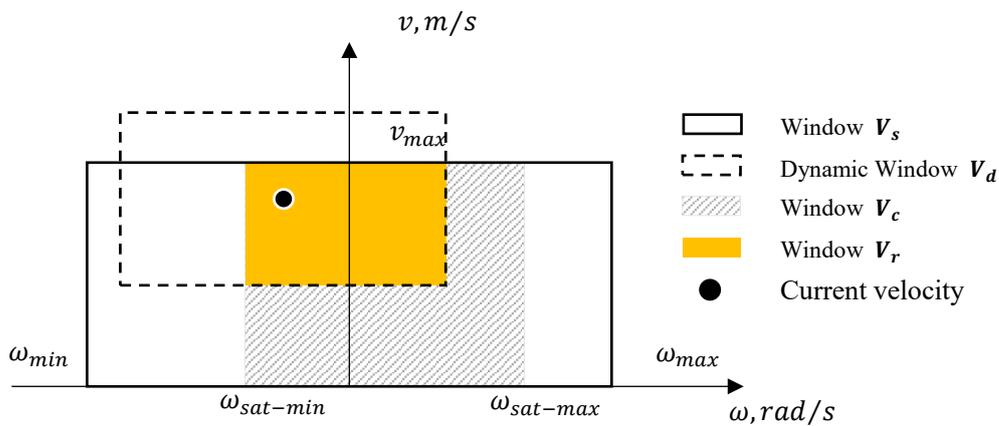


Fig. 4.2. 14 windows principle

この提案手法の有効性を検証するために、数値シミュレーションを行った。その時の初期

条件を Table 4.2.8 に示す。Case 1 は着陸距離が十分にあった時、Case 2 は case 1 の時よりも着陸距離が短い時を想定している。

Table. 4.2. 8 Initial values

| | |
|---|--------------|
| Position in case1 $\mathbf{x}[m]$ | (-120, 5, 5) |
| Position in case2 $\mathbf{x}[m]$ | (-60, 5, 5) |
| Velocity $\mathbf{V}[m/s]$ | (12.5, 0, 0) |
| Attitude $\boldsymbol{\Theta}[rad]$ | (0, 0, 0) |
| Angular velocity $\boldsymbol{\omega}[rad/s]$ | (0, 0, 0) |

制御則は DI 法によって線形化を行い、線形システムに対して LQR を設計した (付録 C 参照)。このときの重みを case1 の場合を Table. 4.2.9, case 2 の場合を Table. 4.2.10 に示す。

Table. 4.2. 9 weighting coefficient (case 1)

| | |
|----------------|--------------------------|
| \mathbf{Q}_g | diag[1 10 10 1 1 1] |
| \mathbf{R}_g | diag[1 1 1] |
| \mathbf{Q}_f | diag[1 1000 1 10 1000 1] |
| \mathbf{R}_f | diag[1 1 1] |

Table. 4.2. 10 weighting coefficient (case 2)

| | |
|--------------|----------------------|
| \mathbf{Q} | diag[5 20 20 1 10 1] |
| \mathbf{R} | diag[1 1 1] |

上記において $\mathbf{Q}_g, \mathbf{R}_g$ はグライドパスにおける重み、 $\mathbf{Q}_f, \mathbf{R}_f$ はフレア軌道における重みを表している。

以上の条件の下で数値シミュレーションを行った。その結果を以下に示す。なお、比較対象は先ほどと同様、グライドパスとフレア軌道の結果を示す。

Fig. 4.2.15. A には Case 1 の時の従来手法の結果を示す。(a)は UAV の軌跡を示しており、目標地点である原点に滑らかに着陸していることがわかる。(b)は高度の時間履歴である。図より、時刻 6.76s で滑らかに着陸している。(c)の降下率の時間履歴は UAV の降下率が接地時に 0m/s に収束していることを示している。(d)は姿勢角の時間履歴だが、ピッチ角が軌道の切り替えによって 6.30s 付近で乱れていることが確認できる。さらに、(e)の制御入力 of 時間履歴より、エレベータ舵角も乱れていることがわかる。

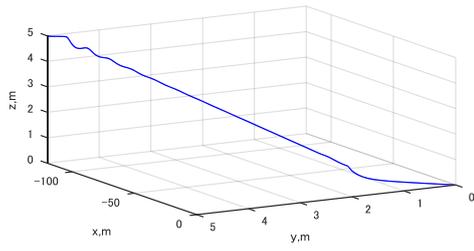
Figure 4.2.15. B には Case 1 の時の提案手法の結果が示されている。(a)は UAV の軌跡を示しており、B の時と同様に目標地点である原点に滑らかに着陸していることがわかる。(b)の高度の時間履歴より 8.18s で滑らかに着陸している。また、8.18s で降下率は 0.0045m/s となっていることが(c)の降下率の時間履歴よりわかる。提案手法は着陸の間軌道の切り替えが必要ないため、(d)の姿勢角の時間履歴より姿勢角の乱れは見られない。しかし、8.18s

でピッチ角は -0.0266rad となっている。ピッチが頭下げの状態に着陸しているのは、速度を制御するのではなく姿勢の制御をしているためである。

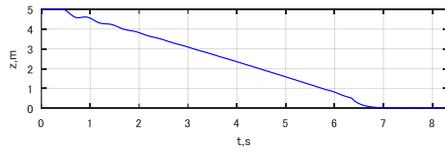
続いて、着陸距離が短い場合の数値シミュレーション結果を Fig. 4.2.16 に示す。

Fig. 4.2.16. A には Case 2 の時の従来手法の結果を示す。(a)は UAV の軌跡を示しており、目標地点には到達していないことがわかる。(b)の高度の時間履歴と(c)の降下率の時間履歴より、UAV の高度が急激に減少し、降下率も大きな値となっていることがわかる。(d)は姿勢角の時間履歴だが、ピッチ角がピッチ角は常に負の値となっている。他の姿勢角も設計軌道に乗るために急激な姿勢変化が要求されるため、乱れている。さらに、(e)の制御入力の時間履歴より、制御入力も case 1 の時より大きくなっていることがわかる。

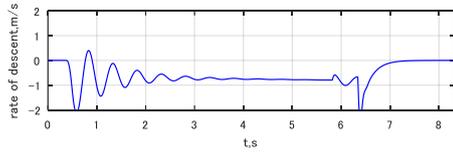
Figure 4.2.16. B には Case 2 の時の提案手法の結果が示されている。(a)は UAV の軌跡を示しており、目標地点である原点に滑らかに着陸していることがわかる。(b)の高度の時間履歴より地面付近で高度が滑らかに変化している。(c)の降下率の時間履歴より、接地時に降下率が 0m/s に収束していることがわかる。(d)の姿勢角の時間履歴より、提案手法は着陸距離が短距離であっても、急激な姿勢の変化が起こることなく着陸できている。(e)の制御入力は着陸距離が十分なときと比較すると、大きくなっているが実用上は問題ない範囲である。



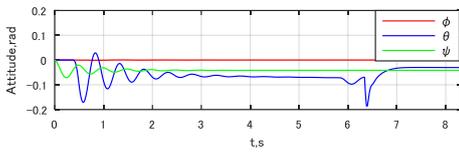
(a) Trajectory



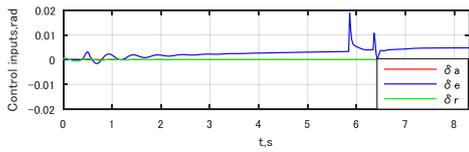
(b) Time history of altitude



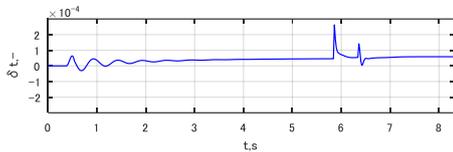
(c) Time history of rate of descent



(d) Time histories of attitude

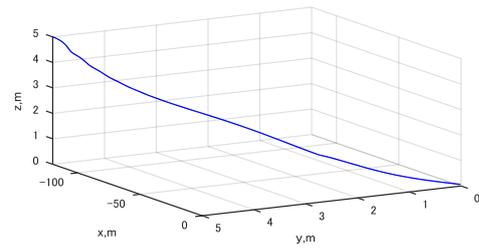


(e) Time histories of moving surfaces

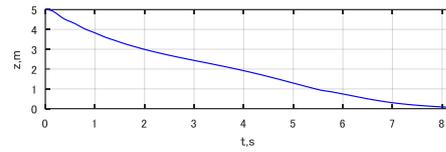


(f) Time history of throttle

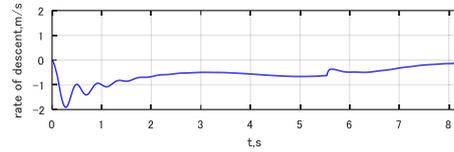
A. Conventional method in case 1



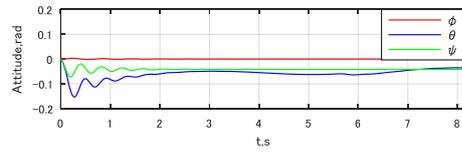
(a) Trajectory



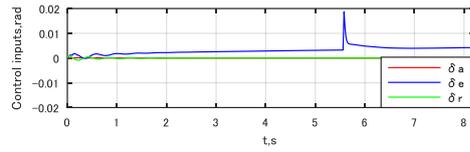
(b) Time history of altitude



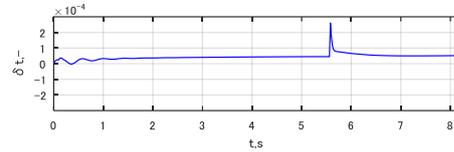
(c) Time history of rate of descent



(d) Time histories of attitude



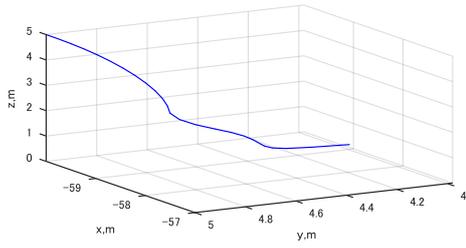
(e) Time histories of moving surfaces



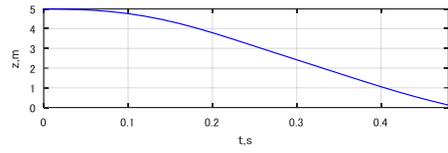
(f) Time history of throttle

B. Proposed method in case 1

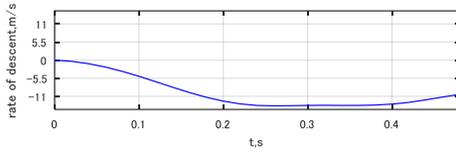
Fig. 4.2. 15 Long landing distance



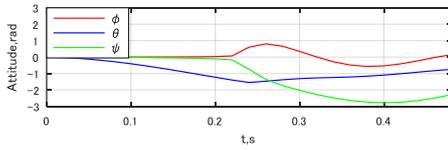
(a) Trajectory



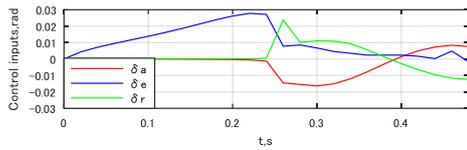
(b) Time history of altitude



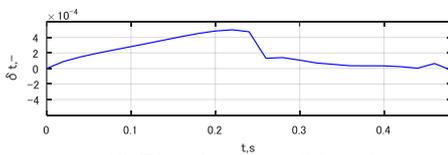
(c) Time history of rate of descent



(d) Time histories of attitude

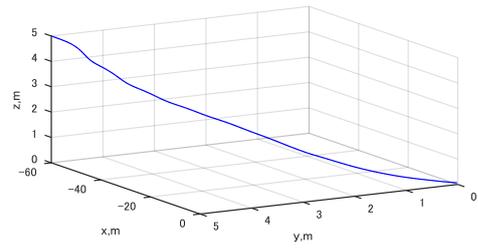


(e) Time histories of moving surfaces

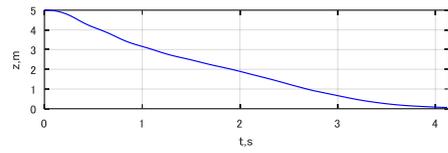


(f) Time history of throttle

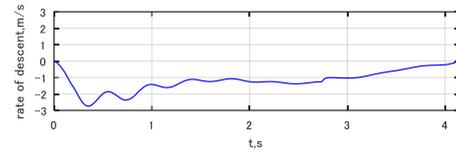
A. Conventional method in case 2



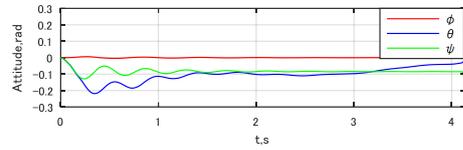
(a) Trajectory



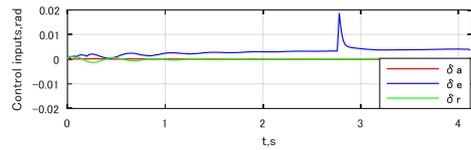
(b) Time history of altitude



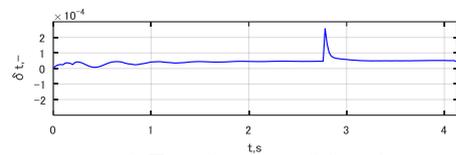
(c) Time history of rate of descent



(d) Time histories of attitude



(e) Time histories of moving surfaces



(f) Time history of throttle

B. Proposed method in case 2

Fig. 4.2. 16 short landing distance

4-2-2 (E) さらに制約条件を追加

上記の手法によって DWA を 3 次元に拡張し、最適化手法を用いることで、より実用的なシステムを構成することができた。また、数値シミュレーションによって、その有効性も示すことができた。

しかし、実際の着陸問題では上述の手法で考慮した制約よりも多くの制約が考えられる。そこで、ここでは制約条件として、さらにバックサイド領域と操舵の時間遅れを制約として拡張した DWA (EDWA) に考慮させる。

i. バックサイド領域

航空機が滑らかに着陸するために、機体の速度はできるだけ落とすことが望まれる。そのためには、機体の迎角を大きくする必要がある。このとき、迎角が大きくなることによって、主翼に働く誘導抗力も大きくなる。このような場合、機体がバックサイド領域に陥る可能性が非常に大きくなる。

バックサイド領域について、線形の縦運動方程式を用いて詳細に説明する。航空機の飛行経路角は次式により求められる。

$$\gamma = \theta - \alpha \quad (4.2.30)$$

迎え角とピッチ角の伝達関数は次式によって定義される。

$$\frac{\alpha}{\delta_e} = M_{\delta_e} \frac{s^2 - X_u s - (g/U_0)Z_u}{s^4 + a_3 s^3 + a_2 s^2 + a_1 s + a_0} \quad (4.2.31)$$

$$\frac{\theta}{\delta_e} = M_{\delta_e} \quad (4.2.32)$$

上式より、飛行経路角の伝達関数は

$$\frac{\gamma}{\delta_e} = -M_{\delta_e} Z_w \frac{s + b_\gamma}{s^4 + a_3 s^3 + a_2 s^2 + a_1 s + a_0} \quad (4.2.33)$$

となる。ここで、 b_γ はバックサイドパラメータと呼ばれる。伝達関数の零点を意味する。また、速度 u の伝達関数は

$$\frac{u}{\delta_e} = M_{\delta_e} \frac{(U_0 X_w - g)s - Z_w g}{s^4 + a_3 s^3 + a_2 s^2 + a_1 s + a_0} \quad (4.2.34)$$

である。速度を入力、飛行経路角を出力とする伝達関数は

$$\frac{\gamma}{u} = \frac{-Z_w(s + b_\gamma)}{(U_0 X_w - g)s + gZ_w} \quad (4.2.35)$$

となる。ここで、最終値の定理より

$$\left(\frac{\gamma}{u}\right)_{ss} = -\frac{b_\gamma}{g} \quad (4.2.36)$$

である。

推力一定、フロントサイド領域を飛行していると仮定すると、エレベータを負の方向に操

舵した場合、速度は小さくなり、高度は上がる。反対に、エレベータを正の方向に操舵した場合、速度は大きくなり、高度は下がる。言い換えると、フロントサイド領域では飛行経路角が減少すると速度が上がるということになる。これを数式で示すと

$$\left(\frac{V}{u}\right)_{ss} < 0 \quad (4.2.37)$$

となる。この数式は式(4.2.36)より

$$(-b_\gamma) < 0 \quad (4.2.38)$$

であることを意味する。つまり、システムは最小位相系と呼べる。

しかし、バックサイド領域ではこの飛行特性が逆になる。速度が大きくなることによって飛行経路角が大きくなる。つまり、零点が複素平面内の右側に位置し、非最小位相系となる。この場合、初期応答と定常応答の符号が逆になるため、高度の制御が困難になる。この領域に突入しないために、制約を用いる必要がある。

制約条件を設けるために、フロンサイド領域とバックサイド領域の判別式を求める。機体に働く抗力係数は有害抗力と誘導抗力の和で表現される。つまり、次式のようになる。

$$C_D = C_{Dpmin} + \frac{C_L^2}{\pi eAR} \quad (4.2.39)$$

したがって、全機抗力は

$$D = \frac{1}{2}\rho U^2 S \left(C_{Dpmin} + \frac{C_L^2}{\pi eAR} \right) \quad (4.2.40)$$

となる。定常飛行時は揚力と重力が一致するため、全機抗力は

$$D = \frac{1}{2}\rho S C_{Dpmin} U^2 + \frac{2W^2}{\rho S \pi eAR} \frac{1}{U^2} \quad (4.2.41)$$

と書き直せる。上式を図で表すと以下のようになる。

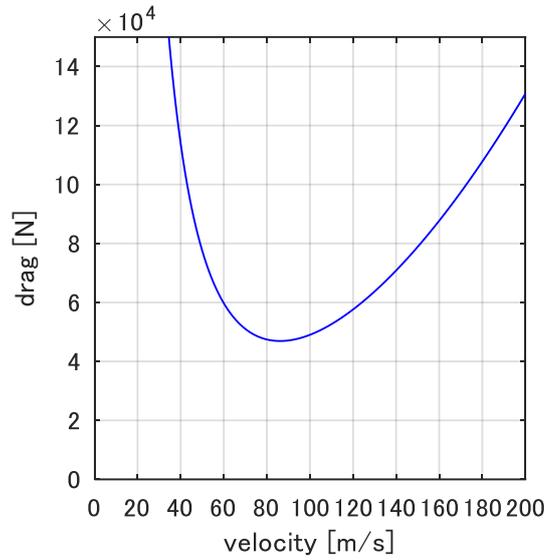


Fig. 4.2. 17 relationship drag and velocity

飛行領域はこの式を速度で微分して 0 となる点で分けられる。左側がバックサイド領域、反対がフロントサイド領域である。したがって、判別式は以下ようになる。

$$U_b^4 = \frac{4W^2}{\rho^2 S^2 \pi e ARC_{DP}} \quad (4.2.42)$$

以上より、バックサイド領域を考慮した window は

$$\mathbf{V}_b = \left\{ \begin{array}{l} v | U_b \leq v \leq v_{max} \\ \omega | \omega_{min} \leq \omega \leq \omega_{max} \end{array} \right\} \quad (4.2.43)$$

と定義できる。この制約は高度が翼幅以上の時のみ適用する。それ以下の時は速度を落とすことが優先される必要があるため、この制約は考慮しない。

ii. 操舵の動特性

ODWA では加速度の制約を定数で表現しているが、実際のシステムはモーターなどのアクチュエータに時間遅れの項が存在するため、定数ではない。そこで、加速度の制約に舵角の時間遅れを考慮する。時間遅れは以下のように一次遅れ系で表現される。

$$\frac{u_a}{u_c} = \frac{K}{Ts + 1} \quad (4.2.44)$$

ここで、 u_a は実際の入力、 u_c は指令値である。上式をラプラス逆変換する。

$$\dot{u} = -\frac{1}{T}u + Ku_c \quad (4.2.45)$$

上式より、実際の制御入力は以下のように求められる

$$u_{k+1} = u_k + \left(-\frac{1}{T}u_k + Ku_c \right) T_s \quad (4.2.46)$$

この式を航空機の回転の運動方程式に代入することで角加速度の制約が得られる。

以上の制約を考慮すると、window は下図のように表現される。

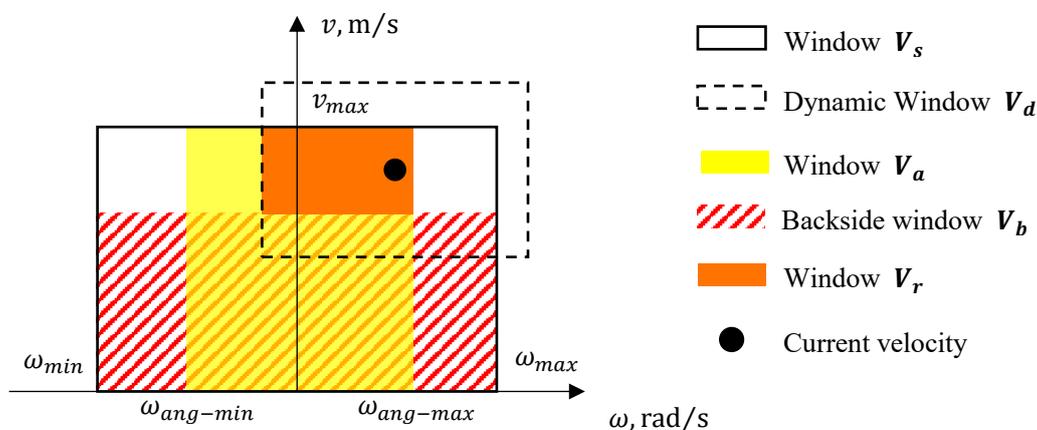


Fig. 4.2. 18 extended window principle

上記の制約の有効性を確認するために数値シミュレーションを行う。ここで用いる機体は Table 4.2.11 に示すような RLV を対象とする。RLV は高度の高い位置から着陸するため、空気密度が変化する。この時の空気密度は次式のように変化するとした。

$$\rho = \rho_0 \exp\left(\frac{z}{H}\right) \quad (4.2.47)$$

ここで、 ρ_0 は海拔 0m での空気密度、 H は基準高度である。また、制御則は先ほどと同様で DI 法で線形化を行い、線形システムに対して LQR を設計した。また、数値シミュレーション上の初期値を Table. 4.2.12 に示す。

Table. 4.2. 11 specification of RLV

| | |
|--------------------------------|------|
| Full length L , m | 80 |
| Wingspan b , m | 60 |
| Wing area S , m ² | 511 |
| MAC \bar{c}_a , m | 8.32 |
| Mass m , t | 104 |

Table. 4.2. 12 initial values

| | |
|--|------------------------------------|
| Position \mathbf{X} , m | $[-10000 \quad 1000 \quad 1000]^T$ |
| Velocity \mathbf{v} , m/s | $[90 \quad 0 \quad 0]^T$ |
| Attitude $\boldsymbol{\Theta}$, rad | $[0 \quad 0 \quad 0]^T$ |
| Angular velocity $\boldsymbol{\omega}$, rad/s | $[0 \quad 0 \quad 0]^T$ |

以下に数値シミュレーション結果を示す。

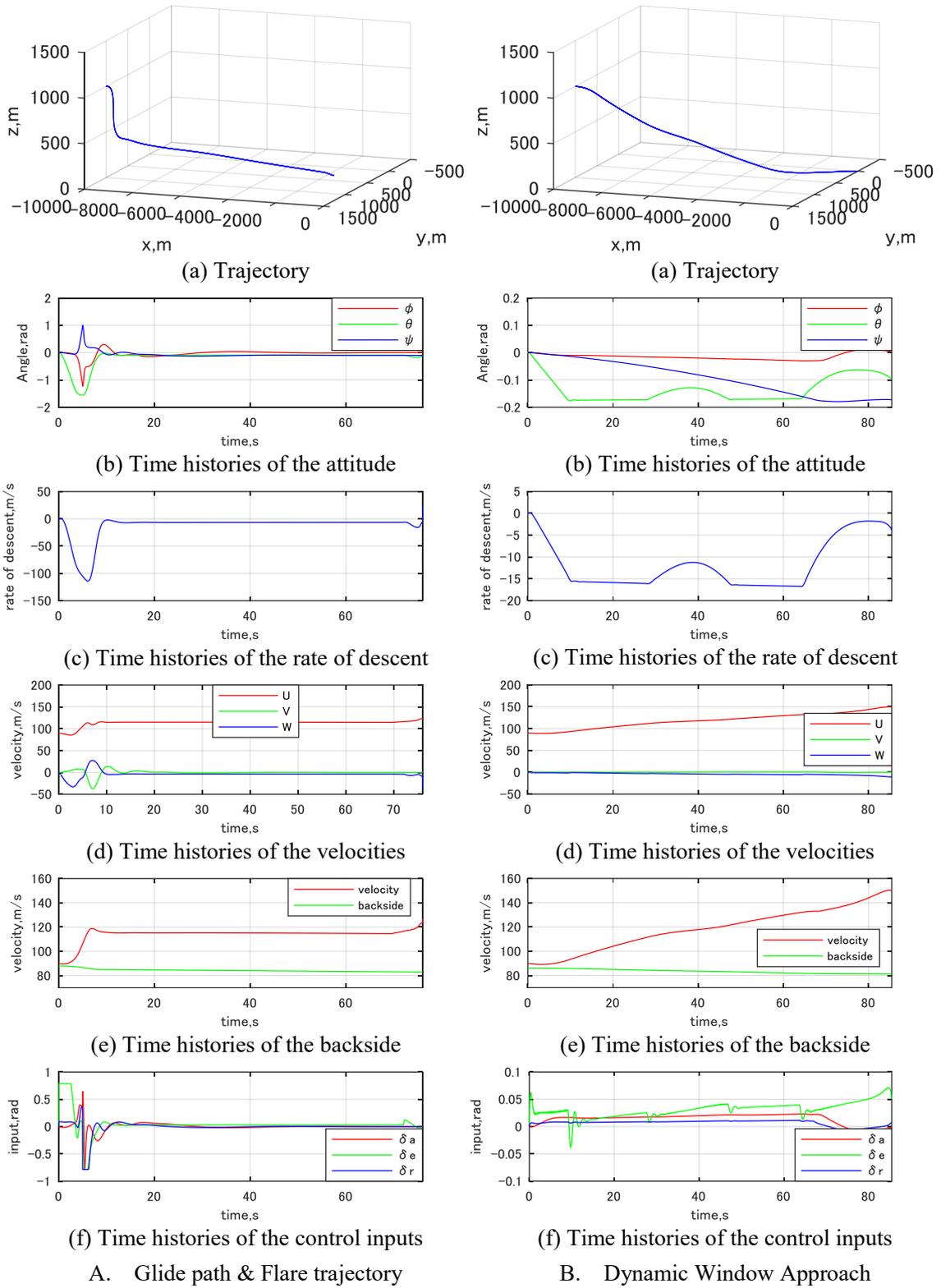


Fig. 4.2. 19 RLW landing with DWA

Fig. 4.2.19. A は従来手法であるグライドパスとフレア軌道の数値シミュレーション結果である。(a)のRLVの軌跡から、RLVは目標地点にたどり着いていないことがわかる。(b)の姿勢角の時間履歴より、事前設計された軌道に追従するために10秒までの間に姿勢が乱れている。また、グライドパスには追従しているが、フレア軌道への切り替え後、すぐに接地してしまっている。接地時の降下率は -7.12m/s となっていることが、(c)の降下率の時間履歴から確認できる。(d)は各軸方向の速度の時間履歴を表している。速度の制御は行っていないため、x軸方向速度が増加していることが確認できる。また、(e)の合成速度の時間履歴からRLVはフロントサイドを飛行していることがわかる。RLVは旋回して設計軌道に戻っていないため、入力が乱れてしまっていることが、(f)の舵角の時間履歴から確認できる。

Fig. 4.2.19. B は提案手法をRLVに適用した結果である。(a)はRLVの軌跡を示しており、RLVは目標地点に滑らかに着陸している。また、制御入力と状態量の制約を考慮しているため、姿勢角の乱れは(b)の姿勢角の時間履歴には見られない。また、角度の制約を考慮しているため10秒から28秒の間、ピッチ角の変化がないことが確認できる。今回のシミュレーションではピッチ角の制約を 10° とした。そのため、ピッチ角は48秒から64秒の間も変化していないことがわかる。(c)の降下率の時間履歴より、接地時の降下率は -1.78m/s となっている。降下率は十分小さくなっているため、RLVは安全に着陸できたと言える。提案手法でも速度の制御は行っていないため、(d)の速度の時間履歴で示される速度Uは増加している。(e)の合成速度の時間履歴より、提案手法でもRLVはバックサイド領域を飛行していないことがわかる。また、制御入力は過大な値となっていないことが(f)の制御入力の時間履歴より確認できる。

4-2-2 (F) 着陸可能判断機能を追加

上記の手法では参照軌道としてシグモイド関数を利用してきた。シグモイド関数は初期位置と目標地点とを滑らかに結ぶが、その距離が近い場合、シグモイド関数の最大傾斜角は式(4.2.22)で設定する許容誤差 z_d の値に関係なく大きくなる。この時、UAVは制約の影響で、参照軌道に追従できない恐れがある。そのような状況を回避するために、初期位置から問題なく着陸が行えるかどうかを判断する必要がある。

そこで、シグモイド関数の傾きを求め、その傾きに制約を設ける。この時のシグモイド関数の傾きの制約を θ_{res} とすると、着陸可能判別式は以下ようになる。

$$U_{res} = \frac{xy_0 - \frac{z_0}{2\theta_{res}} \ln \frac{z_0 - z_d}{z_d}}{dt} \quad (4.2.48)$$

上式は初期位置から求められ、初期速度がこの速度を超えた時、着陸不可能と判断する。そのため、この制約は自動着陸開始時にのみ働くことになる。

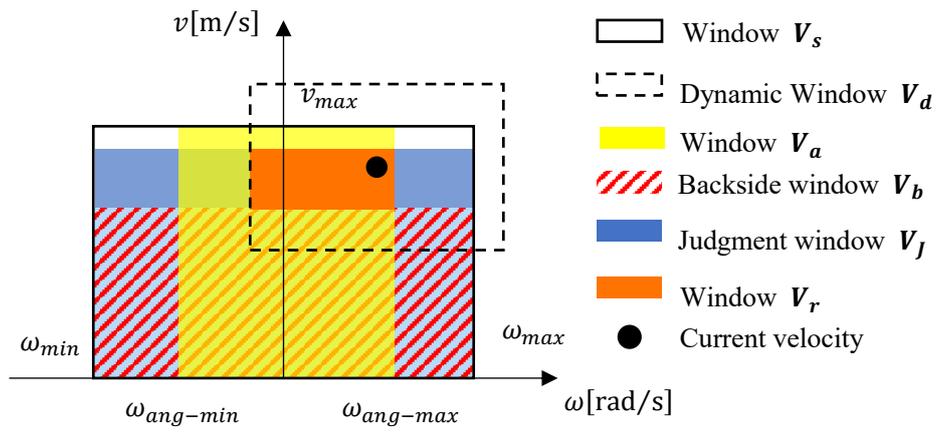


Fig. 4.2. 20 judgment window

以下に EDWA のフローチャートを示す.

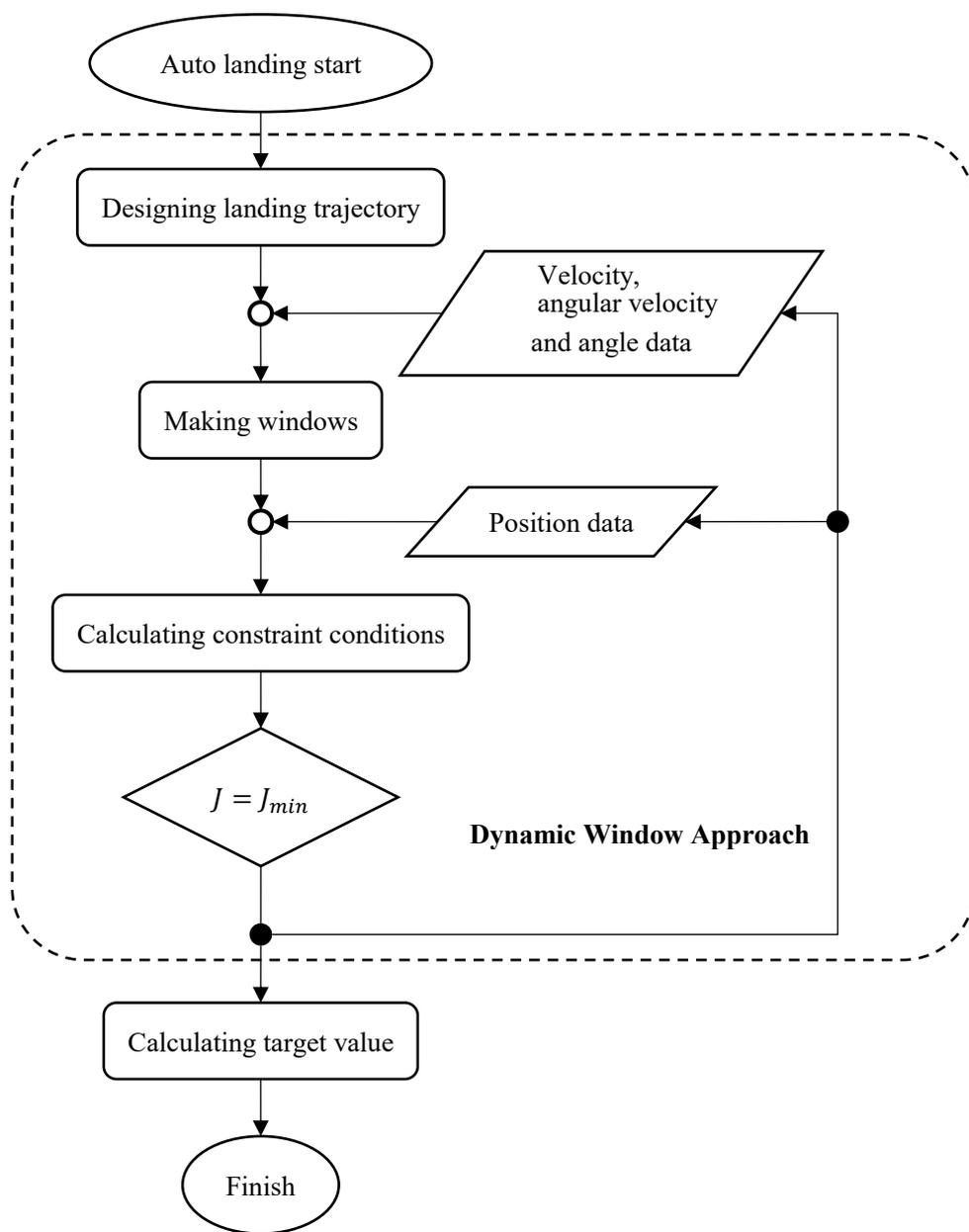


Fig. 4.2. 21 DWA flowchart

Table. 4.2. 13 initial values

| | |
|--|-----------------------------------|
| Position \mathbf{X} , m | $[-15 \text{ or } -13 \ 5 \ 5]^T$ |
| Velocity \mathbf{v} , m/s | $[14 \ 0 \ 0]^T$ |
| Attitude $\boldsymbol{\theta}$, rad | $[0 \ 0 \ 0]^T$ |
| Angular velocity $\boldsymbol{\omega}$, rad/s | $[0 \ 0 \ 0]^T$ |

新たに追加した Judgement window の機能を確認するために、着陸可能と判断される場合と、不可能と判断される場合で数値シミュレーションを行う。ここで用いる制御対象は Table. 4.2.1 で示した小型無人固定翼航空機とする。機体の初期状態を Table. 4.2.13 に示

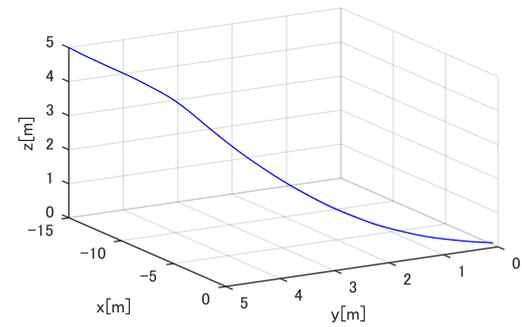
す。

上記のような初期状態の場合，着陸可能と判断できるのはx軸方向に-15mの時（case 1）である。反対に，着陸不可能と判断されるのはx軸方向に-13mの時（case 2）である。以下に数値シミュレーションの結果を示す。

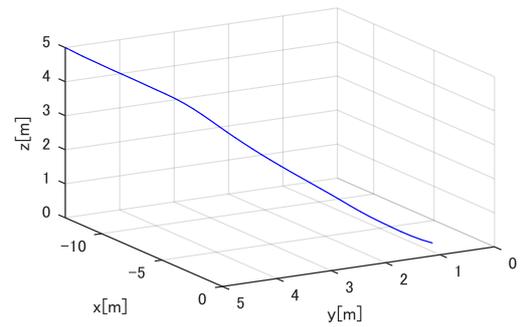
Fig. 4.2.22 A は着陸可能と判断できる場合の数値シミュレーション結果である。（a）の UAV の軌跡を見ると，目標地点である原点に UAV が着陸していることが確認できる。（b）は降下率の時間履歴を表しており，接地時に0.324m/sとなっている。このことから，機体は滑らかに着陸できていると言える。（c）は機体の姿勢角の時間履歴を示している。接地時のピッチ角は-1.058[deg]となっており，少し頭下げの状態であるが，問題ない範囲であると言える。また，角度の制約は-30[deg]としているため，その制約の範囲内で着陸が行えることがわかる。（d）の制御入力（roll, pitch, yaw）の時間履歴を確認すると，過大な入力をシステムに印加することなく，問題がないことがわかる。

Fig. 4.2.22 B は着陸不可能と判断される場合の結果である。（a）は UAV の軌跡を表し，UAV が目標地点に到達する前に接地していることがわかる。（b）の降下率の時間履歴を確認すると，接地時に-3.876m/sとなっている。したがって，機体は地面に強く衝突していることがわかる。また（c）の機体の姿勢角の時間履歴を見ると，接地時のピッチ角は-22.8[deg]となっており，頭下げの状態である。つまり，機体は墜落していると言える。0.4~0.7秒の応答を見ると，角度の制約を-30[deg]としているため，姿勢角はその制約に拘束されていることがわかる。（d）の制御入力（roll, pitch, yaw）の時間履歴を確認すると，Case 1 の時と同様に過大な入力が印加されていないことがわかる。

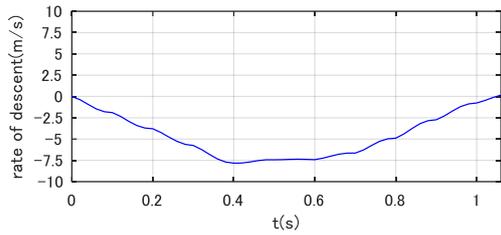
Case 2 の初期条件は着陸可能判断 window が機能すれば，UAV は着陸を行わないため，墜落することはない。したがって，以上の結果から着陸可能判断 window が必要であることが示せた。



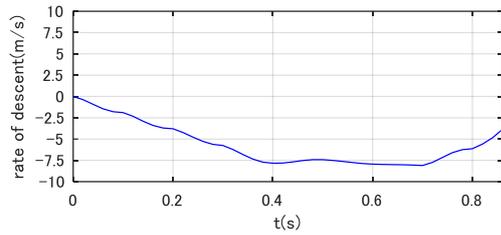
(a) Trajectory



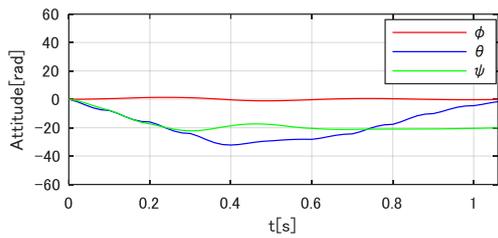
(a) Trajectory



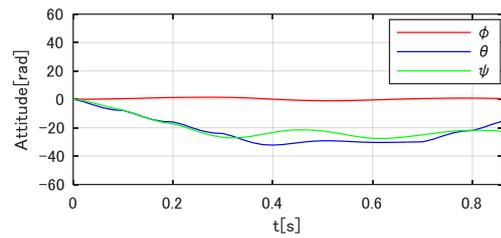
(b) Rate of decent



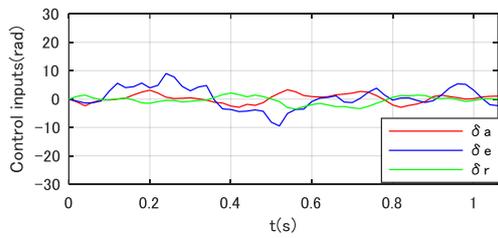
(b) Rate of decent



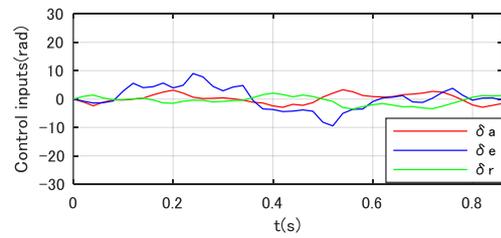
(c) Attitude



(c) Attitude



(d) Control input



(d) Control input

A. Case 1

B. Case 2

Fig. 4.2. 22 confirmation judgment window

5 章 提案手法の有効性検証

上記のような提案手法の有効性を数値シミュレーションによって検証する。

5-1. 従来手法と比較

5-1 では適応 SDC を用いた SAC が従来の制御手法と比較したときの有効性を検証する。ここで用いる制御対象は、直列に接続されたマス・スプリング・ダンパーシステムとする。理解の便のために状態方程式を以下に再掲する。

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ x_1 \\ \dot{x}_2 \\ x_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{c_1+c_2}{m_1} & -\frac{k_1+k_2}{m_1} & \frac{c_2}{m_1} & \frac{k_2}{m_1} \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ \frac{c_2}{m_2} & \frac{k_2}{m_2} & -\frac{c_2}{m_2} & -\frac{k_2}{m_2} \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ x_1 \\ \dot{x}_2 \\ x_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{1}{m_1} & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{m_2} \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \end{bmatrix} \quad (5.1.1)$$

$$\begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ x_1 \\ \dot{x}_2 \\ x_2 \end{bmatrix}$$

ここではすべてのパラメータは1としてシミュレーションを行う。提案手法の有効性を検証するために、以下ではスライディングモード制御と PFC を用いた SAC との比較を行う。この際に、制御対象にはモデル化誤差があることを想定した数値シミュレーションを行う。

5-1-1. スライディングモード制御

まずはモデル化誤差のないシステムに対してスライディングモード制御を適用する。位置の目標値を与えて、制御した結果以下のようになった。

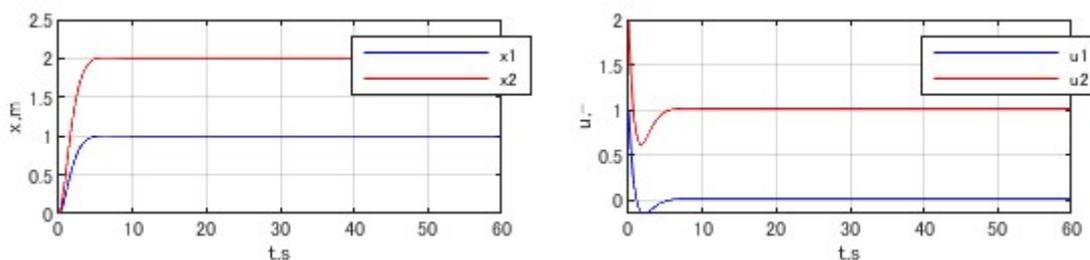


Fig. 5.1. 1 Sliding mode Controller

それぞれの台車の位置を 1m の地点と 2m の地点へと移動させるように制御した。その結果、どちらも目標値へと収束し、制御入力も過大になっていないことが確認できる。

続いて、システムにモデル化誤差を与える。スライディングモード制御ではマッチング条件と呼ばれる条件を満たすモデル化誤差に対しては安定性が保証されている。そこで、まずはマッチング条件を満たすモデル化誤差を有するシステムに対してスライディングモード制御を適用する。このとき式 (5.1.1) より、パラメータをどのように変動させてもマッチング条件を満たすことがわかる。そこで、以下のようにモデル化誤差を設定した。

$$\begin{aligned}
(m_1, m_2): & (1, 1) \rightarrow (1.5, 0.8) \\
(c_1, c_2): & (1, 1) \rightarrow (0.2, 0.3) \\
(k_1, k_2): & (1, 1) \rightarrow (1.2, 0.8)
\end{aligned}
\tag{5.1.2}$$

このようなモデル化誤差を与えた結果，以下のようにになった。

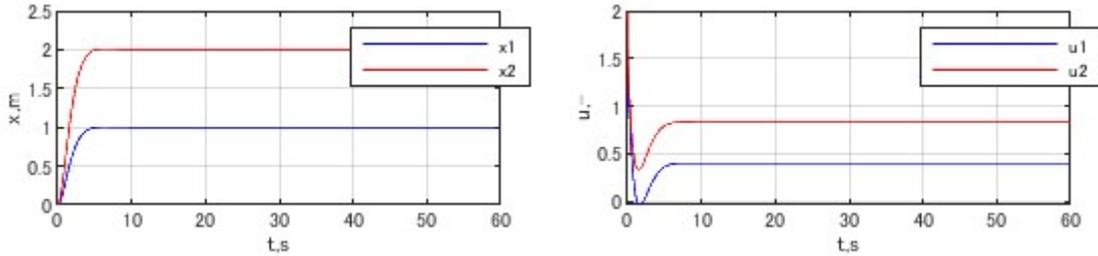


Fig. 5.1. 2 Sliding mode Controller under modelling error satisfied matching condition

Fig. 5.1.1 と同様，問題なく制御できていることがわかる．スライディングモード制御はマッチング条件を満たしてさえいれば強いロバスト性を発揮するため，上記のようなモデル化誤差がある状況でも良好な制御性能を示している．

モデル化誤差がマッチング条件を満たしていないときの制御性能を調べる．このとき，制御対象は以下を用いた．

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ x_1 \\ \dot{x}_2 \\ x_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -2.55 & -1.64 & 1.18 & 1.55 \\ 1 & 0.3 & 1 & 1 \\ 1.63 & 2.13 & -1.63 & -2.13 \\ 1.3 & 2.2 & 1 & 0.1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ x_1 \\ \dot{x}_2 \\ x_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{1}{m_1} & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 1 \\ 0 & \frac{1}{m_2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \end{bmatrix}
\tag{5.1.3}$$

$$\begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ x_1 \\ \dot{x}_2 \\ x_2 \end{bmatrix}$$

このシステムに対してスライディングモード制御を適用した結果，以下のようにになった。

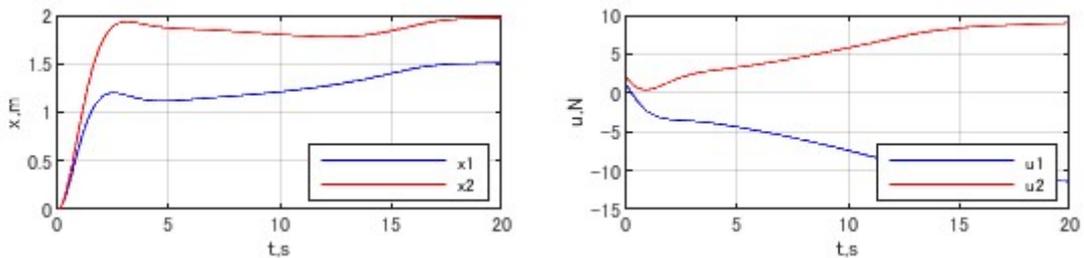


Fig. 5.1. 3 Sliding mode Controller under modelling error unsatisfied matching condition

上記のように制御目標を達成できておらず，制御入力も収束していない．スライディングモード制御ではマッチング条件を満たさないモデル化誤差に対しては安定性を保証されていないため，上記のような結果になった．

5-1-2. PFC を用いた SAC

単純適応制御が安定性を保証できるのは ASPR 性を有しているシステムのみであった。そのため式(5.1.1)で示したようなシステムの安定性を保証することはできない。シミュレーションを行うと以下ようになる。

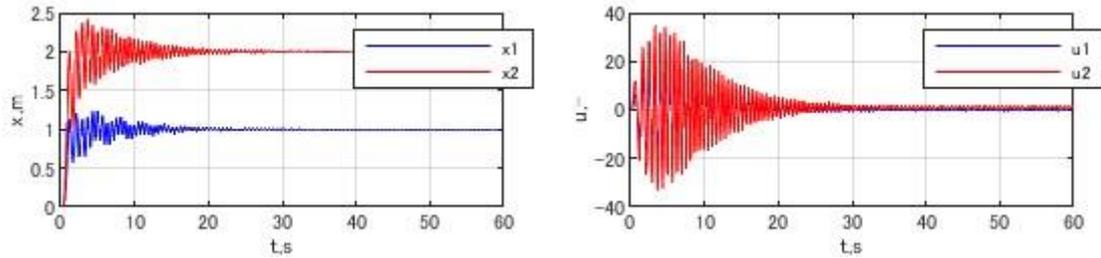


Fig. 5.1. 4 Simple adaptive controller

上記のように目標値へと収束はするが、制御性能は劣化する。

そこで、並列フィードフォワード補償器 (以下 PFC) を用いて制御対象を ASPR 化する。PFC は非 ASPR システムの伝達関数行列 $\mathbf{G}(s)$ と任意の ASPR システム $\mathbf{G}_{ASPR}(s)$ の伝達関数行列の差によって以下のように求められる。

$$\mathbf{PFC}(s) = \mathbf{G}_{ASPR}(s) - \mathbf{G}(s) \quad (5.1.4)$$

上式を用いて PFC を設計すると以下ようになる。

$$\mathbf{G}(s) = \begin{bmatrix} \frac{s^2 + s + 1}{s^4 + 3s^3 + 4s^2 + 2s + 1} & \frac{s + 1}{s^4 + 3s^3 + 4s^2 + 2s + 1} \\ \frac{s + 1}{s^4 + 3s^3 + 4s^2 + 2s + 1} & \frac{s^2 + 2s + 2}{s^4 + 3s^3 + 4s^2 + 2s + 1} \end{bmatrix} \quad (5.1.5)$$

$$\mathbf{G}_{ASPR}(s) = \begin{bmatrix} \frac{s^3 + 2s^2 + 2s + 1}{s^4 + 3s^3 + 4s^2 + 2s + 1} & \frac{s^2 + 2s + 1}{s^4 + 3s^3 + 4s^2 + 2s + 1} \\ \frac{s^2 + 2s + 1}{s^4 + 3s^3 + 4s^2 + 2s + 1} & \frac{s^3 + 3s^2 + 4s + 2}{s^4 + 3s^3 + 4s^2 + 2s + 1} \end{bmatrix} \quad (5.1.6)$$

$$\mathbf{PFC}(s) = \begin{bmatrix} \frac{s^3 + s^2 + s}{s^4 + 3s^3 + 4s^2 + 2s + 1} & \frac{s^2 + s}{s^4 + 3s^3 + 4s^2 + 2s + 1} \\ \frac{s^2 + s}{s^4 + 3s^3 + 4s^2 + 2s + 1} & \frac{s^3 + 2s^2 + 2s}{s^4 + 3s^3 + 4s^2 + 2s + 1} \end{bmatrix} \quad (5.1.7)$$

この PFC を用いてシミュレーションを行う。シミュレーションでは上式のような伝達関数行列を状態方程式に変換して用いる。変換した結果、PFC は次式のようになる。

$$\begin{aligned} \dot{\mathbf{x}}_{PFC} &= \mathbf{A}_{PFC} \mathbf{x}_{PFC} + \mathbf{B}_{PFC} \mathbf{u} \\ \mathbf{y}_{PFC} &= \mathbf{C}_{PFC} \mathbf{x}_{PFC} \end{aligned} \quad (5.1.8)$$

$$\mathbf{A}_{PFC} = \begin{bmatrix} -3 & -2 & -1 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0.5 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -3 & -2 & -1 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0.5 & 0 \end{bmatrix}, \mathbf{B}_{PFC} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 1 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{C}_{\text{PFC}} = \begin{bmatrix} 1 & 0.5 & 0.5 & 0 & 0 & 0.5 & 0.5 & 0 \\ 0 & 0.5 & 0.5 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

以上より、シミュレーションを行った結果、以下のようになった

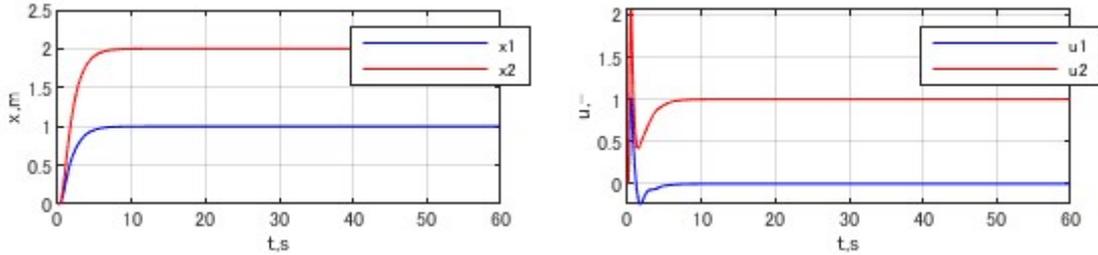


Fig. 5.1. 5 SAC with PFC

PFC を用いることによって制御対象が ASPR 化され、上記のように目標とする位置へと制御することができている。

続いて、式(5.1.3)のようなモデル化誤差の影響について検証する。その結果、以下のようになつた。

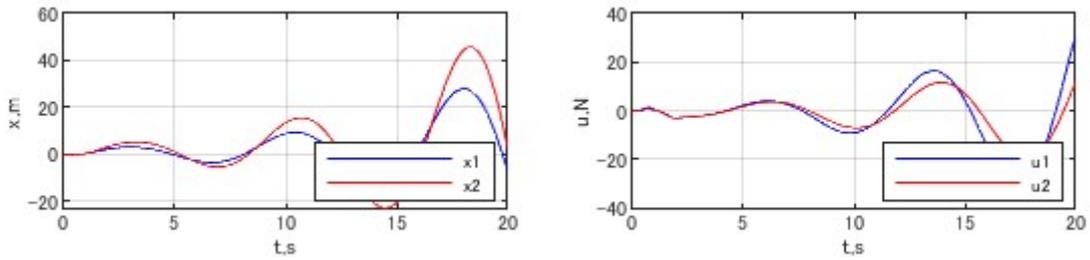


Fig. 5.1. 6 SAC with PFC under modelling error

設計された PFC ではモデル化誤差を有するシステムに対して適切に ASPR 化することができず、SAC によって安定性を保証することができないため、上記のように発散した。

5-1-3. 適応 SDC を用いた SAC

最後に、提案手法の有効性を検証する。このとき、SDC は以下を用いた。

$$\mathbf{SDC} = \begin{bmatrix} 11\alpha_1 s + 11\alpha_0 & 12\alpha_1 s + 12\alpha_0 \\ 21\alpha_1 s + 21\alpha_0 & 22\alpha_1 s + 22\alpha_0 \end{bmatrix} \quad (5.1.9)$$

式(5.1.5)で表される制御対象に上記を適用すると以下のような拡大系になる。

$$\mathbf{G}_a(s) = \begin{bmatrix} G_{a11} & G_{a12} \\ G_{a21} & G_{a22} \end{bmatrix} \quad (5.1.10)$$

$$G_{a11} = \frac{11\alpha_1 s^3 + (11\alpha_1 + 11\alpha_0 + 21\alpha_1)s^2 + (11\alpha_1 + 11\alpha_0 + 21\alpha_1 + 21\alpha_0)s + 11\alpha_0 + 21\alpha_0}{s^4 + 3s^3 + 4s^2 + 2s + 1}$$

$$G_{a12} = \frac{12\alpha_1 s^3 + (12\alpha_1 + 12\alpha_0 + 22\alpha_1)s^2 + (12\alpha_1 + 12\alpha_0 + 22\alpha_1 + 22\alpha_0)s + 12\alpha_0 + 22\alpha_0}{s^4 + 3s^3 + 4s^2 + 2s + 1}$$

$$G_{a21} = \frac{21\alpha_1 s^3 + (11\alpha_1 + 22\alpha_1 + 21\alpha_0)s^2 + (11\alpha_1 + 11\alpha_0 + 22\alpha_1 + 22\alpha_0)s + 11\alpha_0 + 22\alpha_0}{s^4 + 3s^3 + 4s^2 + 2s + 1}$$

$$G_{a22} = \frac{{}_{22}\alpha_1 s^3 + ({}_{12}\alpha_1 + 2{}_{22}\alpha_1 + {}_{22}\alpha_0)s^2 + ({}_{12}\alpha_1 + {}_{12}\alpha_0 + 2{}_{22}\alpha_1 + 2{}_{22}\alpha_0)s + {}_{12}\alpha_0 + 2{}_{22}\alpha_0}{s^4 + 3s^3 + 4s^2 + 2s + 1}$$

上式と式(5.1.6)の ASPR システムを係数比較すると以下のような連立方程式が導かれる.

$$\left\{ \begin{array}{l} {}_{11}\alpha_1 = 1 \\ {}_{11}\alpha_1 + {}_{11}\alpha_0 + {}_{21}\alpha_1 = 2 \\ {}_{11}\alpha_1 + {}_{11}\alpha_0 + {}_{21}\alpha_1 + {}_{21}\alpha_0 = 2 \\ {}_{11}\alpha_0 + {}_{21}\alpha_0 = 1 \\ {}_{21}\alpha_1 = 0 \\ {}_{11}\alpha_1 + {}_{221}\alpha_1 + {}_{21}\alpha_0 = 1 \\ {}_{11}\alpha_1 + {}_{11}\alpha_0 + {}_{221}\alpha_1 + {}_{221}\alpha_0 = 2 \\ {}_{11}\alpha_0 + {}_{221}\alpha_0 = 1 \\ {}_{12}\alpha_1 = 0 \\ {}_{12}\alpha_1 + {}_{222}\alpha_1 + {}_{22}\alpha_0 = 1 \\ {}_{12}\alpha_1 + {}_{12}\alpha_0 + {}_{222}\alpha_1 + {}_{222}\alpha_0 = 2 \\ {}_{12}\alpha_0 + {}_{22}\alpha_0 = 1 \\ {}_{22}\alpha_1 = 1 \\ {}_{12}\alpha_1 + {}_{222}\alpha_1 + {}_{22}\alpha_0 = 3 \\ {}_{12}\alpha_1 + {}_{12}\alpha_0 + {}_{222}\alpha_1 + {}_{222}\alpha_0 = 4 \\ {}_{12}\alpha_0 + {}_{222}\alpha_0 = 2 \end{array} \right. \quad (5.1.11)$$

この解を厳密に求めることはできないが, 疑似逆行列を用いることで近似解を求める. 上式を行列表記すると以下ようになる.

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 3 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 2 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 2 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 2 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} {}_{11}\alpha_1 \\ {}_{11}\alpha_0 \\ {}_{12}\alpha_1 \\ {}_{12}\alpha_0 \\ {}_{21}\alpha_1 \\ {}_{21}\alpha_0 \\ {}_{22}\alpha_1 \\ {}_{22}\alpha_0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 2 \\ 1 \\ 0 \\ 1 \\ 2 \\ 1 \\ 0 \\ 1 \\ 2 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \\ 3 \\ 4 \\ 2 \end{bmatrix} \quad (5.1.12)$$

上式を用いて求められた理想 SDC を用いて適応 SDC を設計する. まず, モデル化誤差のないシステムに提案手法を適用すると以下ようになった.

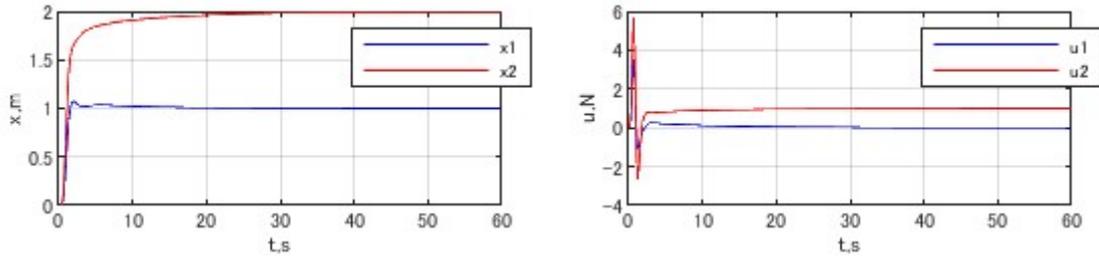


Fig. 5.1. 7 SAC with adaptive SDC

PFC を用いたときと同様に，問題なく制御できていることが確認できる．

続いてモデル化誤差があるシステムに適用する．

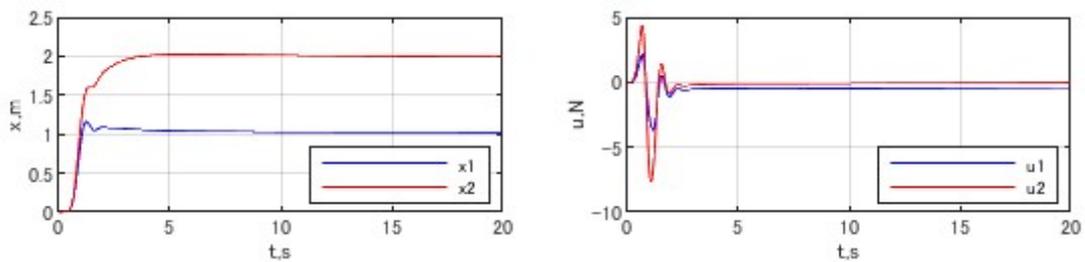


Fig. 5.1. 8 SAC with adaptive SDC under modelling error

上図を見ると明らかなように，マッチング条件を満たさないモデル化誤差がある環境でも，目標値へと収束していることが確認できる．また，制御入力も過大にならず，問題なく制御できていることがわかる．

以上より，従来手法であるスライディングモード制御や PFC を用いた SAC では対応できないモデル化誤差に対しても，提案手法では係数を適応調整することによって十分な有効性を示すことが確認できた．このときの SDC の適応過程は以下のようにになっている．

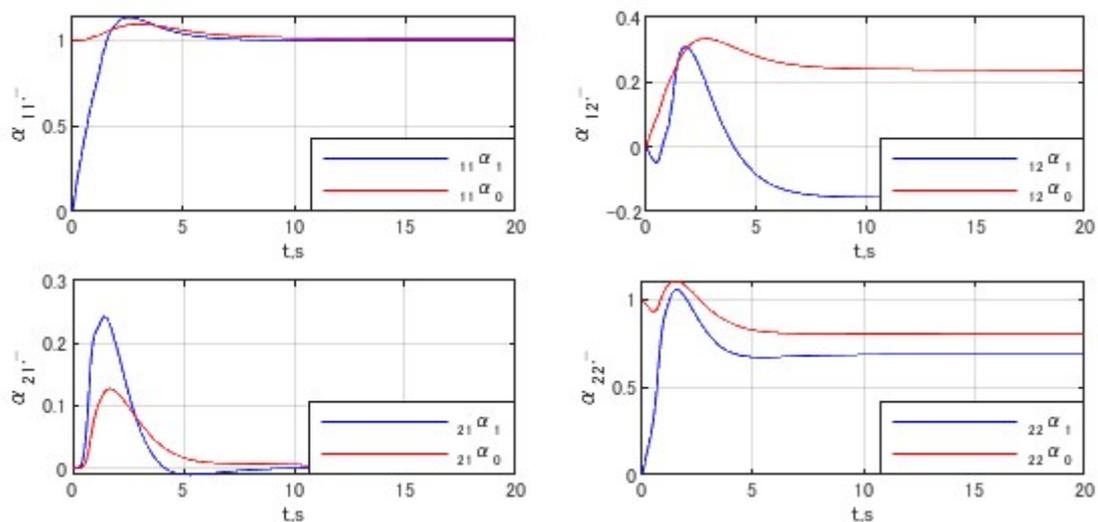


Fig. 5.1. 9 Time responses of SDC coefficients

上図にあるように，係数が一定の値に収束していることが確認できる．

5-2. シミュレーション環境

提案手法の有効性を検証するための数値シミュレーションで使用する小型固定翼航空機の緒言を以下に示す。

Table. 5.2. 1 Specification of small fixed-wing UAV

| | | |
|-------------------|---------------------------------|-----------------------|
| Length | L [m] | 0.890 |
| Wingspan | b [m] | 0.930 |
| Wing area | S [m ²] | 0.188 |
| Cord | \bar{c}_a [m] | 0.205 |
| Mass | m [kg] | 0.570 |
| Moment of inertia | I_{xx} [kg · m ²] | 1.95×10^{-2} |
| | I_{yy} [kg · m ²] | 1.24×10^{-2} |
| | I_{zz} [kg · m ²] | 2.16×10^{-2} |
| | I_{xz} [kg · m ²] | 6.73×10^{-4} |

以下では，提案手法の有効性を検証するにあたって想定したシミュレーション環境について説明する。

5-2-1. 地面効果^[5.2.1]

着陸問題では機体が地面に近づくことになるため，地面効果という現象が生じる．地面付近で機体を受ける空力的影響を地面効果と呼ぶ．基本的には，地面付近では地面の効果により揚力傾斜 $C_{L\alpha}$ が増大し抵抗が減少する．また通常尾翼配置の機体では主翼吹下しが減少し，頭下げのピッチングモーメント変化を生ずる．横方向の3分力も変化を受けるが適切なデータはないため，数値シミュレーションでは考慮しないこととする．

地面効果は一般的に高度によって変化し，地上高が翼幅以上ではほとんど影響がない．揚力係数 C_L の吹下し変化の代表的推算法は以下ようになる．

$$\Delta C_L = \frac{C_L}{K} \left\{ (1 - K) + \gamma \left[\frac{N}{\left(1 + \frac{\tau N C_L}{K}\right)^2} - 1 \right] \right\} \quad (5.2.1)$$

ΔC_L は C_L の吹下し変化量， C_L は地面効果なしの揚力係数． K は次式によって求める．

$$K = 1 - \frac{C_{L\alpha}\sigma}{\pi AR} \quad (5.2.2)$$

$C_{L\alpha}$ は揚力傾斜， AR は主翼のアスペクト比． σ は次式によって求める．

$$\sigma = \exp \left[-2.48 \left(\frac{2h}{b} \right)^{0.768} \right] \quad (5.2.3)$$

h は25%翼弦の地上高で重心の位置と一致すると考える， b は主翼幅． ΔC_L の推算式において γ は次式によって求める．

$$\gamma = \sqrt{1 + \left(\frac{2h}{b}\right)^2} - \frac{2h}{b} \quad (5.2.4)$$

ΔC_L の推算式において N は次式によって求める。

$$N = 1 + 0.00239 \left[10 \left(\frac{\bar{c}}{h}\right) + 16 \left(\frac{\bar{c}}{h}\right)^2 + \left(\frac{\bar{c}}{h}\right)^3 \right] \quad (5.2.5)$$

\bar{c} は空力平均翼弦を意味する。 ΔC_L の推算式において τ は次式によって求める。

$$\tau = \frac{\frac{h}{\bar{c}}}{8\pi \left[\left(\frac{h}{\bar{c}}\right)^2 + \frac{1}{64} \right]} \quad (5.2.6)$$

C_D の吹下し変化の代表的推算法は以下のようになる。

$$\Delta C_{Di} = -\frac{\sigma C_L^2}{\pi AR} - \left[C_D - \left(\frac{\sigma C_L^2}{\pi AR}\right) \right] \pi \gamma C_L \quad (5.2.7)$$

ΔC_D は C_D の吹下し変化量、 C_D は地面効果なしの抗力係数を表す。

上式で求められた抗力係数と揚力係数は以下のように描画される。

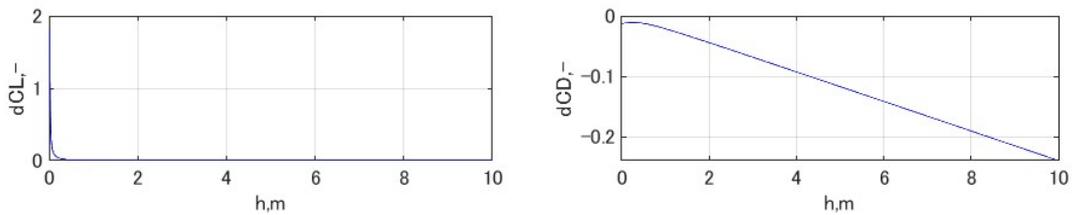


Fig. 5.2. 1 Grand effect^[5.2.1]

上記のように機体の高度に応じて、揚力係数と抗力係数が変化する。しかし、地面効果は高度が翼幅（1m）以上の時は、ほとんど影響はなくなるはずであるにもかかわらず抗力は高度が高くなるほど影響が大きくなっている。そこで、式(6.1.7)の抗力係数の算出を以下のように修正した。

$$\Delta C_{Di} = -\frac{\sigma C_L^2}{\pi AR} - \frac{\left[C_D + \left(\frac{\sigma C_L^2}{\pi AR}\right) \right]}{\pi \gamma C_L} \quad (5.2.8)$$

上式を用いて改めて描画すると以下のようになる。

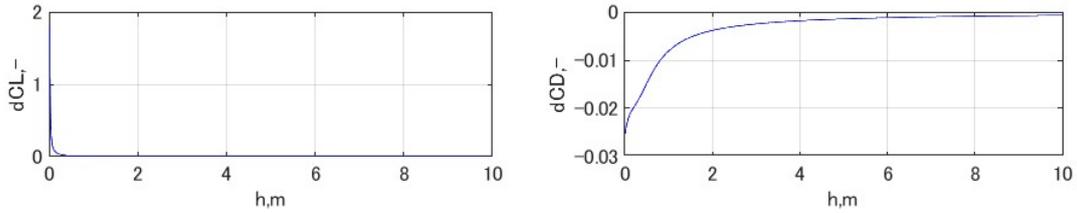


Fig. 5.2. 2 Modified ground effect

地面効果の理論通り，翼幅以上の高度ではほとんど影響がなくなっており，地面に近づくにつれて揚力係数が増加し，抗力係数が減少している．数値シミュレーションでは航空機に働く力とモーメントは安定微係数を推算し，線形化されたものを用いている．したがって，地面効果をシミュレーション上で考慮するには揚力係数と抗力係数によって変化する安定微係数を逐次計算する必要がある．

5-2-2. Dryden model の風外乱

着陸問題に限らず，航空機は完全な無風状態で飛行することはなく，常に何らかの風にさらされることになる．風外乱を受けることによって，安全な飛行をするために必要となる操作量や制御性能に影響を及ぼす．そのため，数値シミュレーション上でも風外乱を考慮しなければ，実際のシステムに対して提案手法を適用した際の有効性検証としては不十分である．そこで，本研究では Dryden turbulence model を用いた．

風外乱にはさまざまな種類がある．地表に対して平行に吹いていると仮定した定常風，雨雲などの影響で下降気流が生じ，地表で放射状に広がるダウンバーストなどがあるが，ここでは連続突風を考える．連続突風とは連続的に乱れた気流のことで，スケールと強度が絶えず変化するような乱気流である．このような風外乱をモデル化する際には，風外乱を確率過程として扱う．このときに用いるパワースペクトル密度を関数として表したのが von Karman turbulence model で，実際の乱気流を最も正確に近似していると考えられている．連続突風を数値シミュレーションで表現するにはホワイトノイズと呼ばれるパワースペクトル密度が全周波数領域にわたって一定である関数に対して成形フィルタをかけることでカラーノイズとなり，突風外乱として扱えるようになる．von Karman turbulence model で表されるパワースペクトル密度は関数の形が複雑なため，成形フィルタを構成するのが困るフィルタで，von Karman turbulence model を修正したものが Dryden turbulence model である．両者を比較すると高周波数領域においてはわずかに異なるが，Dryden turbulence model でも実際の乱気流を十分に再現できると考えられる．この Dryden turbulence model は米軍によって規格が定められており，本研究ではパワースペクトル密度が以下の式で表される MIL-F-8785C を用いる．

$$L_u = L_v = L_w \quad (5.2.9)$$

$$\phi_{ug} = \sigma_u^2 \frac{2L_u}{\pi} \frac{1}{1 + (L_u\Omega)^2}$$

$$\phi_{vg} = \sigma_v^2 \frac{L_v}{\pi} \frac{1 + 3(L_v\Omega)^2}{\{1 + (L_u\Omega)^2\}^2} \quad (5.2.10)$$

$$\phi_{wg} = \sigma_w^2 \frac{L_w}{\pi} \frac{1 + 3(L_w\Omega)^2}{\{1 + (L_w\Omega)^2\}^2}$$

$$\phi_{pg} = \frac{\sigma_w^2}{L_w} \frac{0.8 \left(\frac{\pi}{4} L_w\right)^{\frac{1}{3}}}{1 + \left(\frac{4b}{\pi} \Omega\right)^2}$$

$$\phi_{qg} = \frac{\Omega^2}{1 + \left(\frac{4b}{\pi} \Omega\right)^2} \phi_{wg} \quad (5.2.11)$$

$$\phi_{rg} = \frac{\Omega^2}{1 + \left(\frac{3b}{\pi} \Omega\right)^2} \phi_{vg}$$

上式において L_u, L_v, L_w は乱れのスケール長さ, $\phi_{ug}, \phi_{vg}, \phi_{wg}$ は前方突風・横突風・垂直突風, $\phi_{pg}, \phi_{qg}, \phi_{rg}$ は x, y, z 軸回りの突風角速度, $\sigma_u^2, \sigma_v^2, \sigma_w^2$ は x, y, z 軸方向の乱れの分散, Ω は空間周波数を表している.

5-3. 数値シミュレーション結果

5-3-1. 外乱環境下における水平定常飛行

適応 SDC を用いた SAC を固定翼無人航空機に適用して, 上述したような Dryden model で表現される外乱環境下でも水平定常飛行を行うことができるのかを数値シミュレーションにより検証する. その結果, 以下ようになった.

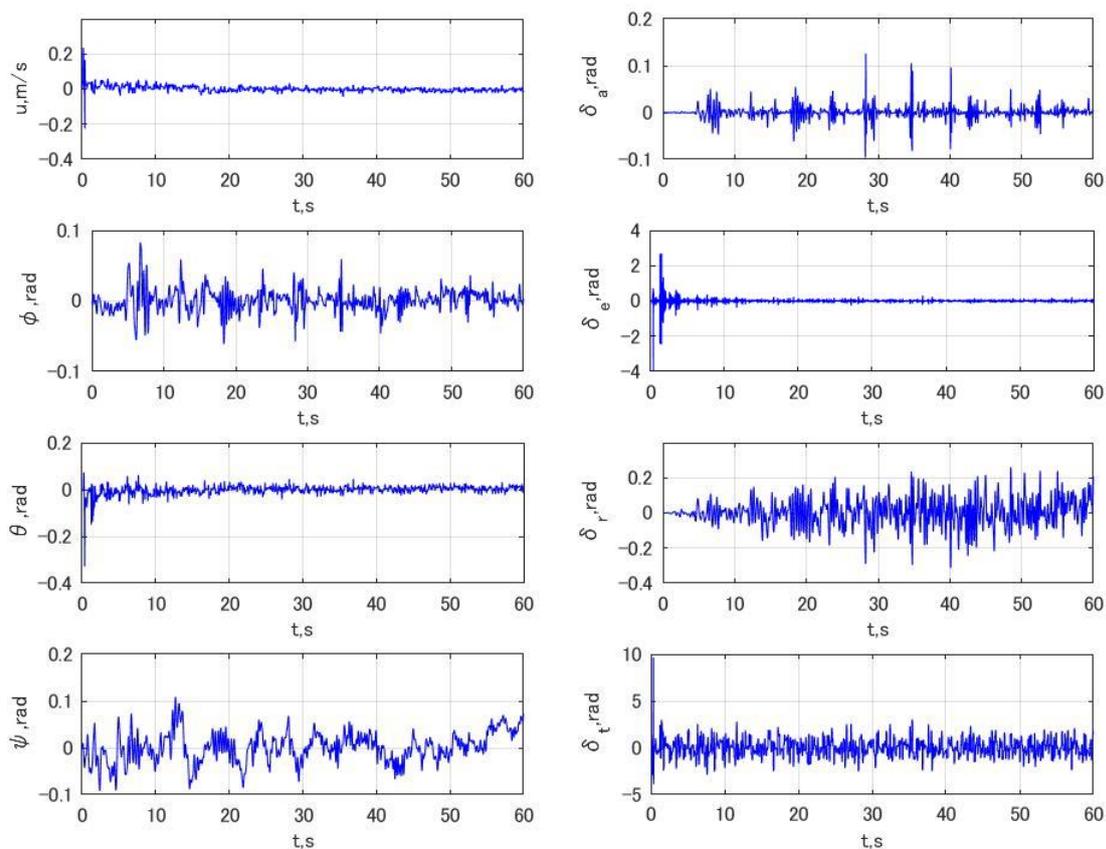


Fig. 5.3. 1 Level flight of UAV under disturbance

このときに想定した風外乱は以下のようなものである。

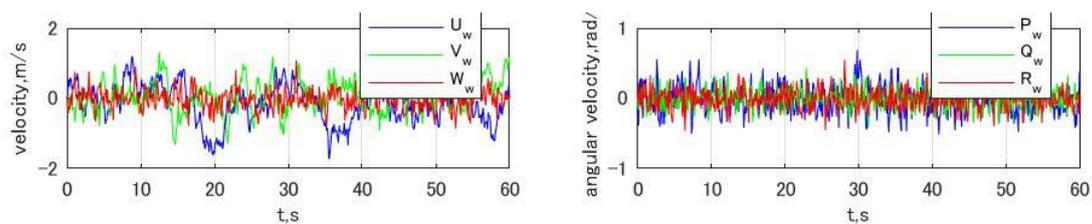


Fig. 5.3. 2 Wind disturbance

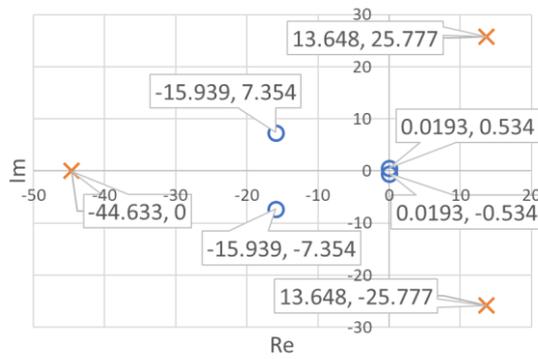
ここで、調整行列は以下のように設定した。

$$\begin{aligned}
\Gamma_{lo} &= \begin{bmatrix} 10000 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 10000 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 10 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 10 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0.1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0.1 \end{bmatrix} \\
\Gamma_{la} &= \begin{bmatrix} 1000 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1000 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 10 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 10 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 10 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 10 \end{bmatrix} \\
\xi_{lo} &= \begin{bmatrix} 10000 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 10000 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 10000 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 10000 \end{bmatrix} \\
\xi_{la} &= \begin{bmatrix} 10000 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 100000 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1000000 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 10000 \end{bmatrix} \\
\sigma_{\alpha lo} &= \begin{bmatrix} 10000 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 10000000 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 10000 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 10000 \end{bmatrix} \\
\sigma_{\alpha la} &= \begin{bmatrix} 10000 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 10000 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 10000 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 10000 \end{bmatrix}
\end{aligned} \tag{5.3.1}$$

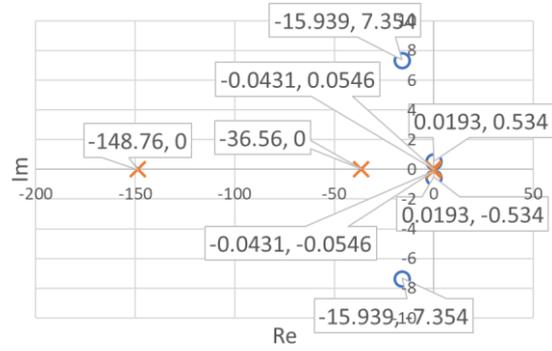
理想 SDC の設計では以下の伝達関数行列と一致するように零点配置を行った。

$$\begin{aligned}
\mathbf{G}_{Mlo}(s) &= \left[\begin{array}{c} \frac{(s+1)(s+2)(s+3)(s+4)}{s^4 + 31.84s^3 + 307.2s^2 - 2.771s + 87.98} \\ \frac{(s+1)(s+1)(s+2)}{s^4 + 31.84s^3 + 307.2s^2 - 2.771s + 87.98} \\ \frac{(s+1)(s+1)(s+2)(s+2)}{s^4 + 31.84s^3 + 307.2s^2 - 2.771s + 87.98} \\ \frac{(s+1)(s+2)(s+5)}{s^4 + 31.84s^3 + 307.2s^2 - 2.771s + 87.98} \end{array} \right] \\
\mathbf{G}_{Mla}(s) &= \left[\begin{array}{c} \frac{(s+1)(s+2)(s+3)}{s^4 + 38.57s^3 + 214.9s^2 + 3.027 \cdot 10^3s - 39.94} \\ \frac{(s+1)(s+1)(s-2)(s-2)}{s^5 + 38.57s^4 + 214.9s^3 + 3.027 \cdot 10^3s^2 - 39.94s} \\ \frac{(s+1)(s-1)(s-2)}{s^4 + 38.57s^3 + 214.9s^2 + 3.027 \cdot 10^3s - 39.94} \\ \frac{(s+1)(s+2)(s-5)(s+6)}{s^5 + 38.57s^4 + 214.9s^3 + 3.027 \cdot 10^3s^2 - 39.94s} \end{array} \right]
\end{aligned} \tag{5.3.2}$$

上記の SDC を用いることで、システムの極零配置は以下ようになる。

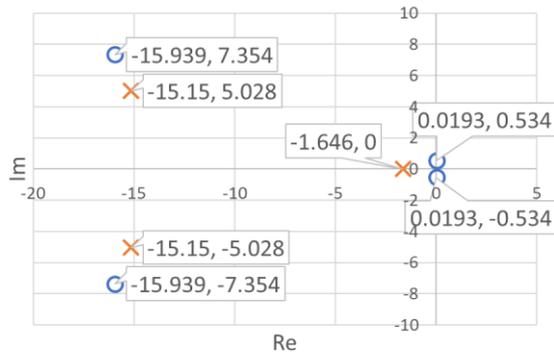


a. Plant

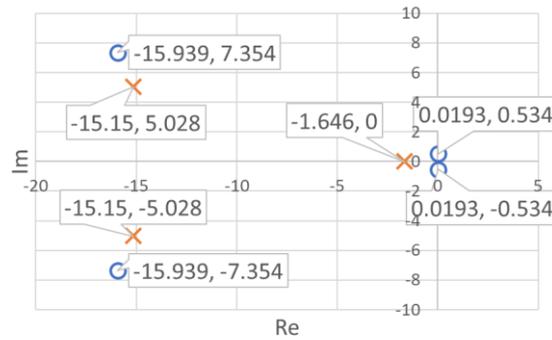


b. Expanded system

Fig. 5.3. 3 Transfer function $u - \delta_e$

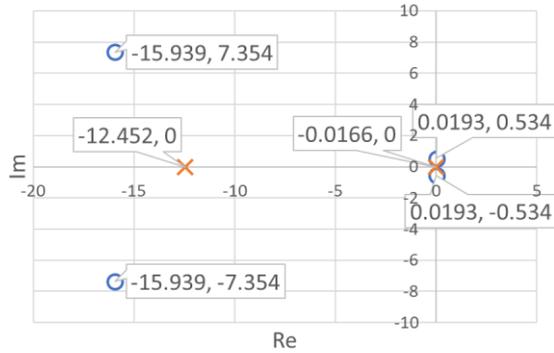


a. Plant

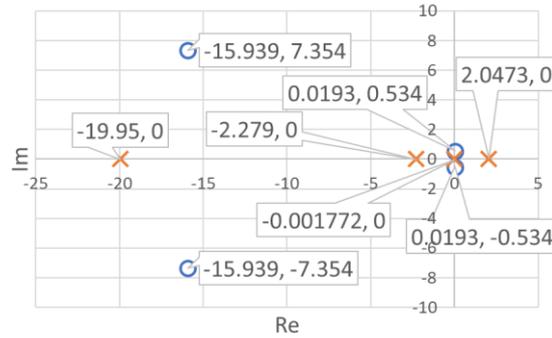


b. Expanded system

Fig. 5.3. 4 Transfer function $u - \delta_t$



a. Plant



b. Expanded system

Fig. 5.3. 5 Transfer function $\theta - \delta_e$

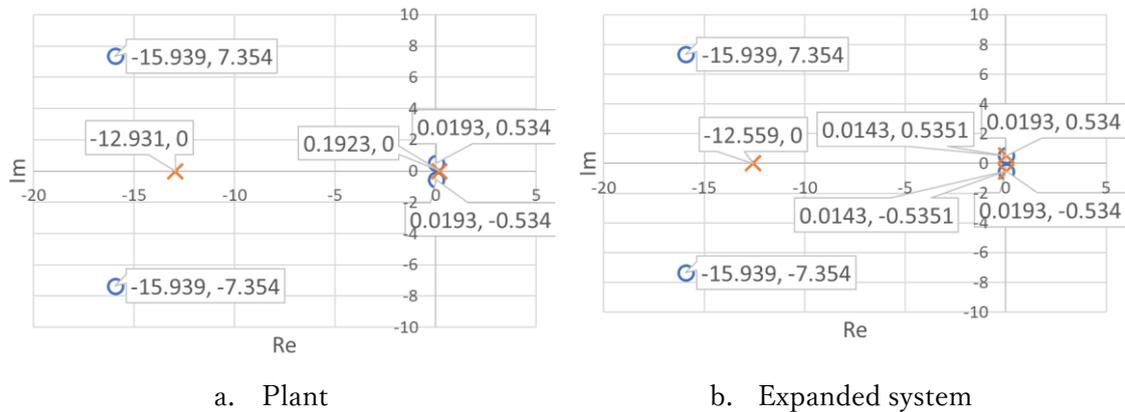


Fig. 5.3. 6 Transfer function $\theta - \delta_t$

上図より，SDC によって極，および零点の位置が移動していることが確認できる．このようにシステムが ASPR 化され，上図のように大きく姿勢を乱すことなく飛行できていることがわかる．しかし，y軸方向およびz軸方向の位置の時間履歴を見ると以下のようになっていた．

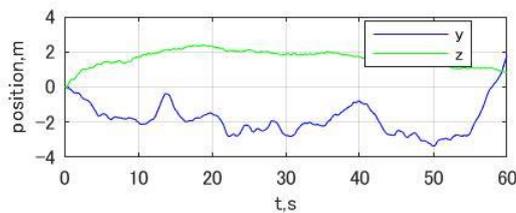


Fig. 5.3. 7 Time responses of position

上図を見ると明らかなように，機体の位置が大きく乱れていることがわかる．これは制御量としてx軸方向速度と各姿勢角を採用しているためである．そこで，姿勢角の目標値の算出を機体の位置に基づいて算出するようにする．

まず，x軸方向の微小速度 u は水平定常飛行を行うため0とする．つまり，航空機の色度は水平定常速度となるように制御する．続いて，姿勢角の目標値は以下のように算出する．

$$\theta_c = -\tan^{-1} \frac{z_c - z}{\sqrt{(x_c - x)^2 + (y_c - y)^2}} \quad (5.3.3)$$

$$\psi_c = \tan^{-1} \frac{y_c - y}{x_c - x}$$

上式において下付き文字 c が付いているパラメータは目標値を表している．また， x_c はx軸方向速度の目標位置を表しており，これは次式によって求められる．

$$x_c = Udt \quad (5.3.4)$$

ここで， dt は積分ステップ間隔を表す．さらに， y_c および z_c は水平定常飛行を目的としてい

るため、どちらも0として目標姿勢角の算出を行う。 ϕ_c も0とする。このようにして数値シミュレーションを行った結果以下のようになった。

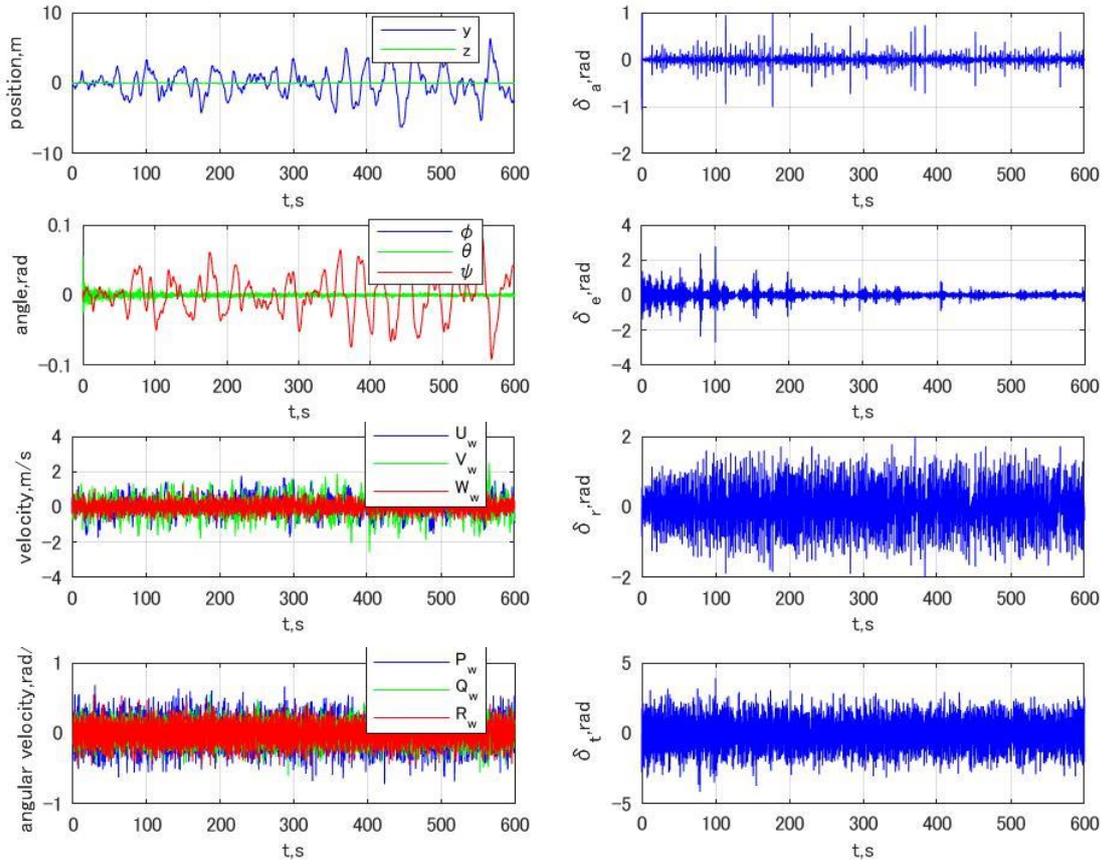


Fig. 5.3. 8 Level flight of UAV under disturbance

上図に示すように横方向のぶれが大きい。また、制御入力も過大、かつ振動的となっている。このときの各パラメータは以下のように設定した。

$$\begin{aligned}
\Gamma_{lo} &= \begin{bmatrix} 1000000 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1000000 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 10000 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 10000 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 10000 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 10000 \end{bmatrix} \\
\Gamma_{la} &= \begin{bmatrix} 100000000 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 100000000 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1000000 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1000000 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1000000 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1000000 \end{bmatrix} \\
\xi_{lo} &= \begin{bmatrix} 1000 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 10000 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1000 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1000 \end{bmatrix} \\
\xi_{la} &= \begin{bmatrix} 1000 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1000000 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1000 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1000 \end{bmatrix} \\
\sigma_{\alpha lo} &= \begin{bmatrix} 1000 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1000000 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1000 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1000 \end{bmatrix} \\
\sigma_{\alpha la} &= \begin{bmatrix} 1000 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1000 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1000 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1000 \end{bmatrix}
\end{aligned} \tag{5.3.5}$$

横方向のぶれが大きいのは外乱が大きすぎるのが原因のように思えるので、外乱の強度を少し下げてシミュレーションを行った。

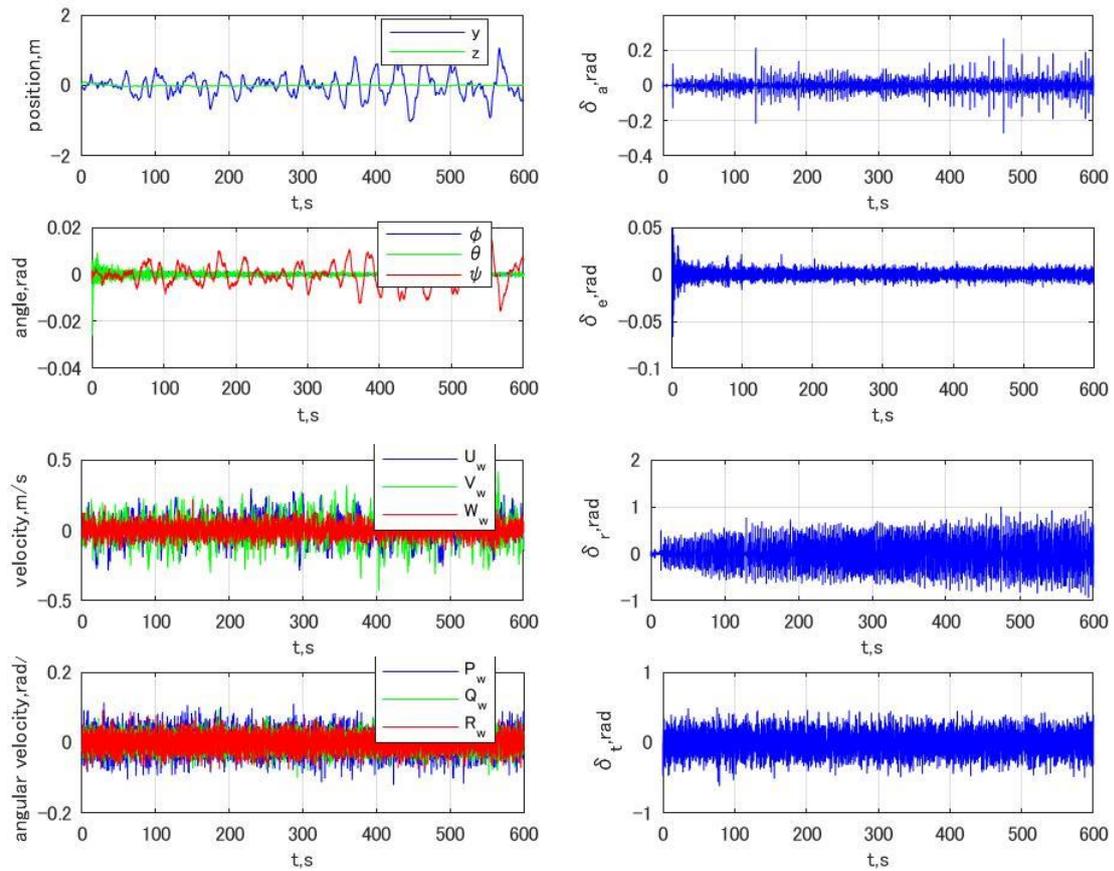


Fig. 5.3. 9 Level flight of UAV under reduced disturbance

狙い通り横方向のぶれが小さくなった。また制御入力も過大にならずに済んでいる。先ほどのシミュレーションでは風速 $2m/s$ の風が吹き荒れている環境だったので厳しかったが、上記のシミュレーションでは風速 $0.5m/s$ の風が吹いていることを想定している。

さらに風外乱を小さくして数値シミュレーションを行った。その結果、以下のようになった。

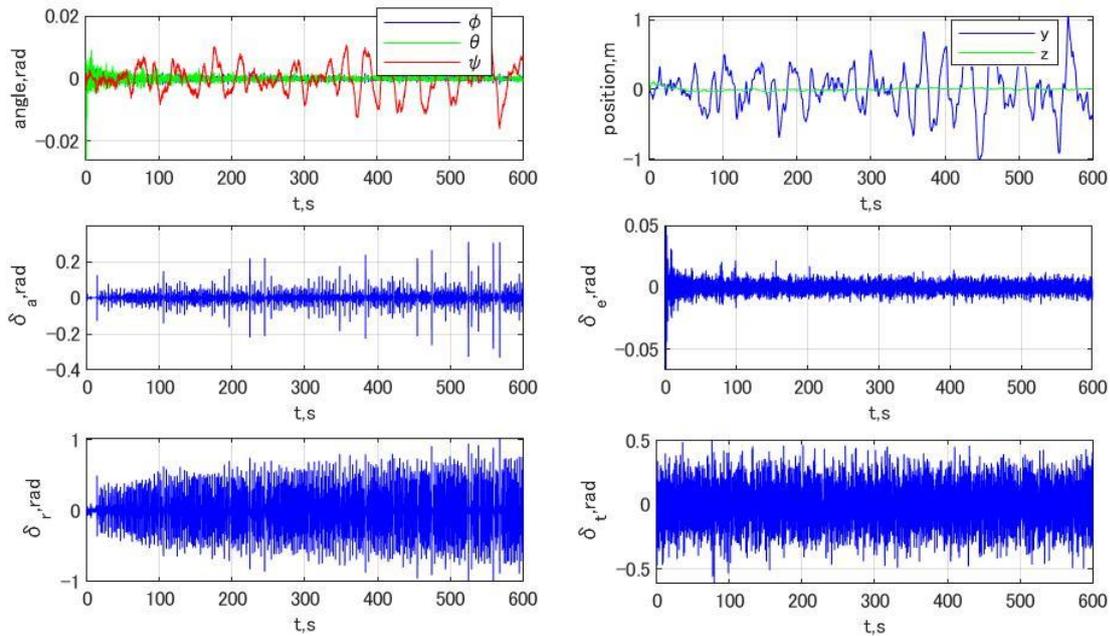


Fig. 5.3. 10 Level flight of UAV under reduced disturbance

このときに外乱によって機体に働いていた力とモーメントは以下のようにになっている。

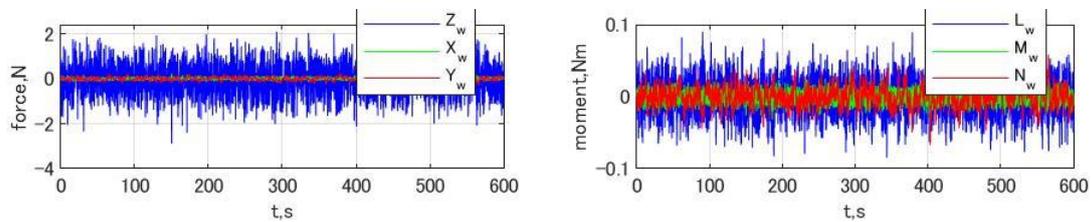


Fig. 5.3. 11 Force and moment of force generated by disturbance

シミュレーションで用いた機体は質量が $570g$, $0.02kg \cdot m^2$ 程度のもを使用している。この機体に対して上記のような外乱は飛行性能に十分に影響を及ぼすものだと思われ、提案手法によって外乱を抑制し水平定常飛行ができていると考えている。しかし、上図のように風外乱によってかなり高周波の入力が求められる結果となった。

上記のような高周波成分は、提案手法によって制御対象をASPR化する上で問題となる。提案手法の安定解析では、厳密な微分器として行っているが、実際のシステムに適用する際に厳密な微分器を使用することはできない。また、微分器はノイズを増幅させる恐れもあることから、数値シミュレーションでは疑似微分器を用いている。疑似微分器は低周波数帯域では厳密な微分器と同等の性能を有しているが、高周波帯域では誤差が生じる。これによって、制御対象をASPR化できなくなる恐れがある。上記の数値シミュレーションのSDCに入力される信号を高速フーリエ変換すると以下のようになった。

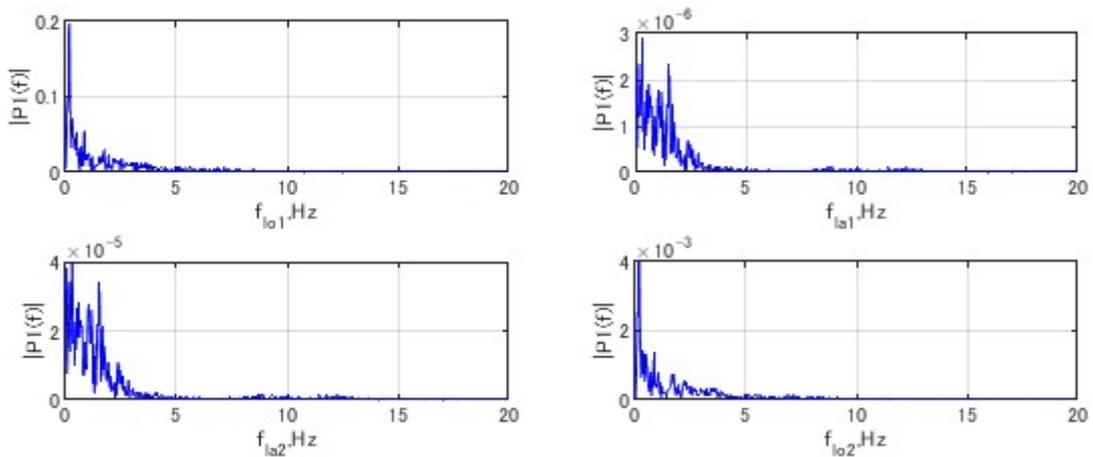


Fig. 5.3. 12 SDC inputs ($T = 0.1$)

上図の数値シミュレーションでは疑似微分係数を $T = 0.1$ としていた。したがってカットオフ周波数は $10\text{rad/s} \approx 1.6\text{Hz}$ である。しかし、上図よりカットオフ周波数よりも高い周波数の信号が入力されていることから、疑似微分器では対応しきれないことがわかる。そこで、カットオフ周波数をもっと高くするために $T = 10^{-3}$ として数値シミュレーションを行った。同様に SDC に入力される信号を高速フーリエ変換すると以下ようになる。

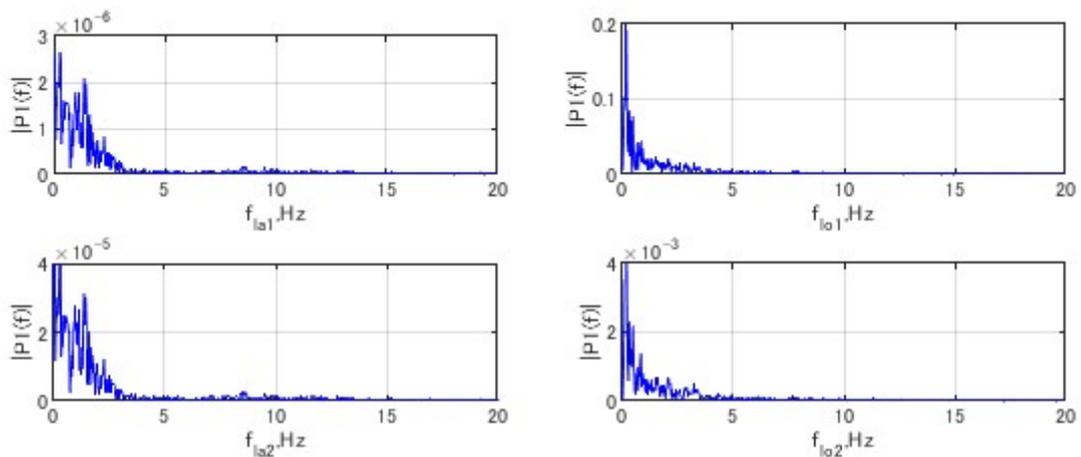


Fig. 5.3. 13 SDC inputs ($T = 10^{-3}$)

このときのカットオフ周波数は $100\text{rad/s} \approx 16\text{Hz}$ であるから、疑似微分器が補償する帯域に入力信号が収まっていることがわかる。疑似微分器のゲイン線図と上記の高速フーリエ変換の結果を重ねると以下ようになる。

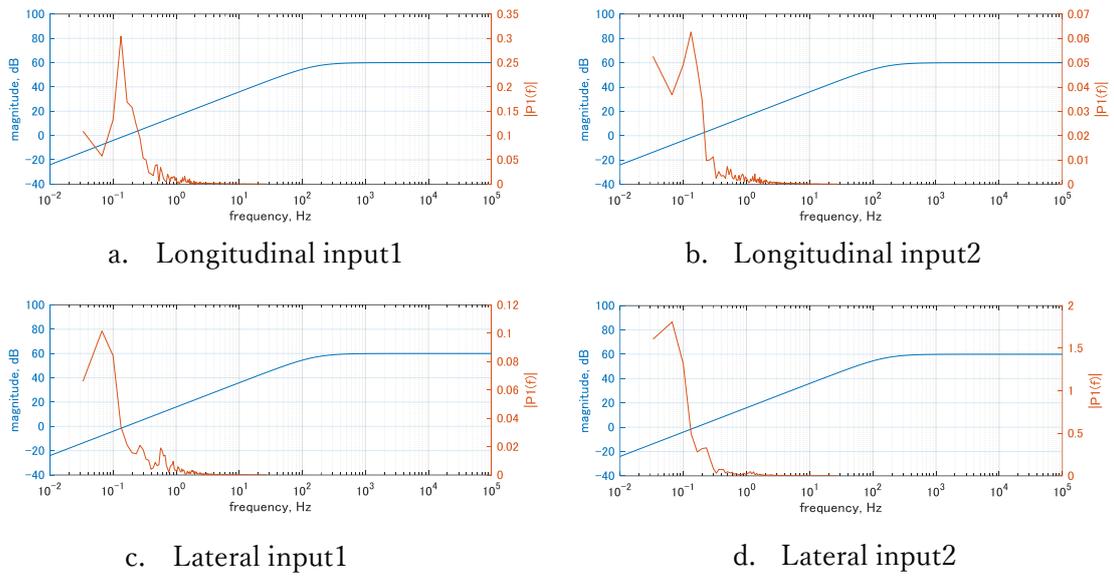


Fig. 5.3. 14 Comparison of gain diagrams and SDC inputs

また、下図に示すように疑似微分係数を 0.1 としたときよりも制御入力がやや大きくなったが制御性能は変わらなかった。

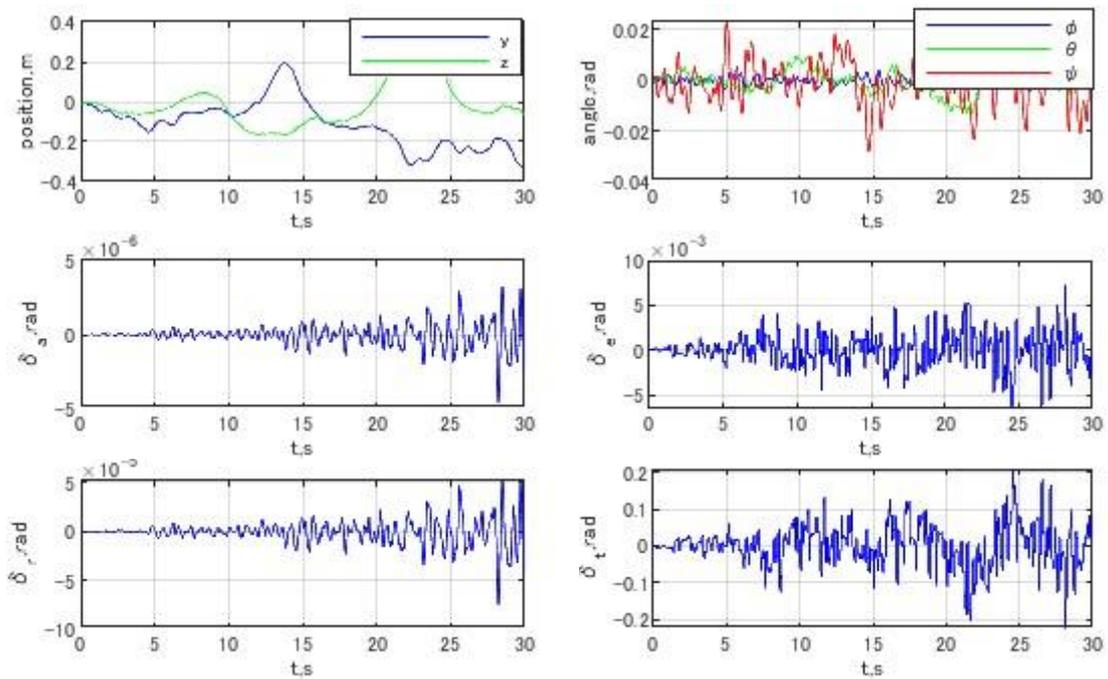


Fig. 5.3. 15 Level flight of UAV ($T = 10^{-3}$)

また、周波数が低い以下のような外乱を想定した数値シミュレーションを行った。

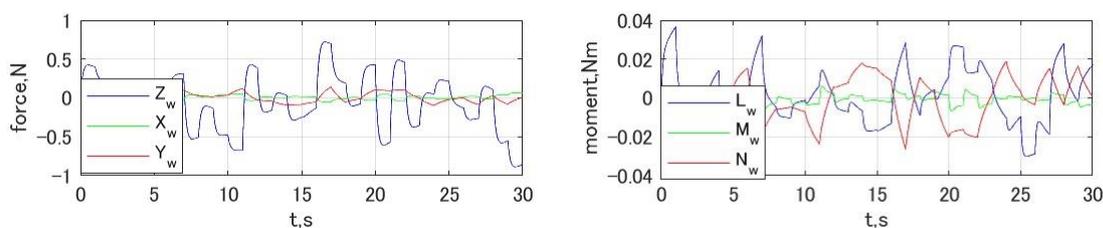


Fig. 5.3. 16 Force and moment of force generated by low frequency disturbance

その結果、以下のようになった。

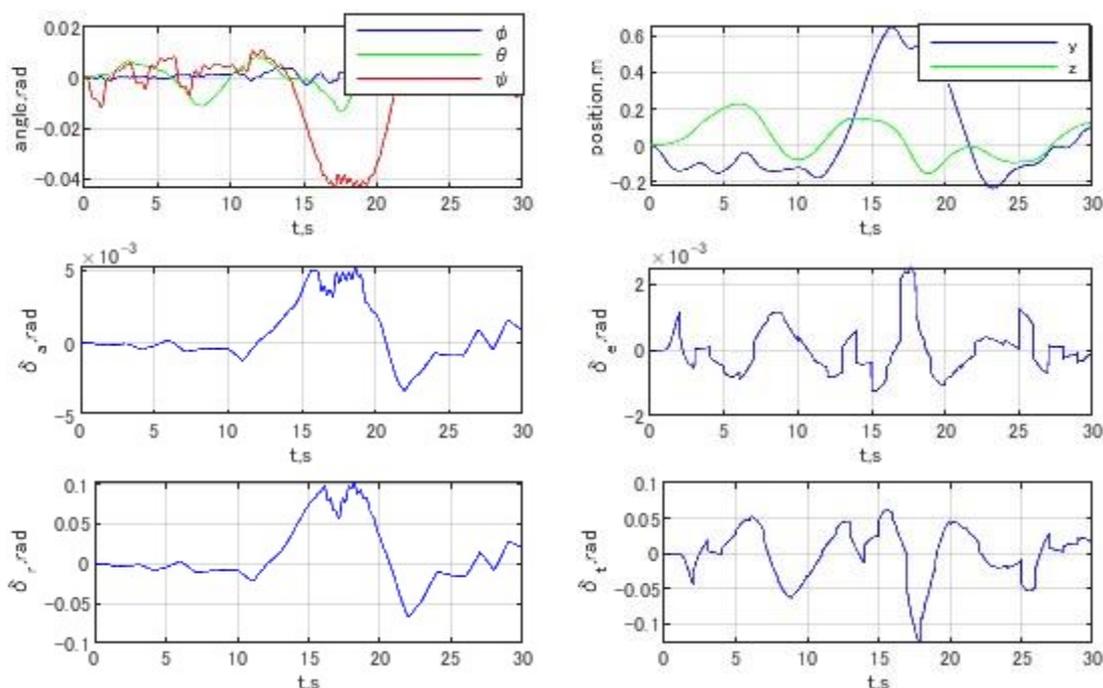


Fig. 5.3. 17 Level flight of UAV under low frequency disturbance

上図より、姿勢角や位置の変動が小さく、制御入力にも高周波成分は生じずに安定した飛行が行えていることが確認できる。

5-3-2. 自動着陸問題に適用

Extended Dynamic Window Approach によって生成された着陸起動に適応 SDC を用いた単純適応制御で追従させる数値シミュレーションを行う。シミュレーションにおける初期値は以下のようにした。

$$\begin{aligned}
 \mathbf{x}(0) &= [-20 \quad 4 \quad 5]^T \\
 \mathbf{V}(0) &= [12.5 \quad 0 \quad 0]^T \\
 \boldsymbol{\theta}(0) &= [0 \quad 0 \quad 0]^T \\
 \boldsymbol{\omega}(0) &= [0 \quad 0 \quad 0]^T
 \end{aligned} \tag{5.3.6}$$

目標値は以下のように与えている.

$$\begin{aligned}\phi_c &= -\tan^{-1} \frac{|z_c - z|}{|y_c - y|} \\ \theta_c &= -\tan^{-1} \frac{z_c - z}{\sqrt{(x_c - x)^2 + (y_c - y)^2}} \\ \psi_c &= \tan^{-1} \frac{y_c - y}{x_c - x} \\ u_c &= -2\end{aligned}\tag{5.3.7}$$

過渡期を指定する規範モデルは姿勢角に関しては以下のようにした.

$$G_M(s) = \frac{1}{0.06s + 1}\tag{5.3.8}$$

姿勢角の指令値は変化するため, 過渡期ができるだけ短くなるように設計した. 対して, 速度の指令値は一定値で与えているため, 速度に関する規範モデルは

$$G_M(s) = \frac{1}{s + 1}\tag{5.3.9}$$

とした. これは着陸目標地点に到達するまでに 2 秒弱であるから上記のように設計している.

制御入力は以下のようにして求められる.

$$\mathbf{u} = \boldsymbol{\alpha}^T \mathbf{S} \bar{\mathbf{u}}\tag{5.3.10}$$

$\boldsymbol{\alpha}^T \mathbf{S}$ が適応 SDC, $\bar{\mathbf{u}}$ は適応制御入力を表している. 適応制御入力は以下のようにして求められる.

$$\begin{aligned}\bar{\mathbf{u}} &= \mathbf{u}_i + \mathbf{u}_r \\ \mathbf{u}_i &= \mathbf{k}^T \mathbf{z} \\ \dot{\mathbf{k}} &= -\Gamma \mathbf{z} \mathbf{e} - \sigma \mathbf{k} \\ \mathbf{u}_r &= \begin{cases} -\boldsymbol{\beta}(\mathbf{t}) \operatorname{sgn}(\mathbf{e}), |\boldsymbol{\beta}(\mathbf{t}) \mathbf{e}| > \varepsilon \\ -\boldsymbol{\beta}(\mathbf{t})^2 \mathbf{e} / \varepsilon, |\boldsymbol{\beta}(\mathbf{t}) \mathbf{e}| \leq \varepsilon \end{cases}\end{aligned}\tag{5.3.11}$$

$$\begin{cases} \boldsymbol{\beta}(\mathbf{t}) = \boldsymbol{\beta}_I(\mathbf{t}) + \boldsymbol{\beta}_P(\mathbf{t}) \\ \dot{\boldsymbol{\beta}}_I(\mathbf{t}) = \boldsymbol{\gamma}_{22} |\mathbf{e}| - \sigma_2 \boldsymbol{\beta}_I(\mathbf{t}) \\ \boldsymbol{\beta}_P(\mathbf{t}) = \boldsymbol{\gamma}_{21} |\mathbf{e}| \end{cases}$$

$$\boldsymbol{\gamma}_{22}, \boldsymbol{\gamma}_{21}, \sigma_2 > \mathbf{0}$$

適応 SDC は以下のようにして求められる.

$$\begin{aligned}\dot{\boldsymbol{\alpha}} &= -\xi \bar{\mathbf{u}}_s^T \mathbf{e}^T \boldsymbol{\mu} - \xi \sigma_\alpha \Delta \boldsymbol{\alpha} \\ \bar{\mathbf{u}}_s &= [\bar{u}_1 [s^h \ \dots \ 1] \ \dots \ \bar{u}_m [s^h \ \dots \ 1]] \\ \boldsymbol{\mu} &= (\mathbf{S}^T \boldsymbol{\alpha}^*)^{-1}\end{aligned}\tag{5.3.12}$$

適応側のそれぞれの調整行列は以下のようにした.

$$\begin{aligned}
\Gamma_{lo} &= \begin{bmatrix} 120 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 120 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 120 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 100 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 100 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 100 \end{bmatrix} \\
\sigma_{plo} &= \begin{bmatrix} 120 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 120 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 120 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 120 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 120 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 120 \end{bmatrix} \\
\gamma_{22lo} &= 1, \sigma_{2lo} = 0.1, \gamma_{21lo} = 1, \varepsilon_{lo} = 0.1 \\
\Gamma_{la} &= \begin{bmatrix} 2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 300 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 300 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 300 \end{bmatrix} \\
\sigma_{pla} &= \begin{bmatrix} 1000 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1000 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1000 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 100 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 100 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 100 \end{bmatrix} \\
\gamma_{22la} &= 1, \sigma_{2la} = 0.01, \gamma_{21la} = 1.5, \varepsilon_{la} = 0.1 \\
\xi_{lo} &= \begin{bmatrix} 9000 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 90000 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 9000 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 9000 \end{bmatrix} \\
\sigma_{alo} &= \begin{bmatrix} 100000 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1000000 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 100000 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 100000 \end{bmatrix} \\
\xi_{la} &= \begin{bmatrix} 10000 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 10000 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 10000 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 10000 \end{bmatrix} \\
\sigma_{ala} &= \begin{bmatrix} 5000000 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 500000 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 500000 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 500000 \end{bmatrix}
\end{aligned} \tag{5.3.13}$$

微分器の代わりに用いている High Pass Filter は以下のものを用いている.

$$G_f(s) = \frac{1}{0.1s + 1} \tag{5.3.14}$$

このように設定した結果, 以下のようになった.

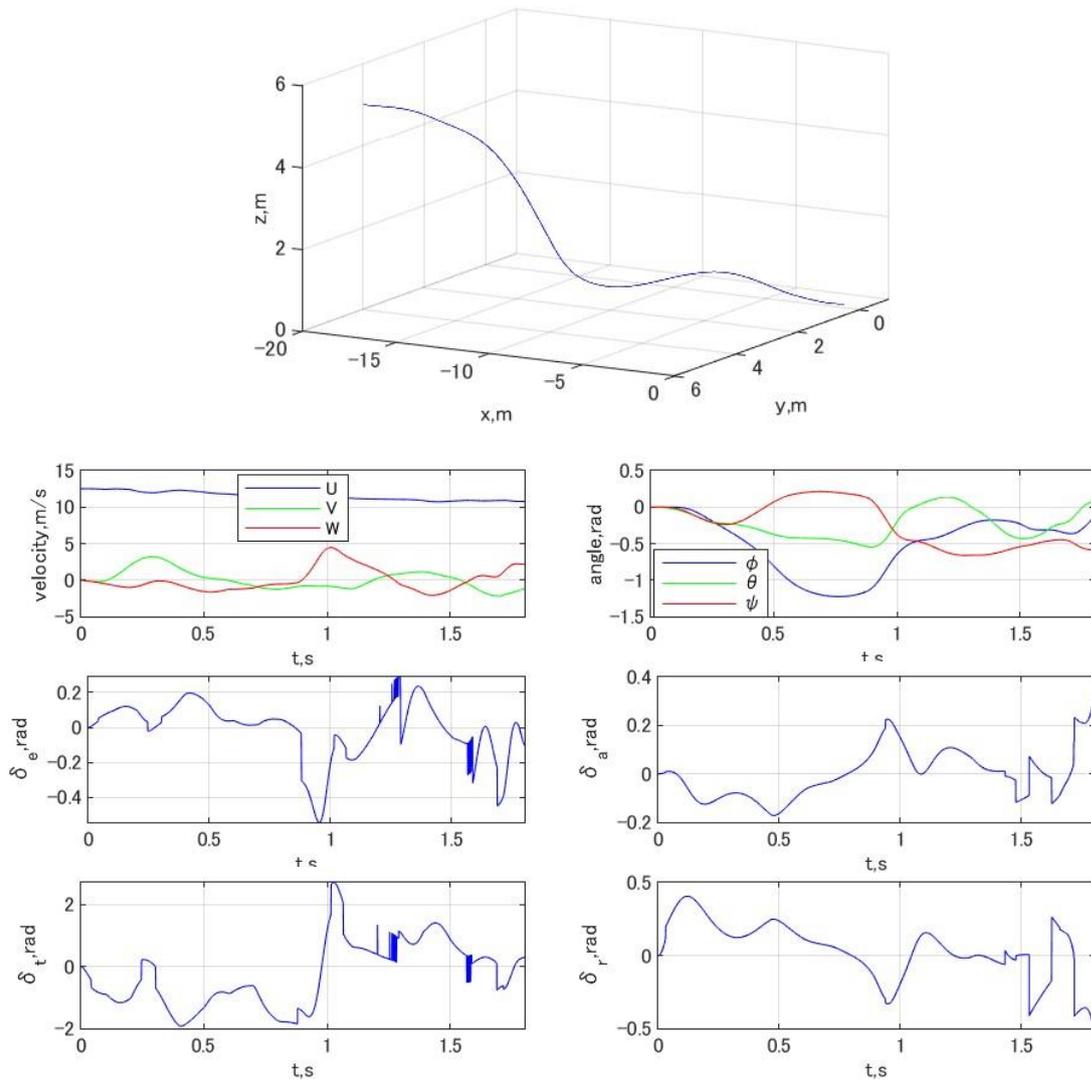


Fig. 5.3. 18 Numerical results of automatic landing of UAV

上図を見ると明らかなように、目標値である原点付近に着陸している。右上の姿勢角の時間履歴を見ると、安定した状態で設置していることがわかる。また、制御入力が過大になることなく、良好な制御性能であることが確認できる。しかし、エレベータと推力の応答が高周波成分を含んでいる。これに関しては式(5.3.8)で示したパラメータの調整で改善は可能である。

ここで用いている SAC はロバスト単純適応制御を使用しており、外乱に対してロバスト性を有するためにスライディングモード制御のように切り替え関数を用いている。そのため、上記のような高周波成分が生じていた。そこで、チャタリング防止のためのパラメータを調整した結果、以下ようになった。

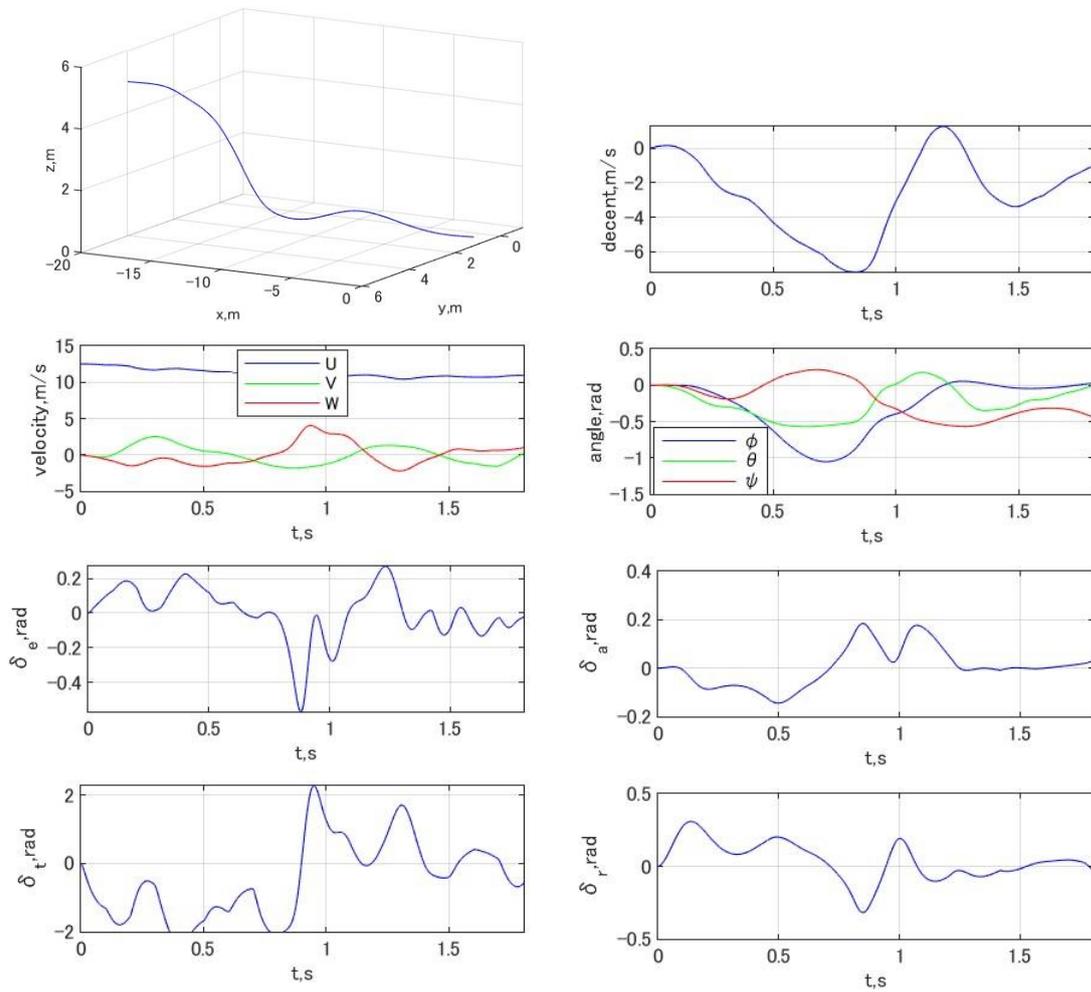


Fig. 5.3. 19 Automatic landing with modified parameter values

上図を見ると明らかなように目標地点である原点に着陸している。右上の降下率の時系列グラフを見ると接地時の値が -1m/s ほど、その下の姿勢角のグラフからロール角、ピッチ角共に 0rad となっており、安全に着陸ができているということが出来る。制御入力が高周波成分を生じることなく制御ができていることが確認できる。

6 章 結論

現在、最も実用化されている制御器は PID 制御器である。この制御器は理論が単純で、パラメータの調整が直感的に行えることから、制御工学に精通していない方でも容易に利用できる。しかし、システムの状態量が増えると調整が必要なパラメータの数も増え、調整するパラメータが相互に影響しあうことになり直感的に調整を行うことができなくなる。そこで、我々はこのようなパラメータ調整を自動的に行うことができる適応制御に注目した。

適応制御はシステムの状態や周囲の環境に応じて、制御ゲインを適応的に変化させることでシステム全体の安定性を保証することができる制御器である。しかし、従来のモデル規範型適応制御では構造の複雑さから実装した際の計算量が過大になることが問題とされており、実用化には至っていなかった。そこで、システムの ASPR 性を利用して構造を単純化した SAC が開発された。しかし、制御対象の多くは ASPR 性を有していないことから、拡大系の ASPR 性を補償するための PFC やバックステッピング法による方法が提案されていた。これらの手法を用いることで多くの制御対象に対して SAC を適用することができるようになったが、システムの相対次数が既知であることや最小位相系であること、また、定常偏差が残ってしまうなどの問題点があった。

そこで、本研究では適応 SDC を用いて ASPR 化する手法を提案し、システムの事前情報をほとんど必要としない新たな適応制御系を開発した。適応的に SDC の係数を求めることによって、さまざまな制御対象を ASPR 化できるように適応則を設計した。提案手法は数値シミュレーションによって有効性が検証され、外乱環境下においても十分な制御性能を有していることが確認できた。

さらに、固定翼航空機の自動着陸においても新たな着陸軌道設計法を提案した。従来の手法では着陸軌道の切り替えが必要となることから、軌道ごとに制御ゲインを調整する必要があった。また、軌道を切り替える際に機体の姿勢が乱れる恐れもあった。提案する自動着陸手法では状態量の制約を考慮して、切り替えを必要としない軌道を設計することで、終始、安全な状態で目標地点へと着陸できていることが数値シミュレーションにより確認できた。

提案手法では単純な構造の出力フィードバック制御器を用いているため、実装が容易に行え、周囲の環境変化に応じてシステム全体の安定性を保証していることから、この手法を用いることで飛行レベル 4 の有人地帯における目視外飛行も可能になると考えている。また、従来の着陸手法よりも着陸距離が短く済むことから低空飛行をする時間が短くなり、必要となる滑走路の距離も短くなる。固定翼航空機を利用する際の問題点である、滑走路が必要になるという課題も縮小されることが期待できる。

しかし、提案した適応 SDC を用いた SAC ではシステムの相対次数が未知であることを想定して SDC の係数を適応的に変化させるように設計したが、適応 SDC を用いることによって相対次数を ASPR 条件である 0 もしくは 1 にすることを保証していない。また、リ

アップノフの安定解析を行った際に理想 ASPR システムを用いていたが、適応則を設計する際には任意に指定した ASPR システムを用いていることも課題である。今後は上記の課題を解決し、提案手法の離散化を行い実際の機体に提案手法を適用して実証実験を行う必要がある。

研究業績

掲載論文

- [1] Ishioka, S., “Automatic landing system with consideration of constraints using Dynamic Window Approach,” Transactions of the Japan Society for Aeronautical and Space Sciences, Vol. 19, No. 4, pp. 529-538, 2021.

発表論文

- [1] Ishioka, S., and Uchiyama, K., “Autonomous Landing Guidance Using Dynamic Window Approach for UAV,” 2017 Asia-Pacific International Symposium on Aerospace Technology, pp. 1821-1825, 2017.
- [2] 石岡将太郎, 内山賢治, 増田開, “Dynamic Window Approach を用いた固定翼 UAV の自動着陸誘導法,” 日本大学工学部学術講演会, K7-69, 2017.
- [3] Ishioka, S., Uchiyama, K and Masuda, K., “Optimal landing guidance for a fixed-wing UAV based on dynamic window approach,” American Institute of Aeronautics and Astronautics Science and Technology Forum and Exposition, 2019-0358, 2019.
- [4] Ishioka, S., “Automatic Landing System with Consideration of Constraints Using Dynamic Window Approach,” International Symposium on Space Technology and Science, 2019.
- [5] Ishioka, S., Uchiyama, K and Masuda, K., “LANDING SYSTEM USING EXTENDED DYNAMIC WINDOW APPROACH FOR FIXED-WING UAV,” 32nd Congress of the International Council of the Aeronautical Sciences, ICAS2020_0150, 2020.

謝辞

本研究を遂行するにあたり多くの皆様にご指導及びご協力いただきましたことに心より感謝申し上げます。

私が制御工学の研究を志したのは学部3年生から、実に6年半になります。はじめは内山先生に工房演習の授業で、制御工学の基礎を教えていただきました。学部4年生になって研究室に配属された以降も、国際学会などで数多くの助言やご指導をいただきました。英語が苦手な私でもわかるように、論文の書き方や発表資料の書き方、発音の仕方など非常にたくさんのお話を学ぶことができました。特に発表練習では、私が当日に不安になることがないように何度も何度も練習にお付き合頂きまして、誠にありがとうございました。研究室に配属されてすぐに、博士後期課程への進学を薦められた時は驚きましたが、学生の自主性を重んじて、何もわかっていない学生の話も親身になって聞いていただける内山先生だから博士後期課程まで進学しようと思えました。この選択は私の人生にとって非常に重要な選択だったと思いますが、決して後悔していません。また、就職活動においても非常に感謝しております。当初は民間企業への就職しか考えていなかったのですが、内山先生から公務員も考えるように助言をいただきました。それから私なりに調べた結果、国家公務員総合職として防衛省に入省したいと考えるようになりました。そして、公務員試験に最終合格し、来年度から防衛省技官装備系職員として働くことになりました。研究を始め、就職指導まで多大なるご迷惑とご心配をおかけしてしまいましたが、誠にありがとうございました。

私が研究室に配属されると同時に増田先生も研究室へといらっしゃいました。増田先生には研究についても助言をいただきましたが、特にモノづくりに関して多くのご指導をいただきました。飛行ロボットコンテストに出場した際に、設計の経験がほとんどない私に助言をいただいたり、増田先生が製作された機体などを見て多くのことを学ばせていただいたり、心より感謝しております。体育館の蒸し暑い環境にもかかわらず飛行実験の際にも幾度となく足を運んでくださりありがとうございました。

本論文の審査を引き受けていただきました、防衛大学校 山崎武志先生、日本大学理工学部 奥山圭一先生、日本大学理工学部 安部明雄先生、お忙しい中ご指導いただきましてありがとうございました。私が博士号を取得するのが不安である心情を察して、励ましの言葉をいただくこともあり、非常に心が軽くなりました。ご心配をおかけしてしまったこともあるかと思いますが、誠にありがとうございました。

最後に、私が修士課程に進学することに難色を示していたにもかかわらず、さらに博士後期課程まで進学を許可してくれた両親に感謝を述べ、本論文の謝辞とさせていただきます。

付録

付録A. 制御対象

付録 A では本論文で制御対象として取り扱った固定翼航空機をはじめとして，制御工学の学習で役立つ様々なシステムの運動方程式を示す。

付録A-1.固定翼航空機

ここでは三つの操舵とプロペラによる推力を制御入力として有する，固定翼航空機の運動方程式を示す。

付録A-1-1. 座標系の定義

下図は慣性座標系と，機体に固定された機体固定座標系を定義している。

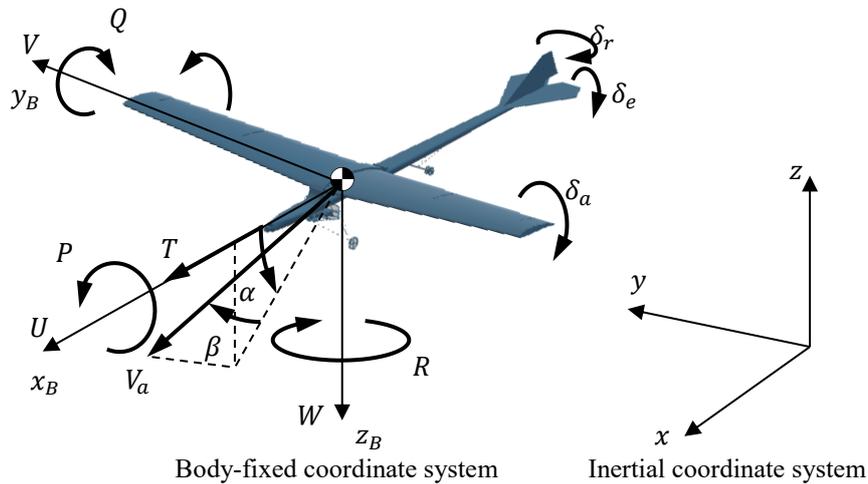


Fig. A. 1 Coordinate systems of fixed-wing aerial vehicle

上図における添え字Bは機体固定座標系であることを示す。U, V, Wは x_B, y_B, z_B 軸方向の速度を，P, Q, Rは各軸方向の角速度を表す。機体の姿勢は三つの操舵によって制御されるとし，図中では $\delta_a, \delta_e, \delta_r$ がエルロン，エレベータ，ラダーを表す。 α, β は迎え角と横滑り角を表し，次式によって定義される。

$$\alpha = \tan^{-1} \frac{W}{U} \tag{A.1.1}$$

$$\beta = \sin^{-1} \frac{V}{\sqrt{U^2 + V^2 + W^2}} = \sin^{-1} \frac{V}{V_a} \tag{A.1.2}$$

上式において V_a は機体の合成速度を表す。

付録A-1-2. 運動方程式

固定翼航空機の並進運動方程式は以下のようなになる。

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} U \\ V \\ W \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & R & -Q \\ -R & 0 & P \\ Q & P & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} U \\ V \\ W \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -\sin \theta \\ \sin \phi \cos \theta \\ \cos \phi \cos \theta \end{bmatrix} g + \frac{1}{m} \begin{bmatrix} X_a \\ Y_a \\ Z_a \end{bmatrix} \quad (\text{A.1.3})$$

ここで、 g は重力加速度、 m は機体の質量、 X_a, Y_a, Z_a は各軸方向の空気力を表す。

続けて回転運動方程式は次式のようになる。

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} P \\ Q \\ R \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} I_{xx} & -I_{xy} & -I_{xz} \\ -I_{yx} & I_{yy} & -I_{yz} \\ -I_{zx} & -I_{zy} & I_{zz} \end{bmatrix}^{-1} \quad (\text{A.1.4})$$

$$\left(\begin{bmatrix} 0 & R & -Q \\ -R & 0 & P \\ Q & -P & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_{xx} & -I_{xy} & -I_{xz} \\ -I_{yx} & I_{yy} & -I_{yz} \\ -I_{zx} & -I_{zy} & I_{zz} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} P \\ Q \\ R \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} L \\ M \\ N \end{bmatrix} \right)$$

上式において I_{xx}, \dots, I_{zz} は機体の慣性モーメント、 L, M, N は空気力によるモーメントを表す。

さらに、機体の位置は以下の航法方程式によって求めることができる。

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \psi \cos \theta & \cos \psi \sin \theta \sin \phi - \sin \psi \cos \phi \\ \sin \psi \cos \theta & \sin \psi \sin \theta \sin \phi + \cos \psi \cos \phi \\ -\sin \theta & \cos \theta \sin \phi \end{bmatrix} \begin{bmatrix} U \\ V \\ W \end{bmatrix} \quad (\text{A.1.5})$$

$$\begin{bmatrix} \cos \psi \sin \theta \cos \phi + \sin \psi \sin \phi \\ \sin \psi \sin \theta \cos \phi - \cos \psi \sin \phi \\ \cos \theta \cos \phi \end{bmatrix} \begin{bmatrix} U \\ V \\ W \end{bmatrix}$$

機体の姿勢角は次式によって求められる。

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \phi \\ \theta \\ \psi \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & \sin \phi \tan \theta & \cos \phi \tan \theta \\ 0 & \cos \phi & -\sin \phi \\ 0 & \sin \phi / \cos \theta & \cos \phi / \cos \theta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} P \\ Q \\ R \end{bmatrix} \quad (\text{A.1.6})$$

固定翼航空機の数値シミュレーションを行うには上記の4式を使用するのだが、空気力を推算する必要がある。この空気力の算出を行うには、機体の空力微係数を風洞試験や同定実験などによって求め、その値を基に算出する方法と、機体の形状から推算式を用いて求める方法がある。風洞試験などを行った方法の方が実際の機体の挙動をシミュレートすることが可能となるが、正確なデータを取得するのは容易ではない。そこで、本研究では機体の形状を測定し、推算式を用いて空気力の算出を行う。推算式については参考文献[付録A.1]もしくは[付録A.2]を参照していただきたい。

付録A-2. クアッドコプター

続いて、近年、注目を集めているクアッドコプターの運動方程式を示す。ここでは運動方程式の導出から詳細に解説する。

付録A-2-1. 座標系の定義

まず座標系は以下のように定義した。

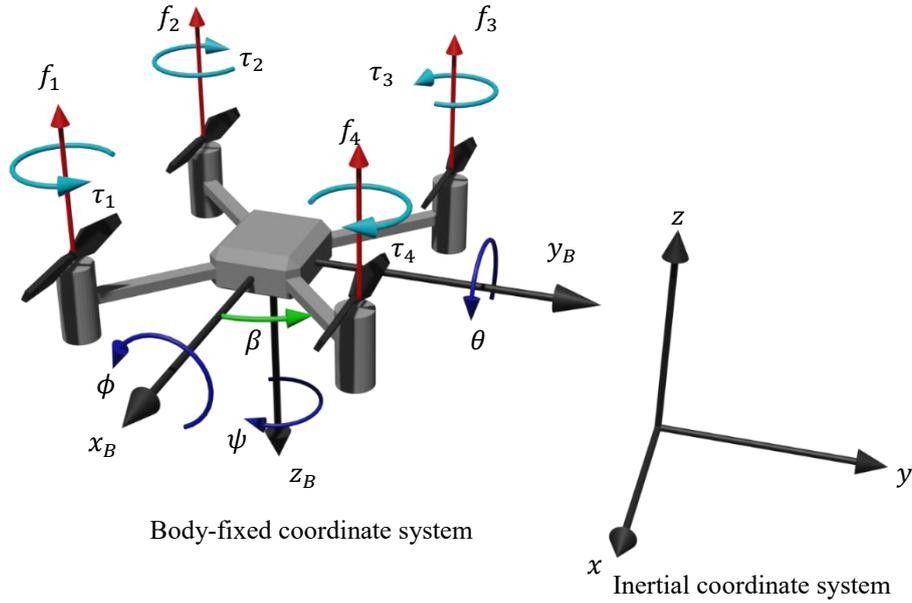


Fig. A. 2 Coordinate systems of quad-copter

固定翼航空機と同じように機体固定座標系は z 軸を鉛直下向き、慣性座標系では z 軸は鉛直上向きとする。また、回転の方向はすべて右ネジの法則に従うとする。各モーターによって生じる推力は f で、モーターの反動トルクは τ で表されている。 τ に関してはプロペラが回転する反動によって生じるので右ネジの法則には則っていないことに注意しなければならない。これはプロペラの回転を逆にすることで、推力が一定の時は反動トルクを打ち消すためである。また、プロペラの回転は反動トルクとは逆向きであることにも注意したい。

付録A-2-2. 運動方程式

クアッドコプターの並進運動方程式は以下ようになる。

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} u_B \\ v_B \\ w_B \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} 0 & -r_B & q_B \\ r_B & 0 & -p_B \\ -q_B & p_B & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_B \\ v_B \\ w_B \end{bmatrix} \quad (\text{付録A.2.1})$$

$$-g \begin{bmatrix} -\sin \theta \\ \cos \theta \sin \phi \\ \cos \theta \cos \phi \end{bmatrix} - \frac{\mu_v}{m} \begin{bmatrix} u_B \\ v_B \\ w_B \end{bmatrix} + \frac{1}{m} \begin{bmatrix} F_x \\ F_y \\ F_z \end{bmatrix}$$

回転運動方程式は

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} p_B \\ q_B \\ r_B \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} J_{xx} & 0 & 0 \\ 0 & J_{yy} & 0 \\ 0 & 0 & J_{zz} \end{bmatrix}^{-1} \quad (\text{付録A.2.2})$$

$$\left(- \begin{bmatrix} (J_{zz} - J_{yy})q_B r_B \\ (J_{xx} - J_{zz})p_B r_B \\ (J_{yy} - J_{xx})p_B q_B \end{bmatrix} - \mu_\omega \begin{bmatrix} p_B \\ q_B \\ r_B \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \tau_x \\ \tau_y \\ \tau_z \end{bmatrix} \right)$$

となり，機体の位置を求める航法方程式と機体の姿勢角を求めるキネマティクス方程式は固定翼航空機のものと同様である．上式において μ_v, μ_ω は抗力係数を表す．

ここで，式(付録 A.2.1)の機体に働く力は以下のようになる．

$$F_B = \begin{bmatrix} F_x \\ F_y \\ F_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ f_1 + f_2 + f_3 + f_4 \end{bmatrix} \quad (\text{付録A.2.3})$$

このとき，推力 f_i はモーターの回転数 ω_i によって以下のように求められる．

$$f_i = C_L \omega_i^2 \quad (\text{付録A.2.4})$$

上式における C_L はプロペラの揚力係数を表している．さらに，モーターの回転数 ω_i はモーターに加わる電圧 v_i と変換係数 c を用いて以下のように表される．

$$\omega_i^2 = c v_i^2 \quad (\text{付録A.2.5})$$

式(付録 A.2.2)中のトルク $\tau_{x,y,z}$ は次式によって求められる．

$$\tau_B = \begin{bmatrix} \tau_x \\ \tau_y \\ \tau_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} L \sin \beta (f_1 + f_2 - f_3 - f_4) \\ L \cos \beta (-f_1 + f_2 + f_3 - f_4) \\ -\tau_1 + \tau_2 - \tau_3 + \tau_4 \end{bmatrix} \quad (\text{付録A.2.6})$$

ここで， L は機体の重心から各モーターまでの距離， β はモーターが取り付けられているアームの角度を表す．上式中の τ_i も同様にモーターの回転数によって以下のように求められる．

$$\tau_i = C_D \omega_i^2 \quad (\text{付録A.2.7})$$

ここで， C_D はプロペラの抗力係数を表す．

付録A-2-3. 各パラメータ

上記の運動方程式をシミュレーションするために必要なパラメータの例を以下に示す．

Table. A. 1. Parameters of quadcopter

| パラメータ | 記号 | 数値 | 単位 |
|-----------------|--------------|-------------------|----------------|
| 質量 | m | 0.5 | kg |
| 重心からモーターまでの距離 | L | 0.25 | m |
| アーム角度 | β | $\pi/4$ | rad |
| プロペラ揚力係数 | C_L | $3 \cdot 10^{-6}$ | Ns^2 |
| プロペラ抗力係数 | C_D | $1 \cdot 10^{-7}$ | Nms^2 |
| モーター係数 | c | $1 \cdot 10^4$ | $V^{-2}s^{-2}$ |
| 並進空気摩擦係数 | μ_v | 0.25 | kg/s |
| 回転空気摩擦係数 | μ_ω | 0.25 | N/s |
| x_B 軸の慣性モーメント | J_{xx} | $5 \cdot 10^{-3}$ | kgm^2 |
| y_B 軸の慣性モーメント | J_{yy} | $5 \cdot 10^{-3}$ | kgm^2 |
| z_B 軸の慣性モーメント | J_{zz} | $1 \cdot 10^{-2}$ | kgm^2 |

付録A-3. 二輪型倒立振り子

以下のような二つの車輪を有する倒立振り子の運動方程式を示す.

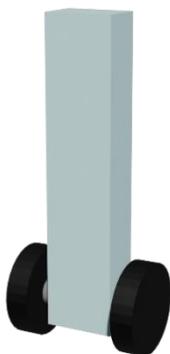


Fig. A. 3 Two-wheel inverted pendulum

付録A-3-1. 座標系の定義

座標系は以下のようにとる.

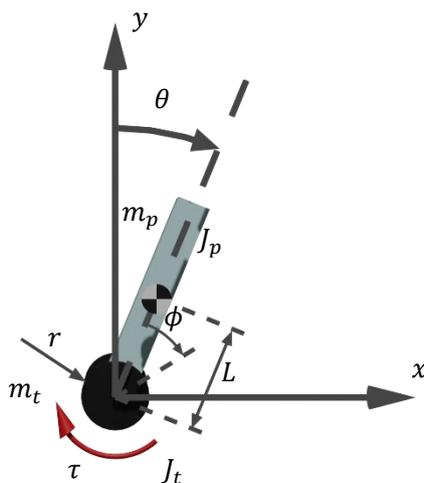


Fig. A. 4 Coordinate systems of inverted pendulum

上の図において, $m_p \cdot m_t$, $J_p \cdot J_t$ は振り子とタイヤの質量と慣性モーメントを表す. また, r はタイヤの半径, L は二輪型倒立振り子の回転中心から振り子の重心までの距離を表す. θ と ϕ は振り子の角度とタイヤの回転角を表している.

付録A-3-2. 運動方程式

二輪型倒立振り子の運動方程式は以下のようになる.

$$\begin{aligned}
& \{J_t + (m_t + m_p)r^2 + m_p r L \cos \theta\} \ddot{\phi} \\
& + \{J_t + (m_t + m_p)r^2 + J_p + m_p(2rL \cos \theta + L^2)\} \ddot{\theta} \\
& - m_p r L \sin \theta \dot{\theta}^2 - m_p g L \sin \theta + \mu_\theta \dot{\theta} = 0 \quad (\text{付録A.3.1}) \\
& (J_t + (m_t + m_p)r^2) \ddot{\phi} + \{J_t + (m_t + m_p)r^2 + m_p r L \cos \theta\} \ddot{\theta} \\
& - m_p r L \sin \theta \dot{\theta}^2 + \mu_\phi \dot{\phi} = \tau
\end{aligned}$$

上式において、 μ_ϕ, μ_θ はタイヤと振子の空気摩擦係数を表している。

付録B. 疑似逆行列

提案手法では理想 SDC を用いて適応則を構成している。このときの理想 SDC は任意に設計した ASPR システムを基に疑似逆行列を用いて設計している。

制御器を設計していると入力行列の逆行列が必要になることがある。入力行列の逆行列を使用すれば、入力にかかる係数が単位行列となるので、入力をシステムに直接アクセスできるようにすることができる。入力行列が逆行列を持つような正方行列であれば、問題はないがほとんどの場合、入力行列は正方行列ではない。のような正方行列ではない行列は逆行列を求めることができないが、疑似逆行列を用いることで同様の計算をすることができるようになる。しかし、この疑似逆行列を用いるには条件や計算方法に決まりがあるため、注意が必要である。

付録B-1.疑似逆行列の求め方

まず、通常の逆行列には以下のような性質がある。

$$\begin{aligned}
\mathbf{A}\mathbf{A}^{-1} &= \mathbf{I} \\
\mathbf{A}^{-1}\mathbf{A} &= \mathbf{I}
\end{aligned} \tag{B.1}$$

逆行列を求めるには、行列が正方でなければならない。つまり、行列の行数と列数が一致していなければならない。正方でない行列の逆行列を求めるには、行列を正方にする工夫が必要である。

ここで、正方ではない行列 \mathbf{A} があったとする。この行列は n 行 m 列の行列とする。この行列を正方にするには、以下のように転置した行列をかければよい。

$$\mathbf{A}^T \mathbf{A} \tag{B.2}$$

このようにすることで行列が m 行 m 列となるため、正方行列となる。この行列に対して、逆行列を求める。ただ、この逆行列 $(\mathbf{A}^T \mathbf{A})^{-1}$ に元の行列 \mathbf{A} をかけても単位行列とはならない。

そこで、逆行列に右から元の行列の転置行列をかける

$$(\mathbf{A}^T \mathbf{A})^{-1} \mathbf{A}^T \tag{B.3}$$

上記の式に元の行列 \mathbf{A} をかける。

$$(\mathbf{A}^T \mathbf{A})^{-1} \mathbf{A}^T \mathbf{A} \tag{B.4}$$

上式において $\mathbf{A}^T \mathbf{A} = \mathbf{B}$ とすると

$$\mathbf{B}^{-1} \mathbf{B} = \mathbf{I} \tag{B.5}$$

となり、単位行列に変換することができる。

上記のようにして正方ではない行列を単位行列に変換することが可能である。つまり、正方ではない行列の逆行列、疑似逆行列は以下の式によって求めることができる。

$$\bar{\mathbf{A}}^{-1} = (\mathbf{A}^T \mathbf{A})^{-1} \mathbf{A}^T \quad (\text{B.6})$$

付録B-2.疑似逆行列の条件

上記のようにして正方でない行列を疑似逆行列によって単位行列に変換することができる。しかし、上記の疑似逆行列では以下のような変換しかできない

$$\bar{\mathbf{A}}^{-1} \mathbf{A} = \mathbf{I} \quad (\text{B.7})$$

この逆の変換はできない。

$$\mathbf{A} \bar{\mathbf{A}}^{-1} \neq \mathbf{I} \quad (\text{B.8})$$

制御器で疑似逆行列を用いるには、右から疑似逆行列をかける必要がある。そこで、疑似逆行列を右からかける変換を行うには正方行列を作る際に転置行列を基の式の右からかける必要がある。このようにすることで疑似逆行列は以下ようになる。

$$\bar{\mathbf{A}}^{-1} = \mathbf{A}^T (\mathbf{A} \mathbf{A}^T)^{-1} \quad (\text{B.9})$$

この疑似逆行列を使用することで、以下のような変換ができるようになる。

$$\mathbf{A} \bar{\mathbf{A}}^{-1} = \mathbf{I} \quad (\text{B.10})$$

しかし、この疑似逆行列では反対の変換ができなくなる。

$$\bar{\mathbf{A}}^{-1} \mathbf{A} \neq \mathbf{I} \quad (\text{B.11})$$

このように疑似逆行列が $\bar{\mathbf{A}}^{-1} = (\mathbf{A}^T \mathbf{A})^{-1} \mathbf{A}^T$ によって求められたとき

$$\begin{aligned} \bar{\mathbf{A}}^{-1} \mathbf{A} &= \mathbf{I} \\ \mathbf{A} \bar{\mathbf{A}}^{-1} &\neq \mathbf{I} \end{aligned} \quad (\text{B.12})$$

となる。

反対に、疑似逆行列が $\bar{\mathbf{A}}^{-1} = \mathbf{A}^T (\mathbf{A} \mathbf{A}^T)^{-1}$ によって求められたとき

$$\begin{aligned} \mathbf{A} \bar{\mathbf{A}}^{-1} &= \mathbf{I} \\ \bar{\mathbf{A}}^{-1} \mathbf{A} &\neq \mathbf{I} \end{aligned} \quad (\text{B.13})$$

となる。

疑似逆行列は上記のように二通り求める方法があるが、どのような行列でも二通り求められるわけではない。

行列の行数と列数の関係によって求めることのできる疑似逆行列は異なる。例えば、以下のような1行2列の行列があったとする。

$$\mathbf{A} = [a_1 \ a_2] \quad (\text{B.14})$$

この行列に対して転置した行列を左からかける。

$$\begin{aligned} \mathbf{A}^T \mathbf{A} &= \begin{bmatrix} a_1 \\ a_2 \end{bmatrix} [a_1 \ a_2] \\ &= \begin{bmatrix} a_1^2 & a_1 a_2 \\ a_1 a_2 & a_2^2 \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (\text{B.15})$$

この行列の逆行列を求める。

$$(\mathbf{A}^T \mathbf{A})^{-1} = \frac{1}{a_1^2 a_2^2 - a_1^2 a_2^2} \begin{bmatrix} a_2^2 & -a_1 a_2 \\ -a_1 a_2 & a_1^2 \end{bmatrix} \quad (\text{B.16})$$

上式を見ると明らかなように分母が0となってしまうので逆行列を求めることができない。したがって、1行2列の行列は左から転置行列をかける疑似逆行列は求めることができない。

右から転置逆行列をかける場合について確認してみる。

$$\begin{aligned} \mathbf{A} \mathbf{A}^T &= [a_1 \ a_2] \begin{bmatrix} a_1 \\ a_2 \end{bmatrix} \\ &= a_1^2 + a_2^2 \end{aligned} \quad (\text{B.17})$$

この逆行列はスカラーなので、逆数を求める。

$$(\mathbf{A} \mathbf{A}^T)^{-1} = \frac{1}{a_1^2 + a_2^2} \quad (\text{B.18})$$

最後に転置行列を左からかけることで疑似逆行列を求めることができる。

$$\mathbf{A}^T (\mathbf{A} \mathbf{A}^T)^{-1} = \frac{1}{a_1^2 + a_2^2} \begin{bmatrix} a_1 \\ a_2 \end{bmatrix} \quad (\text{B.19})$$

以上のことから、1行2列の行列は疑似逆行列を求めても元の行列の右から疑似逆行列をかけるような使用方法でしか使用することができない。

$$\mathbf{A} \bar{\mathbf{A}}^{-1} = \mathbf{I} \quad (\text{B.20})$$

次に、以下のような2行1列の行列について確認する。

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} a_1 \\ a_2 \end{bmatrix} \quad (\text{B.21})$$

この行列に対して転置した行列を左からかける。

$$\begin{aligned} \mathbf{A}^T \mathbf{A} &= [a_1 \ a_2] \begin{bmatrix} a_1 \\ a_2 \end{bmatrix} \\ &= a_1^2 + a_2^2 \end{aligned} \quad (\text{B.22})$$

この逆行列はスカラーなので、逆数を求める。

$$(\mathbf{A}^T \mathbf{A})^{-1} = \frac{1}{a_1^2 + a_2^2} \quad (\text{B.23})$$

最後に転置行列を右からかけることで疑似逆行列を求めることができる。

$$(\mathbf{A}^T \mathbf{A})^{-1} \mathbf{A}^T = \frac{1}{a_1^2 + a_2^2} [a_1 \ a_2] \quad (\text{B.24})$$

次に元の行列に右から転置行列をかける。

$$\begin{aligned}\mathbf{AA}^T &= \begin{bmatrix} a_1 \\ a_2 \end{bmatrix} [a_1 \ a_2] \\ &= \begin{bmatrix} a_1^2 & a_1 a_2 \\ a_1 a_2 & a_2^2 \end{bmatrix}\end{aligned}\tag{B.25}$$

この行列の逆行列を求める.

$$(\mathbf{AA}^T)^{-1} = \frac{1}{a_1^2 a_2^2 - a_1^2 a_2^2} \begin{bmatrix} a_2^2 & -a_1 a_2 \\ -a_1 a_2 & a_1^2 \end{bmatrix}\tag{B.26}$$

先ほどと同じように分母が 0 となってしまうので逆行列を求めることができない. したがって, 2 行 1 列の行列は右から転置行列をかける疑似逆行列は求めることができない.

以上のことから, 2 行 1 列の行列は疑似逆行列を求めても元の行列の左から疑似逆行列をかけるような使用方法でしか使用することができない.

$$\bar{\mathbf{A}}^{-1} \mathbf{A} = \mathbf{I}\tag{B.27}$$

以上のことをまとめると, n 行 m 列の行列 \mathbf{A} があったとする.

n > m のとき, 疑似逆行列は以下の式によって求めることができる.

$$\bar{\mathbf{A}}^{-1} = (\mathbf{A}^T \mathbf{A})^{-1} \mathbf{A}^T\tag{B.28}$$

この時, 単位行列に変換することができるのは元の行列に疑似逆行列を左からかけたときのみである.

$$\bar{\mathbf{A}}^{-1} \mathbf{A} = \mathbf{I}\tag{B.29}$$

n < m のとき, 疑似逆行列は以下の式によって求めることができる.

$$\bar{\mathbf{A}}^{-1} = \mathbf{A}^T (\mathbf{AA}^T)^{-1}\tag{B.30}$$

この時, 単位行列に変換することができるのは元の行列に疑似逆行列を右からかけたときのみである.

$$\mathbf{A} \bar{\mathbf{A}}^{-1} = \mathbf{I}\tag{B.31}$$

付録C. Dynamic Inversion method

Dynamic inversion method は非線形項を入力で打ち消すことによって非線形の運動方程式で表される制御対象を線形として扱えるようにすることができる. 線形化を行った後は任意の線形制御器を実装することが可能となる.

非線形システムが次の運動方程式で表される場合

$$\dot{x} = f(\dot{x}, x) + g(u)\tag{C.1}$$

非線形項を z_r とすると

$$\dot{x} = z_r + g(u)\tag{C.2}$$

この時の入力を以下のようにする.

$$u = g^{-1} \cdot (-z_r + v_l)\tag{C.3}$$

ここで, v_l は線形制御器により設計された入力である. この入力をもとの運動方程式に印加すると以下のようになる.

$$\dot{x} = v_l \quad (\text{C.4})$$

これを行列表記にすると以下のようなになる,

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} x \\ \dot{x} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ \dot{x} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} v_l \quad (\text{C.5})$$

上記のシステムに対して線形の制御器を設計することが可能となる.

補遺

補遺a. 空の産業革命の必要性

1-1 で述べた空の産業革命に向けて、なぜ日本政府が問組んでいるのかを環境問題についても交えて解説する。

補遺a-1. カーボンニュートラル

2020年10月、日本政府は2050年までに温室効果ガスの排出を全体としてゼロにする、カーボンニュートラルを目指すことを宣言した。ここで、排出を全体としてゼロにするという言葉の意味には注意が必要である。この言葉の意味は二酸化炭素などの温室効果ガスの排出を完全にゼロにするのではなく、排出量から植林や森林管理などによる吸収量を差し引いてゼロにするという意味である。そのため、カーボンニュートラルの実現のためには温室効果ガスの排出の削減とともに吸収作用のある環境の保全、および強化が必要とされている^[補遺 A.1]。

カーボンニュートラルを目指すことになった背景として地球温暖化がある。1988年に気候変動問題を議論する際には科学的知見の集約が必要不可欠であることから、世界気象機関(WMO)及び国連環境計画(UNEP)によって気候変動に関する政府間パネル(IPCC)が設立された。このIPCCは約7年ごとに評価報告書、不定期特別報告書などを作成・公表している。2018年10月に1.5°C特別報告書(正式名称「1.5°Cの地球温暖化：気候変動の脅威への世界的な対応の強化、持続可能な開発及び貧困撲滅への努力の文脈における、工業化以前の水準から1.5°Cの地球温暖化による影響および関連する地球全体での温室効果ガス(GHG)排出経路に関するIPCC特別報告書」)が公表された。この報告書によると世界の平均気温が2017年時点で工業化以前と比較してすでに約1°C上昇しており、現在の度合いで上昇し続けると2030年から2052年までの間に気温上昇が1.5°Cに達する可能性が高いことが示された。また、将来の平均気温上昇が1.5°Cを大きく超えないようにするためには、2050年前後には世界の二酸化炭素排出量が正味ゼロとなっている必要があることが示された。このことからなぜ日本政府が2050年までにカーボンニュートラルを目指すとしたのかが理解できる。

IPCCが2021年8月から2022年4月にかけて順次公表した第6次評価報告書の第1作業部会、第2作業部会及び第3作業部会報告書において気候変動に関する科学的知見を公表した^[補遺 A.2]。そこでは人間の影響が大気、海洋および陸域を温暖化させてきたことを疑う余地がないとしている。また、向こう数十年の間に二酸化炭素などの温室効果ガスの排出が大幅に減少しない限り、21世紀中に地球温暖化は1.5°C及び2°Cを超える見通しを示した。地球温暖化が0.5°C進行するごとに、熱波を含む極端な高温、大雨、一部地域における農業及び生態学的干ばつの強度と頻度に明らかに識別できる増加を引き起こすとされている。したがって、すでに約1°C上昇しており、21世紀中に1.5°Cを超える可能性が高い状況から

二酸化炭素などの排出を削減して、1.5°Cに抑えることで気候変動に関連する損失と損害のすべてをなくすことはできないが、それらのリスクを大幅に低減させることができると言える。

補遺a-2. 電気自動車

カーボンニュートラル実現の取組の一つとして電気自動車 (Electric Vehicle: EV) がある。これは電気を動力源として走行し、ガソリン車とは異なり、排気ガスを排出しないことから地球温暖化の大きな要因である温室効果ガスの排出を抑える次世代自動車として大きく注目されている。

また、動力源である電気の76.3%は火力発電によって賄われている^[補遺 A.3]が、これを太陽光や風力などのクリーンエネルギーから生み出すことによって EV の環境問題に対する貢献度はさらに高まることになる。

現在、世界各国で EV 普及率を高める動きがある。アメリカでは2020年の自動車販売における EV 販売台数は約1.8%で2030年までには50%までに引き上げることを目標としている。中国では販売台数は4.4%、自動車メーカーに EV の販売を義務化するなどして2023年には16%まで引き上げる目標を掲げている。ヨーロッパでは販売台数は約5.6%と世界的に見て EV の普及率が高くなっている。特にノルウェーでは国が補助金制度などを設けることで2020年の新車販売台数の54%を EV が占めている。一方、日本では2020年の新車の販売台数における EV の割合は0.6%となっており、他国と比べて低くなっている。しかし、政府は2035年までに乗用車新車販売で電動車100%を実現できるよう、包括的な措置を講じるとしており、その取り組みの一環として充電インフラを整え、遅くとも2030年までにガソリン車並みの利便性を実現することを目指すとしている^[補遺 A.4]。

また EV の動力機構はシンプルで応答速度も速いため、自動運転の安全性を大きく改善すると言われている。EV 普及率の向上とともに自動運転技術も向上することで、交通事故を減らすことができると言える。また、EV はガソリン車と比べて航続距離が短いことが欠点であるが、自動運転技術を導入することで適切なアクセルワークやブレーキ動作を行い、走行ルートも適切なものが選択されることによって消費電力が改善し、長距離の走行も可能になると考えられる。

補遺a-3. 自動運転

警察庁の報告^[補遺 A.5]によると交通事故による死傷者および重傷者は年々減少しているが、ゼロにはなっていない。これらの事故の原因の多くは自動車運転者による道路交通法違反や安全運転義務違反が占めている。自動運転は交通事故の防止に大きく寄与すると考えられている。また、渋滞の緩和や運転者不足の解消、自動車運転免許を持たない高齢者などの移動手段の確保などにも寄与すると考えられ、経済面での貢献度も大きいと考えられている。しかし、自動運転実現のためには信号情報の共有方法や交通ルール整備などの課題が多くあるが、中でも重要なのが自動運転技術の安全性である。

国土交通省による自動運転化レベルの定義^[補遺 A.6]によると、自動運転レベルは0～5に分

けられる。現在はレベル 3 の条件付運転自動化まで実用化がされている。この自動運転レベルをより高度なものにすることで、新型コロナウイルスの感染拡大によって急拡大した宅配需要を緩和することができる。以下の表は自動運転レベルの概要を示している。

Table. a. 1 Automatic driving level

| | |
|----------|--|
| Level. 0 | 運転者がすべてのタスクにおいて操縦（運転自動化なし） |
| Level. 1 | 縦方向、もしくは横方向のみを限定的に自動化（運転支援） |
| Level. 2 | 縦方向と横方向の両方を限定的に自動化（部分運転自動化） |
| Level. 3 | すべてのタスクを限定的に自動化（条件付運転自動化） 自動運転継続が困難な場合は、システムの要求に適切に応答する必要がある。 |
| Level. 4 | すべてのタスク、および困難な場合の対応を限定的に自動運転システムが実行（高度運転自動化） |
| Level. 5 | すべてのタスク、および困難な場合の対応を自動運転システムが実行（完全運転自動化） |

補遺b. 適応 SDC の誤った安定解析

ここでは、提案手法を開発する際に犯した私の誤った安定解析を示す。安定解析は間違っているが、数値シミュレーションをすると良好な結果を得られることもあり、間違いに気づかないこともある。これを参考にして、制御器を開発する際のミス防止することに役立てていただきたい。

補遺b-1. SISO の安定解析

SDC の係数を決定する適応則を導出するために Single Input Single Output (SISO) のシステムに対する安定解析を行う。

適応 SDC を用いた制御器は以下のようなブロック線図で表される。

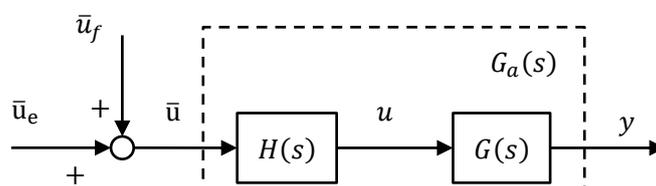


Fig. b. 1 Block diagram of system using SDC

上図において、 \bar{u}_f はCGTによるフィードフォワード制御入力、 \bar{u}_e は適応制御入力、 $H(s)$ はSDCを表している。このSDCによってASPR化された拡大系を $G_a(s)$ とする。このとき、拡大系の出力は以下のように求められる。

$$\begin{aligned}
y &= G_a[u'] \\
&= G(s)\boldsymbol{\alpha}^{*\text{T}}\mathbf{S}u' + G(s)\Delta\boldsymbol{\alpha}^{\text{T}}\mathbf{S}u' + y^* - y^* \\
&= G(s)\boldsymbol{\alpha}^{*\text{T}}\mathbf{S}u' + G(s)\Delta\boldsymbol{\alpha}^{\text{T}}\mathbf{S}u' + y^* - G_a^*[u'^*] \\
&= G(s)\boldsymbol{\alpha}^{*\text{T}}\mathbf{S}u' + G(s)\Delta\boldsymbol{\alpha}^{\text{T}}\mathbf{S}u' + y^* - G(s)\boldsymbol{\alpha}^{*\text{T}}\mathbf{S}u'^* \\
y - y^* &= G(s)\boldsymbol{\alpha}^{*\text{T}}\mathbf{S}u' + G(s)\Delta\boldsymbol{\alpha}^{\text{T}}\mathbf{S}u' - G(s)\boldsymbol{\alpha}^{*\text{T}}\mathbf{S}u'^* \\
&= G[\boldsymbol{\alpha}^{*\text{T}}\mathbf{S}\Delta u'] + G[\Delta\boldsymbol{\alpha}^{\text{T}}\mathbf{S}u'] \\
&= G[\boldsymbol{\alpha}^{*\text{T}}\mathbf{S}\Delta u' + \Delta\boldsymbol{\alpha}^{\text{T}}\mathbf{S}u'] \\
&= G[\boldsymbol{\alpha}^{*\text{T}}\mathbf{S}(u' - u'^*) + (\boldsymbol{\alpha} - \boldsymbol{\alpha}^*)^{\text{T}}\mathbf{S}u'] \\
&= G[\boldsymbol{\alpha}^{*\text{T}}\mathbf{S}(u' - u'^*) + (\boldsymbol{\alpha}^{*\text{T}}\mathbf{S})(\boldsymbol{\alpha}^{*\text{T}}\mathbf{S})^{-1}(\boldsymbol{\alpha} - \boldsymbol{\alpha}^*)^{\text{T}}\mathbf{S}u'] \\
&= G_a^*[(u' - u'^*) + (\boldsymbol{\alpha}^{*\text{T}}\mathbf{S})^{-1}(\boldsymbol{\alpha} - \boldsymbol{\alpha}^*)^{\text{T}}\mathbf{S}u'] \\
&= G_a^*[\Delta u' + (\boldsymbol{\alpha}^{*\text{T}}\mathbf{S})^{-1}\Delta\boldsymbol{\alpha}^{\text{T}}\mathbf{S}u']
\end{aligned} \tag{b.1}$$

ここで、適応 SDC は以下のような関数で表されるとしている。

$$\begin{aligned}
H(s) &= \frac{U}{U'} = \alpha_h s^h + \alpha_{h-1} s^{h-1} + \dots + \alpha_1 s + \alpha_0 \\
&= [\alpha_h \quad \alpha_{h-1} \quad \dots \quad \alpha_1 \quad \alpha_0] \begin{bmatrix} s^h \\ s^{h-1} \\ \vdots \\ s \\ 1 \end{bmatrix} \\
&= \boldsymbol{\alpha}^{\text{T}}\mathbf{S}
\end{aligned} \tag{b.2}$$

上記より誤差方程式は以下のように求められる。

$$\begin{cases} \dot{\mathbf{x}}_e = \mathbf{A}_e \mathbf{x}_e + \mathbf{b}_e (\Delta u' + (\boldsymbol{\alpha}^{*\text{T}}\mathbf{S})^{-1}\Delta\boldsymbol{\alpha}^{\text{T}}\mathbf{S}u') \\ e = \mathbf{c}_e^{\text{T}}\mathbf{x}_e \end{cases} \tag{b.3}$$

上の微分方程式は以下のように展開される。

$$\begin{aligned}
\dot{\mathbf{x}}_e &= \mathbf{A}_e \mathbf{x}_e + \mathbf{b}_e \left(\Delta u' + (\boldsymbol{\alpha}^{*T} \mathbf{S})^{-1} \Delta \boldsymbol{\alpha}^T \mathbf{S} u' \right) \\
&= \mathbf{A}_e \mathbf{x}_e + \mathbf{b}_e \left(u' - u'^* + (\boldsymbol{\alpha}^{*T} \mathbf{S})^{-1} \Delta \boldsymbol{\alpha}^T \mathbf{S} u' \right) \\
&= \mathbf{A}_e \mathbf{x}_e + \mathbf{b}_e \left(\mathbf{k}^T \mathbf{z} + k^* e - k^* e - u'^* + (\boldsymbol{\alpha}^{*T} \mathbf{S})^{-1} \Delta \boldsymbol{\alpha}^T \mathbf{S} \mathbf{k}^T \mathbf{z} \right) \\
&= (\mathbf{A}_e + k^* \mathbf{b}_e \mathbf{c}_e^T) \mathbf{x}_e \\
&\quad + \mathbf{b}_e \left(\mathbf{k}^T \mathbf{z} - k^* e - \mathbf{S}_{21} \mathbf{x}_m - \mathbf{S}_{22} u_m - \boldsymbol{\Omega}_{21} v \right. \\
&\quad \left. + (\boldsymbol{\alpha}^{*T} \mathbf{S})^{-1} \Delta \boldsymbol{\alpha}^T \mathbf{S} \mathbf{k}^T \mathbf{z} \right) \\
&= (\mathbf{A}_e + k^* \mathbf{b}_e \mathbf{c}_e^T) \mathbf{x}_e \\
&\quad + \mathbf{b}_e \left\{ (\mathbf{k} - \mathbf{k}^*)^T \mathbf{z} - \boldsymbol{\Omega}_{21} v + (\boldsymbol{\alpha}^{*T} \mathbf{S})^{-1} \Delta \boldsymbol{\alpha}^T \mathbf{S} \mathbf{k}^T \mathbf{z} \right\}
\end{aligned} \tag{b.4}$$

カルマン・ヤクボビッチの補題より

$$\begin{cases} (\mathbf{A}_e + k^* \mathbf{b}_e \mathbf{c}_e^T)^T \mathbf{P} + \mathbf{P} (\mathbf{A}_e + k^* \mathbf{b}_e \mathbf{c}_e^T) = -\mathbf{Q} \\ \mathbf{b}_e^T \mathbf{P} = \mathbf{c}_e^T \end{cases} \tag{b.5}$$

上式を満足する正定対象行列 \mathbf{P} , \mathbf{Q} が存在する.

以下のリアプノフ関数の候補を設計する.

$$V = \mathbf{x}_e^T \mathbf{P} \mathbf{x}_e \tag{b.6}$$

この関数を微分すると以下のようなになる.

$$\begin{aligned}
\dot{V} &= \dot{\mathbf{x}}_e^T \mathbf{P} \mathbf{x}_e + \mathbf{x}_e^T \mathbf{P} \dot{\mathbf{x}}_e \\
&= \left[(\mathbf{A}_e + k^* \mathbf{b}_e \mathbf{c}_e^T) \mathbf{x}_e \right. \\
&\quad + \mathbf{b}_e \left\{ (\mathbf{k} - \mathbf{k}^*)^T \mathbf{z} - \boldsymbol{\Omega}_{21} \mathbf{v} \right. \\
&\quad \left. \left. + (\boldsymbol{\alpha}^{*T} \mathbf{S})^{-1} \Delta \boldsymbol{\alpha}^T \mathbf{S} \mathbf{k}^T \mathbf{z} \right\} \right]^T \mathbf{P} \mathbf{x}_e \\
&\quad + \mathbf{x}_e^T \mathbf{P} \left[(\mathbf{A}_e + k^* \mathbf{b}_e \mathbf{c}_e^T) \mathbf{x}_e \right. \\
&\quad \left. + \mathbf{b}_e \left\{ (\mathbf{k} - \mathbf{k}^*)^T \mathbf{z} - \boldsymbol{\Omega}_{21} \mathbf{v} + (\boldsymbol{\alpha}^{*T} \mathbf{S})^{-1} \Delta \boldsymbol{\alpha}^T \mathbf{S} \mathbf{k}^T \mathbf{z} \right\} \right] \\
&= \{ (\mathbf{A}_e + k^* \mathbf{b}_e \mathbf{c}_e^T) \mathbf{x}_e \}^T \mathbf{P} \mathbf{x}_e + \{ \mathbf{b}_e (\mathbf{k} - \mathbf{k}^*)^T \mathbf{z} \}^T \mathbf{P} \mathbf{x}_e - (\mathbf{b}_e \boldsymbol{\Omega}_{21} \mathbf{v})^T \mathbf{P} \mathbf{x}_e \\
&\quad + \left\{ \mathbf{b}_e (\boldsymbol{\alpha}^{*T} \mathbf{S})^{-1} \Delta \boldsymbol{\alpha}^T \mathbf{S} \mathbf{k}^T \mathbf{z} \right\}^T \mathbf{P} \mathbf{x}_e \\
&\quad + \mathbf{x}_e^T \mathbf{P} (\mathbf{A}_e + k^* \mathbf{b}_e \mathbf{c}_e^T) \mathbf{x}_e + \mathbf{x}_e^T \mathbf{P} \mathbf{b}_e (\mathbf{k} - \mathbf{k}^*)^T \mathbf{z} \\
&\quad - \mathbf{x}_e^T \mathbf{P} \mathbf{b}_e \boldsymbol{\Omega}_{21} \mathbf{v} + \mathbf{x}_e^T \mathbf{P} \mathbf{b}_e (\boldsymbol{\alpha}^{*T} \mathbf{S})^{-1} \Delta \boldsymbol{\alpha}^T \mathbf{S} \mathbf{k}^T \mathbf{z} \\
&= \mathbf{x}_e^T \{ (\mathbf{A}_e + k^* \mathbf{b}_e \mathbf{c}_e^T)^T \mathbf{P} + \mathbf{P} (\mathbf{A}_e + k^* \mathbf{b}_e \mathbf{c}_e^T) \} \mathbf{x}_e + 2 \mathbf{z}^T (\mathbf{k} - \mathbf{k}^*) \mathbf{b}_e^T \mathbf{P} \mathbf{x}_e \\
&\quad - 2 (\mathbf{b}_e \boldsymbol{\Omega}_{21} \mathbf{v})^T \mathbf{P} \mathbf{x}_e + 2 \left\{ \mathbf{b}_e (\boldsymbol{\alpha}^{*T} \mathbf{S})^{-1} \Delta \boldsymbol{\alpha}^T \mathbf{S} \mathbf{k}^T \mathbf{z} \right\}^T \mathbf{P} \mathbf{x}_e \\
&= -\mathbf{x}_e^T \mathbf{Q} \mathbf{x}_e + 2 \mathbf{z}^T \left[(\mathbf{k} - \mathbf{k}^*) + \mathbf{k} (\Delta \boldsymbol{\alpha}^T \mathbf{S})^T \left\{ (\boldsymbol{\alpha}^{*T} \mathbf{S})^{-1} \right\}^T \right] \mathbf{b}_e^T \mathbf{P} \mathbf{x}_e \\
&\quad - 2 (\mathbf{b}_e \boldsymbol{\Omega}_{21} \mathbf{v})^T \mathbf{P} \mathbf{x}_e
\end{aligned} \tag{b.7}$$

この式の第1項は明らかに負となる。第3項は v が有界となることから誤差 $e = \mathbf{b}_e^T \mathbf{P} \mathbf{x}_e$ の有界性を示すことができる。残る第2項を負にするために、以下のリアプノフ関数を導入する

$$\begin{aligned}
V_1 &= \Delta \mathbf{k}^T \boldsymbol{\Gamma} \Delta \mathbf{k} \\
V_2 &= \{ [(\boldsymbol{\alpha} - \Delta \boldsymbol{\alpha})^T \mathbf{S}]^{-1} (\Delta \boldsymbol{\alpha}^T \mathbf{S}) \}^T \boldsymbol{\Lambda} \{ (\boldsymbol{\alpha} - \Delta \boldsymbol{\alpha})^T \mathbf{S} \}^{-1} (\Delta \boldsymbol{\alpha}^T \mathbf{S})
\end{aligned} \tag{b.8}$$

それぞれを微分する。まずは V_1 から微分すると以下のようなになる。

$$\begin{aligned}
\dot{V}_1 &= \frac{d(\Delta \mathbf{k}^T)}{dt} \boldsymbol{\Gamma} \Delta \mathbf{k} + \Delta \mathbf{k}^T \boldsymbol{\Gamma} \frac{d(\Delta \mathbf{k})}{dt} \\
&= 2 \Delta \mathbf{k}^T \boldsymbol{\Gamma} \dot{\mathbf{k}}
\end{aligned} \tag{b.9}$$

これが式(b.7)の右辺第2項の一部

$$2 \mathbf{z}^T (\mathbf{k} - \mathbf{k}^*) \mathbf{b}_e^T \mathbf{P} \mathbf{x}_e = 2 \Delta \mathbf{k}^T \mathbf{z} e \tag{b.10}$$

と足し合わせて0になるようにする。したがって

$$\dot{\mathbf{k}} = -\boldsymbol{\Gamma}^{-1} \mathbf{z} e \tag{b.11}$$

とすることで消去できる。

次に V_2 を微分する。

$$\begin{aligned} \dot{V}_2 = & \frac{d}{dt} \{ [(\boldsymbol{\alpha} - \Delta\boldsymbol{\alpha})^T \mathbf{S}]^{-1} (\Delta\boldsymbol{\alpha}^T \mathbf{S}) \}^T \cdot \boldsymbol{\Lambda} \{ (\boldsymbol{\alpha} - \Delta\boldsymbol{\alpha})^T \mathbf{S} \}^{-1} (\Delta\boldsymbol{\alpha}^T \mathbf{S}) \\ & + [(\boldsymbol{\alpha} - \Delta\boldsymbol{\alpha})^T \mathbf{S}]^{-1} (\Delta\boldsymbol{\alpha}^T \mathbf{S}) \}^T \boldsymbol{\Lambda} \frac{d}{dt} \{ [(\boldsymbol{\alpha} \\ & - \Delta\boldsymbol{\alpha})^T \mathbf{S}]^{-1} (\Delta\boldsymbol{\alpha}^T \mathbf{S}) \} \end{aligned} \quad (\text{b.12})$$

ここで

$$\{(\boldsymbol{\alpha} - \Delta\boldsymbol{\alpha})^T \mathbf{S}\}^{-1} (\Delta\boldsymbol{\alpha}^T \mathbf{S}) = \frac{\Delta\alpha_m s^m + \dots + \Delta\alpha_0}{(\alpha_m - \Delta\alpha_m) s^m + \dots + (\alpha_0 - \Delta\alpha_0)} \quad (\text{b.13})$$

となる。これを微分すると以下のようになる。

$$\begin{aligned} & \frac{d}{dt} (\Delta\alpha_m s^m + \dots + \Delta\alpha_0) \{ (\alpha_m - \Delta\alpha_m) s^m + \dots + (\alpha_0 - \Delta\alpha_0) \} \\ & \quad \frac{\{ (\alpha_m - \Delta\alpha_m) s^m + \dots + (\alpha_0 - \Delta\alpha_0) \}^2}{\{ (\alpha_m - \Delta\alpha_m) s^m + \dots + (\alpha_0 - \Delta\alpha_0) \}^2} \\ & - \frac{(\Delta\alpha_m s^m + \dots + \Delta\alpha_0) \frac{d}{dt} \{ (\alpha_m - \Delta\alpha_m) s^m + \dots + (\alpha_0 - \Delta\alpha_0) \}}{\{ (\alpha_m - \Delta\alpha_m) s^m + \dots + (\alpha_0 - \Delta\alpha_0) \}^2} \\ & = \{ (\Delta\dot{\boldsymbol{\alpha}}^T \mathbf{S})^T (\boldsymbol{\alpha} - \Delta\boldsymbol{\alpha})^T \mathbf{S} \\ & \quad - (\Delta\boldsymbol{\alpha}^T \mathbf{S})^T (\dot{\boldsymbol{\alpha}} \\ & \quad - \Delta\dot{\boldsymbol{\alpha}})^T \mathbf{S} \} \{ [(\boldsymbol{\alpha} - \Delta\boldsymbol{\alpha})^T \mathbf{S}]^T (\boldsymbol{\alpha} - \Delta\boldsymbol{\alpha})^T \mathbf{S} \}^{-1} \\ & = (\dot{\boldsymbol{\alpha}}^T \mathbf{S})^T (\boldsymbol{\alpha} - \Delta\boldsymbol{\alpha})^T \mathbf{S} \{ [(\boldsymbol{\alpha} - \Delta\boldsymbol{\alpha})^T \mathbf{S}]^T (\boldsymbol{\alpha} - \Delta\boldsymbol{\alpha})^T \mathbf{S} \}^{-1} \end{aligned} \quad (\text{b.14})$$

したがって、

$$\begin{aligned} \dot{V}_2 = & 2 \{ [(\boldsymbol{\alpha} - \Delta\boldsymbol{\alpha})^T \mathbf{S}]^{-1} (\Delta\boldsymbol{\alpha}^T \mathbf{S}) \}^T \boldsymbol{\Lambda} (\dot{\boldsymbol{\alpha}}^T \mathbf{S})^T (\boldsymbol{\alpha} \\ & - \Delta\boldsymbol{\alpha})^T \mathbf{S} \{ [(\boldsymbol{\alpha} - \Delta\boldsymbol{\alpha})^T \mathbf{S}]^T (\boldsymbol{\alpha} - \Delta\boldsymbol{\alpha})^T \mathbf{S} \}^{-1} \\ & = 2 (\Delta\boldsymbol{\alpha}^T \mathbf{S})^T \{ [(\boldsymbol{\alpha} - \Delta\boldsymbol{\alpha})^T \mathbf{S}]^{-1} \}^T \boldsymbol{\Lambda} (\dot{\boldsymbol{\alpha}}^T \mathbf{S})^T (\boldsymbol{\alpha} \\ & - \Delta\boldsymbol{\alpha})^T \mathbf{S} \{ [(\boldsymbol{\alpha} - \Delta\boldsymbol{\alpha})^T \mathbf{S}]^T (\boldsymbol{\alpha} - \Delta\boldsymbol{\alpha})^T \mathbf{S} \}^{-1} \\ & = 2 \frac{\Delta\boldsymbol{\alpha}^T \mathbf{S}}{(\boldsymbol{\alpha} - \Delta\boldsymbol{\alpha})^T \mathbf{S}} \boldsymbol{\Lambda} (\dot{\boldsymbol{\alpha}}^T \mathbf{S})^T \frac{(\boldsymbol{\alpha} - \Delta\boldsymbol{\alpha})^T \mathbf{S}}{\{ (\boldsymbol{\alpha} - \Delta\boldsymbol{\alpha})^T \mathbf{S} \}^2} \\ & = 2 \frac{\Delta\boldsymbol{\alpha}^T \mathbf{S}}{\{ (\boldsymbol{\alpha} - \Delta\boldsymbol{\alpha})^T \mathbf{S} \}^2} \boldsymbol{\Lambda} (\dot{\boldsymbol{\alpha}}^T \mathbf{S})^T \end{aligned} \quad (\text{b.15})$$

となる。この関数を式(b.7)の右辺第2項の一部

$$\begin{aligned} 2 \mathbf{z}^T \mathbf{k} (\Delta\boldsymbol{\alpha}^T \mathbf{S})^T \{ (\boldsymbol{\alpha}^*{}^T \mathbf{S})^{-1} \}^T \mathbf{b}_e^T \mathbf{P} \mathbf{x}_e = & 2 \mathbf{k}^T \mathbf{z} (\boldsymbol{\alpha}^*{}^T \mathbf{S})^{-1} \Delta\boldsymbol{\alpha}^T \mathbf{S} \mathbf{e} \\ = & 2 \frac{\Delta\boldsymbol{\alpha}^T \mathbf{S}}{(\boldsymbol{\alpha} - \Delta\boldsymbol{\alpha})^T \mathbf{S}} \mathbf{k}^T \mathbf{z} \mathbf{e} \end{aligned} \quad (\text{b.16})$$

この関数と足し合わせたときに0になる、もしくは負になる、もしくは有界性を示せれば良い。つまり以下の不等式が成り立てばよい。

$$\begin{aligned}
2 \frac{\Delta \alpha^T \mathbf{S}}{(\alpha - \Delta \alpha)^T \mathbf{S}} \mathbf{k}^T \mathbf{z} e + 2 \frac{\Delta \alpha^T \mathbf{S}}{\{(\alpha - \Delta \alpha)^T \mathbf{S}\}^2} \Lambda (\dot{\alpha}^T \mathbf{S})^T &\leq \mathbf{0} \\
\frac{\Delta \alpha^T \mathbf{S}}{(\alpha - \Delta \alpha)^T \mathbf{S}} \mathbf{k}^T \mathbf{z} e &\leq - \frac{\Delta \alpha^T \mathbf{S}}{\{(\alpha - \Delta \alpha)^T \mathbf{S}\}^2} \Lambda (\dot{\alpha}^T \mathbf{S})^T \\
(\alpha - \Delta \alpha)^T \mathbf{S} \mathbf{k}^T \mathbf{z} e &\leq - \Lambda (\dot{\alpha}^T \mathbf{S})^T \\
\dot{\alpha}^T \mathbf{S} &\leq - \Lambda^{-1} (\alpha - \Delta \alpha)^T \mathbf{S} \mathbf{k}^T \mathbf{z} e \\
&\leq - \Lambda^{-1} \alpha^T \mathbf{S} \mathbf{k}^T \mathbf{z} e + \Lambda^{-1} \Delta \alpha^T \mathbf{S} \mathbf{k}^T \mathbf{z} e
\end{aligned} \tag{b.17}$$

ここで

$$\begin{aligned}
\Delta \alpha &\geq \mathbf{0} \\
\alpha &\geq \alpha^*
\end{aligned} \tag{b.18}$$

このとき

$$\dot{\alpha}^T \mathbf{S} = - \Lambda^{-1} \alpha^T \mathbf{S} \mathbf{k}^T \mathbf{z} e \tag{b.19}$$

とすれば良い. $\alpha^T \mathbf{S} = \xi$ とすると

$$\begin{aligned}
\dot{\xi} &= - \Lambda^{-1} \xi \mathbf{k}^T \mathbf{z} e \\
&= - \mathbf{k}^T \mathbf{z} \frac{\xi}{\Lambda} e
\end{aligned} \tag{b.20}$$

となる.

上記をまとめると, 適応 SDC を用いることによって制御入力は以下のように求められる.

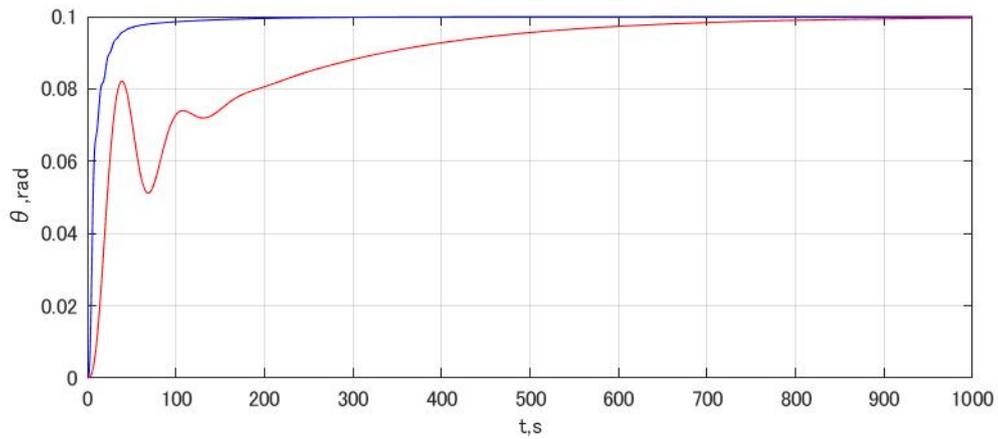
$$\begin{aligned}
u &= \xi \bar{u} \\
\dot{\xi} &= - \Lambda^{-1} \xi \mathbf{K}^T \mathbf{z} e^T \\
\bar{u} &= \mathbf{K}^T \mathbf{z} \\
\dot{\mathbf{K}} &= - \Gamma^{-1} \mathbf{z} e^T
\end{aligned} \tag{b.21}$$

補遺b-1-1. Boeng 747 の SISO に適用

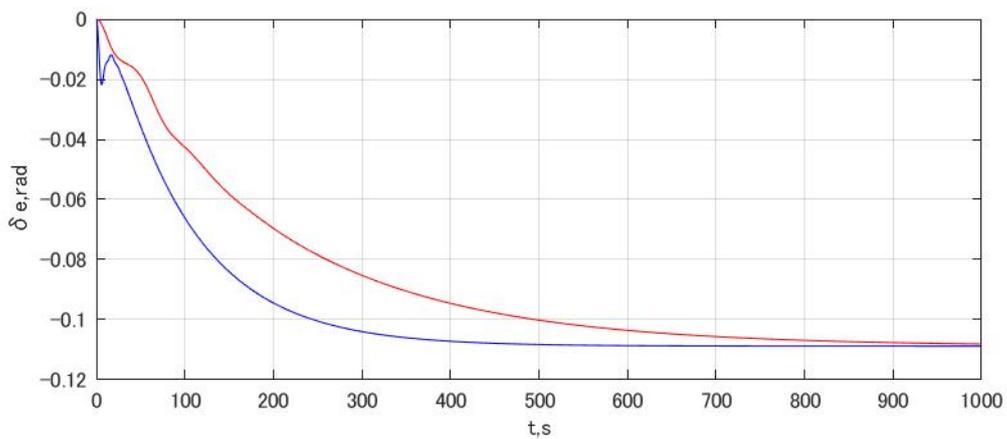
上記の適応則を用いて数値シミュレーションを行う. 制御対象は Boeing 747 のエレベータを入力, ピッチ角を出力とした以下のような伝達関数とする.

$$\frac{\theta}{\delta_e} = \frac{-1.16(s + 0.0113)(s + 0.295)}{s^4 + 0.7527s^3 + 0.9387s^2 + 0.009496s + 0.004209} \tag{b.22}$$

目標ピッチ角を 0.1rad として数値シミュレーションをした結果, 以下のようになった.



(a) Pitch angle



(b) Elevator

Fig. b. 2 Applying adaptive SDC to SISO system of Boeing 747

上図において、青い線で表されているのが適応 SDC を用いて ASPR 化したものである。それに対して赤い線で表されているのが PFC などの補償器を用いない単純適応制御の結果である。単純適応制御のみでは制御対象が ASPR ではないので制御性能の劣化が表れている。それに対して適応 SDC を用いた結果は良好な制御性能を示している。

補遺b-1-2. Boeng 747 の MIMO に適用

続いて、Boeing 747 の MIMO システムに式(b.21)で表される適応 SDC を適用する。ここでは並進速度 u とピッチ角 θ をエレベータ δ_e と推力 δ_t によって制御した。その結果、以下のような応答が得られた。

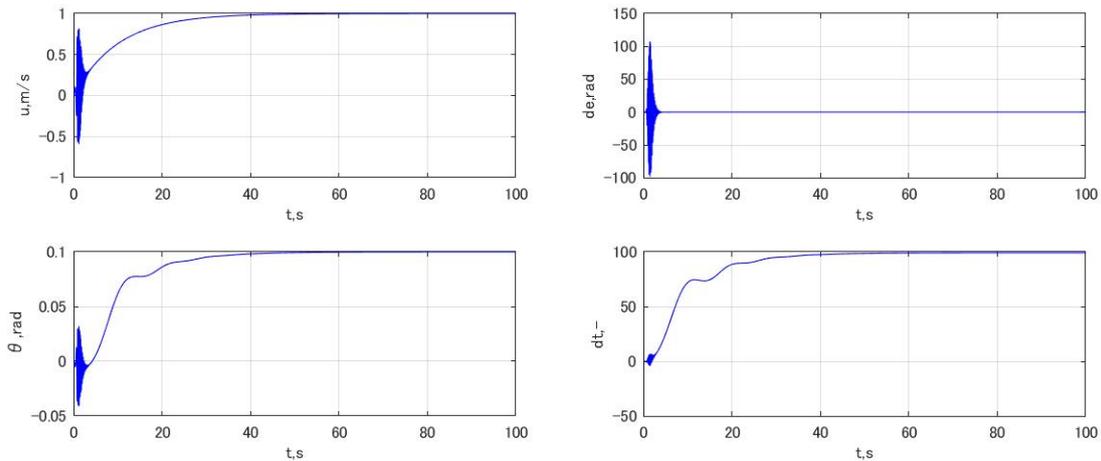


Fig. b. 3 Applying adaptive SDC to MIMO system of Boeing 747

目標値へと制御することができたが、振動的な応答となっている。パラメータを調整することである程度は振動を抑制することができるが、完全に抑制することはできていない。さらに、エレベータ舵角が実現不可能な値となっている。

補遺b-1-3. 適応則を改良

上記の問題を解決するためにそれぞれの適応則を以下のように改良した。

$$\begin{aligned}\dot{\xi} &= -\Lambda^{-1}\xi\mathbf{K}^T\mathbf{z}\mathbf{e}^T - \sigma_{\zeta}\zeta \\ \mathbf{K} &= -\Gamma^{-1}\mathbf{z}\mathbf{e}^T - \sigma_1\mathbf{K}\end{aligned}\tag{b.23}$$

このようにすることで長時間、制御する際に問題となるバースト現象を抑えることができ、上記の振動の抑制に役立つと考えた。その結果、以下ようになった。

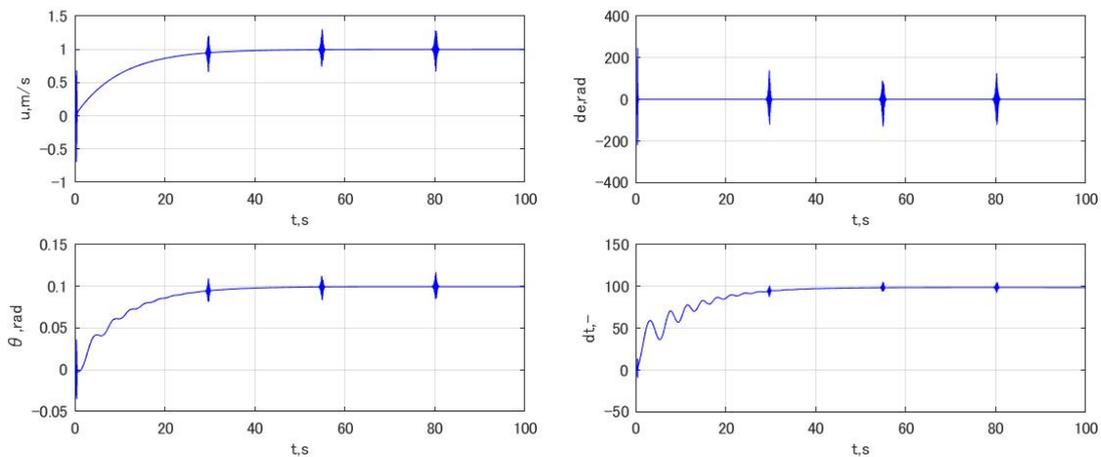


Fig. b. 4 Time responses of system using modified adaptive law

Fig.3.2.3の結果と比較すると、過渡期における振動は抑制されているが未だ存在している。また、定常期においても振動するようになってしまっており、総じて制御性能が劣化している。このように MIMO システムだと良好な制御性能を得ることができない原因として、SISO を基にして設計した適応則を用いていることが考えられる。

補遺b-1-4. LQR との比較

また、上記の適応 SDC の性能がほかの制御器と比較してどれ程優れているのか確認するために、LQR との比較シミュレーションを行った。その結果が以下である。

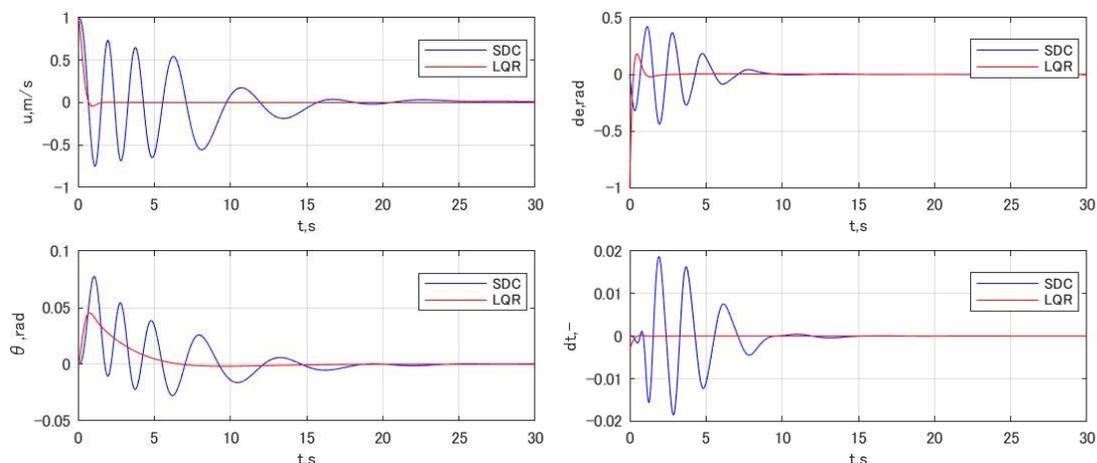


Fig. b. 5 Comparison of SDC and LQR

上図を見ると明らかなように LQR の方が状態量の収束も早く、制御入力も小さく済んでいる。このことから、式(b.23)で表される適応 SDC は LQR と比較して制御性能は良好ではないことが分かった。

補遺b-1-5. SAVANNA (小型固定翼航空機) に適用

Fig.3.2.4 のように制御入力が過大となったのは対象としている機体が大きいことも原因の一つと考えて、制御対象を翼幅1m、質量0.5kg程度の小型固定翼航空機の SAVANNA に変更して数値シミュレーションを行った。その結果が以下である。

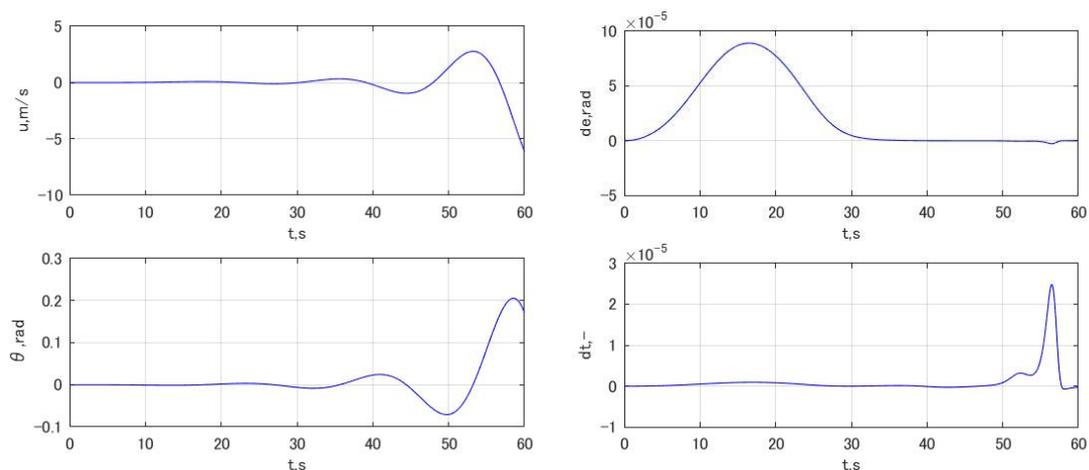


Fig. b. 6 Applying adaptive SDC to small fixed-wing UAV

上図を見ると明らかなように、状態量が収束せずに発散している。式(b.23)で表される適応 SDC は SISO に対しては安定性を保証しているが、MIMO に対しては安定解析を行っていないことが原因だと考えられる。そこで、MIMO に対して安定解析を行い、適応則の導出

を試みる.

補遺b-2. MIMO の安定解析

制御対象は以下のような ASPR ではない MIMO とする.

$$\begin{aligned}\dot{\mathbf{x}} &= \mathbf{A}'\mathbf{x} + \mathbf{B}'\mathbf{u} \\ \mathbf{y} &= \mathbf{C}\mathbf{x}\end{aligned}\tag{b.24}$$

このシステムに対して制御入力 \mathbf{u} は以下のように設計される.

$$\begin{aligned}\mathbf{u} &= \boldsymbol{\xi}\mathbf{u}' \\ \mathbf{u}' &= \mathbf{K}\mathbf{z}\end{aligned}\tag{b.25}$$

ここで

$$\mathbf{z} = [\mathbf{e} \quad \mathbf{x}_m \quad \mathbf{u}_m]^T\tag{b.26}$$

である. 制御対象は適応 SDC によってシステムは ASPR 化され, 以下のようなシステムになる.

$$\begin{aligned}\dot{\mathbf{x}} &= \mathbf{A}\mathbf{x} + \mathbf{B}\mathbf{u}' \\ \mathbf{y} &= \mathbf{C}\mathbf{x}\end{aligned}\tag{b.27}$$

設計した制御器を状態方程式に代入すると以下のようになる.

$$\begin{aligned}\dot{\mathbf{x}} &= \mathbf{A}'\mathbf{x} + \mathbf{B}'\boldsymbol{\xi}\mathbf{u}' \\ &= \mathbf{A}'\mathbf{x} + \mathbf{B}'(\Delta\boldsymbol{\xi} + \boldsymbol{\xi}^*)\mathbf{u}' \\ &= \mathbf{A}'\mathbf{x} + \mathbf{B}'\Delta\boldsymbol{\xi}\mathbf{u}' + \mathbf{B}'\boldsymbol{\xi}^*\mathbf{u}' \\ &= (\mathbf{A}'\mathbf{x} + \mathbf{B}'\boldsymbol{\xi}^*\mathbf{u}') + \mathbf{B}'\Delta\boldsymbol{\xi}\mathbf{u}' \\ &= \mathbf{A}\mathbf{x} + \mathbf{B}\mathbf{u}' + \mathbf{B}'\Delta\boldsymbol{\xi}\mathbf{u}'\end{aligned}\tag{b.28}$$

CGT より

$$\begin{bmatrix} \mathbf{x}^* \\ \mathbf{u}^* \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{S}_{11} & \mathbf{S}_{12} \\ \mathbf{S}_{21} & \mathbf{S}_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{x}_m \\ \mathbf{u}_m \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \boldsymbol{\Omega}_{11} \\ \boldsymbol{\Omega}_{21} \end{bmatrix} \mathbf{v}\tag{b.29}$$

であるから

$$\begin{aligned}\mathbf{x}^* &= \mathbf{S}_{11}\mathbf{x}_m + \mathbf{S}_{12}\mathbf{u}_m + \boldsymbol{\Omega}_{11}\mathbf{v} \\ \mathbf{u}^* &= \mathbf{S}_{21}\mathbf{x}_m + \mathbf{S}_{22}\mathbf{u}_m + \boldsymbol{\Omega}_{21}\mathbf{v}\end{aligned}\tag{b.30}$$

となる. また, この制御入力 \mathbf{u}^* は目標値に制御対象を完全追従させるため次式が成立する.

$$\begin{aligned}\dot{\mathbf{x}}^* &= \mathbf{A}\mathbf{x}^* + \mathbf{B}\mathbf{u}^* \\ \mathbf{y}^* &= \mathbf{C}\mathbf{x}^*\end{aligned}\tag{b.31}$$

このとき, 誤差方程式は以下のようになる.

$$\begin{aligned}
\dot{\mathbf{e}}_x &= \dot{\mathbf{x}} - \dot{\mathbf{x}}^* \\
&= \mathbf{A}\mathbf{x} + \mathbf{B}\mathbf{u}' + \mathbf{B}'\Delta\xi\mathbf{u}' - (\mathbf{A}\mathbf{x}^* + \mathbf{B}\mathbf{u}^*) \\
&= \mathbf{A}(\mathbf{x} - \mathbf{x}^*) + \mathbf{B}(\mathbf{u}' - \mathbf{u}^*) + \mathbf{B}'\Delta\xi\mathbf{u}' \\
&= \mathbf{A}\mathbf{e}_x + \mathbf{B}\{\mathbf{K}\mathbf{z} - (\mathbf{S}_{21}\mathbf{x}_m + \mathbf{S}_{22}\mathbf{u}_m + \boldsymbol{\Omega}_{21}\mathbf{v})\} + \mathbf{B}'\Delta\xi\mathbf{u}' \\
&= \mathbf{A}\mathbf{e}_x + \mathbf{B}\{(\Delta\mathbf{K} + \mathbf{K}^*)\mathbf{z} - (\mathbf{S}_{21}\mathbf{x}_m + \mathbf{S}_{22}\mathbf{u}_m + \boldsymbol{\Omega}_{21}\mathbf{v})\} + \mathbf{B}'\Delta\xi\mathbf{u}' \\
&= \mathbf{A}\mathbf{e}_x + \mathbf{B}\Delta\mathbf{K}\mathbf{z} + \mathbf{B}\{\mathbf{k}^*\mathbf{e} + \mathbf{S}_{21}\mathbf{x}_m + \mathbf{S}_{22}\mathbf{u}_m - (\mathbf{S}_{21}\mathbf{x}_m + \mathbf{S}_{22}\mathbf{u}_m + \boldsymbol{\Omega}_{21}\mathbf{v})\} \\
&\quad + \mathbf{B}'\Delta\xi\mathbf{u}' \\
&= \mathbf{A}\mathbf{e}_x + \mathbf{B}\Delta\mathbf{K}\mathbf{z} + \mathbf{B}(\mathbf{k}^*\mathbf{C}\mathbf{e}_x - \boldsymbol{\Omega}_{21}\mathbf{v}) + \mathbf{B}'\Delta\xi\mathbf{u}' \\
&= (\mathbf{A} + \mathbf{B}\mathbf{k}^*\mathbf{C})\mathbf{e}_x + \mathbf{B}(\Delta\mathbf{K}\mathbf{z} - \boldsymbol{\Omega}_{21}\mathbf{v}) + \mathbf{B}'\Delta\xi\mathbf{u}' \\
\mathbf{e} &= \mathbf{C}\mathbf{e}_x
\end{aligned} \tag{b.32}$$

ここで、各行列やベクトルの次元は以下のように設定する.

$$\begin{aligned}
\mathbf{x} &\in \mathbb{R}^n, \mathbf{x}^* \in \mathbb{R}^n, \mathbf{x}_m \in \mathbb{R}^n \\
\mathbf{u} &\in \mathbb{R}^m, \mathbf{u}^* \in \mathbb{R}^m, \mathbf{u}_m \in \mathbb{R}^m \\
\mathbf{y} &\in \mathbb{R}^m, \mathbf{y}^* \in \mathbb{R}^m \\
\mathbf{e} &\in \mathbb{R}^m, \mathbf{e}_x \in \mathbb{R}^n \\
\mathbf{z} &\in \mathbb{R}^{(n+2m)} \\
\mathbf{A}' &\in \mathbb{R}^{n \times n}, \mathbf{A} \in \mathbb{R}^{n \times n} \\
\mathbf{B}' &\in \mathbb{R}^{n \times m}, \mathbf{B} \in \mathbb{R}^{n \times m} \\
\mathbf{C} &\in \mathbb{R}^{m \times n} \\
\mathbf{K} &\in \mathbb{R}^{m \times (n+2m)}, \boldsymbol{\Gamma} \in \mathbb{R}^{m \times m} \\
\xi &\in \mathbb{R}^{m \times m}, \boldsymbol{\Lambda} \in \mathbb{R}^{m \times m}
\end{aligned} \tag{b.33}$$

リアプノフ関数を以下のように設計する.

$$V = \mathbf{e}_x^T \mathbf{P} \mathbf{e}_x + tr(\Delta\mathbf{K}^T \boldsymbol{\Gamma} \Delta\mathbf{K}) + tr\left\{\left(\Delta\xi^T \xi^{*T-1}\right)^T \boldsymbol{\Lambda} \Delta\xi^T \xi^{*T-1}\right\} \tag{b.34}$$

これを時間微分すると以下ようになる.

$$\begin{aligned}
\dot{V} &= \dot{\mathbf{e}}_x^T \mathbf{P} \mathbf{e}_x + \mathbf{e}_x^T \mathbf{P} \dot{\mathbf{e}}_x + 2tr(\dot{\mathbf{K}}^T \boldsymbol{\Gamma} \Delta\mathbf{K}) + 2tr\left\{\left(\dot{\xi}^T \xi^{*T-1}\right)^T \boldsymbol{\Lambda} \Delta\xi^T \xi^{*T-1}\right\} \\
\dot{V} &= \{(\mathbf{A} + \mathbf{B}\mathbf{k}^*\mathbf{C})\mathbf{e}_x + \mathbf{B}(\Delta\mathbf{K}\mathbf{z} - \boldsymbol{\Omega}_{21}\mathbf{v}) + \mathbf{B}'\Delta\xi\mathbf{u}'\}^T \mathbf{P} \mathbf{e}_x \\
&\quad + \mathbf{e}_x^T \mathbf{P} \{(\mathbf{A} + \mathbf{B}\mathbf{k}^*\mathbf{C})\mathbf{e}_x + \mathbf{B}(\Delta\mathbf{K}\mathbf{z} - \boldsymbol{\Omega}_{21}\mathbf{v}) + \mathbf{B}'\Delta\xi\mathbf{u}'\} \\
&\quad + 2tr(\dot{\mathbf{K}}^T \boldsymbol{\Gamma} \Delta\mathbf{K}) + 2tr\left\{\left(\dot{\xi}^T \xi^{*T-1}\right)^T \boldsymbol{\Lambda} \Delta\xi^T \xi^{*T-1}\right\} \tag{b.35} \\
\dot{V} &= \mathbf{e}_x^T \{(\mathbf{A} + \mathbf{B}\mathbf{k}^*\mathbf{C})^T \mathbf{P} + \mathbf{P}(\mathbf{A} + \mathbf{B}\mathbf{k}^*\mathbf{C})\} \mathbf{e}_x + (\Delta\mathbf{K}\mathbf{z} - \boldsymbol{\Omega}_{21}\mathbf{v})^T \mathbf{B}^T \mathbf{P} \mathbf{e}_x \\
&\quad + \mathbf{e}_x^T \mathbf{P} \mathbf{B}(\Delta\mathbf{K}\mathbf{z} - \boldsymbol{\Omega}_{21}\mathbf{v}) + (\mathbf{B}'\Delta\xi\mathbf{u}')^T \mathbf{P} \mathbf{e}_x + \mathbf{e}_x^T \mathbf{P} \mathbf{B}'\Delta\xi\mathbf{u}' \\
&\quad + 2tr(\dot{\mathbf{K}}^T \boldsymbol{\Gamma} \Delta\mathbf{K}) + 2tr\left\{\left(\dot{\xi}^T \xi^{*T-1}\right)^T \boldsymbol{\Lambda} \Delta\xi^T \xi^{*T-1}\right\}
\end{aligned}$$

ここで、カルマン・ヤクボビッチの補題

$$\begin{aligned} (\mathbf{A} + \mathbf{B}\mathbf{k}^*\mathbf{C})^T\mathbf{P} + \mathbf{P}(\mathbf{A} + \mathbf{B}\mathbf{k}^*\mathbf{C}) &= -\mathbf{Q} \\ \mathbf{B}^T\mathbf{P} &= \mathbf{C} \end{aligned} \quad (\text{b.36})$$

より

$$\begin{aligned} \dot{V} &= -\mathbf{e}_x^T\mathbf{Q}\mathbf{e}_x + 2(\Delta\mathbf{K}\mathbf{z} - \boldsymbol{\Omega}_{21}\mathbf{v})^T\mathbf{e} + 2(\mathbf{K}\mathbf{z})^T\Delta\xi^T\xi^{*T^{-1}}\xi^{*T}\mathbf{B}'^T\mathbf{P}\mathbf{e}_x \\ &\quad + 2tr(\dot{\mathbf{K}}^T\boldsymbol{\Gamma}\Delta\mathbf{K}) + 2tr\left\{\left(\dot{\xi}^T\xi^{*T^{-1}}\right)^T\boldsymbol{\Lambda}\Delta\xi^T\xi^{*T^{-1}}\right\} \\ &= -\mathbf{e}_x^T\mathbf{Q}\mathbf{e}_x - 2(\boldsymbol{\Omega}_{21}\mathbf{v})^T\mathbf{e} + 2(\Delta\mathbf{K}\mathbf{z})^T\mathbf{e} + 2\mathbf{z}^T\mathbf{K}^T\Delta\xi^T\xi^{*T^{-1}}\mathbf{e} \\ &\quad + 2tr(\dot{\mathbf{K}}^T\boldsymbol{\Gamma}\Delta\mathbf{K}) + 2tr\left\{\left(\dot{\xi}^T\xi^{*T^{-1}}\right)^T\boldsymbol{\Lambda}\Delta\xi^T\xi^{*T^{-1}}\right\} \end{aligned} \quad (\text{b.37})$$

第1項目は負となり、第2項目はCGTより有界性が示されている。したがって、第3、4項目を消去するように \mathbf{K} 、 ξ の適応則を求めればよい。そのために第3、4項目をトレースを使って表現すると以下ようになる。

$$\begin{aligned} \dot{V} &= -\mathbf{e}_x^T\mathbf{Q}\mathbf{e}_x - 2(\boldsymbol{\Omega}_{21}\mathbf{v})^T\mathbf{e} + 2tr(\mathbf{z}\mathbf{e}^T\Delta\mathbf{K}) + 2tr\left(\mathbf{e}\mathbf{z}^T\mathbf{K}^T\Delta\xi^T\xi^{*T^{-1}}\right) \\ &\quad + 2tr(\dot{\mathbf{K}}^T\boldsymbol{\Gamma}\Delta\mathbf{K}) + 2tr\left\{\left(\dot{\xi}^T\xi^{*T^{-1}}\right)^T\boldsymbol{\Lambda}\Delta\xi^T\xi^{*T^{-1}}\right\} \end{aligned} \quad (\text{b.38})$$

ここで、

$$\begin{aligned} \mathbf{z}\mathbf{e}^T\Delta\mathbf{K} + \dot{\mathbf{K}}^T\boldsymbol{\Gamma}\Delta\mathbf{K} &= \mathbf{0} \\ \mathbf{e}\mathbf{z}^T\mathbf{K}^T\Delta\xi^T\xi^{*T^{-1}} + \xi^{*-1}\dot{\xi}\boldsymbol{\Lambda}\Delta\xi^T\xi^{*T^{-1}} &= \mathbf{0} \end{aligned} \quad (\text{b.39})$$

が成り立つにはそれぞれを以下のように設計する必要がある。

$$\begin{aligned} \dot{\mathbf{K}} &= -(\boldsymbol{\Gamma}^{-1})^T\mathbf{e}\mathbf{z}^T \\ \xi^{*-1}\dot{\xi} &= -\mathbf{e}\mathbf{z}^T\mathbf{K}^T\boldsymbol{\Lambda}^{-1} \end{aligned} \quad (\text{b.40})$$

ここで、 ξ^* は未知であるから適応則に用いることができない。そこで、以下のようにする。

$$\begin{aligned} (\xi - \Delta\xi)^{-1}\dot{\xi} &= -\mathbf{e}\mathbf{z}^T\mathbf{K}^T\boldsymbol{\Lambda}^{-1} \\ \dot{\xi} &= -(\xi - \Delta\xi)\mathbf{e}\mathbf{z}^T\mathbf{K}^T\boldsymbol{\Lambda}^{-1} \\ &= -\xi\mathbf{e}\mathbf{z}^T\mathbf{K}^T\boldsymbol{\Lambda}^{-1} + \Delta\xi\mathbf{e}\mathbf{z}^T\mathbf{K}^T\boldsymbol{\Lambda}^{-1} \end{aligned} \quad (\text{b.41})$$

$\dot{\xi}$ が右辺以下の値であればこの項は負の値となる。つまり

$$\dot{\xi} \leq -\xi\mathbf{e}\mathbf{z}^T\mathbf{K}^T\boldsymbol{\Lambda}^{-1} + \Delta\xi\mathbf{e}\mathbf{z}^T\mathbf{K}^T\boldsymbol{\Lambda}^{-1} \quad (\text{b.42})$$

が成り立てば良い。ここで、

$$\begin{aligned} \Delta\xi &\geq \mathbf{0} \\ \xi &\geq \xi^* \end{aligned} \quad (\text{b.43})$$

と仮定すると

$$\begin{aligned} \dot{\xi} &= -\xi\mathbf{e}\mathbf{z}^T\mathbf{K}^T\boldsymbol{\Lambda}^{-1} \\ &= -\xi\mathbf{e}\mathbf{u}'^T\boldsymbol{\Lambda}^{-1} \end{aligned} \quad (\text{b.44})$$

とすることで不等式が成り立つ。ここで、適応則にある $\boldsymbol{\Gamma}^{-1}$ や $\boldsymbol{\Lambda}^{-1}$ の計算をする必要はなく、逆行列も含めてパラメータの設定をすれば良い。上記で設計した適応則を用いて数値シミュ

シミュレーションを行い、有効性の検証を行う。

補遺b-2-1. Boeing 747 に適用

先ほどの数値シミュレーションと同様に Boeing 747 のエレベータとスロットルを用いて並進速度とピッチ角を制御する。数値シミュレーションの結果、以下ようになった。

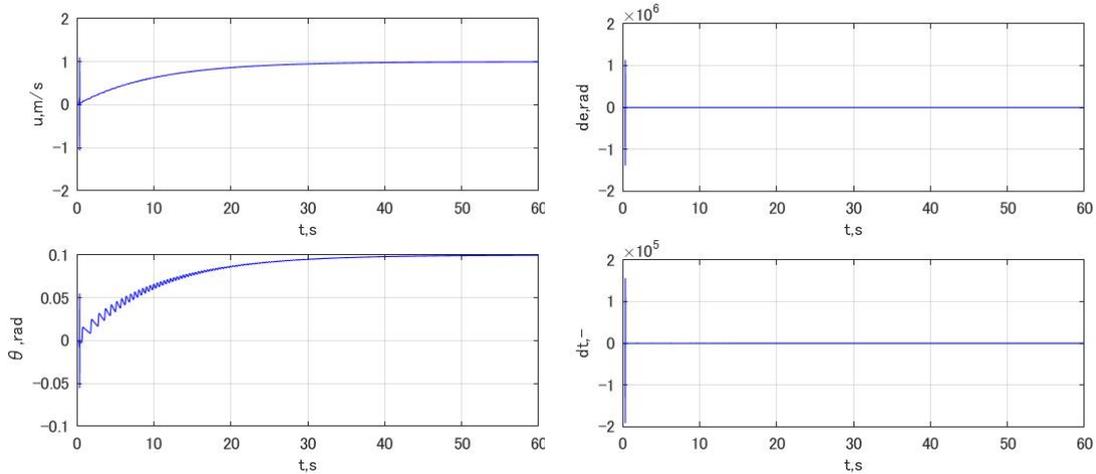


Fig. b. 7 Control for longitudinal motion of Boeing 747

上図より、目標値追従はできたが、やはり制御入力は過大となっていることが確認できる。

補遺b-2-2. SAVANNA (小型固定翼航空機) に適用

続いて、小型固定翼航空機に適用した結果、以下ようになった。

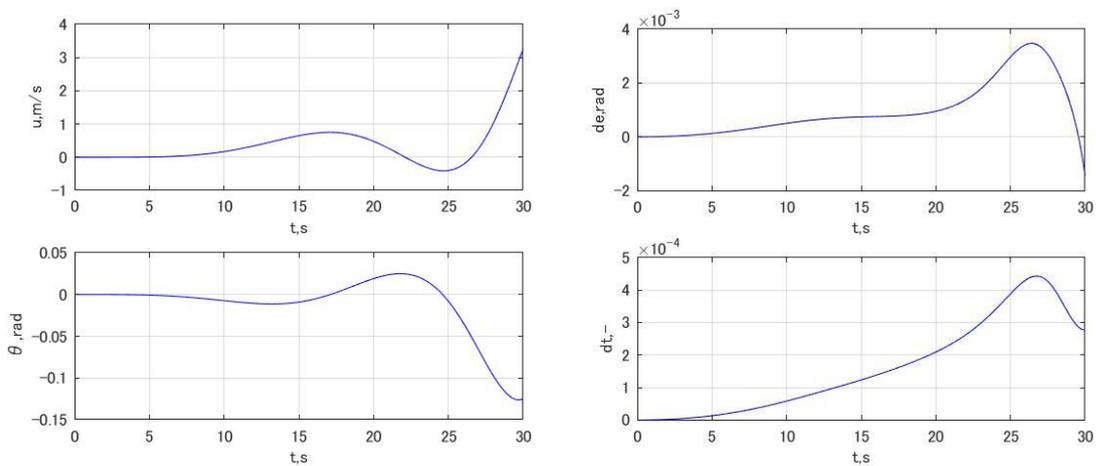


Fig. b. 8 Control for longitudinal motion of small fixed-wing UAV

先ほどと同様、状態量が発散した。MIMO システムを対象として安定解析を行ったにもかかわらず、制御目標が達成できていないことから、上記で示したリアプノフの安定解析に間違いがあるのだと考えられる。

補遺b-3. 安定解析の問題点

安定解析を見返すと、式(b.43)で $\xi \geq \xi^*$ と仮定している。リアプノフの安定定理を用いるうえで、このような仮定をするとその仮定を満たさないときは安定性を保証できなくなる。

そのため、数値シミュレーション結果のように安定化することができなかつたのだと考えられる。

また、このような仮定は SISO の安定解析でも行っている。式(b.18)において $\alpha \geq \alpha^*$ という仮定をして安定解析を行っている。そのため、SISO の安定解析から見直す必要がある。上記のように安定解析をリアプノフの安定定理を用いて行う場合、正負を仮定するような場合分けを用いるの誤りである。

参考文献

- [1.1.1] 国土交通省, “令和 3 年版交通政策白書,” 国土交通省, 2022, pp.34-38.
- [1.1.2] 杉山雄規, “交通流の物理,” 日本流体力学学会, ながれ, 第 22 巻, 第 2 号, 2003, pp.95-108.
- [1.1.3] 内閣官房, “小型無人機の利活用と技術開発のロードマップ,” 首相官邸, 2016.
- [1.1.4] 内閣官房, “空の産業革命に向けたロードマップ 2019,” 首相官邸, 2019.
- [1.1.5] 内閣官房, “空の産業革命に向けたロードマップ 2020,” 首相官邸, 2020.
- [1.1.6] 内閣官房, “空の産業革命に向けたロードマップ 2021,” 首相官邸, 2021.
- [1.1.7] 内閣官房, “空の産業革命に向けたロードマップ 2022,” 首相官邸, 2022.

- [1.2.1] 寺嶋一彦, “システム制御理論の最近の動向と展望,” 鑄造工学, 第 72 巻, 第 1 号, 2000, pp.47-56.
- [1.2.2] 足立修一, “システム同定の基礎,” 東京電機大学出版局, 2009.
- [1.2.3] 柏木潤, 灘吉一隆, “M 系列信号を用いる 2 次系の動特性測定,” 計測自動制御学会論文集, 第 7 巻, 第 3 号, 1971 年, pp. 205-210.
- [1.2.4] 小柳孝巳, 愛田一雄, 河田祥志, 泉久信, “m 系列信号を用いる同定の雑音対策,” 計測自動制御学会論文集, 第 12 巻, 第 5 号, 1976 年, pp. 524-529.
- [1.2.5] 木村英紀, “ロバスト制御,” 計測と制御, vol. 22, No. 1, 1983 年, pp. 50-52.
- [1.2.6] 野波健蔵, 西村秀和, 平田光男, “MATLAB による制御系設計,” 東京電機大学出版局, 1998.

- [1.3.1] 近藤文治, “適応制御の最近の動向,” 計測と制御, 第 5 巻, 第 1 号, 1966 年, pp. 12-25.
- [1.3.2] 市川邦彦, “適応制御理論の歴史と現状,” 計測と制御, Vol. 23, No. 5, 1984 年, pp. 19-22.
- [1.3.3] Traner, E., Mehmet, A, A and Metin, U, S., "Model Reference Adaptive Control Design For Helicopters Using Gain Scheduled Reference Models," International Carpathian Control Conference, 17th, 2016 年, pp. 182-187.
- [1.3.4] Patrick, C, P., "Lyapunov Redesign of Model Reference Adaptive Control Systems," IEEE Transaction on Automatic Control, Vol. AC-11, No. 8, 1966 年, pp. 362-367.
- [1.3.5] Li, S., "Helicopter Hovering Control Design based on Model Reference Adaptive Method," Information Technology, Networking, Electronic and Automation Control Conference, 3rd, 2019 年, pp. 1621-1624.
- [1.3.6] Adamu, A., Sirin, A., "Adaptive Cruise Control: A Model Reference Adaptive

- Control Approach," International Conference on System Theory, Control and Computing (ICSTCC), 2020 年, pp. 904-908.
- [1.3.7] Xinfjian, W., Shaoping, W., et al., "Adaptive Fuzzy Robust Control of a Class of Nonlinear Systems via Small Gain Theorem," International Conference on Industrial Informatics, 10th, 2012 年, pp. 182-187.
- [1.3.8] Rui, D., Ran, J., Wusheng, C., "Adaptive Robust Control for Quad-rotor based on a Compound Control Method," Chinese Control Conference, 35th, 2017 年, pp. 4887-4893.
- [1.3.9] Dumitru, P., Lavinius, G., et al., "A New Strategy for Adaptive-Robust Control System Design," International Conference on Engineering of Modern Electric Systems (EMES), 14th, 2017 年, pp. 204-207.
- [1.3.10] Wanming, Y., Defu, L. and Tao, S., "Adaptive Control for UAV Close Formation Flight against Disturbances," International Conference on Robotics and Automation Engineering, 3rd, 2018 年, pp. 196-201.
- [1.3.11] Wang, S., Zhang, X., et al., "Adaptive Backstepping PID Control for Boiler-turbine Units," Chinese Control Conference, 40th, 2021 年, pp. 409-413.
- [1.3.12] A, S, Holtsov., R, M, Farhadi., et al., " Comparison of the UAV Adaptive Ccontrol with the Robust Control based on Mu-synthesis," International Conference on Methods and Systems of Navigation and Motion Control (MSNMC), 4th, 2016 年, pp. 18-21.
- [1.4.1] Avraham, S. and Martin, C., "Output Feedback Stabilization of Uncertain Dynamical Systems," IEEE Transaction on Automatic Control, Vol. AC-30, No. 10, 1985 年, pp. 1025-1027.
- [1.4.2] Zheb, E., "A Sufficient Condition for Output Feedback Stabilization of Uncertain Systems," IEEE Transactions on Automatic Control, vol. AC-31, No. 11, 1986 年, pp. 1055-1057.
- [1.4.3] 水元郁朗, 岩井善太, "単純適応制御 (SAC) の最近の動向," 計測と制御, 第 40 巻, 第 10 号, 2001 年, pp. 723-728.
- [1.4.4] Izhak, B, K., "Extensions of a Simplified Continuous-Time Multivariable Adaptive Control Algorithm," American Control Conference, TP3-3:15, 1986 年, pp. 1081-1086.
- [1.5.1] 井上公, 藤田耕史, 砂子宗次朗, "ヒマラヤ氷河研究における固定翼無人機のポテンシャル," 氷河研究大会, B1-5, 2016, p. 15.
- [1.6.1] 上羽正純, 高橋康平, 鎌田智寛, "固定翼 UAV の離陸から着陸までの完全自立制御飛行実験," 自動制御連合講演会, 第 60 回, SuI2-4, 2017.

- [1.6.2] Bing, Y., Chengfu, W., “Research on Taxi Modeling and Taking-off Control for UAV,” International Symposium in Computational Intelligence and Design, 7th, 2014, pp. 108-111.
- [1.6.3] 岩田拓也, “固定翼系ロボティクス,” 日本ロボット学会誌, Vol. 34, No. 1, 2016, pp. 6-9.
- [1.6.4] Shi-Ichiro, H., Masahiko, H., et al, “ A Baloon-Assisted Gliding UAV for Aersol Observation in Antarctica,” Trans. JSASS Aerospace Tech, Vol. 12, No. APISAT-2013, 2014, pp. a35-a41.
- [1.6.5] 宮園晃暉, 中間洸太, 他, “フラットスピンをを用いた小型固定翼無人機の定点垂直着陸法の基礎研究,” 航空宇宙技術, 第 19 卷, 2020, pp. 131-140.
- [1.6.6] Khan, S., Tiasha, M., and Barman, S., “Auto Landing Sequence for an Unmanned Aerial Vehicle at a Fixed Point”, 2017 International Conference on Electrical, Computer and Communication Engineering, 2017, pp. 175-180.
- [1.6.7] Liu, X., Zhang, M., Cao, Z., and Xu, D., “Vision based emergency landing field auto-selecting method for fixed-wing UAVs”, 2016 IEEE International Conference on Robotics and Biomimetics , 2016, pp. 2045-2050.
- [1.6.8] Salfi, M., Ahsun, U., and Bhatti, H., “Lateral and Longitudinal Guidance and Control Design of a UAV in Auto Landing Phase,” 6th International Bhurban Conference on Applied Science & Technology, 2009, pp.162-168.
- [1.6.9] Turkey, A., “Comparison of Classical and Modern Landing Control System for a Small Unmanned Aerial Vehicle,” 2014 International Conference on Computer, Informatics and Its Applications, 2014, pp.187-192.
- [1.6.10] Juliano, A., de Bonfm, G., and Ulisses, P, S., “Automatic Landing of a UAV using Model Predictive Control for the surveillance of Internal Autopilot’s Controls,” 2014 International Conference on Unmanned Aircraft System, 2014, pp. 1219-1224.
- [1.6.11] Siri, H, M., Thor, I, F., and Tor, A, J., “Non-linear Model Predictive Control for Guidance of a Fixed-Wing UAV in Precision Deep Stall Landing,” 2015 International Conference on Unmanned Aircraft System, 2015, pp. 356-365.
- [1.6.12] Fox, D., Burgard, W., and Thrum, S., “Controlling Synchro-drive Robots with the Dynamic Window Approach to Collision Avoidance,” 1996 International Conference on Intelligent Robots and System, 1996, pp.1280-1287.
- [1.6.13] Fox, D., Burgard, W., Thrum, S., and Cremers, A. B., “A Hybrid Collision Avoidance Method for Mobile Robots,” 1998 International Conference on Robotics & Automation, 1998, pp.1238-1243.
- [1.6.14] Rebai, K., Azouaoui, O., Benmami, M., and Larabi, A., “Car-like robot navigation at high speed,” 2007 International Conference on Robotics and Biomimetics, 2007,

pp.2053-2057.

- [2.1.1] 下村政嗣, 生物の多様性に学ぶ新世代バイオミメティクス, 日本画像学会誌, 第53巻, 第3号, 2014年, pp. 192-198.
- [2.1.2] 鈴木隆, 正実性と適応制御, 計測と制御, 第34巻, 第11号, 1995年
- [2.2.1] 岩井善太, 水本郁朗, 大塚弘文, 単純適応制御 SAC, 第1版, 森北出版, 2008年.
- [2.3.1] Zenta, I., Ikuro, M and Yuichi, N., "Multivariable Stable PID Controller Design with Parallel Feedforward Compensator," SICE-ICASE International Joint Conference, 2006, pp. 3246-3251.
- [2.4.1] 川部伸之, 佐野雅人, 水本郁朗, 最小位相系に対する適応 PFC を用いた適応出力フィードバック制御, 自動制御連合講演会, 第59回, 2016, pp. 1371-1374.
- [2.4.2] 高木太郎, 藤田健汰, 水本郁朗, SAC と適応 PFC を用いた適応制御系のツイロータヘリコプタに対する一構成法とその検証, システム制御情報学会論文誌, Vol. 30, No. 10, 2017, pp. 379-385.
- [2.4.3] Seiya, F., Satoshi, U. and Ikuro, M., "Adaptive Output Feedback Control and Adaptive Design of Statical PFC for Discrete-Time MIMO systems," Asian Control Conference (ASCC), 12th, 2019, pp. 643-648.
- [2.4.4] 赤池宏太,水本郁朗, 不安定なシステムに対する適応 PFC 設計手法, 自動制御連合講演会, 第63回, 2020, pp. 444-449.
- [2.4.5] Ikuro, M., Nobuyuki, K., Masato, S., "ASPR based Adaptive Output Tracking Control System Design with an Adaptive PFC for Minimum-Phase Systems," 2016 International Conference on Advanced Mechatronic Systems, 2016, pp. 224-229.
- [3.2.1] 川部伸之, 佐野雅人, 水元郁郎, "最小位相系に対する適応 PFC を用いた適応出力フィードバック制御," 第59回自動制御連合講演会, 2016, pp. 1371-1374.
- [4.1.1] McLean, D., *Automatic Flight Control Systems*, 2nd ed., Prentice Hall, Upper Saddle River, 1990, Chaps. 11 and 10.
- [4.1.2] Nagao, Y., and Uchiyama, K., "Formation Flight of Fixed-wing UAVs Using Artificial Potential Field", ICAS, 2014, 0703.
- [4.1.3] Nakai, K., and Uchiyama, K., "Vector Fields for UAV Guidance Using Potential Function Method", AIAA Guidance, Navigation, and Control Conference, AIAA-2013-4626, 2013
- [4.1.4] Katakura, Y., and Uchiyama, K., "Path Design for Automatic Landing of a Small Fixed-Wing UAV Using Potential Field," 2016 Asia-Pacific International Symposium on Aerospace Technology.

- [4.2.1] Fox, D., Burgard, W., and Thrum, S., “Controlling Synchro-drive Robots with the Dynamic Window Approach to Collision Avoidance,” 1996 International Conference on Intelligent Robots and System, 1996, pp.1280-1287.
- [5.2.1] 日本航空宇宙学会, 航空宇宙工学便覧, 第3版., 丸善出版., 2005, pp. 359-360.
- [付録A.1] 嶋田有三, 佐々修一, 飛行力学, 第1版., 森北出版., 2017.
- [付録A.2] 加藤寛一郎, 航空機力学入門, 第何版., 東京大学出版会., 1982.
- [補遺A.1] 環境省, “令和3年版環境白書・循環型社会白書・生物多様性白書,” 環境省, 2021, pp.32-34.
- [補遺A.2] 環境省, “令和4年版環境白書・循環型社会白書・生物多様性白書,” 2022, p.9.
- [補遺A.3] 資源エネルギー庁, “令和2年度(2020年度)総合エネルギー統計確報,” 資源エネルギー庁, 2022.
- [補遺A.4] 内閣官房, 経済産業省, 内閣府, “2050年カーボンニュートラルに伴うグリーン成長戦略,” 内閣官房, 2021.
- [補遺A.5] 警察庁交通局, “令和3年における交通事故の発生状況等について,” 警察庁, 2022.
- [補遺A.6] 国土交通省自動車局, “自動運転車の安全技術ガイドライン,” 2018, p.2.