

数值材料試験による繊維強化熱可塑性樹脂の
非線形材料挙動の予測

染 宮 聖 人

目次

第1章 序論.....	11
1.1 社会問題における複合材料の役割.....	11
1.1.1 高分子基複合材料の機械的特性.....	11
1.1.2 高分子基複合材料の環境問題への取り組み.....	12
1.2 繊維強化熱可塑性プラスチックの構造設計の問題点.....	16
1.2.1 一方向繊維強化熱可塑性プラスチックの構造設計の問題点.....	17
1.2.2 数値材料試験による複合材料の構造設計とマルチスケール解析.....	18
1.3 繊維強化熱可塑性プラスチックの非線形材料挙動.....	20
1.3.1 熱可塑性樹脂の非線形材料挙動に関する先行研究.....	20
1.3.2 UD-FRTP の非線形材料挙動に関する先行研究.....	21
1.4 本研究の目的.....	23
1.5 本論文の構成.....	25
1.6 参考文献.....	26
第2章 均質化法に基づく数値材料試験.....	31
2.1 はじめに.....	31
2.2 線形問題に対するマルチスケール解析の境界値問題.....	31
2.2.1 非均質体の静的つり合い問題における支配方程式.....	31
2.2.2 微小変形における2変数境界値問題.....	32
2.2.3 代表体積要素と等価均質体.....	35
2.3 数値材料試験.....	38
2.3.1 マクロ物性の算出.....	38
2.3.2 多点拘束条件式.....	39
2.3.3 全体剛性方程式の組み立てと縮約.....	41
2.4 非線形有限要素法による数値材料試験.....	50
2.4.1 非線形問題に対するマルチスケール境界値問題.....	50
2.5 まとめ.....	51
2.6 参考文献.....	52
第3章 熱可塑性樹脂の非線形材料挙動の予測.....	53
3.1 はじめに.....	53
3.2 熱可塑性樹脂の非線形材料挙動の特徴.....	54

3.3 等方性粘弾性・粘塑性・損傷複合構成則の定式化.....	56
3.3.1 粘弾性構成則の定式化.....	56
3.3.2 粘塑性特性と粘塑性構成則の定式化.....	59
3.3.3 損傷特性と損傷構成則の定式化.....	61
3.3.4 等方性粘弾性・粘塑性・損傷複合構成則の構築.....	61
3.4 熱可塑性樹脂の混合型同定手法.....	65
3.4.1 高分子材料の粘弾性特性の測定方法.....	65
3.4.2 熱可塑性樹脂の混合型同定手法.....	65
3.5 熱可塑性樹脂の DMA と粘弾性特性の取得.....	68
3.5.1 DMA 測定で取得する粘弾性特性.....	68
3.5.2 DMA の供試体.....	69
3.5.3 DMA の試験方法.....	69
3.5.4 DMA の試験結果とマスターカーブの作成.....	70
3.6 粘弾性パラメータの同定方法と同定結果.....	80
3.6.1 最適化問題と最適化手法.....	80
3.6.2 差分進化法の最適化アルゴリズム.....	80
3.6.3 粘弾性パラメータの評価関数.....	81
3.6.4 一般化 Maxwell 要素の材料パラメータの同定結果.....	82
3.7 単軸繰り返し負荷-除荷試験.....	89
3.7.1 供試体と成形方法.....	89
3.7.2 単軸繰り返し負荷-除荷試験の試験概要.....	89
3.7.3 単軸繰り返し負荷-除荷試験の結果.....	90
3.7.4 混合型同定手法による熱可塑性樹脂のパラメータ同定の結果.....	90
3.8 まとめ.....	104
3.9 参考文献.....	105
第4章 繊維強化熱可塑性樹脂の非線形材料挙動の予測	107
4.1 はじめに.....	107
4.2 異方性粘弾性・粘塑性・損傷複合モデルの定式化.....	108
4.2.1 直交異方性弾性構成則の定式化.....	108
4.2.2 異方性損傷構成則の定式化.....	109
4.2.3 異方性粘塑性構成則の定式化.....	110
4.2.4 異方性粘弾性・粘塑性・損傷複合構成則の構築.....	112

4.3	数値材料試験の解析条件と計算結果.....	114
4.3.1	数値材料試験のユニットセルモデル.....	114
4.3.2	ユニットセルモデルの材料パラメータおよび解析条件.....	115
4.3.3	数値材料試験による UD-CFRTP の非線形材料挙動の計算結果.....	116
4.4	マクロ構成則の材料パラメータの同定.....	125
4.4.1	異方性粘弾性パラメータの同定.....	125
4.4.2	異方性粘弾性構成則の定式化.....	127
4.4.3	パラメータ同定の評価関数.....	128
4.4.4	異方性粘弾性・粘塑性・損傷複合構成則の材料パラメータの同定結果	129
4.5	Off-axis 方向の実材料試験と数値計算の結果.....	142
4.5.1	Off-axis 試験片のタブ角度の計算.....	142
4.5.2	Off-axis 方向における非線形材料挙動の比較.....	143
4.6	種々の温度とひずみ速度における非線形材料挙動の予測.....	147
4.6.1	温度とひずみ速度を変化させた数値材料試験の実施.....	147
4.6.2	温度とひずみ速度を考慮した異方性粘弾性・粘塑性・損傷複合構成則 のパラメータ同定の結果.....	148
4.7	まとめ.....	157
4.8	参考文献.....	158
第5章	本研究の結論と今後の展望.....	160
5.1	本研究の成果.....	160
5.2	今後の課題と展望.....	161
補遺 A	マスターカーブの自動作成手法.....	163

表 目 次

Table 1.1	Types and characteristics of the fibers.
Table 1.2	Types and characteristics of the resins.
Table 1.3	Positioning of this study on nonlinear material behavior of thermoplastics.
Table 1.4	Positioning of this study on nonlinear material behavior of FRTP.
Table 2.1	Node coordinate value list.
Table 2.2	Element list.
Table 3.1	Molding conditions.
Table 3.2	Test condition of DMA.
Table 3.3	Elastic modulus, relative elastic modulus and relaxation time of each Maxwell element obtained by curve fitting analysis for storage modulus, loss modulus and loss tangent of polycarbonate resin.
Table 3.4	Elastic modulus, relative elastic modulus and relaxation time of each Maxwell element obtained by curve fitting analysis for storage modulus, loss modulus and loss tangent of acrylic resin.
Table 3.5	Elastic modulus, relative elastic modulus and relaxation time of each Maxwell element obtained by curve fitting analysis for storage modulus, loss modulus and loss tangent of thermoplastic epoxy resin.
Table 3.6	Values of the evaluation function: case in which the time-temperature shift factor is modified by the uniaxial cyclic loading-unloading test and the case in which the time-temperature shift factor is identified only by DMA.
Table 3.7	Identified material properties of polycarbonate resin.
Table 3.8	Identified material properties of acrylic resin.
Table 3.9	Identified material properties of thermoplastic epoxy resin.
Table 4.1	Material properties of carbon fiber.
Table 4.2	Viscoelastic parameters for thermoplastic epoxy resin.
Table 4.3	Identified parameters for thermoplastic epoxy resin.
Table 4.4	Macro-scale strain patterns for vertical and shear directions.
Table 4.5	Macro-scale strain patterns for off-axis direction.
Table 4.6	Macroscopic elastic constants by NMT.
Table 4.7	Identified parameters of Maxwell model.
Table 4.8	Identified parameters using the 6-Dir.-NMT results.
Table 4.9	Identified parameters using the 7-Dir.-NMT results.
Table 4.10	Identified parameters using the 4-Dir.-NMT results at 40°C.
Table 4.11	Identified parameters using the 4-Dir.-NMT results at 50°C.
Table 4.12	Identified parameters using the 4-Dir.-NMT results at 60°C.

图 目 次

- Fig. 1.1 Molecular chain orientation of polymer materials.
- Fig. 1.2 Specific strength and specific modulus of each material.
- Fig. 2.1 Non-homogeneous material with periodic microstructure.
- Fig. 2.2 Periodic microstructure and homogeneous body.
- Fig. 2.3 Relationship between nodes and control nodes in FE model of 2-D unit cell.
- Fig. 2.4 Finite element model for 2D numerical material testing.
- Fig. 3.1 Material behavior of thermo-setting resin.
- Fig. 3.2 Material behavior of thermoplastic resin.
- Fig. 3.3 Relationship between stress and strain of elasticity and viscosity.
- Fig. 3.4 Elastic spring and viscous dashpot.
- Fig. 3.5 Viscoelastic constitutive model.
- Fig. 3.6 Strain rate dependency.
- Fig. 3.7 Viscoelastic-viscoplastic-damage combined constitutive model.
- Fig. 3.8 Flowchart for hybrid parameter identification method.
- Fig. 3.9 Specimen configuration and immobilization condition of DMA.
- Fig. 3.10 Equipment of viscoelasticity measurement.
- Fig. 3.11 DMA curves for polycarbonate resin.
- Fig. 3.12 DMA curves for acrylic resin.
- Fig. 3.13 DMA curves for thermoplastic epoxy resin.
- Fig. 3.14 Master curves for polycarbonate resin.
- Fig. 3.15 Master curves for acrylic resin.
- Fig. 3.16 Master curves for thermoplastic epoxy.
- Fig. 3.17 Time-temperature superposition principle for polycarbonate resin.
- Fig. 3.18 Time-temperature superposition principle for acrylic resin.
- Fig. 3.19 Time-temperature superposition principle for thermoplastic epoxy resin.
- Fig. 3.20 Master curves for polycarbonate resin using identified Arrhenius shift factor along with curve fitted results.
- Fig. 3.21 Master curves for acrylic resin using identified Arrhenius shift factor along with curve fitted results.
- Fig. 3.22 Master curves for thermoplastic epoxy resin using identified Arrhenius shift factor along with curve fitted results.
- Fig. 3.23 Stress-strain curves of uniaxial cyclic loading-unloading tests for polycarbonate resin at 20°C.
- Fig. 3.24 Stress-strain curves of uniaxial cyclic loading-unloading tests for polycarbonate resin at 40°C.
- Fig. 3.25 Stress-strain curves of uniaxial cyclic loading-unloading tests for polycarbonate resin at 60°C.
- Fig. 3.26 Stress-strain curves of uniaxial cyclic loading-unloading tests for acrylic resin at 20°C.
- Fig. 3.27 Stress-strain curves of uniaxial cyclic loading-unloading tests for acrylic resin at 40°C.

- Fig. 3.28 Stress-strain curves of uniaxial cyclic loading-unloading tests for acrylic resin at 60°C.
- Fig. 3.29 Stress-strain curves of uniaxial cyclic loading-unloading tests for thermoplastic epoxy resin at 20°C.
- Fig. 3.30 Stress-strain curves of uniaxial cyclic loading-unloading tests for thermoplastic epoxy resin at 40°C.
- Fig. 3.31 Stress-strain curves of uniaxial cyclic loading-unloading tests for thermoplastic epoxy resin at 60°C.
- Fig. 3.32 Shift factors identified by uniaxial cyclic loading-unloading test and by DMA for the polycarbonate resin.
- Fig. 3.33 Shift factors identified by uniaxial cyclic loading-unloading test and by DMA for the acrylic resin.
- Fig. 3.34 Shift factors identified by uniaxial cyclic loading-unloading test and by DMA for the thermoplastic epoxy resin.
- Fig. 3.35 Stress-strain curves of uniaxial cyclic loading-unloading tests for polycarbonate resin at 20°C.
- Fig. 3.36 Stress-strain curves of uniaxial cyclic loading-unloading tests for polycarbonate resin at 40°C.
- Fig. 3.37 Stress-strain curves of uniaxial cyclic loading-unloading tests for polycarbonate resin at 60°C.
- Fig. 3.38 Stress-strain curves of uniaxial cyclic loading-unloading tests for acrylic resin at 20°C.
- Fig. 3.39 Stress-strain curves of uniaxial cyclic loading-unloading tests for acrylic resin at 40°C.
- Fig. 3.40 Stress-strain curves of uniaxial cyclic loading-unloading tests for acrylic resin at 60°C.
- Fig. 3.41 Stress-strain curves of uniaxial cyclic loading-unloading tests for thermoplastic epoxy resin at 20°C.
- Fig. 3.42 Stress-strain curves of uniaxial cyclic loading-unloading tests for thermoplastic epoxy resin at 40°C.
- Fig. 3.43 Stress-strain curves of uniaxial cyclic loading-unloading tests for thermoplastic epoxy resin at 60°C.
- Fig. 4.1 Anisotropic viscoelastic-viscoplastic-damage combined model.
- Fig. 4.2 Orthotropic material.
- Fig. 4.3 FE model of hexagonal array.
- Fig. 4.4 Magnified figure of FRP cross section.
- Fig. 4.5 Fiber arrangement in the unit cell model.
- Fig. 4.6 Effect of different number of fibers in the unit cell model on macroscopic material behavior.
- Fig. 4.7 Deviations in material behavior when varying the number of fibers in the unit cell model.
- Fig. 4.8 FE model of unit cells with randomly arranged carbon filaments of UD-CFRTP.
- Fig. 4.9 Test and fitting curves of thermoplastic epoxy resin.

- Fig. 4.10 Strain-strain curve obtained by NMTs for x direction.
- Fig. 4.11 Strain-strain curve obtained by NMTs for y (z) direction.
- Fig. 4.12 Strain-strain curve obtained by NMTs for xy (xz) direction.
- Fig. 4.13 Strain-strain curve obtained by NMTs for yz direction.
- Fig. 4.14 Fiber orientation angle of unidirectional FRTP.
- Fig. 4.15 Axial stress-strain curve under off-axis behavior obtained by NMTs.
- Fig. 4.16 Relaxation curve under x direction by numerical relaxation testing.
- Fig. 4.17 Relaxation curve under y direction by numerical relaxation testing.
- Fig. 4.18 Relaxation curve under xy direction by numerical relaxation testing.
- Fig. 4.19 Relaxation curve under yz direction by numerical relaxation testing.
- Fig. 4.20 Strain-strain curves under x direction identified.
- Fig. 4.21 Strain-strain curves under y (z) direction identified.
- Fig. 4.22 Strain-strain curves under xy (xz) direction identified.
- Fig. 4.23 Strain-strain curves under yz direction identified.
- Fig. 4.24 Axial strain-strain curves under 20 degrees behavior identified.
- Fig. 4.25 Axial strain-strain curves under 30 degrees behavior identified.
- Fig. 4.26 Axial strain-strain curves under 45 degrees behavior identified.
- Fig. 4.27 Axial strain-strain curves under 60 degrees behavior identified.
- Fig. 4.28 Error of mean square for identification using the 6-Dir.-NMT results and the 7-Dir.-NMT results.
- Fig. 4.29 Geometry of off-axis specimen with oblique-shaped tab.
- Fig. 4.30 Cross elasticity effect for off-axis specimen.
- Fig. 4.31 Axial stress-strain curves under 25 degrees behavior identified with DE and test data.
- Fig. 4.32 Axial stress-strain curves under 45 degrees behavior identified with DE and test data.
- Fig. 4.33 Axial stress-strain curves under 90 degrees behavior identified with DE and test data.
- Fig. 4.34 Strain-strain curve obtained by NMTs at $2.0 \times 10^{-5} \text{ s}^{-1}$.
- Fig. 4.35 Strain-strain curve obtained by NMTs at $2.0 \times 10^{-4} \text{ s}^{-1}$.
- Fig. 4.36 Strain-strain curves identified with DE and obtained by NMTs at 40°C .
- Fig. 4.37 Strain-strain curves identified with DE and obtained by NMTs at 50°C .
- Fig. 4.38 Strain-strain curves identified with DE and obtained by NMTs at 60°C .

Prediction of Nonlinear Material Behavior of Fiber Reinforced Thermoplastics by Numerical Material Testing

Masato Somemiya

Unidirectional carbon fiber-reinforced thermoplastics (UD-CFRTPs) are known to exhibit anisotropic nonlinear material behavior depending on time, temperature, and strain rate, with this tendency becoming more remarkable as temperature increases. Therefore, it is essential to predict the time-, temperature- and strain rate-dependent nonlinear material behavior in the initial stages of the structural design process for products with UD-CFRTPs. This study proposed a new approach to predicting nonlinear material behavior of thermoplastics and UD-CFRTPs.

Firstly, adopting a viscoelastic-viscoplastic-damage constitutive law to represent the material behavior of thermoplastics, we proposed a hybrid identification method that can determine the material properties of by the combined use of the results of dynamic mechanical analysis and uniaxial cyclic loading-unloading test. From these results, we confirm the effectiveness of the proposed method in reproducing the nonlinear material behavior of three typical thermoplastics: polycarbonate, acrylic resin and thermoplastic epoxy resin. In addition, the identification accuracy is significantly improved by the modification of the time-temperature shift factor, which has been determined by dynamic mechanical analysis, using the results of uniaxial cyclic loading-unloading tests in the low temperature range.

Secondly, we proposed a new approach to predicting anisotropic nonlinear material behavior of UD-CFRTPs including material responses to loading in both on-axis and off-axis directions. The 7-Dir.-NMT that is by adding the 45°-off-axis deformation pattern to the six patterns of on-axis macroscopic deformation that have been commonly adopted in numerical material testing (NMT), we could successfully determine the material parameters of the orthotropic viscoelastic-viscoplastic-damage constitutive law. In addition, the nonlinear macroscopic material behavior represented by the proposed constitutive model with the material parameters identified using the 7-Dir.-NMT results conformed well with the experimental results.

Furthermore, NMT was performed at various temperatures and strain rates, and the material responses obtained from NMT were used to identify the nonlinear material parameters of UD-CFRTP. These research results have enabled us to accurately predict the nonlinear material behavior of UD-CFRTP depending on temperature and strain rate, and provide material properties necessary for structural analysis of UD-CFRTP used in various fields.

要 旨

数値材料試験による繊維強化熱可塑性樹脂の 非線形材料挙動の予測

染宮 聖人

強化繊維と熱硬化性樹脂を組み合わせた繊維強化熱硬化性樹脂（以下、FRP）は優れた比強度・比弾性係数を有することから、軽量化が要求されている航空機や人工衛星などの構造部材に使用されている。また、自動車分野においてもパワーレーンの電動化と車体の軽量化が大きな課題であり、主要構造部材へのFRPの適用が進められている。その一方で、FRPのマトリックスである熱硬化性樹脂は硬化後に三次元架橋構造をとるため、加熱しても再溶解することがない。そのため、FRPの廃棄方法は埋め立て処理かサーマルリサイクルが一般的であり、FRPの環境負荷が高いことが自動車分野への用途拡大に向けた大きな課題となっている。

近年ではこの課題を解決するために、硬化後の分子構造が直鎖状で三次元架橋構造をとらない熱可塑性樹脂をマトリックスとする繊維強化熱可塑性樹脂（以下、FRTP）の研究開発が活発に進められている。熱可塑性樹脂は分子鎖が直鎖状に結合しているため、加熱により再溶解ができ、二次賦型が容易なことや強化繊維とマトリックスである熱可塑性樹脂を分離できるため、リサイクルやリユースが可能である。しかしながら、熱可塑性樹脂は常温でも時間やひずみ速度に依存した非線形な材料応答を示し、その傾向は温度が高くなるほど顕著になる。そのため、マトリックスに熱可塑性樹脂を用いたFRTPは、時間、温度やひずみ速度に依存した異方性の非線形材料挙動を示す。特に、繊維が一方向に引き揃えられた一方向炭素繊維強化熱可塑性樹脂（以下、UD-CFRTP）に対して、繊維軸方向から偏る方向へ荷重が作用する場合には非常に大きな非線形材料挙動を示すため、UD-CFRTPを適用した製品の構造設計の設計初期では、UD-CFRTPの時間、温度やひずみ速度に依存した異方性の非線形材料挙動を精度よく予測することが重要である。

そこで本研究では、FRTPの時間、温度やひずみ速度に依存した異方性の非線形材料挙動を予測するための異方性非線形材料構成則とその材料パラメータの

同定手法を提案する．本提案手法では，はじめに代表的な熱可塑性樹脂を対象として，粘弾性・粘塑性・損傷複合構成則の定式化を行う．次に，熱可塑性樹脂の動的粘弾性試験と複数の温度・ひずみ速度下での単軸繰返し負荷-除荷試験をそれぞれ独立に行い，この2種類の材料試験結果から粘弾性・粘塑性・損傷複合構成則の材料パラメータを同定する．さらに，同定した熱可塑性樹脂の非線形材料パラメータを UD-CFRTP のマイクロ構造をモデル化した有限要素モデル（以下，ユニットセル）に適用して数値解析による材料試験（以下，数値材料試験）を行い，ユニットセルのマクロな応力とひずみの応答を計算する．最終的には，このマクロな応力とひずみの応答から異方性の非線形材料挙動を表現するマクロな材料構成則の材料パラメータを最適化手法により同定し，UD-CFRTP の斜め方向引張試験（以下，Off-axis 試験）の単軸繰返し負荷-除荷試験結果と比較することで，本提案の予測手法の精度を評価した．本研究の目的は，今後の構造部材に適用が期待される FRTP の時間，温度やひずみ速度に依存した異方性の非線形材料挙動を精度良く予測するためのマクロ材料構成則の定式化と，そのマクロ材料構成則の材料物性値の同定手法を構築することである．

本研究で提示した数値材料試験による FRTP の非線形材料挙動の予測手法では，マトリックスである熱可塑性樹脂の動的粘弾性試験と複数の温度・ひずみ速度下での単軸繰返し負荷-除荷試験をそれぞれ独立に行うだけで，最終的に様々な温度下における FRTP の異方性の非線形材料挙動を予測することができる．そのため，軽量でリサイクル性に優れた環境負荷の小さい FRTP を航空機や自動車部材に適用する際に，材料非線形性を考慮した予測精度の高い構造解析や材料設計が短時間で実現でき，持続可能な社会の実現に貢献できると期待される．

第1章 序論

1.1 社会問題における複合材料の役割

1.1.1 高分子基複合材料の機械的特性

複合材料は、二種類以上の異なる材料を組み合わせることにより、単一材料では成し得ない材料特性（強度、弾性係数、物理及び化学的特性など）を発現させた材料である¹⁻¹⁾。なかでも、高分子基複合材料(Polymer matrix composites; PMC)は、高分子材料を高強度・高弾性の繊維で強化した複合材料である^{1-2), 1-3)}。ここで、PMCで使用される代表的な強化繊維とマトリックス樹脂を Table 1.1 と Table 1.2 に示す^{1-4), 1-5)}。Table 1.1 に示すように PMC の代表的な強化繊維は、炭素繊維、ガラス繊維、アラミド繊維、金属繊維や高分子繊維など様々な種類が製造されている。また、Table 1.2 に示すように、PMC の代表的なマトリックス樹脂は熱硬化性樹脂と熱可塑性樹脂に大別される。熱硬化性樹脂は熱を与えることで、Fig. 1.1(a)に示すように隣接する分子鎖が化学的に結合し三次元のネットワーク構造を形成する。この熱硬化性樹脂の三次元ネットワーク構造は非常に安定しており、分子鎖はお互いの運動を制限するため加熱しても熔融することはない¹⁻⁵⁾。このため、熱硬化性樹脂は耐熱性や電気的特性や機械的特性に優れており、電子基板や接着剤などに適用されている。一方で、熱可塑性樹脂はモノマーが直鎖状に重合し、Fig. 1.1(b)に示すような鎖状分子構造を形成する。したがって、熱可塑性樹脂は加熱によって融点を超えると分子鎖が自由に運動し再熔融するため、熔融した状態で成形型に入れて冷却すると再度固化して賦形することができ、リサイクル性や二次加工性に優れている¹⁻⁵⁾。

しかしながら、熱可塑性樹脂は温度上昇により分子の熱運動が盛んになるため、熱硬化性樹脂と比較すると温度変化に伴い機械的な材料物性が大きく変化する。このような高分子の力学的特性を粘弾性と呼び、熱可塑性樹脂は典型的な粘弾性体である。このように、熱硬化性樹脂と熱可塑性樹脂の材料特性は大きく異なり、構造材料として使用される PMC のほとんどは機械的特性に優れた熱硬化性樹脂をマトリックス樹脂とした複合材料である。本論文では、マトリックス樹脂が熱硬化性樹脂である複合材料を繊維強化プラスチック (Fiber reinforced plastics; FRP) 、熱可塑性樹脂である複合材料を繊維強化熱可塑性プラスチック (Fiber reinforced thermoplastics; FRTP) と呼称する。

PMC の機械的特性は非常に優れた特性を示すことが知られている。これは、熱硬化性樹脂や熱可塑性樹脂の密度は約 $0.9 \text{ g/cm}^3 \sim 1.5 \text{ g/cm}^3$ と金属材料に比べて非常に低いため、高強度・高弾性係数な強化繊維で補強した FRP や FRTP は優れた比強度・比弾性係数を示す。ここで、Fig. 1.2 に代表的な材料の比強度・比弾性係数を示す¹⁻¹⁾。Fig. 1.2 に示す比強度と比弾性係数は単位重量当たりの強度と弾性係数である。Fig. 1.2 から分かるように、金属材料の比強度は約 $2.0 \times 10^6 \text{ cm}$ 程度であるのに対して、炭素繊維で強化された炭素繊維強化プラスチック (Carbon fiber reinforced plastics; CFRP) やガラス繊維で強化されたガラス繊維強化プラスチック (Glass fiber reinforced plastics; GFRP) の比強度は約 $7 \sim 10 \times 10^6 \text{ cm}$ と非常に高いことがわかる。このように、CFRP は軽くて強い材料であるため、軽量化が非常に重要な航空機機体の主翼や垂直尾翼、人工衛星の機器搭載パネルなどの構造部材に CFRP が使用されている¹⁻⁴⁾。また、GFRP の強化繊維であるガラスは炭素繊維よりも安価であるため、浴槽やスポーツ用品、小型船舶の船体、アンテナ支持柱など幅広い分野の構造材に適用されている¹⁻⁴⁾。

自動車分野においては、自動車メーカーが古くから鋼板車体を前提とした製造設備に投資してきたため、構成材料のほとんどを鉄鋼材料が占めている¹⁻⁶⁾。一方で、近年の排ガス規制に伴い、2014年にドイツの自動車メーカーBMW はキャビンの構成材料に 100kg 程度の CFRP を使用し、車体重心を下げることで、軽量化に加え、運動性能の向上を達成した¹⁻⁷⁾。今後は、CFRP のコスト低減やサイクルタイムの短縮、材料特性の向上などにより、量産自動車の構造部材に FRP の適用が期待されている^{1-8, 1-9)}。

1.1.2 高分子基複合材料の環境問題への取り組み

近年の世界的な環境問題へ関心と持続可能な開発目標 (Sustainable development goals; SDGs) の達成に向けて、FRP の分野においても SDGs に対応した研究開発が加速しており、特に、FRP の廃棄時の環境負荷を低減させる研究が多くなされている^{1-10~1-12)}。従来の FRP の廃棄方法としては、埋め立て処理とサーマルリサイクルが一般的であった。しかし、埋め立て処理は新たな埋め立て地が無いことや浸出による土壌汚染の懸念から、欧米では埋め立て処理が禁止されている。また、FRP のサーマルリサイクルは焼却時に大量の CO_2 を排出するため、SDGs に対応したリサイクル方法とは言えない¹⁻¹³⁾。

そこで近年では、使用済み FRP を再度利用するメカニカルリサイクルや熱や

薬品等を用いて化学的に分解するケミカルリサイクルが検討されている。メカニカルリサイクルは使用済みの FRP 廃材を粉砕し、熱可塑性樹脂に補強材として混合させ、プレス成形や押し出し成形によってリサイクルコンポジットを作製するリサイクル方法である。また、ケミカルリサイクルは熱分解や有機溶剤を用いて繊維とマトリックスを分解することで高価な繊維を回収し、再び強化繊維として使用するリサイクル方法である¹⁻¹⁴⁾。このように、メカニカルリサイクルやケミカルリサイクルによって新たに生み出されたリサイクルコンポジットは従来のリサイクル方法よりも環境負荷が小さいと考えられるが、リサイクルコンポジットの強度や弾性係数は従来の成形方法で作製された FRP の機械的特性よりも低いため、輸送機の構造部材に適用することが難しい。

一方で、FRTP のリサイクルでは、前述したようにマトリックスである熱可塑性樹脂のネットワーク構造が直鎖状であるため、三次元的なネットワーク構造を形成する熱硬化性樹脂よりも低いエネルギーで熱分解しやすく¹⁻¹⁵⁾、連続繊維の再利用が可能と考えられる。また、FRTP を解重合することにより炭素繊維とモノマーに分解し、それぞれを回収した。その後、回収したモノマーを蒸留精製することにより、再度、熱可塑性アクリル樹脂へ合成することに成功した。この再生した熱可塑性アクリル樹脂の機械的特性は未使用の熱可塑性アクリル樹脂とほぼ同じであることが確認された^{1-16)~1-18)}。このように、再生した熱可塑性アクリル樹脂をマトリックスとするリサイクルコンポジットが再び輸送機の構造部材に適用できると期待されており¹⁻¹⁹⁾、今後は FRTP を構造材料とする製品開発が盛んになると予想される。

Table 1.1 Types and characteristics of the fibers.

	Fiber type	Characteristic
Organic filament	Glass fiber	<ul style="list-style-type: none"> •High mechanical strength •General-purpose articles •Inexpensive
	Carbon fiber	<ul style="list-style-type: none"> •High mechanical strength •High elastic modulus
	Boron fiber	<ul style="list-style-type: none"> •High mechanical strength •High elastic modulus
	Silicon carbide fiber	<ul style="list-style-type: none"> •High heat resistance
Inorganic filament	Aramid fiber	<ul style="list-style-type: none"> •High mechanical strength •High heat resistance
	Polyarylate fiber	<ul style="list-style-type: none"> •Shock-resistant characteristics •Low water-absorption resin
	Poly p-phenylenebenzobisoxazole	<ul style="list-style-type: none"> •High mechanical strength •High heat resistance
	High Strength Polyethylene	<ul style="list-style-type: none"> •High mechanical strength •High heat resistance •Low density

Table 1.2 Types and characteristics of the resins.

	Resin type	Characteristic
Thermo-setting resin	Epoxy resin	<ul style="list-style-type: none"> •Mechanical characteristic •Hardening shrinkage
	Phenol resin	<ul style="list-style-type: none"> •Flame resistance
	Unsaturated polyester resin	<ul style="list-style-type: none"> •Inexpensive •Formability
	Cyanate ester resin	<ul style="list-style-type: none"> •Low water-absorption •Heat resistance
	Polyimide	<ul style="list-style-type: none"> •High heat resistance
Thermoplastic resin	Polyamide	<ul style="list-style-type: none"> •Impact resistance
	Polycarbonate	<ul style="list-style-type: none"> •Dimensional stability
	Polyetheretherketone	<ul style="list-style-type: none"> •Impact resistance •Heat resistance
	Polypropylene resin	<ul style="list-style-type: none"> •Inexpensive •Formability

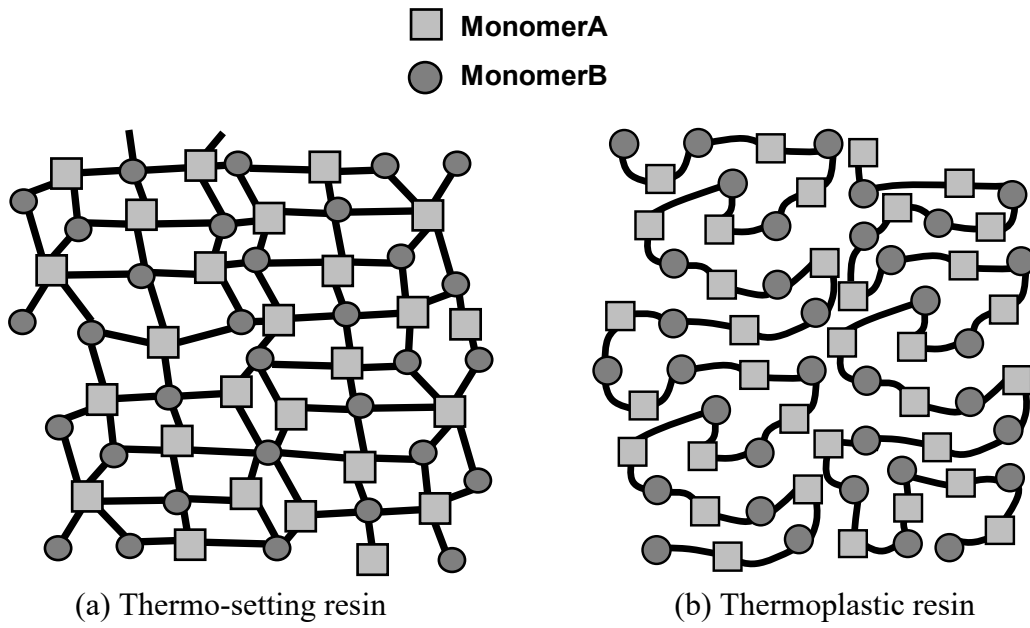


Fig. 1.1 Molecular chain orientation of polymer materials.

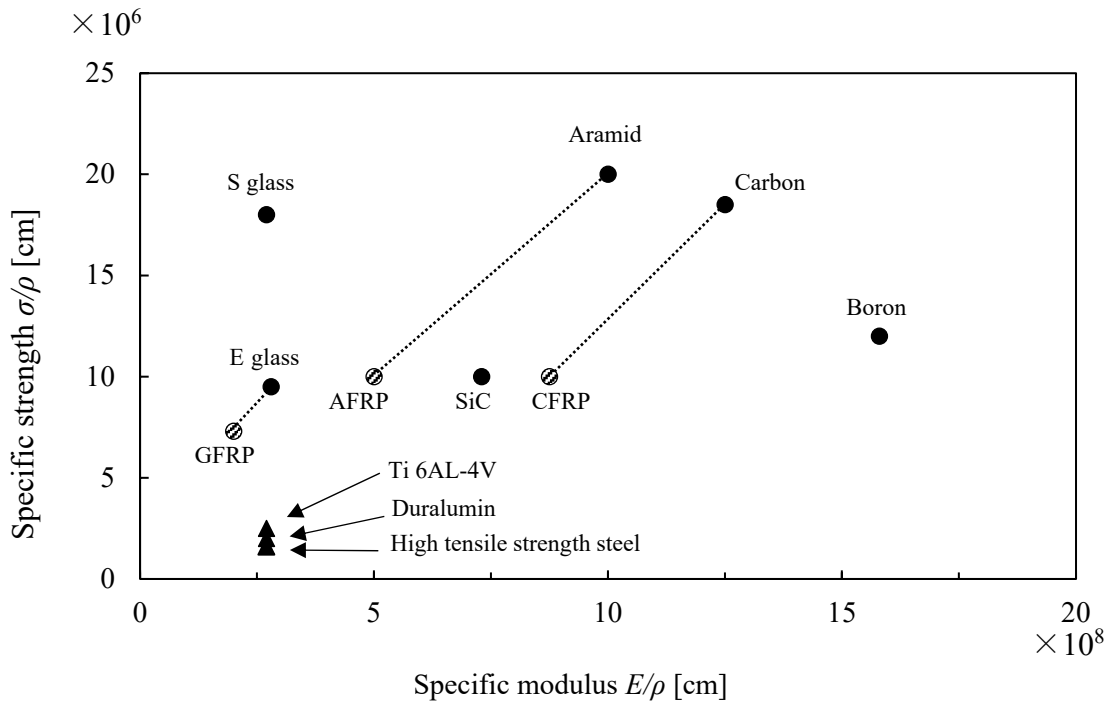


Fig. 1.2 Specific strength and specific modulus of each material.

1.2 繊維強化熱可塑性プラスチックの構造設計の問題点

前節でも述べたように、これまでに実用化されてきた輸送機の構造部材には、軽量かつ高強度・高弾性係数な一方向繊維強化プラスチック (Unidirectional fiber reinforced plastics; UD-FRP) が使用されてきた。今後は、環境問題への取り組みが加速することが予想されるため、連続繊維を一方向に引き揃えた一方向繊維強化熱可塑性プラスチック (Unidirectional fiber reinforced thermoplastics; UD-FRTP) が輸送機の構造部材に使用されると考えられる。しかしながら、実用化されている UD-FRTP は炭素繊維と芳香族ポリエーテルエーテルケトン (Polyetheretherketone; PEEK) を組み合わせた AS4/PEEK composite や炭素繊維とポリアミド6 (Polyamide 6; PA6) を組み合わせた UD-CFRTP と極めて少ないのが現状である^{1-20~1-22)}。このように、構造部材への UD-FRTP の適用事例が少ない理由としては、次の2つの問題があるからである。1つは、化学メーカーから販売される熱可塑性樹脂のほとんどは、モノマー (単量体) を工場で重合させたポリマー (高分子) での状態で供給されるため、常温において固体であり高温で熔融させても粘性が高く、高い含有率で長繊維に含浸させることが困難な点である。そのため FRTP の成形工程は、そのほとんどが高温で熔融した熱可塑性樹脂に短繊維を混ぜて高圧で射出成形する方法が一般的であった。もう1つの問題としては、前節でも述べたように熱可塑性樹脂が典型的な粘弾性であるため、温度と時間に依存した非線形材料挙動 (以下、非線形材料挙動) を有するため、マトリックス樹脂の非線形材料挙動が反映される FRTP は FRP よりも大きな異方性の非線形材料挙動を示すことである。このため、FRTP の材料設計や構造設計の初期段階において、FRTP の非線形材料挙動を正確に予測することが極めて重要であるが、そのような予測手法が提案されていないのが現状である。

これらの2つの問題点のうち、1つ目の FRTP の成形工程の問題点に対する対応としては、ダブルベルトプレスなどといった新しい成形技術¹⁻²³⁾や現場重合型熱可塑性樹脂などといった新しいマトリックス樹脂¹⁻²⁴⁾が研究開発されている。なかでも、現場重合型熱可塑性樹脂は低分子で液状のモノマーの状態で強化繊維に含浸させることができるため、作業者が現場で簡単な調合を行い FRP のように簡便な成形設備で成形することを可能とした画期的な熱可塑性樹脂である。現在、代表的な現場重合型熱可塑性樹脂としてはナガセテムテックス株式会社製の現場重合型熱可塑性エポキシ樹脂とアルケマ株式会社製の現場重合型熱可塑性アクリル樹脂があり、多くの研究成果が報告されている^{1-24~1-26)}。熱可塑

性エポキシ樹脂は 100°C程度で熔融することで粘性が著しく低下するため、高いエネルギーを必要とせずに強化繊維への含浸が可能となり、含浸後は速やかに重合が進行し、高分子量の熱可塑性樹脂へと変換がされる。そのため、ホットプレス成形のような従来の簡易的な成形法が適用できる。同様に、現場重合型アクリル樹脂も現場重合型熱可塑性エポキシ樹脂と同様の成形方法が可能で、既に欧州の風力発電用ブレードの構造材料として適用されている。

2つ目の問題点である FRTP の異方性の非線形材料挙動の予測に関しては、現状では研究成果がほとんどなく、設計初期の段階で簡便に FRTP の異方性非線形挙動を予測して構造設計に用いるための手法の確立が、喫緊の課題として存在している。本研究では、この2つ目の問題点の解決を FRTP の構造部材への用途拡大のための最優先課題と捉え、研究目標として設定した。

1.2.1 一方向繊維強化熱可塑性プラスチックの構造設計の問題点

複合材料の設計では、強化繊維の種類や繊維形態（ロービング、平織、短繊維、粒子、マットなど）、繊維体積含有率（Fiber volume content; V_f ）、マトリックス樹脂の種類、成形方法の選択（ハンドレイアップ成形、フィラメントワインディング成形、SMC 成形、射出成形、RTM 成形）など様々な設計因子を決定する必要がある。特に、熱硬化性樹脂は非常に優れた機械的特性を有することから、これまでの複合材料の設計開発では熱硬化性樹脂をマトリックスとする UD-FRP が輸送機の構造部材に用いられてきた。一方で、UD-FRP は繊維とマトリックス樹脂を複合化することで、複合材料の機械的特性は方向によって特性が異なることが知られている。この特性は異方性と呼ばれ、UD-FRP の繊維方向の強度や弾性係数は繊維直交方向の特性と大きく異なるため、構造設計ではこの異方性を十分に把握する必要がある。また、UD-FRP の材料挙動はほぼ弾性挙動であるため、UD-FRP を用いた構造設計では弾性範囲内で設計が行われており、材料非線形性を考慮する必要はなかった。しかしながら、前節でも述べたように熱可塑性樹脂をマトリックスとする UD-FRTP は、時間、温度やひずみ速度に依存した異方性の非線形材料挙動を示し、特に、UD-FRTP の繊維軸方向から偏る方向（以下、Off-axis 方向）へ荷重を作用させる材料試験（以下、Off-axis 試験）では、主軸方向の非線形材料挙動よりも大きな材料挙動を示すことが報告されている。したがって、UD-FRTP を用いた構造設計では、複合化による「異方的な特性」と熱可塑性樹脂の粘弾性特性による「非線形材料挙動」の両方を考慮した材料挙

動を予測し、構造設計に反映しなければならない^{1-27, 1-28}).

1.2.2 数値材料試験による複合材料の構造設計とマルチスケール解析

今日の製造業での製品設計・開発においては、コンピューターを利用した工学支援システム (Computer aided engineering; CAE) が主流となっている. この CAE は構造力学や流体力学などあらゆる工学における物理現象をコンピューター上で数値計算することにより、物理現象の状態を可視化できるソフトウェアである. この CAE を製品設計・開発に利用することで、試作や実験の回数を削減でき、開発時のコスト低減や設計期間の短縮につながる. 特に、対象物を単純な形状をした要素に分割し、要素内における方程式を単純な補間関数で近似しながら数値計算する有限要素法 (Finite element method; FEM) は数学的に厳密に解くことができない工学的問題を近似的に予測することができる解析手法であり、複雑な形状や様々な条件での解析が可能であるため、多くの工学問題に適用されている.

この FEM による解析では、解析対象の構成材料の材料特性を正確に把握し、その材料特性を反映した材料パラメータとして入力しなければならない. 一般的な構造材料では、ミクロ的に観察すると非均質体でありそのミクロ的非均質性がマクロ的な材料挙動を支配している. 例えば、鉄鋼材料は鉄とセメンタイト (炭化物) を組み合わせた複合材料であり、ミクロ的に観察すると異なる結晶方位特性を持つ結晶粒が組み合わされた複合材料といえる¹⁻²⁹). このように、金属材料はミクロ的に観察すると非均質な内部構造が確認されるが、金属材料のマクロ的な材料挙動はほぼ等方的であるため、ミクロ的非均質性がマクロ的な材料挙動へ及ぼす影響は無視できるものとし、等価な均質材料として計算されている. その一方で、FRP や FRTP のマクロ的な材料挙動は、繊維径や繊維形状、繊維配置、繊維方向などのミクロ的非均質性に強く依存することが知られており、FRP や FRTP などの複合材料を解析対象とする FEM 解析では、金属材料のように等価な均質材料として単純に適用することができない. そこで、構成材料の形状や配置などを特徴付けるミクロ的非均質性をマクロ的な材料特性に反映させる解析手法として、均質化法に基づくマルチスケール解析が提案されている^{1-30, 1-31}). 特に、非線形問題に対しては次に示す 2 種類のマルチスケール解析が提案されている.

1. ミクロ-マクロ一体型マルチスケール解析法
2. 分離型マルチスケール解析法

1つ目の「ミクロ-マクロ一体型マルチスケール解析法」は、ミクロスケールとマクロスケールのそれぞれに対する境界値問題を同時並行で数値計算する手法で、理論的に信頼性の高い解析手法である¹⁻³²⁾。しかしながら、マクロモデルの各要素の節点においてミクロ問題を計算する必要があるため、マクロ構造の解析モデルが大規模になるほど、計算コストが大きく実用的な手法ではない。

2つ目の「分離型マルチスケール解析法」はマクロ材料構成則の関数形を仮定し、ミクロ境界値問題を解くことでその材料構成則の材料パラメータを決定することができる。これにより、ミクロ境界値問題とマクロ境界値問題を分離して計算することができるため、計算コストが低く、実用的な手法である^{1-33, 1-34)}。分離型マルチスケール解析法では、周期的に配置されたミクロ構造の幾何学的な情報と構成材料が既知であることを前提とし、そのユニットセルに対する数値解析によりマクロ的な材料挙動を取得する。この均質化法に基づく分離型マルチスケール解析法は“数値材料試験 (Numerical material testing; NMT)”と呼ばれており、様々な非均質体の工学問題に適用されている。この数値材料試験では、ユニットセルに対して複数のマクロ変形を与えた FEM 解析を実施することで、異方性の非線形材料挙動を得ることができ、用意したマクロ材料構成則の材料パラメータを求めることでマクロ構造の材料特性として適用することも可能となる。このように、均質化法に基づく数値材料試験は FRTP の材料設計や構造設計において非常に有用な解析手法である。ここで、数値材料試験による解析手法で FRTP の異方的な非線形材料挙動を予測するために必要な手順を下記に示す。

1. 熱可塑性樹脂の非線形材料挙動を表現できる材料構成則とその同定手法
2. FRTP の異方的な非線形材料挙動を表現できるマクロ材料構成則とその同定手法

1つ目の「熱可塑性樹脂のための材料構成則とその同定手法」は、数値材料試験でユニットセルに対して複数のマクロ変形を与える FEM 解析を実施する際に、ユニットセルを構成する強化繊維と熱可塑性樹脂の幾何学的な情報と正確な材

料特性が必要となる。この材料特性はユニットセルのマクロ的な非線形材料挙動を特徴付けるため、非常に重要な入力データであり、数値計算を実施するまえに把握しておく必要がある。したがって、熱可塑性樹脂の非線形材料挙動を精度良く表現できる材料構成則とその材料構成則の材料パラメータを同定する手法が必要となる。

2つ目の「FRTPのための材料構成則とその同定手法」は、数値材料試験から得られた非線形かつ異方性を示す非線形材料挙動を解析対象物の材料特性としてマクロ解析に適用するためには、マクロ的な非線形材料挙動を精度良く表現できるマクロ材料構成則とその材料パラメータを同定する手法が必要となる。

以上のように、①熱可塑性樹脂とFRTPの非線形材料挙動を表現する材料構成則の定式化、②材料構成則の材料パラメータの同定、の2つの技術的要素が数値材料試験を用いた複合材料のマルチスケール解析に求められている。

1.3 繊維強化熱可塑性プラスチックの非線形材料挙動

1.3.1 熱可塑性樹脂の非線形材料挙動に関する先行研究

熱可塑性樹脂の非線形材料挙動の予測に関する先行研究として、水野と佐野村は高密度ポリエチレンの粘塑性変形挙動を精密に記述するために、Malinin-Khadjinskyの移動硬化クリープ理論とArmstrong-Frederickの非線形移動硬化則を組合せた粘塑性構成則を定式化し、除荷過程での背応力の発展を規定した¹⁻³⁵⁾。この材料構成則により、種々のひずみ速度での応力-ひずみ曲線とクリープ曲線から定めた材料パラメータを用いて、途中でひずみ速度が変動する応力-ひずみ曲線を予測したが、一定ひずみ速度で負荷した後、種々のひずみ速度で除荷する場合には、再負荷時における非線形材料挙動の予測精度に問題があることが指摘されている。また、松原らはFRTPのマトリックス樹脂としてポリカーボネートを対象とし、等方性弾塑性・クリープ・損傷複合モデルを用いて2種類の速度水準下での負荷-除荷試験の応力-ひずみ曲線から材料パラメータを同定した¹⁻³⁶⁾。さらに、粘弾性と粘塑性を表現するレオロジーモデルを組み合わせた粘弾性・粘塑性複合構成則を新たに構築し、応力軟化やひずみ回復といった大変形域における非線形材料挙動を再現した¹⁻³⁷⁾。これらの研究では、熱可塑性樹脂のひずみ速度や大変形域の非線形材料挙動について述べられているものの、温度に依存した非線形材料挙動や除荷後の再負荷時における材料非線形性の予測に関しては議論されていない。

高岡らはポリブチレンテレフタレート樹脂の温度とひずみ速度に依存した非線形材料挙動を再現するために、動的粘弾性試験 (Dynamic mechanical analysis; DMA) から得られた粘弾性パラメータと単軸引張試験の応力-ひずみ線図を用いて、粘塑性パラメータを推定した¹⁻³⁸⁾。このひずみの加算分解を利用した材料パラメータの同定方法は簡便でありながら、熱可塑性樹脂の温度とひずみ速度に依存した非線形材料挙動を高い精度で再現しており、工学的に有用な同定手法であると言える。一方で、DMAの結果から貯蔵・損失弾性係数のマスターカーブを作成する際に、低温域におけるマスターカーブの重ね合わせは一意に決まらないため、最適化手法により貯蔵・損失弾性係数のマスターカーブを作成する数学的な手法が提案されている^{1-39~1-41)}。しかしながら、ポリカーボネートのようなガラス転移点 T_g が 150°C を超える熱可塑性樹脂の場合、実際に使用される温度域 (室温から約 70°C) における貯蔵・損失弾性係数のマスターカーブは平坦である。そのため、上記の数学的な手法を使用してマスターカーブの重ね合わせを一意に決定したとしても、決定したマスターカーブが真の応力緩和挙動を示しているか疑問が残る。そのため、熱可塑性樹脂の材料非線形性を特徴づける別の材料試験から時間-温度換算因子を修正する新しい同定手法が必要であると考えられる。

1.3.2 UD-FRTP の非線形材料挙動に関する先行研究

炭素繊維強化熱可塑性樹脂 (Carbon fiber reinforced thermoplastics; CFRTP) や UD-CFRTP の非線形的な材料挙動を予測する手法はこれまでの研究で数多く提案されており、主に 2 つの方法に分けられる。1 つ目の方法は、CFRTP の実材料試験の結果に基づいてマクロ的な異方性材料構成則を定式化し、数値計算により得られた材料応答から非線形材料挙動を予測する手法である。河井らは、UD-CFRTP の速度依存性を考慮した非主軸引張挙動のシミュレーションを行い、非主軸方向引張挙動とその速度依存性を横等方性体の多軸粘塑性モデルで良好に記述できることを確認し¹⁻⁴²⁾、さらに高温における非主軸引張・圧縮非線形挙動のひずみ速度依存性と粘塑性モデルの定式化を行った¹⁻⁴³⁾。また、Wang らは UD-CFRTP の負荷-除荷時に現れるヒステリシス挙動を表現するために、One-parameter 塑性構成則を修正した弾塑性構成則を定式化し^{1-44, 1-45)}、UD-CFRTP の非主軸方向における負荷-除荷試験および繰り返し負荷-除荷試験の応力-ひずみ曲線を計算した結果、実験値と非常に良く一致し、非線形材料挙動を再現するこ

とを示している。同様に、Chung らは Drucker-Prager の降伏基準に基づいた粘弾性・粘塑性構成則を定式化し、織物複合材料の非主軸方向における非線形材料挙動を表現した¹⁻⁴⁶⁾。これらの研究成果は、特定の CFRTP や UD-CFRTP の非線形材料挙動の予測に成功しているものの、樹脂の種類や炭素繊維の V_f などが変化した場合には、それらの条件に合わせて再度、温度やひずみ速度等を変化させた Off-axis 試験を実施しなくてはならない。そのため、この予測手法は研究成果として非常に重要な知見であるが、製品設計・開発においては時間的にも経済的にもコストが掛かり、実用的ではないといえる。

2 つ目の方法は、1.2.2 項で述べた分離型マルチスケール解析法による数値材料試験から非線形材料挙動を予測する方法である¹⁻⁴⁷⁾⁻¹⁻⁵⁰⁾。1 つ目の手法と同様にマクロな異方性材料構成則が必要となるが、数値材料試験を用いることでマトリックスである熱可塑性樹脂の材料パラメータが既知であれば、炭素繊維の繊維強化基材の形態や体積含有率等が変化した場合でも、FRTP の異方的な非線形材料挙動を容易に用意することができ、その材料挙動から異方性材料構成則の材料パラメータを同定することが可能となる。山本らはこの数値材料試験と最適化手法を用いて、3 つの垂直方向変形パターン (x, y, z) と 3 つの純せん断方向変形パターン (xy, yz, zx) の計 6 方向の数値計算を行い、得られた 6 つの応力-ひずみ線図から直交異方性 Hill の弾塑性およびクリープ構成則の材料パラメータを同定した¹⁻⁵¹⁾。また、松原らはマトリックス樹脂に弾塑性・クリープ・損傷モデルの複合構成則を適用して 6 方向の数値材料試験から得られる材料応答を用いて UD-CFRTP のマクロ異方性構成則の材料パラメータ同定を行い、マルチスケール解析の精度がある程度保証できることを確認した¹⁻³⁶⁾。このように 2 つ目の予測方法では、6 方向 (x, y, z, xy, yz, zx) の数値材料試験の材料応答から UD-CFRTP の主軸方向における非線形材料挙動を予測できることが明らかにされている。

一方で、1.2.1 節で述べたように、UD-FRTP の Off-axis 試験では大きな非線形材料挙動を示すことが報告されており、その非線形材料挙動の予測が材料設計・構造設計で重要であるが、数値材料試験で計算した非線形材料挙動とマクロ材料構成則のパラメータ同定から、非主軸方向における非線形材料挙動を十分な精度で予測可能かどうか調査した研究はない。

1.4 本研究の目的

本研究では、はじめに、今後の FRTP のマトリックス用樹脂として適用が予想される代表的な熱可塑性樹脂を対象として、DMA と複数の温度・ひずみ速度水準下での単軸繰返し負荷-除荷試験をそれぞれ独立に行い、これら 2 種類の独立した試験結果から粘弾性・粘塑性・損傷複合構成則の材料パラメータを同定する混合型同定手法を提案する。本手法の特徴は、複数の温度とひずみ速度水準下での単軸繰返し負荷-除荷試験の結果から粘塑性と損傷の材料パラメータを同定する際に、線形粘弾性パラメータの時間-温度換算因子を同定パラメータとして組み入れ、時間-温度換算因子量を再修正する点である。この時間-温度換算因子の再修正を行うことで、熱可塑性樹脂の温度とひずみ速度に依存した非線形材料挙動の予測精度を向上させながら、DMA の結果だけでは決定できなかった低温域におけるマスターカーブの重ね合わせを一意に決定させることが可能となる。また、提案した混合型同定手法について、単軸繰返し負荷-除荷試験の実験結果と同定した材料パラメータから計算した非線形材料挙動を比較することで、混合型同定手法の同定精度を確認するとともに、工学的な有用性について検証した。

次に、数値材料試験と最適化手法を用いて、UD-CFRTP の主軸・非主軸方向の非線形材料挙動を予測する同定手法を提案する。はじめに、先行研究で実施されている 6 方向の材料主軸方向の変形パターンに、ユニットセルモデルに対して 45° 方向に一軸応力状態となるような変形パターン(以下、 45° 方向変形パターン)を加えた計 7 方向の数値材料試験を新たに提案し実施する。次に、この 7 方向の数値材料試験の材料応答からマクロ的な異方性粘弾性・粘塑性・損傷複合構成則の材料パラメータを最適化手法により同定する。その後、同定した材料パラメータにより計算した非主軸方向の材料応答と数値材料試験から得られたマクロの材料応答を比較することで、提案した手法の予測精度を評価する。さらに、実際に UD-CFRTP を成形して非主軸方向が $\theta=25^\circ$ 、 45° の 2 種類の Off-axis 試験と繊維直交方向の ($\theta=90^\circ$) の負荷-除荷試験を実施し、実材料試験から得られた非線形材料挙動と同定した異方性粘弾性・粘塑性・損傷複合構成則の材料パラメータから計算した非線形材料挙動を比較し、本研究で提案した 7 方向の数値材料試験による予測手法の妥当性について検証した。さらに、FRTP の使用が予想される温度範囲内で、FRTP の非線形材料挙動を数値材料試験で数値計算し、マクロ的な異方性粘弾性・粘塑性・損傷複合構成則の材料パラメータを同定し、FRTP

の温度に依存した非線形材料挙動の予測について評価した。

ここで、1.3 節と 1.4 節で述べた熱可塑性樹脂と FRTP の先行研究の概略と本研究の位置付けを Table 1.3 と Table 1.4 に示す。Table 1.3 に示すように、熱可塑性樹脂の非線形材料挙動に関する研究において、温度や損傷を考慮し、非線形材料挙動を予測した研究報告はない。また、Table 1.4 に示すように、温度とひずみ速度を考慮した非主軸方向の非線形材料挙動を数値材料試験から予測した研究報告はない。

Table 1.3 Positioning of this study on nonlinear material behavior of thermoplastics.

	Sanomura etc.	Matsubara etc.	Takaoka etc.	This study
Thermoplastic resin	High-density polyethylene	Polycarbonate	Polybutylene telephthalate	Three types of thermoplastic resin
Advantages	Responds to changes in strain rate	The inelastic deformations that resemble the material behavior assumed	Identification method is simple	<ul style="list-style-type: none"> -Viscoelastic-viscoplastic-damage constitutive law -Identification method is simple
Disadvantages	Material behavior at reloading doesn't agree with experimental values	Unexamined	Shift a_i isn't uniquely determined	
Strain rate	clear	clear	clear	Three levels
Temperature	Unclear	Unclear	clear	Three levels
Damage	Unclear	Unclear	Unclear	Uniaxial cyclic loading-unloading tests

Table 1.4 Positioning of this study on nonlinear material behavior of FRTP.

	Kawai etc.	Wang etc.	Yamamoto etc.	Matsubara etc.	This study
test method	Material experiment	Material experiment	Numerical Material Testing	Numerical Material Testing	Numerical Material Testing
Off-axis	○	○	×	×	
Strain rate	○	○	△	○	Two levels
Temperature	○	×	×	×	Three levels
General versatility	△	△	○	○	

1.5 本論文の構成

本論文は、以下の5章から構成される。

- 第1章 序論
- 第2章 均質化法に基づく数値材料試験の理論
- 第3章 熱可塑性樹脂の非線形材料挙動の予測
- 第4章 繊維強化熱可塑性プラスチックの非線形材料挙動の予測
- 第5章 本結論と今後の展望

第1章「序論」では、FRPとFRTPの現状と先行研究について述べ、本研究について概説すると共に、本論文の構成を述べた。

第2章「均質化法に基づく数値材料試験」では、熱可塑性樹脂およびUD-CFRTPの非線形材料挙動を数値計算するために、非線形有限要素法を用いた均質化法に基づく数値材料試験の理論について説明する。

第3章「熱可塑性樹脂の非線形材料挙動の予測」では、FRTPのマトリックスとして適用が期待される3種類の熱可塑性樹脂を対象とし、DMAと複数の温度とひずみ速度下での単軸繰り返し負荷-除荷試験から粘弾性・粘塑性・損傷複合構成則の材料パラメータを同定する混合型同定手法について述べる。また、混合型同定手法で求めた非線形材料パラメータの同定精度を検証し、提案手法の有用性について調査した。

第4章「繊維強化熱可塑性樹脂の非線形材料挙動の予測」では、一方向FRTPの主軸・非主軸方向の非線形材料挙動を予測するために、7方向の数値材料試験の非線形材料挙動からマクロ的な異方性粘弾性・粘塑性・損傷複合構成則の非線形材料パラメータを同定し、同定した材料パラメータから計算した非主軸方向の材料挙動と実試験の結果を比較した結果について述べる。さらに、各温度の数値材料試験を実施し、同定した非線形材料パラメータが各温度の非線形材料挙動を予測できるか調査した。

第5章「本研究の結論と今後の展望」では、本論文の各章で得られた成果についてまとめ、今後の課題を示す。

1.6 参考文献

- 1-1) 福田博, 邊吾一, 複合材料の力学序説, 古今書院, 2015 年第 8 刷.
- 1-2) 堀内光, フェノール樹脂こぼれ話, 熱硬化性樹脂, Vol.4, No.1 (1983), pp.37-42.
- 1-3) L. H. Baekeland, Method of making insoluble products of phenol and formaldehyde, U.S. Patent 942699, 1907.
- 1-4) 日本複合材料学会編, 複合材料ハンドブック, 日刊工業新聞社, 1989 年 11 月 20 日初版 1 刷発行
- 1-5) 松下裕秀, 高分子の構造と物性, 株式会社講談社, 2020 年 6 月 10 日第 7 刷発行
- 1-6) 光森清富, 早崎悟, 棚橋朗, 自動車技術「年鑑」, Vol.70, No.8(2016), pp.138-p142.
- 1-7) 石川隆司, 自動車構造部品への炭素繊維強化プラスチック (CFRP) の応用の展望 (CFRTP を中心に), 精密工学会誌, Vol.81, No.6(2015), pp.489-493.
- 1-8) 高橋孝幸, 航空機に適用されるマルチマテリアル化技術, 軽金属, Vol.72, No.4 (2022), pp.151-158.
- 1-9) 山中淳彦, 天岡和昭, 炭素繊維強化プラスチックー自動車構造材料への応用を視野にいれた熱可塑炭素繊維強化複合材料の研究開発ー, 成形加工, Vol.29, No.7 (2017), pp.227-232.
- 1-10) 岡田一博, 欧州における FRP リサイクルの現状, 強化プラスチック, Vol.66, No.3 (2020), pp.121-124.
- 1-11) 西藪和明, 田邊大貴, 複合材料成形技術の最前線 1. 熱可塑性 CFRP の欧州での最新の製造事例と研究紹介, 材料, Vol.67, No.6 (2018), pp.653-659.
- 1-12) 朱春紅, 金翼水, 鮑力民, 村上泰, 梶原莞爾, 炭素繊維強化プラスチックのリサイクルと再資源化の動向, 繊維学会誌, Vol.77, No.5 (2021), pp.218-222.
- 1-13) 林慎也, 樋富和夫, 宮田修, FRP 廃船処理と資源としての利用, Vol.715, (1989), pp.20-27.
- 1-14) 柴田勝司, FRP のリサイクル技術, ネットワークポリマー, Vol.28, No.4 (2007), pp.247-256.
- 1-15) 入澤寿平, 複合材料 炭素繊維強化プラスチックに関する最近の動向 (そ

- の二：CFRTP 開発と CFRP リサイクル技術に関する研究動向), 成形加工, Vol.28, No.7 (2016), pp.260-264.
- 1-16) D. S. Cousins, Y. Suzuki, R. E. Murray, J. R. Samaniuk, A. P. Stebner, Recycling glass fiber thermoplastic composites from wind turbine blades, *Journal of Cleaner Production*, Vol.209, No.1 (2019), pp.1252-1263.
- 1-17) H. Mangold, B. V. Vacano, The Frontier of Plastics Recycling: Rethinking Waste as a Resource for High-Value Applications, *Macromolecular Chemistry and Physics*, Vol.223, 2100488(2022), pp.1-17.
- 1-18) H. B. H. Frej, R. Léger, D. Perrin, P. Ienny, P. Gérard, J. Devaux, Recovery and reuse of carbon fibre and acrylic resin from thermoplastic composites used in marine application, *Resources, Conservation and Recycling*, Vol.173, October (2021), 105705.
- 1-19) MMAtwo project ホームページ, <https://www.mmatwo.eu/mmatwo-in-a-nutshell/mmatwo-objectives/>.
- 1-20) 河井昌道, 川瀬裕子, 根岸りえ子, 益子誉一, 一方向 AS4/PEEK の高温における非主軸非弾性挙動とそのマイクロメカニクス解析, *日本機械学会論文集 (A 編)*, Vol.66, No.652 (2000), pp.2128-2135.
- 1-21) K. J. Yoon, C. T. Sun, Characterization of Elastic-Viscoplastic Properties of an AS4/PEEK Thermoplastic Composite, *Journal of Composite Materials*, Vol.25, No.10 (1991), pp. 1277–1296.
- 1-22) Y. Ma, Y. Zhang, T. Sugahara, S. Jin, Y. Yang, H. Hamada, Off-axis tensile fatigue assessment based on residual strength for the unidirectional 45° carbon fiber-reinforced composite at room temperature, *Composites Part A*, Vol.90, November (2016), pp. 711–723.
- 1-23) 石田応輔, 北田純一, 鵜澤潔, 固定ローラー式ダブルベルトプレスによる樹脂含浸プロセスの基礎検討, *材料システム*, Vol.35 (2017), pp.53-60.
- 1-24) 平山紀夫, FRP/FRTP 用マトリックスレジン of 機械的特性と構造設計における留意点, *強化プラスチック*, Vol.66, No.1 (2020), pp.14-20.
- 1-25) 有浦英美, 熱可塑性コンポジットの市場動向と課題, *強化プラスチック*, Vol.66, No.1 (2020), pp.21-27.
- 1-26) 谷口憲彦, 西脇剛史, 平山紀夫, 西田裕文, 川田宏之, 熱可塑性エポキシ樹脂をマトリクスとする一方向繊維強化複合材料の衝撃引張り特性評価,

日本機械学会論文集 A 編, Vol.75, No.758 (2009), pp.1284-1289.

- 1-27) X. R. Xiao, C. C. Hiel, A. H. Cardon, Characterization and modeling of nonlinear viscoelastic response of PEEK resin and PEEK composites, *Composites Engineering*, Vol.4, No.7, 1994, pp.681-702.
- 1-28) C. Zhu, C. T. Sun, Micromechanical Modeling of Fiber Composites Under Off-Axis Loading, *Journal of Thermoplastic Composite Materials*, Vol.16, 2003, pp.333-344.
- 1-29) C. R. Barrett, A. S. Tetelman, and W. D. Nix, *The Principles of Engineering Materials*, Prentice-Hall, 1973.
- 1-30) E. Sánchez-Palencia, *Non-homogeneous media and vibration theory*, Lecture notes in physics 127, Springer-Verlag, Berlin, 1980.
- 1-31) 寺田賢二郎, 菊池昇, 均質化法入門, 日本計算工学会編, 丸善, 2003.
- 1-32) K. Terada, N. Kikuchi, A class of general algorithms for multi-scale analyses of heterogeneous media, *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, Vol.190, No.40-41, pp.5427-5464.
- 1-33) 渡邊育夢, 寺田賢二郎, 非線形均質化理論における 2 変数境界値問題のミクロ-マクロ非連成近似解法, *応用力学論文集*, Vol.8, 2005, pp.277-285.
- 1-34) I. Watanabe, K. Terada, A method of predicting macroscopic yield strength of polycrystalline metals subjected to plastic forming by micro-macro de-coupling scheme, *International Journal of Mechanical Sciences*, Vol.52, No.2(2010), pp.343-355.
- 1-35) 水野衛, 佐野村幸夫, 高分子材料の負荷反転時の非弾性挙動を表す粘塑性構成式, *材料*, Vol.54, No.4 (2005), pp.414-419.
- 1-36) 松原成志朗, 荒川裕介, 加藤準治, 寺田賢二郎, 京谷孝史, 上野雄太, 宮永直弘, 平山紀夫, 山本晃司, 弾塑性・クリープ・損傷複合モデルによる繊維強化プラスチックの分離型マルチスケール解析, *日本計算工学会論文集*, Vol.2014 (2014), pp.20140004.
- 1-37) 松原成志朗, 寺田賢二郎, 変形勾配の粘塑性・粘弾性乗算分解による熱可塑性樹脂のレオロジー的構成則, *日本機械学会論文集*, Vol.82, No.839 (2016), DOI: 10.1299/transjsme. 16-00060.
- 1-38) 高岡治輝, 坂上賢一, 熱可塑性樹脂の粘弾粘塑性特性評価と有限要素解析, *日本複合材料学会誌*, Vol.45, No.5 (2019), pp.198-204.

- 1-39) 山本晃司, 石橋慶輝, 染宮聖人, 平山紀夫, 寺田賢二郎, 繊維強化熱可塑性樹脂の異方性粘弾性構成則における緩和特性と弾性率の温度依存性に関する数値解析的検討, 日本機械学会論文集, Vol.85, No.874 (2019), DOI: 10.1299/transjsme.19-00058.
- 1-40) M. Gergesova, B. Zupančič, I. Saprunov, I. Emri, The closed form t-T-P shifting (CFS) algorithm, *Journal of Rheology*, Vol.55, No.1 (2011), pp.1-16.
- 1-41) M. Gergesova, I. Saprunov, I. Emri, Closed-form solution for horizontal and vertical shiftings of viscoelastic material functions in frequency domain, *Journal of Rheologica Acta*, Vol.55, No.5 (2016), pp. 351-364.
- 1-42) M. Kawai, Y. Masuko, Y. Kawase, R. Negishi, Micromechanical analysis of the off-axis rate-dependent inelastic behavior of unidirectional AS4/PEEK at high temperature, *International Journal of Mechanical Sciences*, Vol.43, No.9, 2001, pp.2069-2090.
- 1-43) 河井昌道, 益子誉一, 一方向繊維強化複合材料の非主軸粘塑性挙動に関する現象論的定式化とシミュレーション, 日本機械学会論文集 A 編, Vol.68, No.672, 2002, pp.1228-1235.
- 1-44) J. Wang, Y. Xiao, M. Kawai, K. Inoue, Observation and modeling of loading-unloading hysteresis behavior of unidirectional composites in compression, *Journal of Reinforced Plastics and Composites*, Vol.37, No.5, 2018, pp.287-299.
- 1-45) J. Wang, Y. Xiao, K. Inoue, M. Kawai, Modeling of nonlinear response in loading-unloading tests for fibrous composites under tension and compression, *Composite Structures*, Vol.207, No.1, 2019, pp.894-908.
- 1-46) K. Chung, H. Ryou, Development of viscoelastic/rate-sensitive-plastic constitutive law for fiber-reinforced composites and its applications. Part I: Theory and material characterization, *Composites Science and Technology*, Vol.69, No.2, 2009, pp.274-291.
- 1-47) 寺田賢二郎, 犬飼壯典, 平山紀夫, 非線形マルチスケール材料解析における数値材料実験, 日本機械学会論文集 A 編, Vol.74, No.744, 2008, pp.1084-1094.
- 1-48) 寺田賢二郎, 濱名康彰, 平山紀夫, 繊維強化プラスチックの粘弾性マルチスケール解析手法, 日本機械学会論文集 A 編, Vol.75, No.760, 2009, pp.1674-1683.

- 1-49) K. Terada, J. Kato, N. Hirayama, T. Inugai, K. Yamamoto, A method of two-scale analysis with micro-macro decoupling scheme: application to hyperelastic composite materials, *Computational Mechanics*, Vol.52, pp.1199-1219.
- 1-50) 樋口諒, 青木涼馬, 横関智弘, 岡部朋永, ミクروسケール解析による薄層 CFRP 積層板の in-situ 損傷・強度特性評価, *日本複合材料学会誌*, Vol.46, No.5, 2020, pp.212-222.
- 1-51) 山本晃司, 平山紀夫, 寺田賢二郎, 数値材料データに基づく異方性 Hill 定数の同定, *日本機械学会論文集*, Vol.82, No.840, 2016, pp.16-00056.

第2章 均質化法に基づく数値材料試験

2.1 はじめに

本章では、均質化法に基づくマルチスケール解析の計算方法として、数値材料試験を対象とし、マルチスケール解析の基礎理論である均質化法について述べる。はじめに、マルチスケール解析の2変数境界値問題を説明し、ミクロ変数とマクロ変数の関係を示す。次に、ミクロ解析を実施することで、マクロ弾性係数が計測可能であること示す。最後に、ミクロ解析における境界条件が、有限要素法における多点拘束条件式で定義されることを説明する。

2.2 線形問題に対するマルチスケール解析の境界値問題

2.2.1 非均質体の静的つり合い問題における支配方程式

均質化法の目的は、マクロな非均質性を考慮して仮想的な均質体のマクロ物性を評価することであり、現実的な解像度でこのマクロ構造の解析を行うことである^{2-1~2-3}。このマクロ物性評価に関して、有限要素法による数値解析を前提とすることから、マルチスケール解析と呼ばれている²⁻⁴。

均質化法に基づくマルチスケール解析では、一般的に非均質性を特徴づけるミクロ構造は周期的な単位構造を有すると仮定される^{2-5,2-6}。ここで、周期的なミクロ構造を有する非均質体を Fig. 2.1 に示す。Fig. 2.1 に示すような周期的なミクロ構造はユニットセルと呼ばれ、ユニットセルの代表長さ l と構造体の代表長さ L とすると、それらの比 ϵ がユニットセルの相対寸法を表すパラメータとなる。

$$\epsilon = \frac{l}{L} \quad (2.1)$$

静的つり合い問題の支配方程式の解は ϵ に応じて変化する²⁻⁷。また、この領域 Ω^ϵ における非均質性は、ユニットセルの幾何形状と材料物性によって定義されているものとする。これは、マクロ構造が微小なユニットセルを繰り返し配置することによって構成することができ、その材料挙動はユニットセルの大きさ ϵ に依存することを表している²⁻⁷。以下の定式化では、全体領域 Ω^ϵ に座標系 $x \in \Omega^\epsilon$ を導入し、添え字 ϵ を用いて変位と応力、ひずみの変数をそれぞれ u^ϵ ,

$\boldsymbol{\sigma}^\epsilon$, $\boldsymbol{\varepsilon}^\epsilon$ のように表記する.

均質化法の特徴は、マイクロ構造とマクロ構造に対して別々の座標系 (スケール) を導入する点であり、ミクروسケールとマクروسケールにおける支配方程式を定式化する. ここで、対象とする非均質体についての静的なつり合い式は次式で表される.

$$\partial^T \boldsymbol{\sigma}^\epsilon + \bar{\mathbf{b}}^\epsilon = \mathbf{0} \quad \text{in } \Omega^\epsilon \quad (2.2)$$

ここで、 $\bar{\mathbf{b}}^\epsilon$ は単位体積当たりの物体力、 $\boldsymbol{\sigma}^\epsilon$ は平衡状態にある応力である. この応力 $\boldsymbol{\sigma}^\epsilon$ はその材料挙動に応じて選択した材料構成則によりひずみ $\boldsymbol{\varepsilon}^\epsilon$ と関係付けられる. ここで、ひずみ $\boldsymbol{\varepsilon}^\epsilon$ は微小変形を仮定すると、変位 \mathbf{u} を用いて次式で定義される.

$$\boldsymbol{\varepsilon}^\epsilon = \frac{1}{2} \left(\nabla \mathbf{u}^\epsilon + (\nabla \mathbf{u}^\epsilon)^T \right) \quad (2.3)$$

また境界条件として、境界 Γ のうち、境界 Γ_u には変位 $\bar{\mathbf{u}}$ 、境界 Γ_t には表面力 $\bar{\mathbf{t}}$ が次式のように与えられているものとする.

$$\mathbf{u}^\epsilon = \bar{\mathbf{u}} \quad \text{on } \Gamma_u \quad (2.4)$$

$$\mathbf{n} \boldsymbol{\sigma}^\epsilon = \bar{\mathbf{t}} \quad \text{on } \Gamma_t \quad (2.5)$$

ここで、 \mathbf{n} は境界における外向き単位法線ベクトルである. 以上より、非均質体の境界値問題をまとめると、応力とひずみを関係付ける構成方程式と式(2.3)のひずみ-変位関係式、式(2.4)と式(2.5)の境界条件の3つである.

2.2.2 微小変形における2変数境界値問題

均質化法がマイクロメカニクスなどの他の古典的な力学理論と異なる点は、マイクロ構造とマクロ構造に対して、ミクロ的な非均質性が観察できないマクروسケール $\mathbf{x} \in \Omega$ と、非均質性を計測する尺度としてのマイクロ座標系 \mathbf{y} の2つの異なるスケールを導入する点である¹⁻³³⁾. これらの2つのスケールはマイクロ構造を

表すパラメータ ϵ によって次式のように関係付けられている。

$$\mathbf{y} = \frac{\mathbf{x}}{\epsilon} \quad (2.6)$$

ここで、非均質体のマイクロ構造と仮想的な均質体の関係図を Fig. 2.2 に示す。Fig. 2.2 に示すように、マイクロ座標系 \mathbf{y} を用いることで、ユニットセル領域内部における挙動に対して、マクロ座標系 \mathbf{x} で記述される材料挙動と同等のスケールで記述することが可能となる。

次に、マイクロ構造はマクロ構造に対して非常に小さいものと仮定し、マクロ構造内の物質点 P に 1 つのユニットセルが割り当てられているものとする。このとき、ユニットセルはこの点と同程度の大きさであるとみなすため、マクロ座標系で計測することはできない。しかし、マイクロ座標系 \mathbf{y} を導入することで、ユニットセルの微小体積を $dy_1 dy_2$ と定義することができるため、支配方程式を立式することが可能となる。ここで、マクロ変数である変位、ひずみ、応力はそれぞれ $U(\mathbf{x}), \mathbf{E}(\mathbf{x}), \boldsymbol{\Sigma}(\mathbf{x})$ と定義する。また、マイクロ変数である変位、ひずみ、応力は $u(\mathbf{y}), \boldsymbol{\varepsilon}(\mathbf{y}), \boldsymbol{\sigma}(\mathbf{y})$ と定義し、2 つの異なる座標系への依存性を明確に区別した。

2.2.1 項で示した支配方程式をマイクロおよびマクロスケールにおける境界値問題の支配方程式に与えることにする。はじめに、均質体のマクロ変位、マクロ応力、マクロひずみに関する支配方程式は次式のように成り立つ。

$$\left\{ \begin{array}{l} \partial_x^T \boldsymbol{\Sigma} + \mathbf{B} = \mathbf{0} \\ \boldsymbol{\Sigma} = \mathbf{D}^H \mathbf{E} \\ \mathbf{E} = \partial_x U \\ U = \bar{U} \quad \text{on } \Gamma_U \\ \mathbf{M} \boldsymbol{\Sigma} = \mathbf{T} \quad \text{on } \Gamma_T \end{array} \right. \quad (2.7)$$

ここで、 ∂_x はマクロ座標系 \mathbf{x} でひずみを作成する勾配演算子から成る行列であり、マクロ応力 $\boldsymbol{\Sigma}$ とマクロひずみ \mathbf{E} の成分は次式のように定義されている。

$$\boldsymbol{\Sigma} = \left\{ \begin{array}{l} \Sigma_{11} \\ \Sigma_{22} \\ \Sigma_{12} \end{array} \right\} \quad (2.8)$$

$$\mathbf{E} = \begin{Bmatrix} E_{11} \\ E_{22} \\ 2E_{12} \end{Bmatrix} \quad (2.9)$$

ここで、下付き文字の数字は定義した直交座標系の座標軸数である。本章では、2次元座標系を設けており、応力とひずみの成分は垂直方向の2成分（“11”と“22”）とせん断方向（“12”）の1成分の計3成分となる。また、 \mathbf{M} はマクロ構造の境界 $\partial\Omega$ 上の外向き法線ベクトルの成分を並べたマクロ法線行列、 \mathbf{D}^H は弾性係数行列である。

次に、ユニットセル領域 Y で分布するマイクロ変位、マイクロ応力 $\boldsymbol{\sigma}$ 、マイクロひずみ $\boldsymbol{\varepsilon}$ に関する支配方程式は次式のように与えられる。

$$\begin{cases} \partial_y^T \boldsymbol{\sigma} = \mathbf{0} \\ \boldsymbol{\sigma} = \mathbf{D}\boldsymbol{\varepsilon} \\ \boldsymbol{\varepsilon} = \partial_y \mathbf{u} \end{cases} \quad (2.10)$$

上式に加えて、 ∂Y における境界条件が必要となる。ここで、 ∂_y はマイクロ座標系 \mathbf{y} でひずみを作成する勾配演算子から成る行列であり、マイクロ応力 $\boldsymbol{\sigma}$ とマイクロひずみ $\boldsymbol{\varepsilon}$ の成分は次式のように定義されている。

$$\boldsymbol{\sigma} = \begin{Bmatrix} \sigma_{11} \\ \sigma_{22} \\ \sigma_{12} \end{Bmatrix} \quad (2.11)$$

$$\boldsymbol{\varepsilon} = \begin{Bmatrix} \varepsilon_{11} \\ \varepsilon_{22} \\ 2\varepsilon_{12} \end{Bmatrix} \quad (2.12)$$

このように、マイクロ・マクロといった異なる2つのスケールを導入し極限をとることによって、非均質体のマクロ挙動を支配する方程式を導く数学的な手続きを均質化と呼んでいる^{2-2,2-3}。均質化法の数学理論によると、マクロ構造の支

配方程式と、その微視的非均質性を特徴づける周期的に分布するユニットセルについての支配方程式が導出され、後者を解くことで、前者の材料特性を評価する数値材料試験が可能となる¹⁻³⁶⁾。すなわち、このような数理構造を有する2変数境界値問題を求めれば、ユニットセルについて得られるマイクロ境界値問題に対して、任意のマクロ変数をデータとする数値解析を実施し、マイクロ挙動の平均応答を数値的に評価することで、マクロ的な材料特性を得ることができる。

2.2.3 代表体積要素と等価均質体

非均質体の場合、均質体の場合のマイクロ変位・ひずみの分布に非均質性の影響が付与され、マイクロ変位ベクトル \mathbf{u} は次式で表される。

$$\mathbf{u}(\mathbf{y}) = \mathbf{Y}(\mathbf{y})\mathbf{E}(\mathbf{x}) + \mathbf{u}^*(\mathbf{y}) \quad (2.13)$$

このマイクロ変位ベクトル \mathbf{u} は、ユニットセル領域 Y 内の線形分布する成分 \mathbf{YE} と非均質性の影響で非一様に分布する成分 \mathbf{u}^* の和である。このとき、対応するマイクロひずみは次式のようになる。

$$\boldsymbol{\varepsilon}(\mathbf{y}) = \mathbf{E}(\mathbf{x}) + \partial_{\mathbf{y}}\mathbf{u}^*(\mathbf{y}) \quad (2.14)$$

一方で、マイクロ境界値における境界条件としては、次の3つが考えられる。

1. 斉次の変位境界条件 (Dirichlet 条件)
2. 一定荷重境界条件 (Neumann 条件)
3. 周期境界条件

この中で、周期境界条件が最も実際の条件に近く、力学的に合理性があるため、数値材料試験では周期境界条件が採用されている²⁻⁸⁾。

ここで、線形問題に対するマルチスケール解析の境界値問題を整理する。はじめに、マクロ境界値問題は、式(2.7)のマクロ変位・応力・ひずみに関する支配方程式であり、次式に再掲する。

$$\left\{ \begin{array}{l} \partial_x^T \boldsymbol{\Sigma} + \mathbf{B} = \mathbf{0} \\ \boldsymbol{\Sigma} = \mathbf{D}^H \mathbf{E} \\ \mathbf{E} = \partial_x \mathbf{U} \\ \mathbf{U} = \bar{\mathbf{U}} \quad \text{on } \Gamma_U \\ \mathbf{M}\boldsymbol{\Sigma} = \mathbf{T} \quad \text{on } \Gamma_T \end{array} \right. \quad (2.15)$$

一方で、マイクロ境界値問題については、式(2.10)に示すマイクロ変位・応力・ひずみに関する支配方程式上式に示すマクロひずみに関する支配方程式に式(2.13)に示す周期対称条件が加えられるため、次式のように置き換えられる。

$$\left\{ \begin{array}{l} \partial_y^T \boldsymbol{\sigma} = \mathbf{0} \\ \boldsymbol{\sigma} = \mathbf{D}\boldsymbol{\varepsilon} \\ \boldsymbol{\varepsilon} = \partial_y \mathbf{u} \\ \mathbf{u} = \mathbf{Y}\mathbf{E} + \mathbf{u}^* \\ \mathbf{u}^{*+[k]} = \mathbf{u}^{*[-k]} \quad \text{and} \quad \langle \mathbf{u}^* = \mathbf{0} \rangle \end{array} \right. \quad (2.16)$$

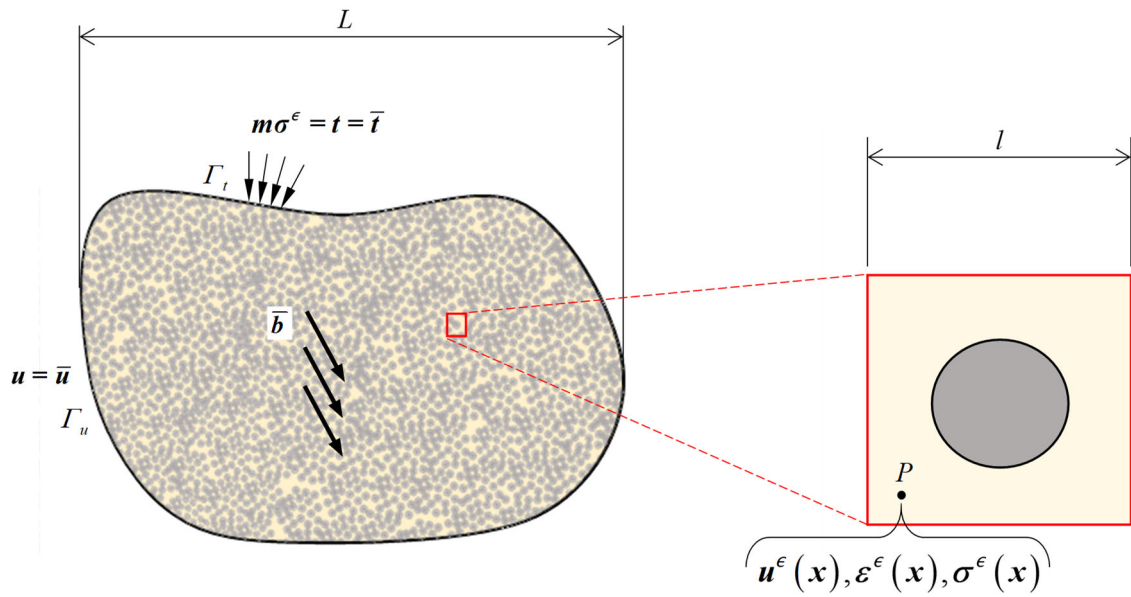


Fig. 2.1 Non-homogeneous material with periodic microstructure.

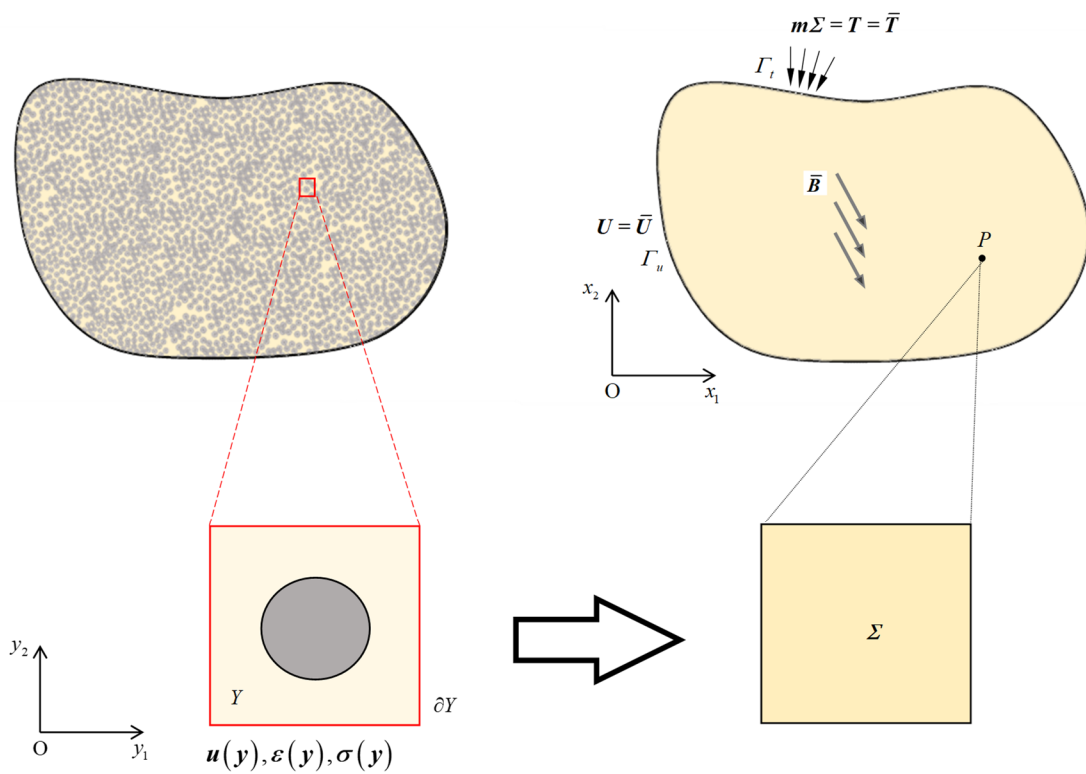


Fig. 2.2 Periodic microstructure and homogeneous body.

2.3 数値材料試験

非均質体のマクロ物性を計算するためには、ユニットセルを仮想的な供試体とみなして、これに対する材料試験を実施する必要がある。この仮想的な材料試験は数値材料試験と呼ばれており^{1-47, 1-48, 1-51)}、様々な非均質体の工学問題に適用されている。本節では、数値材料試験の実施方法と境界条件の処理について述べる。

2.3.1 マクロ物性の算出

マルチスケール解析により、ユニットセルに対してマクロひずみを与えた上で、力のつり合い状態を満たすマイクロ応力を定めることで、対応するマクロ応力が求まる。ここで、ユニットセルに対して次式に示す単位マクロひずみが与えられたとする。

$$\begin{Bmatrix} E_{11} \\ E_{22} \\ 2E_{12} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix} \quad (2.17)$$

この単位マクロひずみでマイクロ境界値問題を解くと、ユニットセル内のマイクロ応力分布が計算される。このマイクロ応力に対応するマクロ応力は次式のようになる。

$$\begin{Bmatrix} \langle \sigma_{11} \rangle \\ \langle \sigma_{22} \rangle \\ \langle \sigma_{12} \rangle \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \Sigma_{11} \\ \Sigma_{22} \\ \Sigma_{12} \end{Bmatrix} \quad (2.18)$$

したがって、マクロ応力とマクロひずみの関係式より、第 1 列目の弾性係数行列は次式から求まる。

$$\begin{aligned} \begin{Bmatrix} \Sigma_{11} \\ \Sigma_{22} \\ \Sigma_{12} \end{Bmatrix} &= \begin{bmatrix} D_{11}^H & D_{12}^H & D_{13}^H \\ D_{21}^H & D_{22}^H & D_{23}^H \\ D_{31}^H & D_{32}^H & D_{33}^H \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix} \\ &= \begin{Bmatrix} D_{11}^H \\ D_{21}^H \\ D_{31}^H \end{Bmatrix} \end{aligned} \quad (2.19)$$

同様に、単位マクロひずみを第 2 列目と第 3 列目の弾性係数行列に与えることで、等価な均質体のマクロ弾性係数は求まる。

2.3.2 多点拘束条件式

数値材料試験のための周期境界条件を実現する多点拘束の設定方法はいくつか考えられるが、本節では制御節点を用いてマクロ変位（またはマクロ荷重）を与える方法について説明する。

二次元（三次元）のユニットセルに対して周期境界条件を設定する際には、四角形の頂点の多点拘束条件が二重に定義されないように整理する必要がある。そこで、Fig. 2.3 に示すような、四角形の 4 つの頂点と各辺上の節点の多点拘束条件を 1 つのマスター（主自由度）とスレーブ（従属自由度）の組で記述するための関係式について、ユニットセルモデルに対して各軸方向に相対変位が発生したと考える。例えば、辺 a と辺 b にのみ y_1 軸方向に逆向きの変位が発生する場合には、相対的に y_1 方向にユニットセルが伸びることになり、 y_1 方向にひずみが生じる。また、辺 c と辺 d が y_1 方向に相対的な変位量を生じた場合には、せん断ひずみが生じる。このような関係は y_2 軸方向でも同様に定義できる。ここで、 y_1 方向の相対変位量を各辺の相対変位量に対応させ、辺 a と辺 b の相対変位量を $q^{[1]}$ 、辺 c と辺 d の相対変位量を $q^{[2]}$ として y_1 方向に展開する。なお、 y_2 方向も y_1 方向と同様に考えると関係式は算出できる。また、これらの相対変位を制御節点の変位から与える。Fig. 2.3 に示すように、ユニットセルの各コーナー節点を 1~4、各辺を $a\sim d$ 、制御節点を M, N とし、各コーナー節点および、この各コーナー節点を除いた各辺上の節点群において多点拘束条件式を整理する。

はじめに、コーナー節点 1~4 における周期境界条件の多点拘束条件式を展開する。ここで、節点 i における y_1 方向変位を u_i と表す。このとき、辺 a と辺 b における y_1 方向変位と制御節点の関係式は次式で定義される。

$$u_1 = u_2 - u_M \quad (2.20)$$

$$u_4 = u_3 - u_M \quad (2.21)$$

同様に、辺 c と辺 d において y_1 方向変位と制御節点の関係式は次式で定義され

る.

$$u_1 = u_4 - u_N \quad (2.22)$$

$$u_2 = u_3 - u_N \quad (2.23)$$

上式をまとめると次式のように定義される.

$$u_1 = u_2 - u_M \quad (2.24)$$

$$u_1 = u_3 - u_M - u_N \quad (2.25)$$

$$u_1 = u_4 - u_N \quad (2.26)$$

次に, 辺 $a \sim$ 辺 d における多点拘束条件式を整理する. ここで, 辺 a 上と辺 b 上に y_2 軸内で対となる節点 a_i と b_i , 辺 c 上と辺 d 上に y_1 軸内で対となる節点 c_i と d_i があると仮定する. そのときの節点 a_i と b_i , 節点 c_i と d_i の関係式はそれぞれ次式で定義される.

$$u_{a_i} = u_{b_i} - u_M \quad (2.27)$$

$$u_{c_i} = u_{d_i} - u_N \quad (2.28)$$

以上より, Fig. 2.3 に示す多点拘束条件を再掲すると以下の 5 つで構成される.

$$u_1 = u_2 - u_M \quad (2.29)$$

$$u_1 = u_3 - u_M - u_N \quad (2.30)$$

$$u_1 = u_4 - u_N \quad (2.31)$$

$$u_{a_i} = u_{b_i} - u_M \quad (2.32)$$

$$u_{c_i} = u_{d_i} - u_N \quad (2.33)$$

2.3.3 全体剛性方程式の組み立てと縮約

数値材料試験の周期境界条件は制御節点を使用して強制変位を与える方法で設定する．そこで本項では，2.3.2 項で説明した多点拘束条件式を全体剛性方程式に反映させ，全体剛性方程式を縮約する方法について説明する．

全体剛性方程式の組み立てと縮約は Fig. 2.4 に示すユニットセルの有限要素モデルと多点拘束条件式を用いて説明する．また，Fig. 2.4 に示す有限要素モデルの節点と要素の情報を Table 2.1 と Table 2.2 に示す．ここで，Fig. 2.4 に示す有限要素モデルの要素の要素剛性方程式 $\mathbf{K}^e \mathbf{d}^e = \mathbf{F}^e$ は次式のように表される．

$$\begin{bmatrix} \mathbf{K}_{11}^e & \mathbf{K}_{12}^e & \mathbf{K}_{13}^e & \mathbf{K}_{14}^e \\ & \mathbf{K}_{22}^e & \mathbf{K}_{23}^e & \mathbf{K}_{24}^e \\ & & \mathbf{K}_{33}^e & \mathbf{K}_{34}^e \\ \text{sym.} & & & \mathbf{K}_{44}^e \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \mathbf{d}_1^e \\ \mathbf{d}_2^e \\ \mathbf{d}_3^e \\ \mathbf{d}_4^e \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \mathbf{F}_1^e \\ \mathbf{F}_2^e \\ \mathbf{F}_3^e \\ \mathbf{F}_4^e \end{Bmatrix} \quad (2.34)$$

ここで， \mathbf{K} は要素剛性行列， \mathbf{d} は節点変位ベクトル， \mathbf{F} は節点力ベクトルである．次に，次式に示す節点変位ベクトル \mathbf{d} の結合情報（連続条件）を考慮し，

$$\begin{aligned} \text{Element①} : & \mathbf{d}_1^{①} = \mathbf{d}_1, \quad \mathbf{d}_2^{①} = \mathbf{d}_2, \quad \mathbf{d}_3^{①} = \mathbf{d}_5, \quad \mathbf{d}_4^{①} = \mathbf{d}_4 \\ \text{Element②} : & \mathbf{d}_1^{②} = \mathbf{d}_2, \quad \mathbf{d}_2^{②} = \mathbf{d}_3, \quad \mathbf{d}_3^{②} = \mathbf{d}_6, \quad \mathbf{d}_4^{②} = \mathbf{d}_5 \\ \text{Element③} : & \mathbf{d}_1^{③} = \mathbf{d}_4, \quad \mathbf{d}_2^{③} = \mathbf{d}_5, \quad \mathbf{d}_3^{③} = \mathbf{d}_8, \quad \mathbf{d}_4^{③} = \mathbf{d}_7 \\ \text{Element④} : & \mathbf{d}_1^{④} = \mathbf{d}_5, \quad \mathbf{d}_2^{④} = \mathbf{d}_6, \quad \mathbf{d}_3^{④} = \mathbf{d}_9, \quad \mathbf{d}_4^{④} = \mathbf{d}_8 \end{aligned} \quad (2.35)$$

Element ①～④の対応する全体剛性行列の成分を表すと，それぞれ式(2.36)～(2.39)のようになる．

$$\begin{bmatrix} \mathbf{K}_{11}^{①} & \mathbf{K}_{12}^{①} & 0 & \mathbf{K}_{14}^{①} & \mathbf{K}_{13}^{①} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ & \mathbf{K}_{22}^{①} & 0 & \mathbf{K}_{24}^{①} & \mathbf{K}_{23}^{①} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ & & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ & & & \mathbf{K}_{44}^{①} & \mathbf{K}_{34}^{①} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \text{sym.} & & & & \mathbf{K}_{33}^{①} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ & & & & & 0 & 0 & 0 & 0 \\ & & & & & & 0 & 0 & 0 \\ & & & & & & & 0 & 0 \\ & & & & & & & & 0 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \mathbf{d}_1 \\ \mathbf{d}_2 \\ \mathbf{d}_3 \\ \mathbf{d}_4 \\ \mathbf{d}_5 \\ \mathbf{d}_6 \\ \mathbf{d}_7 \\ \mathbf{d}_8 \\ \mathbf{d}_9 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \mathbf{F}_1^{①} \\ \mathbf{F}_2^{①} \\ 0 \\ \mathbf{F}_4^{①} \\ \mathbf{F}_3^{①} \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix} \quad (2.36)$$

$$\begin{bmatrix}
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
& \mathbf{K}_{11}^{(2)} & \mathbf{K}_{12}^{(2)} & 0 & \mathbf{K}_{14}^{(2)} & \mathbf{K}_{13}^{(2)} & 0 & 0 & 0 \\
& & \mathbf{K}_{22}^{(2)} & 0 & \mathbf{K}_{24}^{(2)} & \mathbf{K}_{23}^{(2)} & 0 & 0 & 0 \\
& & & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
& & & & \mathbf{K}_{44}^{(2)} & \mathbf{K}_{34}^{(2)} & 0 & 0 & 0 \\
& \text{sym.} & & & & \mathbf{K}_{33}^{(2)} & 0 & 0 & 0 \\
& & & & & & 0 & 0 & 0 \\
& & & & & & & 0 & 0 \\
& & & & & & & & 0
\end{bmatrix}
\begin{Bmatrix}
d_1 \\
d_2 \\
d_3 \\
d_4 \\
d_5 \\
d_6 \\
d_7 \\
d_8 \\
d_9
\end{Bmatrix}
=
\begin{Bmatrix}
0 \\
\mathbf{F}_1^{(2)} \\
\mathbf{F}_2^{(2)} \\
0 \\
\mathbf{F}_4^{(2)} \\
\mathbf{F}_3^{(2)} \\
0 \\
0 \\
0
\end{Bmatrix}
\quad (2.37)$$

$$\begin{bmatrix}
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
& 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
& & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
& & & \mathbf{K}_{11}^{(3)} & \mathbf{K}_{12}^{(3)} & 0 & \mathbf{K}_{14}^{(3)} & \mathbf{K}_{13}^{(3)} & 0 \\
& & & & \mathbf{K}_{22}^{(3)} & 0 & \mathbf{K}_{24}^{(3)} & \mathbf{K}_{23}^{(3)} & 0 \\
& & & & & 0 & 0 & 0 & 0 \\
& \text{sym.} & & & & & \mathbf{K}_{44}^{(3)} & \mathbf{K}_{34}^{(3)} & 0 \\
& & & & & & & \mathbf{K}_{33}^{(3)} & 0 \\
& & & & & & & & 0
\end{bmatrix}
\begin{Bmatrix}
d_1 \\
d_2 \\
d_3 \\
d_4 \\
d_5 \\
d_6 \\
d_7 \\
d_8 \\
d_9
\end{Bmatrix}
=
\begin{Bmatrix}
0 \\
0 \\
0 \\
\mathbf{F}_1^{(3)} \\
\mathbf{F}_2^{(3)} \\
0 \\
\mathbf{F}_4^{(3)} \\
\mathbf{F}_3^{(3)} \\
0
\end{Bmatrix}
\quad (2.38)$$

$$\begin{bmatrix}
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
& 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
& & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
& & & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
& & & & \mathbf{K}_{11}^{(4)} & \mathbf{K}_{12}^{(4)} & 0 & \mathbf{K}_{14}^{(4)} & \mathbf{K}_{13}^{(4)} \\
& & & & & \mathbf{K}_{22}^{(4)} & 0 & \mathbf{K}_{24}^{(4)} & \mathbf{K}_{23}^{(4)} \\
& \text{sym.} & & & & & 0 & 0 & 0 \\
& & & & & & & \mathbf{K}_{44}^{(4)} & \mathbf{K}_{34}^{(4)} \\
& & & & & & & & \mathbf{K}_{33}^{(4)}
\end{bmatrix}
\begin{Bmatrix}
d_1 \\
d_2 \\
d_3 \\
d_4 \\
d_5 \\
d_6 \\
d_7 \\
d_8 \\
d_9
\end{Bmatrix}
=
\begin{Bmatrix}
0 \\
0 \\
0 \\
0 \\
\mathbf{F}_1^{(4)} \\
\mathbf{F}_2^{(4)} \\
0 \\
\mathbf{F}_4^{(4)} \\
\mathbf{F}_3^{(4)}
\end{Bmatrix}
\quad (2.39)$$

これらの式を用いて全体剛性方程式の組み立て（アセンブリング）を行うと、次式が得られる。

$$\begin{aligned}
 & \left[\begin{array}{cccccccc}
 \mathbf{K}_{11}^{(1)} & \mathbf{K}_{12}^{(1)} & 0 & \mathbf{K}_{14}^{(1)} & \mathbf{K}_{13}^{(1)} & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 & \mathbf{K}_{22}^{(1)} & 0 & \mathbf{K}_{24}^{(1)} & \mathbf{K}_{23}^{(1)} & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 & & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 & & & \mathbf{K}_{44}^{(1)} & \mathbf{K}_{34}^{(1)} & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 \text{sym.} & & & & \mathbf{K}_{33}^{(1)} & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 & & & & & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 & & & & & & 0 & 0 & 0 \\
 & & & & & & & 0 & 0 \\
 & & & & & & & & 0
 \end{array} \right] + \left[\begin{array}{cccccccc}
 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 & \mathbf{K}_{11}^{(2)} & \mathbf{K}_{12}^{(2)} & 0 & \mathbf{K}_{14}^{(2)} & \mathbf{K}_{13}^{(2)} & 0 & 0 & 0 \\
 & & \mathbf{K}_{22}^{(2)} & 0 & \mathbf{K}_{24}^{(2)} & \mathbf{K}_{23}^{(2)} & 0 & 0 & 0 \\
 & & & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 & & & & \mathbf{K}_{44}^{(2)} & \mathbf{K}_{34}^{(2)} & 0 & 0 & 0 \\
 \text{sym.} & & & & & \mathbf{K}_{33}^{(2)} & 0 & 0 & 0 \\
 & & & & & & 0 & 0 & 0 \\
 & & & & & & & 0 & 0 \\
 & & & & & & & & 0
 \end{array} \right] \left. \begin{array}{l} d_1 \\ d_2 \\ d_3 \\ d_4 \\ d_5 \\ d_6 \\ d_7 \\ d_8 \\ d_9 \end{array} \right\} \\
 + & \left[\begin{array}{cccccccc}
 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 & & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 & & & \mathbf{K}_{11}^{(3)} & \mathbf{K}_{12}^{(3)} & 0 & \mathbf{K}_{14}^{(3)} & \mathbf{K}_{13}^{(3)} & 0 \\
 & & & & \mathbf{K}_{22}^{(3)} & 0 & \mathbf{K}_{24}^{(3)} & \mathbf{K}_{23}^{(3)} & 0 \\
 \text{sym.} & & & & & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 & & & & & & \mathbf{K}_{44}^{(3)} & \mathbf{K}_{34}^{(3)} & 0 \\
 & & & & & & & \mathbf{K}_{33}^{(3)} & 0 \\
 & & & & & & & & 0 \\
 & & & & & & & & 0
 \end{array} \right] + \left[\begin{array}{cccccccc}
 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 & & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 & & & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 & & & & \mathbf{K}_{11}^{(4)} & \mathbf{K}_{12}^{(4)} & 0 & \mathbf{K}_{14}^{(4)} & \mathbf{K}_{13}^{(4)} \\
 \text{sym.} & & & & & \mathbf{K}_{22}^{(4)} & 0 & \mathbf{K}_{24}^{(4)} & \mathbf{K}_{23}^{(4)} \\
 & & & & & & 0 & 0 & 0 \\
 & & & & & & & \mathbf{K}_{44}^{(4)} & \mathbf{K}_{34}^{(4)} \\
 & & & & & & & & \mathbf{K}_{33}^{(4)}
 \end{array} \right] \left. \begin{array}{l} d_1 \\ d_2 \\ d_3 \\ d_4 \\ d_5 \\ d_6 \\ d_7 \\ d_8 \\ d_9 \end{array} \right\} \quad (2.40)
 \end{aligned}$$

$$= \left\{ \begin{array}{l} \mathbf{F}_1^{(1)} \\ \mathbf{F}_2^{(1)} \\ 0 \\ \mathbf{F}_4^{(1)} \\ \mathbf{F}_3^{(1)} \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{array} \right\} + \left\{ \begin{array}{l} 0 \\ \mathbf{F}_1^{(2)} \\ \mathbf{F}_2^{(2)} \\ 0 \\ \mathbf{F}_4^{(2)} \\ \mathbf{F}_3^{(2)} \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{array} \right\} + \left\{ \begin{array}{l} 0 \\ 0 \\ 0 \\ \mathbf{F}_1^{(3)} \\ \mathbf{F}_2^{(3)} \\ 0 \\ \mathbf{F}_4^{(3)} \\ \mathbf{F}_3^{(3)} \\ 0 \end{array} \right\} + \left\{ \begin{array}{l} 0 \\ 0 \\ 0 \\ \mathbf{F}_1^{(4)} \\ \mathbf{F}_2^{(4)} \\ 0 \\ \mathbf{F}_4^{(4)} \\ \mathbf{F}_3^{(4)} \\ 0 \end{array} \right\}$$

$$\begin{aligned}
& \left[\begin{array}{cccccccccc}
\mathbf{K}_{11}^{(1)} & \mathbf{K}_{12}^{(1)} & 0 & \mathbf{K}_{14}^{(1)} & \mathbf{K}_{13}^{(1)} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
& \mathbf{K}_{22}^{(1)} + \mathbf{K}_{11}^{(2)} & \mathbf{K}_{12}^{(2)} & \mathbf{K}_{24}^{(1)} & \mathbf{K}_{23}^{(1)} + \mathbf{K}_{14}^{(2)} & \mathbf{K}_{13}^{(2)} & 0 & 0 & 0 & 0 \\
& & \mathbf{K}_{22}^{(2)} & 0 & \mathbf{K}_{24}^{(2)} & \mathbf{K}_{23}^{(2)} & 0 & 0 & 0 & 0 \\
& & & \mathbf{K}_{44}^{(1)} + \mathbf{K}_{11}^{(3)} & \mathbf{K}_{34}^{(1)} + \mathbf{K}_{12}^{(3)} & 0 & \mathbf{K}_{14}^{(3)} & \mathbf{K}_{13}^{(3)} & 0 & 0 \\
& & & & \mathbf{K}_{33}^{(1)} + \mathbf{K}_{44}^{(2)} + \mathbf{K}_{22}^{(3)} + \mathbf{K}_{11}^{(4)} & \mathbf{K}_{34}^{(2)} + \mathbf{K}_{12}^{(4)} & \mathbf{K}_{24}^{(3)} & \mathbf{K}_{23}^{(3)} + \mathbf{K}_{14}^{(4)} & \mathbf{K}_{13}^{(4)} & 0 \\
& & \text{sym.} & & & \mathbf{K}_{33}^{(2)} + \mathbf{K}_{22}^{(4)} & 0 & \mathbf{K}_{24}^{(4)} & \mathbf{K}_{23}^{(4)} & 0 \\
& & & & & & \mathbf{K}_{44}^{(3)} & \mathbf{K}_{34}^{(3)} & 0 & 0 \\
& & & & & & & \mathbf{K}_{33}^{(3)} + \mathbf{K}_{44}^{(4)} & \mathbf{K}_{34}^{(4)} & \mathbf{K}_{33}^{(4)}
\end{array} \right] \begin{Bmatrix} d_1 \\ d_2 \\ d_3 \\ d_4 \\ d_5 \\ d_6 \\ d_7 \\ d_8 \\ d_9 \end{Bmatrix} \\
& = \left\{ \begin{array}{l} \mathbf{F}_1^{(1)} \\ \mathbf{F}_2^{(1)} + \mathbf{F}_1^{(2)} \\ \mathbf{F}_2^{(2)} \\ \mathbf{F}_4^{(1)} + \mathbf{F}_1^{(3)} \\ \mathbf{F}_3^{(1)} + \mathbf{F}_4^{(2)} + \mathbf{F}_2^{(3)} + \mathbf{F}_1^{(4)} \\ \mathbf{F}_3^{(2)} + \mathbf{F}_2^{(4)} \\ \mathbf{F}_4^{(3)} \\ \mathbf{F}_3^{(3)} + \mathbf{F}_4^{(4)} \\ \mathbf{F}_3^{(4)} \end{array} \right\} \tag{2.41}
\end{aligned}$$

上式に示す全体剛性行列には逆行列が存在せず，解を得ることができない．そこで，変位境界条件や多点拘束条件を全体剛性方程式に反映させ，全自由度数の次元を持つ全体剛性行列を未知数の数（＝全自由度数－（変位境界条件の数＋多点拘束条件式の数））の次元にする．Fig. 2.4 に示す有限要素モデルの自由度は 18 つ（節点数 9×自由度 2），制御節点の自由度は 4 つ（節点数 2×自由度 2）となる．また，2.3.2 項の多点拘束条件式により，5 つの節点が決まった節点の自由度と関連付けられているため，多点拘束条件式の数 は 10 となる．これにより，未知の自由度を含む節点変位ベクトル \mathbf{d} は $d_1, d_2, d_4, d_5, d_{10}, d_{11}$ の 6 つとなる．この 6 つの未知数とする縮約された剛性方程式を導出するために，多点拘束条件式は 0 と 1 の係数行列を用いて次式で表される．

$$\begin{aligned}
d_3 &= d_1 + d_{10} \\
d_6 &= d_4 + d_{10} \\
d_7 &= d_1 + d_{11} \\
d_8 &= d_2 + d_{11} \\
d_9 &= d_1 + d_{10} + d_{11}
\end{aligned}
\Rightarrow
\begin{pmatrix} d_1 \\ d_2 \\ d_3 \\ d_4 \\ d_5 \\ d_6 \\ d_7 \\ d_8 \\ d_9 \end{pmatrix}
=
\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \end{bmatrix}
\begin{pmatrix} d_1 \\ d_2 \\ d_4 \\ d_5 \\ d_{10} \\ d_{11} \end{pmatrix}
\quad (2.42)$$

上式により，節点変位ベクトル \mathbf{d} は右辺の係数行列で縮約される．また，この多点拘束条件式を式(2.41)の左辺に代入すると，式(2.43)のようになる．

$$\begin{bmatrix} K_{11}^{(1)} & K_{12}^{(1)} & 0 & K_{14}^{(1)} & K_{13}^{(1)} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ & K_{22}^{(1)} + K_{11}^{(2)} & K_{12}^{(2)} & K_{24}^{(1)} & K_{23}^{(1)} + K_{14}^{(2)} & K_{13}^{(2)} & 0 & 0 & 0 \\ & & K_{22}^{(2)} & 0 & K_{24}^{(2)} & K_{23}^{(2)} & 0 & 0 & 0 \\ & & & K_{44}^{(1)} + K_{11}^{(3)} & K_{34}^{(1)} + K_{12}^{(3)} & 0 & K_{14}^{(3)} & K_{13}^{(3)} & 0 \\ & & & & K_{33}^{(1)} + K_{44}^{(2)} + K_{22}^{(3)} + K_{11}^{(4)} & K_{34}^{(2)} + K_{12}^{(4)} & K_{24}^{(3)} & K_{23}^{(3)} + K_{14}^{(4)} & K_{13}^{(4)} \\ & & & & & K_{33}^{(2)} + K_{22}^{(4)} & 0 & K_{34}^{(4)} & K_{23}^{(4)} \\ & & & & & & & K_{34}^{(3)} & 0 \\ & & & & & & & & K_{33}^{(3)} + K_{44}^{(4)} \\ & & & & & & & & & K_{34}^{(4)} \\ & & & & & & & & & & K_{33}^{(4)} \end{bmatrix}
\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \end{bmatrix}
\begin{pmatrix} d_1 \\ d_2 \\ d_4 \\ d_5 \\ d_{10} \\ d_{11} \end{pmatrix}
\quad (2.43)$$

$$= \begin{pmatrix} F_1^{(1)} \\ F_2^{(1)} + F_1^{(2)} \\ F_2^{(2)} \\ F_4^{(1)} + F_1^{(3)} \\ F_3^{(1)} + F_4^{(2)} + F_2^{(3)} + F_1^{(4)} \\ F_3^{(2)} + F_2^{(4)} \\ F_4^{(3)} \\ F_3^{(3)} + F_4^{(4)} \\ F_3^{(4)} \end{pmatrix}$$

この剛性行列は，非対称行列となっているため，式(2.42)の変換行列の転置行列を剛性方程式の両辺にかけると，式(2.43)の右辺と左辺はそれぞれ式(2.44)と式(2.45)となる．

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}
\begin{bmatrix} K_{11}^{(1)} & K_{12}^{(1)} & K_{13}^{(1)} & 0 & 0 \\ K_{12}^{(1)} + K_{12}^{(2)} & K_{22}^{(1)} + K_{11}^{(2)} & K_{23}^{(1)} + K_{14}^{(2)} & K_{13}^{(2)} & 0 \\ K_{12}^{(2)} & K_{22}^{(2)} & K_{23}^{(2)} & K_{22}^{(2)} + K_{11}^{(3)} & 0 \\ K_{14}^{(1)} + K_{14}^{(2)} & K_{24}^{(1)} + K_{13}^{(2)} & K_{24}^{(2)} + K_{13}^{(3)} & K_{14}^{(3)} + K_{13}^{(4)} & K_{14}^{(4)} \\ K_{13}^{(1)} + K_{24}^{(2)} + K_{24}^{(3)} + K_{13}^{(4)} & K_{23}^{(1)} + K_{14}^{(2)} + K_{23}^{(3)} + K_{14}^{(4)} & K_{34}^{(1)} + K_{34}^{(2)} + K_{12}^{(3)} + K_{12}^{(4)} & K_{33}^{(1)} + K_{44}^{(2)} + K_{22}^{(3)} + K_{11}^{(4)} & K_{24}^{(3)} + K_{24}^{(4)} + K_{13}^{(4)} \\ K_{23}^{(2)} + K_{23}^{(3)} & K_{23}^{(3)} + K_{24}^{(4)} & K_{33}^{(2)} + K_{22}^{(4)} & K_{34}^{(4)} & K_{23}^{(4)} + K_{33}^{(4)} + K_{22}^{(4)} + K_{23}^{(4)} \\ K_{44}^{(3)} & K_{34}^{(3)} & K_{34}^{(4)} & 0 & K_{34}^{(4)} + K_{44}^{(4)} \\ K_{34}^{(3)} + K_{34}^{(4)} & K_{33}^{(3)} + K_{44}^{(4)} & K_{33}^{(4)} + K_{44}^{(4)} & K_{23}^{(3)} + K_{14}^{(4)} & K_{33}^{(4)} + K_{54}^{(4)} + K_{34}^{(4)} + K_{44}^{(4)} \\ K_{33}^{(4)} & K_{34}^{(4)} & K_{23}^{(4)} & K_{23}^{(4)} + K_{33}^{(4)} & K_{23}^{(4)} + K_{33}^{(4)} \end{bmatrix}
\begin{pmatrix} d_1 \\ d_2 \\ d_4 \\ d_5 \\ d_{10} \\ d_{11} \end{pmatrix}
\quad (2.44)$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \left\{ \begin{array}{l} F_1^{(1)} \\ F_2^{(1)} + F_1^{(2)} \\ F_2^{(2)} \\ F_4^{(1)} + F_1^{(3)} \\ F_3^{(1)} + F_4^{(2)} + F_2^{(3)} + F_1^{(4)} \\ F_3^{(2)} + F_2^{(4)} \\ F_4^{(3)} \\ F_3^{(3)} + F_4^{(4)} \\ F_3^{(4)} \end{array} \right\} \quad (2.45)$$

次に，変位境界条件より

$$d_{10} = \begin{Bmatrix} \alpha_x \\ \alpha_y \end{Bmatrix} = \boldsymbol{\alpha}, \quad d_{11} = \begin{Bmatrix} \beta_x \\ \beta_y \end{Bmatrix} = \boldsymbol{\beta} \quad (2.46)$$

と与えた．また，4.3.2 項で説明した未知の変位のみ関係式を抽出する処理と，既知の節点変位を剛性行列の対応成分に乗じて移行する処理にしたがって d_{10} ， d_{11} を消去し，式(2.41)に示す方程式を書き改めると次式のようなになる．

$$\begin{bmatrix} \mathbf{K}_{11}^{(1)} + \mathbf{K}_{22}^{(2)} + \mathbf{K}_{44}^{(3)} + \mathbf{K}_{33}^{(4)} & \mathbf{K}_{12}^{(1)} + \mathbf{K}_{12}^{(2)} + \mathbf{K}_{34}^{(3)} + \mathbf{K}_{34}^{(4)} & \mathbf{K}_{14}^{(1)} + \mathbf{K}_{23}^{(2)} + \mathbf{K}_{14}^{(3)} + \mathbf{K}_{23}^{(4)} & \mathbf{K}_{13}^{(1)} + \mathbf{K}_{24}^{(2)} + \mathbf{K}_{24}^{(3)} + \mathbf{K}_{13}^{(4)} \\ \text{sym.} & \mathbf{K}_{22}^{(1)} + \mathbf{K}_{11}^{(2)} + \mathbf{K}_{33}^{(3)} + \mathbf{K}_{44}^{(4)} & \mathbf{K}_{24}^{(1)} + \mathbf{K}_{13}^{(2)} + \mathbf{K}_{13}^{(3)} + \mathbf{K}_{24}^{(4)} & \mathbf{K}_{23}^{(1)} + \mathbf{K}_{14}^{(2)} + \mathbf{K}_{23}^{(3)} + \mathbf{K}_{14}^{(4)} \\ & & \mathbf{K}_{44}^{(1)} + \mathbf{K}_{33}^{(2)} + \mathbf{K}_{11}^{(3)} + \mathbf{K}_{22}^{(4)} & \mathbf{K}_{34}^{(1)} + \mathbf{K}_{34}^{(2)} + \mathbf{K}_{12}^{(3)} + \mathbf{K}_{12}^{(4)} \\ & & & \mathbf{K}_{33}^{(1)} + \mathbf{K}_{44}^{(2)} + \mathbf{K}_{22}^{(3)} + \mathbf{K}_{11}^{(4)} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} d_1 \\ d_2 \\ d_4 \\ d_5 \end{Bmatrix} = \{\mathbf{F}\} \quad (2.47)$$

この，縮約した全体剛性行列は逆行列が存在するため，解を得ることができる．ただし， $\{\mathbf{F}\}$ は既知の変位を剛性行列の対応する成分に乗じて移項，縮約した荷重ベクトルである．縮約した全体剛性行列が元の全体剛性行列から変化した部分を挙げると次の通りである．

- ① 変位境界条件が設定されている節点 (自由度) に対応する成分が消去される．

- ② 多点拘束条件でスレーブとして設定されている節点（自由度）に対応する成分は，マスターとして設定されている節点（自由度）に対応する成分に加えられる。

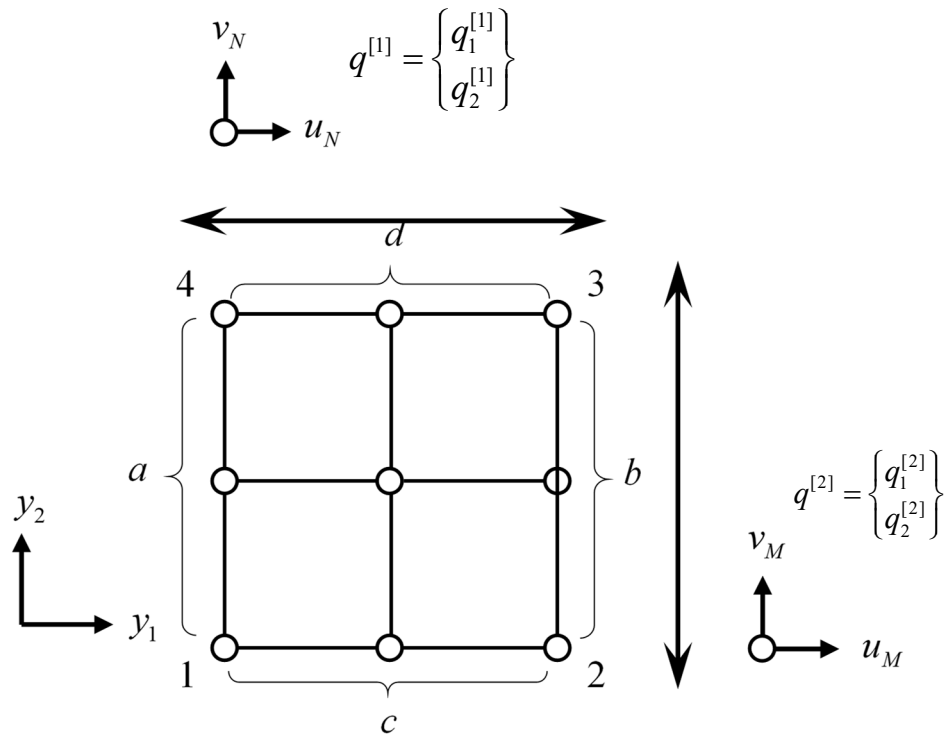


Fig. 2.3 Relationship between nodes and control nodes in FE model of 2-D unit cell.

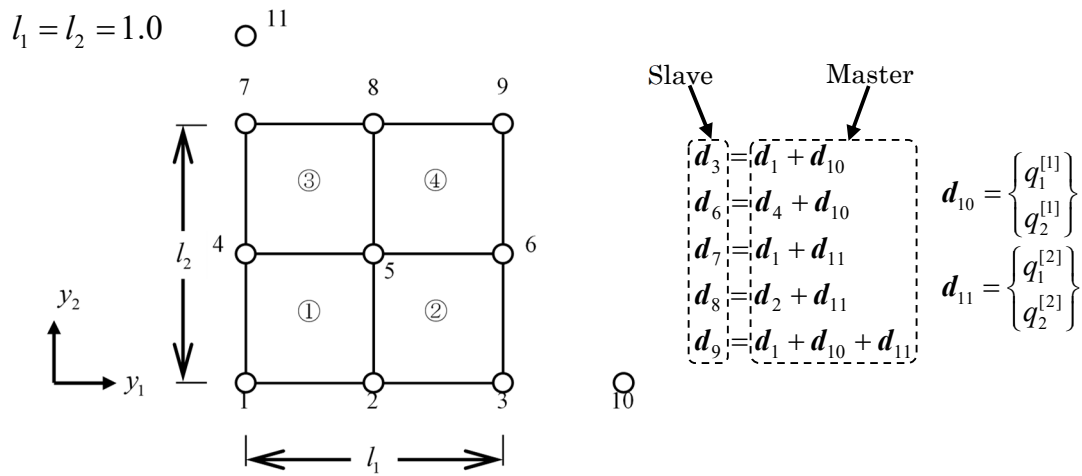


Fig. 2.4 Finite element model for 2D numerical material testing.

Table 2.1 Node coordinate value list.

Node number	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
y_1 [m]	0.0	0.5	1.0	0.0	0.5	1.0	0.0	0.5	1.0	2.0	0.0
y_2 [m]	0.0	0.0	0.0	0.5	0.5	0.5	1.0	1.0	1.0	0.0	2.0

Table 2.2 Element list.

Element	Type	Number of node			
		1	2	3	4
①	Q4	1	2	5	4
②	Q4	2	3	6	5
③	Q4	4	5	8	7
④	Q4	5	6	9	8

2.4 非線形有限要素法による数値材料試験

本節では、非弾性材料や非線形材料から構成される非均質体に対するマルチスケール解析のための理論について述べる。はじめに、マルチスケール解析のマルチスケール境界値問題を再定義し、分離型マルチスケール解析について説明する。次に、非線形有限要素法を用いた数値材料試験の方法について説明する。

2.4.1 非線形問題に対するマルチスケール境界値問題

線形弾性問題であれば、マクロ応力とマクロひずみに線形的な関係があるため、均質化弾性係数行列が数値材料試験から直接的に同定することが可能であった。一方で、非弾性材料や非線形材料からなる非均質材料の場合、ミクロ応力とミクロひずみに線形的な関係がないため、マクロ応力はマクロひずみに依存したミクロひずみの関数として表現される。

非線形材料を構成材料とする非均質体に対して、マルチスケール境界値問題を再設定する。このとき、ミクロ構造を構成する材料が非弾性挙動を示すことを反映し、ミクロ境界値問題に非弾性材料構成則が導入されることに合わせて、次式に示す境界値問題を定義する。

・マクロ境界値問題

$$\left\{ \begin{array}{l} \partial_x^T \Sigma + B = 0 \\ \Sigma = D^H E \\ E = \partial_x U \\ U = \bar{U} \quad \text{on } \Gamma_U \\ M \Sigma = T \quad \text{on } \Gamma_T \end{array} \right. \quad (2.48)$$

・ミクロ境界値問題

$$\left\{ \begin{array}{l} \partial_y^T \sigma = 0 \\ \sigma = \text{in } Y \\ \varepsilon = \partial_y u \\ \mathbf{u}^{*+[k]} = \mathbf{u}^{*[-k]} \quad \text{and} \quad \langle \mathbf{u}^* = 0 \rangle \end{array} \right. \quad (2.49)$$

式(2.49)に示すように、非線形材料を対象とするミクロ境界値問題では、材料構

成則が線形構成則から非線形材料構成則に入れ替わっている。

2.5 まとめ

本章では、均質化法に基づくマルチスケール解析の計算方法として、数値材料試験を対象とし、マルチスケール解析の基礎理論である均質化法について述べた。特に、マルチスケール解析の2変数境界値問題を説明し、ミクロ変数とマクロ変数の関係を示した。また、ミクロ解析における境界条件が、有限要素法における多点拘束条件式で表されることを説明し、多点拘束条件式を考慮した分離型マルチスケール解析である数値材料試験の理論と計算過程について示した。

分離型マルチスケール解析は、等価な均質体のマクロ材料構成則を事前に用意し、数値材料試験から得られる仮想的な実験データを用いてその材料パラメータを同定することで、マクロ構造解析とミクロ構造解析の分離を実現した解析手法である^{1-34, 1-47, 1-48, 1-49, 1-51}。このミクロ構造解析はマクロ材料挙動を十分に表現できるだけの計算回数で足りるため、計算コストは大幅に削減することができる¹⁻³⁶。

この分離型マルチスケール解析は、次の3つのステップで構成されている。

1. ミクロ構造の事前解析（均質化プロセス）
2. マクロ構造の解析
3. ミクロ構造の事後解析（局所化プロセス）

1つ目のミクロ構造の事前解析では、対象としている非均質体のユニットセルFEモデルを作成し、構成材料の幾何学的性状、空間分布および材料種別を定めて、各構成材料の構成則とその材料パラメータを設定する。次に、取得したいマクロ材料応答を定めて境界条件を設定し、FEモデルに対してミクロ解析を実施することで、目的に応じたマクロ応力-ひずみの関係を算出する。さらに、得られたマクロ応力-ひずみの関係から、あらかじめ仮定したマクロ材料構成則の材料パラメータを同定する。

2つ目のマクロ構造の解析では、マクロ構造のFEモデルを用意して、仮定したマクロ構成則と均質化プロセスで得られた材料パラメータを入力データとして通常のFEM解析を行う。また、局所化プロセスを行う場合は、対象とするユニットセルが位置するマクロ物質点でのマクロひずみ履歴を保存しておく。

3つ目のマイクロ構造の事後解析では、2つ目のマクロ構造の解析で保存しておいたマクロひずみ履歴を事前解析と同じユニットセルモデルに拘束条件用データとして与え、マクロ変形の履歴に沿ってマイクロ構造の応答を解析する。増分荷重による非線形解析の場合、マクロひずみも時刻歴で増分的に得られているため、ここでのマイクロ解析でも各時間ステップでのマクロひずみを逐次与える。

以上より、適切なマクロ材料構成則とその材料パラメータを同定することができれば、分離型マルチスケール解析を実施することが可能であり、上記に示す計算過程を行うことで、非均質体の非線形材料挙動を計算することができる。

2.6 参考文献

- 2-1) Joseph B. K., Stanley K., Asymptotic Solutions of Initial Value Problems for Nonlinear Partial Differential Equations, *Journal on Applied Mathematics*, Vol.18, No.4 (1970), pp.748-758.
- 2-2) 寺田賢二郎, 弓削康平, 菊池昇, 均質化法を用いた複合材料の弾塑性解析 : 第1報, 定式化, *日本機械学会論文集 A 編*, Vol.61, No.590 (1995), pp.2199-2205.
- 2-3) 寺田賢二郎, 弓削康平, 菊池昇, 均質化法を用いた複合材料の弾塑性解析 : 第2報, 数値解析, *日本機械学会論文集 A 編*, Vol.62, No.601 (1996), pp.2071-2079.
- 2-4) 寺田賢二郎, 菊池昇, 均非均質弾塑性体のマルチスケール解析のための一般化アルゴリズム, *土木学会論文集*, Vol.1999, No.633 (1999), pp.217-229.
- 2-5) Kalamkarov, A. L., Kolpakov, A. G. Analysis, design and optimization of composite structures, John Wiley & Sons, 1997, ISBN 978-0-471-97189-4.
- 2-6) Duvaut, G., Nuc, M., A New Method of Analysis of Composite Structures, Ninth European Rotorcraft Forum, 1983, Paper No. 88.
- 2-7) Allaire, G., Mathematical approaches and methods, Homogenization and Porous Media, Springer-Verlag, 1996.
- 2-8) Sanchez, P. E., Non-Homogeneous Media and Vibration Theory, Lecture Notes in Physics, Springer-Verlag, 1980.

第3章 熱可塑性樹脂の非線形材料挙動の予測

3.1 はじめに

本章では、複合材料のマトリックス樹脂として代表的な 3 種類の熱可塑性樹脂（ポリカーボネートと現場重合型熱可塑性アクリル樹脂，現場重合型熱可塑性エポキシ樹脂）の非線形材料挙動を精度良く表現する材料構成則の構築と材料パラメータを同定するための新しい同定手法について説明する．新しい同定手法である混合型同定手法は，動的粘弾性試験と複数の温度とひずみ速度下での単軸繰り返し負荷-除荷試験から粘弾性・粘塑性・損傷複合構成則の材料パラメータを同定する同定手法である．この混合型同定手法で求めた非線形材料パラメータの同定結果を実験結果の非線形材料挙動と比較することにより，その同定精度を検証し提案手法の有用性について明らかにした．

3.2 熱可塑性樹脂の非線形材料挙動の特徴

高分子材料の材料挙動を表現する一般的な材料構成則として、一般化 Maxwell モデルを用いた粘弾性構成則が挙げられ、高分子材料の実用的な変形と強度特性を評価するために広く使用されている^{3-1~3-4}。特に、熱硬化性樹脂の架橋構造は3次元的なネットワーク構造により分子鎖の運動が制限されているため、Fig. 3.1 に示すように、熱硬化性樹脂のマクロ的な材料挙動はほとんど線形的な材料応答であり、応力を取り除くとひずみは元に戻るため、永久ひずみはほとんど生じないことがわかる。そのため、一般化 Maxwell モデルによる粘弾性構成則で十分に材料挙動を予測することが可能であった。

一方で、熱可塑性樹脂は分子鎖が直鎖状に結合した高分子材料であり、分子鎖の運動は熱硬化性樹脂よりも自由である。ここで、熱可塑性樹脂の単軸負荷除荷試験における材料応答を Fig. 3.2 に示す。Fig. 3.2 に示す実線は常温 (RT) の雰囲気温度下かつ試験速度 1.0mm/min で試験から得られた材料応答、破線は常温 (RT) の雰囲気温度下かつ試験速度 0.1mm/min で試験から得られた材料応答、点線は 90°C の雰囲気温度下かつ試験速度 1.0mm/min で試験から得られた材料応答である。Fig. 3.2 に示すように、熱可塑性樹脂のマクロ的な材料挙動は材料非線形性が大きく、応力を取り除いても永久ひずみが生じていることや負荷時と除荷時の曲線の勾配が異なることが確認できる。これらの特徴をまとめると、熱可塑性樹脂の非線形材料挙動は次の5つにまとめられる。

- ・ 残留変形 (永久変形) の発生
- ・ ひずみ速度に依存した材料挙動の変化
- ・ ひずみ速度に依存した残留変形 (永久変形) の差異
- ・ 変形の進行に伴う弾性係数の低減
- ・ 除荷曲線の材料非線形性

これらの非線形材料挙動を表現するためには、従来の研究で使用されてきた粘弾性構成則だけでなく、変形速度依存型の粘塑性構成則や弾性係数の低下を表す損傷構成則を考慮しなければ、正確な非線形材料挙動を予測することはできないと考えられる。

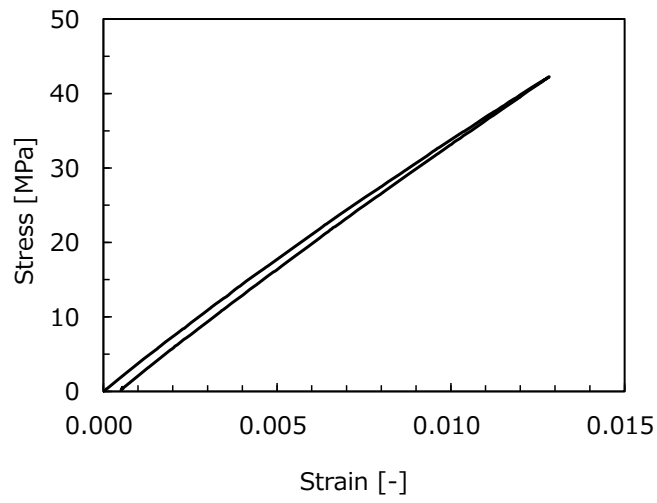


Fig. 3.1 Material behavior of thermo-setting resin.

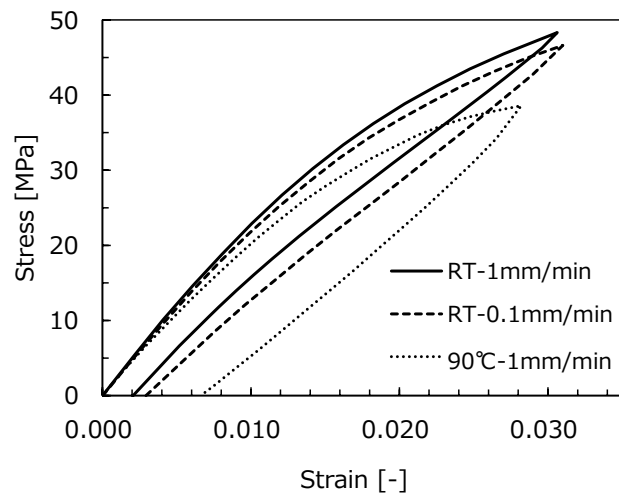


Fig. 3.2 Material behavior of thermoplastic resin.

3.3 等方性粘弾性・粘塑性・損傷複合構成則の定式化

熱可塑性樹脂の非線形材料挙動を再現するために、松原らが提案した粘弾性・粘塑性複合構成則³⁻⁵⁾に損傷構成則を組み合わせた等方性粘弾性・粘塑性・損傷複合構成則を構築した。なお、本研究で定式化した粘弾性・粘塑性・損傷構成則は1次元の材料構成則とする。また、本研究の実験での変形レベルは小さいものと仮定し、等方性粘弾性・粘塑性・損傷複合構成則は“微小”ひずみ理論の枠組みで構築した。したがって、全ひずみ ε は次式のように弾性ひずみ ε^e と粘性ひずみ ε^v 、粘塑性ひずみ ε^{vp} に加算分解できるものとする。

$$\varepsilon = \varepsilon^e + \varepsilon^v + \varepsilon^{vp} \quad (3.1)$$

3.3.1 粘弾性構成則の定式化

高分子材料は弾性と粘性を兼ね備えた粘弾性材料である。ここで、弾性体と粘弾性体の材料応答を Fig. 3.3 に示す。Fig. 3.3(a)に示すように、弾性特性は与えられた外力の大きさによって線形的に変形し、外力を取り除くと元の形状に戻る特性で、応力とひずみの関係式は次式で表される。

$$\sigma = E\varepsilon^e \quad (3.2)$$

ここで、 E は弾性係数である。一方で、Fig. 3.3(b)に示すように、粘性特性は変形速度に応じて応力が決まる特性のことで、応力とひずみ速度の関係式は次式で表される。

$$\begin{aligned} \sigma &= \eta \frac{d\varepsilon^v}{dt} \\ &= \eta \dot{\varepsilon}^v \end{aligned} \quad (3.3)$$

ここで、 η は粘性係数である。また、Fig. 3.4(a), (b)に示すように、弾性特性と粘性特性はそれぞれバネ要素とダッシュポット要素で表現され、それぞれの直線の傾きは、弾性係数 E と粘性係数 η を意味する。また、弾性と粘性の両特性を持つ粘弾性特性は、バネ要素とダッシュポット要素が直列に組み合わせられた Maxwell モデルで表現される。この Maxwell モデルの力学的挙動としては、両端

を急激に変形させると、ダッシュポット要素が急激なひずみ変化に対応できずにはほとんど動かず、Maxwell モデルは弾性的な材料応答が得られる。一方で、両端をゆっくり変形させると、ダッシュポット要素が変形し、粘性的な材料応答が得られる。このように、Maxwell モデルを用いることで、粘弾性材料の力学的挙動を表現できる。また、式(3.2)の両辺を時間微分した関係式を次式に示す。

$$\dot{\sigma} = E\dot{\varepsilon}^e \quad (3.4)$$

ここで、Maxwell モデルの全ひずみ速度 $\dot{\varepsilon}$ は次式に示す弾性ひずみ速度 $\dot{\varepsilon}^e$ と粘性ひずみ速度 $\dot{\varepsilon}^v$ の加算により求まる。

$$\dot{\varepsilon} = \dot{\varepsilon}^e + \dot{\varepsilon}^v \quad (3.5)$$

そのため、式(3.3)と式(3.4)を上式にそれぞれ加算すると次式に示す常微分方程式が求まる。

$$\frac{d\varepsilon}{dt} = \frac{1}{E} \frac{d\sigma}{dt} + \frac{\sigma}{\eta} \quad (3.6)$$

実際の粘弾性材料は複数の分子鎖で構成されており、それぞれの分子鎖の弾性および粘性特性が異なる。そのため、等方的な粘弾性体の数値計算には n 個の Maxwell モデルを並列につなぎ合わせた一般化 Maxwell モデルが使用されている。ここで、Fig. 3.5 に一般化 Maxwell モデルを示す。Fig. 3.5 に示すように、一般化 Maxwell モデルにはスカラー値の弾性係数 E_α と粘性係数 η_α を用いる。また、一般化 Maxwell モデルの第 0 項は純弾性項の役割を果たすため、緩和時間 τ_0 を 10^{30} sec と定義することで、純弾性項に作用する応力 σ_0 を計算した。また、各要素の弾性バネに作用する応力 σ_α^e は次式から求まる。

$$\sigma_\alpha^e = E_\alpha^e \varepsilon_\alpha^e \quad (3.7)$$

一方で、初期弾性係数 E_{ini} は各 Maxwell 要素の弾性係数 E_α と純弾性項の弾性係数 E_0 との総和であり、次式に示す関係式で定義される。

$$E_{ini} = E_0 + \sum_{\alpha=1}^n E_{\alpha} \quad (3.8)$$

$$\gamma_{\alpha} = \frac{E_{\alpha}}{E_{ini}} \quad (3.9)$$

ここで、 γ_{α} は相対係数で、各 Maxwell 要素の弾性係数 E_{α} と初期弾性係数 E_{ini} の比を示している。また、緩和時間 τ_{α} は粘性係数 η_{α} と各 Maxwell 要素の弾性係数 E_{α} を用いて次式のように関係付けられる。

$$\tau_{\alpha} = \frac{\eta_{\alpha}}{E_{\alpha}} \quad (3.10)$$

また、時間-温度換算因子 a_T によって変換された緩和時間 $\tilde{\tau}_{\alpha}$ は次式で定義される。

$$\tilde{\tau}_{\alpha} = a_T \tau_{\alpha} \quad (3.11)$$

以上より、各 Maxwell 要素の弾性バネとダッシュポットに作用する応力 $\sigma_{\alpha}^e, \sigma_{\alpha}^v$ 、相対係数 γ_{α} と初期弾性係数 E_{ini} 、時間-温度換算因子 a_T によって変換された緩和時間 $\tilde{\tau}_{\alpha}$ を用いて次式から求められる。

$$\sigma_{\alpha}^e = \gamma_{\alpha} E_{ini} \varepsilon_{\alpha}^e \quad (3.12)$$

$$\sigma_{\alpha}^v = \tilde{\tau}_{\alpha} \gamma_{\alpha} E_{ini} \dot{\varepsilon}_{\alpha}^v \quad (3.13)$$

Fig. 3.5 に示すように、各 Maxwell 要素のバネとダッシュポットは直列に接続されている。そのため、次式に示すように、各 Maxwell 要素に作用する応力 σ_{α} とダッシュポットに作用する応力 σ_{α}^v は等しい。

$$\sigma_{\alpha} = \sigma_{\alpha}^e = \sigma_{\alpha}^v \quad (3.14)$$

したがって、式(3.13)は式(3.12)の時間-温度換算因子 a_T によって変換された緩和時間 $\tilde{\tau}_{\alpha}$ を用いて次式で表される。

$$\begin{aligned}\sigma_\alpha^v &= \sigma_\alpha = \tilde{\tau}_\alpha \gamma_\alpha E_{\text{ini}} \dot{\varepsilon}_\alpha^v \\ &= \tilde{\tau}_\alpha E_\alpha \dot{\varepsilon}_\alpha^v\end{aligned}\quad (3.15)$$

また、上式より粘性ひずみ速度 $\dot{\varepsilon}_\alpha^v$ は次のように求まる。

$$\begin{aligned}\dot{\varepsilon}_\alpha^v &= \frac{1}{\tilde{\tau}_\alpha E_\alpha} \sigma_\alpha \\ &= \frac{1}{\tilde{\tau}_\alpha} \varepsilon_\alpha^e \\ &= \frac{1}{\tilde{\tau}_\alpha} (\varepsilon_\alpha - \varepsilon_\alpha^v)\end{aligned}\quad (3.16)$$

また、上式に後退差分近似 $\dot{Z}_t = (Z_t - Z_{t-1})/\Delta t$ を適用すると、現計算ステップ t における粘性ひずみ $\varepsilon_{\alpha,t}^v$ は次式から求められる。

$$\varepsilon_{\alpha,t}^v - \varepsilon_{\alpha,t-1}^v = \frac{1}{\tilde{\tau}_\alpha} (\varepsilon_{\alpha,t} - \varepsilon_{\alpha,t}^v) \quad (3.17)$$

$$\varepsilon_{\alpha,t}^v = \left(1 + \frac{\Delta t}{\tilde{\tau}_\alpha}\right)^{-1} \left(\frac{\Delta t}{\tilde{\tau}_\alpha} \varepsilon_{\alpha,t} + \varepsilon_{\alpha,t-1}^v\right) \quad (3.18)$$

ここで、 Δt は微小時間、下付き添え字 t は現計算ステップ、下付き添え字 $t-1$ は現計算ステップ t からひとつ前の計算ステップの時刻を表す。また、各 Maxwell 要素に作用する応力 $\sigma_{\alpha,t+1}$ は式(3.12)と式(3.18)を用いて次式で求めることができる。

$$\sigma_{\alpha,t} = \gamma_\alpha E_{\text{ini}} \left(\varepsilon_{\alpha,t}^e - \left(1 + \frac{\Delta t}{\tilde{\tau}_\alpha}\right)^{-1} \left(\frac{\Delta t}{\tilde{\tau}_\alpha} \varepsilon_{\alpha,t} + \varepsilon_{\alpha,t-1}^v\right) \right) \quad (3.19)$$

3.3.2 粘塑性特性と粘塑性構成則の定式化

金属や高分子材料など多くの材料は、時間に依存した非線形材料挙動を示す。ここで、熱可塑性樹脂を対象とし、異なる一定ひずみ速度下の単軸引張試験によって得られた応力ひずみ線図を Fig. 3.6 に示す。Fig. 3.6 に示すように、初期降伏応力と硬化曲線はひずみ速度に強く依存することが確認できる。このように、熱可塑性樹脂は常温においてもひずみ速度依存性が顕著に表れ、このような粘塑

性挙動を表現するために様々な粘塑性構成則が提案されている^{3-6, 3-7)}.

熱可塑性樹脂の粘塑性特性に関する初期の研究として、Eyring は分子鎖の反応速度論を用いて物理化学的に現象を考察した³⁻⁸⁾. その後、Eyring が定式化した理論をベースとした粘塑性特性に関する研究が数多く行われており、近年では、非等温状態における材料挙動を表現することが可能となった^{3-9, 3-10)}.

本研究で定式化する粘塑性構成則は非線形の塑性挙動を特徴づける Reo-Eyring モデルを採用した³⁻¹¹⁾. 次式に粘塑性流れ則を示す.

$$\dot{\varepsilon}^{\text{VP}} - \dot{\gamma}_0^{\text{VP}} \text{sign}(\sigma) = 0, \quad \dot{\xi} - \sqrt{\frac{2}{3}} \dot{\gamma}^{\text{VP}} = 0 \quad (3.20)$$

ここで、 ξ は硬化変数、 $\dot{\gamma}^{\text{VP}}$ は粘塑性乗数である. また、粘塑性の発展則である Reo-Eyring モデルを次式に示す.

$$\dot{\gamma}^{\text{VP}} - \frac{\dot{\gamma}_0^{\text{VP}}}{\eta^{\text{VP}}} \sinh \left\{ \frac{f^{\text{VP}}}{\Sigma} \right\} = 0, \quad \eta^{\text{VP}} = \exp \left(\frac{\Delta H}{kT} \right), \quad \Sigma = \frac{kT}{A} \quad (3.21)$$

f^{VP} は粘塑性降伏関数、 $\dot{\gamma}_0^{\text{VP}}$ は初期粘塑性係数、 ΔH は活性化エネルギー、 A は活性化体積、 k はボルツマン定数、 T は絶対温度である. また、粘塑性降伏関数 f^{VP} は次式で定義する.

$$f^{\text{VP}}(\sigma, q) = \|\sigma\| + \sqrt{\frac{2}{3}} q \quad (3.22)$$

ここで、上式の $\|\sigma\|$ はノルムで計算した応力値である. また、硬化駆動力 q には次式で表される Voce 硬化則を採用する.

$$q = -\sigma_y^0 - H^{\text{iso}} \xi - R_\infty \{1 - \exp(-\beta \xi)\} \quad (3.23)$$

ここで、 σ_y^0 は初期降伏応力であり、 H^{iso} は線形硬化係数、 R_∞ は指数硬化係数、 β は非線形硬化感度係数である.

3.3.3 損傷特性と損傷構成則の定式化

一般的な工業材料における内部損傷は、負荷速度や温度、腐食物質、放射線などの環境要因により誘発され、時間とともに表れる。したがって、製品開発において内部損傷を把握することは極めて重要な設計要件の1つであり、FEM解析で予測する研究が多くなされている。FEM解析を用いた破壊解析の手法は大きく2つに分けることができる。1つは、損傷構成則のように、材料構成則において破壊を表現する方法である^{3-12,3-13}。もう1つは、不連続な変位場をFEMの形状関数に導入し、要素に依存せずに任意の不連続面を追跡する方法である。FEM解析では、破壊の表現の簡便さから損傷構成則を用いた研究が古くから行われている。

熱可塑性樹脂の損傷挙動においては、変形により生じるクレイズや材料内部の微小なボイドの成長、分子鎖の切断等に起因するとされている³⁻¹⁴。そこで損傷挙動については、損傷の程度を表す損傷変数 D を用いて損傷後の弾性係数 $E_\alpha(D)$ が次式のように表現されるものとする³⁻¹⁵。

$$E(D) = (1-D)E_0 \quad (3.24)$$

ここで、損傷変数 D は次式に示すような単純なべき乗則で損傷変数が発展するものと仮定する。

$$D(\bar{\varepsilon}) = d_1(\bar{\varepsilon}_{\max})^{d_2} \quad 0 \leq D < 1 \quad (3.25)$$

ただし、 d_1 と d_2 は損傷変数、 $\bar{\varepsilon}_{\max}$ は材料が過去に経験した最大の等価ひずみである。なお、本研究で採用した損傷構成則は過去に経験した全ひずみのみによって定義されるため、粘弾性挙動や粘塑性挙動との相互作用は考慮していない。

3.3.4 等方性粘弾性・粘塑性・損傷複合構成則の構築

本項では、前項までに示した各材料構成則を組み合わせ、等方性粘弾性・粘塑性・損傷複合構成則を構築する。はじめに、ひずみ等価性の仮説^{3-15, 3-16}を採用して、粘塑性構成則に適用すると、式(3.20)の粘塑性流れ則と式(3.22)の降伏関数は損傷変数 D を用いて以下のように定義される。

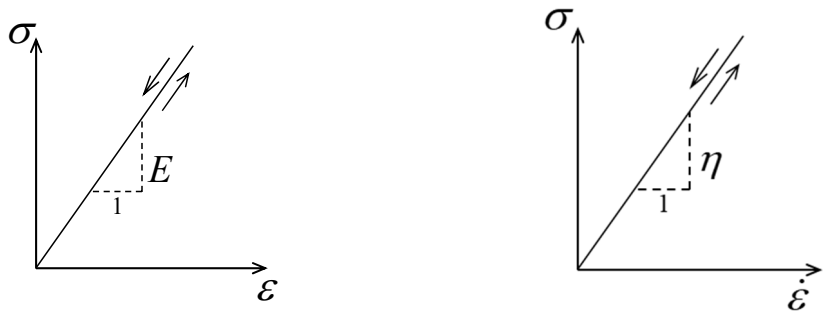
$$\dot{\varepsilon}^{\text{vp}} - \frac{\dot{\gamma}^{\text{vp}}}{1-D} \text{sign}(\sigma) = 0, \quad \dot{\xi} - \sqrt{\frac{2}{3}} \dot{\gamma}^{\text{vp}} = 0 \quad (3.26)$$

$$f^{\text{vp}}(\sigma, D, q) = \frac{\|\sigma\|}{(1-D)} + \sqrt{\frac{2}{3}} q \quad (3.27)$$

次に、式(3.24)に示す損傷変数 D による弾性係数の低減と式(3.1)に示すひずみの加算分解を考慮すると全応力 σ は次式で計算される。

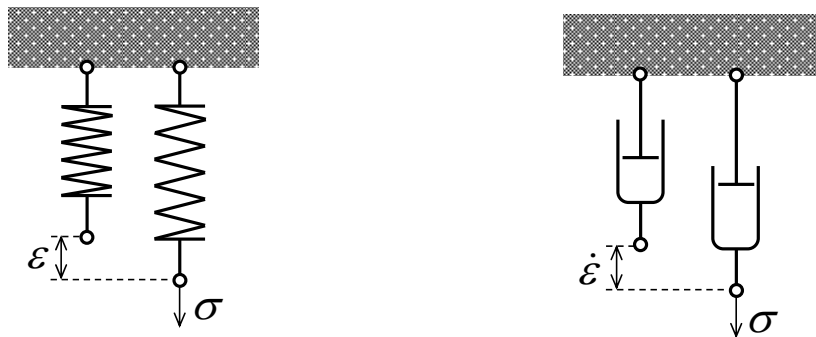
$$\sigma = \sum_{\alpha=0}^n \gamma_{\alpha} E_{\text{ini}}(D) (\varepsilon - \varepsilon^{\text{v}} - \varepsilon^{\text{vp}}) \quad (3.28)$$

最後に、定式化した粘弾性・粘塑性・損傷複合構成則を Fig. 3.7 に示す。Fig. 3.7 に示すように一般化 Maxwell モデルに粘塑性要素を直列に接続し、粘弾性と粘塑性、損傷を表現した複合構成則である。



(a) Elastic behavior (b) Viscous behavior

Fig. 3.3 Relationship between stress and strain of elasticity and viscosity.



(a) Elastic behavior (b) Viscous behavior

Fig. 3.4 Elastic spring and viscous dashpot.

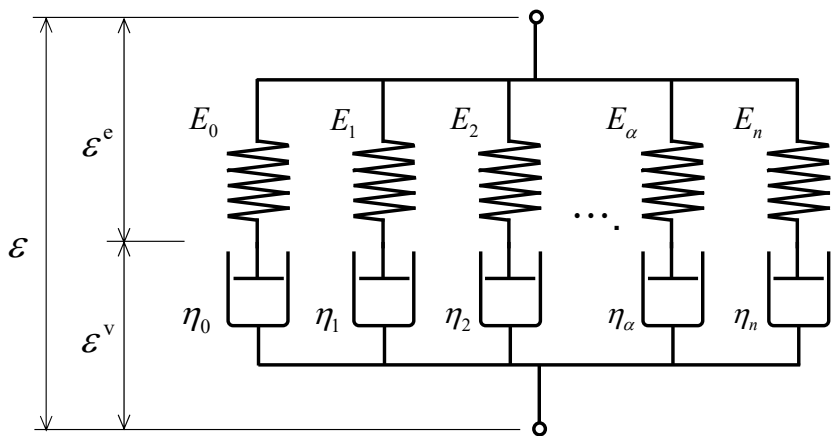


Fig. 3.5 Viscoelastic constitutive model.

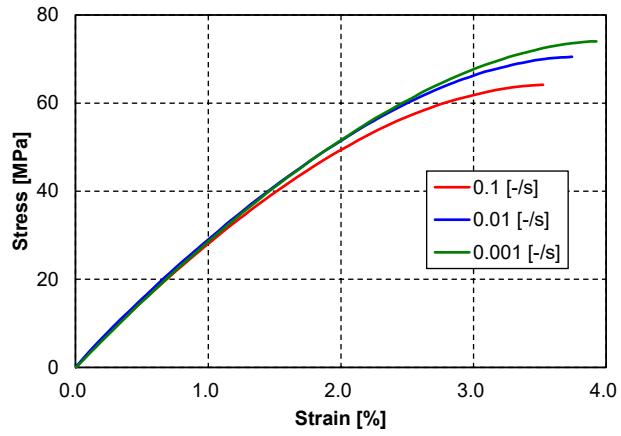


Fig. 3.6 Strain rate dependency.

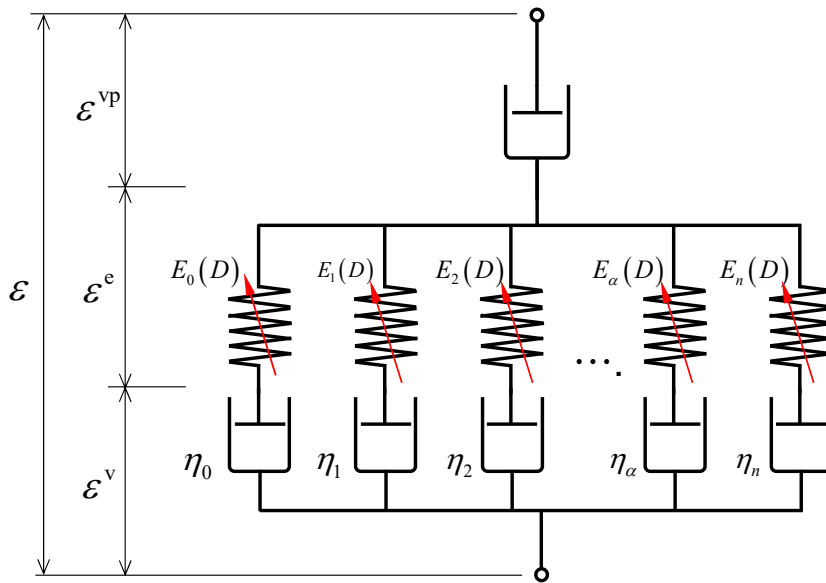


Fig. 3.7 Viscoelastic-viscoplastic-damage combined constitutive model.

3.4 熱可塑性樹脂の混合型同定手法

3.4.1 高分子材料の粘弾性特性の測定方法

一般的な高分子材料の粘弾性特性の測定方法としては、次の 3 つの測定方法が挙げられる。

- ① 一定ひずみを与えて、応力を測定する（応力緩和試験）
- ② 一定応力を与えて、ひずみを測定する（クリープ試験）
- ③ 正弦的なひずみを与えて、応力との位相差を測定する（DMA）

上記の測定方法で、①と②は静的な粘弾性測定で、時間の経過によって与える応力とひずみが一定な測定方法であり、応力緩和試験から得られた応力緩和曲線や②のクリープ試験から得られたクリープ曲線に対して、最適化手法によるカーブフィッティングを実施することで粘弾性特性を求めることができる。

一方で、③の DMA は、異なる温度環境下で正弦的に振動するひずみを与え、それに応じて生じる応力と位相差を測定することにより、複数の応答曲線を求めることができる。また、時間-温度重ね合わせの原理（Time-Temperature Superposition Principle; TTSP）を用いることで、それぞれの応答曲線が重なり、一本の曲線（マスターカーブ）ができることが明らかとなっている。この作成したマスターカーブは広範囲にわたる時間領域の粘弾性挙動を示すことから、粘弾性特性を簡便に評価できる試験方法として広く活用されている。

3.4.2 熱可塑性樹脂の混合型同定手法

熱可塑性樹脂の非線形材料挙動を再現するための手法として、DMA と単軸繰り返し負荷-除荷試験との二つの試験に分けて同定する混合型同定手法を提案する。その理由として、樹脂の粘弾性特性を応力緩和試験やクリープ試験で計測した場合、計測する温度水準ごとに 10~100 時間程度の試験時間が必要となり多大な労力がかかる。その一方で、単軸引張試験や単軸繰り返し負荷-除荷試験の試験時間は 1~2 時間程度であり、DMA も温度を上昇させながら粘弾性挙動を計測するため 24 時間程度で幅広い温度領域での粘弾性特性を短時間で計測することができる。このように、DMA は短時間の測定結果と時間-温度換算則から作成したマスターカーブにより、 10^7 sec（約 115 日）以上の長時間領域の緩和挙動を

表現することができる。ここで、この同定手法のフローチャートを Fig. 3.8 に示す。Fig. 3.8 に示すように、はじめに、一般化 Maxwell モデルを構成する Maxwell 要素の相対係数と緩和時間を DMA の結果より得られた貯蔵弾性係数、損失弾性係数および損失正接のマスターカーブから同定する。次に、粘塑性構成則と損傷構成則の材料物性値、時間-温度換算因子の各材料パラメータを単軸繰り返し負荷-除荷試験の応力-ひずみ線図から同時に同定する。ここで、DMA 試験は単軸繰り返し負荷-除荷試験と同じ成形条件で作製した試験片を用いて、曲げモードによる DMA 試験を行った。また、本研究では縦軸シフトを考慮せずにマスターカーブを作成し、得られたマスターカーブの曲線に対して、単軸繰り返し負荷-除荷試験から同定した初期弾性係数を乗じることで、応力緩和挙動を得た。

DMA の結果から貯蔵弾性係数等の滑らかな一本の曲線（以下、マスターカーブ）を作成する際には、式(3.29)に示すアレニウス式を採用し³⁻¹⁷、山本らの手法を用いて各温度の曲線を横軸方向に平行移動（シフト）させた。このとき、ガラス転移点 T_g の近傍の曲線は傾斜があるため、時間-温度換算因子量を一意に決定することができるが、低温域の曲線は平坦であるため、マスターカーブの重ね合わせは一意に決定することができない³⁻¹⁸。そこで本研究では、単軸繰り返し負荷-除荷試験の材料応答から材料パラメータを同定する際に、ガラス転移点 T_g より低温側の時間温度換算因子量を同定パラメータとして組み入れ、式(3.30)に示す一次関数を用いて時間-温度換算因子量を修正することを考える。

$$\ln(a_T) = \frac{\Delta H}{R} \left(\frac{1}{T} - \frac{1}{T_r} \right) \quad (3.29)$$

$$\ln(a_T) = k_1 \frac{1}{T} + k_2 \quad (3.30)$$

ここで、 k_1 および k_2 は単軸繰り返し負荷-除荷試験の材料応答から材料パラメータを同定する際に使用する時間-温度換算則の同定パラメータである。

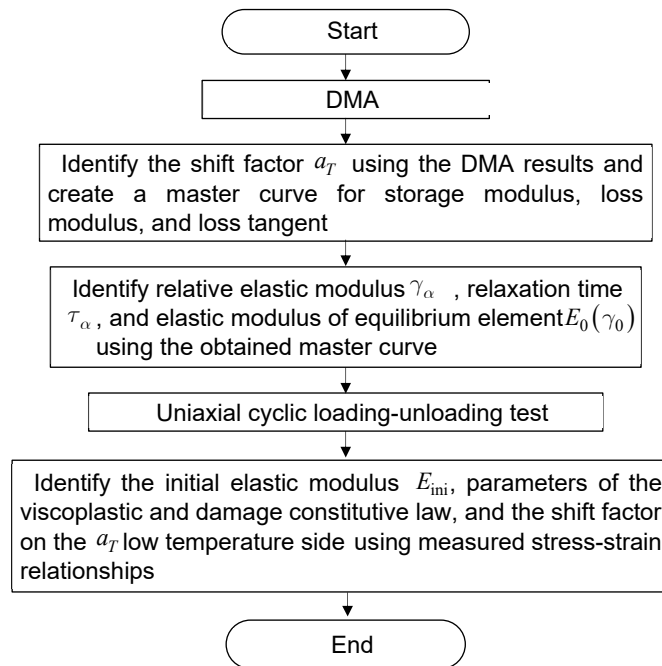


Fig. 3.8 Flowchart for hybrid parameter identification method.

3.5 熱可塑性樹脂の DMA と粘弾性特性の取得

3.5.1 DMA 測定で取得する粘弾性特性

熱可塑性樹脂の粘弾性特性（弾性係数 E_α と緩和時間 η_α ）を取得するために、時間と温度を変化させた DMA 試験を実施し、一般化 Maxwell モデルから粘弾性特性を同定した。ここで、粘弾性体に式(3.29)に示す動的なひずみが与えられたとき、粘弾性体に生じる応力は式(3.30)に示す材料応答が得られる。

$$\varepsilon(t) = \varepsilon_0 e^{i\omega t} \quad (3.31)$$

$$\sigma(t) = \sigma_0 e^{i(\omega t + \delta)} \quad (3.32)$$

ここで、 i は虚数単位、 ω は角周波数、 σ_0 と ε_0 はそれぞれ応力とひずみの振幅である。ここで、動的な応力と動的なひずみの比率は次式に示す複素弾性係数 E^* として定義される。

$$E^* = \frac{\sigma(t)}{\varepsilon(t)} = \frac{\sigma_0 e^{i(\omega t + \delta)}}{\varepsilon_0 e^{i\omega t}} = \frac{\sigma_0}{\varepsilon_0} (\cos \delta + i \sin \delta) = E' + E'' \quad (3.33)$$

この複素弾性係数 E^* の実部は貯蔵弾性係数 E' 、虚部は損失弾性係数 E'' と呼ばれ、それぞれ弾性特性と粘性特性を表す材料パラメータである。貯蔵弾性係数は与えられたひずみによって蓄えられるエネルギー、損失弾性係数は散逸するエネルギーと関連付けられる。また、次式に示す損失弾性係数 E'' と貯蔵弾性係数 E' の比は損失正接 $\tan \delta$ と呼ばれ、粘弾性体の弾性に対する粘性の比率を表している。

$$\tan \delta = \frac{E''}{E'} \quad (3.34)$$

3.5.2 DMA の供試体

供試体には代表的な熱可塑性樹脂であるポリカーボネート、アクリル樹脂、熱可塑性エポキシ樹脂の 3 種類を選定した。Table 3.1 に各熱可塑性樹脂の成形条件を示す。ポリカーボネートは、1.0mm のポリカーボネートフィルム（パンライト PC-1151, 帝人株式会社）を 16 枚積層し、温度 290 °C で加熱・熔融した後、油圧成形機を用いて平板を成形した。一方で、アクリル樹脂には現場重合型アクリル樹脂（Elium190, アルケマ株式会社）、エポキシ樹脂には現場重合型熱可塑性エポキシ樹脂（XNR6850, ナガセケムテックス株式会社）を使用した。

3.5.3 DMA の試験方法

熱可塑性樹脂の DMA は JIS K 7244-5 に準拠した曲げ振動法（非共振法）にて行った³⁻²⁰⁾。ここで、試験片寸法と試験機の概要を Fig. 3.9 と Fig. 3.10 に示す。この図に示すように、3 種類の熱可塑性樹脂はすべて長さ $l = 50$ mm, 幅 $b = 10$ mm, 厚さ $h = 2.0$ mm の短冊状に切り出して、試験片とした。試験機には粘弾性測定装置（DMS6100, 株式会社日立ハイテクサイエンス）を用い、両持ち曲げによる正弦的ひずみを与えた。この DMA の試験条件を Table 3.2 に示す。Table 3.2 に示すように、測定周波数は 0.01 Hz, 0.02 Hz, 0.05 Hz, 0.1 Hz, 0.2 Hz, 0.5 Hz, 1.0 Hz, 2.0 Hz, 5.0 Hz, 10.0 Hz の計 10 水準とした。また、温度条件は 30 °C から 0.1 °C/min の速度で昇温させ、各熱可塑性樹脂のガラス転移点 T_g を超えるまで計測した。ここで、複素弾性係数 E^* は次式を用いて計算した³⁻²⁰⁾。

$$E^* = \frac{\Delta F_A}{S_A} \times \frac{L_a^3}{2bh^3} \times \left[1 + 2(1 + \nu) \frac{h^2}{L_a^2} \right] \quad (3.35)$$

ここで、 ΔF_A は試験片に生じる動的荷重の振幅測定値、 S_A は試験片に生じる動的変位の振幅測定値、 L_a は中心クランプから固定クランプまでの長さ、 ν はポアソン比である、また、上式における括弧の項は曲げ変形に与えるせん断変形の補正式である。この補正は DMA の拘束が両持ち曲げによる測定であり、試験片に生じるひずみは垂直変形とせん断成形が合成されたひずみとなるためである。

3.5.4 DMA の試験結果とマスターカーブの作成

3種類の熱可塑性樹脂を用いてDMAを実施し、それぞれのDMAから得られた結果をFig. 3.11～Fig. 3.13に示す。さらに、Fig. 3.11～Fig. 3.13の各温度における曲線を時間軸方向に平行移動させ、一本のマスターカーブを作成した。マスターカーブの作成では、山本らが提案した二分法によるマスターカーブの自動作成手法を用いて行った。作成したマスターカーブをFig. 3.14～Fig. 3.16に示す。Fig. 3.14～Fig. 3.16から分かるように、貯蔵弾性係数と損失弾性係数、損失正接に対して、1本のマスターカーブが作成できた。このときの、各温度の平行移動量である時間-温度換算因子量と温度の関係をFig. 3.17～Fig. 3.19に示す。Fig. 3.17～Fig. 3.19に示すように、熱可塑性樹脂の時間-温度換算因子量と温度の関係は、ガラス転移点 T_g を境にして、高温領域と低温領域をほぼ2直線で表現できることが確認できた。このような時間-温度換算因子量と温度の関係にはアレニウス式が適用できるため、本研究ではアレニウス式を採用した³⁻¹⁷⁾。

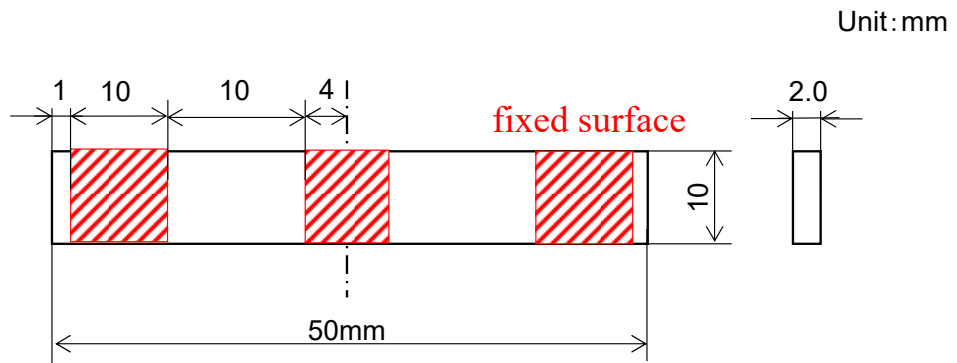


Fig. 3.9 Specimen configuration and immobilization condition of DMA.

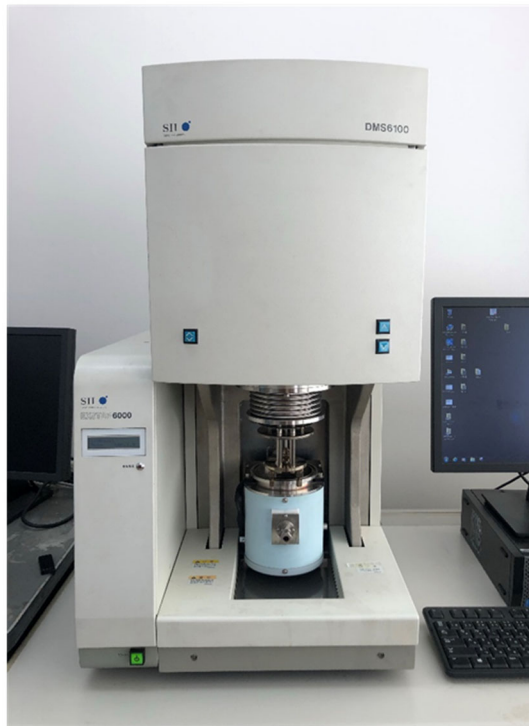


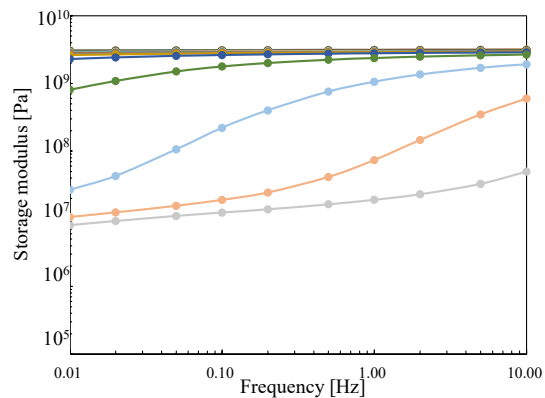
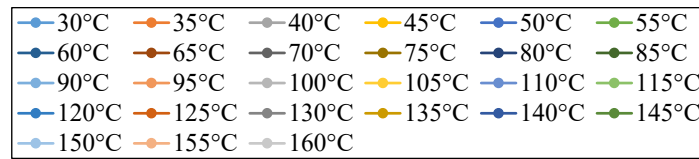
Fig. 3.10 Equipment of viscoelasticity measurement.
(DMS6100, Hitachi High-Tech Corporation)

Table 3.1 Molding conditions.

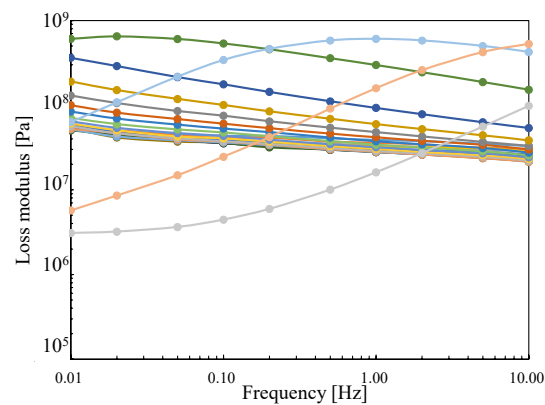
	Polycarbonate resin	Acrylic resin	Thermoplastic epoxy resin
Curing temperature [°C]	290	35/85	150
Time [hr]	0.2	3.0/1.0	4

Table 3.2 Test condition of DMA.

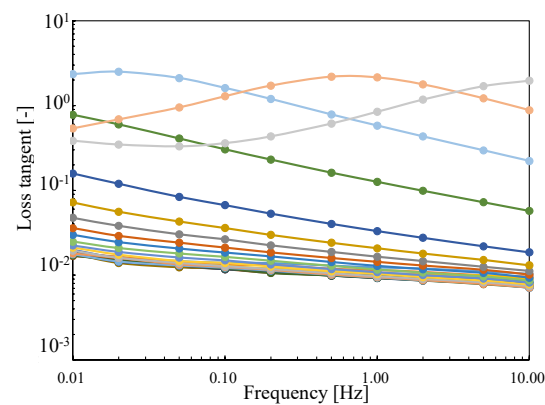
Conditions	Resin	Value
Frequency [Hz]	All Resins	0.01, 0.02, 0.05, 0.10, 0.20, 0.50, 1.00, 2.00, 5.00, 10.0
	Polycarbonate resin	30.0, 35.0, 40.0, 45.0, 50.0, 55.0, 60.0, 65.0, 70.0, 75.0, 80.0, 85.0, 90.0, 95.0, 100.0, 105.0, 110.0, 115.0, 120.0, 125.0, 130.0, 135.0, 140.0, 145.0, 150.0, 155.0, 160.0
Temperature [°C]	Acrylic resin	30.0, 35.0, 40.0, 45.0, 50.0, 55.0, 60.0, 65.0, 70.0, 75.0, 80.0, 85.0, 90.0, 95.0, 100.0, 105.0, 110.0, 115.0, 120.0
	Thermoplastic epoxy resin	30.0, 35.0, 40.0, 45.0, 50.0, 55.0, 60.0, 65.0, 70.0, 75.0, 80.0, 85.0, 90.0, 95.0, 100.0, 105.0, 110.0, 115.0, 120.0



(a) Storage modulus

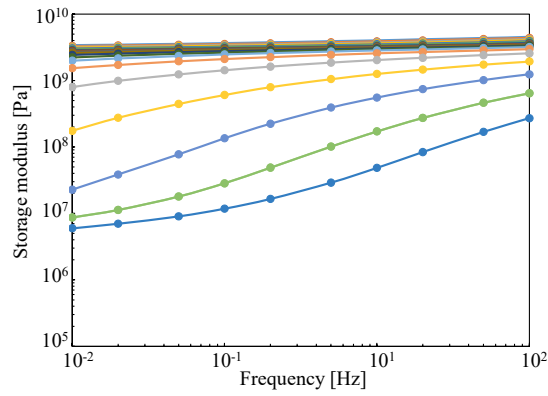
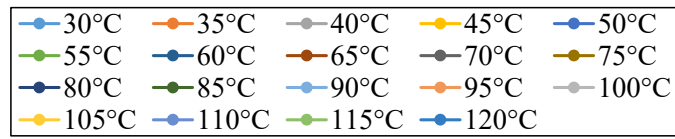


(b) Loss modulus

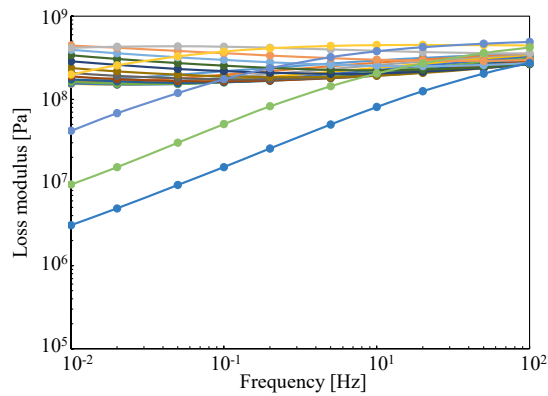


(c) Loss tangent

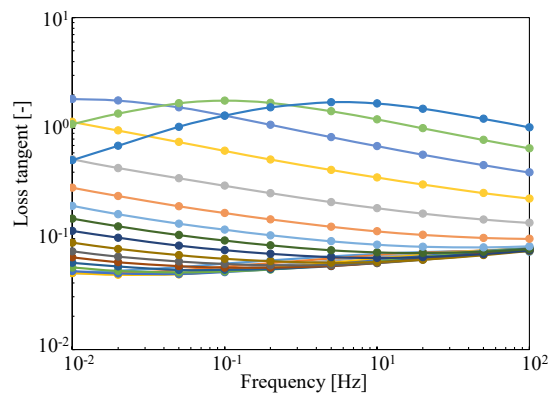
Fig. 3.11 DMA curves for polycarbonate resin.



(a) Storage modulus

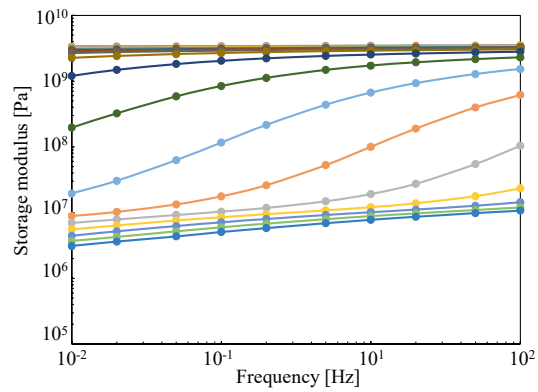
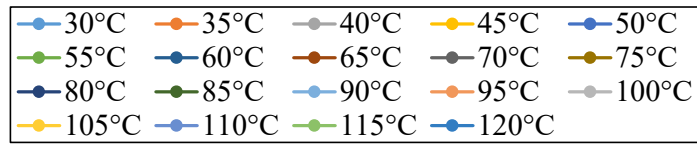


(b) Loss modulus

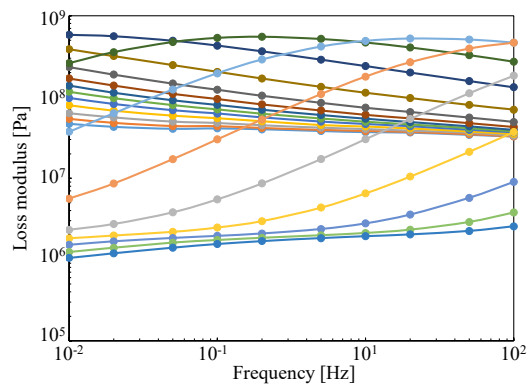


(c) Loss tangent

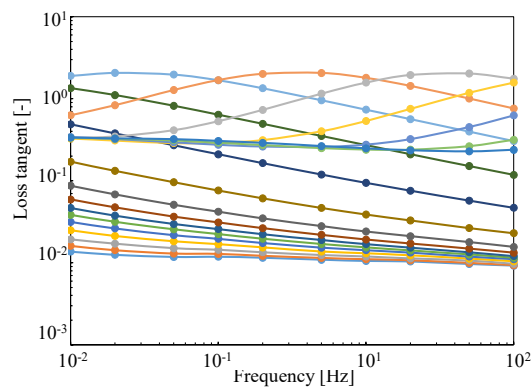
Fig. 3.12 DMA curves for acrylic resin.



(a) Storage modulus

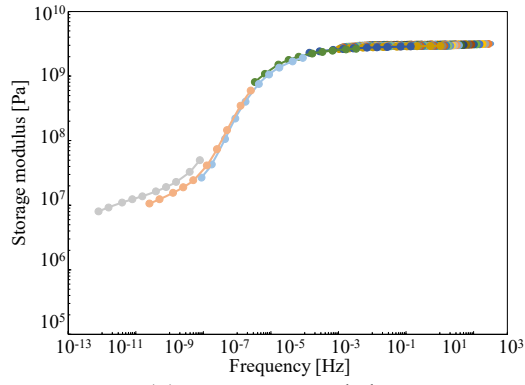
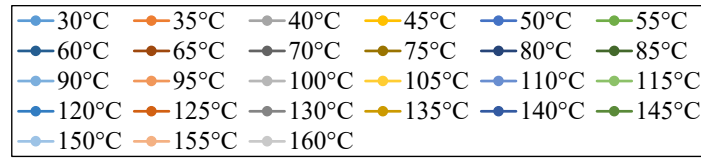


(b) Loss modulus

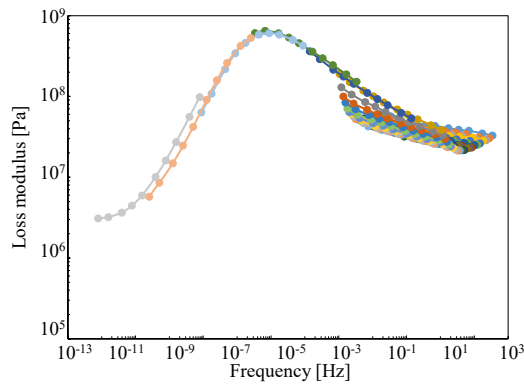


(c) Loss tangent

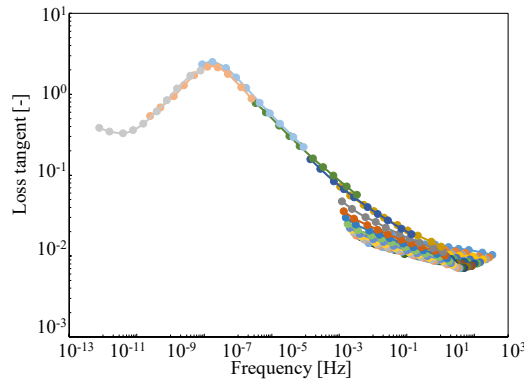
Fig. 3.13 DMA curves for thermoplastic epoxy resin.



(a) Storage modulus

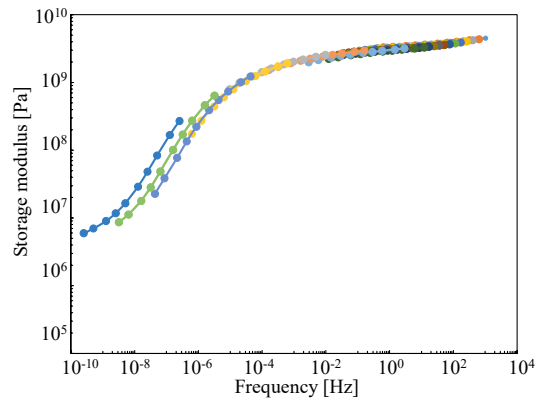
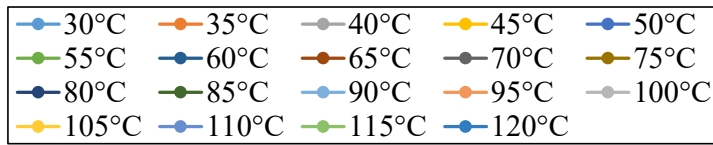


(b) Loss modulus

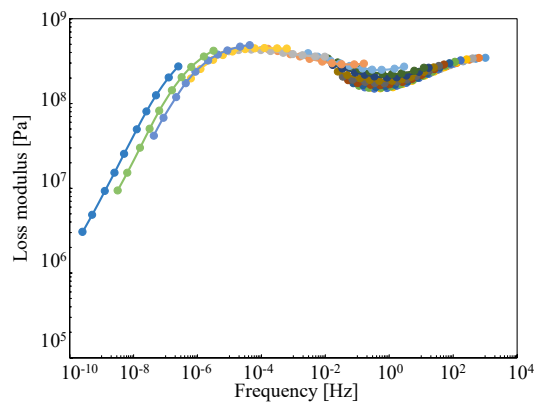


(c) Loss tangent

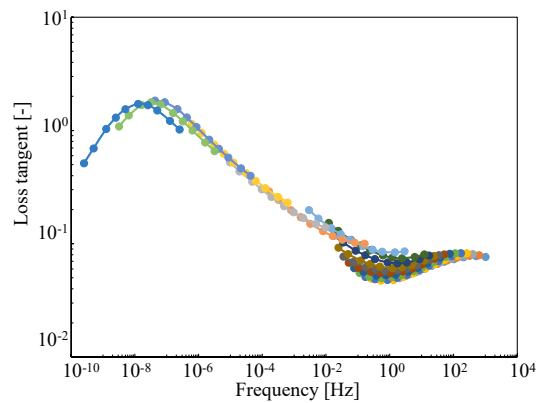
Fig. 3.14 Master curves for polycarbonate resin.



(a) Storage modulus

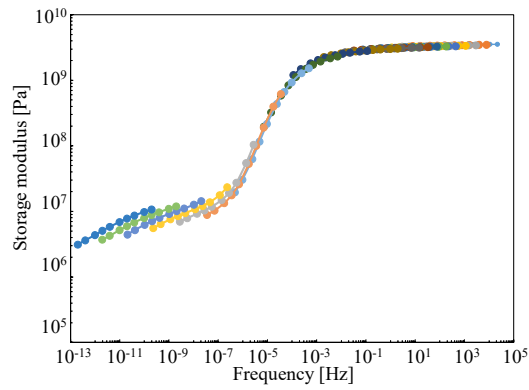
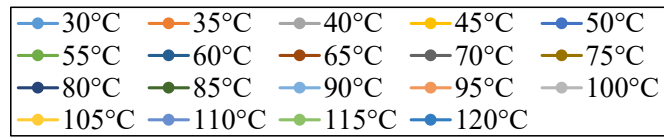


(b) Loss modulus

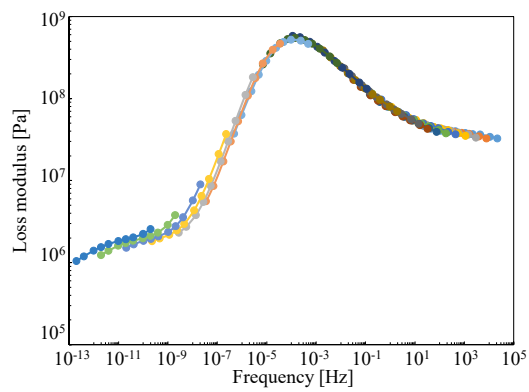


(c) Loss tangent

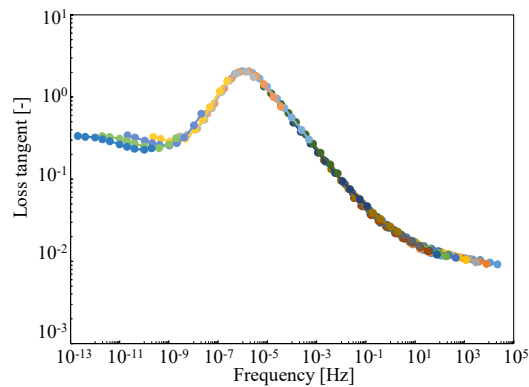
Fig. 3.15 Master curves for acrylic resin.



(a) Storage modulus



(b) Loss modulus



(c) Loss tangent

Fig. 3.16 Master curves for thermoplastic epoxy.

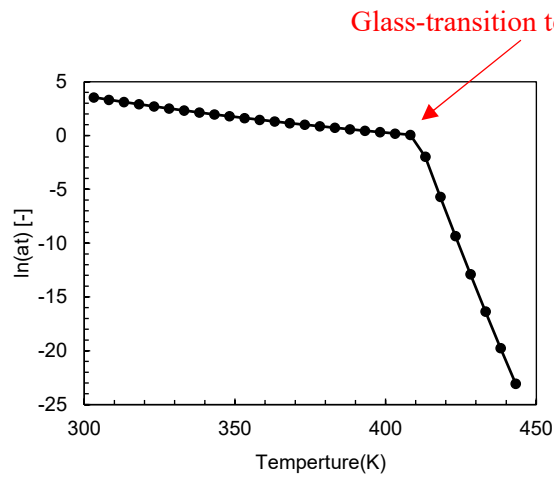


Fig. 3.17 Time-temperature superposition principle for polycarbonate resin.

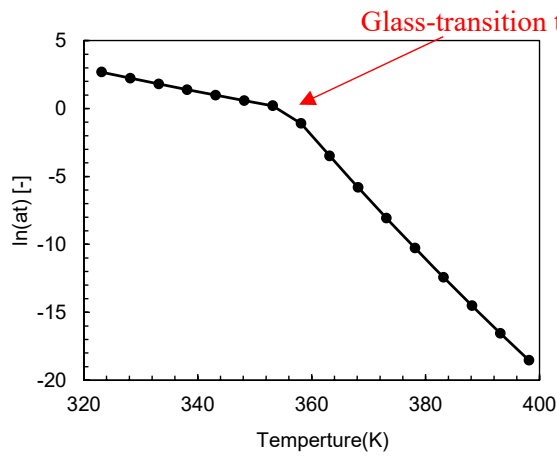


Fig. 3.18 Time-temperature superposition principle for acrylic resin.

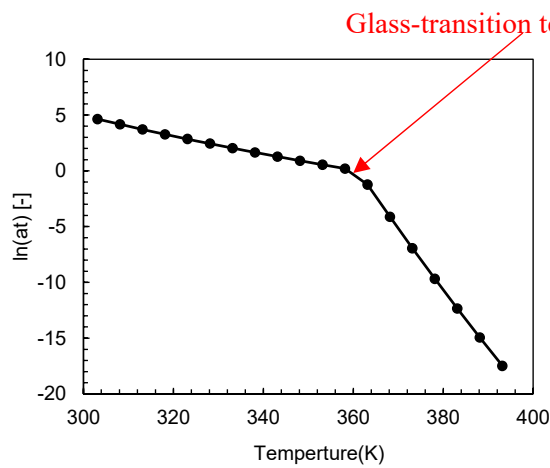


Fig. 3.19 Time-temperature superposition principle for thermoplastic epoxy resin.

3.6 粘弾性パラメータの同定方法と同定結果

本節では、前節で作成した 3 種類のマスターカーブを同定対象とし、最適化手法を用いて一般化 Maxwell モデルの弾性係数 E_a と緩和時間 η_a を同定する。

3.6.1 最適化問題と最適化手法

構造物の形状や寸法、製造方法・過程などを「特定の目的に最適の計画・システムを設計すること」を最適化と呼び、最適化すべき問題は最適化問題と呼ばれている³⁻²¹⁾。最適化問題は設計変数と目的関数、制約条件の 3 つから構成されている。

一般的な最適化問題では、最急降下法や共役勾配法などの関数の微分情報を用いて最適解を求める最適化手法が良く使用される。一方で、複合材料においては、材料設計と構造設計を同時に行うため設計因子が多く、評価関数は局所解が多数存在する多峰性関数となる。そのため、勾配法のような最適化手法を適用することができない。そこで、複合材料の最適化問題では、進化的アルゴリズムが採用されている。

進化的アルゴリズムは、集団としての降下特性を持たせることにより評価関数の改善を図り、近似的な最適解を得ようとする手法である。多点同時探索型手法で重要となる要素の一つとして、集団の多様性と集中化が挙げられる。集団に多様性を持たせることで、幅広い探索を行い、一方で集中化により、精度の高い近似的な最適解を得ることが可能となる。進化的アルゴリズムの研究は、古くから行われており、遺伝的アルゴリズムや粒子群最適化手法など様々な最適化手法が開発されてきた³⁻²²⁾。本研究では、進化的アルゴリズムの 1 つである差分進化法 (Differential Evolution; DE) を採用した³⁻¹⁹⁾。

3.6.2 差分進化法の最適化アルゴリズム

Storn らによって提案された DE は各探索個体が設定した評価関数内をアルゴリズムに従って探索し、計算した関数値を評価することで最適解を導く最適化手法であり、複数の材料パラメータを同時に同定することができる。ここで、探索個体の個体番号 i と設計変数の変数番号 j 、繰り返し回数 k を用いて、一般的な DE の最適化手順を以下に示す。

STEP1：初期探索個体群の生成

探索個体群の初期位置を一様乱数により決定する。

STEP2：評価関数値の計算

各探索個体の座標位置ベクトルからそれぞれの個体の評価値を計算する。

STEP3：各探索個体の最良評価値の保存

各探索個体について、移動してきた軌跡の中での最良の評価値を $pBest_{i,j}$ として記録する。

STEP4：個体群全体での最良評価値の保存

全ての探索個体の中から最良の評価値 ($pBest_{i,j}$ の中で最良個体の設計変数) を $gBest_j$ として記録する。

STEP5：各探索個体の座標位置ベクトルの計算

次式によって、各探索個体の座標位置ベクトルを更新する。

$$x_{i,j}^{k+1} = x_{r1,j}^k + F(x_{r2,j}^k - x_{r3,j}^k) \quad (3.36)$$

STEP6：終了条件の判定

あらかじめ設定した繰り返し回数に達したか判定する。繰り返し回数を満たしていないときは STEP2 から STEP5 を繰り返す。

ここで、 x は探索個体の座標位置ベクトル、 $r1$ 、 $r2$ 、 $r3$ は区間 $[0 \ 1]$ の一様乱数である。

3.6.3 粘弾性パラメータの評価関数

DMA で加える正弦的ひずみは単軸繰り返し負荷-除荷試験で加えるひずみに比べて微小 (1/1000 未満) であることから、DMA では粘塑性ひずみと損傷の発展は生じないものと仮定し、DMA で得られる材料特性は純粋な等方性粘弾性特性として同定する。また、対象とする熱可塑性樹脂は熱レオロジー的に単純であると仮定し、マスターカーブを作成した。マスターカーブを作成する際の時間-温度換算因子量の算出には式(3.29)に示すアレニウス式を採用した。

Fig. 3.14~Fig. 3.16 に示すマスターカーブから粘弾性の材料パラメータを同定する際には、次式に示す貯蔵弾性係数 $E'(\omega)$ と損失弾性係数 $E''(\omega)$ 、損失正接 $\tan\delta$ の関数形を用いた。

$$E'(\omega) = E_0 + \sum_{\alpha=1}^n \frac{E_{\alpha} \tilde{\tau}_{\alpha}^2 \omega^2}{1 + \tilde{\tau}_{\alpha}^2 \omega^2} \quad (3.37)$$

$$E''(\omega) = \sum_{\alpha=1}^n \frac{E_{\alpha} \tilde{\tau}_{\alpha} \omega}{1 + \tilde{\tau}_{\alpha}^2 \omega^2} \quad (3.38)$$

$$\tan \delta(\omega) = \frac{E''(\omega)}{E'(\omega)} \quad (3.39)$$

ただし、 ω は加振周波数、 $\tilde{\tau}_{\alpha}$ は時間-温度換算則で変換された緩和時間である。また、一般化 Maxwell モデルの項数 n は式(3.37)～式(3.39)で計算した波形がほとんど振動しなくなる最小の項数である $n=15$ 個とした。

DMA と単軸繰り返し負荷-除荷試験の材料パラメータを同定するための誤差関数は次式に示す評価関数値 $g(\mathbf{x})$ を最小化する最適化問題を解く。

$$g(\mathbf{x}) = \frac{1}{n_{\text{step}}} \left(\sum_{i=1}^{n_{\text{step}}} (X^i(\mathbf{x}) - \hat{X}^i)^2 \right) \quad (3.40)$$

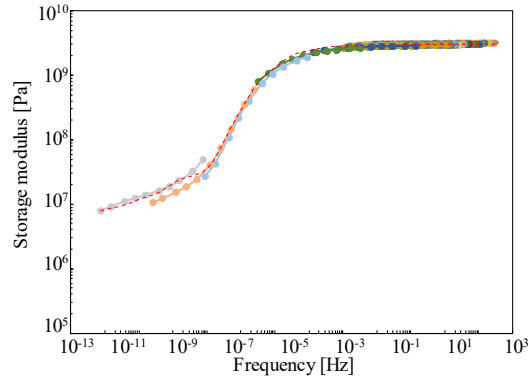
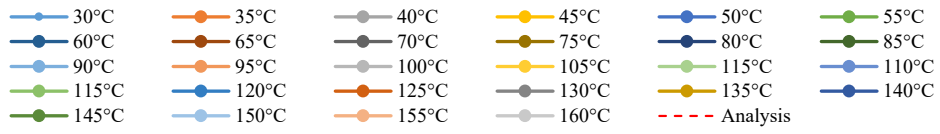
ここで、 n_{step} は抽出したデータ数、 i は 1 から n_{step} までのカウンター変数、 $X^i(\mathbf{x})$ は同定パラメータを用いて計算した貯蔵弾性係数、損失弾性係数、損失正接の応力値、または粘弾性・粘塑性・損傷複合構成則で計算した応力値の計算値である。また、 \hat{X}^i は貯蔵弾性係数、損失弾性係数、損失正接、または繰り返し負荷除荷試験で得られた応力の実験値である。

3.6.4 一般化 Maxwell 要素の材料パラメータの同定結果

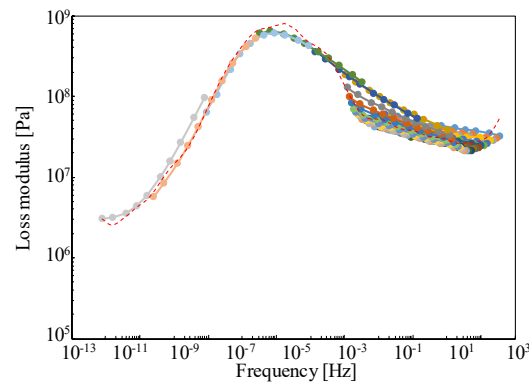
一般化 Maxwell 要素の材料パラメータの同定では、Fig. 3.14～Fig. 3.16 に示す貯蔵弾性係数と損失弾性係数、損失正接のマスターカーブを同定対象とし、式(3.37)～式(3.39)の関数形と式(3.40)の誤差関数を用いて材料パラメータを同定した。ここで、一般化 Maxwell 要素の材料パラメータを同定した結果を Fig. 3.20～Fig. 3.22 に示す。また、同定した 3 種類の熱可塑性樹脂の材料パラメータを Table 3.3～Table 3.5 に示す。なお、初期弾性係数は単軸繰り返し負荷-除荷試験から同定し、DMA で同定した貯蔵弾性係数の相対的な比率を乗じて各 Maxwell 要素の弾性係数とした。

Fig. 3.20(a)～Fig. 3.22(a)に示すように、貯蔵弾性係数のマスターカーブにおいて、高周波数域（時間-温度換算則で換算すると低温域に相当する）の実験値は

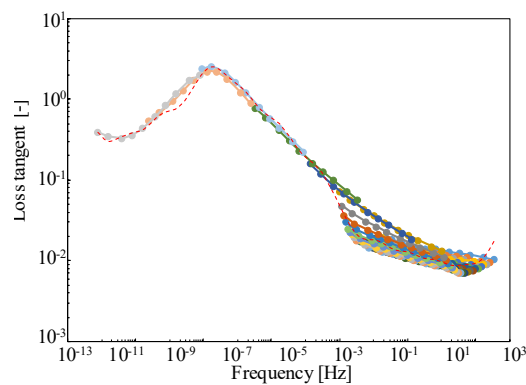
平坦な曲線が多く、各温度における曲線の重ね合わせは一意に決定することができないとわかる。これは、低温側の計測データを横軸方向に移動させたとしても、マクロ的なマスターカーブの形状は変わらない。同様に、Fig. 3.20(b)～Fig. 3.22(c)に示す損失弾性係数と損失正接のマスターカーブについても、低温域においては曲線の重ね合わせを一意に決めることができないことや1本の滑らかなマスターカーブが作成できていないことが確認できる。以上より、DMAの試験結果から低温域における時間-温度換算因子量を厳密に決定することは困難であることが示された。



(a) Storage modulus

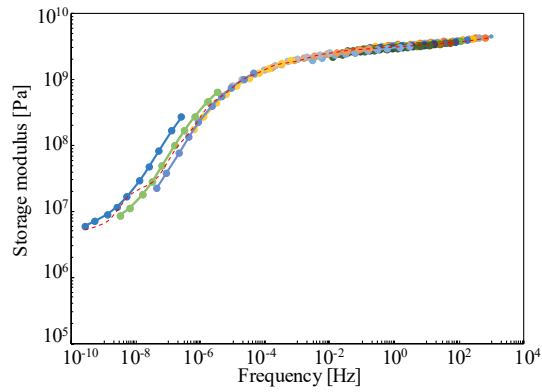
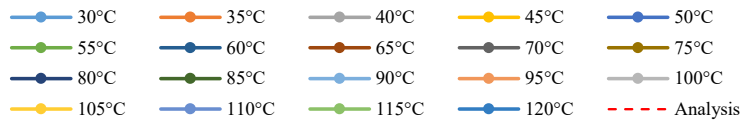


(b) Loss modulus

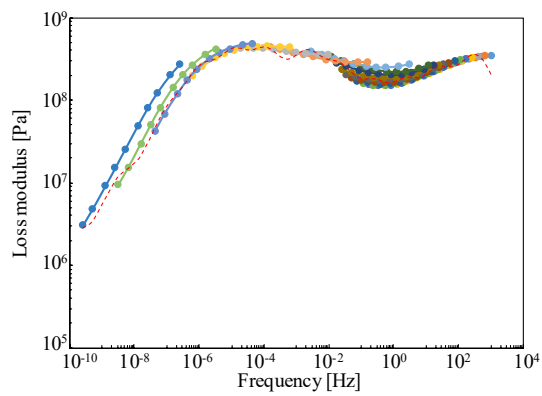


(c) Loss tangent

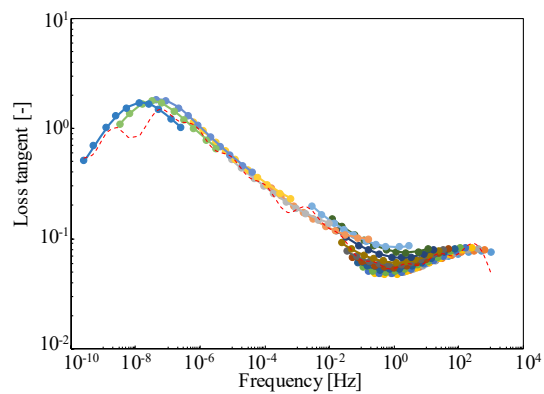
Fig. 3.20 Master curves for polycarbonate resin using identified Arrhenius shift factor along with curve fitted results.



(a) Storage modulus

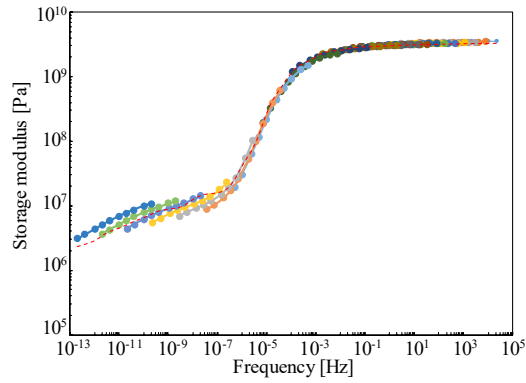
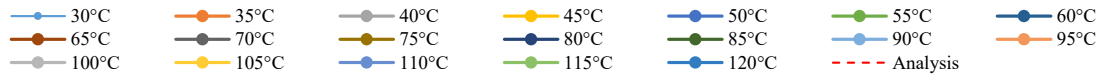


(b) Loss modulus

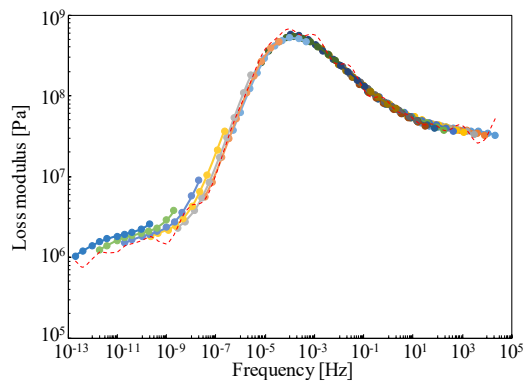


(c) Loss tangent

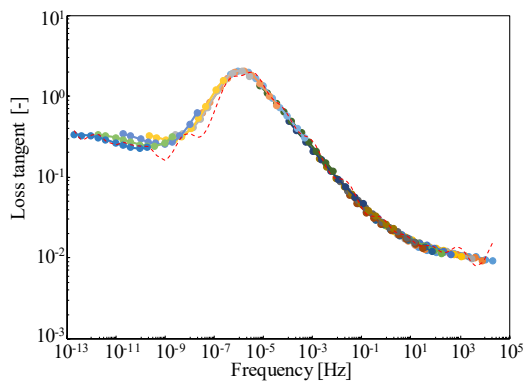
Fig. 3.21 Master curves for acrylic resin using identified Arrhenius shift factor along with curve fitted results.



(a) Storage modulus



(b) Loss modulus



(c) Loss tangent

Fig. 3.22 Master curves for thermoplastic epoxy resin using identified Arrhenius shift factor along with curve fitted results.

Table 3.3 Elastic modulus, relative elastic modulus and relaxation time of each Maxwell element obtained by curve fitting analysis for storage modulus, loss modulus and loss tangent of polycarbonate resin.

α	E_α [Pa]	γ_α [-]	τ_α [s]	α	E_α [Pa]	γ_α [-]	τ_α [s]
1	5.646×10^7	1.893×10^{-1}	7.567×10^{-5}	9	1.704×10^8	5.050×10^{-2}	2.470×10^4
2	5.579×10^7	7.596×10^{-3}	1.800×10^{-3}	10	1.363×10^7	3.699×10^{-3}	1.308×10^6
3	5.542×10^7	9.517×10^{-3}	2.306×10^{-2}	11	4.416×10^6	1.211×10^{-3}	1.713×10^7
4	8.337×10^7	1.215×10^{-2}	2.057×10^{-1}	12	6.193×10^6	1.869×10^{-3}	4.881×10^8
5	1.489×10^8	1.871×10^{-2}	2.801×10^0	13	2.297×10^6	4.299×10^{-4}	5.006×10^8
6	4.600×10^8	1.352×10^{-1}	4.337×10^1	14	1.747×10^3	3.746×10^{-7}	5.326×10^8
7	1.124×10^9	3.315×10^{-1}	5.737×10^2	15	1.387×10^3	3.578×10^{-7}	5.578×10^8
8	8.413×10^8	2.383×10^{-1}	4.545×10^3	E_0	1.031×10^3	2.776×10^{-7}	1.000×10^{30}

Table 3.4 Elastic modulus, relative elastic modulus and relaxation time of each Maxwell element obtained by curve fitting analysis for storage modulus, loss modulus and loss tangent of acrylic resin.

α	E_α [Pa]	γ_α [-]	τ_α [s]	α	E_α [Pa]	γ_α [-]	τ_α [s]
1	6.600×10^8	1.505×10^{-1}	4.765×10^{-4}	9	3.960×10^8	9.030×10^{-2}	1.284×10^5
2	3.652×10^8	8.328×10^{-2}	6.331×10^{-3}	10	9.758×10^7	2.225×10^{-2}	1.190×10^6
3	2.474×10^8	5.642×10^{-2}	6.603×10^{-2}	11	1.718×10^7	3.918×10^{-2}	3.830×10^7
4	2.294×10^8	5.232×10^{-2}	6.397×10^{-1}	12	4.461×10^6	1.017×10^{-2}	2.130×10^9
5	3.942×10^8	8.988×10^{-2}	7.772×10^0	13	1.857×10^5	4.234×10^{-5}	2.156×10^9
6	6.660×10^8	1.519×10^{-1}	7.351×10^1	14	1.029×10^6	2.346×10^{-4}	2.171×10^9
7	6.698×10^8	1.527×10^{-1}	1.405×10^3	15	1.013×10^3	2.310×10^{-7}	2.469×10^9
8	6.371×10^8	1.453×10^{-1}	1.348×10^4	E_0	1.000×10^3	2.281×10^{-7}	1.000×10^{30}

Table 3.5 Elastic modulus, relative elastic modulus and relaxation time of each Maxwell element obtained by curve fitting analysis for storage modulus, loss modulus and loss tangent of thermoplastic epoxy resin.

α	E_{α} [Pa]	γ_{α} [-]	τ_{α} [s]	α	E_{α} [Pa]	γ_{α} [-]	τ_{α} [s]
1	1.413×10^8	4.194×10^{-2}	2.873×10^{-6}	9	5.049×10^8	1.499×10^{-1}	1.311×10^4
2	7.151×10^7	2.123×10^{-2}	1.845×10^{-4}	10	4.190×10^7	1.244×10^{-2}	1.735×10^5
3	6.011×10^7	1.785×10^{-2}	2.458×10^{-3}	11	6.603×10^6	1.961×10^{-3}	1.735×10^7
4	7.433×10^7	2.207×10^{-2}	2.561×10^{-2}	12	2.742×10^6	8.141×10^{-4}	7.208×10^8
5	1.410×10^8	4.186×10^{-2}	2.840×10^{-1}	13	1.883×10^6	5.591×10^{-4}	6.348×10^9
6	3.816×10^8	1.133×10^{-1}	6.947×10^0	14	1.821×10^6	5.406×10^{-4}	7.950×10^{10}
7	9.061×10^8	2.690×10^{-1}	1.583×10^2	15	2.549×10^6	7.568×10^{-4}	2.753×10^{12}
8	1.030×10^9	3.057×10^{-1}	1.800×10^3	E_0	1.006×10^3	2.986×10^{-7}	1.000×10^{30}

3.7 単軸繰り返し負荷-除荷試験

熱可塑性樹脂の非線形材料挙動を特徴づけるために、単軸繰り返し負荷-除荷試験を実施した。この単軸繰り返し負荷-除荷試験は負荷と除荷を交互に繰り返すことにより、熱可塑性樹脂の除荷後の残留ひずみや変形に伴う内部損傷、除荷時の材料非線形性を発現させることを目的とした試験方法である。

3.7.1 供試体と成形方法

3.5.2 項で述べたように、単軸繰り返し負荷-除荷試験で対象とする熱可塑性樹脂はポリカーボネートと現場重合型アクリル樹脂、現場重合型熱可塑性エポキシ樹脂の 3 種類とした。ここで、現場重合型アクリル樹脂と現場重合型熱可塑性エポキシ樹脂の供試体は JIS K 7161 に準拠したダンベル型の試験片形状であり Table 3.1 と同じ成形条件で作製した。一方で、ポリカーボネートはペレット状の原料（パンライト L-1250Y、帝人株式会社）を射出成型機にて、ノズル温度 300°C、金型温度 110°C、落下口温度 40°C、射出時間 10 秒、冷却時間 20 秒の条件で射出成形した。

3.7.2 単軸繰り返し負荷-除荷試験の試験概要

単軸繰り返し負荷-除荷試験は精密万能試験機（株式会社島津製作所、オートグラフ AG-I）と恒温槽を用いて試験を実施した。ここで、応力はロードセルから測定した荷重値を試験前の試験片中央部の断面積で除した値とした。また、ひずみは試験片中央部に接着した一般応力測定用ゲージ KFGS-2-120-D16-11（株式会社共和電業）により測定した。このひずみゲージは接着剤 CC33-A（株式会社共和電業）を用いて供試体に接着した³⁻²³。一方で、ストローク速度は JIS K 7161 で推奨されているストローク速度を使用し、1.0, 0.5, 0.1 mm/min の 3 水準で試験を実施した。このとき、負荷時と除荷時のストローク速度は同一に設定した。

また、雰囲気温度は 3 水準とした。この温度水準は各熱可塑性樹脂のガラス転移点 T_g （ポリカーボネート；155.6 °C、現場重合型アクリル樹脂；121.5 °C、現場重合型熱可塑性エポキシ樹脂 97.2 °C）に合わせて設定した。これは、ポリカーボネートのガラス転移点 T_g が他の熱可塑性樹脂のガラス転移点 T_g よりも高いため、60 °Cの雰囲気温度下においてもポリカーボネートの非線形材料挙動が顕

著に表れないためである。そこで、ポリカーボネートの雰囲気温度は室温（約 20℃）、60℃、90℃の3水準とし、現場重合型アクリル樹脂と現場重合型熱可塑性エポキシ樹脂の雰囲気温度は室温（約 20℃）、40℃、60℃の3水準とした。

単軸繰り返し負荷-除荷試験の負荷時におけるひずみの目標値は単軸引張試験（試験速度 1 mm/min, 室温下）で得られた破断ひずみの約 65%（1回目）、約 75%（2回目）、約 90%（3回目）とし、ひずみ値が各ひずみの目標値に達するまで負荷した。一方で、除荷時における目標値は荷重がゼロになるまでとした。試験本数は各試験条件で計 3 回の繰り返し負荷除荷試験を実施した。今回の単軸繰り返し負荷-除荷試験では、概ね同じ非線形材料挙動が得られたため、代表的な応力-ひずみ線図を採用して材料パラメータを同定しており、機械的特性や材料非線形性のバラツキに関しては考慮していない。

3.7.3 単軸繰り返し負荷-除荷試験の結果

ポリカーボネート樹脂と熱可塑性アクリル樹脂、熱可塑性エポキシ樹脂の3種類の熱可塑性樹脂に対して、それぞれ温度3水準、ひずみ速度3水準の計9水準の単軸繰り返し負荷-除荷試験を実施した。その各材料試験から得られた応力ひずみ線図を Fig. 3.23～Fig. 3.31 に示す。Fig. 3.23～Fig. 3.31 の実験値からわかるように、試験速度が大きくなるにつれて最大応力値が高く、また除荷後の残留ひずみが小さくなることが確認できる。同様に、雰囲気温度が低温になるにつれて最大応力値は高く、除荷後の残留ひずみが小さくなることが確認できる。これは、典型的な粘弾性あるいは粘塑性挙動であり、熱可塑性樹脂の特有の非線形材料挙動を良く表しているといえる。したがって、この単軸繰り返し負荷-除荷試験の非線形材料挙動をもとに、等方性粘弾性・粘塑性・損傷複合構成則の材料パラメータの同定と、時間-温度換算因子の修正を行った。

3.7.4 混合型同定手法による熱可塑性樹脂のパラメータ同定の結果

3 種類の熱可塑性樹脂の単軸繰り返し負荷-除荷試験の結果から粘塑性と損傷の材料パラメータを同定する際に、線形粘弾性パラメータの時間-温度換算因子を同定パラメータとして組み入れて修正するように評価関数を最小化した場合と、組み入れずに DMA で得られた値を用いて最小化した場合の評価関数の値をそれぞれ Table 3.6 に示す。また、DMA から算出した時間-温度換算因子量と、

同定パラメータとして組み込んで修正した場合の時間-温度換算因子量を Fig. 3.32～Fig. 3.34 に示す。Table 3.6 から分かるように、低温域のシフトファクターを単軸繰り返し負荷-除荷試験の同定対象とすることで、すべての熱可塑性樹脂において同定精度が向上することが確認された。また、Fig. 3.34 から分かるように、熱可塑性エポキシ樹脂の同定では、時間-温度換算因子量や温度依存性にほとんど変化がなかった。一方で、Fig. 3.32 と Fig. 3.33 に示すように、ポリカーボネートと熱可塑性アクリル樹脂の同定では、時間-温度換算因子量や温度依存性が大きく変化した。特に、ポリカーボネートの修正した時間-温度換算因子量はほぼ一定値となっている。これは、ポリカーボネートのガラス転移点 T_g が 155.6 °C と高いため常温から 90 °C の温度域における緩和挙動が非常に小さいためだと考えられ、常温から 90 °C の温度域においてはほとんど緩和挙動を表さないことが示唆される。また、式(3.30)に示した時間-温度換算則の修正式が一次関数で定義したため、90 °C 近傍の時間-温度換算因子量の変化を十分に表現できていない可能性があり、修正式の関数形については検討の余地があると思われる。

次に、3 種類の熱可塑性樹脂に対して、単軸繰り返し負荷-除荷試験の応力-ひずみ線図と、混合型同定手法により修正した時間-温度換算因子量および同定したすべての材料パラメータで計算した応力-ひずみ線図を Fig. 3.35～Fig. 3.43 に示す。また、材料同定によって得られた各熱可塑性樹脂の材料パラメータを Table 3.7～Table 3.9 に示す。Fig. 3.35～Fig. 3.43 に示すように、実験値と Table 3.7～Table 3.9 の材料パラメータで計算した材料応答を比較すると、採用した材料構成則に同定した材料パラメータを用いることで実験値を良好に再現できていることがわかる。

一方で、除荷時と再負荷時の弾性係数や永久ひずみの値は一致しているものの、材料非線形性は十分に再現できていないことが確認できる。特に、Fig. 3.35～Fig. 3.37 に示すポリカーボネートの実験値において、除荷時や再負荷時の材料非線形性は大きいですが、3.3.4 項で定式化した等方性粘弾性・粘塑性・損傷複合構成則の材料挙動はほとんど線形的であった。これは、除荷時と再負荷時の応力は弾性範囲内であるため粘弾性挙動のみが表れるが、今回の複合構成則に採用した粘弾性構成則が線形的な材料構成則であるため、線形的な材料挙動になったと考えられる。また、Maxwell 要素の数やパラメータを除荷・再負曲線に合うように変化させることは可能ではあるが、その場合には微小変形域での DMA 試験の結果との整合性は保たれない。したがって、より大きな変形域での緩和特性の

ひずみあるいはひずみ速度への依存性を考慮しなければこのような材料非線形性を表現することは困難と考えられる。また、40℃と60℃での最大応力近傍の非線形的な材料応答においても十分に再現できていないことが確認でき、これらの点については定式化した等方性粘弾性・粘塑性・損傷複合構成則の再考が必要であると考えられる。

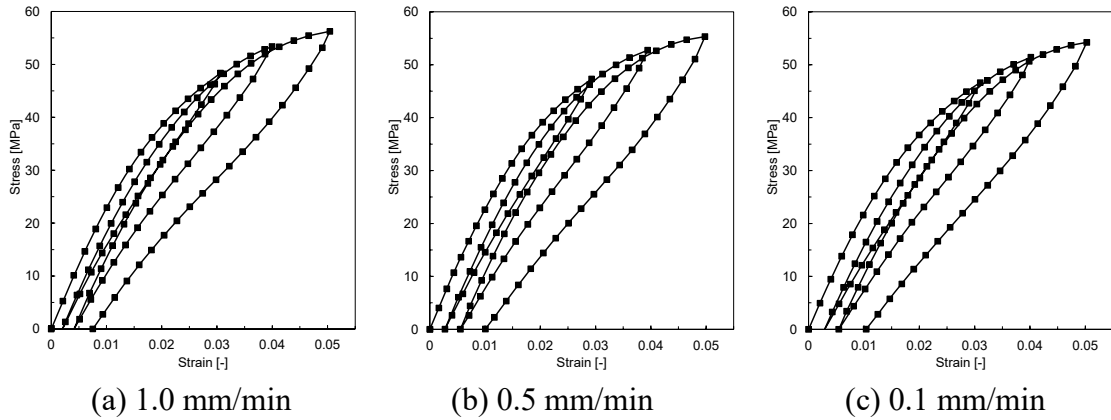


Fig. 3.23 Stress-strain curves of uniaxial cyclic loading-unloading tests for polycarbonate resin at 20°C.

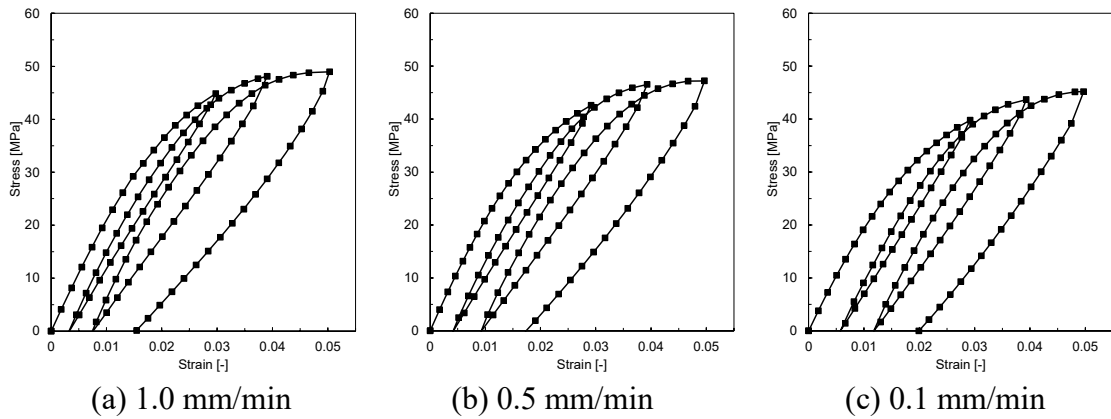


Fig. 3.24 Stress-strain curves of uniaxial cyclic loading-unloading tests for polycarbonate resin at 40°C.

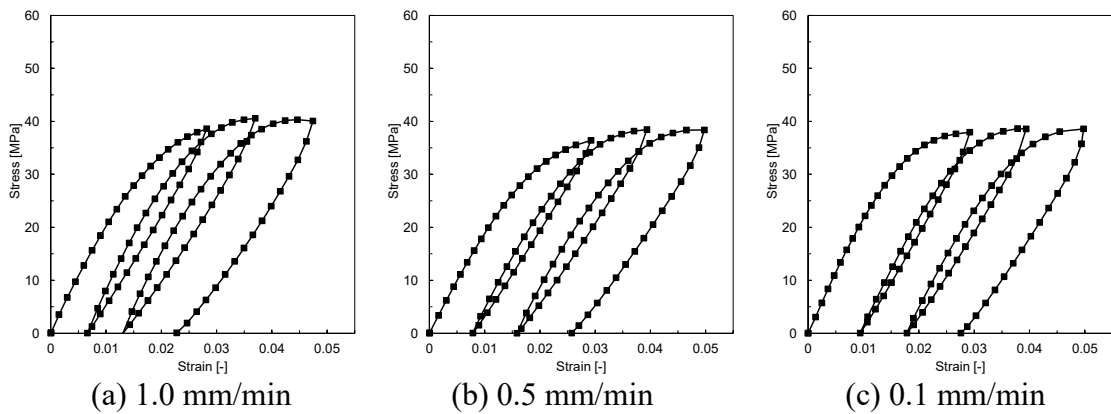


Fig. 3.25 Stress-strain curves of uniaxial cyclic loading-unloading tests for polycarbonate resin at 60°C.

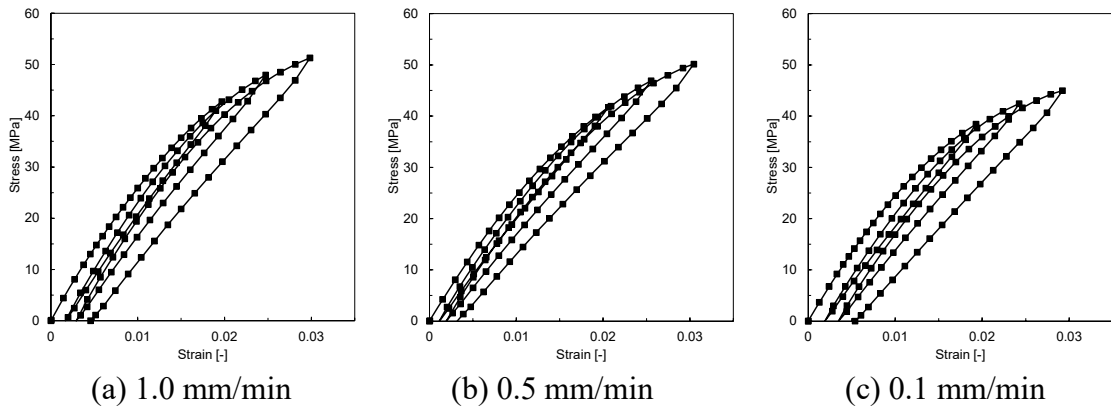


Fig. 3.26 Stress-strain curves of uniaxial cyclic loading-unloading tests for acrylic resin at 20°C.

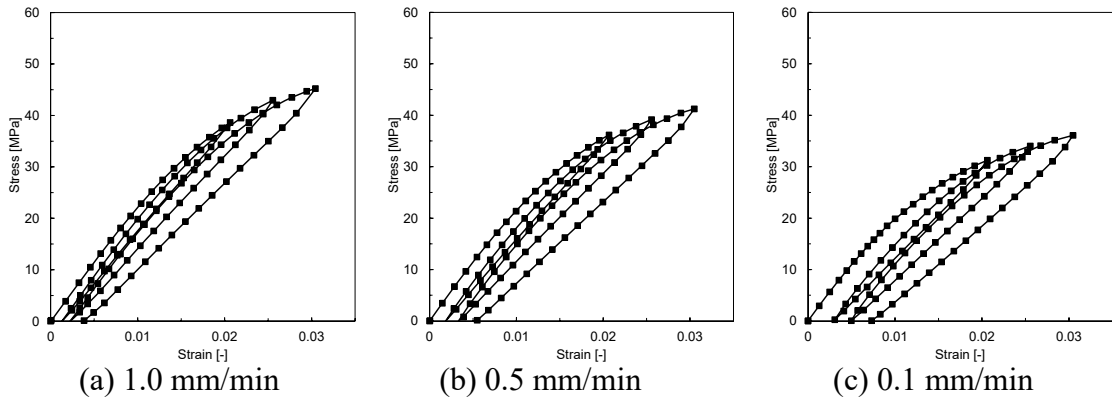


Fig. 3.27 Stress-strain curves of uniaxial cyclic loading-unloading tests for acrylic resin at 40°C.

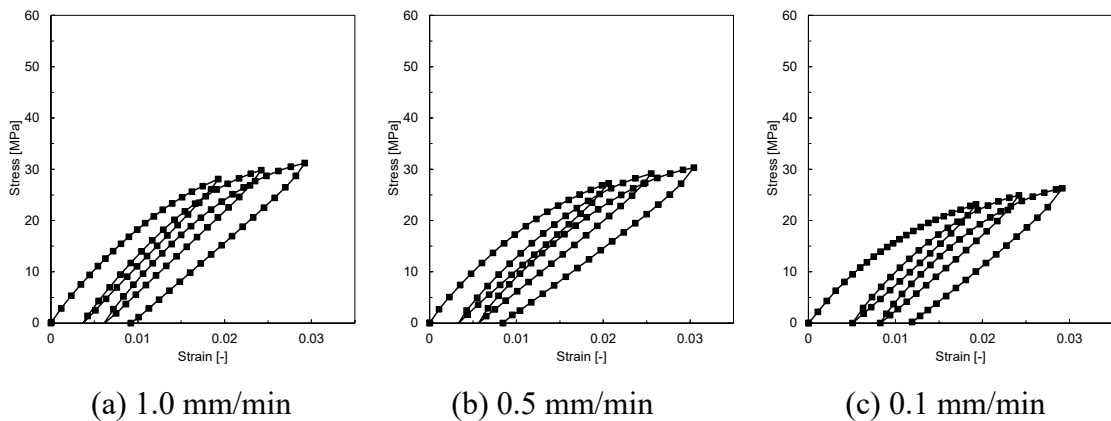


Fig. 3.28 Stress-strain curves of uniaxial cyclic loading-unloading tests for acrylic resin at 60°C.

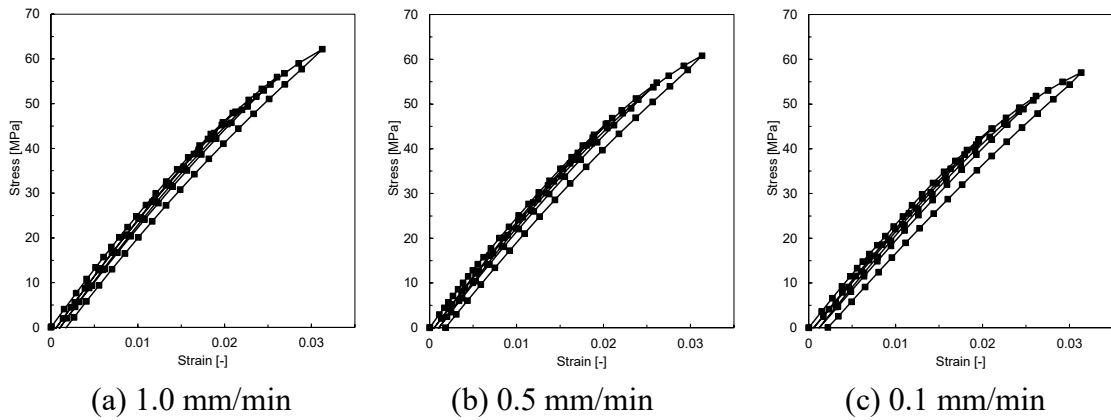


Fig. 3.29 Stress-strain curves of uniaxial cyclic loading-unloading tests for thermoplastic epoxy resin at 20°C.

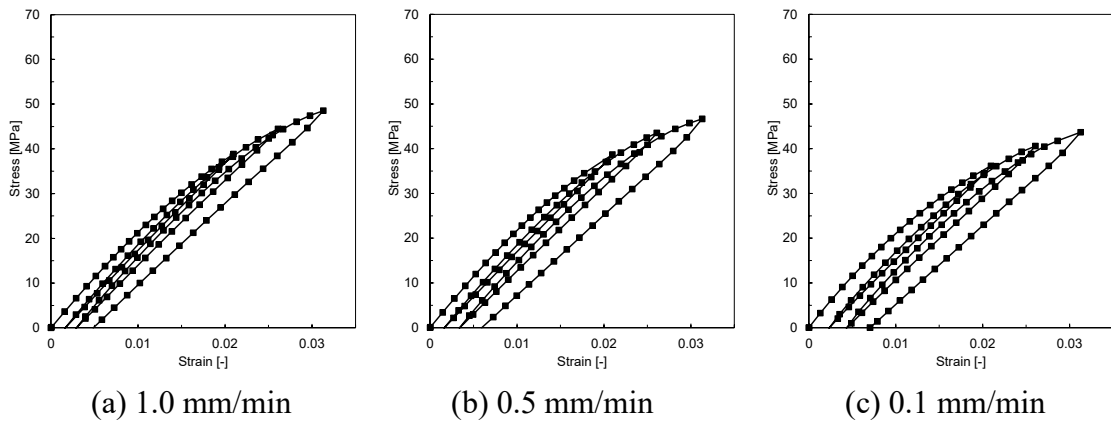


Fig. 3.30 Stress-strain curves of uniaxial cyclic loading-unloading tests for thermoplastic epoxy resin at 40°C.

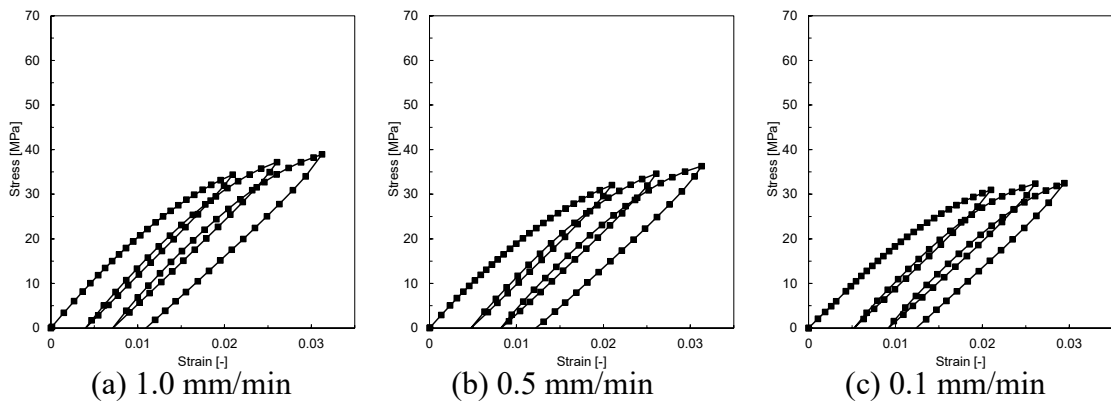


Fig. 3.31 Stress-strain curves of uniaxial cyclic loading-unloading tests for thermoplastic epoxy resin at 60°C.

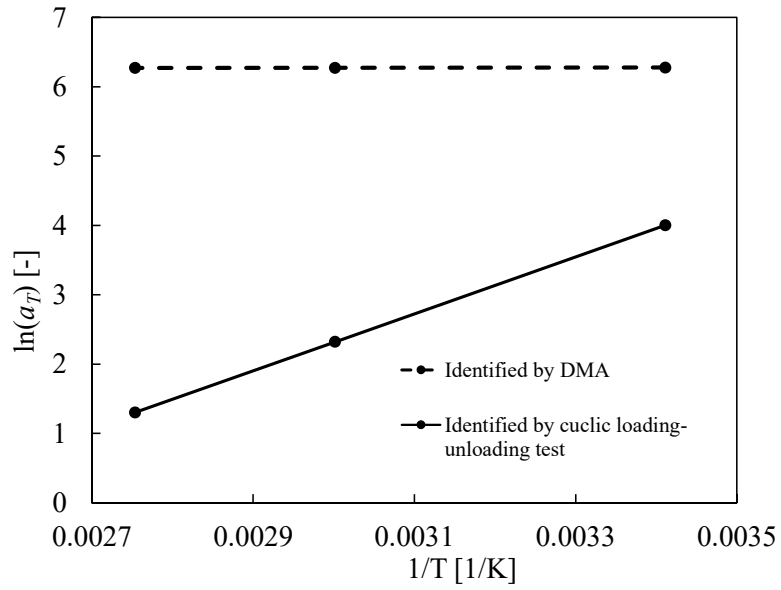


Fig. 3.32 Shift factors identified by uniaxial cyclic loading-unloading test and by DMA for the polycarbonate resin.

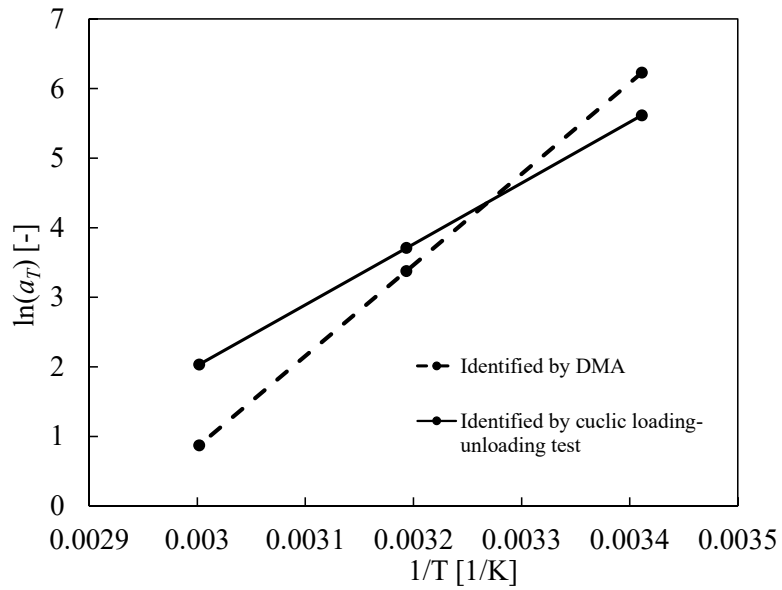


Fig. 3.33 Shift factors identified by uniaxial cyclic loading-unloading test and by DMA for the acrylic resin.

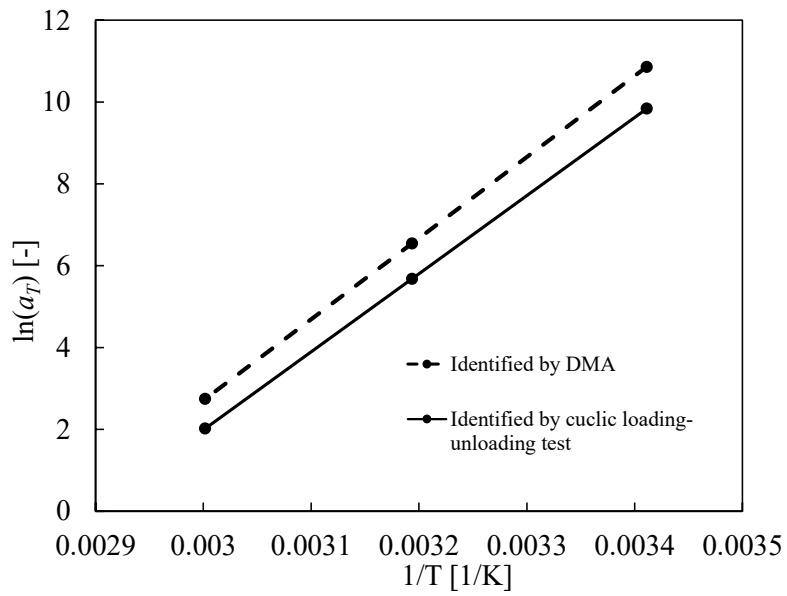


Fig. 3.34 Shift factors identified by uniaxial cyclic loading-unloading test and by DMA for the thermoplastic epoxy resin.

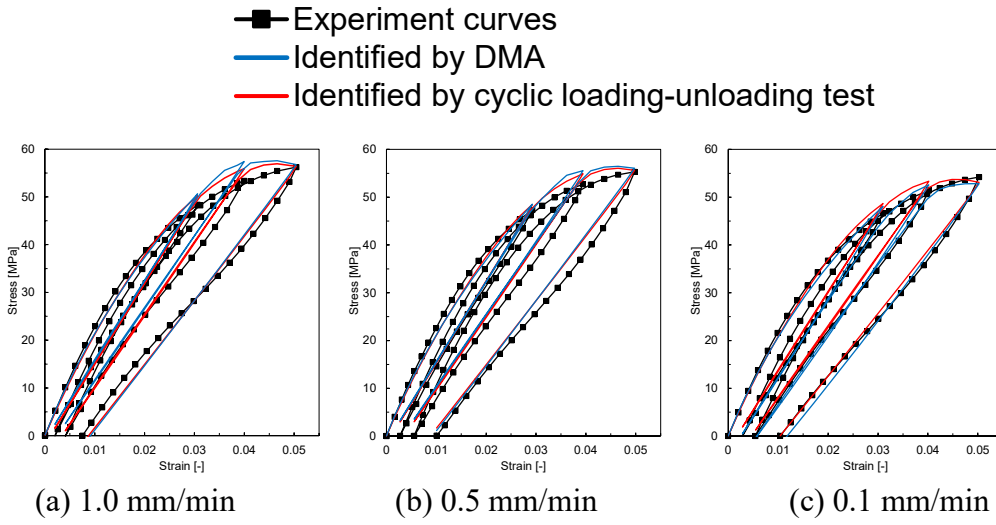


Fig. 3.35 Stress-strain curves of uniaxial cyclic loading-unloading tests for polycarbonate resin at 20°C.

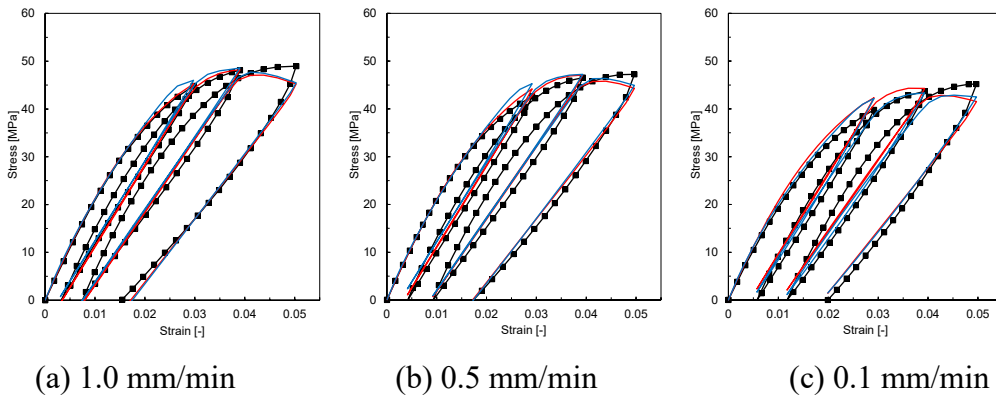


Fig. 3.36 Stress-strain curves of uniaxial cyclic loading-unloading tests for polycarbonate resin at 40°C.

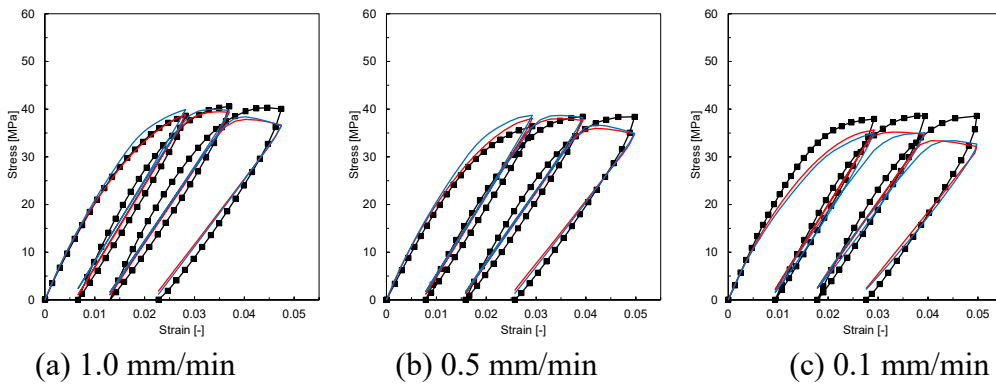


Fig. 3.37 Stress-strain curves of uniaxial cyclic loading-unloading tests for polycarbonate resin at 60°C.

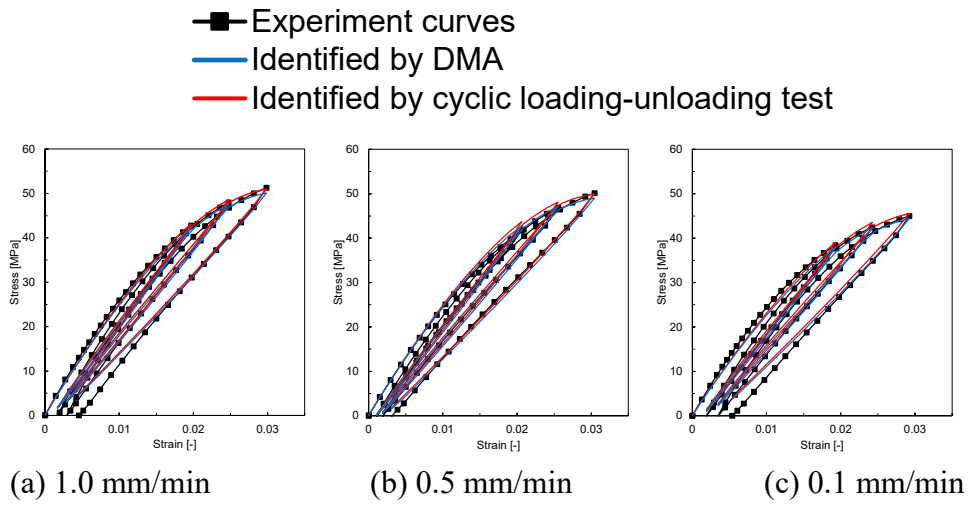


Fig. 3.38 Stress-strain curves of uniaxial cyclic loading-unloading tests for acrylic resin at 20°C.

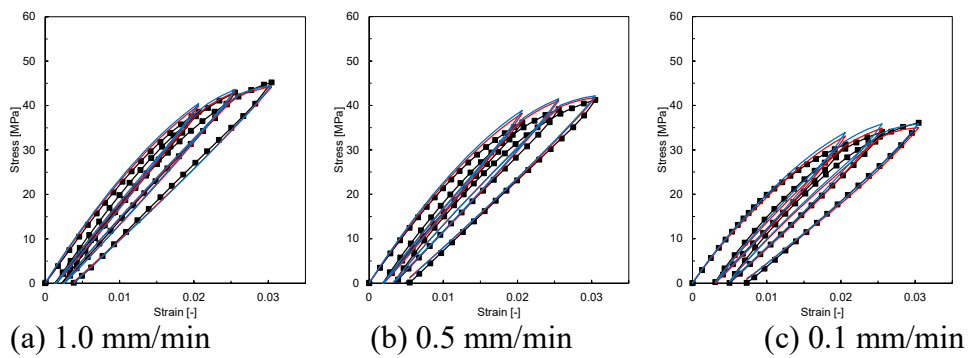


Fig. 3.39 Stress-strain curves of uniaxial cyclic loading-unloading tests for acrylic resin at 40°C.

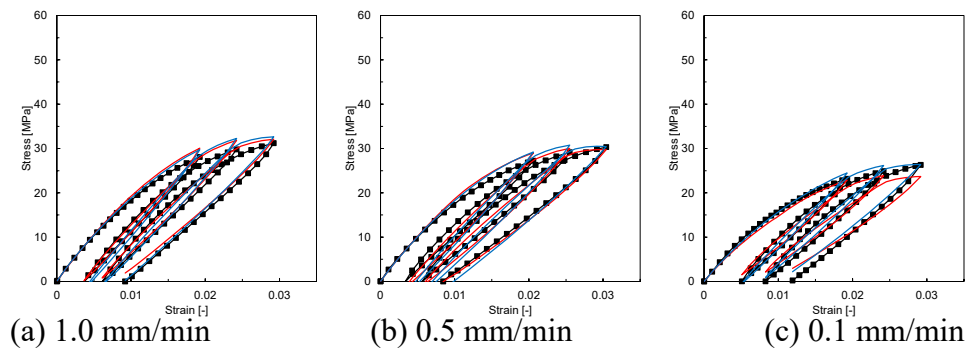


Fig. 3.40 Stress-strain curves of uniaxial cyclic loading-unloading tests for acrylic resin at 60°C.

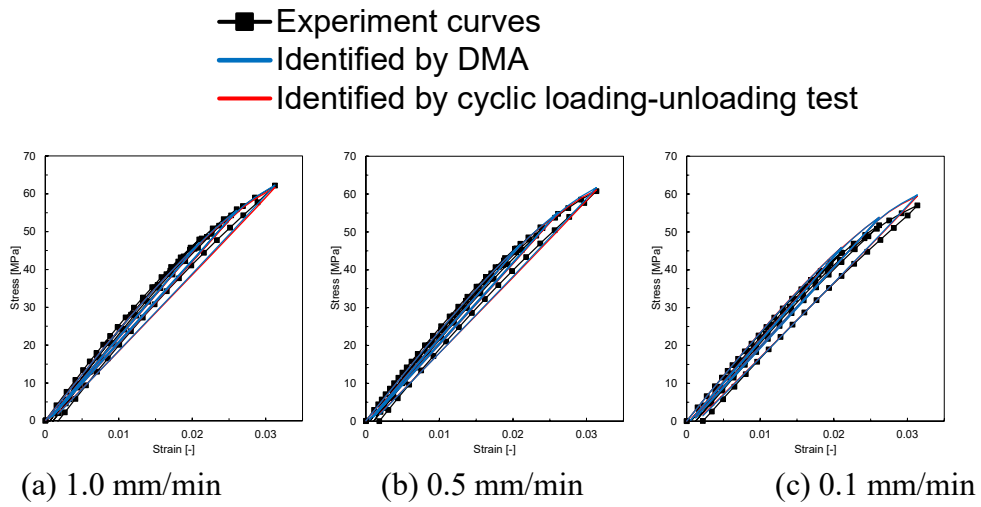


Fig. 3.41 Stress-strain curves of uniaxial cyclic loading-unloading tests for thermoplastic epoxy resin at 20°C.

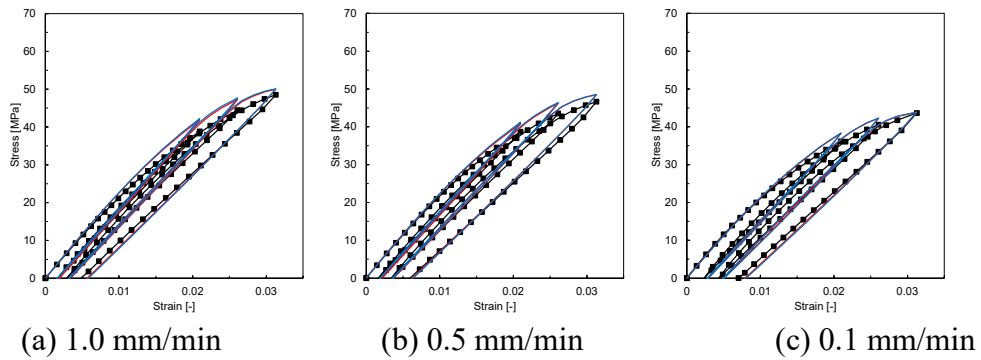


Fig. 3.42 Stress-strain curves of uniaxial cyclic loading-unloading tests for thermoplastic epoxy resin at 40°C.

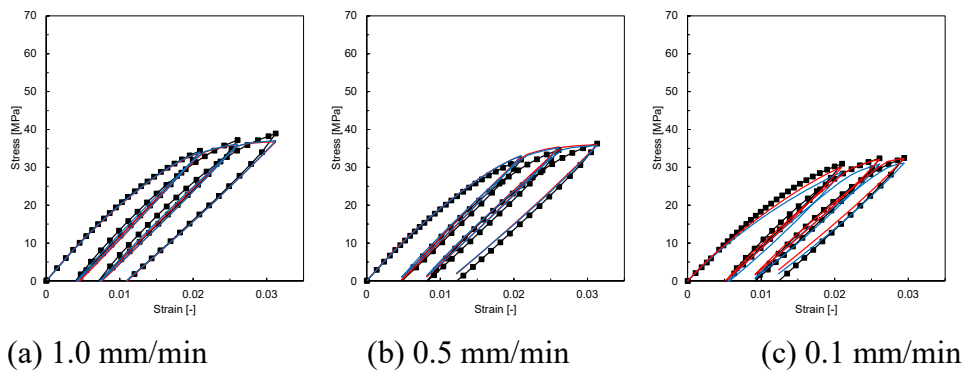


Fig. 3.43 Stress-strain curves of uniaxial cyclic loading-unloading tests for thermoplastic epoxy resin at 60°C.

Table 3.6 Values of the evaluation function: case in which the time-temperature shift factor is modified by the uniaxial cyclic loading-unloading test and the case in which the time-temperature shift factor is identified only by DMA.

Resin	Identified by cyclic loading-unloading test	Identified by DMA	Improvement [%]
Polycarbonate resin	39.27	45.90	14.44
Acrylic resin	12.95	16.74	22.64
Thermoplastic epoxy resin	12.92	13.58	4.860

Table 3.7 Identified material properties of polycarbonate resin.

Property	Polycarbonate resin	
d_1	[-]	7.527
d_2	[-]	0.944
H_{iso}	[MPa]	306.9
R_{∞}	[MPa]	28.67
β	[-]	398.6
σ_y^0	[MPa]	18.77
ΔH	[J]	3.079×10^{-16}
V_A	[mm ³]	1.284×10^{-18}
$\dot{\gamma}_0^{\text{vp}}$	[-/s]	1.047×10^{22}
k_1	[K]	14.02
k_2	[-]	6.373
$E_{\text{ini}}(D)$	[MPa]	2872

Table 3.8 Identified material properties of acrylic resin.

Property	Acrylic resin	
d_1	[-]	179.8
d_2	[-]	1.743
H_{iso}	[MPa]	2803
R_{∞}	[MPa]	32.25
β	[-]	224
σ_y^0	[MPa]	20.42
ΔH	[J]	3.609×10^{-16}
V_A	[mm ³]	9.972×10^{-20}
$\dot{\gamma}_0^{\text{vp}}$	[-/s]	9.968×10^{29}
k_1	[K]	1.300×10^4
k_2	[-]	-38.02
$E_{\text{ini}}(D)$	[MPa]	3698

Table 3.9 Identified material properties of thermoplastic epoxy resin.

Property		Thermoplastic epoxy resin
d_1	[-]	223.5
d_2	[-]	2.001
H_{iso}	[MPa]	1496
R_{∞}	[MPa]	23.95
β	[-]	965.5
σ_y^0	[MPa]	9.853
ΔH	[J]	7.394×10^{-16}
V_A	[mm ³]	9.819×10^{-19}
$\dot{\gamma}_0^{\text{vp}}$	[-/s]	9.811×10^{67}
k_1	[K]	1.982×10^4
k_2	[-]	-56.74
$E_{\text{ini}}(D)$	[MPa]	2626

3.8 まとめ

本章では、ポリカーボネートと現場重合型アクリル樹脂、熱可塑性エポキシ樹脂の3種類の熱可塑性樹脂に対して、DMAと複数の温度・ひずみ速度水準下での単軸繰り返し負荷-除荷試験をそれぞれ独立に行い、これらの試験結果から粘弾性・粘塑性・損傷複合構成則の材料パラメータを同定する新しい混合型同定手法を提案した。その結果、以下の結論が得られた。

熱可塑性樹脂に対するDMAから貯蔵弾性係数等のマスターカーブを求める際に低温側のマスターカーブが一意に決まらないことを考慮し、低温側の時間-温度換算因子を単軸繰り返し負荷-除荷試験から同定することで、同定精度が向上した。

3種類の代表的な熱可塑性樹脂である、ポリカーボネート、アクリル樹脂、熱可塑性エポキシ樹脂に対する3温度水準、3ひずみ速度水準下での単軸繰り返し負荷-除荷試験から得られた複雑な非線形、非弾性な応力-ひずみ関係を、粘弾性・粘塑性・損傷複合構成則で表現し、混合型同定によるカーブフィッティングで同定した結果、幅広い温度領域とひずみ速度において非線形挙動を良好に再現することができた。

3.9 参考文献

- 3-1) Simo, J.C.: On a fully three-dimensional finite-strain viscoelastic damage model, formulation and computational aspects, *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, Vol.60 (1987), pp.153-173.
- 3-2) Simo, J.C. and Taylor, R.L.: Quasi-incompressible finite elasticity in principal stretches, continuum basis and numerical algorithms, *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, Vol.85(1991), pp.273-310.
- 3-3) Simo, J.C. and Hughes, T.J.R.: *Computational Inelasticity, Interdisciplinary Applied Mathematics*, Vol.7, Springer (1998), New York.
- 3-4) Gibson, R.F.: *Principles of composite material mechanics, Engineering Mechanics Series*, 1994.
- 3-5) 松原成志朗, 寺田賢二郎, 熱可塑性樹脂の発熱現象を考慮した粘弾性・粘塑性複合構成則, *土木学会論文集 A2 (応用力学)*, Vol.71, No.2 (2015), pp. I_509-I_520.
- 3-6) J. L. Chaboche, A review of some plasticity and viscoplasticity constitutive theories, *International Journal of Plasticity*, Vol.24, No.10 (2008), pp.1642-1693.
- 3-7) P. Perzyna, *Fundamental Problems in Viscoplasticity, Advances in Applied Mechanics*, Vol.9, 1966, pp.243-377.
- 3-8) H. Eyring, *Viscosity, Plasticity, and Diffusion as Examples of Absolute Reaction Rates, The Journal of Chemical Physics*, Vol.4 (1936), p.283.
- 3-9) L. Anand, N. M. Ames, V. Srivastava, S. A. Chester, A thermo-mechanically coupled theory for large deformations of amorphous polymers. Part I, Formulation *International Journal of Plasticity*, Vol.25, No.8 (2009), pp.1474-1494.
- 3-10) N. M. Ames, V. Srivastava, S. A. Chester, L. Anand, A thermo-mechanically coupled theory for large deformations of amorphous polymers. Part II, Applications *International Journal of Plasticity*, Vol.25 (2009), pp.1495-1539.
- 3-11) F. Ree, T. Ree, H Eyring, *Relaxation Theory of Transport Problems in Condensed Systems, Industrial & Engineering Chemistry*, Vol.50, No.7, 1958, pp.1036-1040.
- 3-12) 都井裕, 広瀬智史, 損傷力学モデルによる金属材料の力学特性の同定と予測, *日本機械学会論文集 A 編*, Vol.69, No.679 (2003), pp. 530-537.
- 3-13) M. Jirásek and P. Grassl: Evaluation of directional mesh bias in concrete fracture

- simulations using continuum damage models, *Engng. Fract. Mech.*, Vol.75, No.8 (2008), pp.1921-1943.
- 3-14) 都井裕, 住吉寛紀, 高分子材料の自己修復過程の計算モデリング, 生産研究, Vol.61, No.4 (2009). pp.785-788.
- 3-15) 村上澄男, 富水道明, 栄輝, 損傷に伴う弾性定数変化の定式化と有効応力の検討, 日本機械学会論文集 A 編, Vol.56, No.531 (1990), pp.2297-2304.
- 3-16) Jean, L., Rodrigue, D. and Maxime, S., Anisotropic damage law of evolution, *European Journal of Mechanics - A/Solids*, Vol.19, No.2 (2000), pp.187-208.
- 3-17) 関根尚之, 米森利明, 中田政之, 宮野靖, Tsai, S. W., GFRP/Metal ボルト継手の温度環境下における疲労寿命の予測, 日本機械学会論文集 A 集, Vol.66, No.652 (2000), pp.2176-2182.
- 3-18) 山本晃司, 石橋慶輝, 染宮聖人, 平山紀夫, 寺田賢二郎, 繊維強化熱可塑性樹脂の異方性粘弾性構成則における緩和特性と弾性率の温度依存性に関する数値解析的検討, 日本機械学会論文集, Vol.85, No.874 (2019), DOI: 10.1299/transjsme. 19-00058.
- 3-19) Rainer, S. and Kenneth, P., Differential evolution – A fast and efficient heuristic for global optimization over continuous spaces. *Journal of Global Optimization*, Vol.11, No.4, (1997), pp.341–359.
- 3-20) 日本工業規格, プラスチック, 動的機械特性の試験方法, 第 5 部: 曲げ振動—非共振法, JIS K7244-5, 2021 年発行.
- 3-21) 天谷賢治, 工学のための最適化手法入門, 数値工学社, 初版第 3 刷発行 (2014).
- 3-22) J.Kennedy, R.Eberhart, Particle Swarm Optimization, *Proceedings of ICNN'95 - International Conference on Neural Networks*, ISBN 0-7803-2768-3, (1995).
- 3-23) 株式会社共和電業 ホームページ, <https://www.kyowa-ei.com/jpn/product/index.html>.

第4章 繊維強化熱可塑性樹脂の非線形材料挙動の予測

4.1 はじめに

3章で述べたように、熱可塑性樹脂は温度やひずみ速度に依存した非線形材料挙動を示し、その傾向は温度が高くなるにつれて顕著に現れる。同様に、熱可塑性樹脂をマトリックスとするCFRTPは温度やひずみ速度に依存した異方性の非線形材料挙動を示す。特に、UD-CFRTPのOff-axis試験においては、繊維方向や繊維直交方向などの主軸方向よりも大きな非線形材料挙動を示すことが報告されており、材料設計の段階でUD-CFRTPの非線形材料挙動を予測する手法が必要となる。

本章では、数値材料試験と最適化手法を用いて、UD-CFRTPの主軸方向に加えて非主軸方向における非線形材料挙動の予測するために、ユニットセルモデルに対して、6方向の材料主軸方向の変形パターンと材料主軸から45°方向に傾けた方向の引張変形パターンを加えた計7方向の数値材料試験を実施し、得られた7つの非線形材料挙動からマクロな異方性粘弾性・粘塑性・損傷複合構成則の材料パラメータを同定した。さらに、同定した材料パラメータから計算した非主軸方向の材料挙動と実試験の結果と比較することで提案した手法の予測精度を評価した。最後に、様々な温度下での数値材料試験を実施し、同定したマクロな異方性粘弾性・粘塑性・損傷複合構成則の材料パラメータを用いてUD-CFRTPの各温度下における異方性の非線形材料挙動を予測できるか調査した。

4.2 異方性粘弾性・粘塑性・損傷複合モデルの定式化

はじめに、数値材料試験で得られた材料挙動に対して、異方的なマクロ材料構成則を定式化する。前章で述べたように、熱可塑性樹脂の非線形材料挙動の特徴は、除荷後の残留ひずみや変形に伴う内部損傷の発現、除荷時の材料非線形性などが挙げられる⁴⁻¹⁾。これらの材料非線形性を表現する材料構成則として、松原らは有限変形理論に基づいた粘弾性・粘塑性複合構成則を提案した^{4-2), 4-3)}。この提案された材料構成則により、大変形領域における熱可塑性樹脂の非線形材料挙動と非弾性変形における発熱現象を再現した。そこで、UD-CFRTP の非線形材料挙動を表現するために、3章で定式化した粘弾性・粘塑性・損傷複合構成則を異方性に拡張した異方性粘弾性・粘塑性・損傷複合構成則を新たに定式化する。この異方性粘弾性・粘塑性・損傷複合構成則は、Fig. 4.1 に示すようなレオロジーモデルを用いて定式化した。このレオロジーモデルは、微小変形領域におけるUD-CFRTP の非線形材料挙動を表現するために、粘弾性挙動を表す異方性の一般化 Maxwell モデルに粘塑性要素を直列につなぎ合わせることで非線形粘塑性を表現し、さらに、ひずみの増加に伴い、一般化 Maxwell モデルの弾性ばねの弾性係数が低下することで内部損傷の度合いが表現できるようにしたレオロジーモデルである。

次式に示すように、全ひずみテンソル $\boldsymbol{\varepsilon}$ は、弾性ひずみテンソル $\boldsymbol{\varepsilon}^e$ 、粘性ひずみテンソル $\boldsymbol{\varepsilon}^v$ 、粘塑性ひずみテンソル $\boldsymbol{\varepsilon}^{vp}$ に加算分解されるものとする。

$$\boldsymbol{\varepsilon} = \boldsymbol{\varepsilon}^e + \boldsymbol{\varepsilon}^v + \boldsymbol{\varepsilon}^{vp} \quad (4.1)$$

4.2.1 直交異方性弾性構成則の定式化

Fig. 4.1 に示す一般化 Maxwell 要素の各弾性ばねに作用する応力 $\boldsymbol{\sigma}_\alpha$ は各要素の弾性テンソル \mathbb{C}_α^e と弾性ひずみテンソル $\boldsymbol{\varepsilon}_\alpha^e$ から計算される。

$$\boldsymbol{\sigma}_\alpha = \mathbb{C}_\alpha^e : \boldsymbol{\varepsilon}_\alpha^e \quad (4.2)$$

ここで、本研究で対象とする UD-CFRTP を Fig. 4.2 に示す。Fig. 4.2 に示すように、強化繊維である炭素繊維は x 方向に配向されており、 yz 面と zx 面に対して、弾性的性質が対称であるため、UD-CFRTP の弾性係数テンソルは直交異方性弾性体となる。このときの異方性弾性係数テンソル \mathbb{C}_α^e のフォークト表記は次式に

示すように9つの成分で表される.

$$[\mathbb{C}_\alpha^e] = \begin{bmatrix} C_{1111} & C_{1122} & C_{1133} & 0 & 0 & 0 \\ C_{1122} & C_{2222} & C_{2233} & 0 & 0 & 0 \\ C_{1133} & C_{2233} & C_{3333} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & C_{1212} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & C_{2323} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & C_{1313} \end{bmatrix} \quad (4.3)$$

4.2.2 異方性損傷構成則の定式化

UD-CFRTP の変形に伴い, UD-CFRTP やマトリックスである熱可塑性樹脂の内部の微小なボイドの成長や分子鎖の切断により生じる損傷挙動は, 過去に経験した最大ひずみに応じて弾性係数テンソルが低減される異方性損傷構成則により表現する⁴⁾. この異方性損傷構成則は異方性パラメータ S_i を用いることで, 異方的な損傷の発展を表すことができる. 次式に損傷後の弾性係数テンソル $[\mathbb{C}_\alpha(D)]$ を示す.

$$[\mathbb{C}_\alpha(D)] = \begin{bmatrix} (1-S_1D)C_{\alpha,1111} & (1-S_4D)C_{\alpha,1122} & (1-S_5D)C_{\alpha,1133} & 0 & 0 & 0 \\ & (1-S_2D)C_{\alpha,1111} & (1-S_6D)C_{\alpha,2233} & 0 & 0 & 0 \\ & & (1-S_3D)C_{\alpha,3333} & 0 & 0 & 0 \\ & & & (1-S_7D)C_{\alpha,1212} & 0 & 0 \\ & & & & (1-S_8D)C_{\alpha,2323} & 0 \\ & sym. & & & & (1-S_9D)C_{\alpha,1313} \end{bmatrix} \quad (4.4)$$

また, 損傷の程度を表す損傷変数 D は次式のような単純な関数で発展すると仮定した.

$$D = d_1 (\bar{\varepsilon}_{\max})^{d_2} \quad 0 \leq D < 1 \quad (4.5)$$

ここで, d_1 と d_2 は損傷パラメータ, $\bar{\varepsilon}_{\max}$ は材料が過去に経験した最大の等価ひずみ $\bar{\varepsilon}$ である. 等価ひずみ $\bar{\varepsilon}$ は偏差ひずみ ε_e を用いて次式で定義した.

$$\bar{\varepsilon} = \sqrt{\frac{2}{3} \mathbf{e} : \mathbf{e}} \quad (4.6)$$

4.2.3 異方性粘塑性構成則の定式化

時間に依存する永久変形を表す粘塑性挙動については、Hill 定数を用いた直交異方性粘塑性構成則を採用する。粘塑性の硬化駆動力 q には Voce 硬化則、粘塑性の発展則には Ree-Eyring のモデルを採用した⁴⁾⁸⁾。損傷構成則によるひずみ等価性の仮説⁴⁾⁹⁾を適用した粘塑性降伏関数 f^{vp} と Voce 硬化則を次式に示す。

$$f^{vp} = \bar{\sigma} + q - \sigma_0^y, \quad \bar{\sigma} = \sqrt{\boldsymbol{\sigma} : \mathbf{H} : \boldsymbol{\sigma}} \quad (4.7)$$

$$q = -H^{iso} \xi - R_\infty \{1 - \exp(-\beta \xi)\} \quad (4.8)$$

ここで、 $\bar{\boldsymbol{\sigma}}$ は Hill 応力、 σ_0^y は初期降伏応力、 H^{iso} は線形硬化係数、 ξ は硬化変数、 β は指数硬化係数、 R_∞ は非線形硬化感度係数である。また、 \mathbf{H} は Hill テンソルであり、次式にその行列成分をフォークト表記で示す。

$$[\mathbf{H}] = \begin{bmatrix} Q+O & -O & -Q & 0 & 0 & 0 \\ & O+P & -P & 0 & 0 & 0 \\ & & P+Q & 0 & 0 & 0 \\ & & & 2N & 0 & 0 \\ & & & & 2L & 0 \\ \text{sym.} & & & & & 2M \end{bmatrix} \quad (4.9)$$

ここで、 O, P, Q, N, L, M の各成分は Hill 定数 $R_{xx}, R_{yy}, R_{zz}, R_{xy}, R_{yz}, R_{zx}$ を用いて次式のように定義される。

$$P = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{R_{yy}^2} + \frac{1}{R_{zz}^2} - \frac{1}{R_{xx}^2} \right) \quad (4.10)$$

$$Q = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{R_{zz}^2} + \frac{1}{R_{xx}^2} - \frac{1}{R_{yy}^2} \right) \quad (4.11)$$

$$O = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{R_{xx}^2} + \frac{1}{R_{yy}^2} - \frac{1}{R_{zz}^2} \right) \quad (4.12)$$

$$L = \frac{3}{2} \left(\frac{1}{R_{yz}^2} \right) \quad (4.13)$$

$$M = \frac{3}{2} \left(\frac{1}{R_{zx}^2} \right) \quad (4.14)$$

$$N = \frac{3}{2} \left(\frac{1}{R_{xy}^2} \right) \quad (4.15)$$

この6つの Hill 定数は、次式に示すように参照降伏応力 σ_0^y および垂直方向とせん断方向の初期降伏応力 $\sigma_{xx}^y, \sigma_{yy}^y, \sigma_{zz}^y, \tau_{xy}^y, \tau_{yz}^y, \tau_{zx}^y$ で定義される.

$$R_{xx} = \frac{\sigma_{xx}^y}{\sigma_0^y} \quad (4.16)$$

$$R_{yy} = \frac{\sigma_{yy}^y}{\sigma_0^y} \quad (4.17)$$

$$R_{zz} = \frac{\sigma_{zz}^y}{\sigma_0^y} \quad (4.18)$$

$$R_{xy} = \sqrt{3} \frac{\tau_{xy}^y}{\sigma_0^y} \quad (4.19)$$

$$R_{yz} = \sqrt{3} \frac{\tau_{yz}^y}{\sigma_0^y} \quad (4.20)$$

$$R_{zx} = \sqrt{3} \frac{\tau_{zx}^y}{\sigma_0^y} \quad (4.21)$$

本研究では、初期降伏応力 $\sigma_{xx}^y, \sigma_{yy}^y, \sigma_{zz}^y, \tau_{xy}^y, \tau_{yz}^y, \tau_{zx}^y$ を最適化手法によるカーブフィット処理により同定する. なお、参照降伏応力 σ_0^y は各方向の初期降伏応力の最小値を採用した. また、Voce 硬化則の硬化変数 ξ は次式の粘塑性流れ則から計算する.

$$\begin{cases} \dot{\varepsilon}^{vp} - \frac{\dot{\gamma}^{vp}}{1-D} \mathbf{N}_v = \mathbf{0} \\ \dot{\xi} - \dot{\gamma}^{vp} = 0, \quad \mathbf{N}_v = \mathbf{H} : \frac{\boldsymbol{\sigma}}{\sigma} \end{cases} \quad (4.22)$$

$$\dot{\gamma}^{vp} - \frac{\dot{\gamma}_0^{vp}}{\eta^{vp}} \sinh \left\{ \frac{f^{vp}}{\Sigma} \right\} = 0 \quad (4.23)$$

$$\eta^{vp} = \exp\left(\frac{\Delta H}{kT}\right), \Sigma = \frac{kT}{A} \quad (4.24)$$

ここで、 \mathbf{N}_v は流れベクトル、 $\dot{\gamma}^{vp}$ は粘塑性乗数、 $\dot{\gamma}_0^{vp}$ は初期粘塑性乗数、 ΔH は活性化エネルギー、 A は活性化体積、 k はボルツマン定数、 T は絶対温度である。

4.2.4 異方性粘弾性・粘塑性・損傷複合構成則の構築

前項までに定式化してきた異方性粘弾性構成則と異方性損傷構成則、異方性粘塑性構成則を用いて異方性粘弾性・粘塑性・損傷複合構成則を定式化する。はじめに、Fig. 4.1 に示す一般化 Maxwell モデルの純弾性項 $\mathbb{C}_0(D)$ の弾性係数テンソルと各項の式(4.2)の弾性係数テンソル $\mathbb{C}_\alpha(D)$ を用いると、全応力 $\boldsymbol{\sigma}$ は次式で計算される。

$$\begin{aligned} \boldsymbol{\sigma} &= \left(\mathbb{C}_0(D) + \sum_{\alpha=1}^{M_x} \mathbb{C}_\alpha(D) \right) : \boldsymbol{\varepsilon}_\alpha^e \\ &= \sum_{\alpha=0}^{M_x} \mathbb{C}_\alpha(D) : \boldsymbol{\varepsilon}_\alpha^e \end{aligned} \quad (4.25)$$

次に、式(4.1)に示すひずみの加算分解により、弾性ひずみテンソル $\boldsymbol{\varepsilon}^e$ は全ひずみ $\boldsymbol{\varepsilon}$ と式(4.38)から求まる粘性ひずみテンソル $\boldsymbol{\varepsilon}_\alpha^v$ 、式(4.22)から求まる粘塑性ひずみテンソル $\boldsymbol{\varepsilon}^{vp}$ で表されるため、式(4.25)は次式となる。

$$\boldsymbol{\sigma} = \sum_{\alpha=0}^{M_x} \mathbb{C}_\alpha(D) : (\boldsymbol{\varepsilon} - \boldsymbol{\varepsilon}_\alpha^v - \boldsymbol{\varepsilon}^{vp}) \quad (4.26)$$

本研究では、この式(4.26)に示す異方性粘弾性・粘塑性・損傷複合構成則を用いて、UD-CFRTPの主軸方向と非主軸方向のマクロ的な異方性非線形材料挙動を計算する。

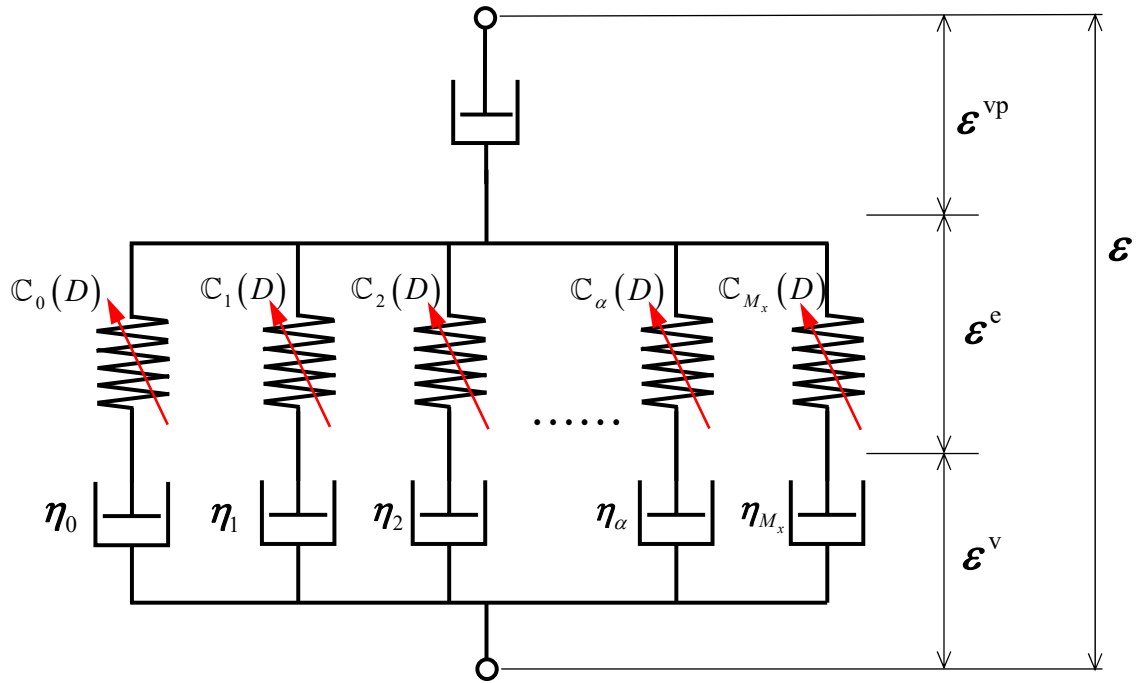


Fig. 4.1 Anisotropic viscoelastic-viscoplastic-damage combined model.

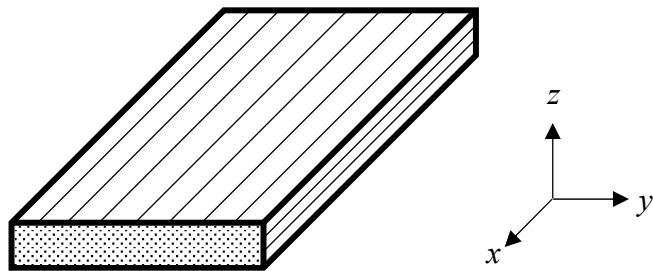


Fig. 4.2 Orthotropic material.

4.3 数値材料試験の解析条件と計算結果

本節では、UD-CFRTP のユニットセルモデルに対して、主軸方向および非主軸方向の負荷-除荷試験を模擬した数値材料試験を実施し、マクロな異方性材料構成則の非線形材料パラメータを同定するための、応力-ひずみ線図を作成する。

4.3.1 数値材料試験のユニットセルモデル

はじめに、UD-CFRTP の数値材料試験で使用するユニットセルについて述べる。一般的な UD-FRTP のユニットセルモデルは、Fig. 4.3 に示すような六方配列モデルがよく使用される。しかし、Fig. 4.4 に示すように、実際の UD-CFRTP の断面を観察すると繊維は規則的に配置されていないことわかる。そこで、今回の数値材料試験で使用するユニットセルモデルは、UD-CFRTP 内の繊維配列がランダムに配置されていると仮定し、乱数を用いて繊維配列をランダムに配置したユニットセルモデルを作製した。このユニットセルモデルでは、炭素繊維の軸方向を x 方向に一致させ、 yz 面内では力学的挙動が等方的になるようにランダムに配置した。このとき、ミクロ的な応力場やひずみ場はユニットセルモデル内の繊維の本数や繊維の配置等によって異なり、繊維本数を多くすると UD-CFRTP のマクロ弾性係数のばらつきは減少すると報告されている⁴⁾¹⁰⁾。一方で、4.2.4 項で定式化した異方性粘弾性・粘塑性・損傷複合構成則は異方性粘塑性構成則が含まれているため、強化繊維の本数や繊維配列の差異により、ユニットセル内でひずみ速度が異なることが考えられる。そこで、ユニットセルモデルの繊維本数と繊維配置の違いが、UD-CFRTP のマクロ的な非線形材料挙動にどの程度影響を与えるのか調査した。

検証解析において、ユニットセルモデルに配置する繊維の本数は4種類(5本, 10本, 15本, 20本)とし、擬似乱数を用いてランダムに生成した10通りの繊維配置を用意した。Fig. 4.5 に繊維本数と繊維配置を変化させたランダムモデルの一例を示す。ここで、各繊維本数に対して10通りのユニットセルモデルを用いた数値材料試験を実施し、マクロ的な応力-ひずみ線図を Fig. 4.6 に示す。Fig. 4.6 に示すように、ユニットセル内に配置する繊維本数が多いほど、UD-CFRTP のマクロ的な非線形材料挙動のバラツキが小さくなることが確認できた。また、10回のマクロ的な非線形材料挙動から繊維本数に対する偏差の変化を Fig. 4.7 に示す。ここで、Fig. 4.7 に示す偏差は理想的なユニットセルモデル(本研究では六方配列モデル)で計算した場合の最大ひずみを基準とし、この基準に対して

の差である。Fig. 4.7 に示すように、繊維本数が増加するにつれて偏差が低下し、繊維の本数が 15 本以上あればマクロ的な非線形材料挙動は安定することが確認できた。一方で、ユニットセルモデル内の繊維の本数が増加するとユニットセルモデルのサイズが大きくなり、膨大な計算コストとなる。そこで、今回用いたユニットセルモデルの繊維の本数は 15 本とし、UD-CFRTP の非線形材料挙動を計算した。ここで、Fig. 4.8 に数値材料試験で使用するユニットセルモデルを示す。Fig. 4.8 に示すユニットセルモデルの節点数は約 32,500、要素数は約 5,700 であり、要素タイプは 3 次元 20 節点構造ソリッド要素を適用した。また、2.3.2 項で述べたように、Fig. 4.8 に示すユニットセルモデルの境界に対して、周期対称条件とマクロ変形を制御するための節点（以下、制御節点）を設けた。さらに、制御節点とユニットセルモデルの境界節点間に拘束方程式を定義し⁴¹⁾、ミクロ解析を実施することで、UD-CFRTP のマクロ的な非線形材料挙動を数値計算した。ここで、UD-CFRTP の繊維体積含有率 V_f は 70.0% と仮定し、前述の異方性粘弾性・粘塑性・損傷複合構成則は汎用有限要素法ソフトウェア ANSYS2019 R1 のユーザーサブルーチン機能で定式化し、数値材料試験を実施した。

4.3.2 ユニットセルモデルの材料パラメータおよび解析条件

ユニットセルモデルの炭素繊維に適用した材料パラメータを Table 4.1 に示す。この炭素繊維の材料物性値は逆問題解析を用いて UD-CFRP の 6 方向の弾性係数と繊維体積含有率 V_f の関係から算出した値である。

一方で、マトリックスである熱可塑性樹脂の材料パラメータは、熱可塑性樹脂の材料非線形性を発現させるために実材料試験として単軸負荷-除荷試験を採用した。この実材料試験は室温の雰囲気温度下で、試験片中央部のひずみが 4.0% となるまで荷重を与えた後、荷重がゼロになるまで除荷する試験である。本研究で使用したマトリックス樹脂は現場重合型熱可塑性エポキシ樹脂とした。現場重合型熱可塑性エポキシ樹脂の単軸負荷-除荷試験したときの応力-ひずみ線図を Fig. 4.9 に示す。なお、3.3.4 項で定式化した等方性粘弾性・粘塑性・損傷複合構成則は速度依存型の材料構成則であるため、負荷除荷試験の試験速度は 0.1, 0.5, 1.0mm/min の 3 水準とし、熱可塑性エポキシ樹脂の材料パラメータを同定した。Table 4.1 に同定した各要素 α における弾性係数 E_α と緩和時間 τ_α を示す。ここで、熱可塑性エポキシ樹脂のポアソン比 ν は 0.425 とした。

4.3.3 数値材料試験による UD-CFRTP の非線形材料挙動の計算結果

数値材料試験による UD-CFRTP の非線形材料挙動の計算では、はじめに、3つの垂直方向変形パターン (x, y, z) と3つのせん断方向変形パターン (xy, yz, zx) の計6ケースについて計算した。このとき、ユニットセルモデルに与えるマクロひずみは1.0%となるように制御節点に対して強制変位を与えた。その後、マクロ応力 $\bar{\Sigma}$ が0になるまで除荷を行い、UD-CFRTP の負荷除荷試験を数値計算した。ここで、Table 4.4 に数値材料試験で制御節点に与えるマクロひずみ \bar{E} を行列表示で示す。ここで、表中の“*”はマクロひずみの成分が未知数であることを示している。また、数値材料試験から得られたマクロ応力-マクロひずみ線図を Fig. 4.10~Fig. 4.13 に示す。Fig. 4.10 からわかるように、 x 方向のマクロ的な材料挙動は線形的な材料挙動を示した。これは、強化繊維である炭素繊維が弾性体かつ高弾性係数であり、弾性的な材料挙動が支配的となったと考えられる。一方で、Fig. 4.11, Fig. 4.12, Fig. 4.13 に示すように、繊維直交方向やせん断方向のマクロ的な材料挙動では、大きな非線形材料挙動が確認された。これは、制御節点にマクロひずみ \bar{E} を1.0%与えたとき、ユニットセルモデルの内部では、繊維間における応力集中により、マトリックス樹脂に最大で4.12%のマイクロひずみが発生したためである。このとき、Fig. 4.9 に示す熱可塑性エポキシ樹脂の非線形材料挙動から確認できるように、ひずみが2.5%程度から明瞭な材料非線形性が現れるため、UD-CFRTP においても繊維直交方向とせん断方向において材料非線形挙動が表れたと推察される。

次に、UD-CFRTP の非主軸方向における材料試験として、繊維配向角が $\theta=20^\circ$, 30° , 45° , 60° の4ケースについて数値材料試験を実施した。ここで、繊維配向角の模式図を Fig. 4.14 に示す。境界条件は、応力の座標変換理論に基づいて各成分のマクロ応力 $\bar{\Sigma}$ を計算し、計算したマクロ応力 $\bar{\Sigma}$ を各方向の制御節点を与えた。このとき、制御節点に与えたマクロ応力 $\bar{\Sigma}$ の最大値はUD-CFRTP の破断強度に達しない応力値 ($\theta=20^\circ:90\text{MPa}$, $\theta=30^\circ:65\text{MPa}$, $\theta=45^\circ:60\text{MPa}$, $\theta=60^\circ:55\text{MPa}$) とした。このとき、数値材料試験により得られた各ケースの負荷方向のマクロ応力-ひずみ線図を Fig. 4.15 に示す。ここで、負荷方向以外のマクロ応力成分は0である。Fig. 4.15 からわかるように、荷重負荷方向に対して繊維配向角 θ が大きくなるほど材料非線形性が大きくなっていることが確認できる。特に、繊維配向角 $\theta=45^\circ$ の非線形材料挙動は他の繊維配向角 θ よりも負荷時と除荷時の材料挙動の差が大きいこと確認できた。一方で、繊維配向角 $\theta=60^\circ$ の非線形材料挙動

動は、繊維配向角 $\theta=45^\circ$ と比べて、負荷時と除荷時の曲線の差が小さくなっていることが確認できた。

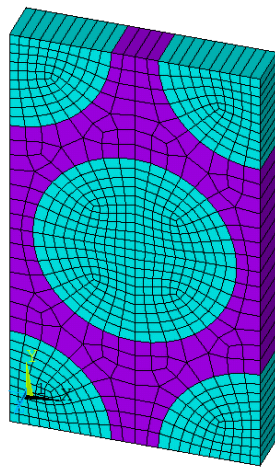


Fig. 4.3 FE model of hexagonal array.

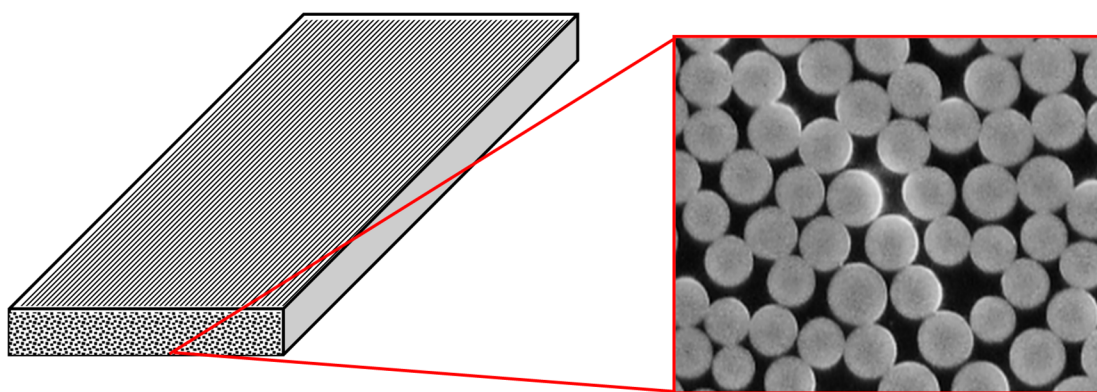
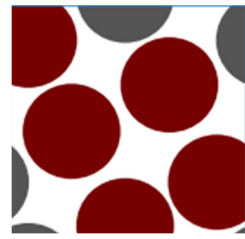
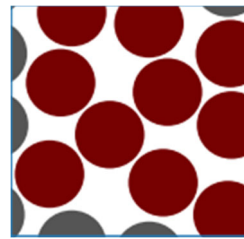


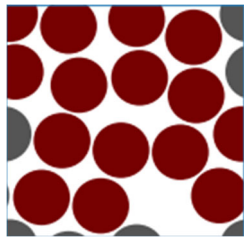
Fig. 4.4 Magnified figure of FRP cross section.



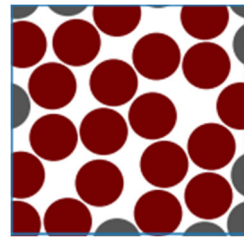
(a) 5 fibers



(b) 10 fibers

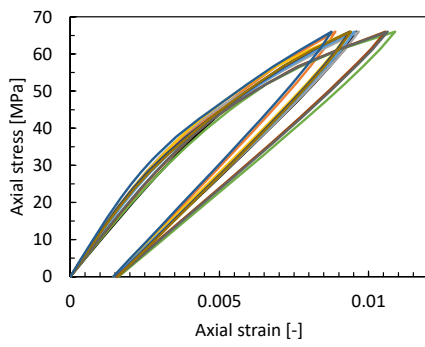


(c) 15 fibers

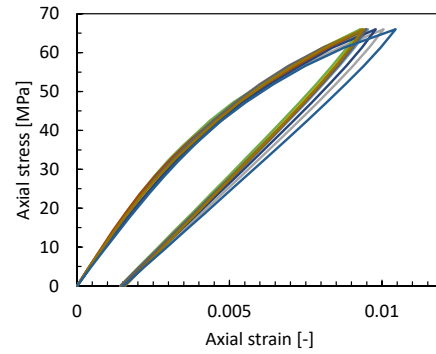


(d) 20 fibers

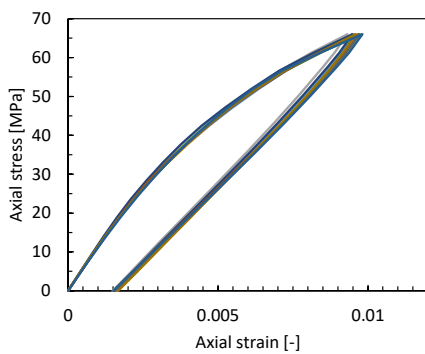
Fig. 4.5 Fiber arrangement in the unit cell model.



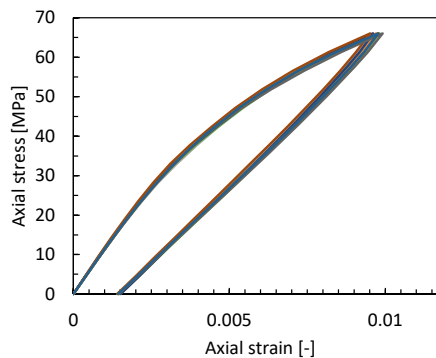
(a) 5 fibers



(b) 10 fibers



(c) 15 fibers



(d) 20 fibers

Fig. 4.6 Effect of different number of fibers in the unit cell model on macroscopic material behavior.

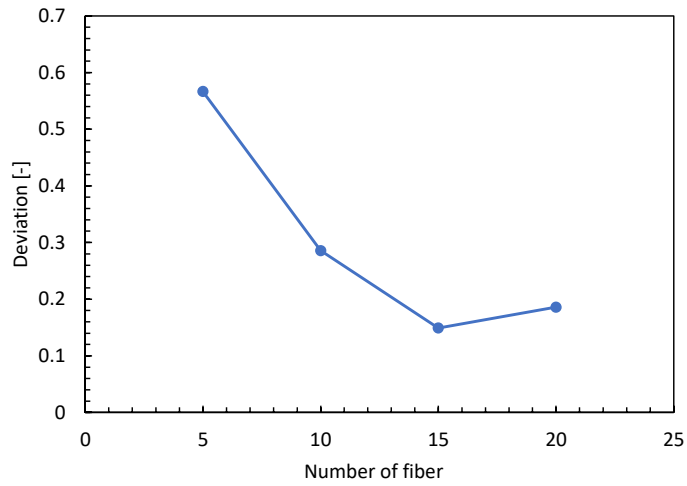


Fig. 4.7 Deviations in material behavior when varying the number of fibers in the unit cell model.

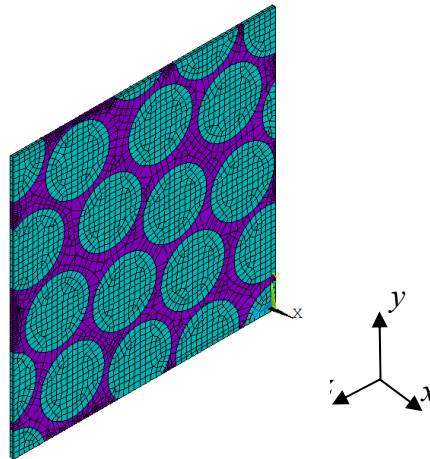


Fig. 4.8 FE model of unit cells with randomly arranged carbon filaments of UD-CFRTP.

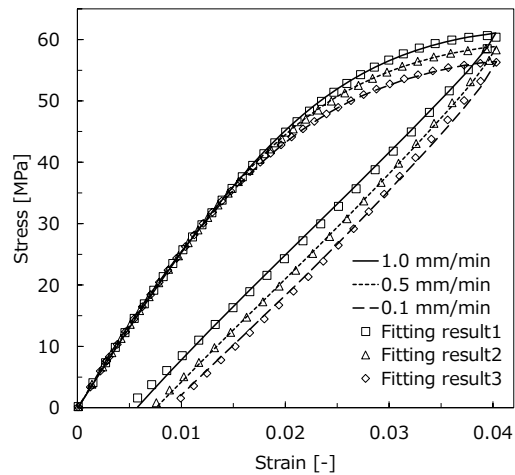


Fig. 4.9 Test and fitting curves of thermoplastic epoxy resin.

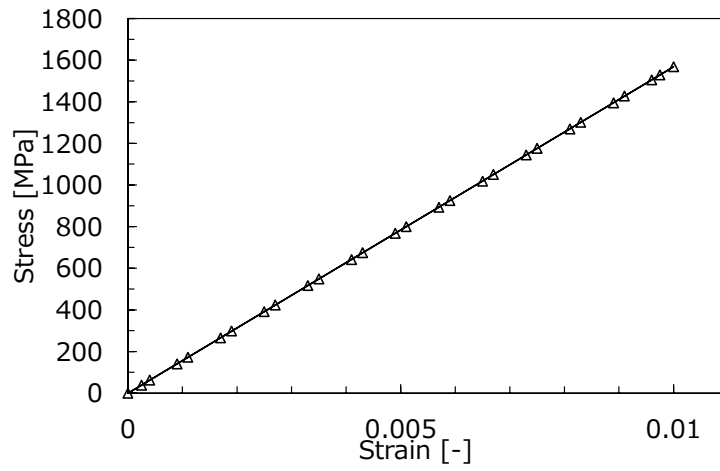


Fig. 4.10 Strain-stress curve obtained by NMTs for x direction.

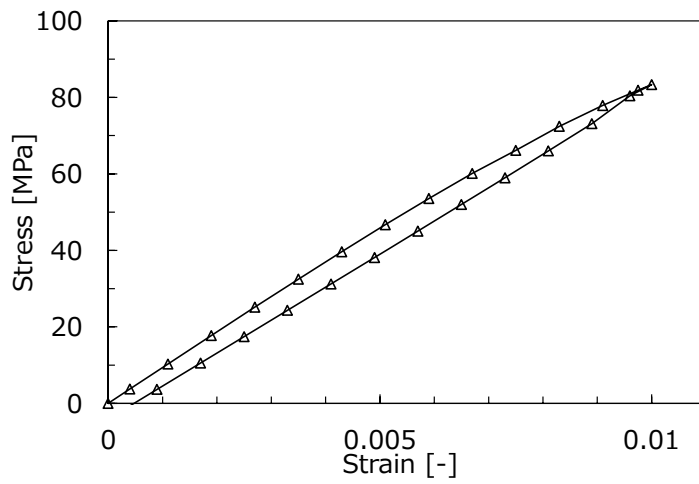


Fig. 4.11 Strain-stress curve obtained by NMTs for y (z) direction.

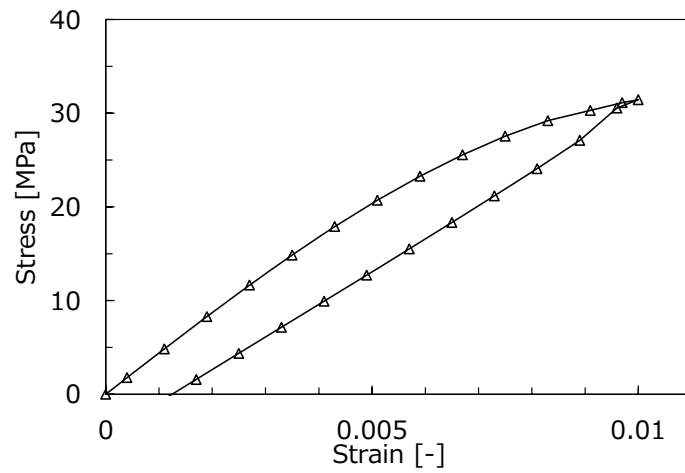


Fig. 4.12 Strain-stress curve obtained by NMTs for xy (xz) direction.

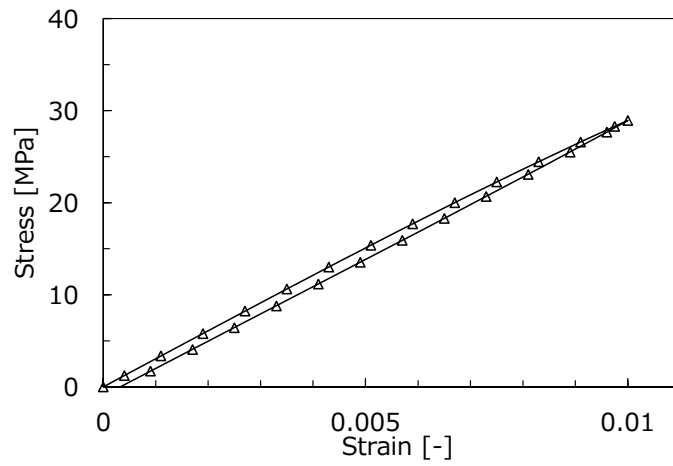


Fig. 4.13 Strain-strain curve obtained by NMTs for yz direction.

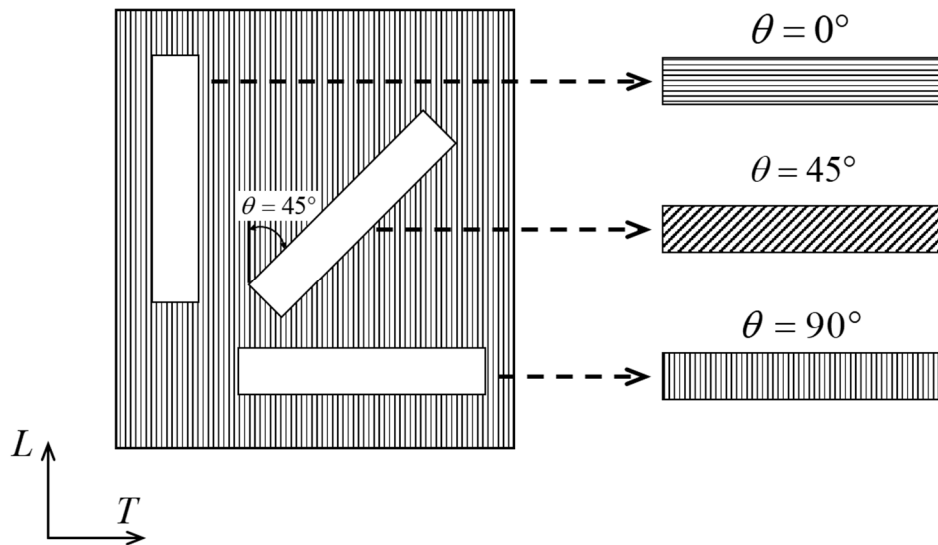


Fig. 4.14 Fiber orientation angle of unidirectional FRTP.

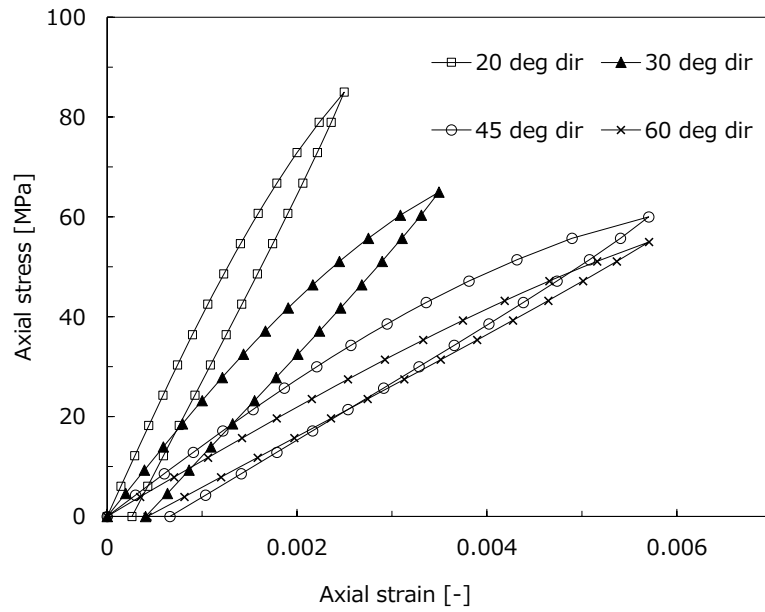


Fig. 4.15 Axial stress-strain curve under off-axis behavior obtained by NMTs.

Table 4.1 Material properties of carbon fiber.

Type	Component	Value
Young's Modulus [GPa]	<i>x</i>	230.0
	<i>y</i>	17.3
	<i>z</i>	17.3
Poisson's Rate [-]	<i>xy</i>	0.29
	<i>yz</i>	0.40
	<i>xz</i>	0.29
Shear Modulus [GPa]	<i>xy</i>	54.9
	<i>yz</i>	6.2
	<i>xz</i>	54.9

Table 4.2 Viscoelastic parameters for thermoplastic epoxy resin.

α	E_α [Pa]	$\tilde{\tau}_\alpha$ [sec]	α	E_α [Pa]	$\tilde{\tau}_\alpha$ [sec]
0	5.618×10^5	1×10^{30}	11	4.361×10^7	2.935×10^8
1	5.969×10^7	6.002×10^{-2}	12	5.108×10^6	6.094×10^9
2	4.282×10^7	7.855×10^{-1}	13	1.697×10^6	4.047×10^{10}
3	4.488×10^7	6.911×10^0	14	2.536×10^6	5.439×10^{11}
4	5.962×10^7	6.176×10^1	15	1.729×10^6	6.647×10^{11}
5	1.079×10^8	6.181×10^2	16	3.894×10^5	1.597×10^{12}
6	1.757×10^8	8.667×10^3	17	2.355×10^4	4.884×10^{13}
7	4.012×10^8	8.332×10^4	18	2.214×10^5	1.869×10^{15}
8	6.286×10^8	7.158×10^5	19	2.680×10^5	1.857×10^{16}
9	7.467×10^8	5.382×10^6	20	1.417×10^3	4.765×10^{17}
10	3.480×10^8	3.159×10^7			

Table 4.3 Identified parameters for thermoplastic epoxy resin.

Material Property	symbol	Value
Initial elastic modulus [MPa]	E	2671.30
Plastic parameters	σ_0^y	32.96
	H^{iso}	1789.10
	R_0	53.91
	β	829.12
Viscoplastic parameters	ΔH	2.2755×10^{-16}
	A	3.5033×10^{-19}
	$\dot{\gamma}_0^{vp}$	2.7227×10^{18}
Damage parameters	d_1	16.18
	d_2	1.13

Table 4.4 Macro-scale strain patterns for vertical and shear directions.

Vertical directions	Pattern 1	Pattern 2	Pattern 3
Macro-scale strain	$\left\{ \begin{array}{c} \bar{E} \\ * \\ * \\ * \\ * \\ * \end{array} \right\}$	$\left\{ \begin{array}{c} * \\ \bar{E} \\ * \\ * \\ * \\ * \end{array} \right\}$	$\left\{ \begin{array}{c} * \\ * \\ \bar{E} \\ * \\ * \\ * \end{array} \right\}$
Shear directions	Pattern 4	Pattern 5	Pattern 6
Macro-scale strain	$\left\{ \begin{array}{c} * \\ * \\ * \\ \bar{E} \\ * \\ * \end{array} \right\}$	$\left\{ \begin{array}{c} * \\ * \\ * \\ * \\ \bar{E} \\ * \end{array} \right\}$	$\left\{ \begin{array}{c} * \\ * \\ * \\ * \\ * \\ \bar{E} \end{array} \right\}$

Table 4.5 Macro-scale strain patterns for off-axis direction.

Off-axis direction	Pattern 7
Macro-scale stress	$\left\{ \begin{array}{c} \bar{\Sigma} \cos^2 \theta \\ \bar{\Sigma} \sin^2 \theta \\ 0 \\ \bar{\Sigma} \cos \theta \sin \theta \\ 0 \\ 0 \end{array} \right\}$

4.4 マクロ構成則の材料パラメータの同定

本節では、はじめに、Fig. 4.10～Fig. 4.13 に示す計 6 方向 (x, y, z, xy, yz, zx) の数値材料試験の材料応答と Fig. 4.15 に示す 45° 方向変形パターンを加えた計 7 方向の数値材料試験の材料応答を用いて、4.2 節で定式化した異方性粘弾性・粘塑性・損傷複合構成則の材料パラメータを同定する。次に、同定した材料パラメータを用いて、UD-CFRTP の非主軸方向における非線形材料挙動を計算し、非主軸方向の予測精度について述べる。

4.4.1 異方性粘弾性パラメータの同定

本項では、4.2.2 項で定式化した異方性粘弾性構成則と数値材料試験により、異方的な応力緩和試験を実施し、それぞれの材料挙動に対して最小二乗法を適用することで⁴⁻¹²⁾、式(4.34)に示す初期弾性係数テンソルの成分 $C_{ijkl}^r(t=0)$ と純弾性項の弾性係数テンソルの成分 C_{ijkl}^0 、式(4.35)に示す各 Maxwell 要素の重み係数 w_α を算出する方法について説明する。式(4.34)に示す $t=0$ のときの弾性係数テンソルを成分表記で次式に再掲する。

$$C_{ijkl}^r(t=0) = C_{ijkl}^0 + \sum_{\alpha=1}^n C_{ijkl}^\alpha \quad (4.27)$$

さらに、一般化 Maxwell モデル全体に作用する平衡方程式よりマクロ的な緩和弾性係数テンソル $\tilde{C}_{ijkl}^r(t)$ の成分は次式で表される。

$$\tilde{C}_{ijkl}^r(t) = C_{ijkl}^{\text{ini}} - \sum_{\alpha=1}^n \left[1 - \exp\left(-\frac{t}{\tau_\alpha}\right) \right] C_{ijkl}^\alpha \quad (4.28)$$

上式に示すように、時々刻々と変化するマクロ弾性係数テンソル成分は、時間に独立な初期弾性係数テンソル C_{ijkl}^{ini} と弾性係数テンソル C_{ijkl}^α の各成分である。これは、均質化弾性解析と同様、独立な 6 パターンのマイクロ解析を実施することで、異方性粘弾性パラメータを同定できることを示唆している。そこで、式(4.28)を変換すると次式のようになる。

$$\tilde{C}_p^r(C^{\text{ini}}, C^\alpha) = C_p^{\text{ini}} - \sum_{\alpha=1}^n C_p^\alpha g^\alpha \quad (4.29)$$

ここで、各緩和弾性係数テンソルの成分と p は次式の関係で表される。

$$\left\{ \begin{array}{l} p = 1 \\ p = 2 \\ p = 3 \\ p = 4 \\ p = 5 \\ p = 6 \\ p = 7 \\ p = 8 \\ p = 9 \end{array} \right\} = \left\{ \begin{array}{l} C_{1111} \\ C_{1122} \\ C_{1133} \\ C_{2222} \\ C_{2233} \\ C_{3333} \\ C_{1212} \\ C_{2323} \\ C_{1313} \end{array} \right\} \quad (4.30)$$

また、 g^α は緩和時間を含むスカラー値の係数で次式のように定義した。

$$g^\alpha = 1 - \exp\left(-\frac{t}{\tau_\alpha}\right) \quad (4.31)$$

なお、FRTP の緩和時間はマトリックス樹脂の緩和時間と一致するものと仮定し、緩和時間はマトリックス樹脂の緩和時間を用いた。

数値材料試験による異方性粘弾性構成則のパラメータ同定では、数値材料試験におけるマクロ解析で 6 つの変形パターンを与え、各変形パターンからマクロ的な応力緩和挙動を計測する。同定方法としては、次式に示す 2 乗誤差関数 X_p を定義し、それぞれの成分についての最小化問題を解く。

$$X_p(C_p^\alpha) = \sum_{i=1}^{n_{step}} \left\| \tilde{C}_p^{i,m}(C_p^\alpha) - \hat{C}_p^{i,m} \right\|^2 \quad (4.32)$$

ここで、 i は全計測時間を数値材料試験で計測されたマクロ材料挙動のデータ数 n_{step} で分割したときのカウンター変数、 m は各変形パターンのカウンター変数である。また、本研究で対象とするマクロ緩和弾性係数テンソルが材料パラメータに関する線形性を仮定しているため、2 乗誤差関数 X_p の最小二乗法となり、停

留条件を与えると、それぞれの成分について次式に示す (nMaxwell+1) 元連立一次方程式が立式される。

$$\sum_{k=0}^{n\text{Maxwell}} \sum_{i=1}^{n\text{step}} g^{[\alpha,i,m]} g^{[k,i,m]} C_p^{[\alpha]} = \sum_{i=1}^{n\text{step}} g^{[\alpha,i,m]} \tilde{C}_p^{[i,m]} \quad (4.33)$$

数値材料試験による応力緩和試験では、Fig. 4.8 に示すユニットセルモデルに対して、垂直方向 3 パターン、せん断方向 3 パターンの計 6 パターンのマクロひずみをそれぞれ与えた。ここで、得られたマクロ緩和弾性テンソルと時間の関係とその材料応答から同定した同定曲線を Fig. 4.16～Fig. 4.19 に示す。また、同定した初期弾性係数テンソルと純弾性項の弾性係数テンソルを Table 4.6 に、最小二乗法で求めた重み係数を Table 4.7 に示す。Fig. 4.16～Fig. 4.19 に示すように、最小二乗法で求めた同定曲線は、マクロ緩和弾性テンソルの材料応答を精度良く近似できていることが確認でき、以降の数値材料試験では、Table 4.6 と Table 4.7 の材料パラメータを用いて異方性粘弾性・粘塑性・損傷複合構成則を計算した。

4.4.2 異方性粘弾性構成則の定式化

異方粘弾性構成則には、一般化 Maxwell モデルの平衡部と非平衡部の弾性ばね要素およびダッシュポット要素に異方性を導入したモデルを採用する^{4-4, 4-5}。ここで、初期弾性係数テンソルは次式に示す関係式により定義される。

$$C_{\text{ini}} = C_0 + \sum_{\alpha=1}^n C_{\alpha} \quad (4.34)$$

ここで、 n は一般化 Maxwell モデルの項数、 c_0 は一般化 Maxwell モデルの純弾性項の弾性係数テンソル、 c_{α} は各項の弾性係数テンソルである。なお、非平衡部である第 0 項の緩和時間 τ_{α} は 10^{30} sec と設定することで、第 0 項の Maxwell 要素を純弾性項の弾性係数テンソル c_0 として計算した。また、各項の弾性係数テンソル c_{α} は異方性緩和挙動における各 Maxwell 要素の重み係数 w_{α} を用いて次式に示す関係式により定義される。

$$\mathbb{C}_\alpha = w_\alpha (\mathbb{C}_{\text{ini}} - \mathbb{C}_0) \quad (4.35)$$

また、UD-CFRTP の粘弾性挙動はマトリックス樹脂の粘弾性挙動が反映される^{4,6)}。したがって、異方性の一般化 Maxwell モデルの緩和特性はマトリックス樹脂と同じように等方的に緩和すると仮定し、緩和時間 τ_α は各項の粘性係数テンソル $\boldsymbol{\eta}_\alpha$ と弾性係数テンソル \mathbb{C}_α 、4階の恒等テンソル \mathbf{I} を用いて次式のように定義した。

$$\tau_\alpha \mathbf{I} \cong \boldsymbol{\eta}_\alpha : \mathbb{C}_\alpha^{-1} \quad (4.36)$$

さらに、時間-温度換算則であるアレニウス式^{4,7)}のシフトファクター a_t により変換された緩和時間 $\tilde{\tau}_\alpha$ と各項の応力-ひずみの関係式から各要素に生じる粘性ひずみ速度 $\dot{\boldsymbol{\varepsilon}}_\alpha^v$ は次式から求められる。

$$\begin{aligned} \dot{\boldsymbol{\varepsilon}}_\alpha^v &= \frac{1}{\tau_\alpha a_t} \mathbb{C}_\alpha^{-1} : \boldsymbol{\sigma}_\alpha \\ &= \frac{1}{\tilde{\tau}_\alpha} \boldsymbol{\varepsilon}_\alpha^e \end{aligned} \quad (4.37)$$

ここで、現時刻の粘性ひずみテンソル $\boldsymbol{\varepsilon}_\alpha^v$ は、この式(4.37)を後退差分近似することで求めることができる。

$$\boldsymbol{\varepsilon}_{\alpha,n+1}^v = \left(1 + \frac{\Delta t}{\tilde{\tau}_\alpha} \right)^{-1} \left(\boldsymbol{\varepsilon}_{\alpha,n}^v + \frac{\Delta t}{\tilde{\tau}_\alpha} \boldsymbol{\varepsilon}_{\alpha,n+1}^e \right) \quad (4.38)$$

ここで、 Δt は微小時間、下付き添え字 $n+1$ は現時刻の状態量で、下付き添え字 n は現時刻 $n+1$ からひとつ前の計算ステップの時刻で計算された状態量を示す。

4.4.3 パラメータ同定の評価関数

Fig. 4.10～Fig. 4.15 に示す計6方向 (x, y, z, xy, yz, zx) および計7方向 ($x, y, z, xy, yz, zx, 45^\circ$) の数値材料試験から得られた材料応答を同定対象とし、最適化手法 DE と式(4.39)の評価関数を用いて4.2節で定式化した異方性粘弾性・粘塑性・損傷複合構成則の材料パラメータを同定した。なお、Table 4.6 と Table 4.7 に示

す弾性係数テンソルと異方性粘弾性構成則の重み係数は DE による材料パラメータの同定対象から除外した。

$$\hat{g} = \frac{1}{n_{step}} \sum_{i=1}^{n_{step}} \sum_{j=1}^{n_{dir}} \left(\frac{\sigma_{i,j} - \hat{\sigma}_{i,j}}{\hat{\sigma}_{i,j}} \right)^2 \quad (4.39)$$

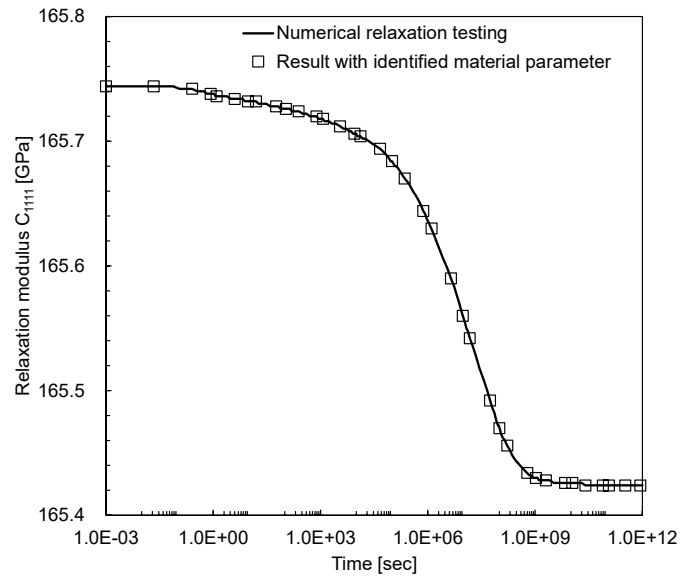
ここで、 n_{dir} は主軸方向の応力成分である。なお、Fig. 4.10～Fig. 4.13 に示す計 6 方向 (x, y, z, xy, yz, zx) の数値材料試験の材料応答から同定した材料パラメータを計 6 方向材料パラメータ、Fig. 4.10～Fig. 4.15 に示す計 7 方向 ($x, y, z, xy, yz, zx, 45^\circ$) の数値材料試験の材料応答から同定した材料パラメータを計 7 方向材料パラメータと呼称する。

4.4.4 異方性粘弾性・粘塑性・損傷複合構成則の材料パラメータの同定結果

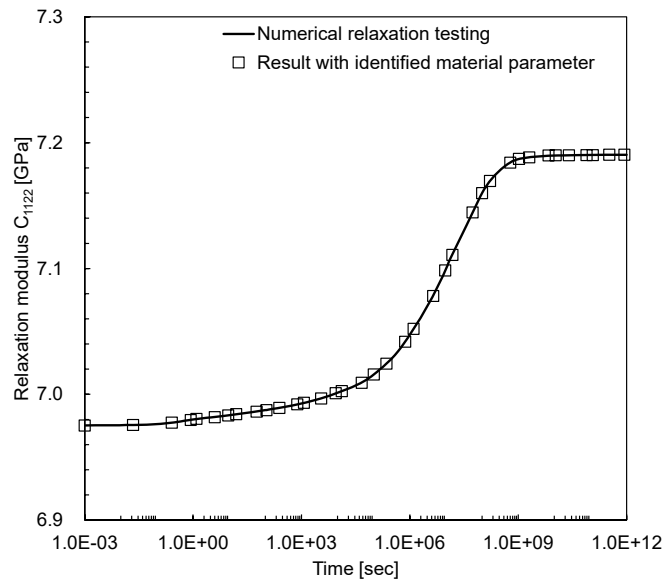
同定した計 6 方向材料パラメータと計 7 方向材料パラメータを Table 4.8 と Table 4.9 に示す。Table 4.8 と Table 4.9 に示すように、UD-CFRTP の材料特性は横等方性を仮定した。また、Table 4.8 と Table 4.9 の材料パラメータで計算した主軸方向の非線形材料挙動と非主軸方向の非線形材料挙動を Fig. 4.20～Fig. 4.23 と Fig. 4.24～Fig. 4.27 に示す。さらに、Fig. 4.20～Fig. 4.27 から数値材料試験と同定曲線の主軸方向と非主軸方向の誤差関数値を Fig. 4.28 に示す。はじめに、Fig. 4.20～Fig. 4.23 から分かるように、計 6 方向材料パラメータによる同定曲線は数値材料試験の主軸方向の材料挙動と良く一致していることが確認できる。一方で、Fig. 4.24～Fig. 4.27 に示すように、非主軸方向の非線形材料挙動においては計 6 方向材料パラメータによる同定曲線が数値材料試験の材料挙動と一致していないことが確認できる。ここで、Fig. 4.28 から計 6 方向材料パラメータによる同定曲線と数値材料試験との誤差関数値を確認すると、主軸方向の誤差関数値は約 0.02～0.52 であったのに対して、非主軸方向の誤差関数値は約 8.18～24.9 と大きい値を示した。この誤差関数値は同定対象である数値材料試験の材料応答と同定曲線の各計算点における誤差の総和であるため、非主軸方向の同定精度が低いことが示された。特に、大きな非線形材料挙動を示す繊維配向角 $\theta = 30^\circ$ と 45° においては、誤差関数値が 18.3 と 24.9 と大きい値であったことから、計 6 方向材料パラメータでは非主軸方向における非線形材料挙動が表現できないと考えられる。

一方で、計 7 方向材料パラメータによる同定曲線は、計 6 方向材料パラメータによる同定結果と同様に数値材料試験の主軸方向の材料挙動と一致した。さらに、Fig. 4.26 に示すように、計 7 方向材料パラメータは 45° 方向の変形パターンを同定対象に加えたことで、計 7 方向材料パラメータによる 45° 方向の同定曲線と数値材料試験の材料挙動と良好に再現していることを確認した。ここで、Fig. 4.28 から計 7 方向材料パラメータによる同定曲線と数値材料試験との誤差関数値を確認すると、主軸方向の誤差関数値は約 0.05~2.11 であり、計 6 方向材料パラメータの誤差関数値よりも大きい値を示した。これは、計 7 方向材料パラメータは 45° 方向の変形パターンを同定対象に加えたことにより、同定精度が低下したものと考えられる。また、Fig. 4.24~Fig. 4.27 からわかるように、同定対象としていない非主軸方向 ($\theta=20^\circ, 30^\circ, 60^\circ$) の非線形材料挙動においても数値材料試験の材料挙動と非常によく一致していることが確認できる。さらに、Fig. 4.28 に示すように、非主軸方向の誤差関数値は約 0.18~4.09 であり、計 6 方向材料パラメータの誤差関数値と比較して大幅に誤差関数値が小さくなった。この理由としては、計 6 方向材料パラメータによる同定においては、同定対象となる材料応答が独立した成分の材料応答であるため、多軸応力場における材料応答を表現することができないと考えられる。その一方で、計 7 方向材料パラメータによる同定では、垂直応力とせん断応力が組み合わさった 45° 方向の負荷除荷試験を同定対象として加えることにより、垂直応力とせん断応力が組み合わさった多軸応力場における材料挙動を可能とする材料パラメータを得ることができたと考えられる。

また、Table 4.9 から確認できるように、計 7 方向材料パラメータの初期粘塑性係数は計 6 方向材料パラメータの場合と比較して小さな値となった。この初期粘弾性係数は、その値が小さいほど、降伏曲面を超えた応力の増分値に対しての流動が小さくなるため、除荷時の永久変形が小さくなり、Fig. 4.26 で示したように計 7 方向材料パラメータによる同定では、 45° 方向の残留ひずみが小さくなり、数値材料試験の材料応答と良い一致をしたと考えられる。

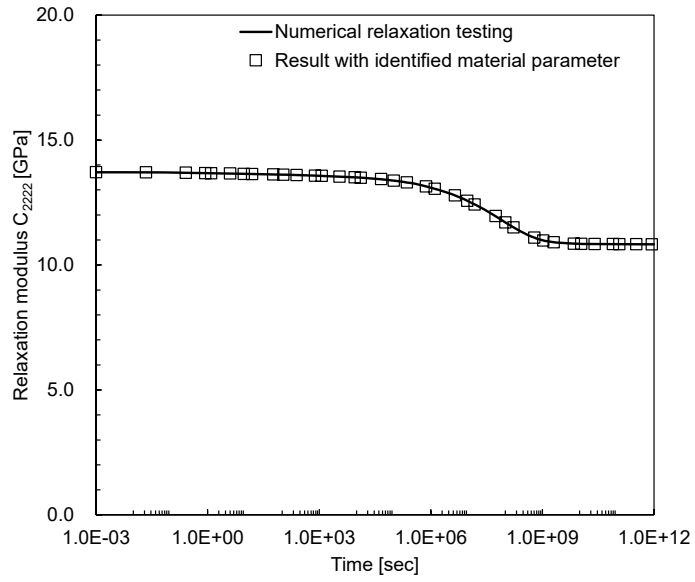


(a) C_{1111}

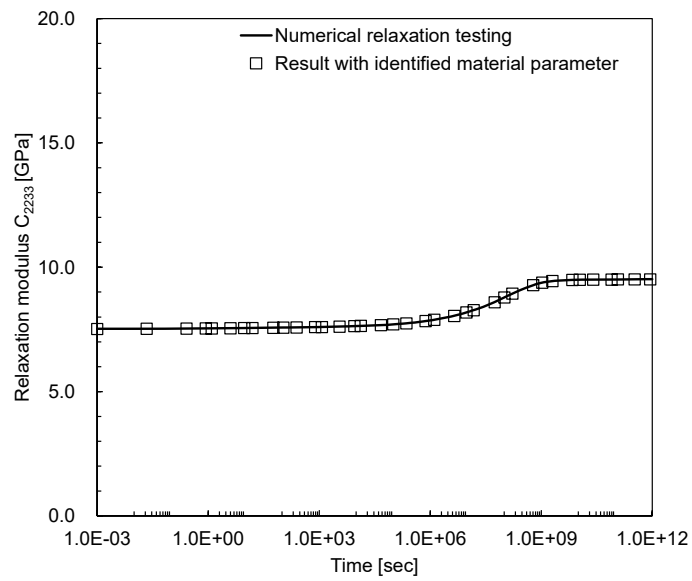


(b) C_{1122}

Fig. 4.16 Relaxation curve under x direction by numerical relaxation testing.



(a) C_{2222}



(b) C_{2233}

Fig. 4.17 Relaxation curve under y direction by numerical relaxation testing.

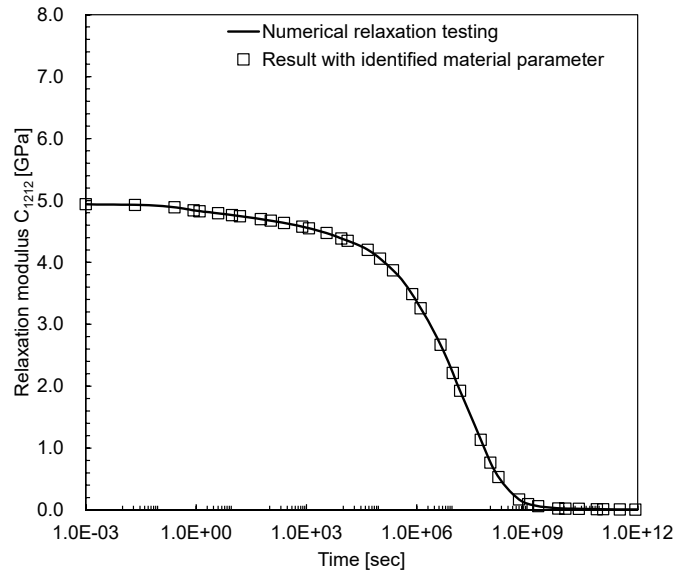


Fig. 4.18 Relaxation curve under xy direction by numerical relaxation testing.

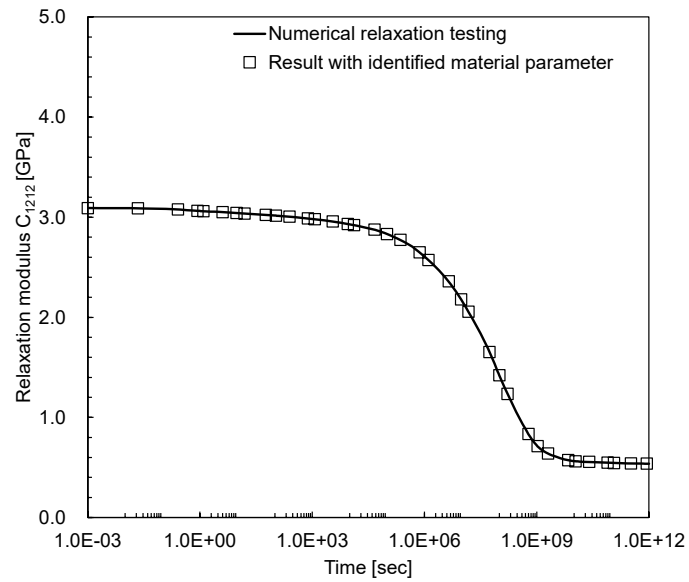


Fig. 4.19 Relaxation curve under yz direction by numerical relaxation testing.

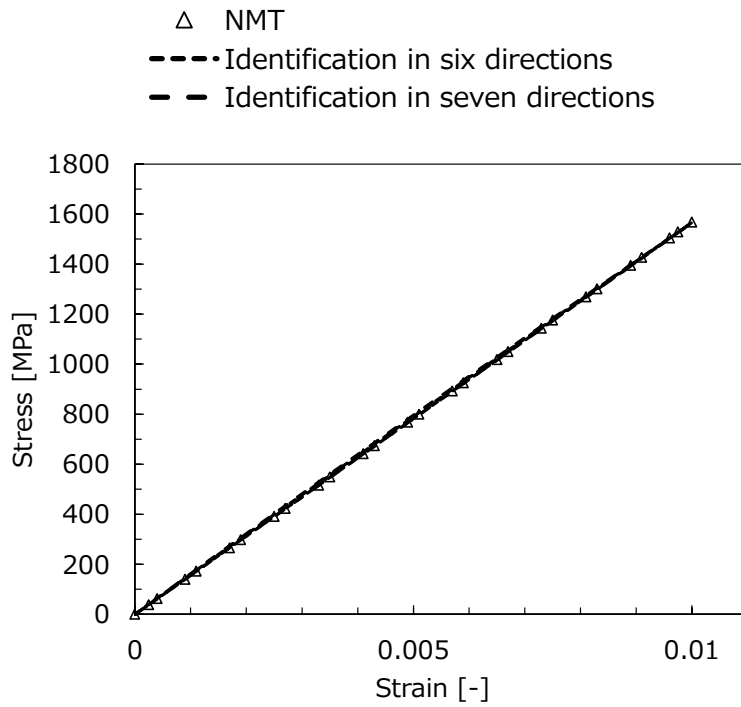


Fig. 4.20 Strain-stress curves under x direction identified with DE and obtained by NMTs.

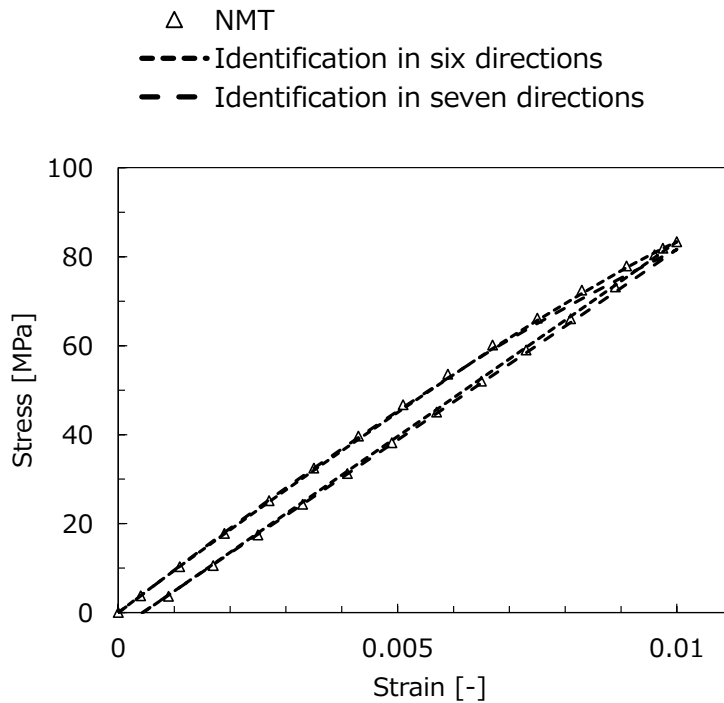


Fig. 4.21 Strain-stress curves under y (z) direction identified with DE and obtained by NMTs.

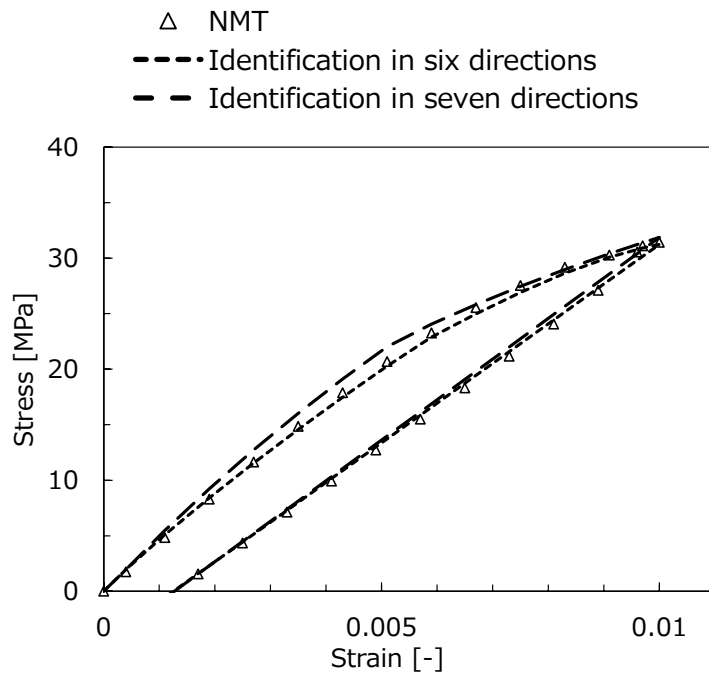


Fig. 4.22 Strain-strain curves under xy (xz) direction identified with DE and obtained by NMTs.

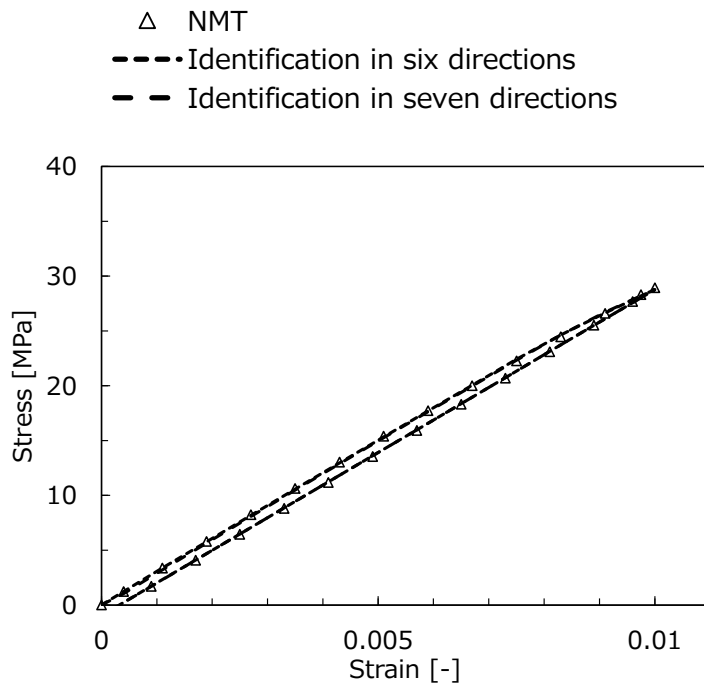


Fig. 4.23 Strain-strain curves under yz direction identified with DE and obtained by NMTs.

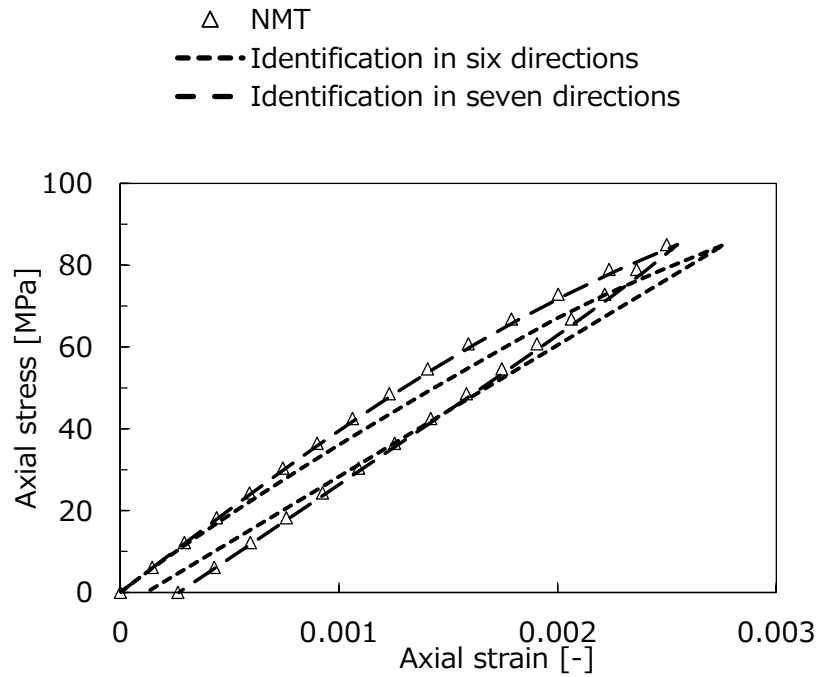


Fig. 4.24 Axial strain-strain curves under 20 degrees behavior identified with DE and obtained by NMTs.

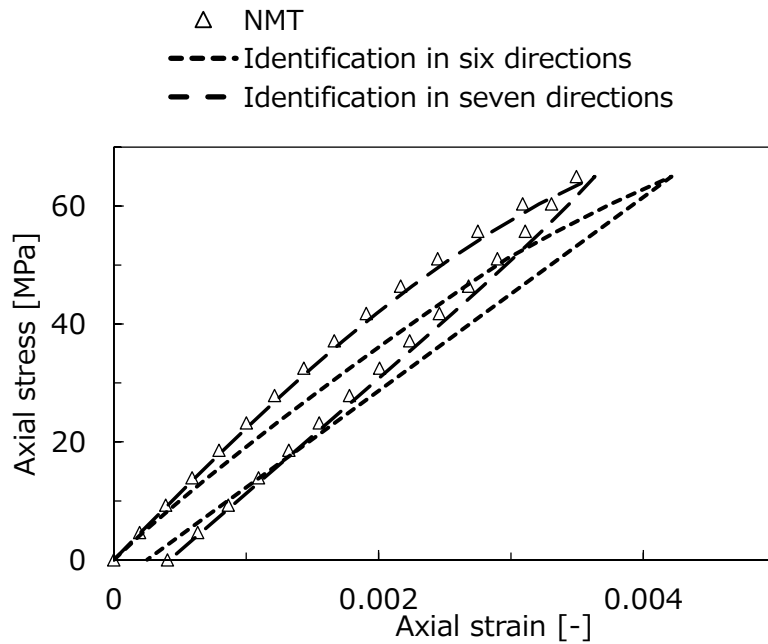


Fig. 4.25 Axial strain-strain curves under 30 degrees behavior identified with DE and obtained by NMTs.

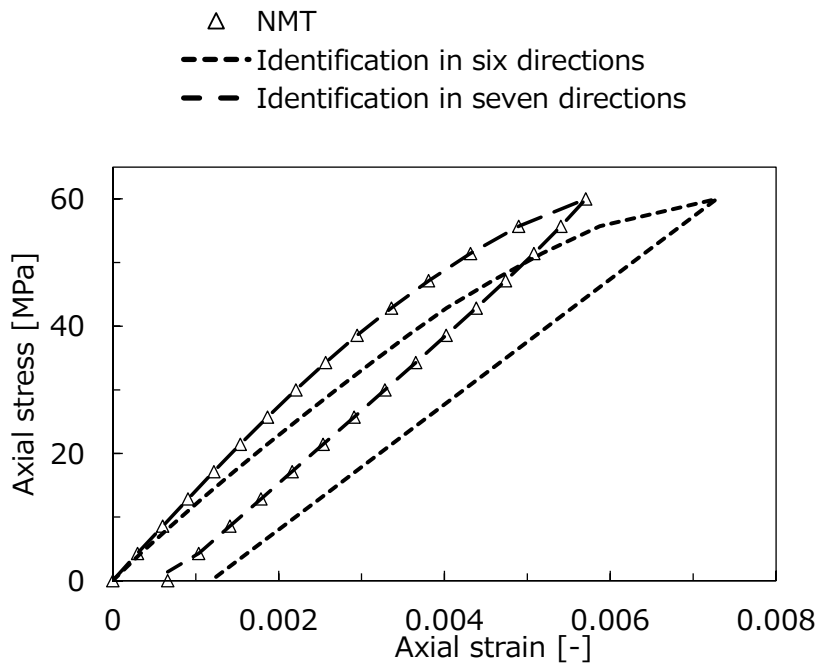


Fig. 4.26 Axial strain-strain curves under 45 degrees behavior identified with DE and obtained by NMTs.

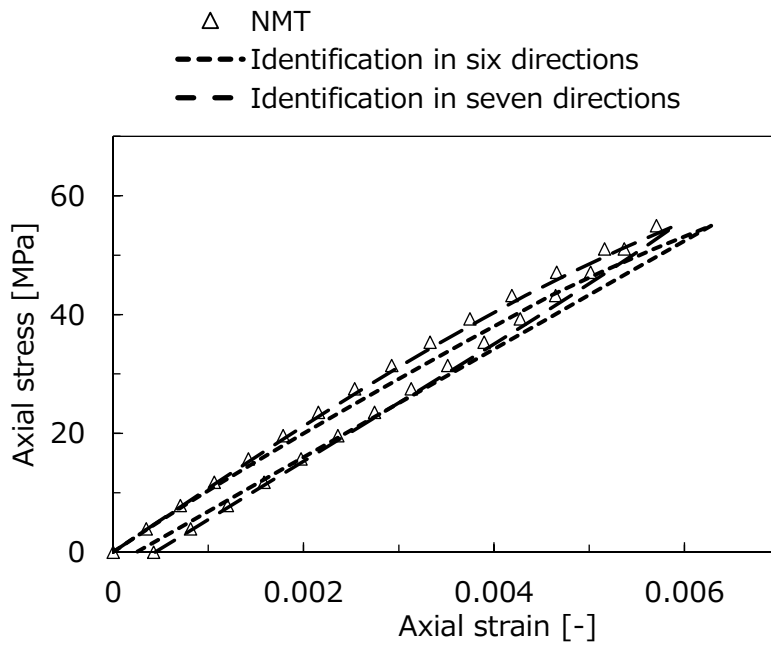


Fig. 4.27 Axial strain-strain curves under 60 degrees behavior identified with DE and obtained by NMTs.

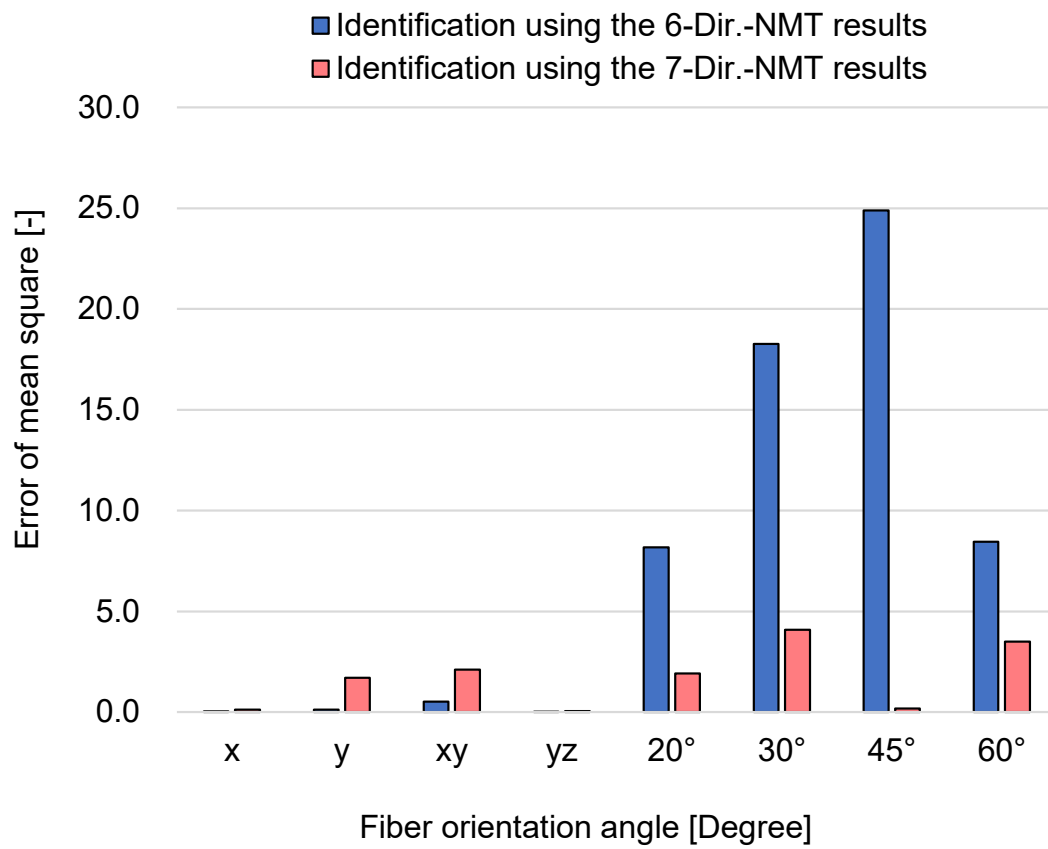


Fig. 4.28 Error of mean square for identification using the 6-Dir.-NMT results and the 7-Dir.-NMT results.

Table 4.6 Macroscopic elastic constants by NMT.

$ijkl$	C_{ijkl}^{ini} [Pa]	C_{ijkl}^0 [Pa]
1111	1.657×10^{11}	1.654×10^{11}
1122	6.975×10^9	7.190×10^9
1133	6.975×10^9	7.190×10^9
1212	4.940×10^9	8.413×10^9
1313	4.940×10^9	8.413×10^9
2222	1.371×10^9	1.083×10^9
2233	7.521×10^9	9.515×10^9
2323	3.091×10^9	5.373×10^9
3333	1.371×10^9	1.083×10^9

Table 4.7 Identified parameters of Maxwell model.

α	w_α [-]	α	w_α [-]
1	1.662×10^{-17}	11	1.128×10^{-1}
2	8.718×10^{-3}	12	1.738×10^{-1}
3	2.286×10^{-3}	13	2.643×10^{-1}
4	-3.651×10^{-3}	14	1.427×10^0
5	1.632×10^{-2}	15	-1.289×10^0
6	1.306×10^{-2}	16	2.169×10^{-1}
7	1.459×10^{-2}	17	3.983×10^{-3}
8	1.010×10^{-2}	18	1.289×10^{-2}
9	3.649×10^{-2}	19	-6.116×10^{-2}
10	-7.294×10^{-4}	20	5.082×10^{-2}

Table 4.8 Identified parameters using the 6-Dir.-NMT results.

Material Property	Component	Deformation modes 6 directions
Plastic parameters	σ_{xx}^y	27205
	$\sigma_{yy}^y, \sigma_{zz}^y$	60.0
	$\sigma_{xy}^y, \sigma_{xz}^y$	23.6
	σ_{yz}^y	25.1
	H^{iso}	216.5
	R_0	24.3
	β	2957.7
Viscoplastic parameters	ΔH	1.364×10^{-16}
	A	2.21×10^{-21}
	$\dot{\gamma}_0^{vp}$	1.01×10^{18}
Damage parameters	d_1	0.010
	d_2	0.361
	S_1	22.9
	S_2, S_3	73.6
	S_4, S_5	73.3
	S_6	109.2
	S_7, S_9	177.0
	S_8	23.8

Table 4.9 Identified parameters using the 7-Dir.-NMT results.

Material Property	Component	Deformation modes
		7 directions
Plastic parameters	σ_{xx}^y	28363
	$\sigma_{yy}^y, \sigma_{zz}^y$	60.0
	$\sigma_{xy}^y, \sigma_{xz}^y$	23.7
	σ_{yz}^y	25.9
	H^{iso}	2916.4
	R_0	74.7
	β	569.2
Viscoplastic parameters	ΔH	8.45×10^{-15}
	A	2.54×10^{-21}
	$\dot{\gamma}_0^{vp}$	2.47×10^{17}
Damage parameters	d_1	0.017
	d_2	0.658
	S_1	78.5
	S_2, S_3	358.8
	S_4, S_5	293.9
	S_6	429.0
	S_7, S_9	755.4
	S_8	130.4

4.5 Off-axis 方向の実材料試験と数値計算の結果

UD-CFRTP の Off-axis 方向ならびに繊維直交方向の単軸負荷-除荷試験を行い、本研究で予測した UD-CFRTP の非主軸方向における非線形材料挙動と比較し、提案した手法の予測精度について検証した。

UD-CFRTP 試験片の繊維配向角 θ は 25° 、 45° 、 90° の 3 種類とし、 $1.0\text{mm}/\text{min}$ のストローク変位速度で単軸負荷-除荷試験を実施した。試験片寸法は幅 b を 15mm 、長さ L を 200mm 、タブ間距離 L_α を 120mm とし、厚さは平均 0.62mm とした。作製した CFRTP 試験片の外観図を Fig. 4.29 に示す。

4.5.1 Off-axis 試験片のタブ角度の計算

一般的に、Off-axis 試験片のような繊維が角度 θ だけ回転させたときの直交異方性材料のコンプライアンス係数 \bar{S} の成分は次式で表される。

$$[\bar{S}] = \begin{bmatrix} \bar{S}_{11} & \bar{S}_{12} & \bar{S}_{13} & 0 & 0 & \bar{S}_{16} \\ \bar{S}_{12} & \bar{S}_{22} & \bar{S}_{23} & 0 & 0 & \bar{S}_{26} \\ \bar{S}_{13} & \bar{S}_{23} & \bar{S}_{33} & 0 & 0 & \bar{S}_{36} \\ 0 & 0 & 0 & \bar{S}_{44} & \bar{S}_{45} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \bar{S}_{45} & \bar{S}_{55} & 0 \\ \bar{S}_{16} & \bar{S}_{26} & \bar{S}_{36} & 0 & 0 & \bar{S}_{66} \end{bmatrix} \quad (4.40)$$

一方で、直交異方性材料の Off-axis 試験では単軸引張試験において、 σ_{xx} のみの単軸引張状態の場合、次式に示すせん断ひずみ ε_{xy} が生じる。

$$\varepsilon_{xy} = \bar{S}_{16} \sigma_{xx} \quad (4.41)$$

そのため、Fig. 4.30 に示すような、無限に長い 45° の Off-axis 試験片に σ_{xx} のみの単軸引張試験を実施すると、引張とせん断のカップリング効果によりせん断ひずみ ε_{xy} が生じる。一方で、実際の試験片の長さは有限長であり、試験機の治具によって試験片端部のせん断変形が拘束されると、試験片端部に応力集中が発生する。このような応力の特異点は Off-axis 試験片の強度測定に悪影響を及ぼす。

そこで、この問題を解決する方法として、Sun らはオブリークタブと呼ばれる傾斜構造を持つタブを Off-axis 試験片に適用し、Off-axis 試験片端部での応力集

中を低減することを提案している⁴⁻¹⁴⁾。このオブリークタブは長手方向のひずみが一様となるようにタブに傾斜を設け、試験片の長手方向における変位を一様とすることで、タブ近傍の応力を低減することができる角度付タブであり、繊維配向角によってオブリークタブの傾斜角度が変化する⁴⁻¹⁵⁾。そのため、繊維配向角 $\theta=25^\circ$ と $\theta=45^\circ$ のオブリークタブの傾斜角度 φ は次式から求めた。

$$\cot \varphi = \frac{\bar{S}_{16}}{\bar{S}_{11}} \quad (4.42)$$

上式で示した直線に沿って、傾斜を有する剛性の高いタブを Off-axis 試験片に取り付けると、Fig. 4.30 のような引張変形とせん断変形カップリング効果による応力集中は低減されると期待できる。なお、式(4.42)はポアソン比による収縮効果は考慮していない。ここで、式(4.42)から各繊維配向角 θ のオブリークタブの傾斜角を計算した結果、繊維配向角 $\theta=25^\circ$ のオブリークタブの傾斜角 φ は 31.4° と繊維配向角 $\theta=45^\circ$ のオブリークタブの傾斜角 φ は 54.7° とした。また、繊維配向角 $\theta=90^\circ$ のタブは矩形 (φ は 90.0°) とした。

4.5.2 Off-axis 方向における非線形材料挙動の比較

オブリークタブを用いた試験片で、UD-CFRTP の単軸負荷-除荷試験を実施し、その Off-axis 試験から得られた応力-ひずみ線図と計 7 方向の数値材料試験から同定した材料パラメータで計算した非線形材料挙動を Fig. 4.31～Fig. 4.33 に示す。Fig. 4.31～Fig. 4.33 に示すように、計 7 方向の材料応答から同定した材料パラメータの計算結果は、UD-CFRTP の Off-axis 試験の非線形材料挙動とよく一致していることがわかる。特に、 45° 方向の変形パターンを同定対象とすることで、実際の UD-CFRTP の繊維配向角 $\theta=45^\circ$ 以外の非主軸方向である $\theta=25^\circ$ の非線形材料挙動も再現できることが確認できた。一方で、 $\theta=45^\circ$ の除荷過程や除荷後の永久変形量は実験値と差がみられる。この点については今後の課題としたい。

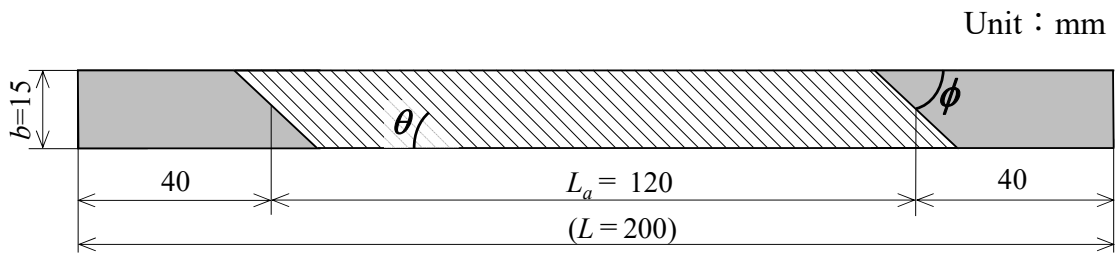


Fig. 4.29 Geometry of off-axis specimen with oblique-shaped tab.

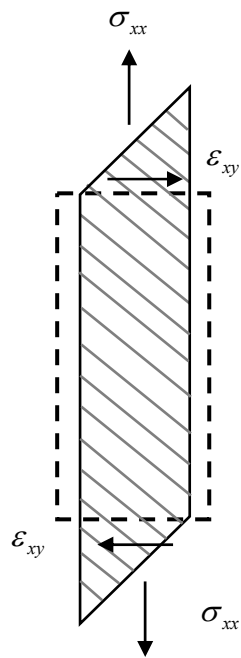


Fig. 4.30 Cross elasticity effect for off-axis specimen.

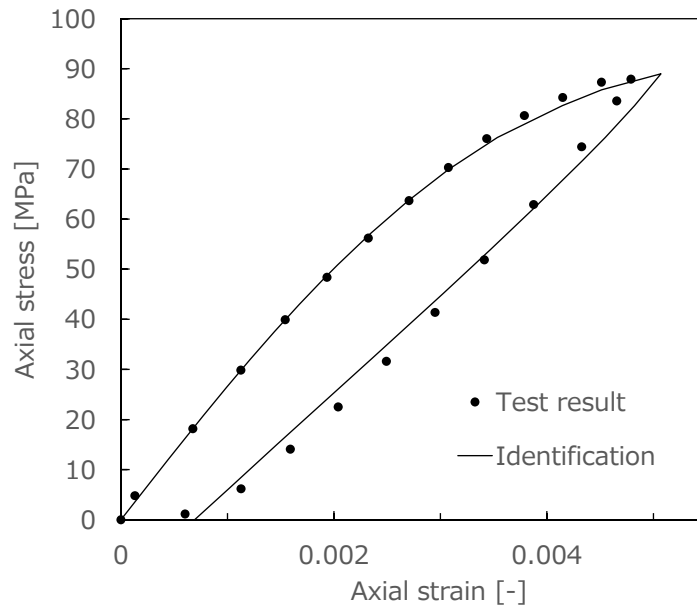


Fig. 4.31 Axial stress-strain curves under 25 degrees behavior identified with DE and test data.

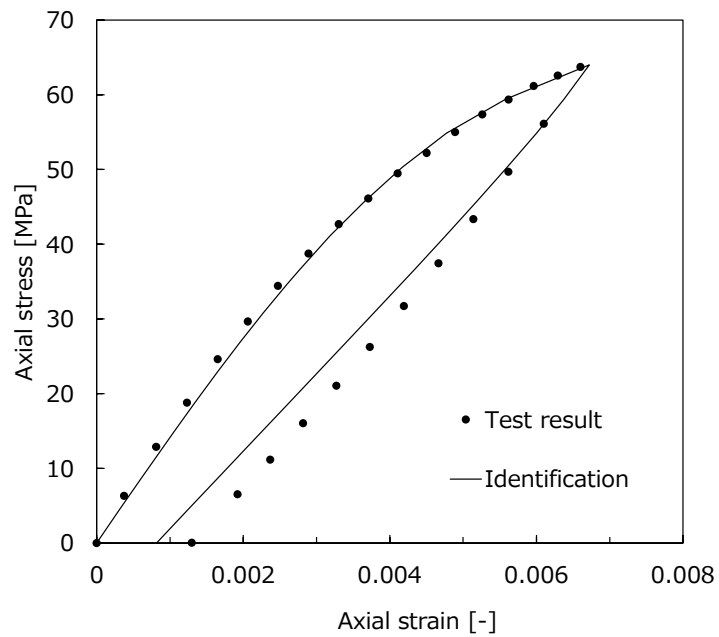


Fig. 4.32 Axial stress-strain curves under 45 degrees behavior identified with DE and test data.

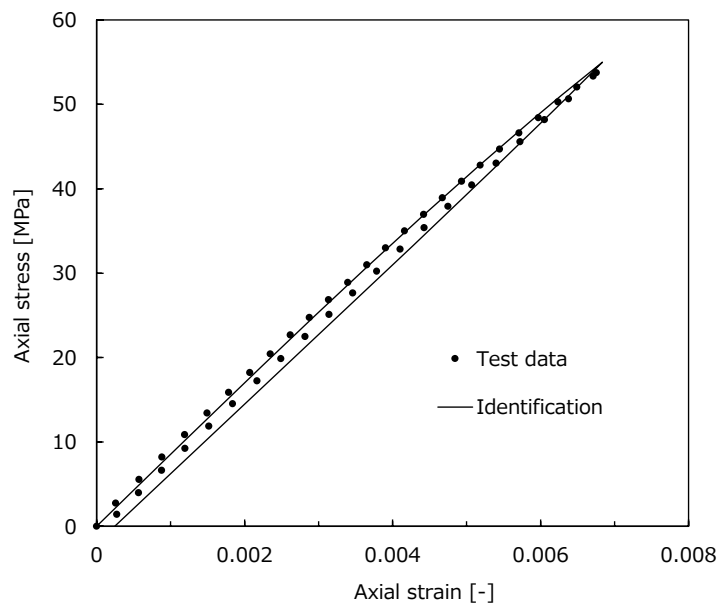


Fig. 4.33 Axial stress-strain curves under 90 degrees behavior identified with DE and test data.

4.6 種々の温度とひずみ速度における非線形材料挙動の予測

4.3 節と 4.4 節では、数値材料試験により 20°C の雰囲気温度下における主軸・非主軸方向の非線形材料挙動を計算し、定式化したマクロ材料構成則の材料パラメータを同定した。一方で、序論の 1.2.1 項で述べたように、UD-CFRTP は温度とひずみ速度によって材料挙動が大きく変化するため、温度とひずみ速度を変化させたときの非線形材料挙動を予測できる必要がある。

そこで本節では、温度とひずみ速度を変化させた数値材料試験を実施し、種々の環境における UD-CFRTP の非線形材料挙動を計算した。次に、得られた非線形材料挙動に対して、3.6.2 項で述べた最適化手法を用いてマクロ材料構成則の材料パラメータを同定し、定式化した異方的なマクロ材料構成則がマクロ解析に適用できるか調査した。

4.6.1 温度とひずみ速度を変化させた数値材料試験の実施

数値材料試験のユニットセルモデルは、4.3.1 項に示すユニットセルモデルを用いた。ここで、ユニットセルモデルは横断面等方性であるため、 y 方向と z 方向、および xy 方向と zx 方向の非線形材料挙動は同じとなる。そこで、パラメータ同定での計算コストを低減するために、本計算では z 方向ならびに zx 方向の数値材料試験は除外した。ユニットセルモデルの制御節点に対して、2 つの垂直方向変形パターン (x, y) と 2 つのせん断方向変形パターン (xy, yz) の計 4 ケースについて制御節点に対してマクロひずみが 1.0% となるように強制変位を与えた後、マクロ応力 $\bar{\Sigma}$ が 0 となるまで除荷する数値材料試験を実施した。また、温度条件は 40°C, 50°C, 60°C の 3 水準、ひずみ速度は $2.0 \times 10^{-5} \text{ s}^{-1}$, $2.0 \times 10^{-4} \text{ s}^{-1}$ の 2 水準とした。

ひずみ速度 $2.0 \times 10^{-5} \text{ s}^{-1}$ で温度を 10°C 刻みに変化させたときの非線形材料挙動を Fig. 4.34, ひずみ速度 $2.0 \times 10^{-4} \text{ s}^{-1}$ で温度を 10°C 刻みに変化させたときの非線形材料挙動を Fig. 4.35 に示す。Fig. 4.34(a) からわかるように、強化繊維が配向された x 方向の材料挙動はほぼ線形であり、温度によって弾性係数が変化した。一方で、Fig. 4.34(b), (c), (d) に示すように、 y 方向や xy 方向の材料挙動は材料非線形性が強く、その非線形材料挙動は温度が上昇するにつれて顕著に表れた。また、Fig. 4.35 に示すように、ひずみ速度 $2.0 \times 10^{-4} \text{ s}^{-1}$ の材料挙動においても Fig. 4.34 と同様の傾向が確認できた。加えて、Fig. 4.34 と Fig. 4.35 の材料挙動を比較すると、Fig. 4.34 の材料挙動は Fig. 4.35 よりも材料非線形性が強いことがわかる。

4.6.2 温度とひずみ速度を考慮した異方性粘弾性・粘塑性・損傷複合構成則のパラメータ同定の結果

各温度における4ケース (x, y, xy, yz) の非線形材料挙動を同定対象とし、最適化手法 DE を用いて材料パラメータを同定した。同定した 40°C , 50°C , 60°C の各材料パラメータを Table 4.10~Table 4.12 に示す。また、Table 4.10~Table 4.12 の材料パラメータを用いて、温度毎に4ケースの数値計算した結果をそれぞれ Fig. 4.36~Fig. 4.38 に示す。Fig. 4.36 に示すように、各温度の同定曲線は数値材料試験の材料挙動を再現できていることがわかった。一方で、 y 方向や xy 方向の初期降伏後の材料応答の傾向は直線的であり、材料非線形性はほとんどないことが確認できた。この材料非線形性が表現できていないことについては、DE の探索能力の限界により最適な材料パラメータを同定することができなかったと考えられる。

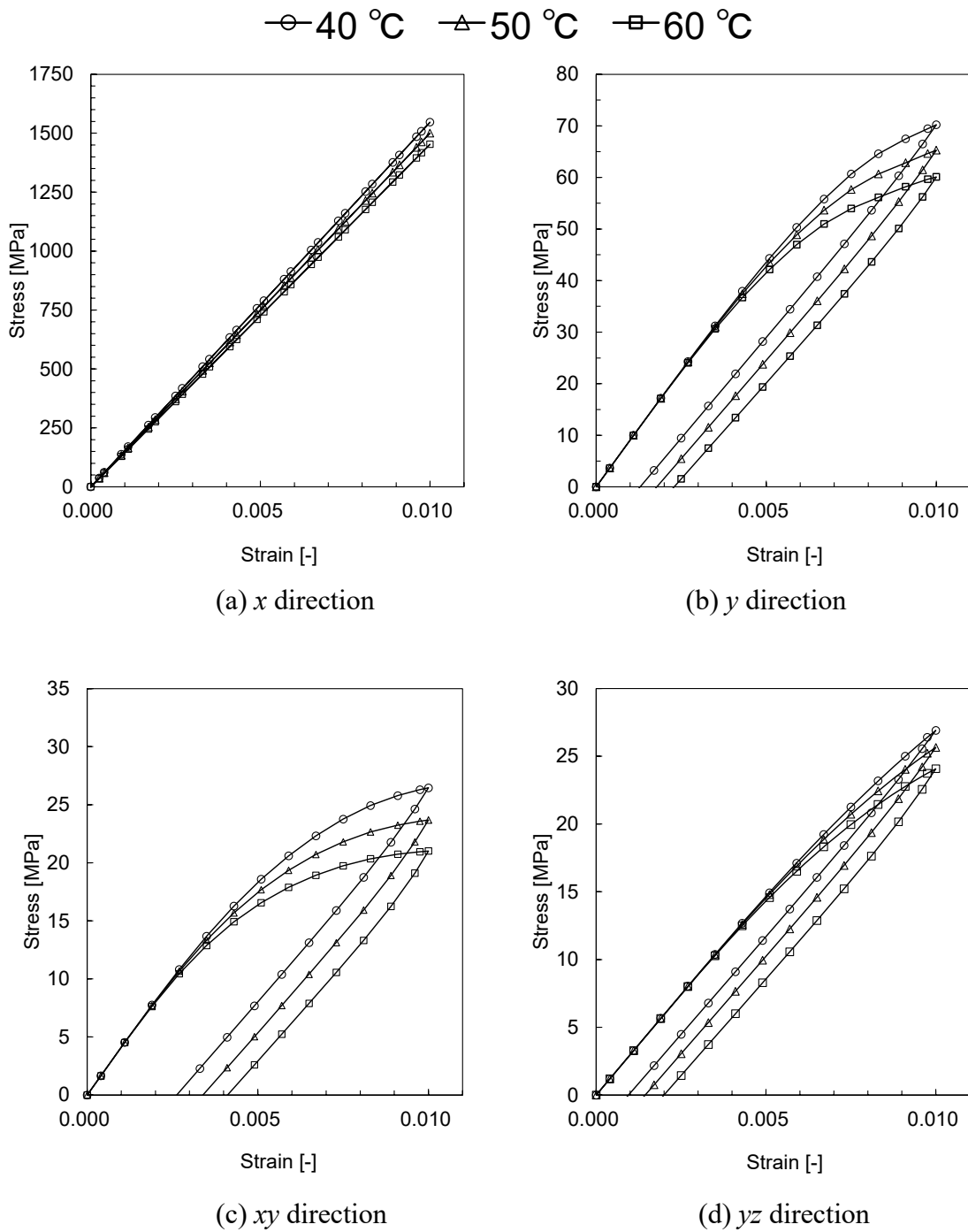


Fig. 4.34 Strain-strain curve obtained by NMTs at $2.0 \times 10^{-5} \text{ s}^{-1}$.

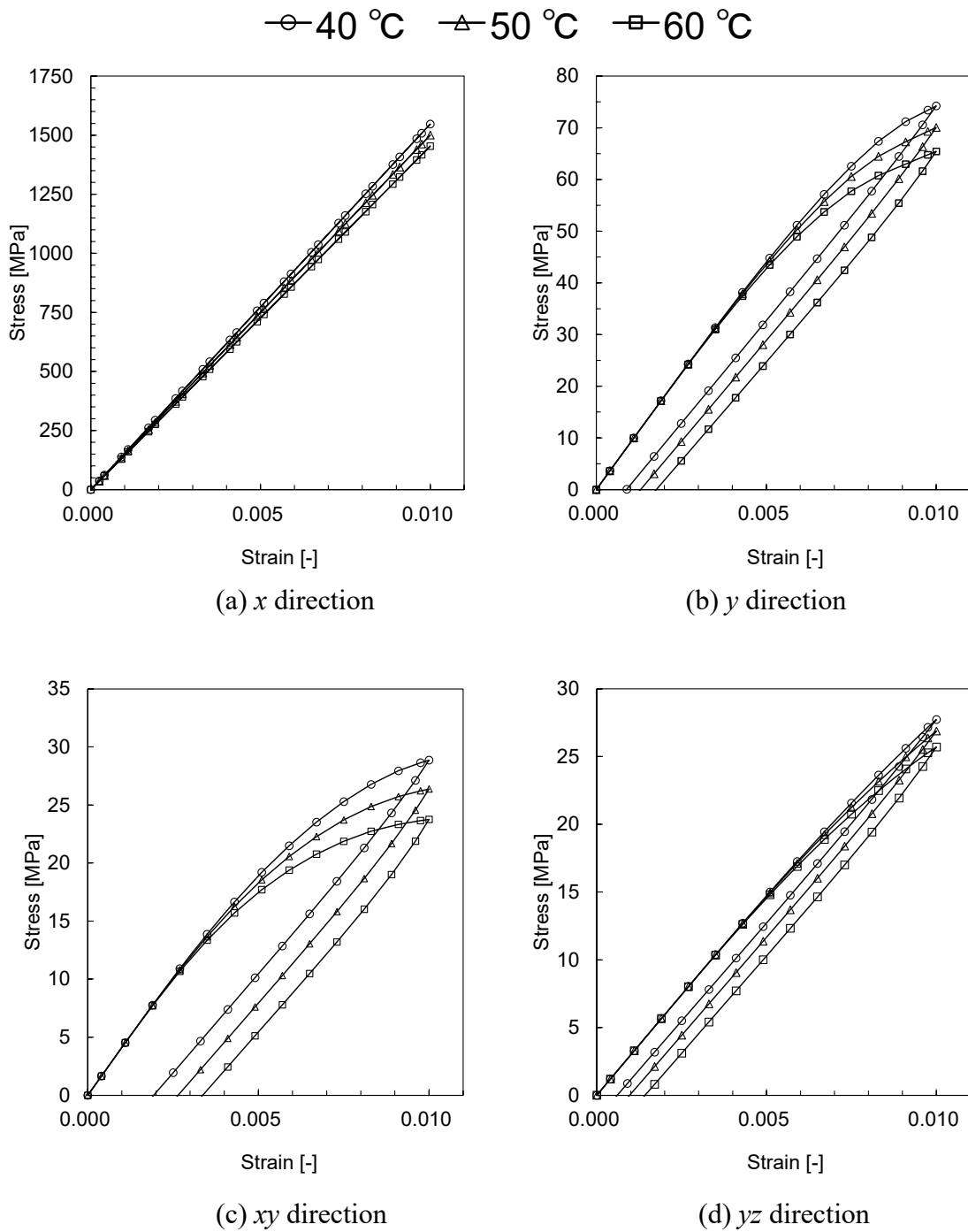
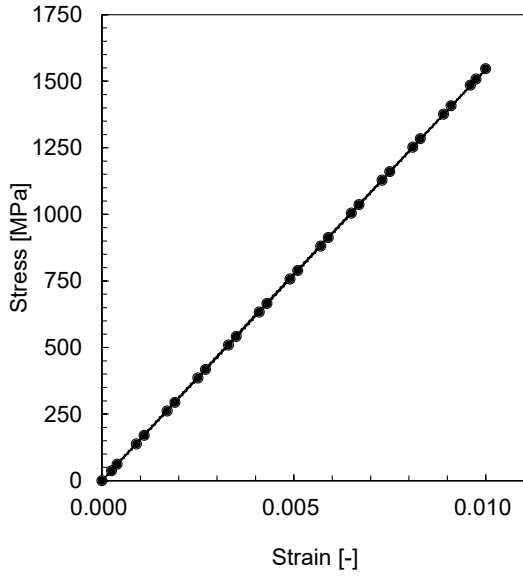
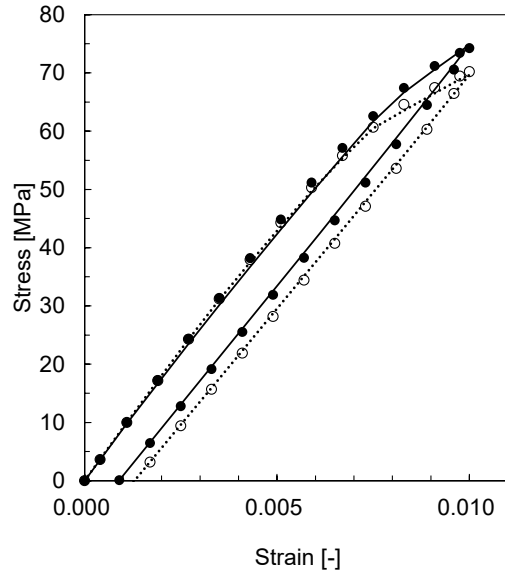


Fig. 4.35 Strain-strain curve obtained by NMTs at $2.0 \times 10^{-4} \text{ s}^{-1}$.

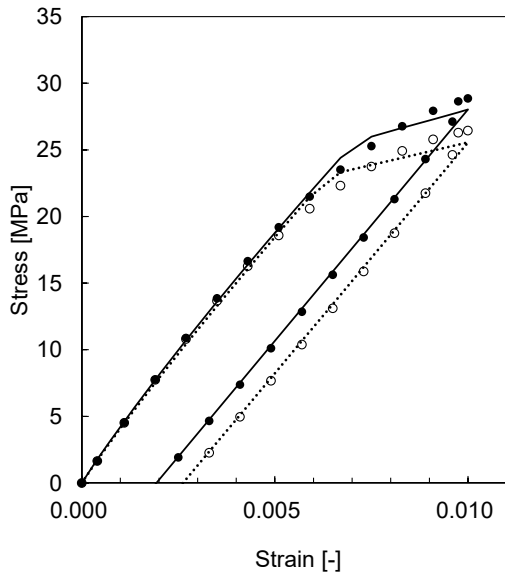
- △ Numerical material testing at $2.0 \times 10^{-4} \text{ s}^{-1}$ strain rate
- Numerical material testing at $2.0 \times 10^{-5} \text{ s}^{-1}$ strain rate
- Computational result from identified material parameter ($2.0 \times 10^{-5} \text{ s}^{-1}$ strain rate)
- Computational result from identified material parameter ($2.0 \times 10^{-4} \text{ s}^{-1}$ strain rate)



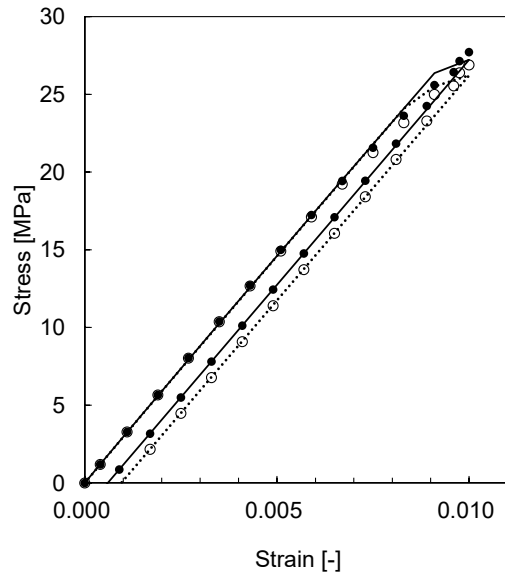
(a) *x* direction



(b) *y* direction



(c) *xy* direction



(d) *yz* direction

Fig. 4.36 Strain-strain curves identified with DE and obtained by NMTs at 40°C .

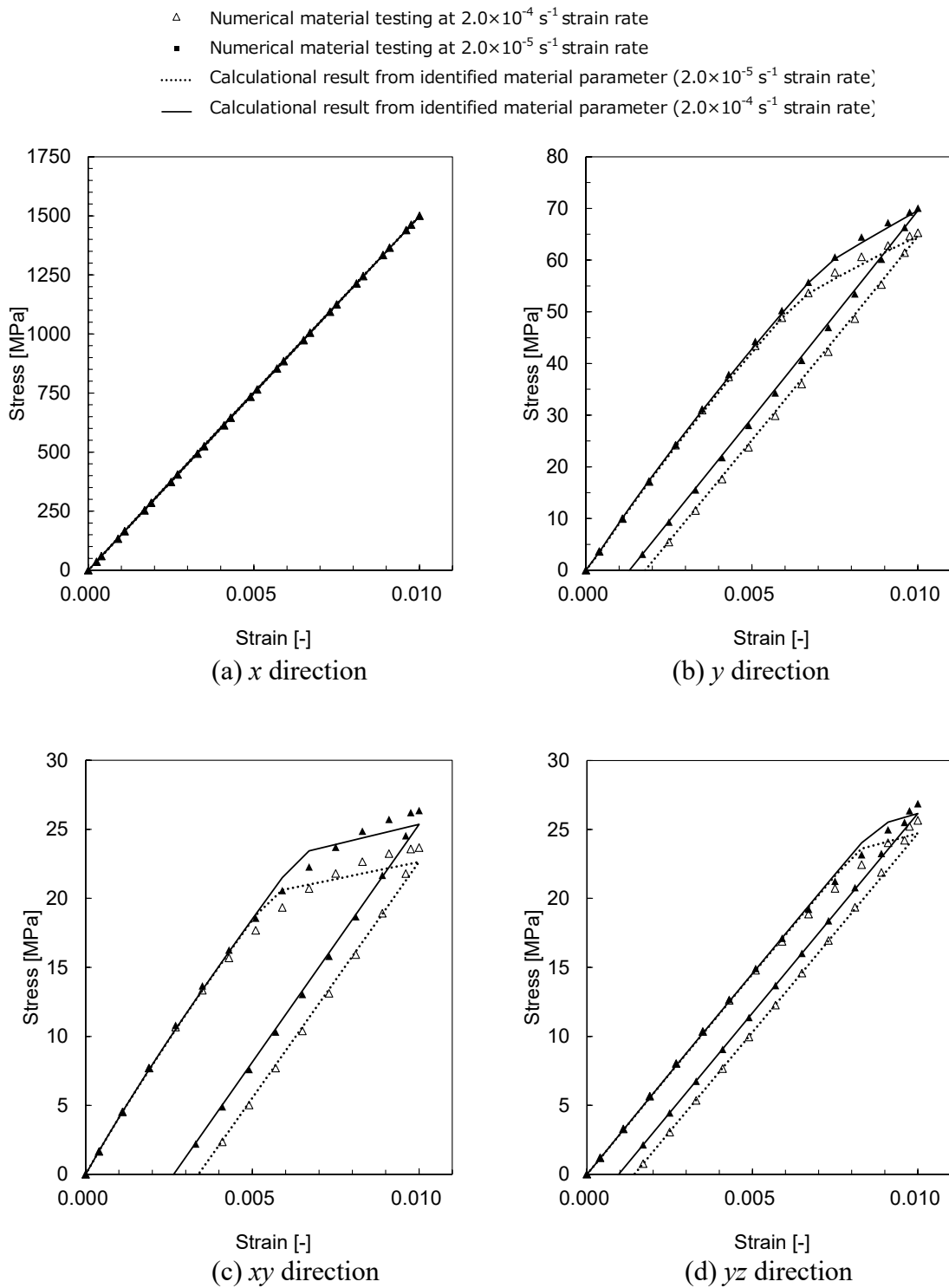


Fig. 4.37 Strain-strain curves identified with DE and obtained by NMTs at 50°C .

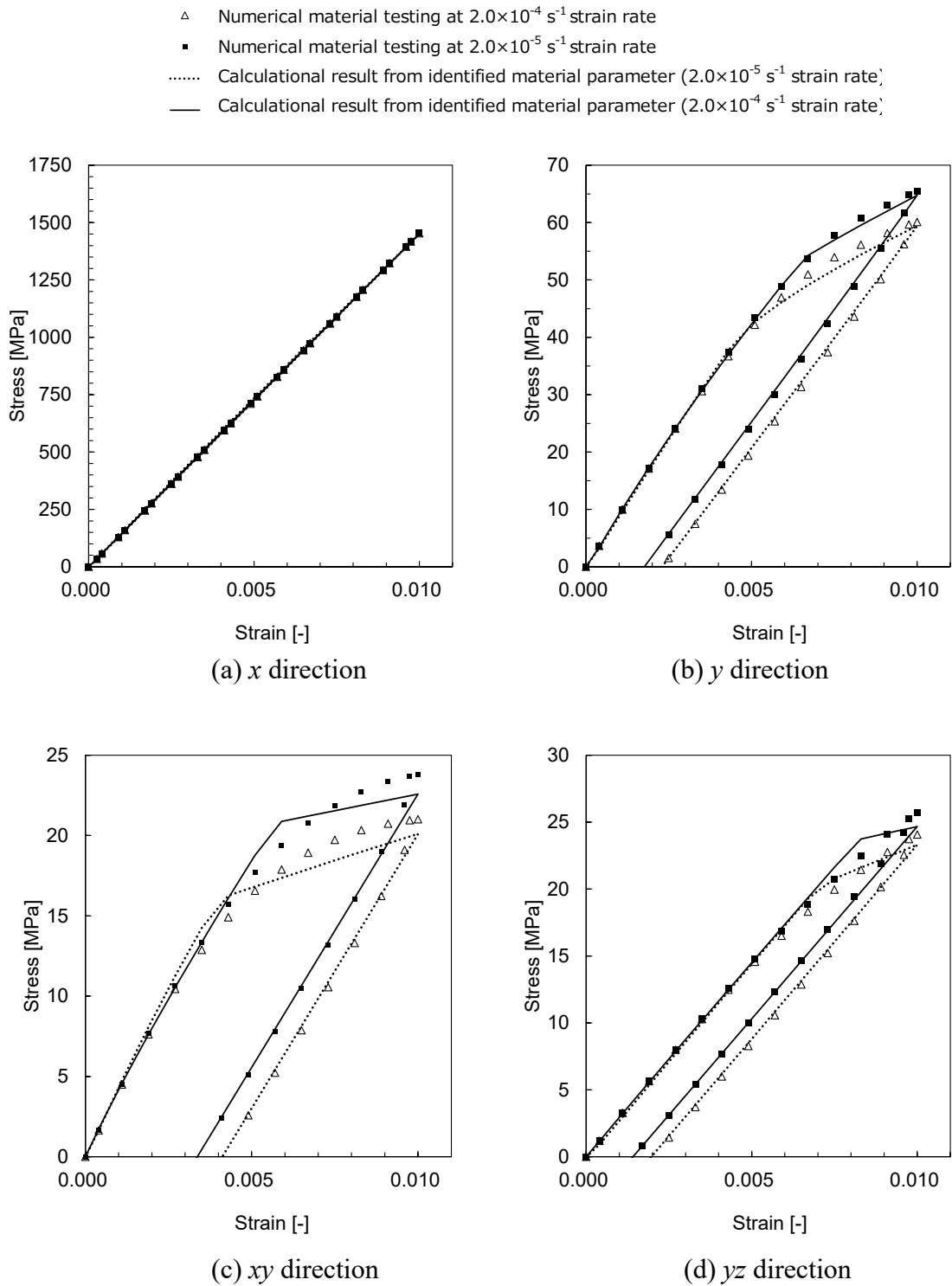


Fig. 4.38 Strain-strain curves identified with DE and obtained by NMTs at 60°C .

Table 4.10 Identified parameters using the 4-Dir.-NMT results at 40°C.

Material Property	Component	Value
Plastic parameters	σ_{xx}^y	23400
	$\sigma_{yy}^y, \sigma_{zz}^y$	79.7
	$\sigma_{xy}^y, \sigma_{xz}^y$	23.1
	σ_{yz}^y	25.2
	H^{iso}	9955
	R_0	1078.1
	β	1.0
Viscoplastic parameters	ΔH	2.65×10^{-16}
	A	2.19×10^{-21}
	$\dot{\gamma}_0^{vp}$	8.74×10^{17}
Damage parameters	d_1	0.060
	d_2	0.210
	S_1	2.3
	S_2, S_3	14.0
	S_4, S_5	12.3
	S_6	37.2
	S_7, S_9	16.1
	S_8	2.7

Table 4.11 Identified parameters using the 4-Dir.-NMT results at 50°C.

Material Property	Component	Value
Plastic parameters	σ_{xx}^y	23888
	$\sigma_{yy}^y, \sigma_{zz}^y$	68.7
	$\sigma_{xy}^y, \sigma_{xz}^y$	20.5
	σ_{yz}^y	23.5
	H^{iso}	7243.7
	R_0	0.00001
	β	1922.2
Viscoplastic parameters	ΔH	2.43×10^{-16}
	A	2.99×10^{-21}
	$\dot{\gamma}_0^{vp}$	9.85×10^{18}
Damage parameters	d_1	0.074
	d_2	0.253
	S_1	2.7
	S_2, S_3	14.3
	S_4, S_5	28.9
	S_6	74.7
	S_7, S_9	16.6
	S_8	2.9

Table 4.12 Identified parameters using the 4-Dir.-NMT results at 60°C.

Material Property	Component	Value
Plastic parameters	σ_{xx}^y	25753
	$\sigma_{yy}^y, \sigma_{zz}^y$	51.4
	$\sigma_{xy}^y, \sigma_{xz}^y$	16.1
	σ_{yz}^y	20.3
	H^{iso}	10296.8
	R_0	0.00001
	β	9427.1
Viscoplastic parameters	ΔH	2.57×10^{-16}
	A	2.70×10^{-21}
	$\dot{\gamma}_0^{vp}$	1.26×10^{18}
Damage parameters	d_1	0.299
	d_2	0.553
	S_1	2.7
	S_2, S_3	14.8
	S_4, S_5	26.2
	S_6	38.7
	S_7, S_9	19.4
	S_8	3.1

4.7 まとめ

本章では、UD-CFRTP の非主軸方向における非線形材料挙動を予測する新たな方法論の提案を目的とし、従来の研究成果である主軸方向の計 6 方向の変形パターンに、45°方向変形パターンを加えた計 7 方向の数値材料試験からマクロ的な異方性材料構成則の材料パラメータを同定し、Off-axis 試験の非線形材料挙動と同定したマクロ的な異方性材料構成則の材料パラメータから計算した非線形材料挙動と比較した。さらに、40°C、50°C、60°Cにおける数値材料試験を実施し、各温度の材料挙動から同定した材料パラメータで非線形材料挙動が再現できるか調査した。

- 1) 3つの垂直方向変形パターン (x, y, z) と 3つの純せん断方向変形パターン (xy, yz, zx) の計 6 方向の数値材料試験から得られた材料応答で同定した材料パラメータでは、非主軸方向の材料挙動を再現することができなかった。
- 2) 計 6 方向の数値計算に 45°方向変形パターンを加えた計 7 方向の材料応答で同定した材料パラメータは、非主軸方向 ($\theta=20^\circ, 30^\circ, 45^\circ, 60^\circ$) における非線形材料挙動を再現することができた。これは、垂直応力とせん断応力が組み合わさった 45° 方向の負荷除荷試験を同定対象として加えたことにより、垂直応力とせん断応力が組み合わさった多軸応力場における材料挙動の再現を可能とする材料パラメータを得ることができたためである。
- 3) 計 7 方向の材料応答で同定した材料パラメータの非線形材料挙動は、実際の UD-CFRTP の繊維配向角 $\theta=45^\circ$ 以外の非主軸方向である $\theta=25^\circ$ の非線形材料挙動とよく一致しており、本研究で提案した予測手法の有用性が確認された。
- 4) 温度とひずみ速度を変化させた数値材料試験から得られた非線形材料挙動に対してマクロ材料構成則の材料パラメータを同定した結果、各温度の同定曲線は数値材料試験の非線形材料挙動を再現できていることがわかった。

4.8 参考文献

- 4-1) 松原成志朗, 荒川裕介, 加藤準治, 寺田賢二郎, 京谷孝史, 上野雄太, 宮永直弘, 平山紀夫, 山本晃司, 弾塑性・クリープ・損傷複合モデルによる繊維強化プラスチックの分離型マルチスケール解析, 日本計算工学会論文集, 2014年, 2014巻, pp.2014004.
- 4-2) 松原成志朗, 寺田賢二郎, 熱可塑性樹脂の発熱現象を考慮した粘弾性・粘塑性複合構成則, 土木学会論文集 A2 (応用力学), Vol.71, No.2 (応用力学論文集 Vol.18), 2015, pp.I_509-I_520.
- 4-3) 松原成志朗, 寺田賢二郎, 変形勾配の粘塑性・粘弾性乗算分解による熱可塑性樹脂のレオロジー的構成則, 日本機械学会論文集, Vol.82, No.839, 2016, pp.16-00060.
- 4-4) Kaliske M., A formulation of elasticity and viscoelasticity for fibre reinforced material at small and finite strains, Computer Methods Applied Mechanics Engineering, Vol.185, No.2-4 (2000), pp.225-243.
- 4-5) Kaliske M., Rothert H., Formulation and implementation of three-dimensional viscoelasticity at small and finite strains, Computational Mechanics, Vol.19, 1997, pp.228-239.
- 4-6) 笠森正人, 大塚猛, 新保實, 宮野靖, 耐熱性エポキシ樹脂およびその CFRP 積層板の機械的性質の時間-温度依存性, 材料, Vol.43, No.463 (1992), pp.465-469.
- 4-7) 新保寛, プラスチックの粘弾性特性とその利用, 共立出版, 初版第 1 刷 (2013).
- 4-8) F. Ree, T. Ree, H Eyring, Relaxation Theory of Transport Problems in Condensed Systems, Industrial & Engineering Chemistry, Vol.50, No.7(1958), pp.1036-1040.
- 4-9) J. Lemaitre, A Course on Damage Mechanics, Springer Science & Business Media, 2012.
- 4-10) K. Terada, M. Hori, T. Kyoya, N. Kikuchi, Simulation of the multi-scale convergence in computational homogenization approaches, International Journal of Solids and Structures, Vol.37, No.16 (2000), pp.2285-2311.
- 4-11) 寺田賢二郎, 犬飼壯典, 平山紀夫, 非線形マルチスケール材料解析における数値材料実験, 日本機械学会論文集 A 編, Vol.74, No.744 (2008), pp.1084-1094.

- 4-12) 寺田賢二郎, 濱名康彰, 平山紀夫, 繊維強化プラスチックの粘弾性マルチスケール解析手法, 日本機械学会論文集 A 編, Vol.75, No.760 (2009), pp.1674-1683.
- 4-13) 山本晃司, 石橋慶輝, 染宮聖人, 平山紀夫, 寺田賢二郎, 繊維強化熱可塑性樹脂の異方性粘弾性構成則における緩和特性と弾性率の温度依存性に関する数値解析的検討, 日本機械学会論文集, Vol.85, No.874 (2019), pp.19-00058.
- 4-14) C. T. Sun, I. Chung, An oblique end-tab design for testing off-axis composite specimens, *Composite*, Vol.24, No.8 (1993), pp.619-623.
- 4-15) 河井昌道, 森下政浩, 佐藤宏毅, 戸村誠司, 一方向炭素繊維強化複合材料の非主軸引張挙動に与えるタブ拘束の影響, 日本機械学会論文集 A 編, Vol.62, No.601 (1996), pp.2080-2087.

第5章 本研究の結論と今後の展望

5.1 本研究の成果

本研究では、今後の構造部材に適用が期待される FRTP の時間、温度やひずみ速度に依存した異方性の非線形材料挙動を精度良く予測するためのマクロ材料構成則の定式化と、そのマクロ材料構成則の材料物性値の同定手法を構築することが目的である。そこで、FRTP の時間、温度やひずみ速度に依存した異方性の非線形材料挙動を予測するための異方性非線形材料構成則とその材料パラメータの同定手法を提案した。

第 1 章では、環境負荷の小さい熱可塑性樹脂をマトリックスとする FRTP の用途拡大と課題について述べた。また、FRTP が時間、温度やひずみ速度に依存した異方性の非線形材料挙動が表れることを述べ、FRTP 非線形材料挙動に関する研究では、温度やひずみ速度に依存した材料構成則が提案されていないこととその材料パラメータを精度良く同定した研究例が少ないことを述べ、本研究の目的を述べた。

第 2 章では、均質化法に基づくマルチスケール解析の計算方法として、数値材料試験を対象とし、マルチスケール解析の基礎理論である均質化法について説明した。また、マルチスケール解析の 2 変数境界値問題におけるミクロ変数とマクロ変数の関係を示し、ミクロ解析を実施することで、マクロ弾性係数が計測可能であること示した。

第 3 章では、FRTP のマトリックス樹脂として適用が予想される代表的な熱可塑性樹脂の 3 種類（ポリカーボネート、現場重合型熱可塑性アクリル樹脂、現場重合型熱可塑性エポキシ樹脂）を研究対象として、熱可塑性樹脂の非線形材料挙動を精度良く表現する材料構成則の構築と材料パラメータを同定するための新しい同定手法を提案した。この新しい同定手法は、単軸繰返し負荷-除荷試験の材料挙動から材料パラメータを同定する際に、線形粘弾性パラメータの時間-温度換算因子を同定パラメータとして組み入れ、時間-温度換算因子量を再修正する点である。この時間-温度換算因子の再修正を行うことで、熱可塑性樹脂の温度とひずみ速度に依存した非線形材料挙動の予測精度を向上させながら、DMA の結果だけでは決定できなかった低温域におけるマスターカーブの重ね

合わせを一意に決定することが可能となった。また、混合型同定によるカーブフィッティングで同定した結果、幅広い温度領域とひずみ速度において非線形挙動を良好に再現することが可能となった。

第4章では、UD-CFRTPの非主軸方向における非線形材料挙動を予測する新たな方法論の提案を目的とし、従来の研究成果である主軸方向の計6方向の変形パターンに、45°方向変形パターンを加えた計7方向の数値材料試験からマクロ的な異方性材料構成則の材料パラメータを同定することで、非主軸方向における非線形材料挙動を再現することができた。また、計7方向の材料応答で同定した材料パラメータの非線形材料挙動は、実際のUD-CFRTPの繊維配向角 $\theta=45^\circ$ 以外の非主軸方向である $\theta=25^\circ$ の非線形材料挙動とよく一致した。また、温度とひずみ速度を変化させた数値材料試験の材料応答から、異方性マクロ構成則の材料パラメータを同定し、各温度におけるUD-CFRTPの非線形材料挙動を再現した。

以上より、本研究では熱可塑性樹脂とそれをマトリックスとするFRTPの温度とひずみ速度に依存した非線形材料挙動を可能とする材料構成則と材料パラメータを明らかにした。提案した予測手法と得られた材料パラメータを用いることで、熱可塑性樹脂とFRTPの非線形材料挙動を再現することができ、その予測精度の高さと有用性を示した。

5.2 今後の課題と展望

本研究で定式化した粘弾性・粘塑性・損傷複合構成則で熱可塑性樹脂の非線形材料挙動を計算すると、除荷時や再負荷時の材料非線形性、40°C、60°Cでの最大応力近傍の非線形挙動においては、十分に再現できていないことが確認できた。また、UD-CFRTPの非線形材料挙動においても、様々な温度に対応した材料パラメータを同定することは困難であることが確認でき、高温下での非線形材料挙動を表現できる材料構成則の定式化と最適化手法の探索能力の向上が今後の課題である。

今後、本研究で提示した数値材料試験によるFRTPの非線形材料挙動の予測手法では、マトリックスである熱可塑性樹脂の動的粘弾性試験と複数の温度・ひずみ速度下での単軸繰り返し負荷-除荷試験をそれぞれ独立に行うだけで、最終的に様々な温度下におけるFRTPの異方性の非線形材料挙動を予測することが

できる。そのため、軽量でリサイクル性に優れた環境負荷の小さい FRTP を航空機や自動車部材に適用する際に、材料非線形性を考慮した予測精度の高い構造解析や材料設計が短時間で実現でき、持続可能な社会の実現に貢献できると期待される。

補遺 A マスターカーブの自動作成手法

本章では、3.5.4 項で作成したマスターカーブの自動作成手法について説明する。DMA から得られた各温度における損失正接 $\tan\delta$ の曲線の模式図を Fig. A.1 に示す。Fig. A.1 に示すように、高温側と低温側の粘弾性挙動は大きく異なると確認できる。この各温度における曲線を周波数軸（または、時間軸）に沿って平行移動すると、各曲線が重なり合い、1 本の合成曲線が作成できると推測できる。この合成曲線をマスターカーブと呼び、マスターカーブを作成する際に、各曲線を周波数軸（または、時間軸）方向へ移動させた量を時間-温度換算因子量 a_T と呼ぶ。この時間-温度換算因子量 a_T は時間と温度を等価に変換することができ、その時間と温度の関係を時間-温度換算則と呼ぶ。この時間-温度換算則により、高温で短時間後に観察される粘弾性体の材料応答を測定することで、低温で長時間後に観察される粘弾性体の材料応答を推測することが可能となる。

Fig. A.2 にマスターカーブの自動作成手法の模式図を示す。Fig. A.2 に示すように、マスターカーブ自動作成の手法は、定義した誤差関数を用いて隣り合う 2 つ曲線の距離を計算し、最適化手法を用いて距離が最小となるような時間-温度換算因子量 a_T を求める手法である。本研究で定義した誤差関数 $\phi(a_T)$ を次式に示す。

$$\phi(a_T) = \sum_{i=1}^{m+1} (\tan \delta_{L,i} - \tan \delta_{H,i}) \quad (\text{A-1})$$

ここで、 H は高温側の曲線、 L は低温側の曲線である。また、 m は 2 つの曲線の重なり合う範囲における分割数を示し、本研究では 50 分割として計算した。マスターカーブ自動作成の手順を以下に示す。

Step 1 : 曲線の選択

Fig. A.3 に Step 1 の模式図を示す。Step 1 では、任意に決定した曲線を基準（以下、基準曲線）とする。また、基準曲線に隣り合う温度の曲線（以下、シフト曲線）を選択する。

Step 2 : 内挿補間

Fig. A.4 に Step 2 の模式図を示す。Step 2 では、基準曲線とシフト曲線をスプライン関数でそれぞれ内挿する。

Step 3 : シフト曲線の平行移動

Fig. A.5 に Step 3 の模式図を示す. Step 3 では, シフト量 a_T (初期値 : 0) にシフト増分量 Δa_T (初期値 : -0.2) を加算し, シフト曲線を平行移動させる (シフト量 a_T : -0.2) .

Step 4 : 評価関数の計算

Fig. A.6 に Step 4 の模式図を示す. Step 4 では, 基準曲線とシフト曲線が重なり合う範囲でそれぞれの補間関数を m 分割し, 誤差関数値 $\phi(a_T)$ を計算する. 計算した誤差関数値 $\phi(a_T)$ は最小評価値として保存する.

Step 5 : シフト曲線の平行移動 (2 回目)

Fig. A.7 に Step 5 の模式図を示す. Step 5 では, シフト量 a_T に Δa_T を加算し, シフト曲線をさらに平行移動させる (シフト量 a_T : -0.4) .

Step 6 : 評価関数の計算と評価値との比較

Fig. A.8 に Step 6 の模式図を示す. Step 6 では, 基準曲線とシフト曲線が重なり合う範囲でそれぞれの補間関数を m 分割し, 誤差関数値 $\phi(a_T)$ を計算する. また, 計算した誤差関数値 $\phi(a_T)$ と最小評価値を比較し, 誤差関数値 $\phi(a_T)$ の方が小さければ, 誤差関数値を最小評価値として保存し, Step 7 の計算過程に移る. 一方で, 最小評価値を更新できなかった場合は, Step 9 の計算過程に移る.

Step 7 : シフト曲線の平行移動 (3 回目)

Fig. A.9 に Step 7 の模式図を示す. Step 7 では, シフト量 a_T に Δa_T を加算し, シフト曲線をさらに平行移動させる.

Step 8 : 評価関数の計算と評価値との比較 (2 回目)

Fig. A.10 に Step 8 の模式図を示す. Step 8 では, 基準曲線とシフト曲線が重なり合う範囲でそれぞれの補間関数を m 分割し, 誤差関数値 $\phi(a_T)$ を計算する. また, 計算した誤差関数値 $\phi(a_T)$ と最小評価値を比較し, 誤差関数値 $\phi(a_T)$ の方が小さければ, 誤差関数値を最小評価値として保存し, Step 7 の計算過程に移る. 一方で, 最小評価値を更新できなかった場合は, Step 9 の計算過程に移る.

Step 9 : シフト曲線の平行移動 (4 回目)

Fig. A.11 に Step 9 の模式図を示す. Step 9 では, 前回の計算過程において最小評価値を更新しなかった場合, 次式に示す計算式でシフト増分量 Δa_T を修正する.

$$\Delta a_T = -0.5 \times \Delta a_T \quad (\text{A-2})$$

Step 10 : 評価関数の計算と評価値との比較 (3回目)

Fig. A.12 に Step 10 の模式図を示す. Step 10 では, 基準曲線とシフト曲線が重なり合う範囲でそれぞれの補間関数を m 分割し, 誤差関数値 $\phi(a_T)$ を計算する. また, 計算した誤差関数値 $\phi(a_T)$ と最小評価値を比較し, 誤差関数値 $\phi(a_T)$ の方が小さければ, 誤差関数値を最小評価値として保存し, Step 7 の計算過程に移る. 一方で, 最小評価値を更新できなかった場合は, Step 9 の計算過程に移る.

Step 11 : 収束判定

Step 7 から Step 10 までの計算過程を繰り返し行い, シフト増分量 Δa_T が限りなく 0 に近づいた場合, シフト量 a_T を選択したシフト曲線の時間-温度換算因子量 a_T として保存する.

上記に示す手順を各温度の曲線に対して実施し, マスターカーブを自動的に作成した.

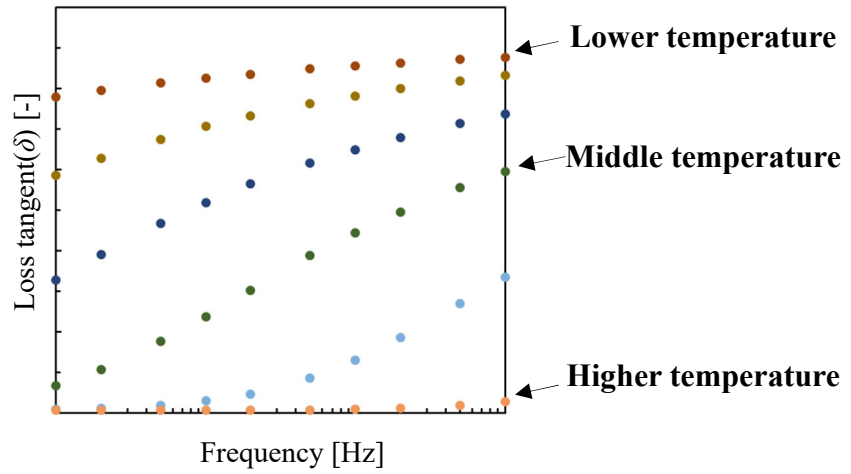


Fig. A.1 Experimental results of DMA.

- Experimental data (Reference curve)
- ▲ Experimental data (Shifted curve)
- Interpolation equation (Reference curve)
- △ Experimental data (Raw data)
- Interpolation equation (Shifted curve)

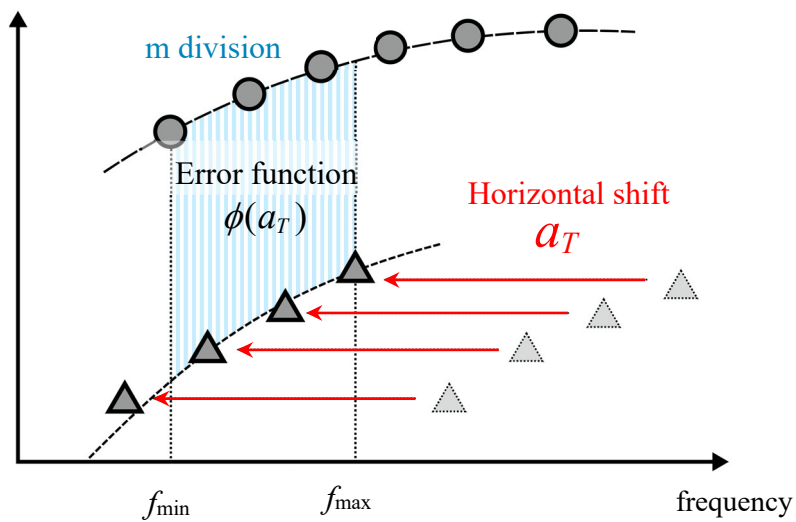


Fig. A.2 Schematic diagram of automatic master curve creation.

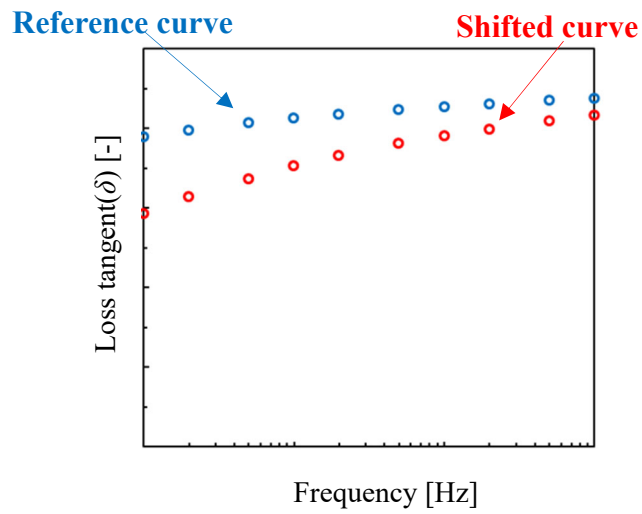


Fig. A.3 Selection of reference curve and shift curve (Step 1).

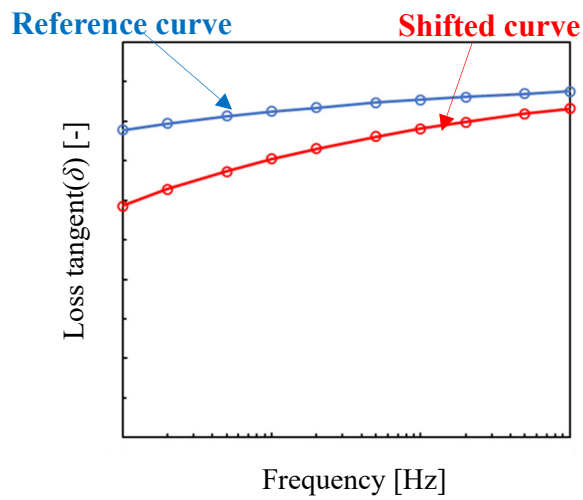


Fig. A.4 Interpolation by spline function (Step 2).

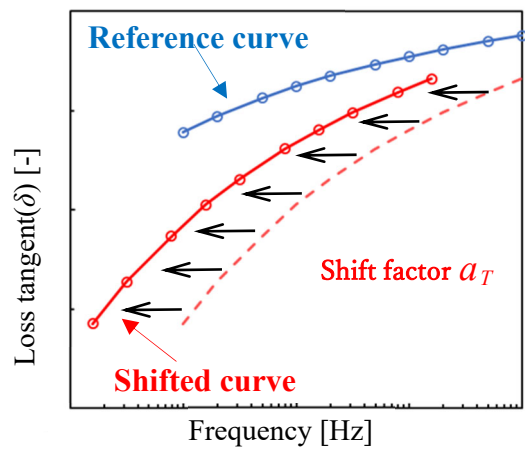


Fig. A.5 Horizontal shift of shift curve (Step 3).

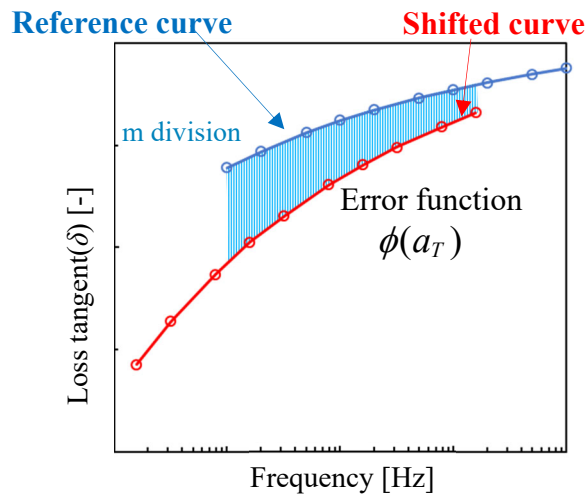


Fig. A.6 Calculation of evaluation function values (Step 4).

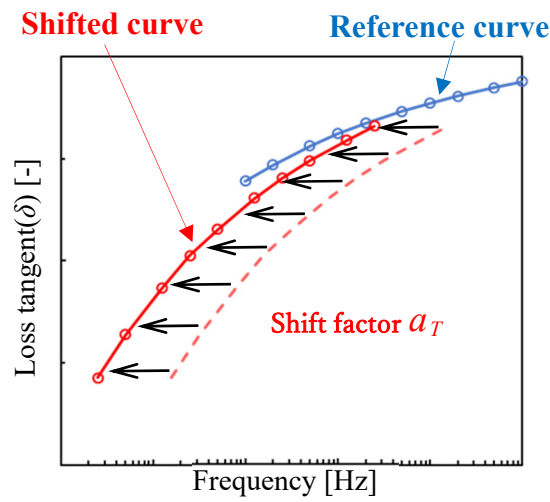


Fig. A.7 Horizontal shift of shift curve on the second try (Step 5).

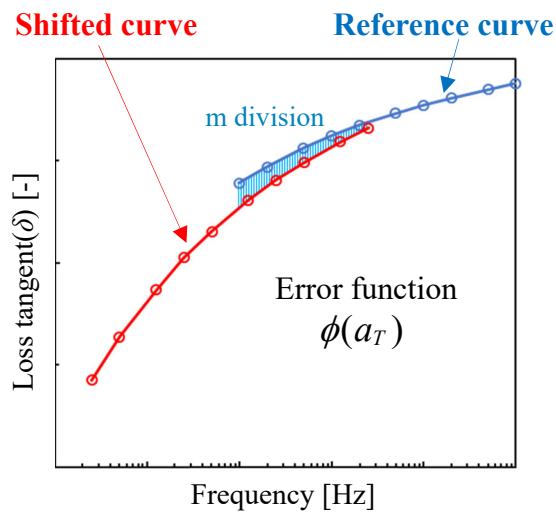


Fig. A.8 Calculation of evaluation function values on the second try (Step 6).

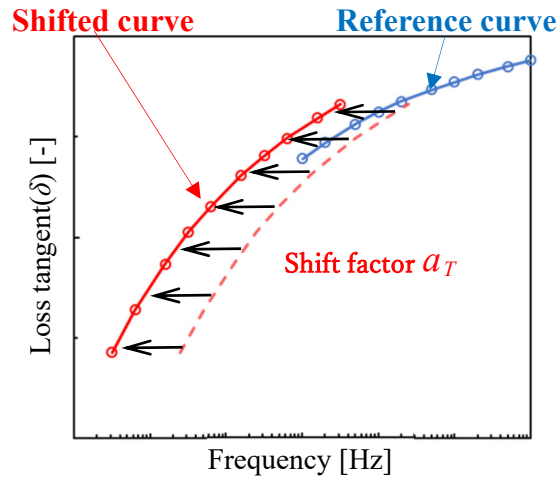


Fig. A.9 Horizontal shift of shift curve on the third try (Step 7).

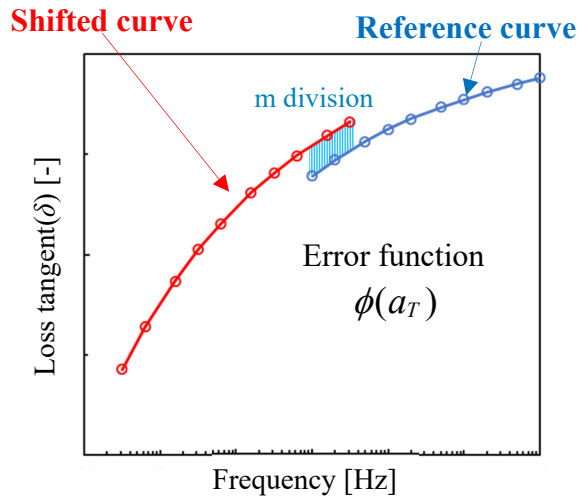


Fig. A.10 Calculation of evaluation function values on the third try (Step 8).

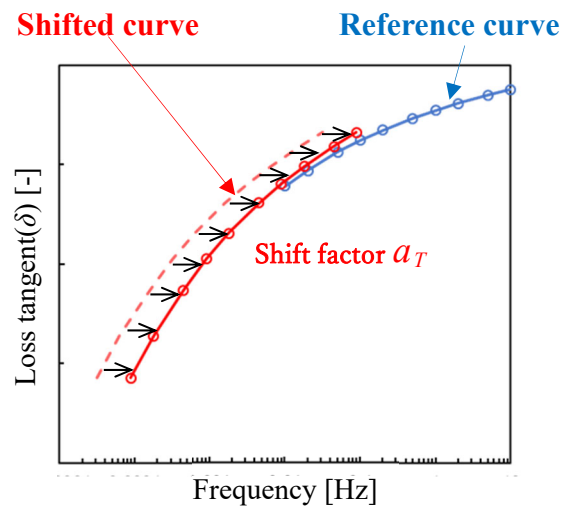


Fig. A.11 Horizontal shift of shift curve on the fourth (Step 9).

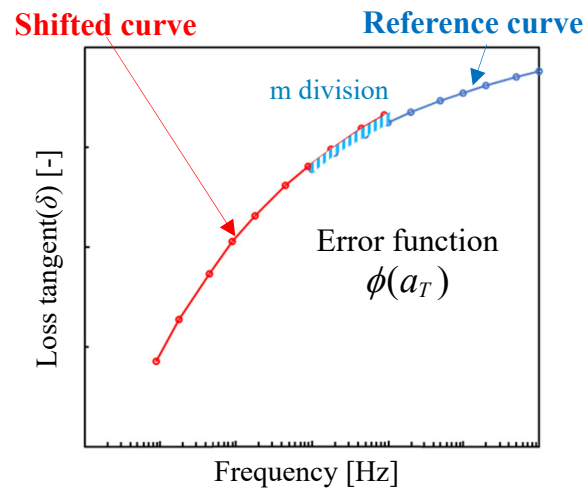


Fig. A.12 Calculation of evaluation function values on the fourth (Step 10).

謝辞

本研究の遂行および論文執筆にあたり、ご指導を賜りました日本大学生産工学部 教授の平山紀夫博士に心から感謝申し上げます。学部4年生から6年間、研究生生活において不自由のない研究環境を設けていただき、大変感謝しております。また、平山先生の明るい性格と研究に対する情熱、絶え間ない努力の姿に心が奮い立たされ、ここまで頑張ることができました。厚く御礼申し上げます。

本論文の審査にあたり、日本大学生産工学部 教授の安藤努博士、日本大学生産工学部 教授の丸茂喜高博士にはきめ細かなご指導と的確なご助言をいただきました。心から感謝を申し上げます。

東北大学災害科学国際研究所 教授の寺田賢二郎博士には、副査として本論文の審査にあたり有意義なご助言をいただきました。また、研究を遂行するにあたり多くのご指導を賜りました。誠にありがとうございました。

サイバネットシステム株式会社の山本晃司博士には、汎用有限要素法ソフトANSYSや材料構成則でご支援をいただきました。誠にありがとうございました。

名古屋大学工学研究科 助教の松原成志朗博士には、材料構成則の理論と定式化について、多くのご助言をいただきました。本研究の根幹である材料構成則は松原先生の研究成果によるものであり、快く材料構成則を提供していただき、大変感謝しております。誠にありがとうございました。

日本大学生産工学部 准教授の坂田憲泰博士、専任講師の平林明子博士には、日々の研究で大変お世話になりました。誠にありがとうございました。

一緒に研究を進めてきた平山研究室の田口尚輝さん、土田翔夢さん、鷹見凌さん、中西将己さん、中尾美結さん、佐藤智さん、腰越和人、林世輝さんには、円滑な研究活動を遂行するために、多大な協力をいただきました。本当にありがとうございました。また、多くの先生や企業、学生にご協力とご支援をいただきましたことを、この場をお借りして御礼申し上げます。

最後に、大学に入学してから9年間にわたり私を支えてくれた父と母に深く感謝いたします。

令和五年二月

日本大学大学院生産工学研究科機械工学専攻

染宮 聖人