

論文審査の結果の要旨

氏名：柴崎 雄介

博士の専攻分野の名称：博士（理学）

論文題目：Non-equilibrium statistical physics of stochastic and chaotic Loewner evolutions

（確率論的・カオスのレヴナー発展の非平衡統計物理学）

審査委員： （主査） 日本大学 教授 十 代 健
 （副査） 日本大学 教授 斎 藤 稔
 （副査） 日本大学 准教授 山 本 大 輔

本論文は、レヴナー発展を物理系・生命系の統計力学に応用したものであり、大きく三部から構成される。第一部では、レヴナー発展を紹介し、カオス力学系との比較を行っている。第二部では、レヴナー発展を物理系としてのイジング模型、そして、生命系として神経突起の形態解析に応用している。第三部では、非平衡時間発展物理系をレヴナー発展で分析することで、物理時間とレヴナー時間の関係を論じている。以下に各部の詳細を述べる。

第一部はレヴナー発展の紹介である。レヴナー発展は、数学の複素解析分野のリーマンの写像定理を用いて、物理系のモルフォロジー（形態学）を微分方程式へと変換する手法である。2000年に確率論的レヴナー発展（Stochastic Loewner Evolution: SLE）が報告されてから、臨界現象などの物理系への応用が進んでいる。SLEはレヴナー方程式における駆動関数に標準ブラウン運動（Wiener過程）とその係数の拡散係数 κ を加えることで、複素平面上に展開されるランダム曲線をレヴナー発展で記述できるようにしたものである。SLEで表現される曲線は共形不変性を有しているため物理系との親和性が高い。

標準ブラウン運動で駆動されるSLEでは、拡散係数 κ の大小で曲線の形状が変化し、フラクタル形状を反映するフラクタル次元も拡散係数 κ から求めることができる。レヴナー発展のホワイトノイズ項をカオス力学系の疑似乱数に置き換えることで、共形不変性を満たさなくなるが、マルチフラクタルなどフラクタル次元が定義できない曲線形状にも応用できることを示した。理想的なWiener過程から外れた物理系にも広くレヴナー発展を利用できることを示した結果であると言える。

第二部では、レヴナー発展を物理系と生命系にそれぞれ応用している。イジング模型は統計物理学において隣接する格子点間のみの相互作用を考える手法であり、強磁性体のスピンモデルなどで数多く研究されている。2次元の強磁性体イジング模型では、臨界温度において磁性境界面が共形不変性をもつようになる。本論文では、臨界温度以下の温度での磁性境界面をレヴナー発展により解析している。境界面の複雑性を情報エントロピーの理

論を利用してエントロピー量を算出した。エントロピー量はイジング模型のもつエネルギーと相関しており、境界面の複雑性だけからシステムのエネルギーを推定できることは注目に値する。

生命系への応用では、健常者とアルツハイマー型認知症患者 (AD) 由来の iPS 細胞を神経細胞に分化させ、その神経突起形態をレヴナー発展で解析し比較している。iPS 細胞をディッシュ上で培養し、発達初期段階 (2 週間まで) の神経突起形態を自己相関分析した。短距離相関と長距離相関の 2 つの特徴をもち、その特徴に健常者由来と AD 由来の神経突起で統計的に有意な差が見られた。神経突起形態から病理判断を行える可能性を示せたと言える。

第三部においては、非平衡物理系の時間発展についてレヴナー発展を利用することで解析解を得ることに挑戦している。レヴナー発展は 2 次元である複素平面上の曲線を 1 次元の微分方程式に変換する手法であり、変換後の 1 次元パラメーターはレヴナー時間とも呼ばれる。非平衡系の物理時間とレヴナー時間の関係を数式化することで、非平衡物理系の解析手法を提案している。乗算的ノイズと時間ドリフトをもつランジュバン方程式型の非平衡物理系に限られるが、レヴナー発展を利用することで、非平衡系を平衡系に変換し応答関数を導出することに成功している。

以上のように本論文は、レヴナー発展を核として、カオス力学系と確率論的レヴナー発展 (SLE) との比較、イジング模型への応用と境界面形状とエネルギーの関係の定式化、神経細胞への応用としてアルツハイマー型認知症の病理判断、非平衡系物理系の時間軸変換による解析解の抽出と、研究展開は多岐にわたっている。本論文により、当該分野の研究が大きく発展したと考えられ、非常に高く評価できる。

よって本論文は、博士 (理学) の学位を授与されるに値するものと認められる。

以上

令和 5 年 1 月 10 日