

# 位相空間内における超平面を用いたロバストモデル予測制御

令和 2年 9月

増田 開

# 目次

1. 序論	1
1. 1 制御器に要求される性能	1
1. 2 制御対象の複雑化	6
1. 2. 1 近年の無人航空機の動向	6
1. 2. 2 ティルトロータ・ウイング型 UAV の概要	9
1. 2. 3 クワッドティルトロータ・ウイング型 UAV の概要	9
1. 2. 4 QTW-UAV の飛行制御システムの動向	10
1. 3 本研究における狙い	14
1. 3. 1 新しい制御手法の提案	14
1. 3. 2 新しい制御手法を用いた QTW-UAV の制御システムの提案	14
2. 従来のロバスト制御手法	15
2. 1 $H_\infty$ 制御理論	15
2. 1. 1 $H_\infty$ ノルムを用いた外乱抑圧問題	15
2. 1. 2 感度関数と相補感度関数	16
2. 1. 3 ロバスト安定化問題	18
2. 1. 3. 1 乗法的変動と加法的変動	18
2. 1. 3. 2 小ゲイン定理	19
2. 1. 3. 3 乗法的変動に対するロバスト安定化問題	20
2. 1. 3. 4 加法的変動に対するロバスト安定化問題	23
2. 1. 4 $H_\infty$ 制御器の設計	25
2. 1. 4. 1 一般化プラント	25
2. 1. 4. 2 混合感度問題	29
2. 1. 4. 3 修正混合感度問題	30
2. 2 $\mu$ 設計法	31

2. 2. 1	構造的変動 .....	31
2. 2. 2	$\mu$ の定義.....	32
2. 2. 3	構造的摂動に対するロバスト安定化 .....	33
2. 2. 4	ロバスト性能問題 .....	34
2. 3	スライディングモード制御 .....	37
2. 3. 1	スライディングモード制御の構造.....	38
2. 3. 2	スライディングモード制御のロバスト性.....	39
2. 4	インテグラルスライディングモード制御 .....	41
2. 4. 1	インテグラルスライディングモード制御の概要.....	41
2. 4. 2	インテグラルスライディングモード制御の構造.....	41
2. 4. 3	インテグラルスライディングモード制御のロバスト性.....	43
<b>3.</b>	<b>新しいロバスト制御手法の提案 .....</b>	<b>45</b>
3. 1	モデル予測制御.....	45
3. 1. 1	モデル予測制御の基本原理.....	45
3. 1. 2	予測式の定式化 .....	47
3. 2	拡張モデル予測制御 .....	51
3. 2. 1	拡張モデル予測制御の特徴.....	51
3. 2. 2	拡張モデル予測制御の基本原理 .....	54
3. 2. 3	問題設定 .....	56
3. 2. 4	ロバスト性向上のメカニズム .....	57
3. 2. 5	予測式の定式化 .....	59
<b>4.</b>	<b>数値シミュレーションによる提案手法の有効性確認.....</b>	<b>65</b>
4. 1	パラメータ変動に対するロバスト性の検証.....	68
4. 2	周期外乱入力に対するロバスト性の検証 .....	76
4. 3	白色雑音外乱入力に対するロバスト性の検証.....	84
<b>5.</b>	<b>QTW-UAVの飛行制御システムの設計 .....</b>	<b>92</b>

5. 1	QTW-UAV の運動モデル .....	94
5. 1. 1	QTW-UAV の座標系, 状態量, 入力 の定義.....	94
5. 1. 2	QTW-UAV の非線形運動方程式.....	95
5. 2	QTW-UAV の飛行制御システムの設計 .....	99
5. 2. 1	並進制御器 .....	99
5. 2. 1. 1	ダイナミックインバージョン法による線形化 .....	99
5. 2. 1. 2	オブザーバを用いた非線形項の推定.....	102
5. 2. 1. 3	不確かさを含むプラントの設計 .....	104
5. 2. 1. 4	$H_{\infty}$ 制御理論を用いたフィードバック制御器の設計 .....	108
5. 2. 1. 5	$\mu$ 設計法を用いたフィードバック制御器の設計 .....	117
5. 2. 1. 6	拡張モデル予測制御を用いた制御器の設計.....	126
5. 2. 2	回転制御器 .....	134
5. 2. 2. 1	オイラー角指令値の生成 .....	134
5. 2. 2. 2	ダイナミックインバージョン法による線形化 .....	135
5. 2. 2. 3	オブザーバを用いた非線形項の推定.....	137
5. 2. 2. 4	不確かさを含むプラントの設計 .....	140
5. 2. 2. 5	$H_{\infty}$ 制御理論を用いたフィードバック制御器の設計 .....	144
5. 2. 2. 6	$\mu$ 設計法を用いたフィードバック制御器の設計 .....	151
5. 2. 2. 7	拡張モデル予測制御を用いた制御器の設計.....	160
5. 2. 3	入力合成器 .....	168
6.	<b>QTW-UAV の飛行制御システムの性能確認.....</b>	<b>172</b>
6. 1	風外乱影響下における単一の目標地点に対する応答 .....	176
6. 2	風外乱影響下における任意軌道に対する追従.....	191
7.	<b>結論.....</b>	<b>208</b>
	<b>謝辞.....</b>	<b>210</b>
	<b>参考文献.....</b>	<b>211</b>

# 1. 序論

## 1. 1 制御器に要求される性能

制御器においてロバスト性は、非常に重要な性能の一つであるといえる。運動モデルの誤差やパラメータの変動、実際の運用環境下において制御対象は常に外乱の影響を受けており、それらの影響下で制御対象の動特性に変化が生じたとしても安定かつ所望の性能を満足する制御器が求められるからである。よって、制御器のロバスト性を改善するための研究は盛んに行われ、1980年代には今日では代表的なロバスト制御理論[原 95a, 原 95b]の一つとしてあげられる $H_\infty$ 制御理論 (H-infinity control theory) [大須賀 93, 野波 95, 野波 93, 平田 17, 美多 96, 美多 95, 劉 01, Gu14]が提案された。この制御理論は、伝達関数を $H_\infty$ ノルムによって評価し、周波数重み関数を用いてある外乱に対する応答の周波数特性を最小化することで外乱に対し強いロバスト性を実現する制御器を設計する理論である。すなわち、外乱、パラメータの変動を含む運動モデルを周波数領域で表現することができれば、外乱に対し非常に頑強な制御器の設計を実現する。さらに $\mu$ 設計法 ( $\mu$ -synthesis) では構造的な不確かさによって表現されたパラメータ変動 (perturbation) を含むモデルに対し制御器を設計することで、 $H_\infty$ 制御理論で問題となった制御器の保守性を抑えた。これによりロバスト性とノミナルモデルに対する制御性能を両立しており、ロバスト性能という点に限定するのであれば既に非常に強力なロバスト制御理論が提案されているといえる。しかしながら、これら制御理論が非常に強力であるにもかかわらず、産業への普及は非常に乏しいものといえる。図 1.1 に示されるのは、主要な制御器の産業への適用件数をまとめたものとなる[高津 97, 野波 98]。図 1.1 を見ても明らかなおお、PID 制御器と比較し、 $H_\infty$ 制御理論の適用件数は非常に少ないことがわかる。その理由の一つに挙げられるのが制御理論の難解さである。周波数重み関数を用いて制御器のチューニングを行う $H_\infty$ 制御理論並びに $\mu$ 設計法は、制御器の調整が直観的にわかりづらく、調整の際には十分な制御理論の理解が前提となり、制御器の解 (ゲイン) を得るためには、 $H_\infty$ ノルムや構造化特異値 $\mu$ の最小化問題を解く必要がある。両者とも一般的な解析解を得ることができないため、前者においては $\gamma$ イタレーション (gamma iteration)、後者においては $D-K$ イタレーション (D-K iteration) を用いる。すなわち、解を得るためには MATLAB のような制御ソフトウェアが必要不可欠であり、当然ではあるがパラメータの調整時において再度制御器の解を求めるためにこれらソフトウェアを現場にて導入する必要もある。また、これら制御器は次元が非常に大きくなるという問題も抱えている。制御器が高次元となることで増加する計算負荷は、近年の安価かつ非常に高性能な電子計算器において大きな問題となりえない。これを証明するデータとして図 1.2 に近年のマイクロコンピュータの処理速度をまとめた。図 1.2 における MIPS (million instructions per second) および DMIPS (Dhrystone million instructions per second) は一秒間に何百万個の

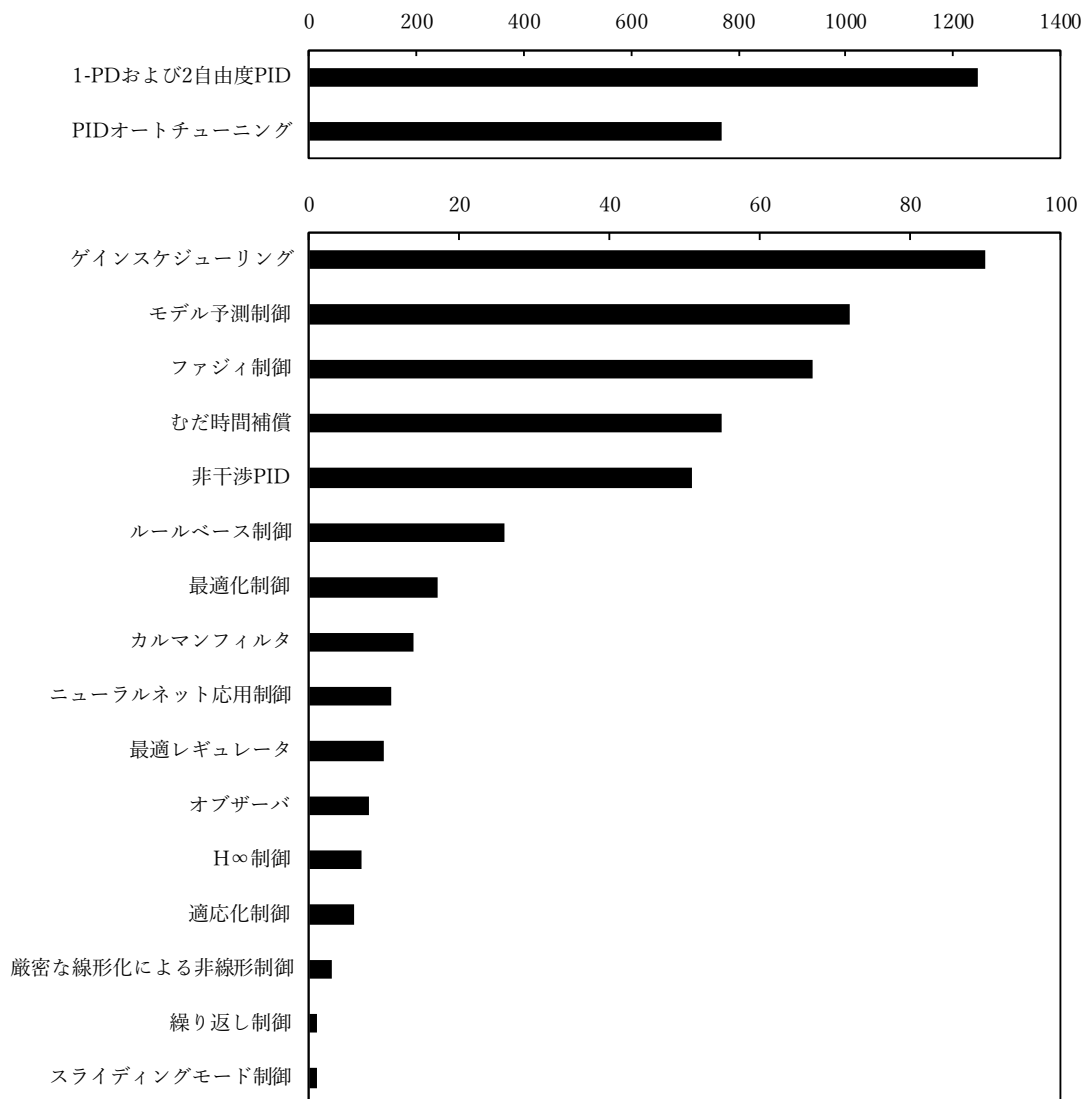


図 1.1 各制御方式の適用状況[高津 97, 野波 98]

命令が実行できるかを示す単位である。ただし、MIPS は単に一秒間に何回命令を実行できるかを示しているのに対し、DMIPS はドライストーン (Dhrystone) と呼ばれる特定のベンチマークプログラムを実行した場合の命令数となる。つまり、実際の動作とベンチテストの乖離が小さいのは DMIPS であるため、DMIPS による比較が望ましいが、Dhrystone ベンチマークプログラムの実行には 2.5kByte 程度の RAM が必要のため、メモリの少ない 8 ビットマイクロコントローラにおいて Dhrystone ベンチマークを実行することは困難である。MIPS は DMIPS と比較して有利な結果となるため、両者のベンチマークによる性能の厳密な比較をすることはできないが、近年のマイクロコントローラの性能変化のおおよそを確認するため、MIPS と DMIPS が混在した形で図 1.2 は示した。図 1.2 で比較したマイクロコントローラはどれも 10 ドル前後で購入が可能な安価な製品であるが、最新の 2017 年に発

表された STM32H7 マイクロコントローラは、ドライストーンによるベンチマーク結果を見ればデスクトップコンピュータ向けのプロセッサである Pentium III に匹敵する処理速度を有していることがわかる。また、1998年に発表された PIC16F と比較してもその処理性能の高さと技術的進歩は明確である。もちろん、これらのマイクロコントローラ及びプロセッサは、すべて命令セットアーキテクチャ (instruction set architecture: ISA) やマイクロアーキテクチャも異なるため、これらを比較することは乱暴であるが、マイクロコントローラの性能が大幅に向上したことを裏付ける定量的な目安として比較を行った。なお、以上のような比較では、PIC16F が非常に低性能なマイクロコントローラのように捉えられるが、実際の産業における適用件数が多いオートチューニングを含む PID 制御やゲインスケジューリング制御を実装することは容易であり、むしろ、現代の電子計算機の性能リソースを活かすことができていないともいえる。このように、計算負荷は大きな問題とされないと考えられる。しかしながら、制御器の高次元化は、設計・調整者の手作業となる現場での制御ゲイン等の組み込みの負担が大きくなるというデメリットがある。PID 制御が3つの制御ゲインを変更するだけで、制御器の特性をチューニングすることができるのに対し、 $H_{\infty}$ 制御理論や $\mu$ 設計法では、10~100次元に及ぶ行列を調整の度に書き換えるという作業が必要となり、それが

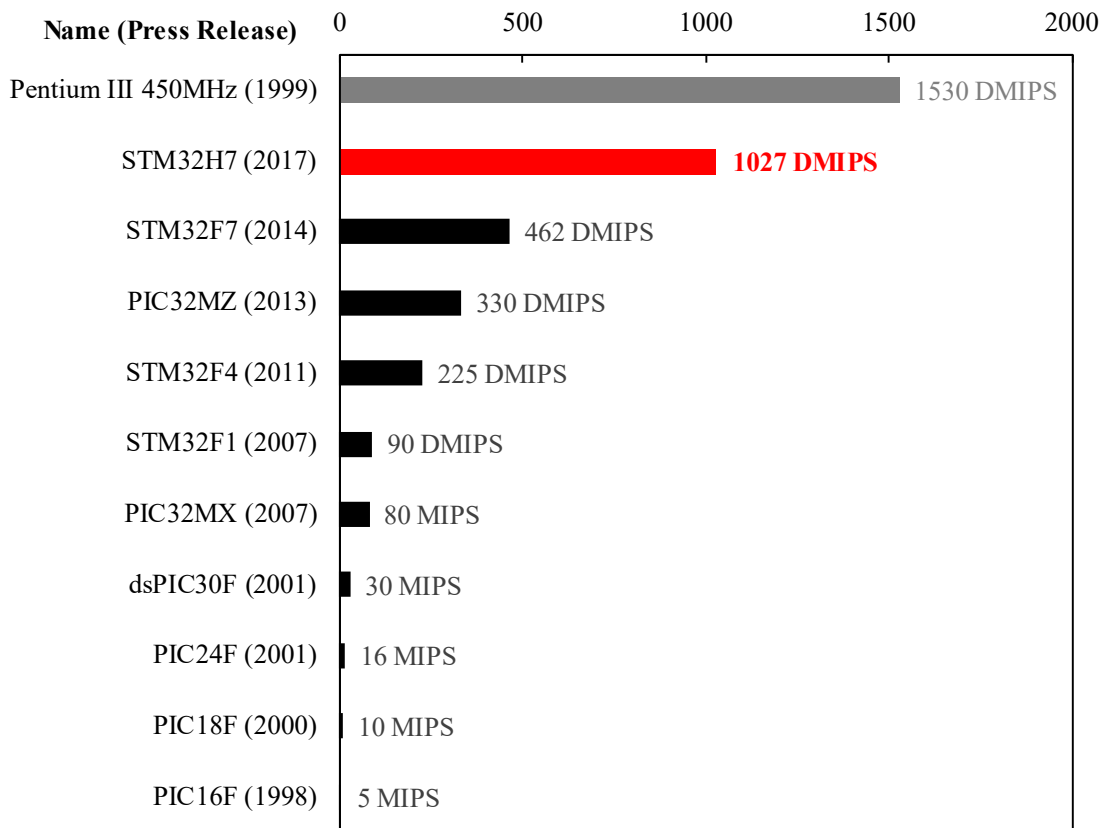


図 1.2 マイクロコントローラの性能比較

いかに煩雑であるかは言うまでもないだろう。これらの理由から、産業における $H_\infty$ 制御理論や $\mu$ 設計法の普及は非常に緩慢であり、チューニングの容易さが制御器において非常に重要な要素の一つであると考えられる。

$H_\infty$ 制御理論や $\mu$ 設計法と異なるアプローチを持つロバスト制御理論として、スライディングモード制御 (sliding mode control: SMC) がある[菊植 05, 陳 89, 野波 94, Perruquetti02, Utkin09]。この制御は、制御入力を切り換えて制御構造を変化させることで、ある切換超平面上に状態量を拘束する制御である。システムの状態量が予め設計した切換超平面上にある場合は、マッチング条件が成立し、運動モデルの誤差やパラメータの変動や外乱に対し、不変となる。すなわち、非常に優れたロバスト性を有する制御器の一つであると言える。さらに、インテグラルスライディングモード (integral sliding mode control: ISMC) 制御[長島 06, Utkin96]は、これら SMC の特徴を応用し、制御対象のシステムを理想的な運動モデルに拘束させることで、外乱影響下でも理想的な応答を実現することが可能な制御である。SMC, ISMC の両者ともに、優れたロバスト性に加え、制御器の設計がきわめて容易であり、並びにチューニングも容易なことから多方面への応用が期待されている。しかしながら、これら制御器の特徴となる制御入力の高速な変化であるチャタリングは、モデル化できていないシステムを高周波のモードで励起させる懸念や、もとより時間遅れが存在する現実のアクチュエータにおいて切換周波数が無限大に大きくなる入力を実現させることは不可能である。この問題に対して、飽和関数や平滑関数を用いてチャタリングを防止する方法が古くから提案されているが、一般的にそれらの対策はロバスト性を低下させてしまうトレードオフを考慮した設計が求められる[Lee07]。チャタリングが発生しない制御器としてプロクシベースト・スライディングモード制御 (proxy-based sliding mode control: PBSMC) [菊植 07, 菊植 06, Kikuuwe10, Kikuuwe06a, Kikuuwe06b]も提案されているが、その制御特性は PID 制御に近く、理想的な SMC が有する優れたロバスト性は失われる。また、もとより、制御入力が切換わる非線形な制御器である SMC は、従来の線形制御理論で培われた制御性能や安定性の様々な解析手段を用いることを困難にする問題も抱えている。これらのことから SMC は未だ普及しておらず、図 1.1 を見ても応用例が数件程度に留まっていることがわかる。

以上で紹介した優れたロバスト性を有する制御器は、応答性を直接評価するものではなく、制御器の調整パラメータの設定によって理想的な軌道を設計することが一般的に難しい。例えば、 $H_\infty$ 制御理論や $\mu$ 設計法は、もとより $H_\infty$ ノルムと過渡応答に明確な対応関係が存在しないため、時間応答の設計が難しい。また、位相空間を基に制御器を設計する SMC も同様である。実機にて応答を確認しながら微調整を行うことが一般的な産業において、優れたロバスト性に加え、制御器の設計、現場での調整の容易さは非常に重要であるにも関わらず、以上で紹介した制御器はこれらの性能に対して十分であると言えない。

これに対し、直観的に設計・調整が容易な制御としてモデル予測制御 (model predictive control: MPC) がある。これは、設計者が時間領域で決定した参照軌道に対して誤差と入力



を最小化するような制御入力決定される制御器であり、制御対象となる運動モデルを用いた評価関数には、状態量や制御入力の制約なども考慮することが可能である。MPC は制約の範囲で最適な制御入力を決定することができ、理論的にも比較的単純で理解が容易であることから、石油化学プラントを代表例とした実際の産業においても、広く利用されている制御器の一つである[大嶋 02, 小河 04, 津田 08, Maciejowski00, Richalet09]。実際に図 1.1 を見ても PID 制御やゲインスケジューリング制御の次に応用件数が多いことがわかる。実際のシステムにおいては、現場での調整が不可欠なため、優れた調整性が求められることや、アクチュエータの制限や特定の現場での速度や騒音制限など、実際のシステムに適用するにあたって MPC はこれらの要求を満足しており応用しやすいためである。ただし、リアルタイムに逐次最適化問題を解く必要となるため、計算負荷が大きく、計算時間を十分に確保することができる応答の遅い化学プラントなどの制御対象への適用が多かったが、前述したとおり電子計算機の性能が飛躍的に向上した近年では、より応答性の高い航空機や宇宙器などのシステムへの適用も十分に期待できるようになった。しかしながら、制御対象の運動モデルから応答を予測する MPC は、運動モデル化誤差やパラメータの変動、外乱影響下では、最適な制御入力が保証できなくなるため、運動モデルの正確さに制御性能が大きく委ねられる。すなわち、MPC は $H_{\infty}$ 制御や SMC のような優れたロバスト性を有する制御器ではなく、外乱に対し脆弱な制御であるといえる。そのような MPC の欠点であるロバスト性能を改善するため、LMI (linear matrix inequality) を応用したロバストモデル予測制御 (robust model predictive control: RMPC) [福島 04, Kothare96, Maciejowski00]や $H_{\infty}$ 制御理論を応用した RMPC[Orukpe09, Zhou14]が提案されているが、理論が複雑となり、直観的で調整が容易である MPC の特徴を損なう問題が生じる。また違ったアプローチとして、SMC に MPC を組み合わせることでチャタリングの抑制を図ったスライディングモード予測制御(sliding mode predictive control: SMPC)も提案されている[Garcia-Gabin09, Garcia-Gabin05, Zhou00]。これは評価関数に SMC で用いられる切換関数を用いる方法で、その制御特性は、SMC と同等である。よって、SMC と同様に目標値に対する応答を直観的に設計することは難しい。

以上のことから、実際の産業に普及させるには、優れたロバスト性と共に、チューニングの容易さや理論の明瞭さ、制約が考慮できるなどの性能が重要であることがわかる。しかし、それらの制御性能を両立した決定的な制御器は未だ提案されていない。

## 1. 2 制御対象の複雑化

前章では、制御器に求められる要求や制御器の動向について解説した。制御器はいまだに PID 制御器が主流であるのに関わらず、制御対象は大幅に複雑化している。それら背景には電子デバイスの性能向上が関係しており、自動車や電車、産業機械なども電子制御化が急速に進んでいる。特に自動車の自動運転やドローンなどの電子コンピュータを前提とした乗り物が急速に発展、または実用化に向けて研究開発が進んでいる。本研究では、特に無人航空機に対して視野を向け、まず、近年の動向について説明する

### 1. 2. 1 近年の無人航空機の動向

近年では、クワッドコプタ (quadcopter) が普及し、軍事用以外においても小型の無人航空機 (unmanned aerial vehicle: UAV) を目にするのが比較的多くなり、その応用は多岐にわたる。実際に撮影などの用途で一般にも普及し、広く認知されるようになった。それらの背景も相まってクワッドコプタを始めとする UAV の研究は活発に行われ、従来の UAV の欠点解消を目論んだ機体が次々に提案されてきた。例えば、固定翼 UAV (図 1.3) が飛行効率の良さから長い航続距離と優れた巡航速度から、広域を移動する必要があるミッションに対し有効であるのに対し、クワッドコプタ [Ai19, Godbole19, Labbadi19] を始めとする回転翼型の UAV は、ロータの推力に頼る効率の悪い飛行が原因で航続距離が低く、巡航速度も固定翼 UAV と比較して遅いため、それらのミッションには固定翼 UAV と比較して有効ではないことが知られている。それらの点が問題視されているが、回転翼型 UAV の有する垂直離着陸やホバリングといった性能には、実行可能なミッションの幅を広げ、固定翼 UAV にできない運用を期待できるといった大きな利点がある。それ故に、固定翼 UAV に垂直離着陸やホバリング性能を有することができれば、固定翼 UAV と回転翼 UAV の欠点を解消し、かつ両者の利点を両立できるという発想から、様々な形状の UAV が提案されてきた。

図 1.4 に示すのはホバリング機能を有する固定翼 UAV [Kohno14, Hatori13] である。この方法は、従来の固定翼 UAV に対して、機体質量を上昇させられる推力を有すること以外は、大きな構造的変更を伴わずにホバリングを実現することが可能である。しかし、ホバリング時の姿勢制御は難しく、風などの外乱影響下において定常位置を保持することが難しい。原因としては、推力発生装置であるプロペラが機体に固定されるため、推力方向は機体の姿勢に依存する。よって、慣性座標系における任意の方向へ力を入力するには、機体の姿勢を変更し、その方向へ推力を向ける必要がある。すなわち、機体の姿勢変更が遅れると並進方向への入力も遅れるため並進の制御性能が低下する恐れがある。また、姿勢の変更はエルロン (aileron)、エレベータ (elevator) およびラダー (rudder) などの動翼を用いるが、これら動翼は翼とまわりの流体に相対速度がないと力が生成することができない。ホバリング状態では、プロペラ後流に翼と空気に相対速度を発生させるが、一般の固定翼 UAV は、主翼幅に対し、プロペラの直径は遥かに小さいため、機体が定常飛行しているときと比較し、翼面



図 1.3 固定翼 UAV



図 1.4 ホバリング機能を有する固定翼 UAV[Kohno14, Hatori13]



図 1.5 クワッドテイルロータ・ウイング型 UAV

にあたる流量，流速が低く，大きな力を生成することが難しい．つまり，生成することのできる力が小さく入力容易に飽和してしまうため，ホバリング時の回転制御性は優れておらず，外乱に対しても脆弱となる傾向がある．さらに当然ではあるが，機体を垂直に保った状態で離着陸を行うことができないため，離陸には固定翼 UAV と同様に滑走や，機体を垂直に保つことのできる一種のカタパルトのような装置が必要となる．

それらの問題を解決する構造として，テイルシッター型 UAV (tailsitter UAV) [Deyuan17] がある．テイルシッターは，元より機体を立てて運用することを想定されているため，尾翼や機体底部に脚部を備える．垂直離着陸を可能な点もさることながら，テイルシッター機は，プロペラを 2 発[Ritz17, Zhong19]や 4 発[Deyuan18, Flores18, Lyu18, Zhang17]と複数搭載する機体が多く，通常の固定翼 UAV をベースとした図 1.4 に示すような機体と比較し，姿勢制御時に入力の飽和が発生しにくい．テイルシッター型 UAV は，動翼であるエレボン (elevon) の直上にプロペラを備え，プロペラ後流を偏向することで，ホバリング時においても十分な入力を確保できる．また機体ヨーイング方向は二つのロータの推力差を用いることができるため，同様にホバリング時の入力飽和の懸念は少ない．しかしながら，固定翼 UAV にホバリング機能を有した UAV とテイルシッター型 UAV はホバリング時の姿勢と巡航時の姿勢が大きく異なるという点が欠点としてあげられる．これは特に有人機において問題となるが，UAV においてもミッションによってはしばしば問題となることがある．例えば，カメラなどを用いた偵察時には，クワッドコプタなどに用いられる通常のジンバル以上に撮影方向を稼働できるような工夫が求められる場合があることや，姿勢の変更が通常の航空機より大きくなるため，ペイロードの搭載が制限される懸念がある．さらに，機体の構造上，離着陸時は，脚部の間隔に対し，機体全高が高くなるため，安定性が低いといった欠点がある．

それらの欠点からホバリング可能な固定翼 UAV やテイルシッター型 UAV は，実用化されていないのが現状である．一方でティルトロータ・ウイング機は，有人機である V-22 オスプレイ (V-22 Osprey) において実用化に成功しており，軍用として普及している．ティルト機は，以上で説明した機体の欠点である大きな姿勢の変更を伴わないため，それらの機体の欠点を解消し，より様々なミッションに適用が可能と期待される．ティルトロータ・ウイング型 UAV の特徴については次項より言及する．

### 1. 2. 2 ティルトロータ・ウイング型 UAV の概要

前節にて簡単に解説したとおり、ティルトロータ・ウイング型 UAV [Chen19, Hartmann17, Small16, Takeuchi17, Wang15] は優れた機体胴体の大きな姿勢変更を伴わずに垂直離着陸やホバリングに加え、固定翼 UAV と同等の巡航速度と航続距離を実現できる。しかしながら、機体のプロペラ、つまりロータの角度や主翼角度の変更は機体の操縦特性を大きく変化させたため、操縦が非常に難しくなるという欠点がある。また、耐故障性に関してもしばしば問題視されており、実際に V-22 オスプレイに代表される二発のロータが搭載されたティルトロータ機は、一つのロータ、又はエンジンが故障した場合に飛行が困難となり、墜落の危険性が飛躍的に上昇する。さらに、高速飛行時(巡航時)にプロペラとして機能するロータは、通常のヘリコプタと比較して、アスペクト比が小さくねじり下げが大きいいため、エンジン停止時のオートローテーションが難しい。V-22 オスプレイでは、これらの対策として左右のエンジンをクロスシャフトで連結することで、一つのエンジンでも飛行が可能な設計とした。しかしながら、1992 年 7 月には、エンジン故障時の熱でクロスシャフトが破損し機能しないことが原因で墜落事故を起こしている。直接人が乗らないことから手軽に飛ばすことが可能な UAV においても、有人地帯や地上の重要な施設に墜落した場合に危険な事態に陥ることが想定されるため、UAV に対する法律も制定され 200g 以上の機体は飛行区域の限定や国土交通省への承認が必要など厳しく管理されている。このように UAV においても安全性や耐故障性は非常に重要であり、UAV に対するこれらの性能を改善していくことが求められる。よって、ティルトロータ・ウイング型 UAV 比較してより安全性が高いクワッドティルトロータ・ウイング型 UAV (quad tilt rotor unmanned aerial vehicle: QTR-UAV, quad tilt wing unmanned aerial vehicle: QTW-UAV) (図 1.5) [Benkhoud16, Cetinsoy 12, Nami16, Takeuchi17, Tran17, Yildiz15] が注目されている。

### 1. 2. 3 クワッドティルトロータ・ウイング型 UAV の概要

本章では、前章で紹介したクワッドティルトロータ・ウイング型 UAV、特にクワッドティルトウイング型 UAV (QTW-UAV) に対し、詳しく解説する。QTW-UAV は四発のロータを搭載し、一つのロータが故障しても飛行を継続できることから、ティルトウイングに比較して安全性が高い。例えば、ロータが一か所故障した場合には、主翼のティルト角を  $0^\circ$  に固定し、固定翼機のように飛行を継続することが可能で、また、フラップロンが故障した場合には、主翼を  $90^\circ$  に固定し、ロータの推力差によって、姿勢制御を行うことでクワッドコプタのように飛行を継続することができる。この構造は、安全性だけでなく、クワッドコプタの持つ優れた運動性を継承しつつ、さらにフラップロンを利用することで、姿勢変更を伴わずにホバリング状態からの微速前後進や旋回を行うことができる。通常のロータを 2 発備えたティルトウイング型 UAV と異なり、タンデムロータ型の回転翼機のように前後にロータを備える構造は、様々なミッションにおける積載時の重心の移動に対しても許容が大きくなる利点も備える。

しかしながら、QW-UAV は従来のティルトウイング型 UAV と比較して、操作が複雑になるという欠点がある。通常のロータを 2 発備えたティルトウイング型 UAV では左右のロータ推力およびフラップロン、エレベータとラダーに加え、主翼ティルト角の全部で 7 基のアクチュエータを備えた操縦系統となる。対して、QW-UAV は、左右のロータ推力とフラップロンを前後に備え、それに伴いティルト角の変更装置も前後に必要となるため、アクチュエータが全部で 10 基と非常に複雑な形状となる。なお QW-UAV は、前後のフラップロンによってピッチング運動を、左右のロータの推力差によってヨーイング運動をそれぞれ制御するため、エレベータとラダーを必ずしも搭載する必要はない。もちろん、飛行時の運動性の向上など様々な目的においてエレベータ、ラダーを備える機体も従来では提案されている。ただし、アクチュエータの増加は、故障率が高くなる場合や制御がさらに複雑になるといった懸念があることから、本論文では、エレベータとラダーを搭載しない QW-UAV を扱う。なお、本論文で取り扱う QW-UAV は、次節以降に詳細を解説する。以上のとおり、QW-UAV は通常のティルトウイング型 UAV よりもアクチュエータの数が多く制御が複雑になるという欠点がある。加えて、ティルトウイング型 UAV と同様に、主翼を  $90^\circ$  に傾けたホバリングや垂直離着陸の状態から主翼を  $0^\circ$  付近に傾けた固定翼型 UAV のように飛行する状態に変更するまでの遷移過程において、機体の動特性が大きく変化するという欠点もある。一般的な固定翼型の航空機は、機体が水平定常飛行を行っているとは仮定し平衡点周りで線形化を行って制御器を設計する。しかしながら、QW-UAV のように動特性が大きく変化する制御対象においてこれらの手法を用いることが非常に難しい。よって、QW-UAV やティルトウイング型 UAV の制御器は様々な機関で研究されている。次節にて、従来の制御器について解説を行う。

#### 1. 2. 4 QW-UAV の飛行制御システムの動向

QW-UAV の飛行制御システムとして提案された手法としてゲインスケジューリング (Gain Scheduling: GS) 制御器[内田 95, Dickeson07, Dickeson06, Mix04, Shamma92, Shamma91, Shamma90]がある。GS 制御器は非線形な制御対象に用いられる手法の一つで、産業においても古くから用いられている。古典的な GS 制御の設計としては、まず非線形な制御対象を任意の動作点で線形化を行う。そこで、線形化された制御対象に対して、線形制御器である PID 制御器などを適用する方法である。理論的には理解が容易で簡単な手法ではあるが、実際に制御器を設計するには、動作点の選び方、スケジューリングするパラメータの選び方、各動作点で線形化した制御対象における制御器の設計の仕方など、決定の仕方が不明瞭または複雑となる場合がある。さらに、ゲインの切り替わりによるシステムの不連続性によって、システムの安定性を保証できないといった問題もある。実際に、QW-UAV において、GS 制御器を適用している例がいくつか報告されているが[木村 07, 佐藤 13, Hancer10a, Hancer10b, Sato15, Sato13]、上述した問題から、制御器の設計方法や安定性に関して問題があるといえる。特に QW-UAV は、パラメータの数、アクチュエータの数が非常に多く、制

御対象の線形化，各動作点における制御器のパラメータ調整などにかかる制御設計者の負担が大きくなることが懸念される．さらに，ゲインの切り替わりが発生する遷移飛行時において飛行制御器の安定性が保証されないのは非常に大きな問題であるといえる．

これらの古典的な GS 制御器の問題を解決するために非線形な制御対象をあるパラメータに依存する線形モデルで置き換えた線形パラメータ変動 (linear parameter-varying control: LPV) モデルを記述し，制御器を設計する方法[Liu19]が提案された．この方法は，動作点ごとに線形化を行いその動作点の数だけ線形モデルが得られる古典的な GS 制御と比較して，パラメータに依存する単一の線形モデルで制御器を設計できるため，設計がより容易になるといえる．LPV モデルに対する制御器の設計方法としては，パラメータ凍結法が用いられる．この方法は，制御器を設計する動作点において依存パラメータを固定し，線形時不変 (linear time-invariant: LTI) 系としてとらえ，通常の線形コントローラを適用するものである．この手法を応用した QTW-UAV の飛行制御システムとしては，LPV モデルに対して LQ (linear quadratic) 最適制御によって制御器を設計する方法が提案された[比良田 15]．LQ 最適制御は，ある評価関数を最小にするフィードバックゲインを決定する制御であり，最適問題の解は，代数的 Riccati 方程式を解くことで比較的容易に得られる[狩野 96]．よって，提案された方法では，依存パラメータに対し変動するモデルに対し，オンラインでフィードバックゲインを決定する方法が用いられた．古典的な GS 制御器においては，各動作点において線形化した運動モデルとそれに対して設計した制御器のゲインを調整する必要があったが，提案された方法は，重みを設定するだけで，常に評価関数を最小にする制御ゲインを求められる．つまり制御器の設計に対する労力が大幅に軽減されているといえる．さらにティルトウイング機に限っていえば，LPV モデルに対し， $H_{\infty}$ 制御器を適用する手法も提案されている[Dickeson07, Dickeson06]．前述したとおり，パラメータ凍結法を用いて LPV モデルに対し制御器を設計する際は，線形時変 (linear time-varying) 系を LTI 系としてとらえる．一般的に LQ 最適制御は LTI 系に対して設計されるため，依存パラメータが固定している場合においては所望の安定性や制御性能を保証することができるが，依存パラメータの変化が急峻となる場合においては不安定となる懸念がある．つまりパラメータ凍結法により，通常の線形制御器を適用する場合は，定性的な表現とはなるが，依存パラメータがシステムの状態量に対し緩やかに変化することが前提となる．LPV モデルに対して $H_{\infty}$ 制御器を適用する方法は，依存パラメータを不確かなパラメータとして考慮することで，依存パラメータの変動化においても安定性や制御性能を保証することが可能である．前述したとおり， $H_{\infty}$ 制御理論において評価関数を最小にする最適解は， $\gamma$ イタレーションなどの繰り返し計算によって近似的に算出される．これら演算をオンラインで実行することは非常に難しいため，想定されうる依存パラメータの範囲内であらかじめゲインを決定し，組み込み時には依存パラメータによって得られたゲインが変化するように設計する必要がある． $H_{\infty}$ 制御理論によって導出される制御器は動的補償器であり，またシステムの状態量に対して次元が非常に大きくなる傾向がある．このため，古典的な GS 制御器のように調整の度に複数の

ゲインを組み込む必要があり、また、一般的に用いられる PID 制御器と比較し、動作点ごとの制御器の規模が大きいためさらに複雑となる。アクチュエータの数が多く、システムの次元が大きくなる QTW-UAV においては、さらに制御器の設計がさらに複雑となるという欠点がある。また、もとより複雑な運動方程式となる QTW-UAV から LPV モデルを導出する必要もある。従来研究では、一般的な固定翼機の運動方程式の線形化のように縦運動と横運動に分離し、それぞれの運動に対して LPV モデルを導出する方法が用いられているが、この方法は縦運動と横運動の連成を考慮していないため、運動の非線形性が強く表れる遷移飛行時などの制御性能や安定性に不安が残る。以上のように、LPV モデルをベースとした LQ 最適制御や  $H_{\infty}$  制御理論による飛行制御システムは、適切な LPV モデルを構築できれば、古典的な GS 制御と比較して安定性や制御性能を保証できるといった利点がある。しかしながら、制御器の設計や調整において複雑な点が多く、QTW-UAV の制御システムとして決定的であると言えない。

それらの問題を解決するために、我々はフィードバック線形化手法[石島 93]である Dynamic Inversion (DI) 法と Disturbance Accommodating Control (DAC) 法[Akai08, Johnson88, Johnson86]を基にしたオブザーバ (DAC オブザーバ) を適用する手法[Masuda18, Masuda19]を提案している。テイラー (Taylor) 展開の一次近似を用いた線形化に限られた範囲でしか有効でなかったのに対し、制御入力によって対象システムの非線形項を打ち消すことによって制御対象の線形化を行う DI 法は、厳密な線形化を行うことができる。QTW-UAV において、主翼の傾斜角の変化による空気力などが含む非線形項を算出するためには、予め風洞試験などで空気力係数を取得することや、リアルタイムで迎角や横滑り角を計測する必要がある。それらの状態量を計測するために用いられる 5 孔ピトー管[藤枝 96, 松永 85]は、一般的に大型で重いため、小型の QTW-UAV に搭載することは難しい。そのため、提案手法[Masuda18, Masuda19]では DAC オブザーバによってそれらの状態量を推定する方法を用いている。DAC オブザーバは、空気力などを含む非線形項をまとめて推定することができ、風洞試験などによって予め空気力係数を計測する必要もないため、LPV モデルを用いた手法と比較し容易な設計を可能とする。しかしながら、DI 法と DAC オブザーバを用いた提案手法は、オブザーバによって推定された非線形項を基に制御入力によって打ち消すため、オブザーバの推定誤差やアクチュエータの入力遅れなどが原因で、インバージョンエラー (inversion error) と呼ばれる理想的な線形モデルに対する誤差が発生し、安定性や制御性能が劣化する懸念がある。よって、線形化された運動モデルに対し、 $H_{\infty}$  制御理論を適用し安定性を保証する方法が提案されている。 $H_{\infty}$  制御理論の制御器が保守的になる懸念に対しても、 $\mu$  設計法と 2 自由度制御器を適用した飛行制御器が発表[Masuda19]され、数値シミュレーションと飛行実験によってその有効性が証明されている。この方法で用いている DI 法は、LPV モデルと比較し、線形化した運動モデルが非常に簡単に表せるため、 $H_{\infty}$  制御理論と  $\mu$  設計法といったロバスト制御理論も比較的容易に実装できるようになった。すなわち、DI 法と DAC オブザーバを用いた方法は、LPV モデルを用いた手法と比較し、複雑なロバスト制



御理論となる $H_\infty$ 制御理論と $\mu$ 設計法などによる制御器の設計の難解さや調整作業の繁雑化を抑えている。しかしながら、それらの手法によって、制御系の設計の複雑さを抑えたものの、周波数重み関数を用いた設計が直観的でなくわかりにくいといった根本的な問題を解決していない。また、フィードバック制御である $H_\infty$ 制御理論と $\mu$ 設計法は、目標位置から大きく離れた場合、入力が過大になるといった懸念もある。特に DI 法を用いた手法の場合、非線形項を打消すための入力が飽和するとシステムが不安定となる懸念があるため、非線形項を打消すための入力を確保したうえで、制御器の入力を決定するような、動的な入力制約を考慮できることが望ましい。以上をまとめると、QW-UAVにおいて求められる性能としてロバスト性、実装及び調整の容易さ、制約の考慮などがある。その一方で、それらの性能を満足する制御器は提案されていない。

### 1. 3 本研究における狙い

#### 1. 3. 1 新しい制御手法の提案

1. 1 章で説明した通り、優れたロバスト性、容易な実装と調整、様々な制約条件の考慮といった性能を満足する制御器が理想であるが、それらを満足する制御器は未だに提案されていない。よって、我々はそれらの性能を満足するため、新しい制御器の提案を試みた。提案した制御器は、直観的に調整が可能な MPC をベースにし、SMC や ISMC の特性である状態量を位相空間内の超平面に拘束することでロバスト性の向上を図った。SMC のような特性を有しているが切換関数を持たない制御構造であるため、チャタリング防止などの追加の設計が不要となる。本研究で提案した新しい制御器を、拡張モデル予測制御 (Extended Model Predictive Control: EMPC) [増田 20, Masuda20] と呼称し、理論の解説を行う。提案制御器は、まず、質量・バネ・ダンパシステムのような単純な運動モデルを用いて数値シミュレーションによって有効性を検証する。

#### 1. 3. 2 新しい制御手法を用いた QTW-UAV の制御システムの提案

1. 2 節では、近年の制御対象の複雑化について説明し、特に無人機は様々なミッション要求に対応した QTW-UAV のような複雑な機体が開発されていることについて述べた。しかしながら、未だ決定的な QTW-UAV の飛行制御システムは発表されておらず、QTW-UAV は未だ社会に普及していると言い難い。そのため提案した EMPC を応用した新しい飛行制御システムを提案することを目的とする。提案する新しい飛行制御システムは、有効性を数値シミュレーションによって確認を行う。

## 2. 従来のロバスト制御手法

制御器においてロバスト性は、非常に重要な性能の一つとしてあげられ、制御システムのロバスト性を向上させるための様々な手法が提案されている。我々が提案する制御手法を説明する前に、従来の代表的なロバスト制御手法である $H_\infty$ 制御理論から $\mu$ 設計法、またそれらと大きく異なる手法として SMC および ISMC の制御理論について簡単に解説する。

### 2.1 $H_\infty$ 制御理論

本節では、 $H_\infty$ 制御理論について簡単に説明する。 $H_\infty$ 制御理論は伝達関数を $H_\infty$ ノルムによって評価し、周波数重み関数を用いてある外乱に対する応答の周波数特性を最小化することで外乱に対し強いロバスト性を実現する制御器を設計する理論である。よって次節より、 $H_\infty$ ノルムについて解説する。

#### 2.1.1 $H_\infty$ ノルム用いた外乱抑圧問題

$H_\infty$ ノルムとは、すべての周波数領域における最大のゲインであり、例えば、伝達関数 $P(s)$ の $H_\infty$ ノルムは

$$\|P(s)\|_\infty = \max_{0 < \omega < \infty} |P(j\omega)| \quad (2.1)$$

と表される。ここで、図 2.1 に示すような一般的なフィードバック系を考える。これは、制御対象となるプラント $P(s)$ をコントローラ $K(s)$ によって目標値 $r$ に追従するシステムで、プラントへの入力 $u$ に外乱 $d$ が印加されるものとする。すなわち、外乱 $d$ によって出力 $y$ の変化が抑えられれば、外乱に対してロバストなシステムといえる。まず、外乱 $d$ から出力 $y$ までの閉ループ伝達関数 $G_{yd}(s)$ を考えると

$$G_{yd}(s) = \frac{P(s)}{1 + P(s)K(s)} \quad (2.2)$$

となる。つまり、外乱 $d$ に対してロバストなシステムを設計するということは、伝達関数 $G_{yd}(s)$ の $H_\infty$ ノルムがなるべく小さい値 $\gamma$ 以下となるような条件式 (2.3) を満たすような制御器 $K(s)$ を設計するという意味である。

$$\|G_{yd}(s)\|_\infty < \gamma \quad (2.3)$$

ただし、一般的に全周波数領域である上記条件を満足する制御器を求めるのは非常に困難であるため、周波数関数重み関数 $W_{G_{yd}}$ を導入し、以下のように条件を書き換える。

$$\|W_{Gyd}G_{yd}(s)\|_{\infty} < \gamma \quad (2.4)$$

風外乱を例にすると低周波数領域で大きくなるため，周波数重み関数 $W_{Gyd}$ も低周波数領域で大きくなり高周波で小さくなるローパスフィルタ (low-pass filter: LPF) ように整形すればよい．このように $H_{\infty}$ ノルムを評価することで，図 2.1 で示される 1 入力 1 出力 (single input single output: SISO) システムでは外乱による出力の影響を抑えることができる．これが， $H_{\infty}$ 制御による外乱抑圧問題である．

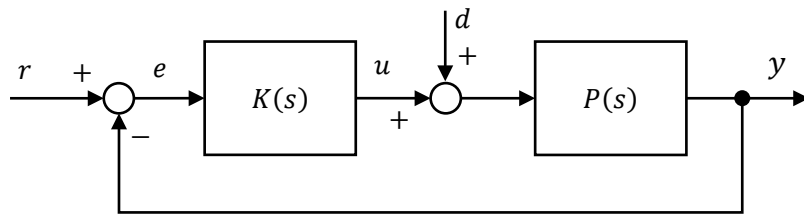


図 2.1 一般的なフィードバック系

### 2. 1. 2 感度関数と相補感度関数

前節では， $H_{\infty}$ 制御理論による外乱抑圧問題の考え方について解説した．実際には $H_{\infty}$ 制御理論では，感度問題，ロバスト安定問題，およびそれらを同時に考慮する混合感度問題も取り扱うことができる．本節では，それら考え方の基となる感度関数 (sensitivity function) と相補感度関数 (complementary sensitivity function) について解説する．

図 2.2 に外乱と観測ノイズを含むフィードバック系のブロック線図を示す．図 2.1 のシステムと同様に目標値を $r$ ，入力を $u$ ，出力を $y$ ，外乱を $d$ として，さらに，観測ノイズ $n$ が印加される．まず，目標値 $r$ から出力 $y$ までの伝達関数は

$$T(s) = \frac{P(s)K(s)}{1 + P(s)K(s)} \quad (2.5)$$

と表すことができ，これは相補感度関数と呼ばれる．上記の式からわかるように，相補感度関数 $T(s)$ が 1 となると出力と目標値が一致することがわかる．すなわち，1 に近づけば近づくほど目標に追従することがわかる．一方，目標値 $r$ から編差 $e$ までの伝達関数は

$$S(s) = \frac{1}{1 + P(s)K(s)} \quad (2.6)$$

となり，これは感度関数と呼ばれる．ここで，相補感度関数と感度関数の和を考えると

$$T(s) + S(s) = \frac{1 + P(s)K(s)}{1 + P(s)K(s)} = 1 \quad (2.7)$$

となり、2つの関数の合計が1になることがわかる。先程、相補感度関数が1になると出力が目標値と一致すると述べたように、式(2.7)の関係から相補感度関数が1になると感度関数は0になり、偏差 $e$ は0になることがわかる。外乱 $d$ から出力 $y$ までの伝達関数 $G_{yd}(s)$ は、式(2.2)及び感度関数を用いると

$$G_{yd}(s) = \frac{P(s)}{1 + P(s)K(s)} = P(s)S(s) \quad (2.8)$$

となる。すなわち、外乱を抑制するには感度関数のゲインを十分小さくする必要があることがわかる。また、観測ノイズ $n$ から出力 $y$ までの伝達関数 $G_{yn}(s)$ は

$$G_{yn}(s) = \frac{-P(s)K(s)}{1 + P(s)K(s)} = -T(s) \quad (2.9)$$

となるので、相補感度関数が1に近づくと観測ノイズの影響が大きくなることがわかる。式(2.7)で示した通り、相補感度関数と感度関数は合計が1になるため、外乱の影響を抑えるために感度関数を小さくすると相補感度関数が大きくなるため、観測ノイズの影響が大きくなる。逆に、観測ノイズの影響を抑えるために相補感度関数を小さくすると感度関数が大きくなるため、外乱の影響が大きくなる。すなわち、相補感度関数と感度関数の関係により、外乱抑圧性能と観測ノイズに対する耐性には相反関係があり、それらの性能を両立することはできない。ここで用いられるのが、前節の外乱抑圧問題で導入した周波数重み関数である。

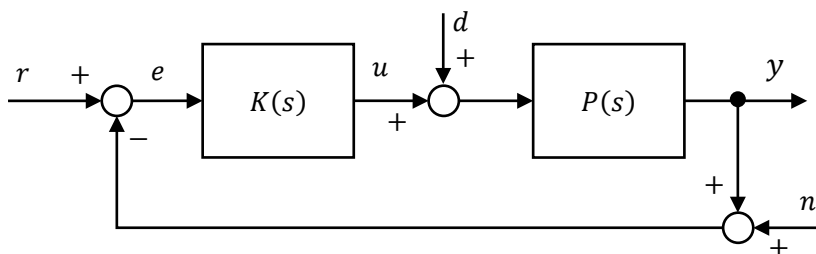


図 2.2 外乱と観測ノイズを含むフィードバック系

### 2. 1. 3 ロバスト安定化問題

$H_\infty$ 制御理論では、制御対象のプラントに変動が含まれる場合においても安定性を保証することが可能である。 $H_\infty$ 制御理論において摂動は、非構造的変動 (unstructured uncertainty) として扱い、代表的な非構造的変動である乗法的変動 (multiplicative perturbation) と加法的変動 (additive perturbation) がある。よって先ず、次節において、乗法的変動と加法的変動に関して解説する。

#### 2. 1. 3. 1 乗法的変動と加法的変動

乗法的変動と加法的変動について説明する。なお、以下において特に明言がない限り、1 入力 1 出力のシステムであるとする。

図 2.2 に乗法的変動を含むシステム  $\tilde{P}_M$  のブロック線図を示す。ブロック線図中の  $\Delta_M$  は乗法的変動であり、 $P$  は変動を含まないノミナルプラントである。ブロック線図から明らかなおり乗法的変動を含むシステムは

$$\tilde{P}_M = (1 + \Delta_M)P \quad (2.10)$$

であり、相対変動を表している。一方、図 2.3 に示されるのは加法的変動を含むシステム  $\tilde{P}_A$  のブロック線図である。ブロック線図中の  $\Delta_A$  は加法的変動であり、同様に加法的変動を含むシステムは

$$\tilde{P}_A = P + \Delta_A \quad (2.11)$$

と表される。このように加法的変動は絶対変動を示している。

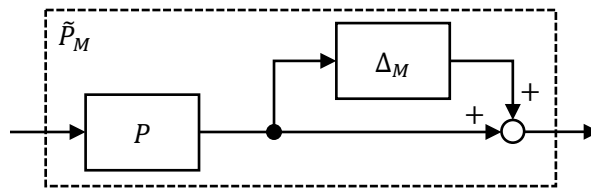


図 2.3 乗法的変動を含むシステム

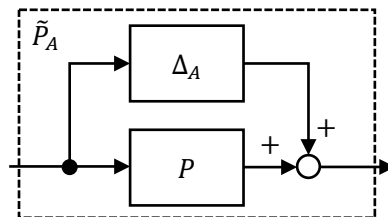


図 2.4 加法的変動を含むシステム

### 2. 1. 3. 2 小ゲイン定理

上記で解説した非構造的変動に対して，閉ループ系が内部安定となる制御器を求めるロバスト安定化問題（robust stabilization problem）を解くためには，重要となるのが小ゲイン定理（small gain theorem）である．

図 2.5 中に示される  $M$  は既知であるシステム， $\Delta$  は変動である．また， $M$  および  $\Delta$  は安定なプロパな伝達関数である．ここで，図 2.4 に示すシステムが内部安定となる必要十分条件は

$$\|\Delta\|_{\infty} \leq 1 \text{ のとき, } \|M\|_{\infty} < 1 \quad (2.12)$$

または

$$\|\Delta\|_{\infty} < 1 \text{ のとき, } \|M\|_{\infty} \leq 1 \quad (2.13)$$

である．この定理を具体的に解説すると，それぞれの  $H_{\infty}$  ノルムが 1 より小さくなれば，閉ループで周回するごとに減衰していくことを示し， $M$  および  $\Delta$  の  $H_{\infty}$  ノルムが 1 である場合には，減衰が起こらないため成り立たない．すなわち，1 より小さいことが重要であることに注意されたい．

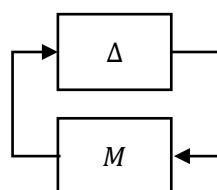


図 2.5 小ゲイン定理

### 2. 1. 3. 3 乗法的変動に対するロバスト安定化問題

前節での解説を踏まえ、非構造的な不確かさである乗法的変動と加法的変動に対してロバスト安定化問題を考える。図 2.6 に示されるのは変動を含むプラント  $\tilde{P}$  に対するフィードバック系である。なお、制御器は  $K(s)$ 、プラントへの入力を入力  $u$ 、目標値を  $r$ 、出力を  $y$  とする。図 2.6 に示される変動を含むプラント  $\tilde{P}$  が乗法的変動を含むプラント  $\tilde{P}_M$  である場合について考える。図 2.6 に示されるフィードバック系を乗法的変動  $\Delta_M$  が含まれるシステム (図 2.7) に変形する。なお、目標値  $r$  については、内部安定性に影響しないため、省略している。ここで、乗法的変動  $\Delta_M$  の出力  $w'$  から入力  $z'$  の伝達関数  $G'_{zw}$  を考えると

$$G'_{zw} = -\frac{PK}{1+PK} = -T \quad (2.14)$$

と表すことができ、図 2.8 に示すように相補感度関数  $T$  と乗法的変動  $\Delta_M$  を小ゲイン定理に適用することができる。すなわち、乗法的変動  $\Delta_M$  が

$$\|\Delta_M\|_\infty \leq 1 \quad (2.15)$$

と変動範囲が既知であれば、

$$\|T\|_\infty < 1 \quad (2.16)$$

の条件を満たす制御器  $K$  を見つける問題に帰着することができる。

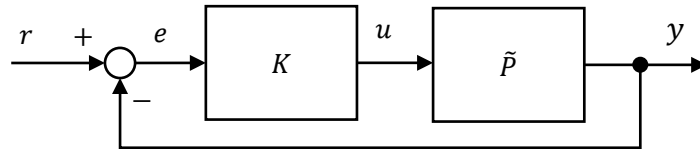


図 2.6 変動を含むプラントに対するネガティブフィードバック系

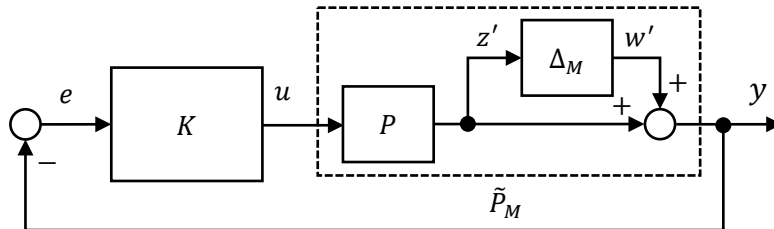


図 2.7 乗法的変動を含むプラントに対するネガティブフィードバック系



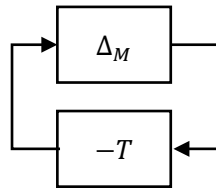


図 2.7 小ゲイン定理への適用

さらに、正規化された変動 $\Delta_N$ と変動の周波数特性を表す安定な伝達関数 $W_M$ を用いて乗法的変動 $\Delta_M$ を

$$\Delta_M = \Delta_N W_M \quad (2.17)$$

と定義する。当然ではあるが、正規化した変動 $\Delta_N$ は

$$\|\Delta_N\|_\infty \leq 1 \quad (2.18)$$

であるため、乗法的変動 $\Delta_M$ と変動の周波数特性を表す安定な伝達関数 $W_M$ には

$$|\Delta_M(j\omega)| \leq |W_M(j\omega)|, \quad \forall \omega \quad (2.19)$$

との関係が成り立つ。すなわち、伝達関数 $W_M$ は乗法的摂動 $\Delta_M$ を包括するように与えればよいことがわかる。

伝達関数 $W_M$ と正規化した変動 $\Delta_N$ を用いると図 2.7 で示されたブロック線図は、図 2.8 のように書き換えることができる。正規化された変動 $\Delta_N$ の出力 $w$ から入力 $z$ の伝達関数 $G_{zw}$ を考えると

$$G_{zw} = -\frac{W_M PK}{1 + PK} = -W_M T \quad (2.20)$$

となる。

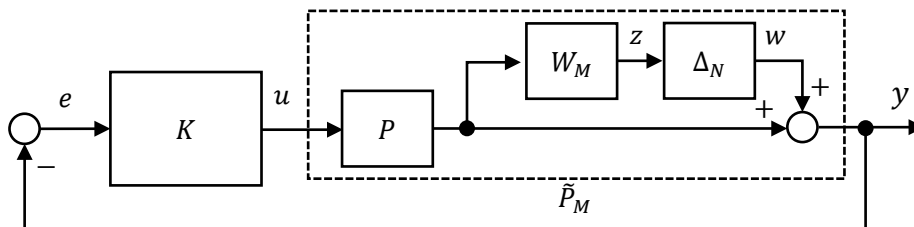


図 2.8 周波数重み関数を用いた乗法的変動を含むプラントに対するフィードバック系

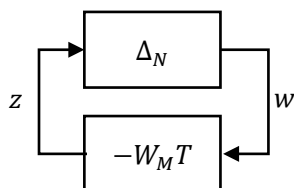


図 2.9 小ゲイン定理への適用

以上の関係から、図 2.8 のブロック線図は、図 2.9 のように変換することができる。変動  $\Delta_N$  は正規化されており、 $\|\Delta_N\|_\infty \leq 1$  であるため、小ゲイン定理より

$$\|W_M T\|_\infty < 1 \quad (2.21)$$

を満たすことができれば、いかなる変動  $\Delta_N$  に対して、フィードバック系の内部安定性を保証することが可能である。ここで式 (2.21) に関して以下のように変形する。

$$|T(j\omega)| < \frac{1}{|W_M(j\omega)|}, \quad \forall \omega \quad (2.22)$$

さらに、式 (2.19) より

$$|T(j\omega)| < \frac{1}{|W_M(j\omega)|} \leq \frac{1}{|\Delta_M(j\omega)|}, \quad \forall \omega \quad (2.23)$$

との関係が得られる。すなわち、乗法的変動  $\Delta_M$  の逆数  $1/\Delta_M$  よりも小さく整形された伝達関数  $W_M$  の逆数  $1/W_M$  よりも小さくなるように補感度関数  $T$  を抑える必要があるといえる。 $1/W_M$  が乗法的変動の逆数  $1/\Delta_M$  よりも大幅に小さく設定すれば、より保守的になるように、伝達関数  $W_M$  によって制御器の性能を調整することが可能である。当然ながら特定の周波数領域で保守的に、または鋭く設定することも可能である。これらの特性から伝達関数  $W_M$  は周波数重み関数 (frequency weighting function) と呼ばれる。式 (2.23) から見てもわかるように、乗法的変動の逆数  $1/\Delta_M$  よりも周波数重み関数の逆数  $1/W_M$  を大幅に小さくなるような保守的な設計を行うと相補感度関数  $T$  のノルムを低く抑える必要がある。2. 1. 2 節で述べた通り、相補感度関数  $T$  が 1 に近づくほど目標値への応答性が良くなり観測ノイズに弱くなる。逆に相補感度関数  $T$  が小さくなればなるほど応答性は悪化するが観測ノイズに強くなる。すなわち、ロバスト安定化問題において周波数重み関数の保守的な設計は、まさに制御性能を保守的にする要因となる。

2. 1. 3. 4 加法的変動に対するロバスト安定化問題

次に加法的変動においても乗法的な不確かさと同様にロバスト安定化問題について考える。図 2.6 に示される変動を含むプラント  $\tilde{P}$  が加法的変動  $\Delta_A$  を含むプラント  $\tilde{P}_A$  であるとする。ブロック線図は図 2.10 のように書き換えることができる。加法的変動  $\Delta_A$  の出力  $w'$  から入力  $z'$  の伝達関数  $G'_{zw}$  を考えると

$$G'_{zw} = -\frac{K}{1+PK} \tag{2.24}$$

と表すことができる。ここで、右辺を

$$T_S = \frac{K}{1+PK} \tag{2.25}$$

のように定義すると、図 2.11 に示すように  $T_S$  と加法的変動  $\Delta_A$  を小ゲイン定理に適用することができる。すなわち、乗法的変動の場合と同様に、加法的変動  $\Delta_A$  が

$$\|\Delta_A\|_\infty \leq 1 \tag{2.26}$$

と変動範囲が既知であれば

$$\|T\|_\infty < 1 \tag{2.27}$$

を満たす制御器  $K$  を見つける問題に帰着することができる。

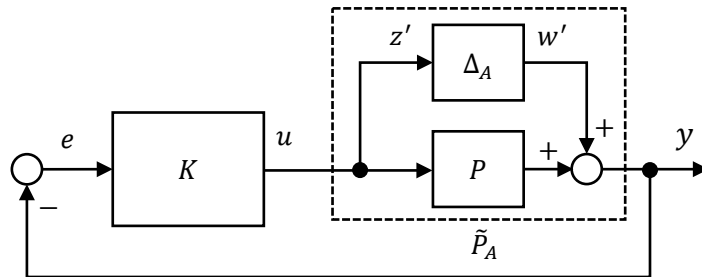


図 2.10 加法的変動を含むプラントに対するネガティブフィードバック系

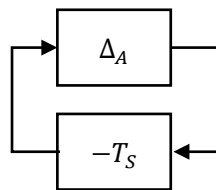


図 2.11 小ゲイン定理への適用

乗法的変動 $\Delta_M$ を含んだ場合と同様に、正規化された変動 $\Delta_N$ と変動の周波数特性を表す安定な伝達関数 $W_A$ を用いて加法的変動 $\Delta_A$ を

$$\Delta_A = \Delta_N W_A \quad (2.28)$$

と定義する。当然ではあるが、正規化した変動 $\Delta_N$ は

$$\|\Delta_N\|_\infty \leq 1 \quad (2.29)$$

であるため、加法的変動 $\Delta_A$ と変動の周波数特性を表す安定な伝達関数 $W_A$ には

$$|\Delta_A(j\omega)| \leq |W_A(j\omega)|, \quad \forall \omega \quad (2.30)$$

との関係が成り立つ。すなわち、伝達関数 $W_A$ は加法的変動 $\Delta_A$ を包括するように与えればよいことがわかる。

伝達関数 $W_A$ と正規化した変動 $\Delta_N$ を用いると図 2.10 で示されたブロック線図は、図 2.12 のように書き換えることができる。正規化された変動 $\Delta_N$ の出力 $w$ から入力 $z$ の伝達関数 $G_{zw}$ を考えると

$$G_{zw} = -\frac{W_A P K}{1 + P K} = -W_A T \quad (2.31)$$

となる。

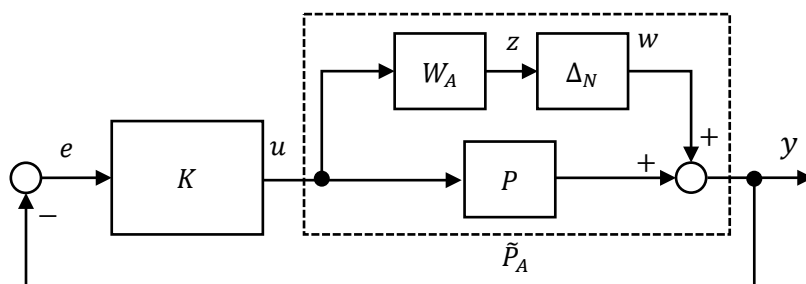


図 2.12 周波数重み関数を用いた加法的変動を含むプラントに対するフィードバック系

## 2. 1. 4 $H_\infty$ 制御器の設計

以上で解説から、 $H_\infty$ 制御理論では、周波数重み関数を用いて補償器**K**を導く制御理論であることがわかる。また、変動の定義の仕方、すなわち周波数重み関数をどこに配置するかで制御器の設計が大きく変化する。この章では、周波数重み関数を含めたプラントの合成方法などについて解説を行う。

### 2. 1. 4. 1 一般化プラント

$H_\infty$ 制御理論では、補償器**K**によって得られる制御入力**u** (control input) と観測出力**y** (measured output) の入出力を持つプラントに対し、外乱入力**w** (disturbance) と評価出力**z** (controlled output) を拡張した汎用モデルを用いる (図 2.13)。

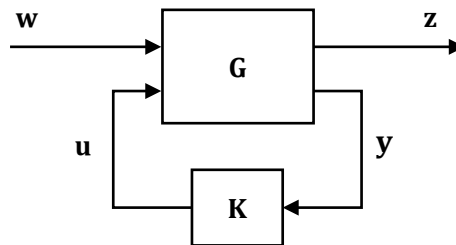


図 2.13 一般化プラント

その一般化されたフィードバック系を一般化プラント**G** (generalized plant) と呼称し、その入出力の関係は次式で表される。

$$\begin{bmatrix} \mathbf{z} \\ \mathbf{y} \end{bmatrix} = \mathbf{G} \begin{bmatrix} \mathbf{w} \\ \mathbf{u} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{G}_{11} & \mathbf{G}_{12} \\ \mathbf{G}_{21} & \mathbf{G}_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{w} \\ \mathbf{u} \end{bmatrix} \quad (2.32)$$

ここで、一般化プラント**G**では、補償器**K**が含まれないことに注意されたい。評価出力**z**と観測出力**y**は次式で表される。

$$\mathbf{z} = \mathbf{G}_{11}\mathbf{w} + \mathbf{G}_{12}\mathbf{u} \quad (2.33)$$

$$\mathbf{y} = \mathbf{G}_{21}\mathbf{w} + \mathbf{G}_{22}\mathbf{u} \quad (2.34)$$

ここで制御入力**u**は補償器**K**と観測出力**y**によって以下のように決定される。

$$\mathbf{u} = \mathbf{K}\mathbf{y} \quad (2.35)$$

上式を用いれば、観測出力**y**で整理できるので、式 (2.23) を

$$\mathbf{y} = \mathbf{G}_{21}\mathbf{w} + \mathbf{G}_{22}\mathbf{K}\mathbf{y}$$

$$\mathbf{y}(\mathbf{I} - \mathbf{G}_{22}\mathbf{K}) = \mathbf{G}_{21}\mathbf{w}$$

$$\mathbf{y} = \frac{\mathbf{G}_{21}}{\mathbf{I} - \mathbf{G}_{22}\mathbf{K}}\mathbf{w} \quad (2.36)$$

と変形することができる。よって、制御入力 $\mathbf{u}$ は

$$\mathbf{u} = \mathbf{K} \frac{\mathbf{G}_{21}}{\mathbf{I} - \mathbf{G}_{22}\mathbf{K}}\mathbf{w} \quad (2.37)$$

と表すことができる。これを式 (2.33) に代入すれば、

$$\mathbf{z} = \left( \mathbf{G}_{11} + \mathbf{G}_{12}\mathbf{K} \frac{\mathbf{G}_{21}}{\mathbf{I} - \mathbf{G}_{22}\mathbf{K}} \right) \mathbf{w} \quad (2.38)$$

が得られる。よって外乱入力 $\mathbf{w}$ 、評価出力 $\mathbf{z}$ の伝達関数を $\mathbf{G}_{zw}$ とすると

$$\mathbf{G}_{zw} = \mathbf{G}_{11} + \mathbf{G}_{12}\mathbf{K} \frac{\mathbf{G}_{21}}{\mathbf{I} - \mathbf{G}_{22}\mathbf{K}} \quad (2.39)$$

となる。外乱による制御器の影響を抑えるということは、外乱入力 $\mathbf{w}$ に対する評価出力 $\mathbf{z}$ が小さくなるような伝達関数 $\mathbf{G}_{zw}$ が設計できれば良い。つまり、 $H_\infty$ 制御理論ではこの伝達関数 $\mathbf{G}_{zw}$ の $H_\infty$ ノルムを小さくするように補償器 $\mathbf{K}$ を決定する問題である。このように $H_\infty$ 制御理論は、様々な問題を一般化プラントとして表現して制御器を設計する。まず、例として図 2.14 に示す外乱抑圧問題の場合を考える。この場合の一般化プラント $\mathbf{G}$ は、ノミナルプラント $\mathbf{P}$ に対し、ある周波数特性 $\mathbf{W}$ を有する外乱が入力されるシステムである。2. 1. 1 と同様に外乱入力 $\mathbf{w}$ から評価出力 $\mathbf{z}$ までの伝達関数 $\mathbf{G}_{zw}$ は、次式のように示される。

$$\mathbf{G}_{zw} = \frac{\mathbf{P}}{\mathbf{I} + \mathbf{P}\mathbf{K}}\mathbf{W} \quad (2.40)$$

式 (2.32) のように補償器 $\mathbf{K}$ を含まない一般化プラント $\mathbf{G}$ は

$$\begin{bmatrix} \mathbf{z} \\ \mathbf{y} \end{bmatrix} = \mathbf{G} \begin{bmatrix} \mathbf{w} \\ \mathbf{u} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{P}\mathbf{W} & -\mathbf{P} \\ \mathbf{P}\mathbf{W} & -\mathbf{P} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{w} \\ \mathbf{u} \end{bmatrix} \quad (2.41)$$

となる。ただし、ここで用いられる周波数重み関数 $\mathbf{W}$ （周波数特性）は、一般的に周波数領域で表される伝達関数によって設計されることが多い。しかしながら、それら伝達関数で表された要素を持つ行列で構成される一般化プラント $\mathbf{G}$ を用いて、 $H_\infty$ 制御を設計することはできないので、周波数重み関数 $\mathbf{W}$ は伝達関数表現で設計されたあと状態空間表現に変換し、一般化プラント $\mathbf{G}$ を構成する。そこで次項より、状態空間表現されたノミナルプラント $\mathbf{P}$ と周波数重み関数 $\mathbf{W}$ による一般化プラント $\mathbf{G}$ の導出について紹介する。

まず、制御対象のプラント  $\mathbf{P}$  を示す状態空間モデルと周波数重み関数  $\mathbf{W}$  を示す状態空間モデルを式 (2.42) から (2.45) に定義する.

$$\dot{\mathbf{x}}_p = \mathbf{A}_p \mathbf{x}_p + \mathbf{B}_p \mathbf{u}_p \quad (2.42)$$

$$\mathbf{y}_p = \mathbf{C}_p \mathbf{x}_p \quad (2.43)$$

$$\dot{\mathbf{x}}_w = \mathbf{A}_w \mathbf{x}_w + \mathbf{B}_w \mathbf{u}_w \quad (2.44)$$

$$\mathbf{y}_w = \mathbf{C}_w \mathbf{x}_w + \mathbf{D}_w \mathbf{u}_w \quad (2.45)$$

ここで、 $\mathbf{x}_p$  は制御対象のプラント  $\mathbf{P}$  の状態量、 $\mathbf{u}_p$  は制御対象のプラント  $\mathbf{P}$  の入力、 $\mathbf{y}_p$  は制御対象のプラント  $\mathbf{P}$  の出力、 $\mathbf{A}_p$ 、 $\mathbf{B}_p$ 、 $\mathbf{C}_p$  は制御対象のプラント  $\mathbf{P}$  の係数行列である。また、 $\mathbf{x}_w$  は周波数重み関数  $\mathbf{W}$  の状態量、 $\mathbf{u}_w$  は周波数重み関数  $\mathbf{W}$  の入力、 $\mathbf{y}_w$  は周波数重み関数  $\mathbf{W}$  の出力、 $\mathbf{A}_w$ 、 $\mathbf{B}_w$ 、 $\mathbf{C}_w$ 、 $\mathbf{D}_w$  は周波数重み関数  $\mathbf{W}$  の係数行列である。ここで、図 2.14 から式 (2.42) と (2.43) は次式のように変形することができる。

$$\dot{\mathbf{x}}_p = \mathbf{A}_p \mathbf{x}_p + \mathbf{B}_p (-\mathbf{u} + \mathbf{y}_w) \quad (2.46)$$

$$\mathbf{y} = \mathbf{C}_p \mathbf{x}_p \quad (2.47)$$

$$\mathbf{z} = \mathbf{C}_p \mathbf{x}_p \quad (2.48)$$

ここで式 (2.46) に式 (2.45) を代入すると

$$\dot{\mathbf{x}}_p = \mathbf{A}_p \mathbf{x}_p - \mathbf{B}_p \mathbf{u} + \mathbf{B}_p \mathbf{C}_w \mathbf{x}_w + \mathbf{B}_p \mathbf{D}_w \mathbf{u}_w \quad (2.49)$$

となる。図 2.14 から周波数重み関数  $\mathbf{W}$  の入力  $\mathbf{u}_w$  には  $\mathbf{w}$  が印加されるので一般化プラント  $\mathbf{G}$  の状態方程式は

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \mathbf{x}_p \\ \mathbf{x}_w \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{A}_p & \mathbf{B}_p \mathbf{C}_w \\ \mathbf{0} & \mathbf{A}_w \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{x}_p \\ \mathbf{x}_w \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -\mathbf{B}_p & \mathbf{B}_p \mathbf{D}_w \\ \mathbf{0} & \mathbf{B}_w \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{u} \\ \mathbf{w} \end{bmatrix} \quad (2.50)$$

$$\begin{bmatrix} \mathbf{y} \\ \mathbf{z} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{C}_p & \mathbf{0} \\ \mathbf{C}_p & \mathbf{0} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{x}_p \\ \mathbf{x}_w \end{bmatrix} \quad (2.51)$$

となる. 以上のように外乱抑圧問題の一般化プラントが導かれた. ここでは, 周波数重み関数を一つしか用いていないため, 単純に合成できたが, 周波数重み関数が複数の場所にある場合, 問題が複雑になり設計が難しくなることがわかる.

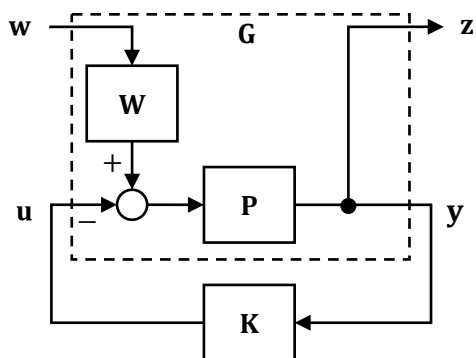


図 2.14 外乱抑圧問題の一般化プラント



### 2. 1. 4. 2 混合感度問題

前章では、外乱抑圧問題やロバスト安定化問題について解説した。しかし、実際にはロバスト安定性を保証しながら、外乱抑圧することが制御性能として求められる。そこで、感度関数と相補感度関数の 2 つの  $H_\infty$  ノルムが以下の条件となる補償器  $\mathbf{K}$  を決定する問題、混合感度問題 (mixed sensitivity problem) が用いられることが多い。

$$\|\mathbf{W}_S \mathbf{S}\|_\infty < 1 \quad (2.52)$$

$$\|\mathbf{W}_T \mathbf{T}\|_\infty < 1 \quad (2.53)$$

$H_\infty$  制御では独立した 2 つのノルムに対して補償器  $\mathbf{K}$  を決定することはできないので、式 (2.52) から (2.53) の条件は

$$\left\| \begin{bmatrix} \mathbf{W}_S \mathbf{S} \\ \mathbf{W}_T \mathbf{T} \end{bmatrix} \right\|_\infty < 1 \quad (2.54)$$

となる。混合感度問題の一般化プラントを図 2.15 に示す。ここで、外乱入力  $\mathbf{w}$  と評価出力  $\mathbf{z} = [\mathbf{z}_1 \quad \mathbf{z}_2]^T$  の関係は

$$\begin{bmatrix} \mathbf{z}_1 \\ \mathbf{z}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{W}_S \frac{\mathbf{I}}{\mathbf{I} + \mathbf{P}\mathbf{K}} \\ \mathbf{W}_T \frac{\mathbf{P}\mathbf{K}}{\mathbf{I} + \mathbf{P}\mathbf{K}} \end{bmatrix} \mathbf{w} \quad (2.55)$$

となるので、伝達関数  $\mathbf{G}_{zw}$  は

$$\mathbf{G}_{zw} = \begin{bmatrix} \mathbf{W}_S \frac{\mathbf{I}}{\mathbf{I} + \mathbf{P}\mathbf{K}} \\ \mathbf{W}_T \frac{\mathbf{P}\mathbf{K}}{\mathbf{I} + \mathbf{P}\mathbf{K}} \end{bmatrix} \quad (2.56)$$

である。つまり混合感度問題では、 $\|\mathbf{G}_{zw}\|_\infty < 1$  を満たす補償器  $\mathbf{K}$  を決定する。

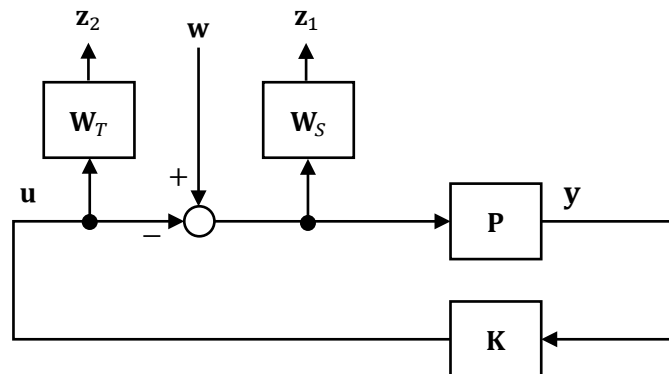


図 2.15 混合感度問題の一般化プラント

### 2. 1. 4. 3 修正混合感度問題

混合感度問題では、外乱抑圧問題とロバスト安定化問題を同時に満足する補償器 $\mathbf{K}$ を決定する問題であった。しかし、式 (2.56) に示される伝達関数 $\mathbf{G}_{zw}$ に着目すると制御対象のプラント $\mathbf{P}$ と補償器 $\mathbf{K}$ は必ず積として評価関数の中に存在するため、補償器 $\mathbf{K}$ を決定する際に極零相殺が生じる可能性がある。そこで、図 2.16 のようにブロック線図を変形して新たな一般化プラントを構築する。図 2.16 では、新たにセンサノイズなどを示す外乱入力 $\mathbf{w}_2$ が追加され、周波数重み関数 $\mathbf{W}_N$ が用いられる。このとき、外乱入力 $\mathbf{w} = [\mathbf{w}_1 \quad \mathbf{w}_2]^T$ と評価出力 $\mathbf{z} = [\mathbf{z}_1 \quad \mathbf{z}_2]^T$ の関係は

$$\begin{bmatrix} \mathbf{z}_1 \\ \mathbf{z}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{W}_S \frac{\mathbf{P}}{\mathbf{I} + \mathbf{PK}} & \mathbf{W}_N \mathbf{W}_S \frac{\mathbf{I}}{\mathbf{I} + \mathbf{PK}} \\ \mathbf{W}_T \frac{\mathbf{PK}}{\mathbf{I} + \mathbf{PK}} & \mathbf{W}_N \mathbf{W}_T \frac{\mathbf{K}}{\mathbf{I} + \mathbf{PK}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{w}_1 \\ \mathbf{w}_2 \end{bmatrix} \quad (2.57)$$

で与えられる。ここで伝達関数 $\mathbf{G}_{zw}$ は

$$\mathbf{G}_{zw} = \begin{bmatrix} \mathbf{W}_S \frac{\mathbf{P}}{\mathbf{I} + \mathbf{PK}} & \mathbf{W}_N \mathbf{W}_S \frac{\mathbf{I}}{\mathbf{I} + \mathbf{PK}} \\ \mathbf{W}_T \frac{\mathbf{PK}}{\mathbf{I} + \mathbf{PK}} & \mathbf{W}_N \mathbf{W}_T \frac{\mathbf{K}}{\mathbf{I} + \mathbf{PK}} \end{bmatrix} \quad (2.58)$$

である。つまり、 $\|\mathbf{G}_{zw}\|_\infty < 1$ を満たす補償器 $\mathbf{K}$ を決定する問題となるが、ここで式 (2.56) と式 (2.58) を比較すると、式 (2.58) の伝達関数行列の要素には、制御対象のプラント $\mathbf{P}$ と補償器 $\mathbf{K}$ の積以外を有しており、極零相殺が生じにくい構成となっていることがわかる。この一般化プラントを用いた問題は修正混合感度問題 (modified mixed sensitivity problem) と呼ばれ、 $H_\infty$ 制御理論において一般的に用いられることの多い一般化プラントの構成である。

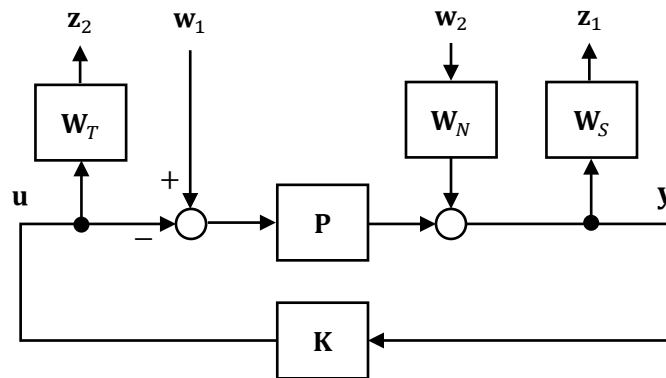


図 2.16 修正混合感度問題の一般化プラント

## 2.2 $\mu$ 設計法

前章では、 $H_\infty$ 制御理論について詳しく解説した。 $H_\infty$ 制御理論は優れたロバスト性を有しているが、不確かさを乗法的変動や加法的変動などの一つの変動に置き換えた非構造的変動のため、制御器が保守的になるという欠点があった。そこで、各パラメータの変動をここで扱い、 $H_\infty$ 制御器の保守性を抑えた制御器が $\mu$ 設計法である。

### 2.2.1 構造的変動

この章では、構造的変動について解説する。まず、図 2.17 に示されるシステムを考える。図 2.17 のシステムの変動 $\Delta_1$ 、 $\Delta_2$ を対角行列としてまとめて変形すると図 2.18 となる。

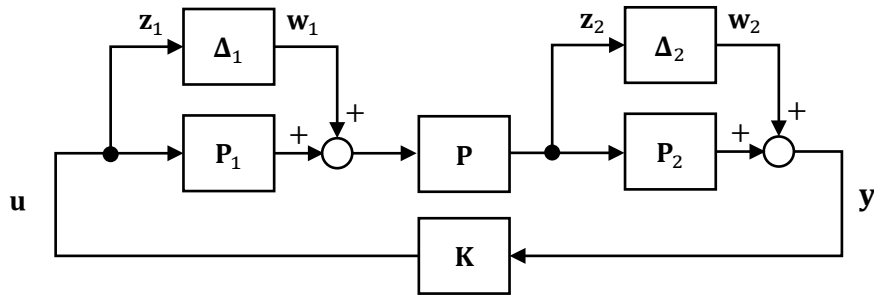


図 2.17 複数の変動を含むシステム

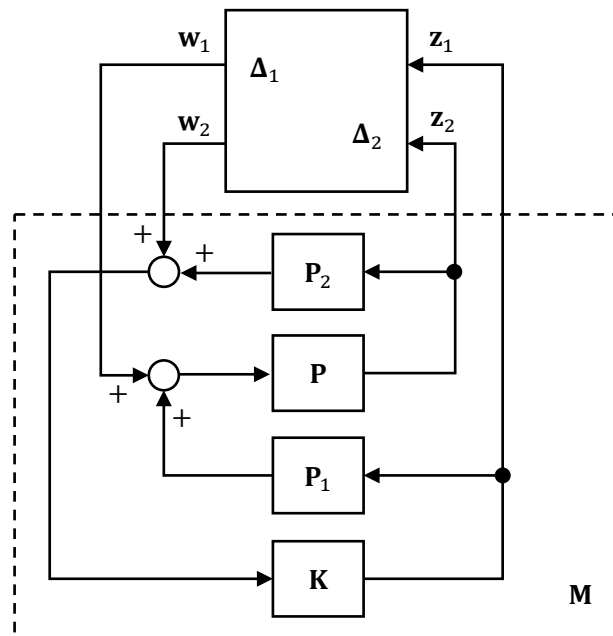


図 2.18 変動がまとめられたシステム

図 2.18 において，対角行列にまとめられた変動以外の要素を

$$\begin{bmatrix} \mathbf{z}_1 \\ \mathbf{z}_2 \end{bmatrix} = \mathbf{M} \begin{bmatrix} \mathbf{w}_1 \\ \mathbf{w}_2 \end{bmatrix} \quad (2.59)$$

とする．ここで，行列 $\mathbf{M}$ は

$$\mathbf{M} = \begin{bmatrix} \mathbf{K}\mathbf{P}_2(\mathbf{I} - \mathbf{P}\mathbf{P}_1\mathbf{K}\mathbf{P}_2)^{-1}\mathbf{P} & (\mathbf{I} - \mathbf{K}\mathbf{P}_2\mathbf{P}\mathbf{P}_1)^{-1}\mathbf{K} \\ (\mathbf{I} - \mathbf{P}\mathbf{P}_1\mathbf{K}\mathbf{P}_2)^{-1}\mathbf{P} & \mathbf{P}\mathbf{P}_1(\mathbf{I} - \mathbf{K}\mathbf{P}_2\mathbf{P}\mathbf{P}_1)^{-1}\mathbf{K} \end{bmatrix} \quad (2.60)$$

である．以上で得られた関係から図 2.18 の変動 $\Delta_1, \Delta_2$ を

$$\Delta_{\Delta} = \text{diag}(\Delta_1, \Delta_2, \dots, \Delta_i) \quad (2.61)$$

一般化し，図 2.19 のように構造的変動を表現することができる．

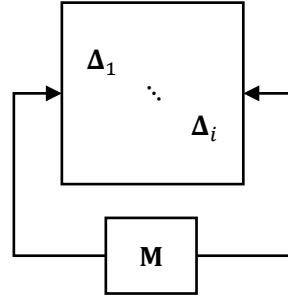


図 2.19 構造的変動

### 2. 2. 2 $\mu$ の定義

行列 $\mathbf{M} \in \mathbb{C}^{n \times n}$ に対して，構造化特異値 $\mu_{\Delta}(\mathbf{M})$ は式 (2.62) で定義される．ここで $\mathbb{C}^{n \times n}$ は $n$ 行 $n$ 列の複素数の行列を示す．

$$\mu_{\Delta}(\mathbf{M}) = \frac{1}{\min \left\{ \sigma_{\max}(\Delta) \mid \Delta \in \Delta_{\Delta}, \det(\mathbf{I} - \mathbf{M}\Delta) = 0 \right\}} \text{diag}(\Delta_1, \Delta_2, \dots, \Delta_i) \quad (2.62)$$

ここで， $\sigma_{\max}(\ )$ は最大特異値を示し， $\Delta$ は

$$\Delta = \text{diag}(\delta_1 \mathbf{I}_{r_1}, \dots, \delta_S \mathbf{I}_{r_S}, \Delta_1, \dots, \Delta_F), \quad \delta_i \in \mathbb{C}, \quad \Delta_j \in \mathbb{C}^{m_j \times m_j} \quad (2.63)$$

で定義される．また，式 (2.62) において $\det(\mathbf{I} - \mathbf{M}\Delta) = 0$ となる $\Delta \in \Delta_{\Delta}$ が存在しない場合は $\mu_{\Delta}(\mathbf{M}) := 0$ とする．

### 2. 2. 3 構造的摂動に対するロバスト安定化

構造的変動を持つシステムに対するロバスト安定性は、式 (2.64) に示す。

$$\mu_{\Delta}\{\mathbf{M}(j\omega)\} < 1, \forall \omega \quad (2.64)$$

ここで、 $\mathbf{M}$ は安定でプロパな伝達関数であり、図 2.20 に示される伝達関数 $\mathbf{G}$ と補償器 $\mathbf{K}$ で構成される閉ループ系で次式のように下側分数変換によって結合された伝達関数行列である。

$$\mathbf{M} = F_L(\mathbf{G}, \mathbf{K}) \quad (2.65)$$

以上のように、 $\mu$ 設計法におけるロバスト安定化問題では、 $\mathbf{M}$ の構造化特異値 $\mu$ を 1 以下に抑える補償器 $\mathbf{K}$ を設計する問題となる。

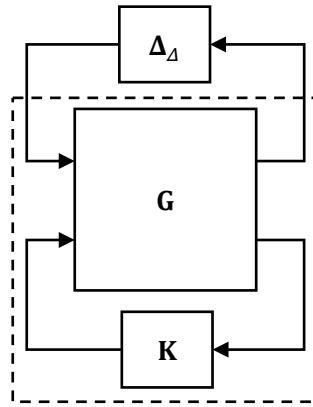


図 2.20 ロバスト安定化問題

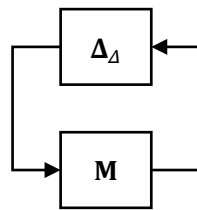


図 2.21 ロバスト安定化問題

## 2. 2. 4 ロバスト性能問題

$\mu$ 設計法が $H_\infty$ 制御理論と大きく異なる点として構造的変動を扱うことが可能であるということを紹介した。この構造的変動は、ロバスト安定性を保証する上で保守性を抑えるといった利点に加えて様々な利点を有する。それは、各々のパラメータ変動を非構造的な不確かさで置き換える必要がないことや、システムに不確かさが存在しても性能を可以保证できるといった点がある。ここで、システムに不確かさが存在した場合に性能を可以保证できるということは、ロバスト安定性とは異なるということについて注意されたい。 $H_\infty$ 制御理論で扱われる混合感度問題では、2. 1. 4. 2で説明した通り、次式の条件を満たす補償器 $\mathbf{K}$ を決定する。

$$\left\| \begin{bmatrix} \mathbf{W}_S \frac{\mathbf{I}}{\mathbf{I} + \mathbf{P}\mathbf{K}} \\ \mathbf{W}_T \frac{\mathbf{P}\mathbf{K}}{\mathbf{I} + \mathbf{P}\mathbf{K}} \end{bmatrix} \right\|_\infty < 1 \quad (2.66)$$

ここで上式における関数がノミナルなプラント $\mathbf{P}$ に対して与えられていることは明らかである。よって、式(2.66)においては変動などを含む不確かなプラント $\tilde{\mathbf{P}}$ に対して性能を保证していない。この不確かなプラント $\tilde{\mathbf{P}}$ に対して性能を保证する問題をロバスト性能問題と呼ぶ。つまり、ロバスト性能問題では

$$\left\| \begin{bmatrix} \mathbf{W}_S \frac{\mathbf{I}}{\mathbf{I} + \tilde{\mathbf{P}}\mathbf{K}} \\ \mathbf{W}_T \frac{\tilde{\mathbf{P}}\mathbf{K}}{\mathbf{I} + \tilde{\mathbf{P}}\mathbf{K}} \end{bmatrix} \right\|_\infty < 1 \quad (2.67)$$

の条件を満たす補償器 $\mathbf{K}$ を導く問題となる。ここで、不確かなプラント $\tilde{\mathbf{P}}$ が乗法的変動を有するとして

$$\tilde{\mathbf{P}} = (\mathbf{I} + \mathbf{W}_m \Delta_m) \mathbf{P} \quad (2.68)$$

で定義する。ここで、 $\Delta_m$ は次式を満たす安定な伝達関数である。

$$\|\Delta_m\|_\infty \leq 1 \quad (2.69)$$

ここで、図2.22に示されるシステムの場合、式(2.69)を満たす全ての $\Delta_m$ に対して、外乱入力 $\mathbf{d}$ から評価出力 $\mathbf{e}$ の $H_\infty$ ノルムを1以下にする補償器 $\mathbf{K}$ を導く問題となる。さらに、図2.23に示す構造的変動 $\Delta$ を含むシステムに対しても同様の問題として一般化できる。この問題を解くにあたって、重要となるのが構造的変動である。なぜなら、外乱入力 $\mathbf{d}$ から評価出力 $\mathbf{e}$ に対して仮想的な変動 $\Delta_{ed}$ を接続し、構造的変動に組み込むことで図2.24に示されるようにロバスト安定化問題に帰着することができる。すなわち、ロバスト性能問題において補償器 $\mathbf{K}$ を導く問題は

$$\mu_{\Delta rp}\{\mathbf{G}_{rp}(j\omega)\} < 1, \quad \forall \omega \quad (2.70)$$

となる。ここで $\mathbf{G}_{rp}$ は

$$\mathbf{G}_{rp} = F_L(\mathbf{G}, \mathbf{K}) \quad (2.71)$$

であり、仮想的な変動 $\Delta_{ed}$ が接続された構造的変動 $\Delta_{rp}$ は次式で定義される。

$$\Delta_{rp} := \begin{bmatrix} \Delta & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \Delta_{ed} \end{bmatrix} \quad (2.72)$$

以上のように、 $\mu$ 設計法では構造的変動を用いることで $H_\infty$ 制御理論における保守性を抑えると共に、ロバスト性能を保証することができる優れたロバスト制御理論である。しかしながら、本節における解説からも明らかなおとおり、設計手順は複雑で直観的に調整を行うことができないといった欠点がある。

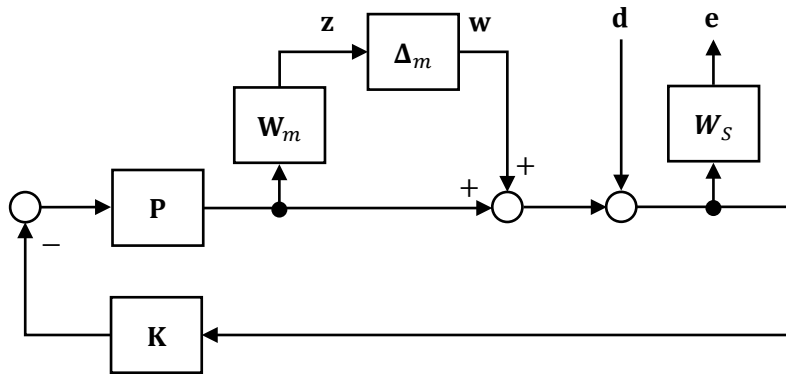


図 2.22 乗法的変動を含むプラントに対するロバスト性能問題

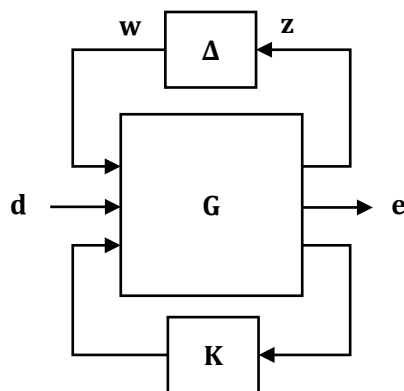


図 2.23 ロバスト性能問題

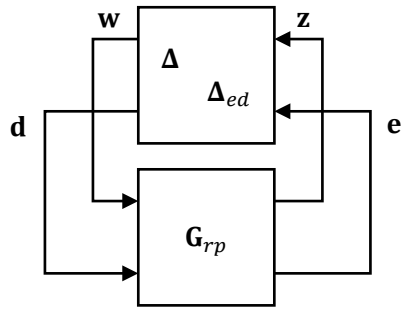


図 2.24 ロバスト安定化問題に帰着されたロバスト性能問題



### 2. 3 スライディングモード制御 (sliding mode control: SMC)

スライディングモード制御 (SMC) は、 $H_\infty$ 制御器や $\mu$ 設計法と大きく異なる構造を有しており、非常に単純な制御構造を有し、優れたロバスト性を有する制御である。本章では、まず基本的な SMC 制御構造について解説し、SMC が高いロバスト性を有する理由について解説する。

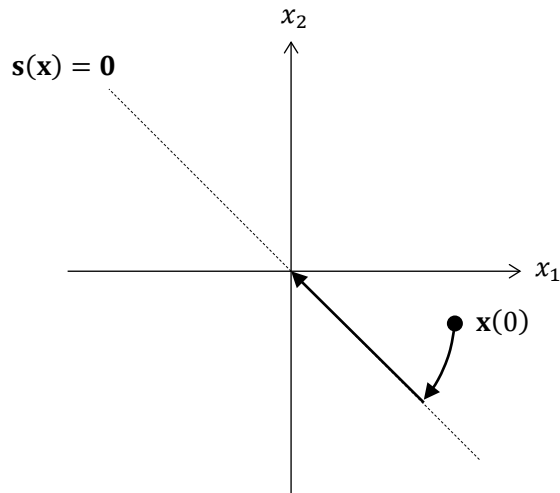


図 2.25 スライディングモード制御の概念

#### 2. 3. 1 スライディングモード制御の構造

スライディングモード制御 (SMC) の特徴的な部分は状態量を位相空間内の特定の軌跡に固定することである。SMC では図 2.25 に示すように位相空間内のある平面に沿いながら目標まで到達する。このように状態量を拘束する平面を超平面 (hyperplane) と呼び、この超平面上を移動しながら原点に向かう状態はスライディングモードと呼ばれる。次に具体的な SMC の制御構造について解説する。

本章で解説する SMC では、次式の連続時間における線形な状態方程式で表現されたシステムを用いる。

$$\dot{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{A}\mathbf{x}(t) + \mathbf{B}\mathbf{u}(t) \quad (2.73)$$

上式における $\mathbf{x}(t)$ は状態量、 $\mathbf{u}(t)$ は制御入力であり、 $\mathbf{x} \in \mathbf{R}^n$ 、 $\mathbf{u} \in \mathbf{R}^m$ である。SMC では上式に対して切換関数 $\sigma$ が定義される。

$$\sigma(\mathbf{x}) = \mathbf{s}(\mathbf{x}) \quad (2.74)$$

ここで、切換関数 $\sigma(\mathbf{x})$ は

$$\boldsymbol{\sigma}(\mathbf{x}) = [\sigma_1 \quad \sigma_2 \quad \cdots \quad \sigma_m]^T \quad (2.75)$$

である。また、超平面 $\mathbf{s}(\mathbf{x})$ は

$$\mathbf{s}(\mathbf{x}) = [\mathbf{s}_1^T \quad \mathbf{s}_2^T \quad \cdots \quad \mathbf{s}_m^T]^T \mathbf{x} \quad (2.76)$$

であり、 $\mathbf{s}(\mathbf{x})$ は次式で表現される関数 $L(\mathbf{x}, t)$ の導関数が負定になるよう決定される。

$$L(\mathbf{x}, t) = \frac{1}{2} \mathbf{s}^T(\mathbf{x}) \mathbf{s}(\mathbf{x}) \quad (2.77)$$

以上による切換関数 $\boldsymbol{\sigma}$ を用いて SMC の入力

$$\mathbf{u}(t) = \mathbf{u}_s [\text{sgn}(\sigma_1) \quad \text{sgn}(\sigma_2) \quad \cdots \quad \text{sgn}(\sigma_m)]^T \quad (2.78)$$

となる。 $\mathbf{u}_s$ は

$$\mathbf{u}_s = \text{diag}(u_{s1}, u_{s2}, \dots, u_{sm}) \quad (2.79)$$

である。また、式 (2.78) 中の $\text{sgn}(\ )$ は

$$\text{sgn } x = \begin{cases} 1, & x > 0 \\ 0, & x = 0 \\ -1, & x < 0 \end{cases} \quad (2.80)$$

で表される。このように、SMC は符号関数により制御入力が切り換る構造をしており、超平面近傍で入力が激しく切り換るチャタリングといった現象が発生する欠点の一つとなる。しかし、前章で解説した $H_\infty$ 制御器と $\mu$ 設計法と比較して、SMC は非常に単純な構造の制御手法であることがわかる。

### 2. 3. 2 スライディングモード制御のロバスト性

式 (2.73) のシステムに対してパラメータ変動 $\Delta\mathbf{A}(t)$ ,  $\Delta\mathbf{B}(t)$ , 及び外乱 $\mathbf{d}(\mathbf{x}, t)$ を含む以下のモデルについて考える.

$$\dot{\mathbf{x}}(t) = (\mathbf{A} + \Delta\mathbf{A}(t))\mathbf{x}(t) + (\mathbf{B} + \Delta\mathbf{B}(t))\mathbf{u}(t) + \mathbf{d}(\mathbf{x}, t) \quad (2.81)$$

ここで, システムに対する不確かさは, 入力と同じチャンネルに印加すると仮定, すなわちマッチング条件を満たすと仮定すれば, 式(2.81)は次式のように置き換えることができる.

$$\dot{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{A}\mathbf{x}(t) + \mathbf{B}\mathbf{u}(t) + \mathbf{h}(\mathbf{x}, t) \quad (2.82)$$

なお, パラメータ変動と外乱は以下のように定義しており,

$$\Delta\mathbf{A}(t)\mathbf{x}(t) = \mathbf{B}\mathbf{u}_A(t) \quad (2.83)$$

$$\Delta\mathbf{B}(t)\mathbf{u}(t) = \mathbf{B}\mathbf{u}_B(t) \quad (2.84)$$

$$\mathbf{d}(\mathbf{x}, t) = \mathbf{B}\mathbf{u}_{dis}(\mathbf{x}, t) \quad (2.85)$$

上式で表されたパラメータ変動と外乱から成る項 $\mathbf{h}(\mathbf{x}, t) \in \text{range}(\mathbf{B})$ を

$$\begin{aligned} \mathbf{h}(\mathbf{x}, t) &= \Delta\mathbf{A}(t)\mathbf{x}(t) + \Delta\mathbf{B}(t)\mathbf{u}(t) + \mathbf{d}(\mathbf{x}, t) \\ &= \mathbf{B}\mathbf{u}_A(t) + \mathbf{B}\mathbf{u}_B(t) + \mathbf{B}\mathbf{u}_{dis}(\mathbf{x}, t) \\ &= \mathbf{B}\mathbf{u}_h(\mathbf{x}, t) \end{aligned} \quad (2.86)$$

とする. 以上のシステムに対して, 状態量を切換超平面上に拘束することができたと仮定する. 切換超平面上に拘束できている状態では

$$\boldsymbol{\sigma}(\mathbf{x}) = \dot{\boldsymbol{\sigma}}(\mathbf{x}) = \mathbf{0} \quad (2.87)$$

となるので, 式 (2.82) を用いると

$$\dot{\boldsymbol{\sigma}}(\mathbf{x}) = \frac{\partial \boldsymbol{\sigma}}{\partial \mathbf{x}} (\mathbf{A}\mathbf{x}(t) + \mathbf{B}\mathbf{u}(t) + \mathbf{h}(\mathbf{x}, t)) = \mathbf{0} \quad (2.88)$$

となる. つまり, 超平面に拘束中の入力

$$\mathbf{u}(t) = -\left(\frac{\partial \mathbf{s}}{\partial \mathbf{x}} \mathbf{B}\right)^{-1} \frac{\partial \mathbf{s}}{\partial \mathbf{x}} (\mathbf{A}\mathbf{x}(t) + \mathbf{h}(\mathbf{x}, t)) \quad (2.89)$$

となる。ここで、式 (2.89) 得られた入力を式 (2.81) に印加すると次式のようなになる。

$$\begin{aligned} \dot{\mathbf{x}}(t) &= \mathbf{A}\mathbf{x}(t) + \mathbf{B}\mathbf{u}(t) + \mathbf{h}(\mathbf{x}, t) \\ &= \mathbf{A}\mathbf{x}(t) - \mathbf{B}\left(\frac{\partial \mathbf{s}}{\partial \mathbf{x}} \mathbf{B}\right)^{-1} \frac{\partial \mathbf{s}}{\partial \mathbf{x}} (\mathbf{A}\mathbf{x}(t) + \mathbf{h}(\mathbf{x}, t)) + \mathbf{h}(\mathbf{x}, t) \\ &= \mathbf{A}\mathbf{x}(t) - \mathbf{B}\left(\frac{\partial \mathbf{s}}{\partial \mathbf{x}} \mathbf{B}\right)^{-1} \frac{\partial \mathbf{s}}{\partial \mathbf{x}} \mathbf{A}\mathbf{x}(t) - \mathbf{B}\left(\frac{\partial \mathbf{s}}{\partial \mathbf{x}} \mathbf{B}\right)^{-1} \frac{\partial \mathbf{s}}{\partial \mathbf{x}} \mathbf{h}(\mathbf{x}, t) + \mathbf{h}(\mathbf{x}, t) \\ &= \left(\mathbf{I} - \mathbf{B}\left(\frac{\partial \mathbf{s}}{\partial \mathbf{x}} \mathbf{B}\right)^{-1} \frac{\partial \mathbf{s}}{\partial \mathbf{x}}\right) \mathbf{A}\mathbf{x}(t) + \left(\mathbf{I} - \mathbf{B}\left(\frac{\partial \mathbf{s}}{\partial \mathbf{x}} \mathbf{B}\right)^{-1} \frac{\partial \mathbf{s}}{\partial \mathbf{x}}\right) \mathbf{h}(\mathbf{x}, t) \end{aligned} \quad (2.90)$$

さらに、式 (2.86) を代入すると

$$\begin{aligned} \dot{\mathbf{x}}(t) &= \left(\mathbf{I} - \mathbf{B}\left(\frac{\partial \mathbf{s}}{\partial \mathbf{x}} \mathbf{B}\right)^{-1} \frac{\partial \mathbf{s}}{\partial \mathbf{x}}\right) \mathbf{A}\mathbf{x}(t) + \left(\mathbf{I} - \mathbf{B}\left(\frac{\partial \mathbf{s}}{\partial \mathbf{x}} \mathbf{B}\right)^{-1} \frac{\partial \mathbf{s}}{\partial \mathbf{x}}\right) \mathbf{B}\mathbf{u}_h(\mathbf{x}, t) \\ &= \left(\mathbf{I} - \mathbf{B}\left(\frac{\partial \mathbf{s}}{\partial \mathbf{x}} \mathbf{B}\right)^{-1} \frac{\partial \mathbf{s}}{\partial \mathbf{x}}\right) \mathbf{A}\mathbf{x}(t) \end{aligned} \quad (2.91)$$

となり、超平面に拘束されている場合は、外乱 $\mathbf{h}(\mathbf{x}, t)$ の影響を受けなくなることがわかる。これにより SMC は優れたロバスト性を有することがわかる。またスライディングモード状態にある場合、システムは式 (2.91) となることがわかる。

## 2. 4 インテグラルスライディングモード制御 (integral sliding mode control: SMC)

インテグラルスライディングモード制御 (ISMC) は, SMC と異なる切換関数によって, 制御対象のシステムを理想的な状態に拘束する制御である. 本章では, まず ISMC の制御構造について解説し, ISMC のロバスト性について解説する.

### 2. 4. 1 インテグラルスライディングモード制御の概要

インテグラルスライディングモード制御 (ISMC) と SMC の大きな違いは, 切換関数の構造にある. 後節で詳しく解説するが, ISMC では切換関数に新たに新たに  $\mathbf{z}(t)$  の項を追加する. この変数の追加によって, システムの初期位置が既知であれば, 初期状態からシステムを超平面に拘束することができる. すなわち, SMC では, 超平面までの到達を行う到達モードを経てスライディングモードへと移行するが, ISMC では, 初期状態からスライディングモードへと移行することができる. また, SMC ではスライディングモード中の挙動が超平面によって低次元化されたシステムに依存するが, ISMC ではそのような低次元化が行われない. ISMC によって超平面に拘束された場合に变化する運動は, 理想モデルと外乱などを含む実際のシステムの挙動の差によって表される誤差方程式にのみ作用し, 過渡応答に影響を与えない. すなわち, 外乱抑圧性能と過渡応答の性能を独立して調整することが可能である. 一方で SMC 由来の符号関数などを用いた制御入力を切り換える構造も踏襲されており, チャタリング等の入力が振動するといった問題も SMC と同様に存在する.

### 2. 4. 2 インテグラルスライディングモード制御の構造

ISMC は SMC で解説したパラメータや外乱を含むシステムの式 (2.82) から (2.86) を対象とするシステムとする. まず, ISMC では制御入力  $\mathbf{u}(t)$  を以下に示すように定義する.

$$\mathbf{u}(t) = \mathbf{u}_0(t) + \mathbf{u}_1(t) \quad (2.92)$$

ここで,  $\mathbf{u}_0(t)$  はパラメータ変動, 外乱の影響がない理想的な運動モデルに対する制御入力であり, 理想的な運動モデルに対して制御入力  $\mathbf{u}_0(t)$  が印加されている場合の状態量  $\mathbf{x}(t)$  は次式で表される.

$$\dot{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{A}\mathbf{x}(t) + \mathbf{B}\mathbf{u}_0(t) \quad (2.93)$$

式 (2.92) が示すように制御器の制御入力  $\mathbf{u}(t)$  は, 理想モデルに対する制御入力  $\mathbf{u}_0(t)$  と, パラメータ変動と外乱を含む項  $\mathbf{h}(\mathbf{x}, t)$  を抑制するための制御入力  $\mathbf{u}_1(t)$  によって構成される. ISMC における制御入力  $\mathbf{u}_1(t)$  を次式に示す.

$$\boldsymbol{\sigma}(\mathbf{x}, t) = [\sigma_1 \quad \sigma_2 \quad \cdots \quad \sigma_m]^T \quad (2.94)$$

$$\mathbf{u}_1(t) = -\mathbf{u}_s[\text{sgn}(\sigma_1) \quad \text{sgn}(\sigma_2) \quad \cdots \quad \text{sgn}(\sigma_m)]^T \quad (2.95)$$

ここで、 $\boldsymbol{\sigma}(\mathbf{x}, t)$ は切換関数、 $\mathbf{u}_s$ は正定な対角行列

$$\mathbf{u}_s = \text{diag}(u_{s1}, u_{s2}, \dots, u_{sm}) \quad (2.96)$$

である。また、外乱入力

$$\mathbf{u}_h(\mathbf{x}, t) = [u_{h1} \quad \cdots \quad u_{hm}]^T \quad (2.97)$$

の各要素の上下限は既知であるとし、行列 $\mathbf{u}_s$ の各要素 $u_{sj}$ は

$$u_{sj} \geq |u_{hj}(\mathbf{x}, t)|, \quad j = 1, 2, \dots, m \quad (2.98)$$

となるように決定する。また、式 (2.94) の切換関数 $\boldsymbol{\sigma}(\mathbf{x}, t)$ を次式で定義する。

$$\boldsymbol{\sigma}(\mathbf{x}, t) = \mathbf{s}(\mathbf{x}) - \mathbf{z}(t) \quad (2.99)$$

$$\mathbf{z}(t) = \int_0^t \frac{\partial \mathbf{s}}{\partial \mathbf{x}} (\mathbf{A}\mathbf{x}(\tau) + \mathbf{B}\mathbf{u}_0(\tau)) d\tau \quad (2.100)$$

このように ISMC では SMC と比較し、切換関数に新たに $\mathbf{z}(t)$ の項が追加されていることがわかる。ここで、初期値 $\mathbf{z}(0)$ は

$$\mathbf{z}(0) = \mathbf{s}(\mathbf{x}(0)) \quad (2.101)$$

と定義する。また、式 (2.99) の $\mathbf{s}(\mathbf{x})$ は

$$\mathbf{s}(\mathbf{x}) = [\mathbf{s}_1^T \quad \mathbf{s}_2^T \quad \cdots \quad \mathbf{s}_m^T]^T \mathbf{x}(t) \quad (2.102)$$

であり、一般的な SMC と同様に、次式で表現される関数 $L(\mathbf{x}, t)$ の導関数が負定になるよう決定される。

$$L(\mathbf{x}, t) = \frac{1}{2} \mathbf{s}^T(\mathbf{x}) \mathbf{s}(\mathbf{x}) \quad (2.103)$$

以上が、ISMC の基本的な制御構造である。

### 2. 4. 3 インテグラルスライディングモード制御のロバスト性

SMC と同様に、ISMC においても状態量が切換超平面上に拘束できている場合について考える。切換超平面上に拘束できている状態では

$$\boldsymbol{\sigma}(\mathbf{x}) = \dot{\boldsymbol{\sigma}}(\mathbf{x}) = \mathbf{0} \quad (2.104)$$

となるので、式 (2.99) は次式のように変形することができる。

$$\begin{aligned} \dot{\mathbf{s}}(\mathbf{x}) - \dot{\mathbf{z}}(t) &= \mathbf{0} \\ \frac{\partial \mathbf{s}}{\partial \mathbf{x}} (\mathbf{A}\mathbf{x}(t) + \mathbf{B}\mathbf{u}_0(t) + \mathbf{B}\mathbf{u}_1(t) + \mathbf{h}(\mathbf{x}, t)) - \frac{\partial \mathbf{s}}{\partial \mathbf{x}} (\mathbf{A}\mathbf{x}(t) + \mathbf{B}\mathbf{u}_0(t)) &= \mathbf{0} \\ \frac{\partial \mathbf{s}}{\partial \mathbf{x}} \mathbf{B}\mathbf{u}_1(t) + \frac{\partial \mathbf{s}}{\partial \mathbf{x}} \mathbf{h}(\mathbf{x}, t) &= \mathbf{0} \end{aligned} \quad (2.105)$$

ここで、パラメータ変動や外乱による入力は  $\mathbf{h}(\mathbf{x}, t) = \mathbf{B}\mathbf{u}_h(\mathbf{x}, t)$  で表現できると定義していることから、切換超平面上に拘束されている場合の制御入力  $\mathbf{u}_1(t)$  は

$$\mathbf{u}_1(t) = -\mathbf{u}_h(\mathbf{x}, t) \quad (2.106)$$

となる。これにより、状態量が切換超平面上に拘束されていれば、式 (2.82) で表現される外乱を含むシステムは

$$\begin{aligned} \dot{\mathbf{x}}(t) &= \mathbf{A}\mathbf{x}(t) + \mathbf{B}\mathbf{u}(t) + \mathbf{h}(\mathbf{x}, t) \\ &= \mathbf{A}\mathbf{x}(t) + \mathbf{B}\mathbf{u}_0(t) + \mathbf{B}\mathbf{u}_1(t) + \mathbf{B}\mathbf{u}_h(\mathbf{x}, t) \\ &= \mathbf{A}\mathbf{x}(t) + \mathbf{B}\mathbf{u}_0(t) \end{aligned} \quad (2.107)$$

と表現でき、式 (2.93) で示される理想モデルに制御入力  $\mathbf{u}_0(t)$  を印加したシステムと一致させることができる。すなわち、ISMC は外乱影響下においてもシステムの挙動を理想状態に近づけることができる。

上述のように、 $\mathbf{u}_0(t)$  の決定のために他の制御器を適用する必要性や SMC と同様に符号関数を用いるため、 $\mathbf{u}_1(t)$  のチャタリングは不可避である。ただし、チャタリングの問題に限定していえば、一般的な SMC と同様に飽和関数や平滑関数を用いる方法[Kawai16]や、切換関数  $\boldsymbol{\sigma}(\mathbf{x}, t)$  の値をフィードバックすることで、入力を連続とした非切換インテグラルスライディングモード制御 (Non-Switching Integral Sliding Mode Control: NSISMC) [Kawai18a, Kawai18b]が提案されている。NS-ISMC は、チャタリングを発生させることなく、特定の周波数領域で十分なロバスト性を確保することが可能であるが、制御器の特性が SMC よりも

従来のフィードバック制御器に近いことから，制御入力の飽和に配慮した設計が要求される．



### 3. 新しいロバスト制御手法の提案

本章では、従来のロバスト制御手法に代わって、実装や調整を容易に行うことが可能で、かつ入力の変動が考慮可能な新しいロバスト制御理論について解説する。提案する手法は、モデル予測制御 (model predictive control: MPC) の優れた実装、調整性を踏襲しながら、スライディングモード制御のように状態量を位相空間内で超平面に拘束し、ロバスト性を向上させた制御器である。よって、本章では、まずベースとなるモデル予測制御について解説し、その後、提案した新しいロバスト制御手法である拡張モデル予測制御について解説を行う。

#### 3. 1 モデル予測制御 (model predictive control: MPC)

MPC は、第 1 章でも述べた通り、化学プラントなどにおいて広く用いられている制御器である。PID 制御を始めとした従来のフィードバック制御器と異なり、多入力多出力系を容易に扱うことができ、入力などの制約を考慮できるなど、実際のシステムに適用するにあたって現実的な性能を有するため、適用が成功したといえる。一方で、逐次最適化計算を行うため、計算負荷が大きく、化学プラントなどの応答の遅いシステムに適用されてきた例が多いが、近年では電子計算機の著しい進歩により、応答の速いシステムに対する適用も現実的なものとなってきた。本章では、このような MPC の特徴や制御構造などについて解説を行う。

##### 3. 1. 1 モデル予測制御の基本原理解

これまで、MPC は直観的で容易な調整を可能とすると述べた。本章では、MPC の基本的な構造について解説し、優れた調整性を有する所以について解説する。図 3.1 に示すのが MPC の基本的な考え方である。対象とするシステムは、問題の単純化のため 1 入力 1 出力のシステムで、また離散時間におけるシステムであり、図 3.1 の  $k$  はある時間での時刻ステップである。制御器は、目標値 (command) に向かって追従するとして、目標値までの過渡応答を示す軌道として、参照軌道 (reference trajectory) が設定される。MPC では、内部の運動モデルを基に未来の時刻ステップ  $k + 1$  以降における状態量を予測し、参照軌道との誤差が最小となるような制御入力を予測する。MPC はこのような処理を毎時刻ステップで行い、入力を決定する。このとき設計者は、過渡応答を参照軌道によって整形することができ、時間に関する様々な関数を用いることが可能である。古典制御における PID 制御などでは、2 自由度制御器を用いて過渡応答を自由に設計することが可能であるが、過渡応答の整形には周波数領域で表現された伝達関数を用いる必要がある。この手法は、一部の多入力多出力のシステムにおいて適用が困難となる場合があり、時間領域で過渡応答を整形可能な MPC

と比較すると直観的な設計を行うことは難しい。このように MPC は従来のフィードバック制御と比較して優れた調整性能を有していることがわかる。

参照軌道と予測された状態量の誤差から決定される入力は次式に示される評価関数が最小となるように決定される。

$$V(k) = \sum_{i=H_w}^{H_p} \|\hat{\mathbf{x}}(k+i|k) - \mathbf{r}(k+i|k)\|_{\text{diag}(\mathbf{q}_Y(i))}^2 + \sum_{i=0}^{H_u-1} \|\hat{\mathbf{u}}_d(k+i|k)\|_{\text{diag}(\mathbf{r}_U(i))}^2 \quad (3.1)$$

ここで、 $H_p$ ,  $H_u$ ,  $H_w$  は、それぞれ、予測ホライズン、制御ホライズン、窓パラメータを表し、 $\mathbf{q}_Y(i)$  は  $k$  ステップ目の時刻から  $i$  ステップ先の偏差に対する重み行列、 $\mathbf{r}_U(i)$  は  $k$  ステップ目の時刻から  $i$  ステップ先の制御入力に対する重み行列を表している。 $\hat{\mathbf{x}}(k+i|k)$  は制御対象のシステムの状態量  $\mathbf{x}(k)$  の予測状態量、 $\mathbf{r}(k+i|k)$  は目標値までの参照軌道である。式 (3.1) 中の表現は次式で示される。

$$\|\alpha\|_{\beta}^2 = \alpha^T \beta \alpha \quad (3.2)$$

上式の表現は 2 次形式を示しており、式 (3.1) の評価関数が凸関数となることがわかる。よって、MPC では、逐次 2 次計画問題を解くことで入力を決定する。次章から、評価関数の具体的な定式化に関して解説する。

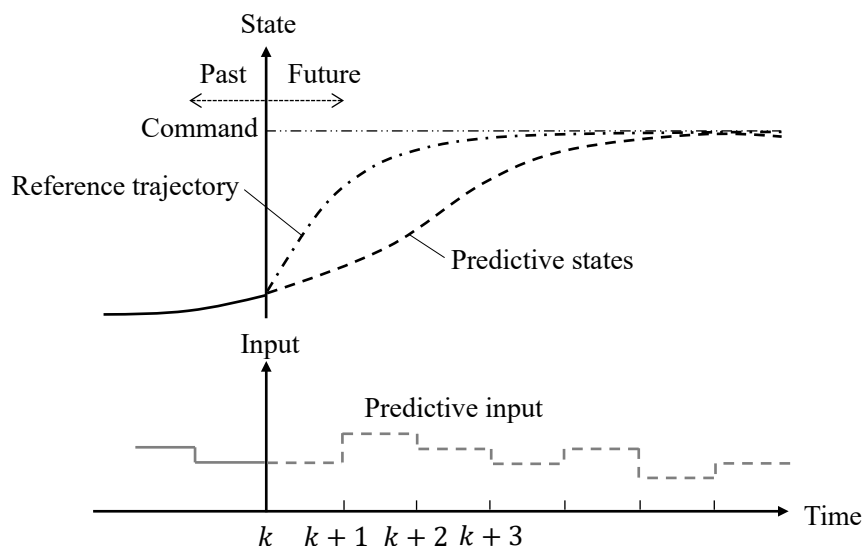


図 3.1 モデル予測制御の制御イメージ

### 3. 1. 2 予測式の定式化

MPC では、制御周期毎に最適化問題を解き制御入力を導出するため、次式に示す連続ステップ目の時刻における離散時間状態モデルを用いる。

$$\mathbf{x}(k+1) = \mathbf{A}_d \mathbf{x}(k) + \mathbf{B}_d \mathbf{u}_d(k) \quad (3.3)$$

ここで、ある時刻ステップ $k$ から1ステップ後の状態の予測量を $\hat{\mathbf{x}}(k+1|k)$ とし、時刻ステップ $k$ において予測入力 $\hat{\mathbf{u}}_d(k|k)$ を印加した場合の予測状態量 $\hat{\mathbf{x}}(k+1|k)$ は式(3.3)を用いると次式のようにあらわせる。

$$\hat{\mathbf{x}}(k+1|k) = \mathbf{A}_d \mathbf{x}(k) + \mathbf{B}_d \hat{\mathbf{u}}_d(k|k) \quad (3.4)$$

同様に、時刻ステップ $k$ から2ステップ後の状態の予測量 $\hat{\mathbf{x}}(k+2|k)$ は

$$\hat{\mathbf{x}}(k+2|k) = \mathbf{A}_d \hat{\mathbf{x}}(k+1|k) + \mathbf{B}_d \hat{\mathbf{u}}_d(k+1|k) \quad (3.5)$$

となる。式(3.5)は式(3.4)を用いると

$$\hat{\mathbf{x}}(k+2|k) = \mathbf{A}_d^2 \mathbf{x}(k) + \mathbf{A}_d \mathbf{B}_d \hat{\mathbf{u}}_d(k|k) + \mathbf{B}_d \hat{\mathbf{u}}_d(k+1|k) \quad (3.6)$$

と表すことができる。以上を用いるとある時刻ステップ $k$ から予測ホライズン $H_p$ ステップ後の状態の予測量を $\hat{\mathbf{x}}(k+H_p|k)$ は

$$\hat{\mathbf{x}}(k+H_p|k) = \mathbf{A}_d^{H_p} \mathbf{x}(k) + \mathbf{A}_d^{H_p-1} \mathbf{B}_d \hat{\mathbf{u}}_d(k|k) + \dots + \mathbf{B}_d \hat{\mathbf{u}}_d(k+H_p-1|k) \quad (3.7)$$

と表すことができる。入力の予測量は $\hat{\mathbf{u}}_d$ を用いているが、次式のような入力の変化量 $\Delta \hat{\mathbf{u}}_d(k+i|k)$ について考える。

$$\Delta \hat{\mathbf{u}}_d(k+i|k) = \hat{\mathbf{u}}_d(k+i|k) - \hat{\mathbf{u}}_d(k+i-1|k) \quad (3.8)$$

ここで、 $i$ は

$$0 \leq i \leq H_p - 1 \quad (3.9)$$

で示される。予測ホライズンまでの任意のステップを示す。また、制御ホライズン $H_u$ と予測ホライズン $H_p$ には

$$H_u \leq H_p \quad (3.10)$$

の関係があると仮定すると $\hat{\mathbf{u}}_d(k+i|k)$ は

$$\hat{\mathbf{u}}_d(k+i|k) = \begin{cases} \Delta\hat{\mathbf{u}}_d(k+i|k) + \dots + \Delta\hat{\mathbf{u}}_d(k|k) + \mathbf{u}_d(k-1), & i \leq H_u \\ \Delta\hat{\mathbf{u}}_d(k+H_u-i|k) + \dots + \Delta\hat{\mathbf{u}}_d(k|k) + \mathbf{u}_d(k-1), & i > H_u \end{cases} \quad (3.11)$$

と表すことができる．上式からも明らかなおり， $H_u \leq i \leq H_p - 1$ において予測入力 $\hat{\mathbf{u}}_d(k+i|k)$ は一定となることがわかる．以上で得られた入力を用いて式 (3.4) から (3.6) を変形すると

$$\begin{aligned} \hat{\mathbf{x}}(k+1|k) &= \mathbf{A}_d \mathbf{x}(k) + \mathbf{B}_d (\Delta\hat{\mathbf{u}}_d(k|k) + \mathbf{u}_d(k-1)) \\ \hat{\mathbf{x}}(k+2|k) &= \mathbf{A}_d^2 \mathbf{x}(k) + \mathbf{A}_d \mathbf{B}_d (\Delta\hat{\mathbf{u}}_d(k|k) + \mathbf{u}_d(k-1)) \\ &\quad + \mathbf{B}_d (\Delta\hat{\mathbf{u}}_d(k+1|k) + \Delta\hat{\mathbf{u}}_d(k|k) + \mathbf{u}_d(k-1)) \\ &= \mathbf{A}_d^2 \mathbf{x}(k) + (\mathbf{A}_d + \mathbf{I}) \mathbf{B}_d \Delta\hat{\mathbf{u}}_d(k|k) + \mathbf{B}_d \Delta\hat{\mathbf{u}}_d(k+1|k) \\ &\quad + (\mathbf{A}_d + \mathbf{I}) \mathbf{B}_d \mathbf{u}_d(k-1) \end{aligned} \quad (3.12)$$

となる． $H_u \leq i \leq H_p - 1$ において予測入力 $\hat{\mathbf{u}}_d(k+i|k)$ は一定となることを考慮して整理すると

$$\hat{\mathbf{x}}(k+i|k) = \begin{cases} \mathbf{A}_d^i \mathbf{x}(k) + (\mathbf{A}_d^{i-1} + \dots + \mathbf{A}_d + \mathbf{I}) \mathbf{B}_d \Delta\hat{\mathbf{u}}_d(k|k) \\ \quad + \dots + \mathbf{B}_d \Delta\hat{\mathbf{u}}_d(k+i-1|k) + (\mathbf{A}_d^{i-1} + \dots + \mathbf{A}_d + \mathbf{I}) \mathbf{B}_d \mathbf{u}_d(k-1), & i < H_u \\ \mathbf{A}_d^i \mathbf{x}(k) + (\mathbf{A}_d^{i-1} + \dots + \mathbf{A}_d + \mathbf{I}) \mathbf{B}_d \Delta\hat{\mathbf{u}}_d(k|k) \\ \quad + \dots + (\mathbf{A}_d^{i-H_u} + \dots + \mathbf{A}_d + \mathbf{I}) \mathbf{B}_d \Delta\hat{\mathbf{u}}_d(k+H_u-1|k) \\ \quad + (\mathbf{A}_d^{i-1} + \dots + \mathbf{A}_d + \mathbf{I}) \mathbf{B}_d \mathbf{u}_d(k-1), & i \geq H_u \end{cases} \quad (3.13)$$

と表現することができる．以上を用いて，ある時刻ステップ $k$ における窓パラメータ $H_w$ からステップから予測ホライズン $H_p$ ステップまでの状態の予測量をまとめたベクトル $\hat{\mathbf{X}}(k)$ は式 (3.14) に示されるように定義することができる．

$$\begin{aligned}
\begin{bmatrix} \hat{\mathbf{x}}(k + H_w | k) \\ \vdots \\ \hat{\mathbf{x}}(k + H_p | k) \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} \mathbf{A}_d^{H_w} \\ \vdots \\ \mathbf{A}_d^{H_p} \end{bmatrix} \mathbf{x}(k) + \begin{bmatrix} \sum_{j=0}^{n=H_w-1} \mathbf{A}_d^j \mathbf{B}_d \\ \vdots \\ \sum_{j=0}^{n=H_p-1} \mathbf{A}_d^j \mathbf{B}_d \end{bmatrix} \mathbf{u}_d(k-1) \\
&+ \begin{bmatrix} \sum_{j=0}^{n=H_w-1} \mathbf{A}_d^j \mathbf{B}_d & \cdots & \sum_{j=0}^{n=H_w-H_u} \mathbf{A}_d^j \mathbf{B}_d \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \sum_{j=0}^{n=H_p-1} \mathbf{A}_d^j \mathbf{B}_d & \cdots & \sum_{j=0}^{n=H_p-H_u} \mathbf{A}_d^j \mathbf{B}_d \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta \hat{\mathbf{u}}_d(k|k) \\ \vdots \\ \Delta \hat{\mathbf{u}}_d(k + H_u - 1|k) \end{bmatrix} \quad (3.14)
\end{aligned}$$

ここで、式 (3.14) におけるある時刻 $k$ ステップ目での1ステップ目から $H_u$ ステップまでの未来の入力変化量 $\Delta \hat{\mathbf{U}}(k)$ を

$$\Delta \hat{\mathbf{U}}(k) = \begin{bmatrix} \Delta \hat{\mathbf{u}}_d(k|k) \\ \vdots \\ \Delta \hat{\mathbf{u}}_d(k + H_u - 1|k) \end{bmatrix} \quad (3.15)$$

と定義し、また、目標値までの参照軌道を $\mathbf{R}(k)$ と次式のように定義する。

$$\mathbf{R}(k) = \begin{bmatrix} \mathbf{r}(k + H_w | k) \\ \vdots \\ \mathbf{r}(k + H_p | k) \end{bmatrix} \quad (3.16)$$

以上を用いて、式 (3.1) に示される評価関数は

$$V(k) = [\hat{\mathbf{X}}(k) - \mathbf{R}(k)]^T \mathbf{Q}_Y [\hat{\mathbf{X}}(k) - \mathbf{R}(k)] + \Delta \hat{\mathbf{U}}^T(k) \mathbf{R}_U \Delta \hat{\mathbf{U}}(k) \quad (3.17)$$

と書き換えることができる。式 (3.17) に示される $\mathbf{Q}_Y$ 、 $\mathbf{R}_U$ はそれぞれ状態量に関する重み行列、入力に関する重み行列であり、次式で表される。

$$\mathbf{Q}_Y = \text{diag}(\mathbf{q}_Y(H_w), \dots, \mathbf{q}_Y(H_p)) \quad (3.18)$$

$$\mathbf{R}_U = \text{diag}(\mathbf{r}_U(0), \dots, \mathbf{r}_U(H_u - 1)) \quad (3.19)$$

この重み行列は Linear Quadratic (LQ) 制御で知られる重み関数と同様にそれらの重みを変更することで、応答性や制御入力の大きさを調整することが可能である。外乱の周波数領域が既知である場合において、 $H_\infty$ 制御理論や $\mu$ 設計法のような周波数関数を整形するような重み関数ではないため、特定の周波数での挙動を抑制するといった周波数領域を考慮した設計は難しい。LQ 制御と異なる点として、 $k$ ステップ目の時刻から $i$ ステップ先までの重みを

それぞれ決定することが可能なため、調整パラメータが非常に多いように捉えられるが、必ずしも*i*ステップ毎に異なる重みを設定する必要は無く、初期の設計においてすべての重みを同じ値に設定しても良い。実際に後の章で解説する数値シミュレーションでは、各ステップで同じ重みを設定している。

以上、式 (3.17) で示す評価関数を解けば、最適な未来の入力変化量 $\Delta\hat{\mathbf{U}}(k)$ を導くことができる。実際に制御入力に用いるのは*k*ステップ目の時刻における制御入力のみであるので

$$\Delta\hat{\mathbf{u}}_d(k|k) = [\mathbf{I} \quad \mathbf{0} \quad \dots \quad \mathbf{0}]\Delta\hat{\mathbf{U}}(k) = \mathbf{L}_u\Delta\hat{\mathbf{U}}(k) \quad (3.20)$$

となる。したがって、ある*k*ステップ目の時刻における制御入力 $\mathbf{u}_d(k)$ は、次式で表現される。

$$\mathbf{u}_d(k) = \Delta\hat{\mathbf{u}}_d(k|k) + \mathbf{u}_d(k-1) \quad (3.20)$$

### 3. 2 拡張モデル予測制御 (extended model predictive control: EMPC)

我々が提案する拡張モデル予測制御 (EMPC) は MPC の優れた実装, 調整性を踏襲し, スライディングモード制御のように状態量を位相空間内で超平面に拘束し, ロバスト性を向上させた制御器である. よって, 本章では, 拡張モデル予測制御の特徴, 基本原理から, 外乱抑制の仕組みについて解説する.

#### 3. 2. 1 拡張モデル予測制御の特徴

拡張モデル予測制御 (EMPC) は, MPC と同様に内部モデルを用いることで入力によるシステムの未来の挙動を予測し, 入力を決定する. ゆえに内部モデルが正確ではない場合や未知外乱などの予測できない影響を含む場合は, 予測した挙動と実際の挙動が大きく異なり制御性能が劣化する恐れがある. ISMC では, 状態量を位相空間上の超平面に拘束することで, 対象のシステムが外乱を有していても超平面に拘束された状態であれば, 対象のシステムを理想的なモデルに拘束することができる. EMPC では, この ISMC の超平面に状態量を拘束してシステムを理想的なシステムとする特徴を利用することでロバスト性の向上を図る. よって EMPC は, MPC の特性と ISMC の特性を両方備える. ISMC の特徴を踏襲した EMPC は, マッチング条件を満足する外乱に対して高いロバスト性を有する. 一方で ISMC のように符号関数を用いた入力の切換構造を有していないため, チャタリングと呼ばれる状態量が超平面近傍を推移しているときに発生する入力の激しい振動などの現象が発生しない. SMC や ISMC の状態量を超平面に拘束して向上するロバスト性は, マッチング条件を満足する外乱に対してのみ外乱の影響を抑えることができる. EMPC は SMC や ISMC と同様に超平面を用いることでのロバスト性を向上させるため, マッチング条件を満足する外乱を対象としている. よって, マッチング条件を満足しない外乱, センサノイズなどの考慮することはできない. また, EMPC は逐次最適化計算を行うため, 計算負荷が通常の制御器と比較して大きくなるといった欠点がある. そのため, EMPC は, アクチュエータなどに用いられる低レイヤーの制御器には適していない. これらの欠点を有してはいるが, 理論の複雑化を抑えてロバスト性を向上させており, MPC と同様に直観的に制御器を調整できるといった利点を有している. また制約条件を考慮することができるので, アクチュエータの制約や状態量の制約を考慮して最適な入力を決定できる. MPC が非線形なシステムに容易に拡張できることが知られているように, EMPC も非線形なシステムに容易に拡張することが可能である. 超平面に拘束することで満足することが可能な ISMC のロバスト性が, アフィンシステムにおいて満足することが証明されており [Utkin96], EMPC にも同様に適用が可能である. ただし, 本論では解析性や計算負荷などの問題から線形時不変システムを取り扱う. 最後に, EMPC の利点と欠点についてまとめる.

#### 【利点 1】 マッチング条件を満たす外乱に対する高いロバスト性

SMC において, 状態量が位相空間内の超平面に拘束されている場合, 対象のシステムはマッチング条件を満足する外乱の影響を受けないことが知られている. EMPC におい

ても超平面に拘束されている場合はマッチング条件を満足する外乱の影響を受けないので、優れたロバスト性を有する。

**【利点 2】最適性を考慮することが可能**

MPC と同様に有限時間において、評価関数に基づいて逐次最適化入力決定される。

**【利点 3】制御理論が単純で理解が容易**

$H_\infty$ 制御理論は複雑で難解であるのに対し、EMPC は、SMC のように状態量を超平面に拘束するという単純な方法によってロバスト性を向上させているため、制御器の構造が単純で理解がしやすい。

**【利点 4】時間領域で目標値に対する過渡応答の整形が可能**

一般的に広く用いられる PID 制御器などでは、極位置などを確認し、数値シミュレーションで応答を確認しながら過渡応答を成型する。EMPC では、時間領域における参照軌道を設定することができるので、過渡応答を時間領域で直接設計が可能である。

**【利点 5】過渡応答と外乱抑圧性能を独立して設計可能**

EMPC は、SMC と異なり、超平面に拘束するための切換関数に新たな変数を設定している。その新たな変数によって外乱の抑圧性能を決定する超平面は理想的なシステムと外乱を含むシステムの状態量の差にのみ作用するため、過渡応答と独立して外乱抑圧性能を決定することが可能である。

**【利点 6】制御入力のチャタリング（振動）が発生しない**

SMC では、状態量を超平面に拘束するために符号関数を用いるため、超平面近傍で入力がチャタリングする欠点があった。一方、EMPC は状態量を超平面に拘束するために、符号関数などを用いないため、チャタリングが発生しない。

**【利点 7】到達モードの時間を抑制可能**

SMC において超平面に拘束されていない到達モードでは、マッチング条件を満たす外乱に対してもシステムは影響を受けてしまう。EMPC は初期値が既知であれば、初期状態から超平面に拘束することが可能である。

**【利点 8】制御入力や状態量に対する制約条件を考慮可能**

MPC と同様に、制約条件付きの最適化問題を解くことで考慮することができる。また、EMPC は過渡応答のための入力と外乱抑圧のための入力が分かれているため、アクチュエータの限られた入力の範囲でそれぞれに用いる入力の割合を制約によって分配することができる。

**【利点 9】非線形システムへの拡張が容易**

SMC において状態量を超平面に拘束することで得られるロバスト性は、アフィンシステムにおいても証明されている[Utkin96]。MPC も非線形なモデルを取り扱うことが可能なため、EMPC においても容易に非線形システムを取り扱う制御器に拡張することができる。



**【欠点1】 マッチング条件を満足しない外乱の保証ができない**

SMCのような状態量を超平面に拘束する手法は、マッチング条件を満足しない外乱に対しては有効ではないことが知られているように、EMPCにおいてもそれらの外乱に対応することができない。具体的には、センサノイズのような外乱に対して、影響を抑えることはできない。

**【欠点2】 計算負荷が大きい**

PID制御器のような一般的なフィードバック制御器と比較し、逐次最適化計算を解いて入力を決定するため、計算負荷が大きい。

### 3. 2. 2 拡張モデル予測制御の基本原理

拡張モデル予測制御 (EMPC) は、次式に示される MPC に対して切換関数の予測値  $\hat{\sigma}_d$  と入力  $\hat{\mathbf{u}}_d$  が拡張された評価関数に基づき入力  $\hat{\mathbf{u}}_d$  が決定される。

$$V(k) = \sum_{i=H_w}^{H_p} \left\| \begin{array}{c} \hat{\mathbf{x}}(k+i|k) - \mathbf{r}(k+i|k) \\ \hat{\sigma}_d(k+i|k) \end{array} \right\|_{\text{diag}(\mathbf{q}_Y(i), \mathbf{q}_\sigma(i))}^2 + \sum_{i=0}^{H_u-1} \left\| \begin{array}{c} \hat{\mathbf{u}}_{d0}(k+i|k) \\ \hat{\mathbf{u}}_{d1}(k+i|k) \end{array} \right\|_{\text{diag}(\mathbf{r}_{U0}(i), \mathbf{r}_{U1}(i))}^2 \quad (3.21)$$

ここで、 $\hat{\mathbf{u}}_{d0}(k+i|k)$  は参照軌道と状態量の誤差を最小にする制御入力、 $\hat{\mathbf{u}}_{d1}(k+i|k)$  は超平面に拘束するために切換関数が最小となるような制御入力である。また、 $H_p$ ,  $H_u$ ,  $H_w$  は、それぞれ、予測ホライズン、制御ホライズン、窓パラメータを表し、 $\mathbf{q}_Y(i)$ ,  $\mathbf{q}_\sigma(i)$  は  $k$  ステップ目の時刻から  $i$  ステップ先の偏差に対する重み行列、 $\mathbf{r}_{U0}(i)$ ,  $\mathbf{r}_{U1}(i)$  は  $k$  ステップ目の時刻から  $i$  ステップ先の制御入力に対する重み行列を表している。 $\hat{\mathbf{x}}(k+i|k)$  は、状態量  $\mathbf{x}(k)$  の予測状態量、 $\mathbf{r}(k+i|k)$  は目標値までの参照軌道、 $\hat{\sigma}_d(k+i|k)$  は離散化された切換関数  $\sigma_d$  の予測量である。このように EMPC では、図 3.2 に示されるように新たに切換関数  $\sigma_d$  の値を評価し、参照軌道へ追従させる入力を決定するとともに位相空間上の超平面に拘束するための入力を同時に決定する制御器である。EMPC の入力は、式 (3.21) から導かれた 2 つの入力  $\hat{\mathbf{u}}_{d0}(k)$ ,  $\hat{\mathbf{u}}_{d1}(k)$  を用いて次式のように決定される。

$$\hat{\mathbf{u}}_d(k) = \hat{\mathbf{u}}_{d0}(k) + \hat{\mathbf{u}}_{d1}(k) \quad (3.22)$$

ここで、式 (3.1) に示される MPC の評価関数と式 (3.21) に示される EMPC の評価関数を比較すると  $\hat{\mathbf{u}}_{d0}(k)$  は MPC で算出された入力と同等となることが評価関数の形からわかる。このように、MPC に対して新たに切換関数を評価値とした入力  $\hat{\mathbf{u}}_{d1}(k)$  が予測されることから、この新しい制御器を拡張モデル予測制御と呼ぶ。評価関数の構造を見ると明らかとなり、MPC を踏襲している EMPC は、MPC と同様の性質をいくつか有している。たとえば、設計・調整に関していえば MPC と同様に直感的かつ容易に行うことができるが、有限時間のみを考慮しているため、必ずしも閉ループ系の安定性は保証されない。しかし、MPC の安定性を保証する研究はいくつか提案されており [Keerthi88, Mayne00]、今後 EMPC に適用することも期待できる。なお、スライディングモデル予測制御 (Sliding Mode Predictive Control: SMPC) [Garcia-Gabin09, Garcia-Gabin05, Zhou00] は同様の発想から提案されたものだが、切換関数の最適化のみを目的としており、目標値に対する時間応答を明確に設計することは難しい。SMPC の場合、スライディングモードが生じている状態のシステムは、低次元化され切換超平面に依存した運動方程式となる。このことから SMPC は、時間応答に対する最適な入力を保証することが可能な EMPC とは大きく異なることがわかる。以上の通

り，本章では EMPC の基本的な制御概念について解説した．次章以降，EMPC が対象とするシステム，切換関数によるロバスト性向上の仕組み，予測式の定式化に関して解説を行う．

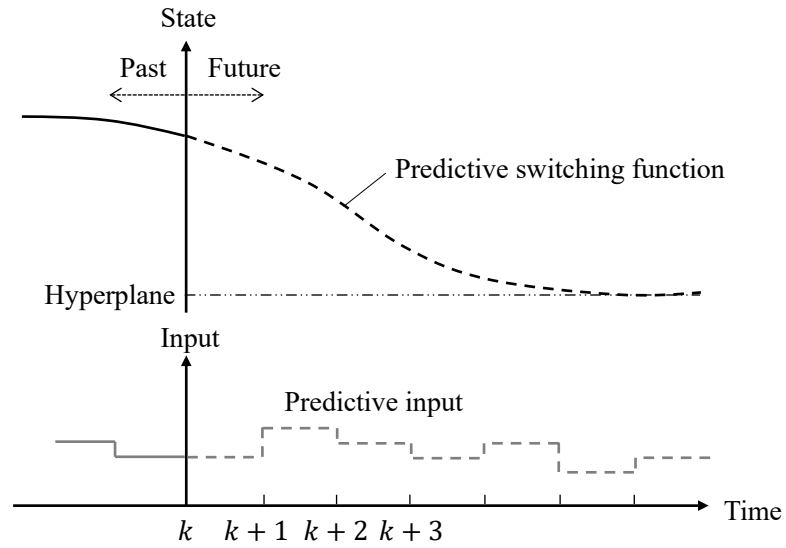


図 3.2 拡張モデル予測制御で新たに加えられた評価値のイメージ

### 3. 2. 3 問題設定

本章では，ロバスト性向上のメカニズムを解説する前に EMPC が取り扱うシステムに関して解説を行う．前節で解説した通り，EMPC では非線形なシステムを取り扱うことも可能であるが，本論文では，解析性などの観点から，次の離散時間における状態方程式で表現された線形時不変の運動モデルを取り扱う．

$$\mathbf{x}(k+1) = \mathbf{A}_d \mathbf{x}(k) + \mathbf{B}_d \mathbf{u}_d(k) \quad (3.23)$$

$\mathbf{x} \in \mathbf{R}^n$ ， $\mathbf{u}_d \in \mathbf{R}^m$ である．ただし，実際のシステムにおいては不確かさが影響するため，式(3.23)のモデルに対して，パラメータ変動 $\Delta \mathbf{A}_d(k)$ ， $\Delta \mathbf{B}_d(k)$ ，及び外乱 $\mathbf{d}_d(\mathbf{x}, k)$ を含む以下のモデルについて考える．

$$\mathbf{x}(k+1) = (\mathbf{A}_d + \Delta \mathbf{A}_d(k))\mathbf{x}(k) + (\mathbf{B}_d + \Delta \mathbf{B}_d(k))\mathbf{u}_d(k) + \mathbf{d}_d(\mathbf{x}, k) \quad (3.24)$$

ここで，システムに対する不確かさは，入力と同じチャンネルに印加すると仮定，すなわちマッチング条件を満たすと仮定すれば，式(3.24)は次式のように置き換えることができる．

$$\mathbf{x}(k+1) = \mathbf{A}_d \mathbf{x}(k) + \mathbf{B}_d \mathbf{u}_d(k) + \mathbf{h}_d(\mathbf{x}, k) \quad (3.25)$$

なお，パラメータ変動と外乱は以下のように定義しており，

$$\Delta \mathbf{A}_d(k)\mathbf{x}(k) = \mathbf{B}_d \mathbf{u}_{Ad}(k) \quad (3.26)$$

$$\Delta \mathbf{B}_d(k)\mathbf{u}_d(k) = \mathbf{B}_d \mathbf{u}_{Bd}(k) \quad (3.27)$$

$$\mathbf{d}_d(\mathbf{x}, k) = \mathbf{B}_d \mathbf{u}_{adis}(\mathbf{x}, k) \quad (3.28)$$

上式で表されたパラメータ変動と外乱から成る項 $\mathbf{h}(\mathbf{x}, t) \in \text{range}(\mathbf{B})$ を

$$\begin{aligned} \mathbf{h}_d(\mathbf{x}, k) &= \Delta \mathbf{A}_d(k)\mathbf{x}(k) + \Delta \mathbf{B}_d(k)\mathbf{u}_d(k) + \mathbf{d}_d(\mathbf{x}, k) \\ &= \mathbf{B}_d \mathbf{u}_{Ad}(k) + \mathbf{B}_d \mathbf{u}_{Bd}(k) + \mathbf{B}_d \mathbf{u}_{adis}(\mathbf{x}, k) \\ &= \mathbf{B}_d \mathbf{u}_{hd}(\mathbf{x}, k) \end{aligned} \quad (3.29)$$

として定義する．

### 3. 2. 4 ロバスト性向上のメカニズム

EMPC の入力は、式 (3.22) に示す通り

$$\mathbf{u}_d(k) = \mathbf{u}_{d0}(k) + \mathbf{u}_{d1}(k) \quad (3.30)$$

で決定される。ここでは、実際に評価関数を用いて予測された入力が入力がシステムに印加されたとして、予測値 $\hat{\mathbf{u}}_{d0}(k)$ 、 $\hat{\mathbf{u}}_{d1}(k)$ ではなく、実際に入力した力として $\mathbf{u}_{d0}(k)$ および $\mathbf{u}_{d1}(k)$ で再度定義する。ここで、外乱入力 $\mathbf{h}_d(\mathbf{x}, k)$ が 0 の場合、すなわち理想状態のシステムは

$$\mathbf{x}(k+1) = \mathbf{A}_d \mathbf{x}(k) + \mathbf{B}_d \mathbf{u}_d(k) \quad (3.31)$$

である。上記の理想的なシステムに対して制御入力 $\mathbf{u}_{d0}(k)$ が印加された場合の状態ベクトルは

$$\mathbf{x}(k+1) = \mathbf{A}_d \mathbf{x}(k) + \mathbf{B}_d \mathbf{u}_{d0}(k) \quad (3.32)$$

となる。また、切換関数 $\sigma_d(\mathbf{x}, k)$ を

$$\sigma_d(k) = \mathbf{s}_d \mathbf{x}(k) - \mathbf{z}_d(k) \quad (3.33)$$

と定義する。ここで、切換関数 $\sigma(k)$ の第 1 項である $\mathbf{s}_d = [\mathbf{s}_{d1}^T \ \mathbf{s}_{d2}^T \ \cdots \ \mathbf{s}_{dn}^T]^T$ は、一般的な SMC と同様に、次式で表現される関数 $L(\mathbf{x}, t)$ の導関数が負定になるよう決定される超平面である。

$$L(\mathbf{x}) = (\mathbf{s}_d \mathbf{x}(t))^T \mathbf{s}_d \mathbf{x}(t) / 2 \quad (3.34)$$

また、切換関数 $\sigma_d(k)$ の第 2 項である $\mathbf{z}_d(k)$ は

$$\mathbf{z}_d(k+1) = \mathbf{z}_d(k) + \mathbf{s}_d (\mathbf{A}_d \mathbf{x}(k) + \mathbf{B}_d \mathbf{u}_{d0}(k) - \mathbf{x}(k)) \quad (3.35)$$

と定義され、初期条件は

$$\mathbf{z}_d(0) = \mathbf{s}_d \mathbf{x}(0) \quad (3.36)$$

で与えられる。このように EMPC では、切換関数 $\mathbf{z}_d$ を導入することで、制御対象の初期値が既知であれば、初期状態からスライディングモード状態とすることが可能である。 $\mathbf{z}_d(k)$ 内で計算される理想的な運動モデルの状態量と実際のシステムの状態量 $\mathbf{x}(k)$ に差がある場合は、誤差の状態量の位相空間において設計した超平面 $\mathbf{s}_d$ 上をすべるように状態量の誤差が 0 となるように推移する。すなわち、超平面 $\mathbf{s}_d$ は理想的な運動モデルの状態量と実際のシステムの状態量 $\mathbf{x}(k)$ の誤差方程式に対して運動を決定でき、超平面 $\mathbf{s}_d$ は過渡応答の設計に影響しない。

いま、式 (3.33) で定義した切換関数によって、状態量を切換超平面上に拘束することができたと仮定する。状態量が超平面上に拘束されている場合の切換関数 $\sigma_d$ は

$$\sigma_d(k) = \sigma_d(k+1) - \sigma_d(k) = \mathbf{0} \quad (3.37)$$

となる。ここで、式 (3.25) と式 (3.35) を用いて変形すると

$$\begin{aligned} \sigma_d(k+1) - \sigma_d(k) &= \mathbf{s}_d \mathbf{x}(k+1) - \mathbf{z}_d(k+1) - (\mathbf{s}_d \mathbf{x}(k) - \mathbf{z}_d(k)) \\ &= \mathbf{s}_d ((\mathbf{A}_d - \mathbf{I}_n) \mathbf{x}(k) + \mathbf{B}_d \mathbf{u}_{d0}(k) + \mathbf{B}_d \mathbf{u}_{d1}(k) + \mathbf{h}_d(\mathbf{x}, k)) - \mathbf{z}_d(k+1) + \mathbf{z}_d(k) \\ &= \mathbf{s}_d \mathbf{B}_d \mathbf{u}_{d1}(k) + \mathbf{s}_d \mathbf{h}_d(\mathbf{x}, k) \end{aligned} \quad (3.38)$$

となる。 $\mathbf{s}_d \mathbf{B}_d$ は正則で逆行列が存在すると定義し、式 (3.29) の条件を用いると

$$\begin{aligned} \mathbf{s}_d \mathbf{B}_d \mathbf{u}_{d1}(k) + \mathbf{s}_d \mathbf{h}_d(\mathbf{x}, k) &= \mathbf{0} \\ \mathbf{s}_d \mathbf{B}_d \mathbf{u}_{d1}(k) + \mathbf{s}_d \mathbf{B}_d \mathbf{u}_{hd}(\mathbf{x}, k) &= \mathbf{0} \\ \mathbf{u}_{d1}(k) &= -\mathbf{u}_{hd}(\mathbf{x}, k) \end{aligned} \quad (3.39)$$

となる。これにより、状態量が切換超平面上に拘束されていれば、式 (3.25) で表現される外乱を含むシステムは

$$\begin{aligned} \mathbf{x}(k+1) &= \mathbf{A}_d \mathbf{x}(k) + \mathbf{B}_d \mathbf{u}_{d0}(k) + \mathbf{B}_d \mathbf{u}_{d1}(k) + \mathbf{B}_d \mathbf{u}_{hd}(\mathbf{x}, k) \\ &= \mathbf{A}_d \mathbf{x}(k) + \mathbf{B}_d \mathbf{u}_{d0}(k) \end{aligned} \quad (3.40)$$

と表現することができ、式 (3.32) で理想モデルに制御入力 $\mathbf{u}_{d0}(k)$ を印加したシステムと一致させることができる。すなわち、EMPCは外乱影響下においてもシステムの挙動を理想状態に近づけることができる。インテグラルスライディングモード制御 (ISMC) では、 $\mathbf{u}_{d0}(k)$ の決定のために他の制御器を適用する必要性や $\mathbf{u}_{d1}(k)$ の決定にSMCと同様に符号関数を用いるため、チャタリングなどの問題があった。拡張モデル予測制御は切換関数から超平面に拘束するといったSMCやISMCのアイデアを取り入れているが、符号関数などの制御構造を有していないことからこれらの問題は一切発生しない。以上のようにEMPCはSMCやISMCと比較しても優れた特性を有していることがわかる。

### 3. 2. 5 予測式の定式化

本章では、式 (3.21) で示される EMPC の評価関数を解くため、切換関数や各状態量の予測式の具体的な定式化を行う。まず、 $k$ ステップ目の時刻から $i$ ステップ先の状態量の予測値 $\hat{\mathbf{x}}(k+i|k)$ は、次式で表すことができる。

$$\begin{aligned}\hat{\mathbf{x}}(k+i|k) &= \mathbf{A}_d \hat{\mathbf{x}}(k+i-1|k) + \mathbf{B}_d \hat{\mathbf{u}}_{d0}(k+i-1|k) \\ &= \mathbf{A}_d^i \mathbf{x}(k) + \mathbf{A}_d^{i-1} \mathbf{B}_d \hat{\mathbf{u}}_{d0}(k|k) + \cdots + \mathbf{B}_d \hat{\mathbf{u}}_{d0}(k+i-1|k)\end{aligned}\quad (3.41)$$

ここで、状態量はすべて測定できると仮定し、 $\mathbf{x}(k) = \hat{\mathbf{x}}(k|k)$ としている。予測状態量 $\hat{\mathbf{x}}(k+i|k)$ は、外乱影響のない理想モデルに対して、 $\hat{\mathbf{u}}_{d0}(k+i-1|k)$ が印加されたときの状態を予測するものであり、現在の状態量 $\mathbf{x}(k)$ から制御対象が理想モデルである場合の最適な入力を算出するための予測値である。次に、離散時間における切換関数[長島 06]の予測量を次式に示す。

$$\hat{\boldsymbol{\sigma}}_d(k+i|k) = \mathbf{s}_d \hat{\mathbf{x}}_s(k+i|k) - \hat{\mathbf{z}}_d(k+i|k) \quad (3.42)$$

$$\hat{\mathbf{z}}_d(k+i|k) = \mathbf{s}_d \hat{\mathbf{x}}_n(k+i|k) \quad (3.43)$$

上式の $\hat{\mathbf{x}}_s(k+i|k)$ は制御入力 $\hat{\mathbf{u}}_{d0}(k+i-1|k)$ を印加したシステムの予測状態量、 $\hat{\mathbf{z}}_d(k+i|k)$ は $\mathbf{x}_n(0) = \mathbf{x}(0)$ としたシステムの予測状態量 $\hat{\mathbf{x}}_n(k+i|k)$ の関数である。式 (3.44) に示す通り $\hat{\mathbf{x}}_s(k+i|k)$ は、式 (3.25) において $\mathbf{h}_d(\mathbf{x}, k)$ を含まないと仮定し、 $\hat{\mathbf{x}}_s(k|k) = \mathbf{x}(k)$ からの未来を予測した状態量である。

$$\begin{aligned}\hat{\mathbf{x}}_s(k+i|k) &= \mathbf{A}_d \hat{\mathbf{x}}_s(k+i-1|k) + \mathbf{B}_d \hat{\mathbf{u}}_{d0}(k+i-1|k) + \mathbf{B}_d \hat{\mathbf{u}}_{d1}(k+i-1|k) \\ &= \mathbf{A}_d^i \mathbf{x}(k) + \mathbf{A}_d^{i-1} \mathbf{B}_d (\hat{\mathbf{u}}_{d0}(k|k) + \hat{\mathbf{u}}_{d1}(k|k)) \\ &\quad + \cdots + \mathbf{B}_d (\hat{\mathbf{u}}_{d0}(k+i-1|k) + \hat{\mathbf{u}}_{d1}(k+i-1|k))\end{aligned}\quad (3.44)$$

制御入力 $\hat{\mathbf{u}}_{d0}(k+i-1|k)$ のみを印加した理想モデルの予測状態量 $\hat{\mathbf{x}}_n(k+i|k)$ は

$$\begin{aligned}\hat{\mathbf{x}}_n(k+i|k) &= \mathbf{A}_d \hat{\mathbf{x}}_n(k+i-1|k) + \mathbf{B}_d \hat{\mathbf{u}}_{d0}(k+i-1|k) \\ &= \mathbf{A}_d^i \mathbf{x}_n(k) + \mathbf{A}_d^{i-1} \mathbf{B}_d \hat{\mathbf{u}}_{d0}(k|k) + \cdots + \mathbf{B}_d \hat{\mathbf{u}}_{d0}(k+i-1|k)\end{aligned}\quad (3.45)$$

となる。なお、 $\mathbf{x}_n(k)$ は $k$ ステップにおける理想モデルの状態量で、 $\mathbf{x}_n(k) = \hat{\mathbf{x}}_n(k|k)$ としている。ここで、式 (3.45) の予測状態量 $\hat{\mathbf{x}}_n(k+i|k)$ が、式 (3.41) と異なることに注意されたい。状態量 $\hat{\mathbf{x}}_n(k+i|k)$ は、 $\mathbf{x}_n(0) = \mathbf{x}(0)$ とし、制御開始時刻からの理想モデルの状態量を示している。制御入力 $\mathbf{u}_{d1}(k)$ が外乱を完全に抑制したとすれば、理想モデルの状態量 $\mathbf{x}_n(k)$ と実際にセンサ情報などで得られた現在の状態量 $\mathbf{x}(k)$ は一致するはずであるが、時間遅れが存在する現実のシステムでは、完全に追従することは困難である。すなわち、状態量 $\mathbf{x}_n(k)$ は、外乱がない、または外乱を完全に予測した場合における応答を示す状態量との差を評価するための状態量である。以上で求められた予測状態量を式 (3.42) に代入し、整理すると次式のように切換関数の予測量を表すことができる。

$$\begin{aligned} \hat{\boldsymbol{\sigma}}_d(k+i|k) &= \mathbf{s}_d(\mathbf{A}_d^i(\mathbf{x}(k) - \mathbf{x}_n(k)) + \mathbf{A}_d^{i-1}\mathbf{B}_d\hat{\mathbf{u}}_{d1}(k|k) \\ &\quad + \cdots + \mathbf{B}_d\hat{\mathbf{u}}_{d1}(k+i-1|k)) \\ &= \mathbf{s}_d\hat{\mathbf{x}}_\sigma(k+i|k) \end{aligned} \quad (3.46)$$

ここで、式 (3.46) の $\mathbf{s}_d(\ )$ の括弧内で表現されるベクトルを $\hat{\mathbf{x}}_\sigma(k+i|k)$ と定義し、切換関数の状態量と呼ぶ。式 (3.46) をみると切換関数の状態量 $\hat{\mathbf{x}}_\sigma(k+i|k)$ は制御入力 $\hat{\mathbf{u}}_{d1}(k+i|k)$ によって決定され、制御入力 $\hat{\mathbf{u}}_{d0}(k+i|k)$ の値に依存しない。すなわち、ノミナルの目標応答性能と外乱抑制性能は独立して設計することができる。以上で導かれた予測量から、最適な制御入力 $\mathbf{u}_{d0}(k)$ 、 $\mathbf{u}_{d1}(k)$ を導く。次に、解を導くために制御入力 $\hat{\mathbf{u}}_{d0}(k+i|k)$ 、 $\hat{\mathbf{u}}_{d1}(k+i|k)$ を未来の入力変化量 $\Delta\hat{\mathbf{u}}_{d0}(k+i|k)$ 、 $\Delta\hat{\mathbf{u}}_{d1}(k+i|k)$ に置き換えて定義する。まず、ある $k$ ステップ目の時刻から制御ホライズン $H_u$ の間における $i$ ステップ目の制御入力は以下となる。

$$\hat{\mathbf{u}}_{d0}(k+i-1|k) = \Delta\hat{\mathbf{u}}_{d0}(k+i-1|k) + \cdots + \Delta\hat{\mathbf{u}}_{d0}(k|k) + \mathbf{u}_{d0}(k-1) \quad (3.47)$$

$$\hat{\mathbf{u}}_{d1}(k+i-1|k) = \Delta\hat{\mathbf{u}}_{d1}(k+i-1|k) + \cdots + \Delta\hat{\mathbf{u}}_{d1}(k|k) + \mathbf{u}_{d1}(k-1) \quad (3.48)$$

また、制御ホライズン $H_u$ は、 $H_u \leq H_p$ と仮定し、すべての $i \geq H_u$ において制御入力は

$$\hat{\mathbf{u}}_{d0}(k+i|k) = \hat{\mathbf{u}}_{d0}(k+H_u-1|k) \quad (3.49)$$

$$\hat{\mathbf{u}}_{d1}(k+i|k) = \hat{\mathbf{u}}_{d1}(k+H_u-1|k) \quad (3.50)$$

とする。式 (3.47) から (3.50) を用いると予測状態量 $\hat{\mathbf{x}}(k+i|k)$ は、未来の入力変化量 $\Delta\mathbf{u}_{d0}(k+i|k)$ を用いた下記の式で表現できる。



$$\begin{aligned}
& \hat{\mathbf{x}}(k+i|k) \\
& = \begin{cases} \mathbf{A}_d^i \mathbf{x}(k) + (\mathbf{A}_d^{i-1} + \dots + \mathbf{A}_d + \mathbf{I}) \mathbf{B}_d \Delta \hat{\mathbf{u}}_{d0}(k|k) \\ \quad + \dots + \mathbf{B}_d \Delta \hat{\mathbf{u}}_{d0}(k+i-1|k) + (\mathbf{A}_d^{i-1} + \dots + \mathbf{A}_d + \mathbf{I}) \mathbf{B}_d \mathbf{u}_{d0}(k-1), & i < H_u \\ \mathbf{A}_d^i \mathbf{x}(k) + (\mathbf{A}_d^{i-1} + \dots + \mathbf{A}_d + \mathbf{I}) \mathbf{B}_d \Delta \hat{\mathbf{u}}_{d0}(k|k) \\ \quad + \dots + (\mathbf{A}_d^{i-H_u} + \dots + \mathbf{A}_d + \mathbf{I}) \mathbf{B}_d \Delta \hat{\mathbf{u}}_{d0}(k+H_u-1|k) \\ \quad + (\mathbf{A}_d^{i-1} + \dots + \mathbf{A}_d + \mathbf{I}) \mathbf{B}_d \mathbf{u}_{d0}(k-1), & i \geq H_u \end{cases} \quad (3.51)
\end{aligned}$$

ここで、予測状態量 $\hat{\mathbf{x}}(k+i|k)$ は、ステップ数 $i$ によって変化する。これは制御ホライズン $H_u$ の範囲を $H_u \leq H_p$ とし、 $i \geq H_u$ では入力が一定となるように定義しているため、ステップ数 $i$ の範囲が $i < H_u$ の場合と $i \geq H_u$ 場合では、予測状態量が異なる。同様に切換関数の計算に用いるベクトル $\hat{\mathbf{x}}_\sigma(k+i|k)$ は

$$\begin{aligned}
& \hat{\mathbf{x}}_\sigma(k+i|k) \\
& = \begin{cases} (\mathbf{A}_d^i (\mathbf{x}(k) - \mathbf{x}_n(k)) + (\mathbf{A}_d^{i-1} + \dots + \mathbf{A}_d + \mathbf{I}) \mathbf{B}_d \Delta \hat{\mathbf{u}}_{d1}(k|k) \\ \quad + \dots + \mathbf{B}_d \Delta \hat{\mathbf{u}}_{d1}(k+i-1|k) + (\mathbf{A}_d^{i-1} + \dots + \mathbf{A}_d + \mathbf{I}) \mathbf{B}_d \mathbf{u}_{d1}(k-1)), & i < H_u \\ (\mathbf{A}_d^i (\mathbf{x}(k) - \mathbf{x}_n(k)) + (\mathbf{A}_d^{i-1} + \dots + \mathbf{A}_d + \mathbf{I}) \mathbf{B}_d \Delta \hat{\mathbf{u}}_{d1}(k|k) \\ \quad + \dots + (\mathbf{A}_d^{i-H_u} + \dots + \mathbf{A}_d + \mathbf{I}) \mathbf{B}_d \Delta \hat{\mathbf{u}}_{d1}(k+H_u-1|k) \\ \quad + (\mathbf{A}_d^{i-1} + \dots + \mathbf{A}_d + \mathbf{I}) \mathbf{B}_d \mathbf{u}_{d1}(k-1)), & i \geq H_u \end{cases} \quad (3.52)
\end{aligned}$$

となる。以上により、予測ホライズン、制御ホライズン、窓パラメータをそれぞれ $H_p$ ,  $H_u$ ,  $H_w$ とした場合、予測状態量は式 (3.53) のようにまとめられる。なお、式 (3.53) の行列の要素、 $\sum_{j=0}^n \mathbf{A}_d^j \mathbf{B}_d$ は、 $n < 0$ においては、 $\mathbf{0}$ とする。

$$\begin{aligned}
& \begin{bmatrix} \hat{\mathbf{x}}(k + H_w|k) \\ \vdots \\ \hat{\mathbf{x}}(k + H_p|k) \\ \hat{\mathbf{x}}_\sigma(k + H_w|k) \\ \vdots \\ \hat{\mathbf{x}}_\sigma(k + H_p|k) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{A}_d^{H_w} & \mathbf{0} \\ \vdots & \vdots \\ \mathbf{A}_d^{H_p} & \mathbf{0} \\ \mathbf{A}_d^{H_w} & -\mathbf{A}_d^{H_w} \\ \vdots & \vdots \\ \mathbf{A}_d^{H_p} & -\mathbf{A}_d^{H_p} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{x}(k) \\ \mathbf{x}_n(k) \end{bmatrix} \\
& + \begin{bmatrix} \sum_{j=0}^{n=H_w-1} \mathbf{A}_d^j \mathbf{B}_d & \mathbf{0} \\ \vdots & \vdots \\ \sum_{j=0}^{n=H_p-1} \mathbf{A}_d^j \mathbf{B}_d & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \sum_{j=0}^{n=H_w-1} \mathbf{A}_d^j \mathbf{B}_d \\ \vdots & \vdots \\ \mathbf{0} & \sum_{j=0}^{n=H_p-1} \mathbf{A}_d^j \mathbf{B}_d \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{u}_{d0}(k-1) \\ \mathbf{u}_{d1}(k-1) \end{bmatrix} \\
& + \begin{bmatrix} \sum_{j=0}^{n=H_w-1} \mathbf{A}_d^j \mathbf{B}_d & \cdots & \sum_{j=0}^{n=H_w-H_u} \mathbf{A}_d^j \mathbf{B}_d & \mathbf{0} & \cdots & \mathbf{0} \\ \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \sum_{j=0}^{n=H_p-1} \mathbf{A}_d^j \mathbf{B}_d & \cdots & \sum_{j=0}^{n=H_p-H_u} \mathbf{A}_d^j \mathbf{B}_d & \mathbf{0} & \cdots & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \cdots & \mathbf{0} & \sum_{j=0}^{n=H_w-1} \mathbf{A}_d^j \mathbf{B}_d & \cdots & \mathbf{0} \\ \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \mathbf{0} & \cdots & \mathbf{0} & \sum_{j=0}^{n=H_p-1} \mathbf{A}_d^j \mathbf{B}_d & \cdots & \sum_{j=0}^{n=H_p-H_u} \mathbf{A}_d^j \mathbf{B}_d \end{bmatrix} \\
& \cdot \begin{bmatrix} \Delta \hat{\mathbf{u}}_{d0}(k|k) \\ \vdots \\ \Delta \hat{\mathbf{u}}_{d0}(k + H_u - 1|k) \\ \Delta \hat{\mathbf{u}}_{d1}(k|k) \\ \vdots \\ \Delta \hat{\mathbf{u}}_{d1}(k + H_u - 1|k) \end{bmatrix} \tag{3.53}
\end{aligned}$$

ここで、式 (3.46) から切換関数は、切換関数の予測状態量 $\hat{\mathbf{x}}_\sigma(k+i|k)$ と $\mathbf{s}_d$ の内積で表すことができるので、式 (3.21) の評価関数の第一項に用いる $k$ ステップ目の時刻における $H_w$ から $H_p$ ステップまでの予測量 $\hat{\mathbf{X}}(k)$ は

$$\hat{\mathbf{X}}(k) = \begin{bmatrix} \hat{\mathbf{x}}(k+H_w|k) \\ \vdots \\ \hat{\mathbf{x}}(k+H_p|k) \\ \hat{\mathbf{o}}_d(k+H_w|k) \\ \vdots \\ \hat{\mathbf{o}}_d(k+H_p|k) \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} \mathbf{I} & \mathbf{0} & \cdots & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \cdots & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{I} & \ddots & \vdots & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \ddots & \vdots \\ \vdots & \ddots & \ddots & \mathbf{0} & \vdots & \ddots & \ddots & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \cdots & \mathbf{0} & \mathbf{I} & \mathbf{0} & \cdots & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \cdots & \mathbf{0} & \partial \mathbf{s} / \partial \mathbf{x} & \mathbf{0} & \cdots & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \ddots & \vdots & \mathbf{0} & \partial \mathbf{s} / \partial \mathbf{x} & \ddots & \vdots \\ \vdots & \ddots & \ddots & \mathbf{0} & \vdots & \ddots & \ddots & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \cdots & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \cdots & \mathbf{0} & \partial \mathbf{s} / \partial \mathbf{x} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{\mathbf{x}}(k+H_w|k) \\ \vdots \\ \hat{\mathbf{x}}(k+H_p|k) \\ \hat{\mathbf{x}}_\sigma(k+H_w|k) \\ \vdots \\ \hat{\mathbf{x}}_\sigma(k+H_p|k) \end{bmatrix} \quad (3.54)$$

と表せる。また、 $k$ ステップ目の時刻における1ステップ目から $H_u$ ステップまでの未来の入力変化量 $\Delta \hat{\mathbf{U}}(k)$ を

$$\Delta \hat{\mathbf{U}}(k) = \begin{bmatrix} \Delta \hat{\mathbf{u}}_{a0}(k|k) \\ \vdots \\ \Delta \hat{\mathbf{u}}_{a0}(k+H_u-1|k) \\ \Delta \hat{\mathbf{u}}_{d1}(k|k) \\ \vdots \\ \Delta \hat{\mathbf{u}}_{d1}(k+H_u-1|k) \end{bmatrix} \quad (3.55)$$

とする。式 (3.47) から (3.50) で説明した通り、未来の入力変化量について最適問題を解くため、式 (3.21) は、式 (3.54) を用いて次式のように書き換えることができる。

$$V(k) = [\hat{\mathbf{X}}(k) - \mathbf{R}(k)]^T \mathbf{Q}_Y [\hat{\mathbf{X}}(k) - \mathbf{R}(k)] + \Delta \hat{\mathbf{U}}^T(k) \mathbf{R}_U \Delta \hat{\mathbf{U}}(k) \quad (3.56)$$

ここで、 $\mathbf{R}(k)$ は、目標値までの参照軌道を示し、 $\mathbf{Q}_Y$ 、 $\mathbf{R}_U$ は、それぞれ偏差に対する重み行列、制御入力に対する重み行列である。参照軌道 $\mathbf{R}(k)$ は

$$\mathbf{R}(k) = \begin{bmatrix} \mathbf{r}(k+H_w|k) \\ \vdots \\ \mathbf{r}(k+H_p|k) \\ \mathbf{0} \\ \vdots \\ \mathbf{0} \end{bmatrix} \quad (3.57)$$

と表現され、 $\mathbf{r}(k+i|k)$ は状態量の応答の設計に用いられる。これは設計者が任意に決定することが可能で、時間に関する指数関数や定値の参照軌道などを設定することができる。 $\hat{\mathbf{o}}(k+i|k)$ に関しては切換超平面に最短時間で拘束するため参照軌道は用いない。理想的な

SMC において制御入力の切換周波数は無限に高く、切換超平面の近傍で発生するチャタリングの防止対策を講じなければ、実用的な制御器とはならないため、一般的にチャタリング防止を目的とした平滑化などの対策を組み込み必要がある。しかしそれらの対策は、入力に切換遅れが発生し、ロバスト性の低下を招く懸念がある。したがって、従来の SMC において設計者は実際のシステムが許容できる制御入力の切換が可能な範囲内で最も高速となるように決定する必要がある。最も早く切換超平面に到達するような最適化問題を逐次解くことで入力を決定する EMPC は、それらの工程が不要で、制御入力の決定に符号関数を用いないためにチャタリングが発生することもない。また、MPC と同様にアクチュエータの制約を考慮することも可能である。また、重み行列  $\mathbf{Q}_Y$ ,  $\mathbf{R}_U$  は、

$$\mathbf{Q}_Y = \text{diag}(\mathbf{q}_Y(H_w), \dots, \mathbf{q}_Y(H_p), \mathbf{q}_\sigma(H_w), \dots, \mathbf{q}_\sigma(H_p)) \quad (3.58)$$

$$\mathbf{R}_U = \text{diag}(\mathbf{r}_{U0}(0), \dots, \mathbf{r}_{U0}(H_u - 1), \mathbf{r}_{U1}(0), \dots, \mathbf{r}_{U1}(H_u - 1)) \quad (3.59)$$

と表される。Linear Quadratic (LQ) 制御で知られる重み関数と同様にそれらの重みを変更することで、応答性や制御入力の大きさを調整することが可能である。外乱の周波数領域が既知である場合において、 $H_\infty$ 制御理論や $\mu$ 設計法のような周波数関数を整形するような重み関数ではないため、特定の周波数での挙動を抑制するといった周波数領域を考慮した設計は難しい。  $H_\infty$ 制御理論等を応用した RMPC では、それらの問題を取り扱うことができるが、非常に大きな LMI 問題を解く必要があり、応答時間が短いシステムへの応用は難しい。一方、我々が提案する EMPC は、周波数領域を考慮した複雑な設計を行う事ができないが、制御器の複雑さを抑え、LQ 制御のような直感的な調整を可能とするロバスト制御方法と考えている。LQ 制御と異なる点として、 $k$ ステップ目の時刻から  $i$ ステップ先までの重みをそれぞれ決定することが可能なため、調整パラメータが多岐にわたるよう捉えられるが、必ずしも  $i$ ステップ毎に異なる重みを設定する必要は無く、初期の設計においてすべての重みを同じ値に設定しても良い。実際に次章で解説する数値シミュレーションでは、各ステップで同じ重みを設定している。

以上、式 (3.56) で示す評価関数を解けば、最適な未来の入力変化量  $\Delta \hat{\mathbf{U}}(k)$  を導くことができる。実際に制御入力に用いるのは  $k$ ステップ目の時刻における制御入力のみであるので

$$\begin{bmatrix} \Delta \hat{\mathbf{u}}_{a0}(k|k) \\ \Delta \hat{\mathbf{u}}_{d1}(k|k) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{I} & \mathbf{0} & \dots & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \dots & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \dots & \mathbf{0} & \mathbf{I} & \mathbf{0} & \dots & \mathbf{0} \end{bmatrix} \Delta \hat{\mathbf{U}}(k) = \mathbf{L}_u \Delta \hat{\mathbf{U}}(k) \quad (3.60)$$

となる。したがって、ある  $k$ ステップ目の時刻における制御入力  $\mathbf{u}_{a0}(k)$ ,  $\mathbf{u}_{d1}(k)$  は、次式で表現される。

$$\begin{bmatrix} \mathbf{u}_{a0}(k) \\ \mathbf{u}_{d1}(k) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \Delta \hat{\mathbf{u}}_{a0}(k|k) \\ \Delta \hat{\mathbf{u}}_{d1}(k|k) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{u}_{a0}(k-1) \\ \mathbf{u}_{d1}(k-1) \end{bmatrix} \quad (3.61)$$

## 4. 数値シミュレーションによる

### 提案手法の有効性確認

本章では、提案手法の有効性を確認するため、PID 制御、 $H_\infty$ 制御、SMC、PID 制御+ISMC、MPC と提案制御器 EMPC の 6 つの制御器について比較を行う。まず、単純なシステムで制御性能を比較するため、次式で表されるパラメータ変動を含む質量・バネ・ダンパシステムを制御対象とする。

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} x(t) \\ \dot{x}(t) \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -(K + \Delta K)/(M + \Delta M) & -(C + \Delta C)/(M + \Delta M) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x(t) \\ \dot{x}(t) \end{bmatrix} \\ &+ \begin{bmatrix} 1 \\ 1/(M + \Delta M) \end{bmatrix} (u(t) + u_h(t)) \end{aligned} \quad (4.1)$$

$x(t)$ は質点の位置、 $M$ 、 $K$ 、 $C$ はそれぞれ質量、バネ定数、減衰係数を示し、 $\Delta M$ 、 $\Delta K$ 、 $\Delta C$ は質量、バネ定数、減衰係数の変動分をそれぞれ示す。また、制御入力 $u(t)$ には、同次元の外乱入力 $u_h(t)$ が印加されるものとする。なお、状態変数はすべて観測できるものとする。表 4.1 に示す各パラメータは、システムが不足減衰となるように任意に与え、また、変動パラメータおよび外乱入力は、すべて入力行列 $\mathbf{B}$ のレンジスペースに存在し、マッチング条件を満足するものとする。次に、式 (4.2) から (4.10) に比較する制御器を示す。

$$u_{PID}(k) = K_P(x_c - x(k)) - K_D\dot{x}(k) + K_I \sum_{j=0}^k (x_c - x(j)) \quad (4.2)$$

$u_{PID}(k)$ は、PID 制御器の制御入力であり、 $K_P$ は比例ゲイン、 $K_D$ は微分ゲイン、 $K_I$ は積分ゲインである。それらのゲインは他の制御器と過渡応答が同等になるように決定した。

$$\mathbf{x}_{H_\infty}(k+1) = \mathbf{A}_{H_\infty}\mathbf{x}_{H_\infty}(k) + \mathbf{B}_{H_\infty} \begin{bmatrix} x_c - x(k) \\ -\dot{x}(k) \end{bmatrix} \quad (4.3)$$

$$u_{H_\infty}(k) = \mathbf{C}_{H_\infty}\mathbf{x}_{H_\infty}(k) + \mathbf{D}_{H_\infty} \begin{bmatrix} x_c - x(k) \\ -\dot{x}(k) \end{bmatrix} \quad (4.4)$$

$u_{H_\infty}(k)$ は、 $H_\infty$ 制御器の制御入力であり、 $\mathbf{x}_{H_\infty}$ は制御器の状態量、 $\mathbf{A}_{H_\infty}$ 、 $\mathbf{B}_{H_\infty}$ 、 $\mathbf{C}_{H_\infty}$ 、 $\mathbf{D}_{H_\infty}$ は制御器の係数行列である。それらの係数行列は感度関数に関する重み関数 $W_S$ に基づいて外乱抑圧問題にて設計した。

$$\sigma_{SMC}(k) = \frac{\partial \mathbf{s}}{\partial \mathbf{x}} \begin{bmatrix} x_c - x(k) \\ -\dot{x}(k) \end{bmatrix} \quad (4.5)$$

$$u_{SMC}(k) = -u_s \text{sgn}(\sigma_{SMC}(k)/|\sigma_{SMC}(k)|) \quad (4.6)$$

$u_{SMC}(k)$ は, SMC の制御入力であり,  $\sigma_{SMC}$ は切換関数,  $\partial \mathbf{s}/\partial \mathbf{x}$ は切換超平面である. なお,  $\mathbf{x}$ は質点の位置 $x(t)$ と質点の速度 $\dot{x}(t)$ からなる状態ベクトルである.

$$\sigma_{ISMC}(k) = \sigma_{SMC}(k) + z(k) \quad (4.7)$$

$$u_{ISMC}(k) = -u_s \text{sgn}(\sigma_{ISMC}(k)/|\sigma_{ISMC}(k)|) + u_{PID}(k) \quad (4.8)$$

$u_{ISMC}(k)$ は, PID 制御器と ISMC を組み合わせた制御器の入力であり,  $\sigma_{ISMC}$ は切換関数である.

$$u_{MPC}(k) = u_{d0}(k) \quad (4.9)$$

$$u_{EMPC}(k) = u_{d0}(k) + u_{d1}(k) \quad (4.10)$$

$u_{MPC}(k)$ は, MPC の制御入力,  $u_{EMPC}(k)$ は, EMPC の制御入力である.  $u_{MPC}(k)$ は, 理想モデルに対する最適な制御入力を計算する制御器なので, 式 (3.61) における $\mathbf{u}_{d0}(k)$ のみを入力した場合と等価である. 式 (3.61) では, 一般形としてベクトルで表されているが, 本システムの入力は一次元なので,  $u_{d0}(k)$ ,  $u_{d1}(k)$ は, 共にスカラーである. 参照軌道は, 以下で示される指数関数とした.

$$r(k+i|k) = x_c - e^{-\frac{\Delta t}{T_R}i}(x_c - x(k)) \quad (4.11)$$

$$\mathbf{R}(k) = \begin{bmatrix} r(k+H_w|k) \\ \dot{r}(k+H_w|k) \\ \vdots \\ r(k+H_p|k) \\ \dot{r}(k+H_p|k) \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{bmatrix} \quad (4.12)$$

$\Delta t$ はサンプリング周期,  $T_R$ は参照軌道の時定数,  $\mathbf{x}_c(k)$ は目標値であり, これらを含む制御器に用いた調整パラメータを表 4.2 に示す. 今回のシミュレーションでは, 入力 $u_{d0}(k)$ と入力 $u_{d1}(k)$ を決定するための予測ホライゾン $H_p$ , 制御ホライゾン $H_u$ , 窓パラメータ $H_w$ を同値で設定している. 実際には各入力を決定する場合の参照軌道の設計においては, それらのパラメータをそれぞれ変更することが制御性能や数値計算負荷などにおいては望ましい. 提案する EMPC はそれぞれの入力を決定するホライゾン全てを独立して設定することが可能

であるが，本論文では簡単な問題を取り扱うため，表 4.2 に示されるように，入力 $u_{d0}(k)$ と入力 $u_{d1}(k)$ を決定するための各ホライズンを同様に設定した．

表 4.1 質量・バネ・ダンパシステムのパラメータ

Mass $M$ [kg]	1.0
Perturbation $\Delta M$ [kg]	$\pm 0.50$
Spring constant $K$ [N/m]	0.50
Perturbation $\Delta K$ [N/m]	$\pm 0.25$
Damper constant $C$ [N·s/m]	0.50
Perturbation $\Delta C$ [N·s/m]	$\pm 0.25$

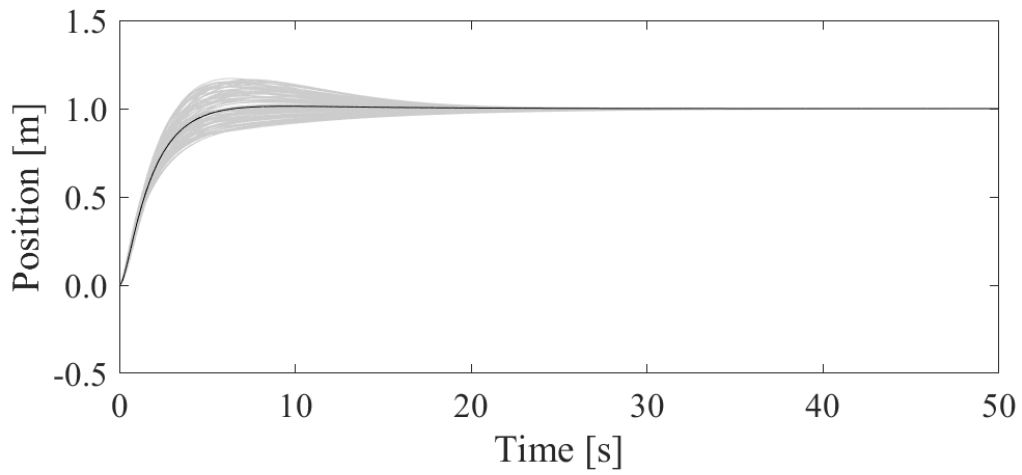
表 4.2 各制御器のパラメータ

Time constant $T_R$ [s]	0.10
Sampling time $\Delta t$ [s]	$2.0 \times 10^{-2}$
Command value $x_c$ [m]	1.0
Proportional gain $K_P$	2.0
Derivative gain $K_D$	3.5
Integral gain $K_I$	$6.0 \times 10^{-3}$
Sensitive function $W_S$	$\frac{0.10s + 50}{0.10s + 1.0}$
Switching hyperplane $\partial \mathbf{s} / \partial \mathbf{x}$	[1.0 2.0]
Switching hyperplane $\mathbf{s}_d$	[1.0 2.0]
Input range $u_s$	2.0
Predictive horizon $H_p$	10
Control horizon $H_u$	5.0
Window parameter $H_w$	1.0
Weighting matrix $\mathbf{q}_Y(i)$ $i = 1, 2, \dots, 10$	$\begin{bmatrix} 1.0 & 0 \\ 0 & 1.0 \end{bmatrix}$
Weighting matrix $\mathbf{q}_\sigma(i)$ $i = 1, 2, \dots, 10$	10
Weighting matrix $\mathbf{r}_{U0}(i)$ $i = 0, 1, \dots, 4$	0.10
Weighting matrix $\mathbf{r}_{U1}(i)$ $i = 0, 1, \dots, 4$	0.10

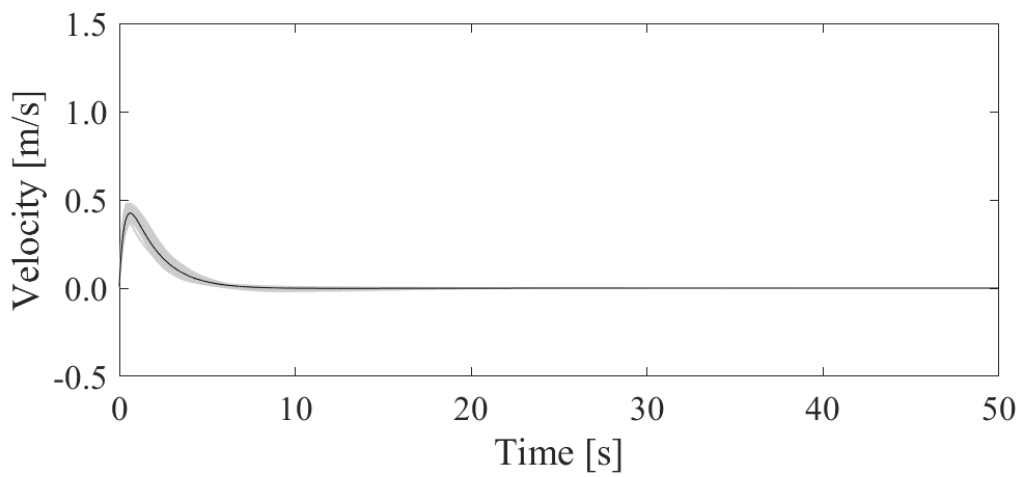
#### 4. 1 パラメータ変動に対するロバスト性の検証

対象のシステムがパラメータ変動を有する場合における制御性能を確認する。なお、外乱入力 $u_h(t)$ を0とし、パラメータ変動を含むモデルに対し、各パラメータに表 4.1 に示す範囲の乱数で変動を与えた 100 個のプラント $\tilde{\mathbf{P}}$ のサンプルに対し、制御応答を確認する。図 4.1 から図 4.6 の (a) に各制御器を用いた場合における位置、図 4.1 から図 4.6 の (b) に各制御器を用いた場合における速度、図 4.1 から図 4.6 の (c) に制御入力の時間履歴を示す。図 4.1 から図 4.7 の黒の実線は、ノミナルプラント $\mathbf{P}$ に対する応答を示しており、灰色の実線は、パラメータ変動を含むプラント $\tilde{\mathbf{P}}$ の 100 サンプルに対する応答を示している。なお、表 4.2 に示す各制御器の切換超平面や制御ホライズン等、共通の調整パラメータに関しては全て同じ値を設定し、制御入力についても制約を与えないものとする。理想モデルに対する制御入力 $\mathbf{u}_{d0}$ を別の制御器によって決定する必要がある ISMC に関しては、PID 制御器を組み合わせる。図 4.1 から図 4.6 の (a) に示す目標応答の時間履歴を見ると、PID 制御、MPC と比較し、 $H_\infty$ 制御、SMC、ISMC、EMPC はパラメータ変動の影響をほとんど受けておらず、外乱に対して優れたロバスト性が確認できる。ただし、制御入力の帯域は無限大としており、図 4.3 (c) と図 4.4 (c) に示されるように、SMC と ISMC では激しいチャタリングを伴うことでロバスト性が確保されている。したがって、チャタリング対策を必要とする SMC と ISMC では制御入力の帯域が狭まり、ロバスト性の低下は避けられないと考えられるが、提案する EMPC では制御入力にチャタリングは生じないため、チャタリング対策によるロバスト性低下の懸念が無い。また、ISMC では、別途、応答の整形が必要となるが、EMPC は他の制御器を組み合わせることなく、設定した参照軌道やアクチュエータの制限範囲内で最適な目標値に対する応答を決定することができる。 $H_\infty$ 制御もパラメータ変動の影響を十分に抑えているが、もとより設計が複雑で調整が直感的に行えないなどの欠点がある。図 4.7 に切換関数の時間履歴を示しているが、SMC、ISMC、EMPC とともに切換関数の値は 0 近傍に収束しており、状態量を超平面近傍に拘束できていることが確認できる。

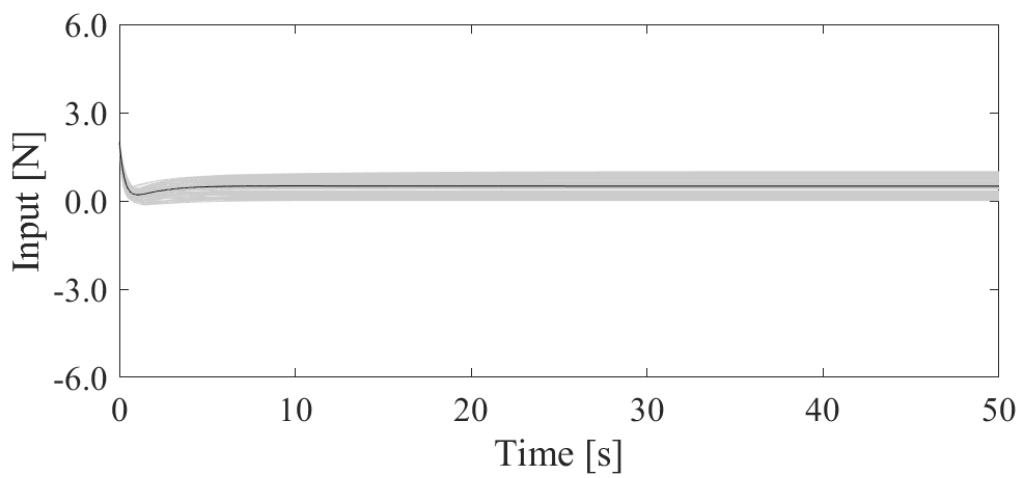




(a) 位置の時間応答



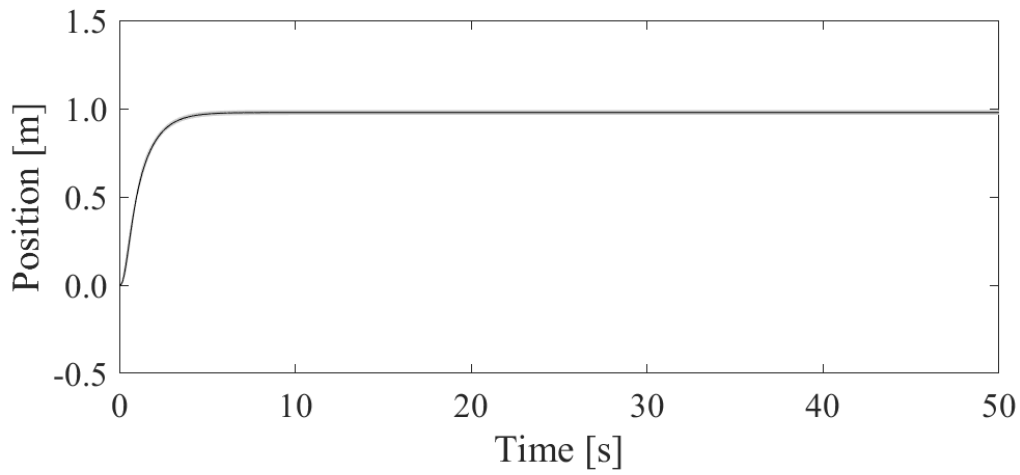
(b) 速度の時間応答



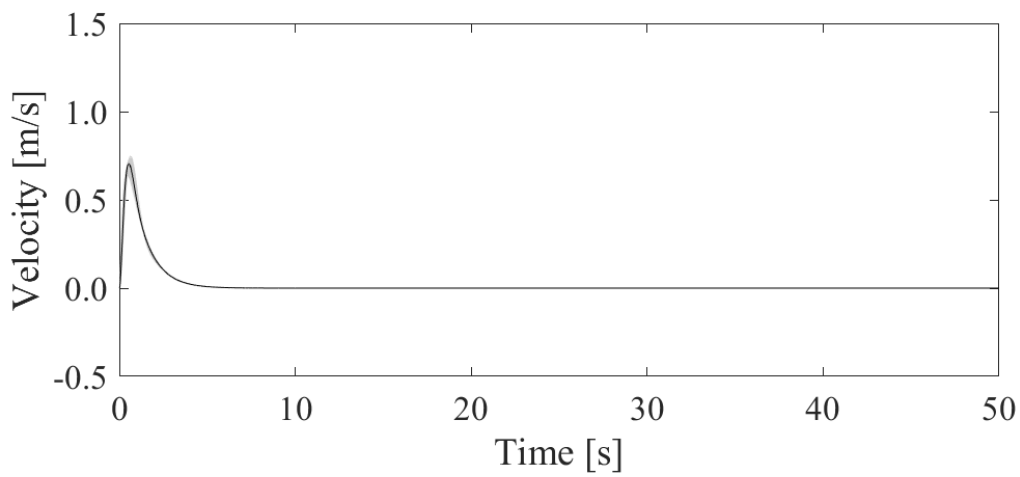
(c) 入力 of 時間応答

図 4.1 PID 制御を用いた場合の応答

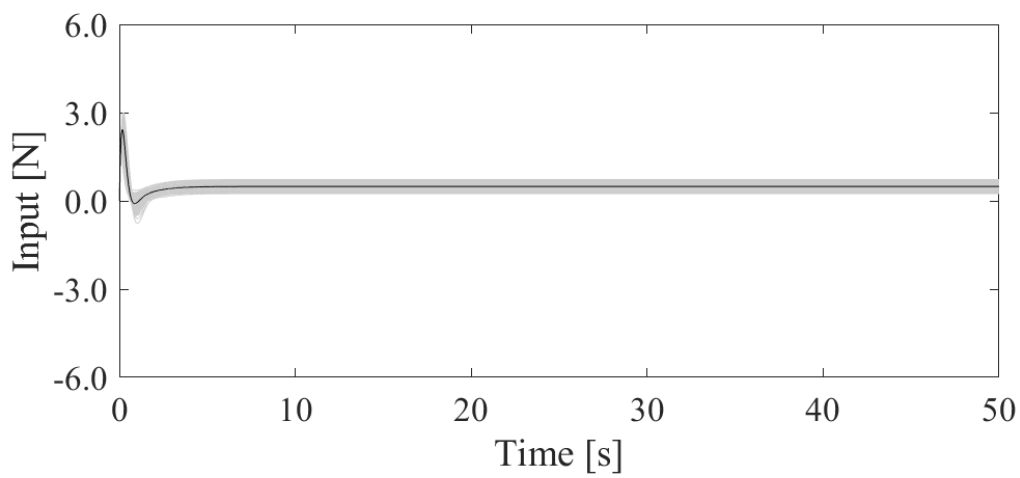
(- : ノミナルプラント, - : 変動を含むプラント)



(a) 位置の時間応答



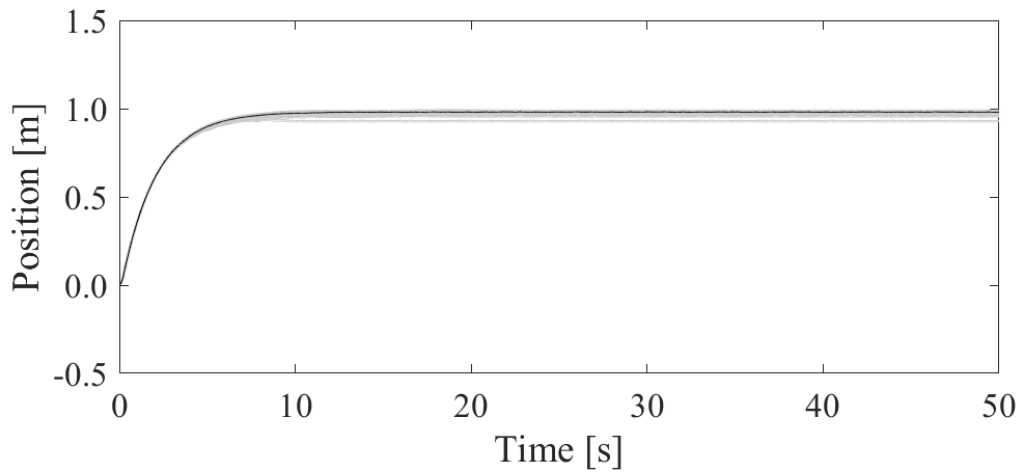
(b) 速度の時間応答



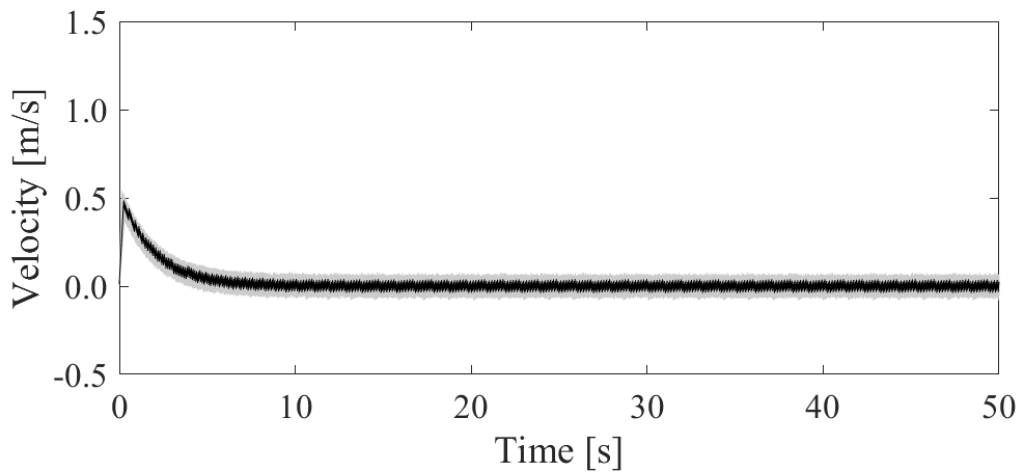
(c) 入力 of 時間応答

図 4.2  $H_\infty$ 制御器を用いた場合の応答

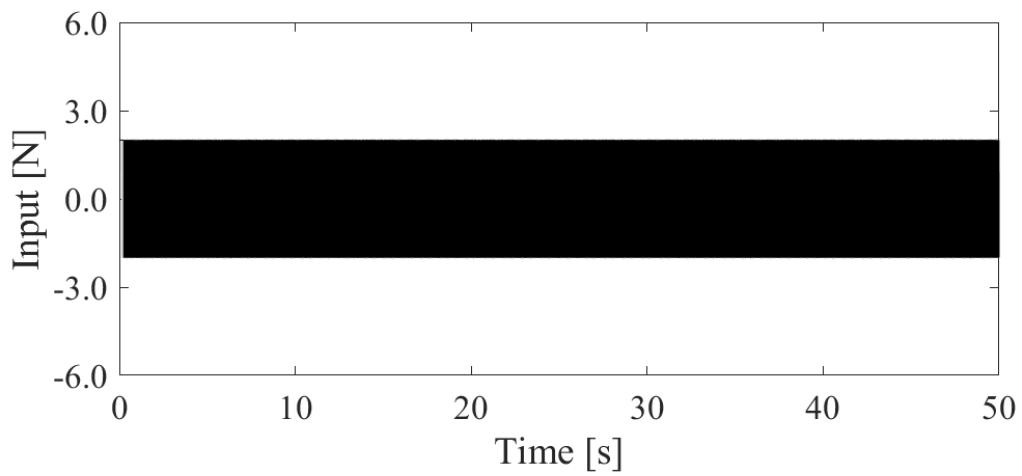
(—: ノミナルプラント, - - : 変動を含むプラント)



(a) 位置の時間応答

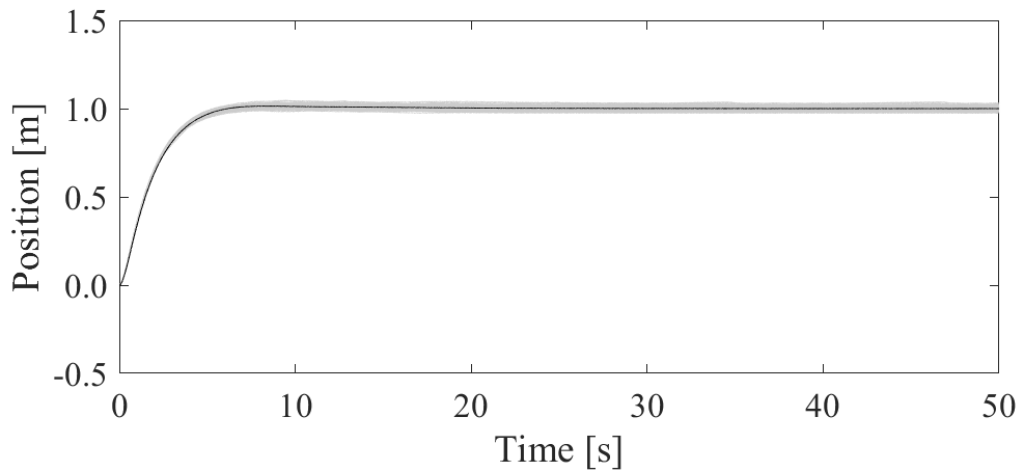


(b) 速度の時間応答

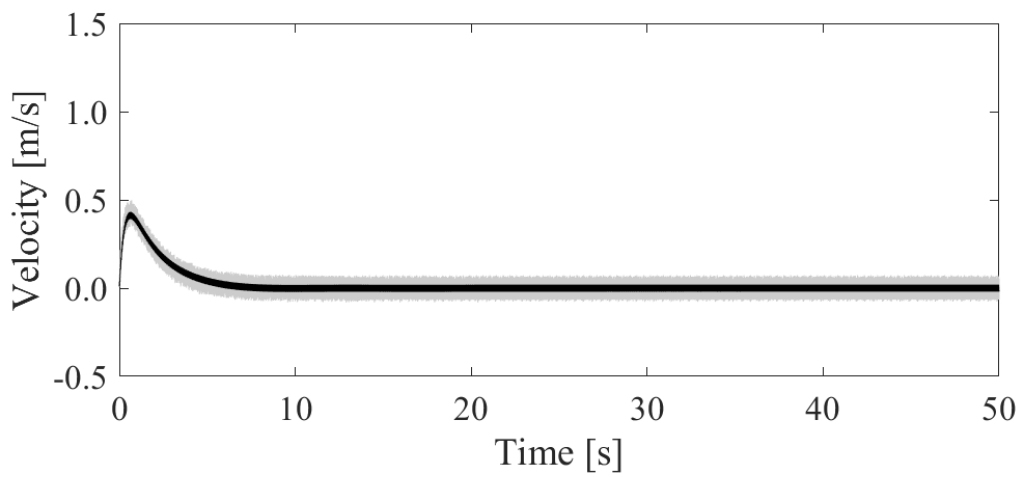


(c) 入力の時間応答

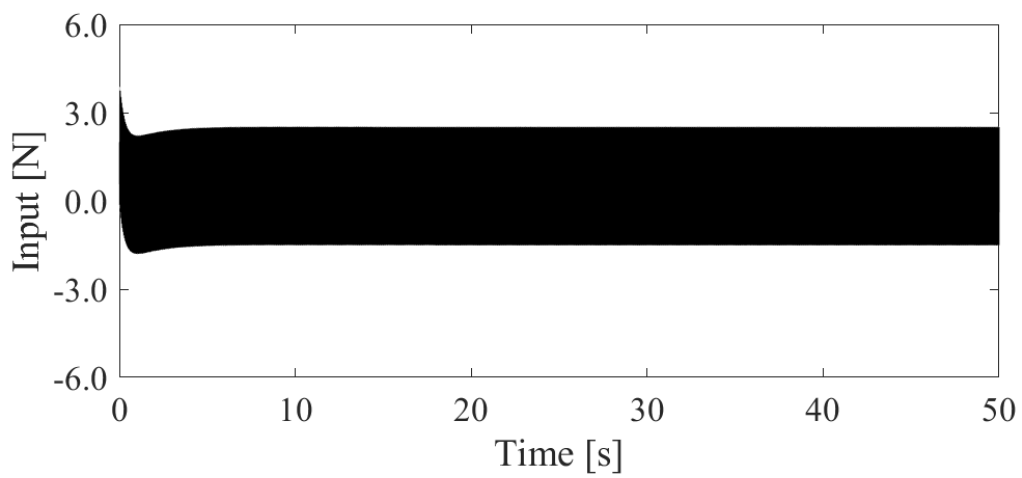
図 4.3 SMC を用いた場合の応答 (—: ノミナルプラント, - - : 変動を含むプラント)



(a) 位置の時間応答

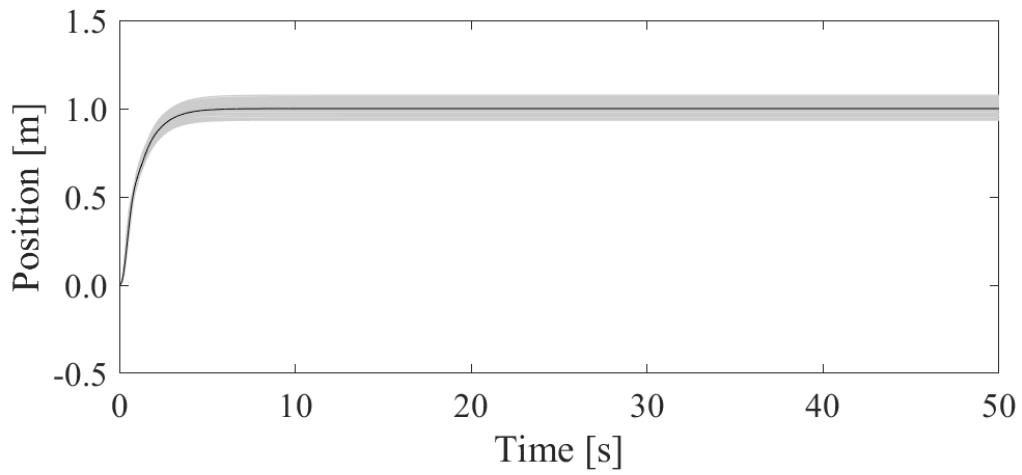


(b) 速度の時間応答

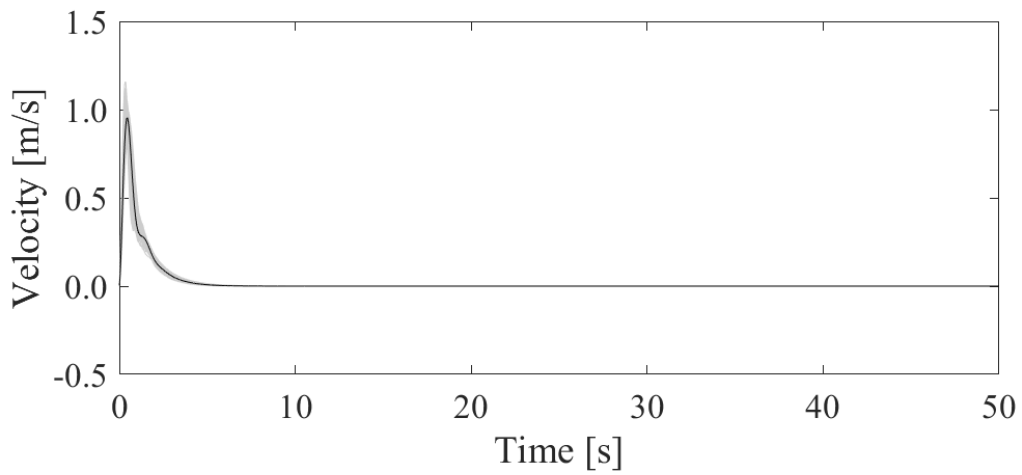


(c) 入力 of 時間応答

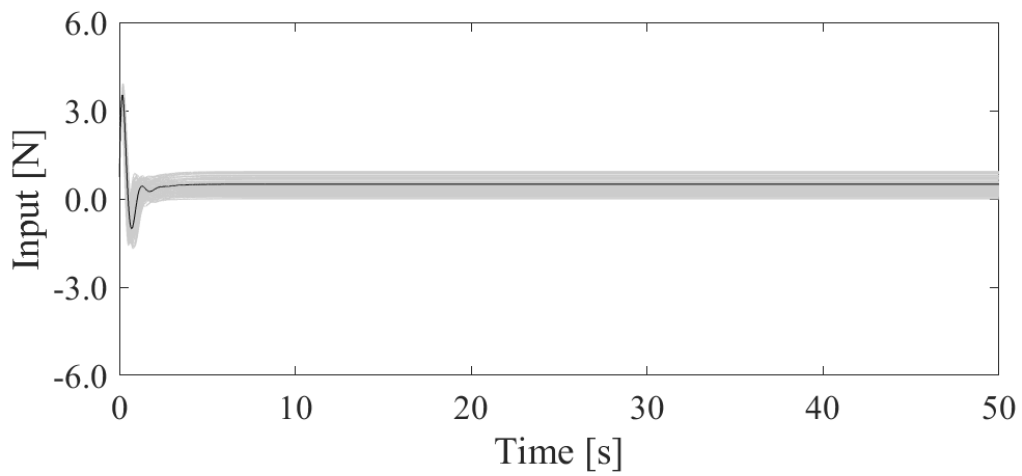
図 4.4 ISMC を用いた場合の応答 (—: ノミナルプラント, - - : 変動を含むプラント)



(a) 位置の時間応答

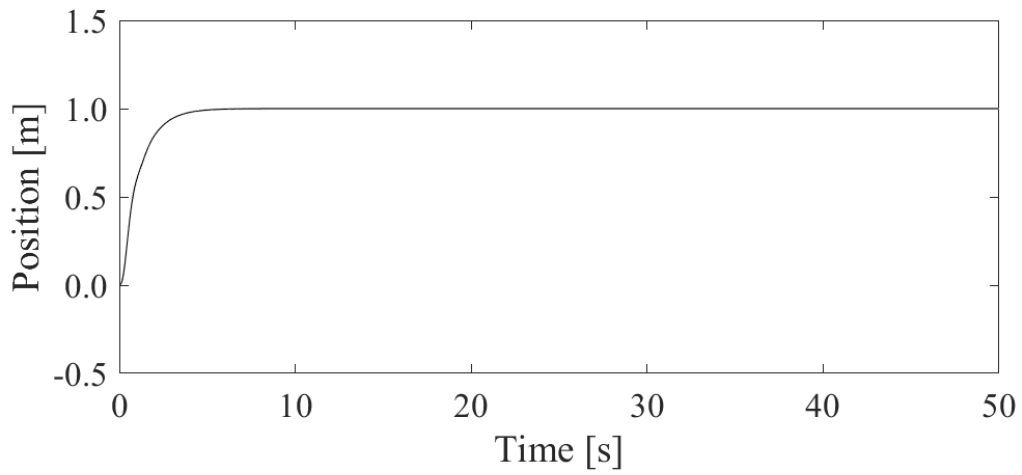


(b) 速度の時間応答

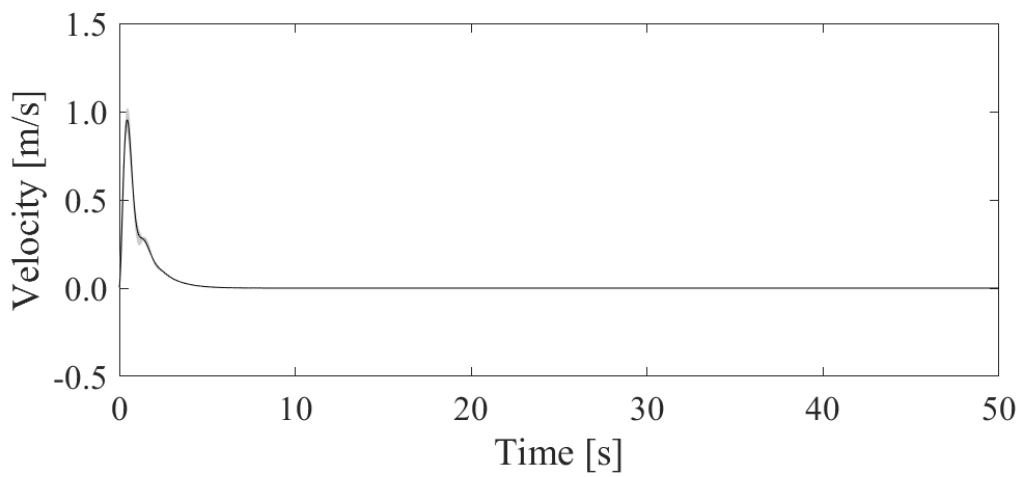


(c) 入力 of 時間応答

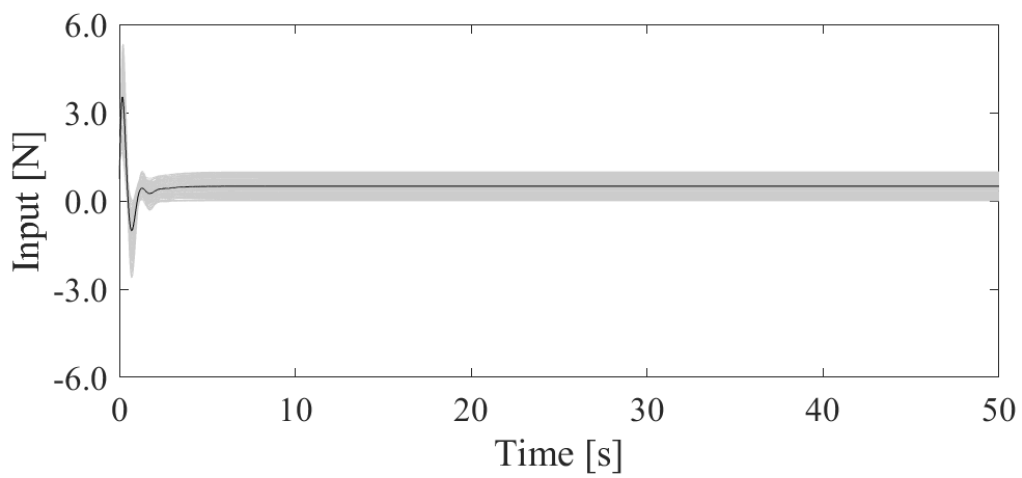
図 4.5 MPC を用いた場合の応答 (—: ノミナルプラント, - : 変動を含むプラント)



(a) 位置の時間応答

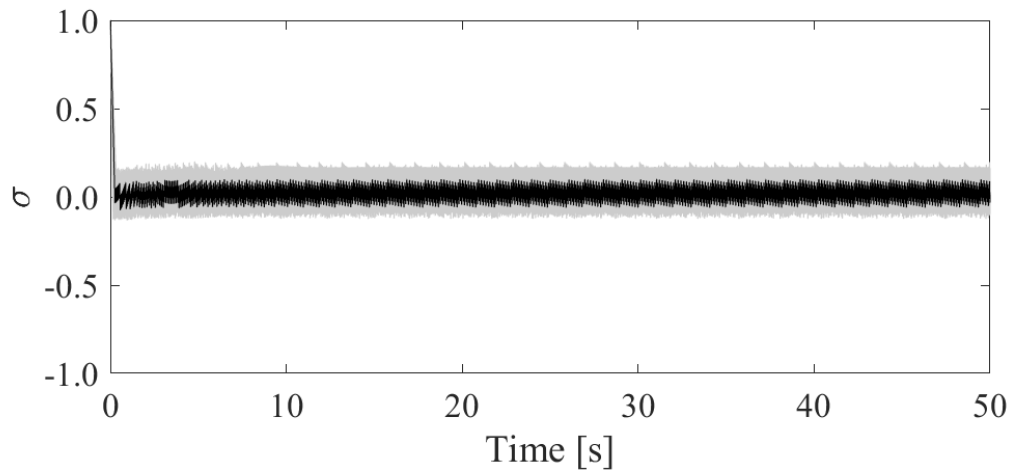


(b) 速度の時間応答

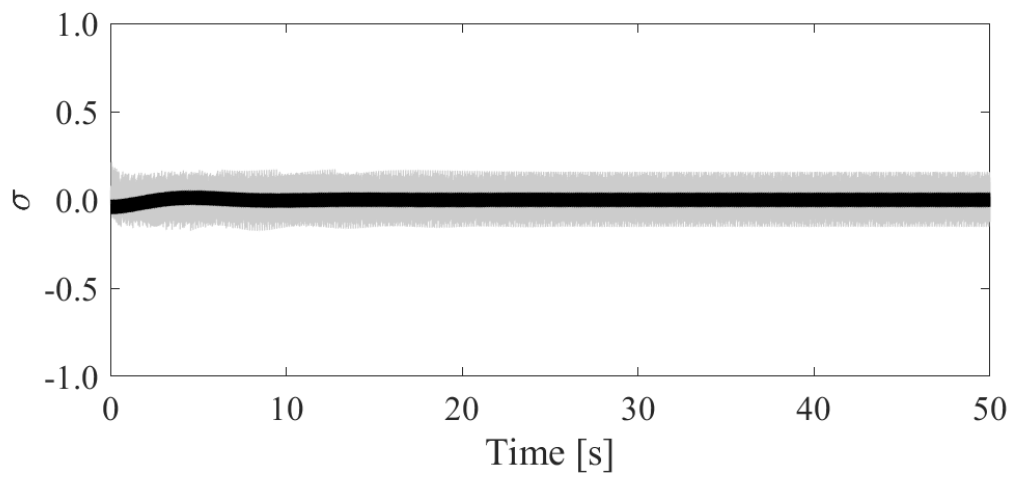


(c) 入力 of 時間応答

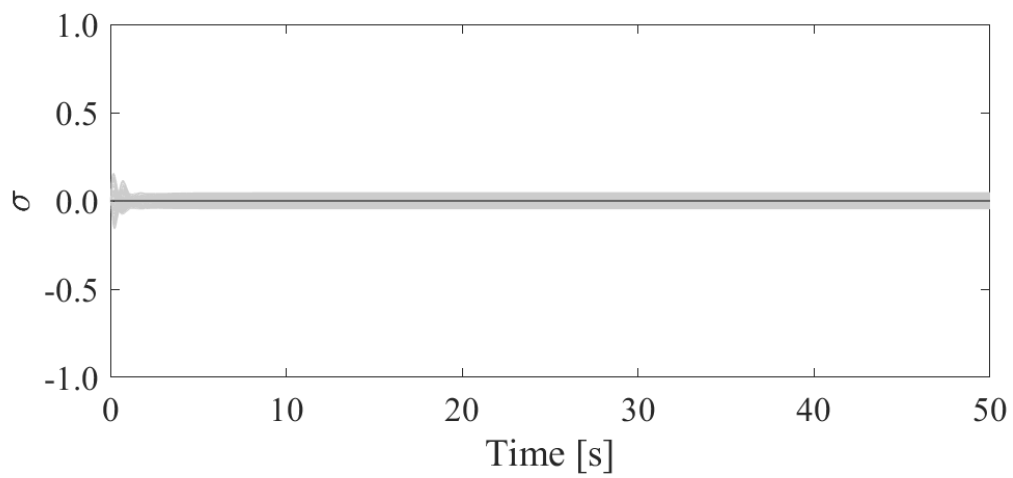
図 4.6 EMPC を用いた場合の応答 (—: ノミナルプラント, - - : 変動を含むプラント)



(a) スライディングモード制御



(b) インテグラルスライディングモード制御



(c) 拡張モデル予測制御

図 4.7 各制御器の切換関数の値 (—: ノミナルプラント, - -: 変動を含むプラント)

## 4. 2 周期外乱入力に対するロバスト性の検証

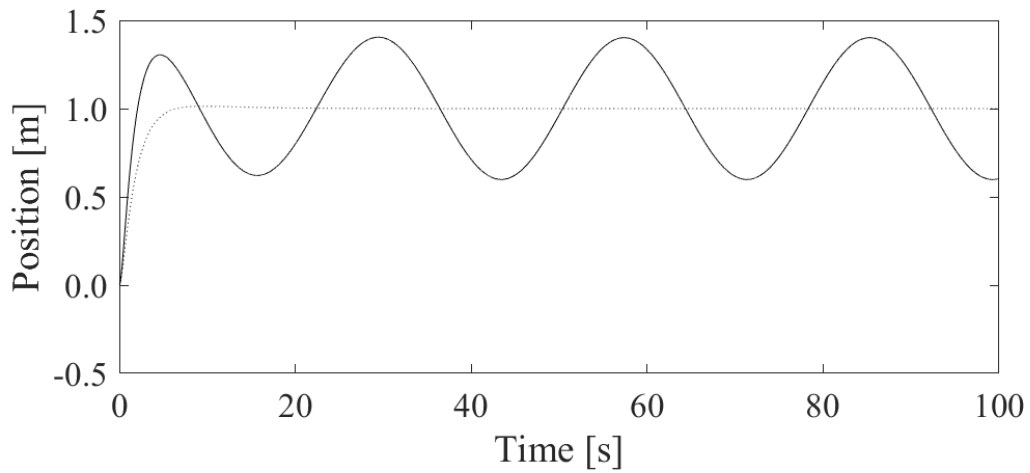
本節では対象のシステムに周期的な外乱が入力された場合における制御性能を確認する。なお、ここではパラメータ変動は発生しないとし、周期外乱を次式で示す。

$$u_h(t) = 1.0 \sin\left(\frac{\sqrt{0.5}}{\pi}t + \frac{\pi}{3}\right) + 0.2 \quad (4.13)$$

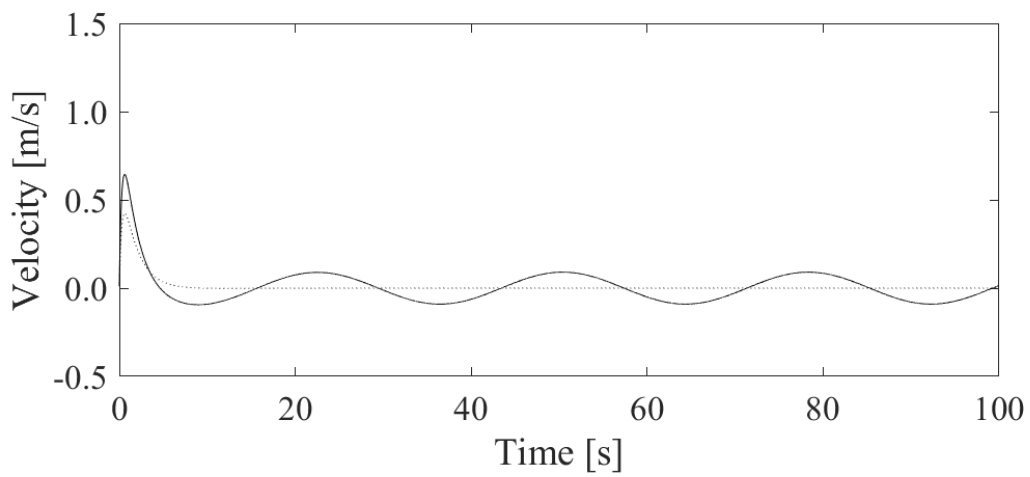
ここで、周期外乱入力は、制御対象の固有振動数と同等の周期で設定した。図 4.8 から図 4.13 の (a) に各制御器を用いた場合における位置，図 4.8 から図 4.13 の (b) に各制御器を用いた場合における速度，図 4.8 から図 4.13 の (c) に制御入力の時間履歴を示す。図 4.8 から図 4.13 の (a) を見ると、PID 制御及び MPC では外乱入力の影響を大きく受け、固有モードが励起されていることがわかる。一方、 $H_\infty$ 制御、SMC、ISMC、EMPC は、システムの固有モードを抑制していることが確認でき、外乱に対して優れたロバスト性を有することが確認できる。前章でも述べたように、EMPC ではチャタリングを生じることなく、制御入力を生成できていることが図 4.8 から図 4.13 の (c) から確認できる。図 4.14 からは、周期外乱を与えられても、切換関数の値を 0 近傍に抑制していることが確認できる。

数値シミュレーションの結果から、 $H_\infty$ 制御、SMC、ISMC、EMPC は非常に優れたロバスト性を有していることが分かる。しかし、SMC と ISMC は、制御入力の帯域が無限大という仮定を前提としており、実装時にロバスト性の低下は避けられない。 $H_\infty$ 制御も外乱の影響を十分に抑えているが本より設計が複雑で調整が直感的に行えないなどの欠点がある。一方で EMPC は、 $H_\infty$ 制御、SMC や ISMC と異なり制御入力や状態量に制約も設定できることから、実用的な制御器であることがわかる。さらに、EMPC は従来の MPC と同様、直感的に設計・調整が可能である。

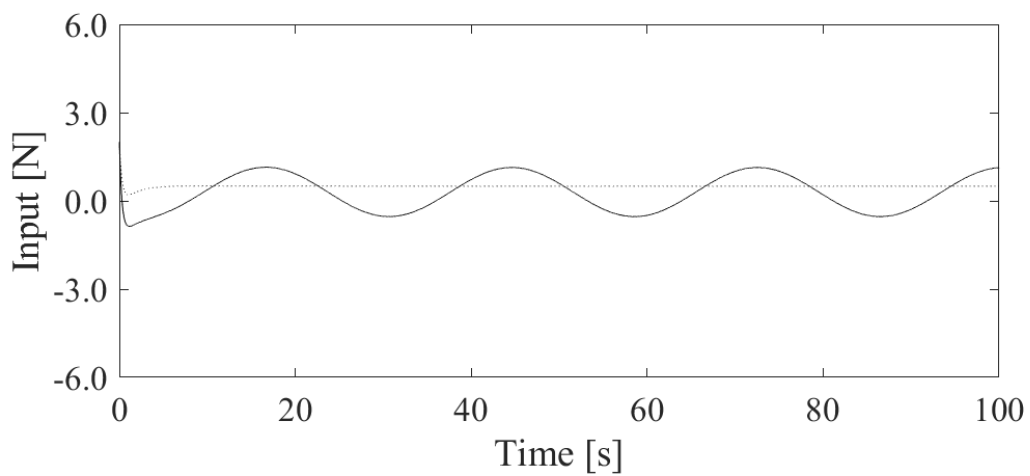




(a) 位置の時間応答

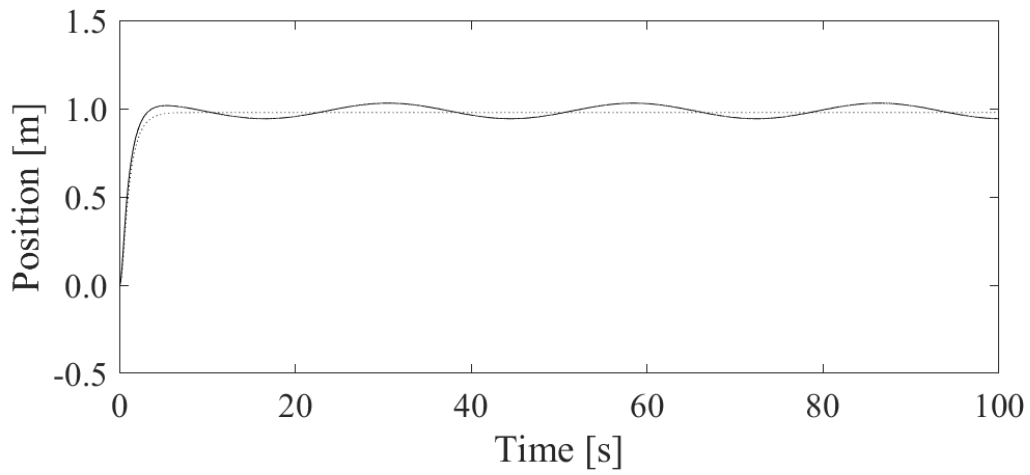


(b) 速度の時間応答

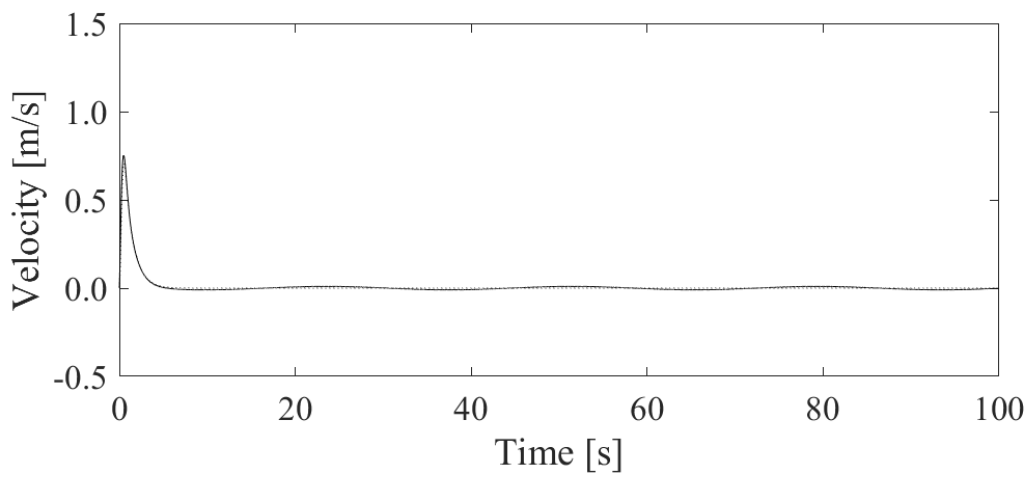


(c) 入力 of 時間応答

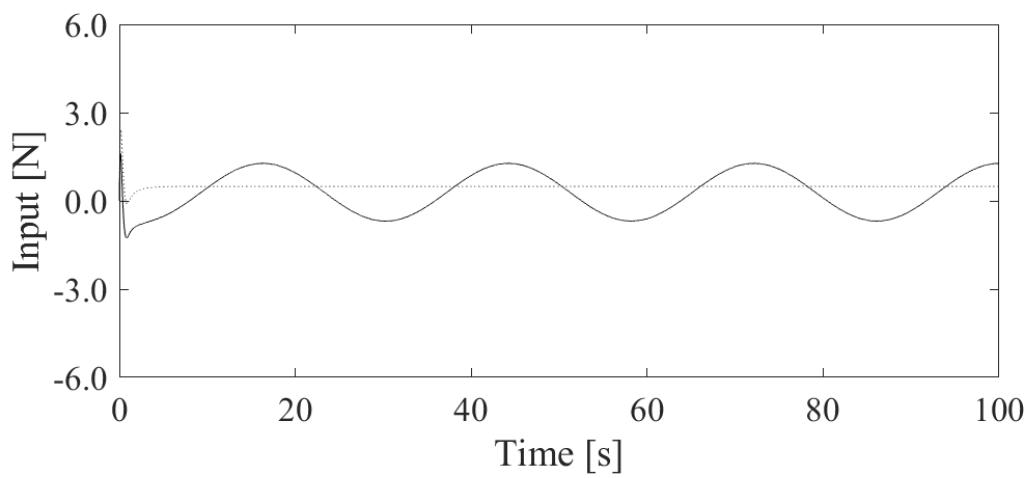
図 4.8 PID 制御を用いた場合の応答 (実線: 外乱あり, 点線: 外乱なし)



(a) 位置の時間応答

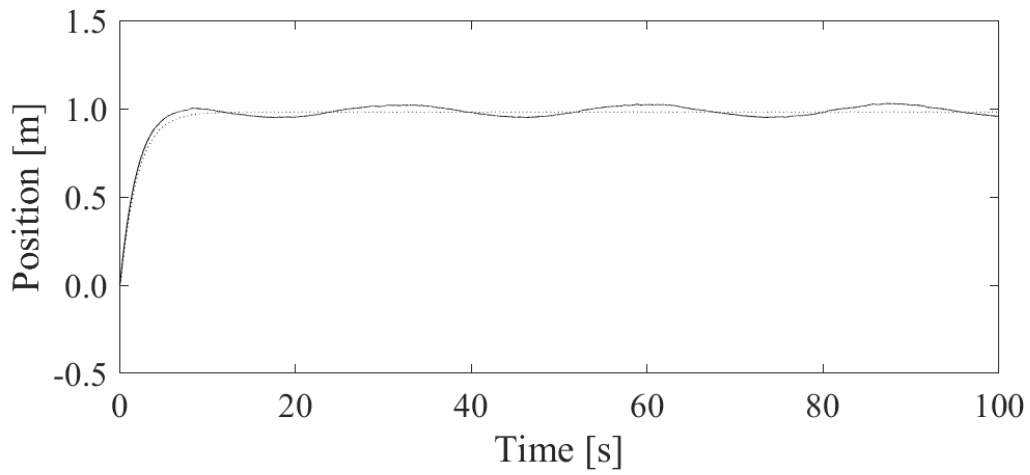


(b) 速度の時間応答

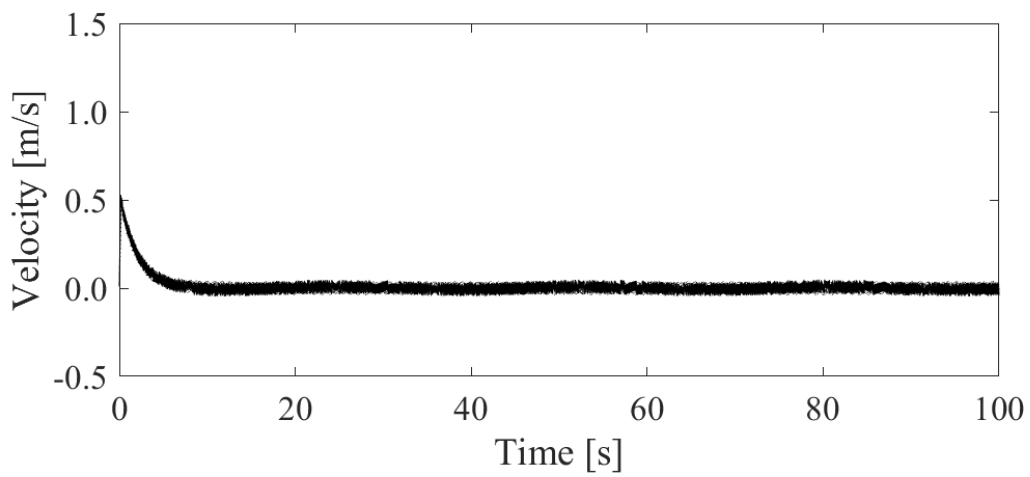


(c) 入力 of 時間応答

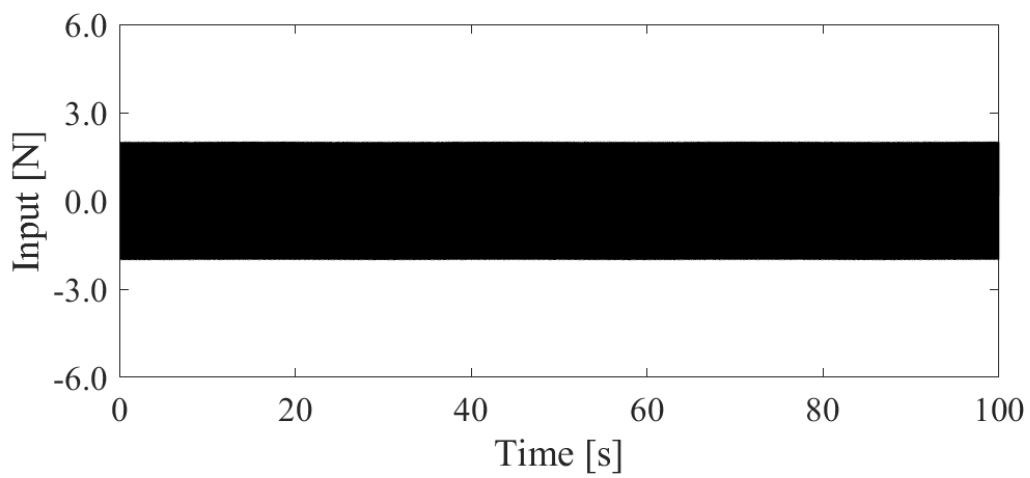
図 4.9  $H_\infty$ 制御器を用いた場合の応答 (実線：外乱あり, 点線：外乱なし)



(a) 位置の時間応答

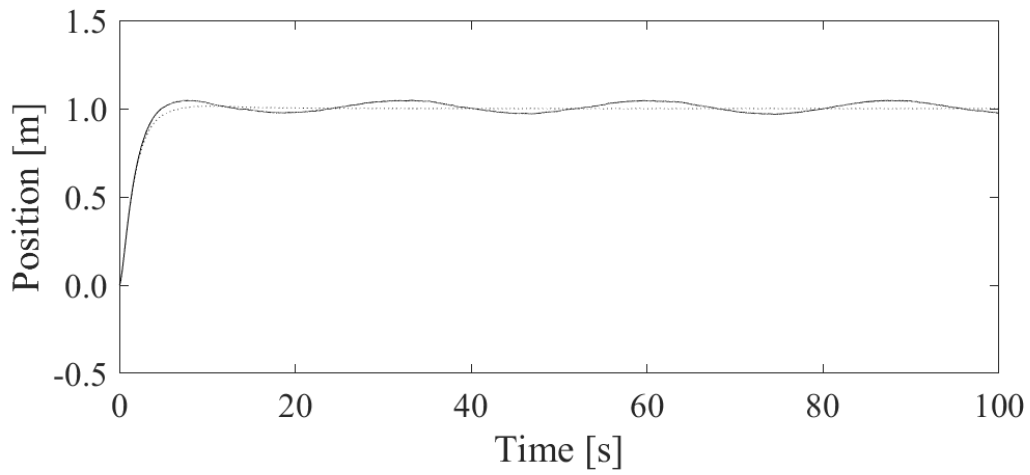


(b) 速度の時間応答

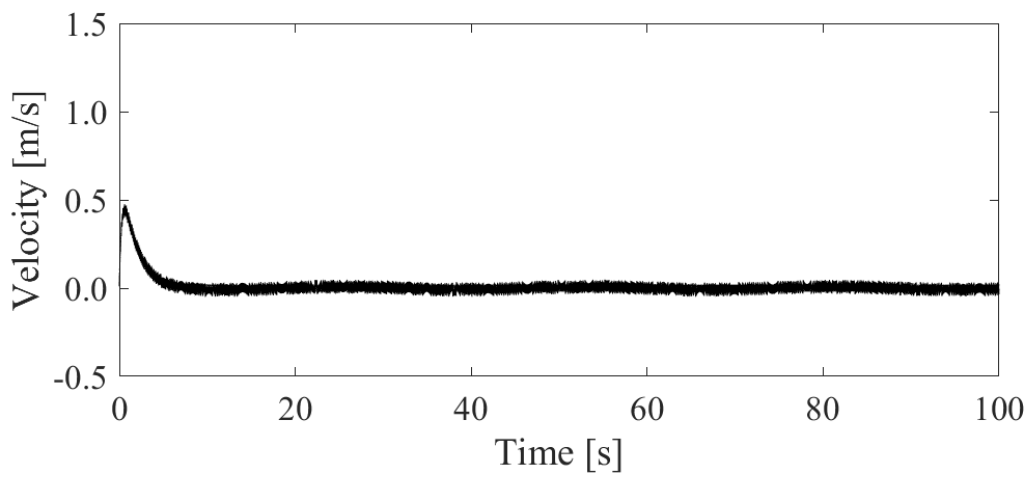


(c) 入力 of 時間応答

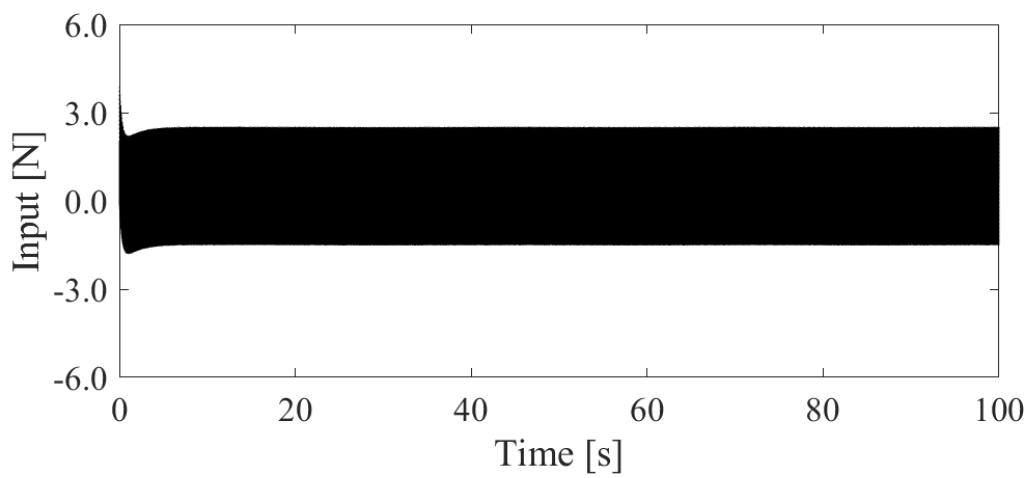
図 4.10 SMC を用いた場合の応答 (実線: 外乱あり, 点線: 外乱なし)



(a) 位置の時間応答

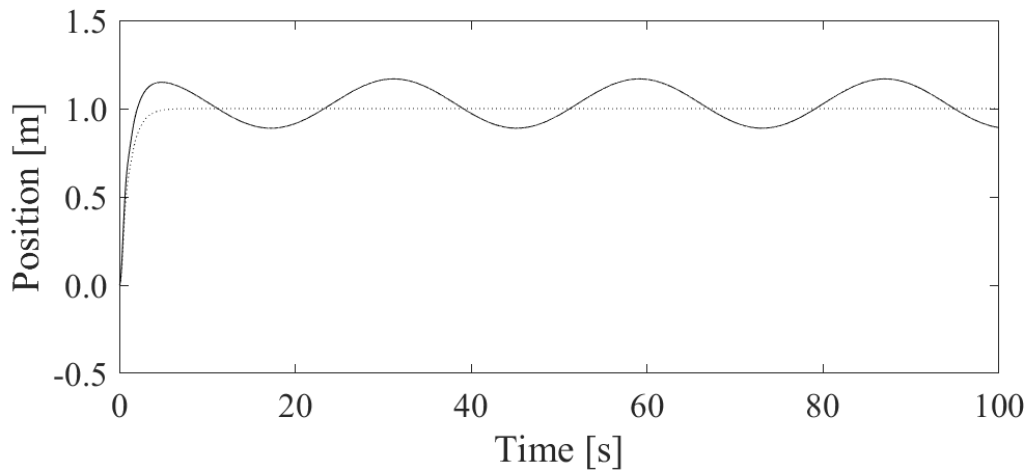


(b) 速度の時間応答

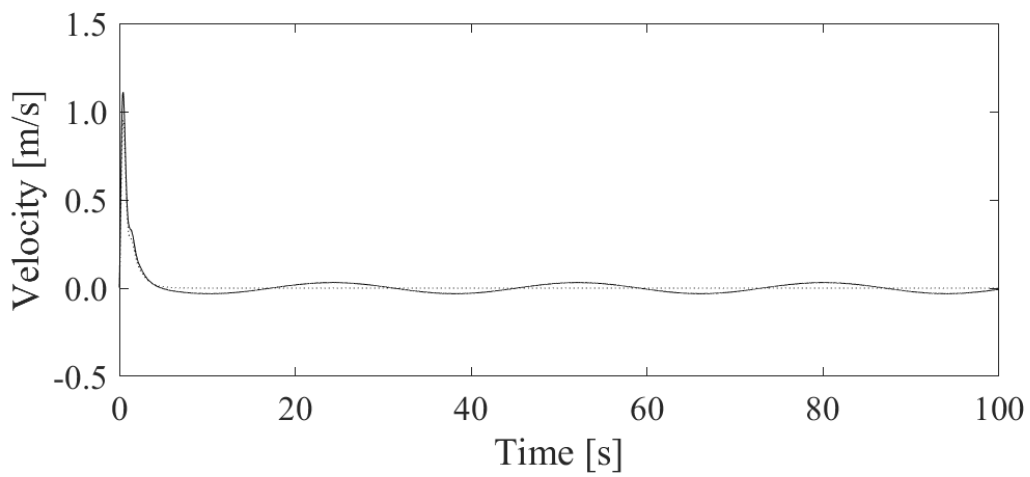


(c) 入力 of 時間応答

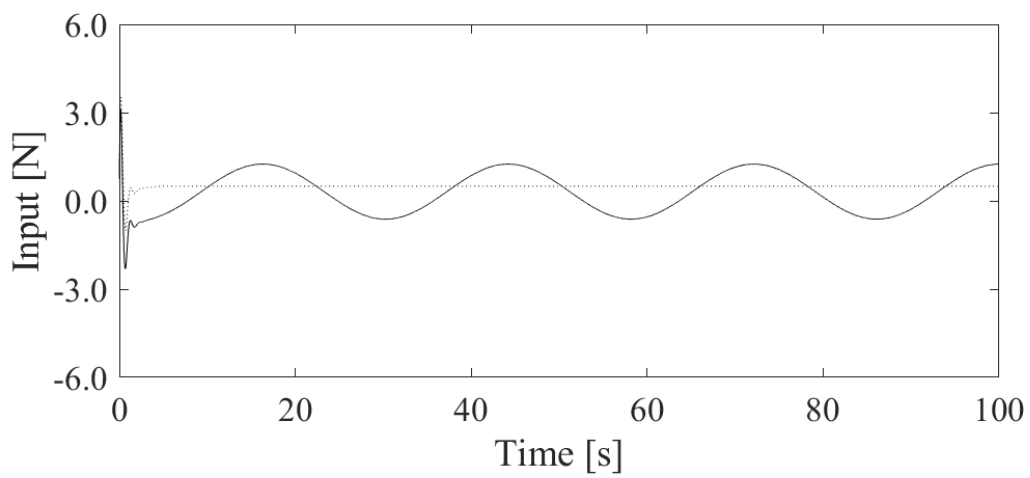
図 4.11 ISMC を用いた場合の応答 (実線: 外乱あり, 点線: 外乱なし)



(a) 位置の時間応答

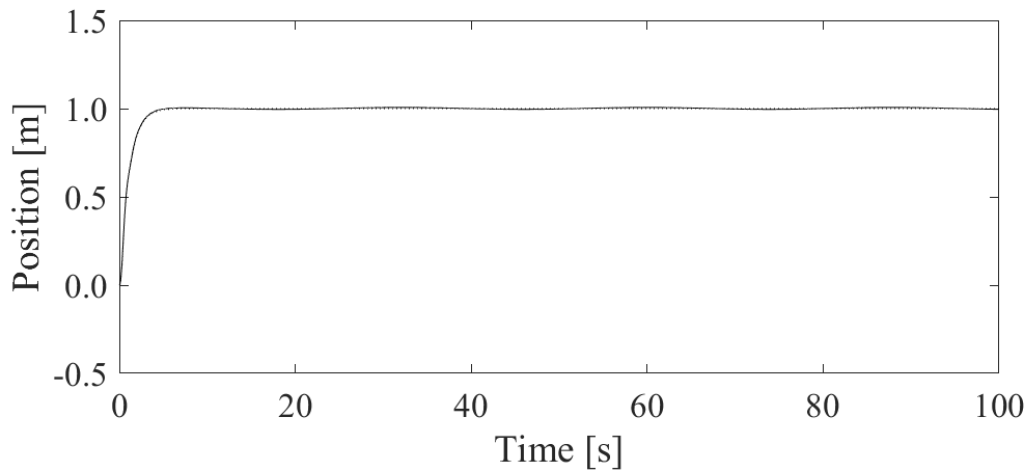


(b) 速度の時間応答

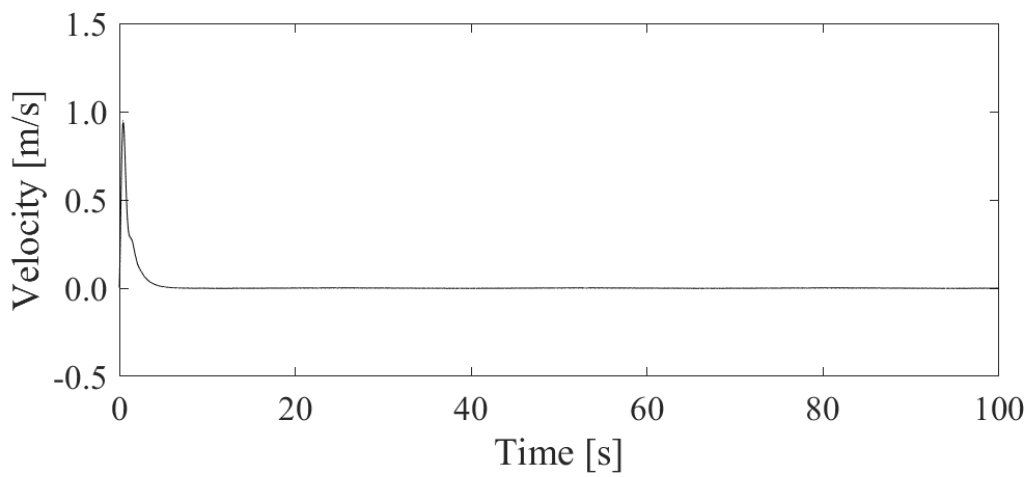


(c) 入力 of 時間応答

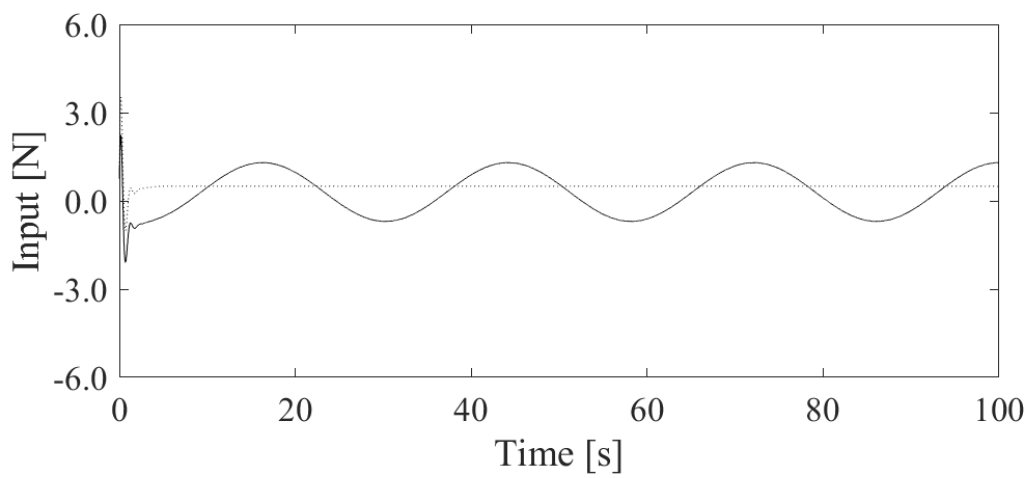
図 4.12 MPC を用いた場合の応答 (実線: 外乱あり, 点線: 外乱なし)



(a) 位置の時間応答

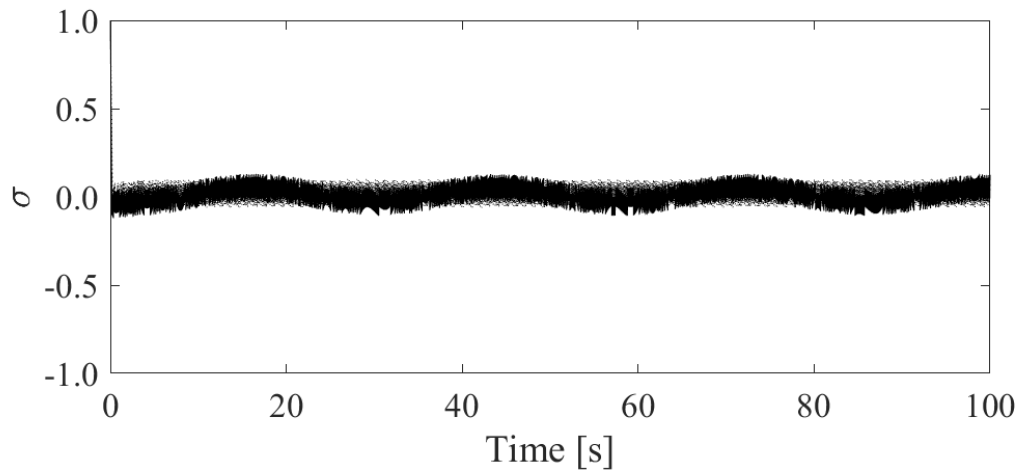


(b) 速度の時間応答

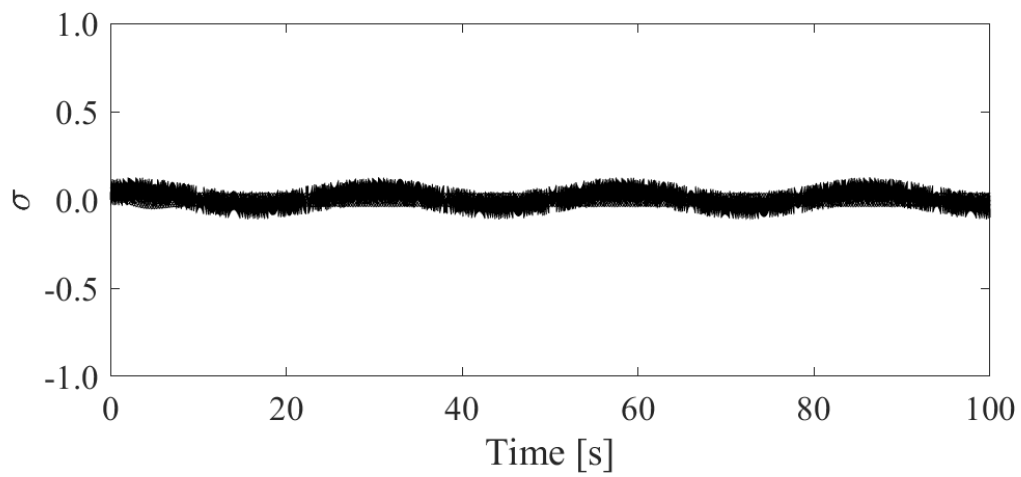


(c) 入力 of 時間応答

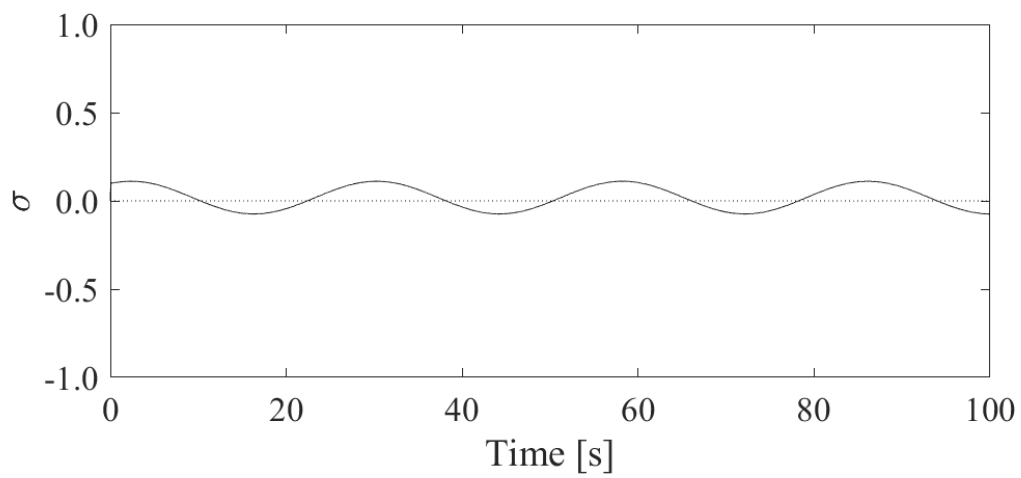
図 4.13 EMPC を用いた場合の応答 (実線: 外乱あり, 点線: 外乱なし)



(a) スライディングモード制御



(b) インテグラルスライディングモード制御



(c) 拡張モデル予測制御

図 4.14 各制御器の切換関数の値 (実線: 外乱あり, 点線: 外乱なし)

### 4. 3 白色雑音外乱入力に対するロバスト性の検証

前節では対象のシステムに特定の周期的な外乱が入力された場合において制御性能を確認した。本節では、特定の周波数ではなく、全ての周波数において同じ利得を有する外乱を入力し、制御性能を確認する。白色雑音外乱入力の範囲は $\pm 10$ [N]とし、図 4.15 に示す。

図 4.16 から図 4.21 の (a) に各制御器を用いた場合における位置、図 4.16 から図 4.21 の (b) に各制御器を用いた場合における速度、図 4.16 から図 4.21 の (c) に制御入力の時間履歴を示す。図 4.16 から図 4.21 の (a) を見ると、PID 制御や MPC では外乱入力の影響により応答が乱れていることがわかる。一方、 $H_\infty$ 制御、SMC、ISMC、EMPC は、白色雑音外乱入力による応答の乱れを抑制しており、高いロバスト性が確認できる。特に SMC、ISMC、EMPC は $H_\infty$ 制御器を用いた場合よりも外乱の影響を小さく抑えることが確認できる。これは $H_\infty$ 制御器が特定の周波数に対して外乱の影響を抑えるように周波数重み関数を設計し、設計によっては外乱を大きく抑制することのできない周波数領域が存在するためと考えられる。また、超平面に拘束するという特性によって高いロバスト性を実現している SMC、ISMC、EMPC は、外乱の抑制性能が周波数領域によって変化しないため、アクチュエータの動特性が遅れない理想的なシステムであれば、全周波数成分を含む白色雑音外乱に対しても高いロバスト性があるため、SMC、ISMC、EMPC では、 $H_\infty$ 制御器よりも優れた外乱抑制性能を確認できたと考えられる。前章でも述べたように、EMPC ではチャタリングを生じることなく、制御入力を生成できていることが図 4.16 から図 4.21 の (c) から確認できる。図 4.22 からは、白色雑音外乱を与えられても、切換関数の値を 0 近傍に抑制していることが確認できる。

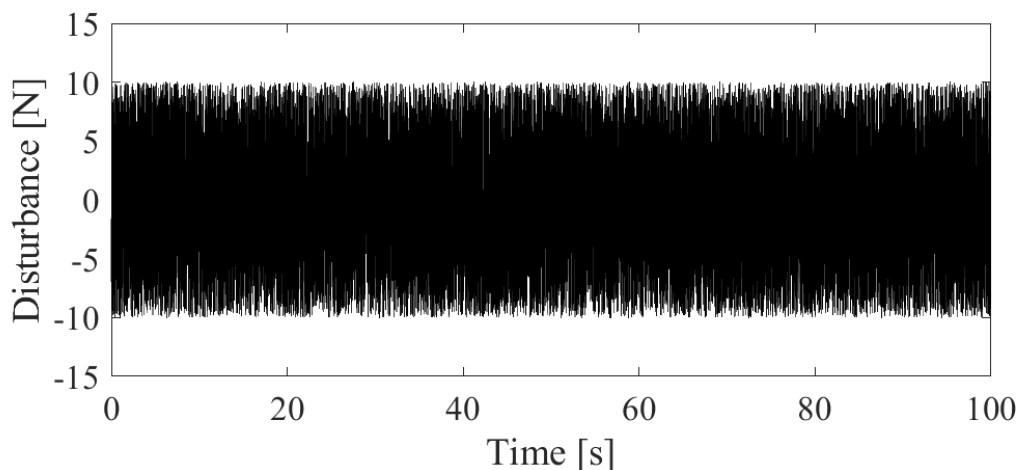
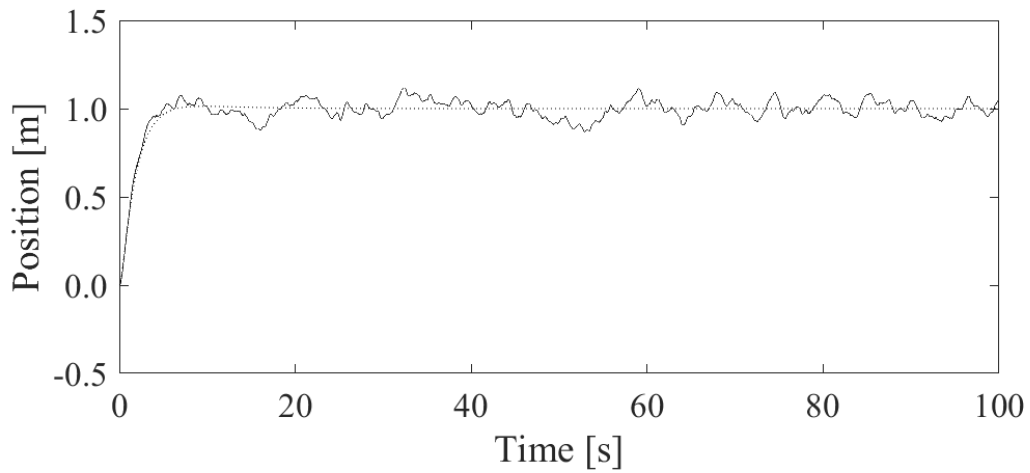
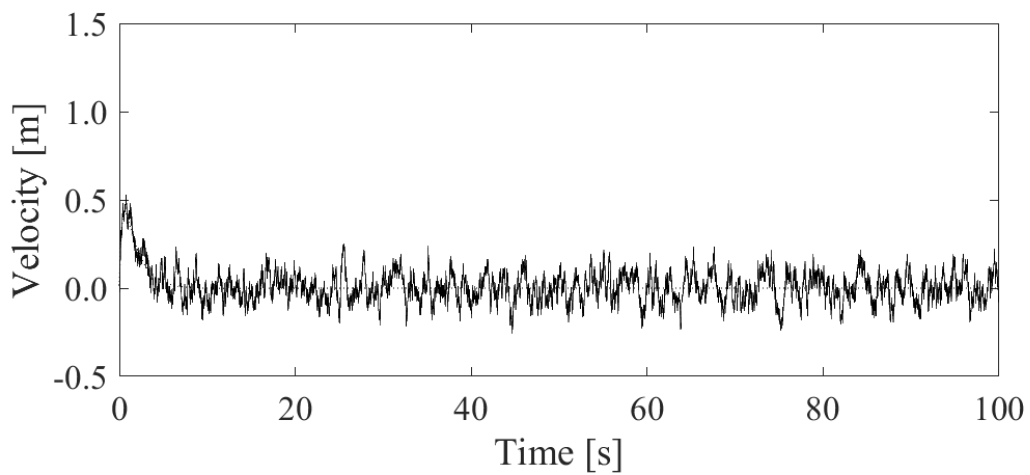


図 4.15 各制御器の切換関数の値（実線：外乱あり，点線：外乱なし）

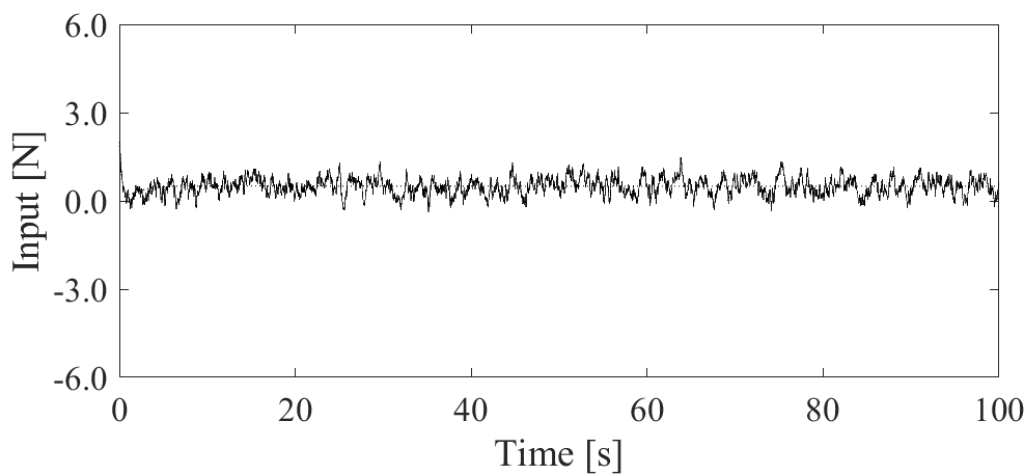




(a) 位置の時間応答

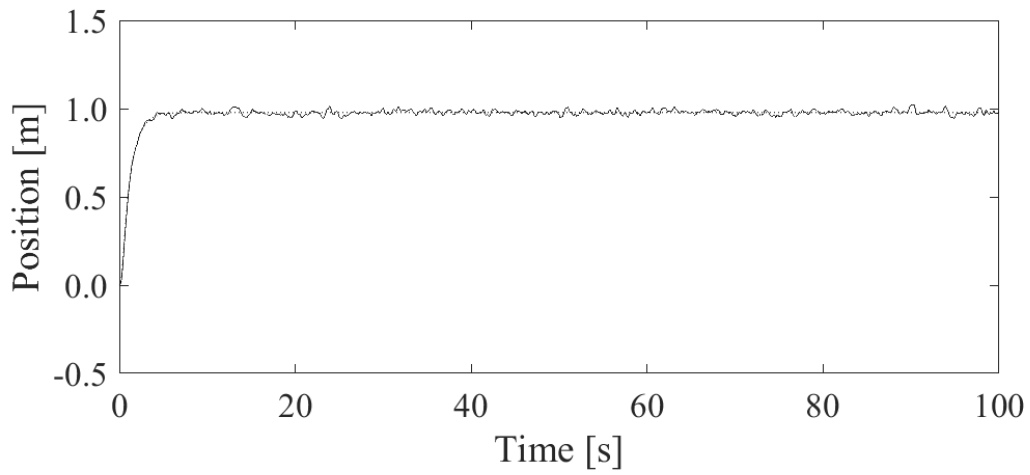


(b) 速度の時間応答

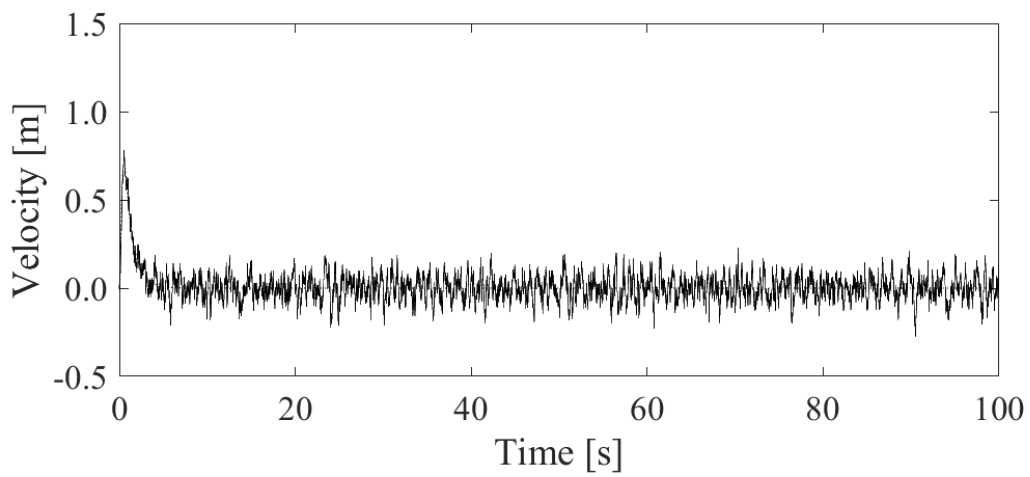


(c) 入力 of 時間応答

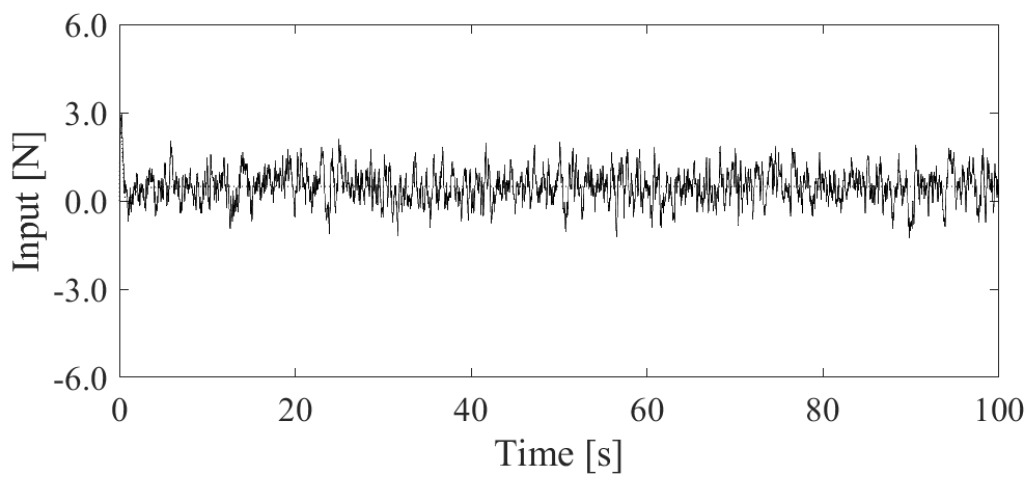
図 4.16 PID 制御を用いた場合の応答 (実線: 外乱あり, 点線: 外乱なし)



(a) 位置の時間応答

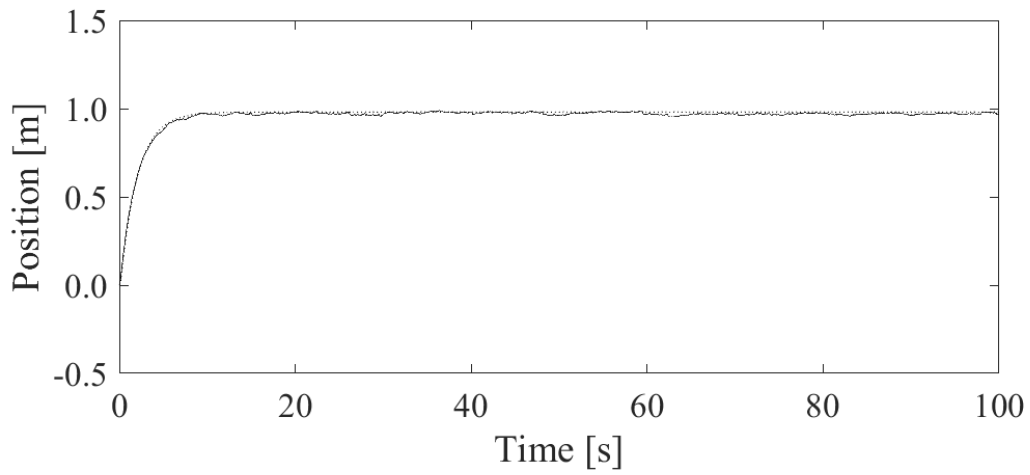


(b) 速度の時間応答

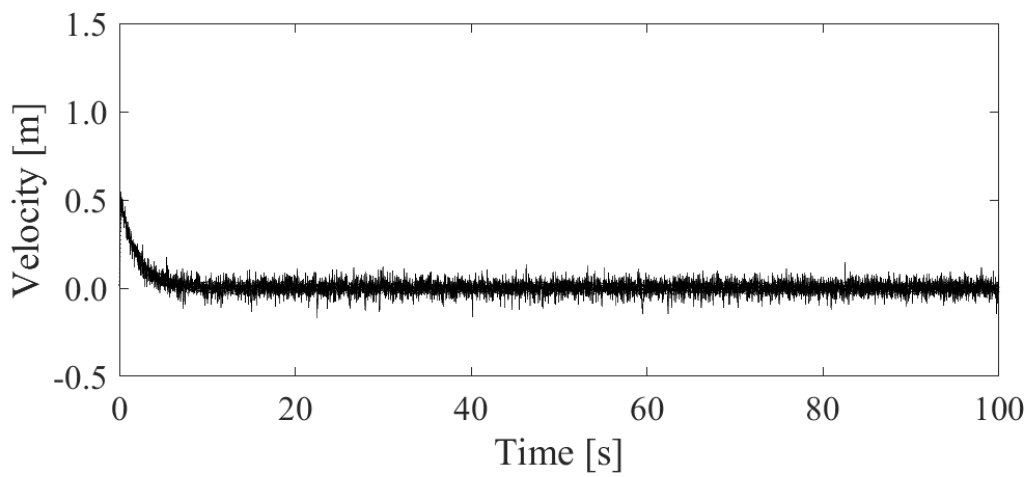


(c) 入力 of 時間応答

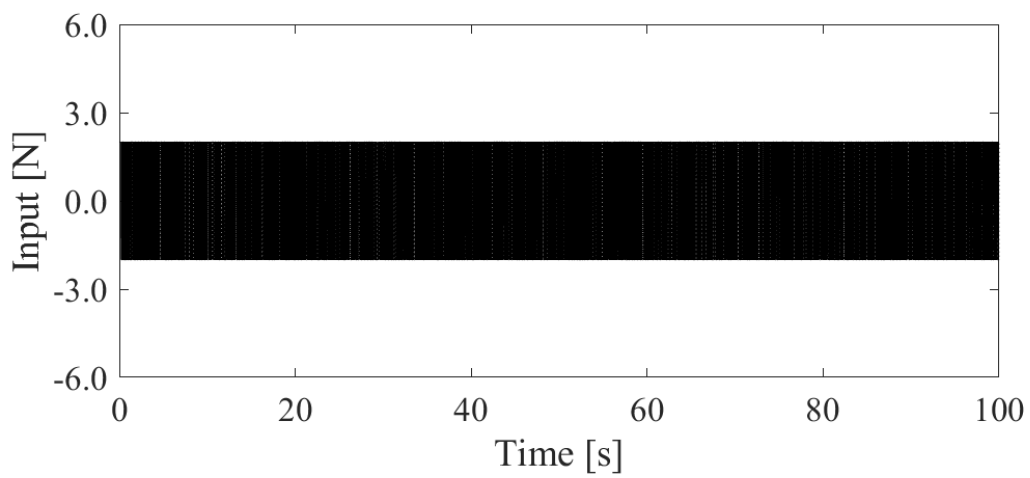
図 4.17  $H_{\infty}$ 制御器を用いた場合の応答（実線：外乱あり，点線：外乱なし）



(a) 位置の時間応答

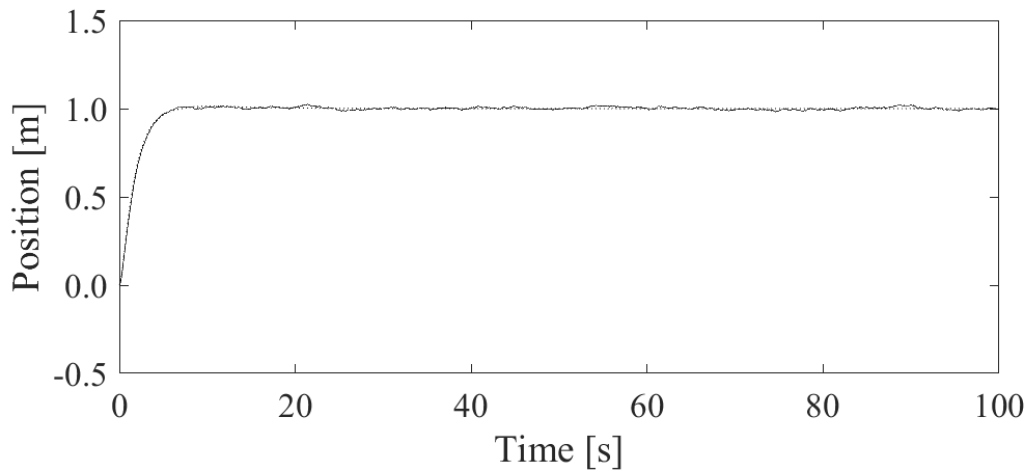


(b) 速度の時間応答

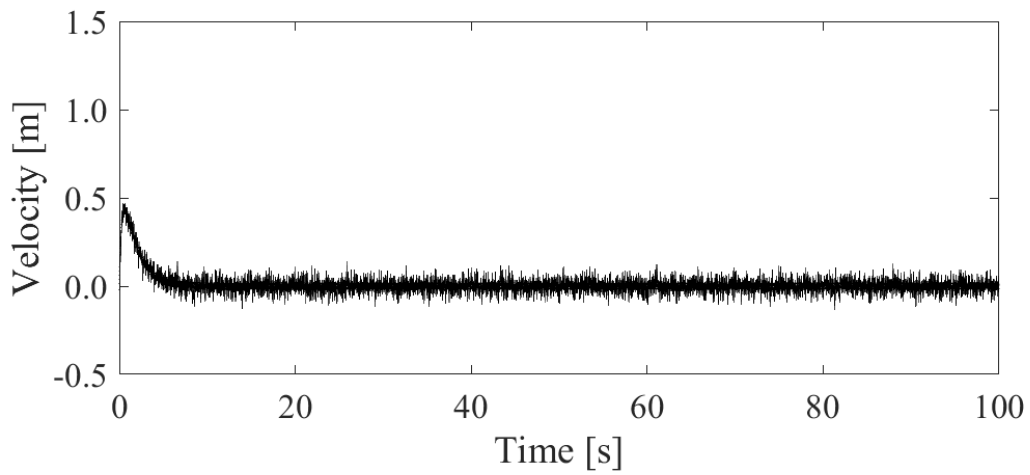


(c) 入力 of 時間応答

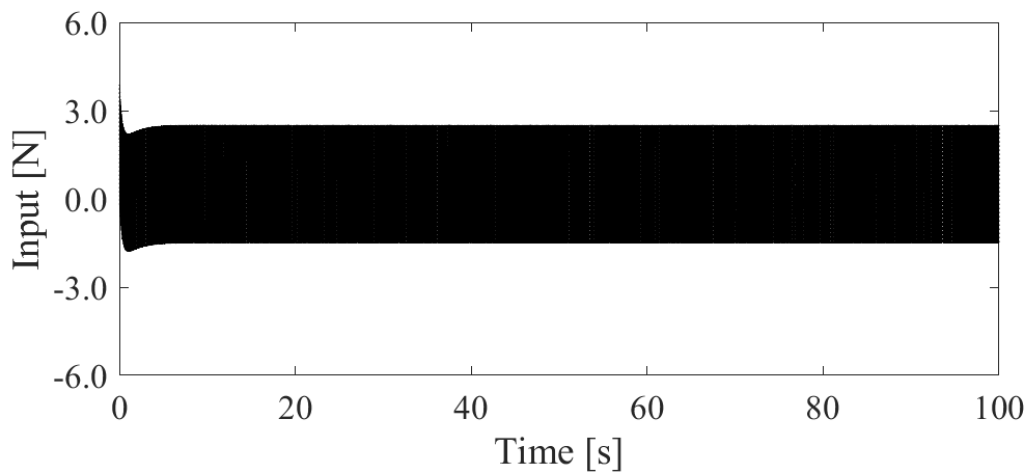
図 4.18 SMC を用いた場合の応答 (実線: 外乱あり, 点線: 外乱なし)



(a) 位置の時間応答

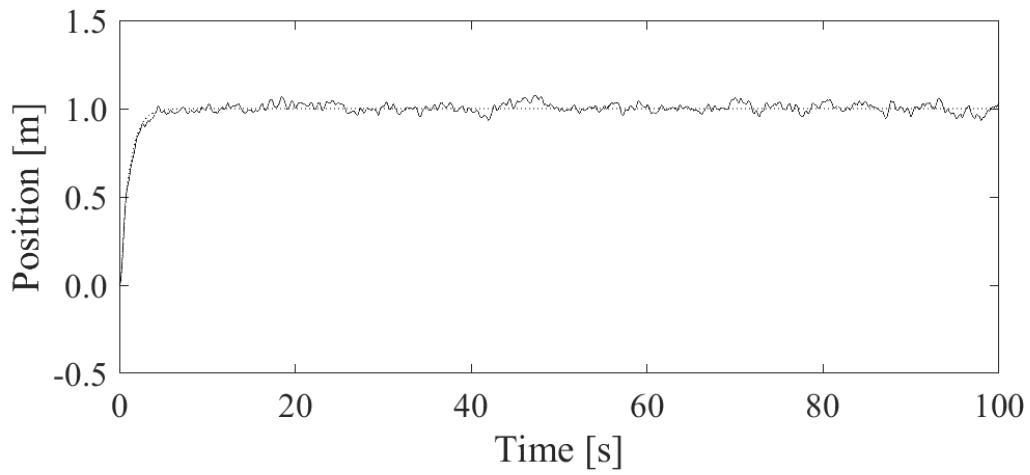


(b) 速度の時間応答

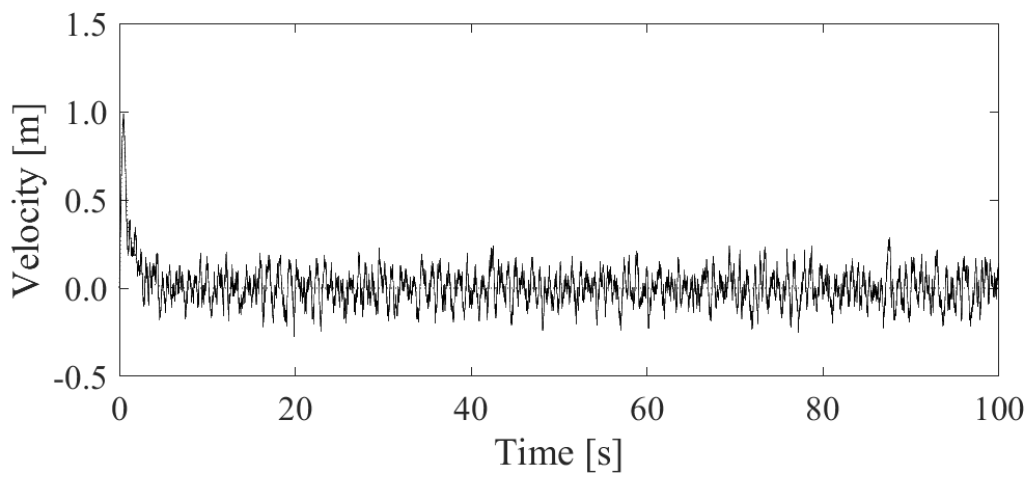


(c) 入力 of 時間応答

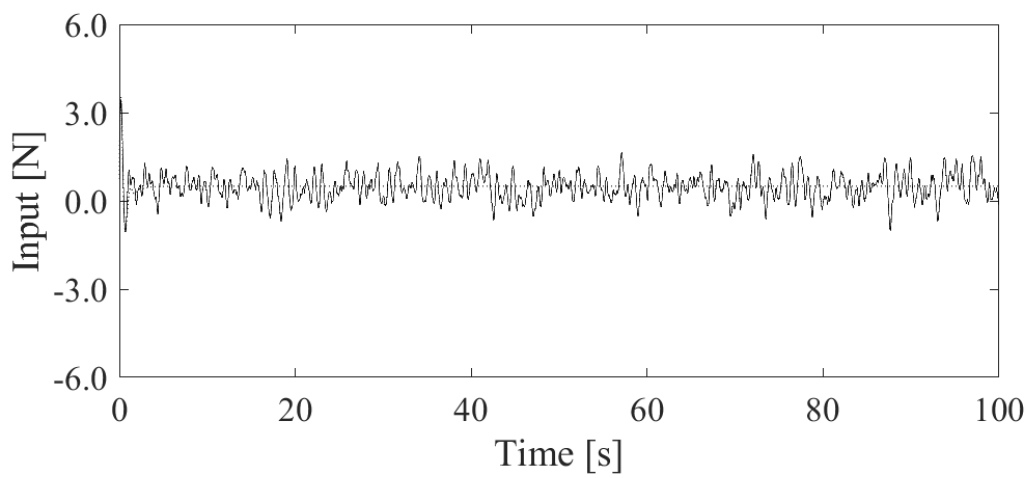
図 4.19 ISMC を用いた場合の応答 (実線: 外乱あり, 点線: 外乱なし)



(a) 位置の時間応答

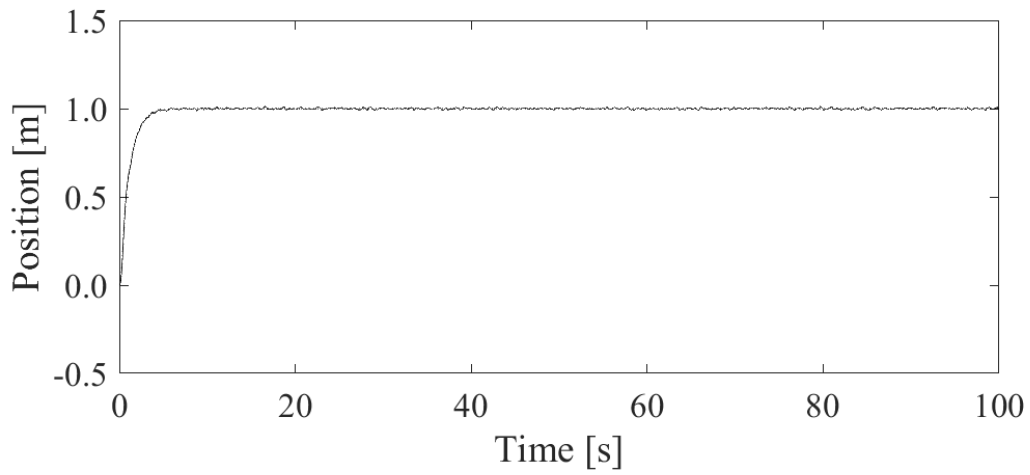


(b) 速度の時間応答

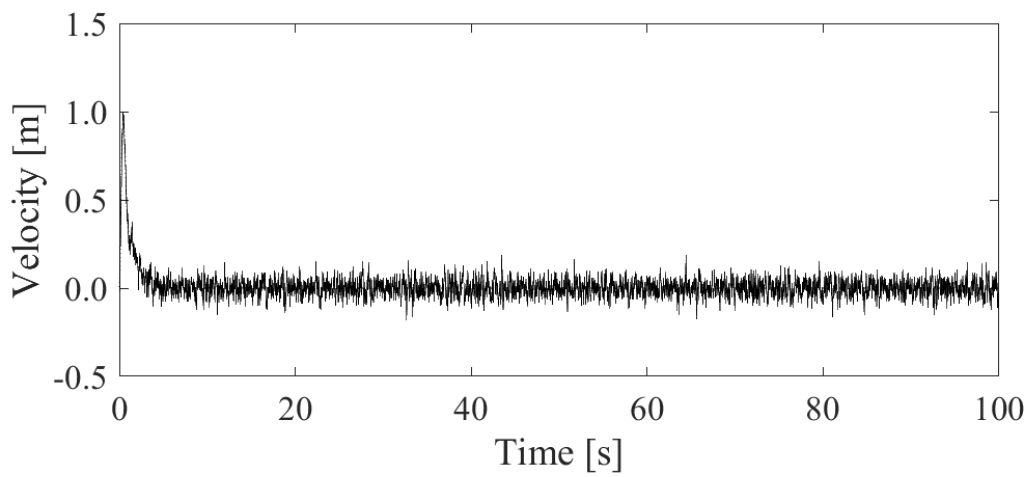


(c) 入力 of 時間応答

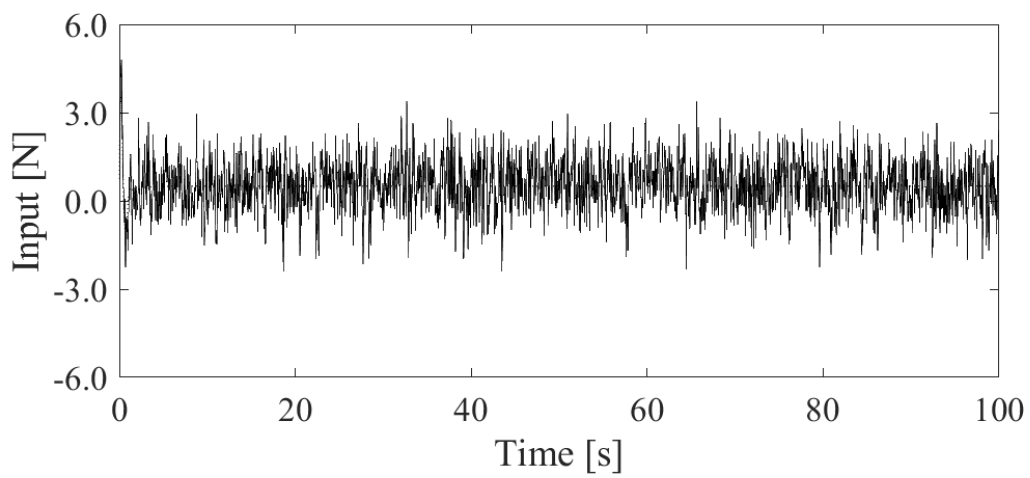
図 4.20 MPC を用いた場合の応答 (実線: 外乱あり, 点線: 外乱なし)



(a) 位置の時間応答

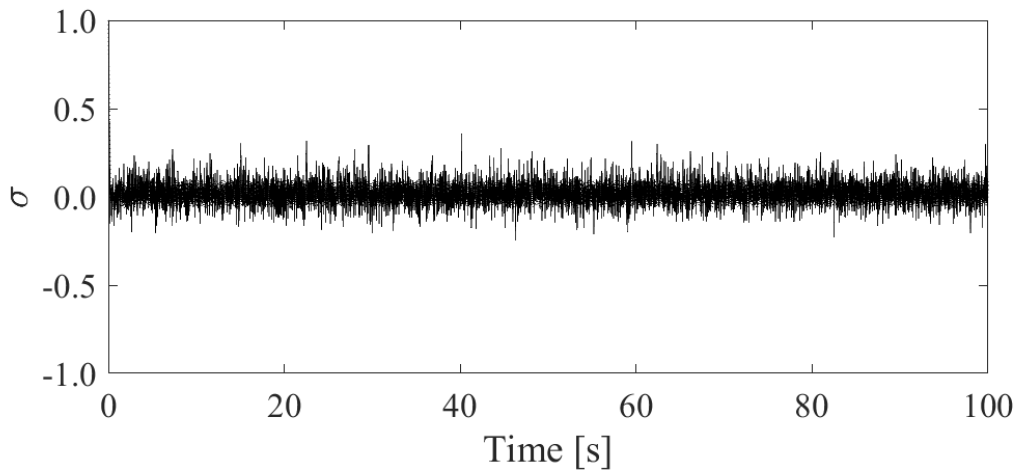


(b) 速度の時間応答

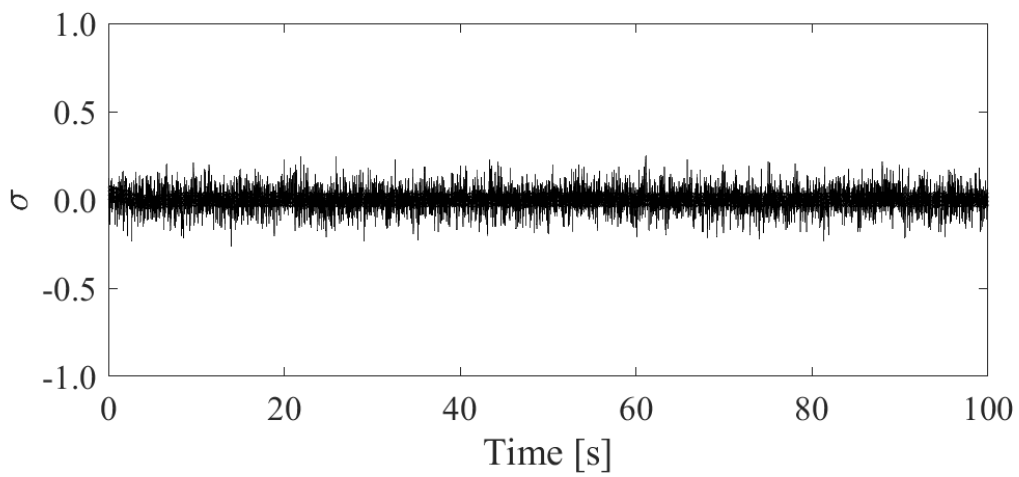


(c) 入力 of 時間応答

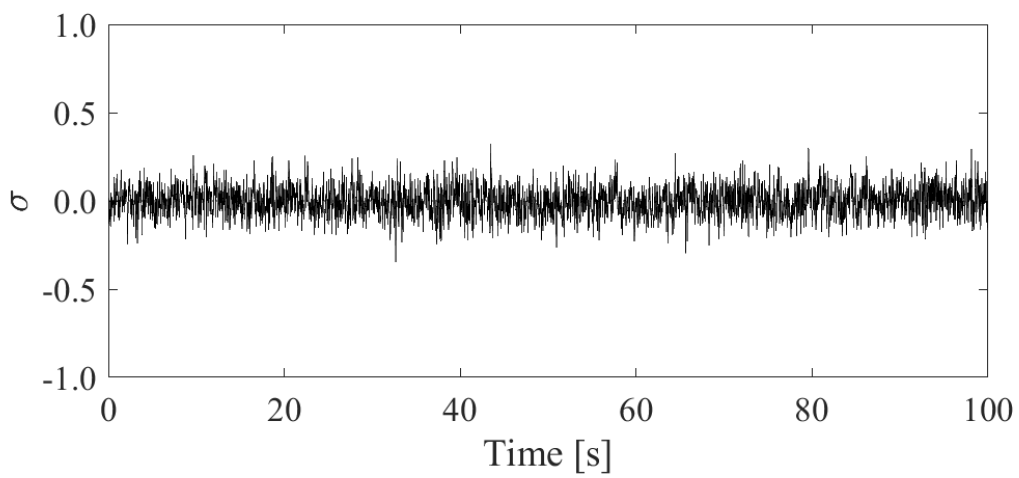
図 4.21 EMPC を用いた場合の応答 (実線: 外乱あり, 点線: 外乱なし)



(a) スライディングモード制御



(b) インテグラルスライディングモード制御



(c) 拡張モデル予測制御

図 4.22 各制御器の切換関数の値 (実線：外乱あり, 点線：外乱なし)

## 5. QTW-UAV の飛行制御システムの設計

前節では、質量・バネ・ダンパ系を対象とした安定なシステムにおいて、我々が提案する拡張モデル予測制御の有効性を確認した。拡張モデル予測制御は、マッチング条件を満足する外乱であれば、パラメータ変動や外乱入力に対して優れたロバスト性を有している。しかしながら、現状では理論的な考察と 1 入力 1 出力 (SISO) システムの安定系に対して有効性が確認されたのみで、十分な有効性を証明できてはいない。拡張モデル予測制御は、モデル予測制御を基にし、基本的な特徴は踏襲しているため、モデル予測制御の MIMO システムに対しても設計が容易に行えるといった特徴を踏襲している。そこで、本章では MIMO システムである QTW-UAV に対して拡張モデル予測制御を適用し、有効性の確認を行う。

序論でも述べた通り QTW-UAV は、主翼の向きを大きく変更することで、ヘリコプタのようなホバリングや固定翼航空機のような長距離の巡航を可能にしたが、運動が大きく変化するため従来の制御器では設計が難しいといった課題があった。最も一般的に用いられている方法として QTW-UAV の運動を任意の動作点において線形化し、その線形化した運動モデルに対して PID 制御器を適用する手法である。QTW-UAV のようなティルトロータ・ウイング機の場合において、切り替えるシステム (制御ゲイン) の数は、設計によって異なるが通常、数十以上になることが多い。対象が仮に SISO システムであったとしても 10 点も制御器の切り換えがあれば、PID 制御の場合でも 30 個の制御ゲインを決定する必要がある。QTW-UAV のような航空機の場合、並進運動や回転運動を合わせて 6 自由度の次元を有するので、制御器の切り換えが 10 か所も存在すれば、非常に複数の制御ゲインを決定することが必要となることがわかる。また、制御ゲインの切り換える不連続な構造は、システムが不安定になる懸念もある。そこで、我々は QTW-UAV の運動をダイナミックインバージョン法によって線形化し、制御器を設計する手法を提案した[Masuda19, Masuda18]。この方法は、対象となる運動の非線形項を入力によって打ち消すため、線形化された運動に対して制御器を設計できる。しかし、実際に入力を行うアクチュエータには誤差や遅れが生じ、また、非線形項を計算、推定するための物理量を計測するためのセンサにはセンサノイズが含まれるため真値はわからないため、入力によって非線形の打ち消しを完全に行うことは困難である。何らかの要因で入力によって打ち消すことができなかつた誤差はインバージョンエラーと呼ばれ、ダイナミックインバージョン法を用いて線形化したシステムには必ず含まれている。当然、応答性や精度に優れた高性能のアクチュエータや高精度のセンサを搭載すれば、インバージョンエラーを抑えることが可能であるが、高性能なアクチュエータや高精度なセンサは大型で重いものが多く搭載できる機体が限られる。特に小型の UAV はペイロードに制限があるため、そのような大型なアクチュエータやセンサの搭載には制限があるため、それらの方法によりインバージョンエラーを抑えるといったことは現実的に難し



い. そこで, インバージョンエラーを含む線形化されたシステムに対しても安定性や制御性を保証できるロバスト制御理論を適用する手法が提案されてきた. これら提案された従来の手法では,  $H_\infty$ 制御理論や $\mu$ 設計法が用いられ, 優れたロバスト性が証明されている. しかしながら, 前述した通り,  $H_\infty$ 制御理論や $\mu$ 設計法は設計方法が非常に複雑なため, 実装や調整が難しいといった欠点があった. また, ダイナミックインバージョン法では, 入力によって非線形項を打消すため, 制御器によって入力が飽和すると非線形項が打ち消すことができなくなり, 制御が破綻する懸念がある.  $H_\infty$ 制御理論や $\mu$ 設計法では, 周波数重み関数を用いることで, 相対的に入力の大きさを考慮して制限することはできるが, 他のフィードバック制御同様に目標値が非常に遠い場所にあり誤差が大きくなるような場合などは, 制御入力が過大となる場合がある. モデル予測制御は, 制御ループにおいて逐次制約の範囲内で最適な入力を計算するため, 動的, かつ絶対的な入力の制約を考慮することが可能である. よって, 非線形項を打消すための入力をアクチュエータの出力可能な入力の上限から差し引いた範囲内で最適な入力を確保することが可能となる. 拡張モデル予測制御では, モデル予測制御の特徴を踏襲しており, 入力制約を取り扱うことが可能なため, 制御入力によって非線形項の打ち消しができなくなるといった懸念を解消できる. また, 航空機では, 機体速度の制限や様々な制限内で飛行を要求される場合がある. そのような状態量の制約においても提案手法は対応することが可能であり, 我々が提案する拡張モデル予測制御は, 従来の航空機に適用された $H_\infty$ 制御理論や $\mu$ 設計法を置き換える制御器であると期待している.

本章では, 我々が提案してきた $H_\infty$ 制御理論や $\mu$ 設計法を用いた QTW-UAV の飛行制御システムの設計手法, および新たに提案した拡張モデル予測制御を用いた飛行制御システムの設計手順について解説し, その特徴について述べる.

## 5. 1 QTW-UAV の運動モデル

本章では，QTW-UAV の運動モデルについて解説を行う。

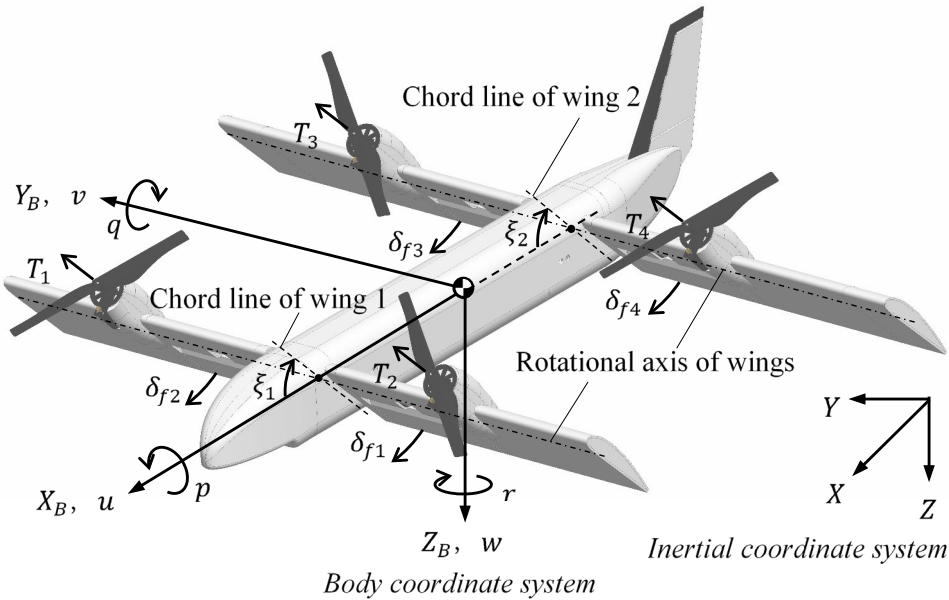


図 5.1 QTW-UAV の座標系，状態量，入力 の定義

### 5. 1. 1 QTW-UAV の座標系，状態量，入力 の定義

対象とする QTW-UAV は，地球上の任意の位置に配置された原点から短い距離に目標を有し，短距離を飛行すると仮定する．この仮定によって，地球上の地面は平坦であるとみなすことができ，任意の位置を原点とする慣性座標系 (inertial coordinate system) を定義することができる．ここで，慣性座標系は， $X$ - $Y$ 平面を水平面とし， $Z$ 軸の方向を地球の中心とする右手系の座標系で定義する．また，機体座標系 (body coordinate system) は，機体の重心に固定され，機首の方向を $X_B$ 軸， $Z_B$ 軸を $X_B$ 軸に垂直な下方向とする右手系の座標系で定義される．図 5.1 は，QTW-UAV の状態変数と制御入力の定義を示しており， $u$ ， $v$ ， $w$ は，それぞれ， $X_B$ ， $Y_B$ ， $Z_B$ 軸上の QTW-UAV の速度， $p$ ， $q$ ， $r$ は，それぞれ， $X_B$ ， $Y_B$ ， $Z_B$ 軸まわりの角速度を示している．QTW-UAV は，4つのプロペラによる推力とプロペラの後方に搭載されたフラップロンをアクチュエータとして装備しており，プロペラによって生成される推力を $T_1$ ， $T_2$ ， $T_3$ ， $T_4$ と定義する．フラップロンは，プロペラの後流を偏向することで翼の垂直方向に力を発生させるために用いられ，それぞれのフラップロンの舵角を $\delta_{f1}$ ， $\delta_{f2}$ ， $\delta_{f3}$ ， $\delta_{f4}$ で定義する．ティルト角が  $0^\circ$ では作用する力の向きが $Z_B$ 軸方向， $90^\circ$ では $X_B$ 軸方向となるように，フラップロンの舵角はそれぞれの翼の翼弦に対して下側を正方向とする．

QTW-UAV の前側の翼を主翼 1，後側の翼を主翼 2 とし，主翼 1，主翼 2 の傾きを変更する際の回転中心は QTW-UAV の重心位置と同じ高さである．主翼 1，主翼 2 の翼弦と機体座標系の $X_B$ 軸のなす角をティルト角と定義し，それぞれ，主翼 1 のティルト角を $\xi_1$ ，主翼 1 の

ティルト角を $\xi_2$ と定義した. なお, 本論文では一般的なティルトウイング機と同様にティルト角は $0^\circ$ から $90^\circ$ の範囲で動作するとした.

図 5.2 は, QTW-UAV に搭載されたプロペラやフラップロンなどのアクチュエータの配置を示している. QTW-UAV の重心からそれぞれの翼に搭載されたプロペラの推力の作用点までの $X_B$ 軸上の距離を $l_{tx1}$ ,  $l_{tx2}$ とし,  $Y_B$ 軸上の距離を $l_{ty}$ としている. フラップロンは, プロペラの後方に搭載され, 主翼の回転軸から偏向されて推力の作用点まで $l_{wf}$ の距離があると定義した. よって, フラップロンの入力ではティルト角が $0^\circ$ においては, ローリングモーメントとピッチングモーメント,  $90^\circ$ においては, ヨーイングモーメントとピッチングモーメントが連成して発生するシステムとなる.

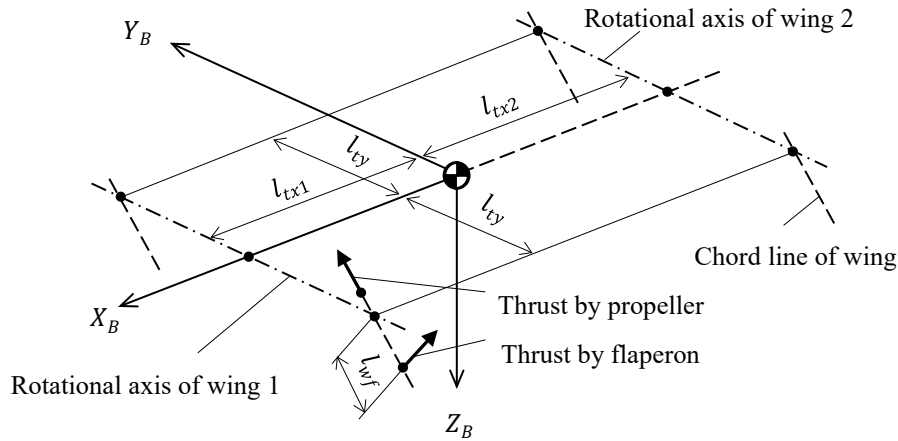


図 5.2 プロペラ及びフラップロンの配置

### 5. 1. 2 QTW-UAV の非線形運動方程式

QTW-UAV の非線形の並進運動方程式を式 (5.1), および回転運動方程式を式 (5.2) に示す.

$$\dot{\mathbf{v}} = -\tilde{\boldsymbol{\omega}}\mathbf{v} + \mathbf{C}_X^{B/I}\mathbf{g} + m^{-1}\{\mathbf{F}_a(\alpha, \boldsymbol{\xi}) + \mathbf{F}_u(\boldsymbol{\xi})\} \quad (5.1)$$

$$\dot{\boldsymbol{\omega}} = -\mathbf{j}^{-1}\tilde{\boldsymbol{\omega}}\mathbf{j}\boldsymbol{\omega} + \mathbf{j}^{-1}\{\mathbf{M}_a(\alpha, \boldsymbol{\xi}) + \mathbf{M}_u(\boldsymbol{\xi})\} \quad (5.2)$$

ここで, 式 (5.1), (5.2) における行列は次のように示される.

$$\mathbf{g} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ g \end{bmatrix}, \quad \mathbf{v} = \begin{bmatrix} u \\ v \\ w \end{bmatrix}, \quad \boldsymbol{\omega} = \begin{bmatrix} p \\ q \\ r \end{bmatrix}, \quad \tilde{\boldsymbol{\omega}} = \begin{bmatrix} 0 & -r & q \\ r & 0 & -p \\ -q & p & 0 \end{bmatrix} \quad (5.3)$$

$$\boldsymbol{\xi} = \begin{bmatrix} \xi_1 \\ \xi_2 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{j} = \begin{bmatrix} j_{xx} & 0 & j_{xz} \\ 0 & j_{yy} & 0 \\ j_{xz} & 0 & j_{zz} \end{bmatrix} \quad (5.4)$$

$$\mathbf{C}_X^{B/I} = \begin{bmatrix} \cos \Psi \cos \theta & \sin \Psi \cos \theta & -\sin \theta \\ \cos \Psi \sin \theta \sin \Phi & \sin \Psi \sin \theta \sin \Phi & \cos \theta \sin \Phi \\ -\sin \Psi \cos \Phi & +\cos \Psi \cos \Phi & \\ \cos \Psi \sin \theta \cos \Phi & \sin \Psi \sin \theta \cos \Phi & \cos \theta \cos \Phi \\ +\sin \Psi \sin \Phi & -\cos \Psi \sin \Phi & \end{bmatrix} \quad (5.5)$$

$$\mathbf{F}_a(\alpha, \boldsymbol{\xi}) = \begin{bmatrix} F_{Lw1} \sin(\alpha + \xi_1) + F_{Lw2} \sin(\alpha + \xi_2) \\ -F_{Dw1} \cos(\alpha + \xi_1) - F_{Dw2} \cos(\alpha + \xi_2) \\ +F_{Lb} \sin \alpha - F_{Db} \cos \alpha \\ 0 \\ F_{Lw1} \cos(\alpha + \xi_1) + F_{Lw2} \cos(\alpha + \xi_2) \\ -F_{Dw1} \sin(\alpha + \xi_1) - F_{Dw2} \sin(\alpha + \xi_2) \\ -F_{Lb} \cos \alpha - F_{Db} \sin \alpha \end{bmatrix} \quad (5.6)$$

$$\mathbf{F}_u(\boldsymbol{\xi}) = \begin{bmatrix} (T_1 + T_2) \cos \xi_1 + (T_3 + T_4) \cos \xi_2 \\ -(F_{f1} + F_{f2}) \sin \xi_1 - (F_{f3} + F_{f4}) \sin \xi_2 \\ 0 \\ -(T_1 + T_2) \sin \xi_1 - (T_3 + T_4) \sin \xi_2 \\ -(F_{f1} + F_{f2}) \cos \xi_1 - (F_{f3} + F_{f4}) \cos \xi_2 \end{bmatrix} \quad (5.7)$$

$$\mathbf{M}_a(\alpha, \boldsymbol{\xi}) = \begin{bmatrix} 0 \\ l_{tx1} F_{Lw1} \cos(\alpha + \xi_1) - l_{tx2} F_{Lw2} \cos(\alpha + \xi_2) \\ +l_{tx1} F_{Dw1} \sin(\alpha + \xi_1) - l_{tx2} F_{Dw2} \sin(\alpha + \xi_2) \\ -\rho S_v C_{Lv} (U^2 + W^2) / 2 \end{bmatrix} \quad (5.8)$$

$$\mathbf{M}_u(\boldsymbol{\xi}) = \begin{bmatrix} l_{ty}\{(T_1 - T_2) \sin \xi_1 - (T_3 - T_4) \sin \xi_2\} \\ +l_{ty}\{(F_{f1} - F_{f2}) \cos \xi_1 - (F_{f3} - F_{f4}) \cos \xi_2\} \\ -(M_{p1} - M_{p2}) \cos \xi_1 - (M_{p3} - M_{p4}) \cos \xi_2 \\ \\ l_{tx1}(T_1 + T_2) \sin \xi_1 - l_{tx2}(T_3 + T_4) \sin \xi_2 \\ +(l_{tx1} - l_{wf} \cos \xi_1)(F_{f1} + F_{f2}) \cos \xi_1 \\ +(l_{tx2} - l_{wf} \cos \xi_2)(F_{f3} + F_{f4}) \cos \xi_2 \\ \\ l_{ty}\{(T_1 - T_2) \cos \xi_1 - (T_3 - T_4) \cos \xi_2\} \\ +l_{ty}\{(-F_{f1} + F_{f2}) \sin \xi_1 + (F_{f3} - F_{f4}) \sin \xi_2\} \\ +(M_{p1} - M_{p2}) \cos \xi_1 + (M_{p3} - M_{p4}) \cos \xi_2 \end{bmatrix} \quad (5.9)$$

$\mathbf{v}$ は図 5.1 で示される機体座標系における速度ベクトル,  $\boldsymbol{\omega}$ は角速度ベクトル,  $\tilde{\boldsymbol{\omega}}$ は角速度の歪対称行列,  $\mathbf{g}$ は重力加速度 $g$ のベクトルである. QTW-UAV の主翼 1 と主翼 2 のテイルト角は, ベクトル $\boldsymbol{\xi}$ で定義され, 機体の慣性モーメントは $\mathbf{j}$ で表される.  $\Phi$ ,  $\theta$ ,  $\Psi$ は, 機体の姿勢角を示し, それぞれ, ロール角, ピッチ角, ヨー角である.  $\mathbf{C}_X^{B/I}$ は, 慣性座標系から機体座標系への 321 系の座標変換行列である. 空気力による力およびモーメントは,  $\mathbf{F}_a(\alpha, \boldsymbol{\xi})$ ,  $\mathbf{M}_a(\alpha, \boldsymbol{\xi})$ , で示され, 機体の迎角 $\alpha$ , テイルト角 $\boldsymbol{\xi}$ の関数で表される. 空気力による力およびモーメントに含まれるパラメータ $\rho$ は空気密度,  $S_v$ は垂直尾翼面積,  $C_{Lv}$ は垂直尾翼の揚力係数である.  $F_{Lw1}$ ,  $F_{Lw2}$ はそれぞれ主翼 1, 主翼 2 の揚力,  $F_{Lb}$ は機体の胴体に発生する揚力を示しており, 次の式で示される.

$$F_{Lw1} = \rho S_{w1} C_{Lw1} (u^2 + w^2) / 2 \quad (5.10)$$

$$F_{Lw2} = \rho S_{w2} C_{Lw2} (u^2 + w^2) / 2 \quad (5.11)$$

$$F_{Lb} = \rho S_b C_{Lb} (u^2 + w^2) / 2 \quad (5.12)$$

ここで,  $S_{w1}$ ,  $S_{w2}$ はそれぞれ主翼 1 と主翼 2 の面積,  $S_b$ は胴体の上部投影面積,  $C_{Lw1}$ ,  $C_{Lw2}$ はそれぞれ主翼 1 と主翼 2 の揚力係数,  $C_{Lb}$ は胴体の揚力係数である.

式 (5.6), (5.8) 中の $F_{Dw1}$ ,  $F_{Dw2}$ はそれぞれ主翼 1, 主翼 2 の抗力,  $F_{Db}$ は機体の胴体に発生する抗力を示しており, 次の式で示される.

$$F_{Dw1} = \rho S_{w1} C_{Dw1} (u^2 + w^2) / 2 \quad (5.13)$$

$$F_{Dw2} = \rho S_{w2} C_{Dw2} (u^2 + w^2) / 2 \quad (5.14)$$

$$F_{Db} = \rho S_b C_{Db} (u^2 + w^2) / 2 \quad (5.15)$$

ここで、 $C_{Dw1}$ 、 $C_{Dw2}$ はそれぞれ主翼1と主翼2の抗力係数、 $C_{Db}$ は胴体の抗力係数である。式(5.7)の $\mathbf{F}_u(\boldsymbol{\xi})$ 、式(5.9)の $\mathbf{M}_u(\boldsymbol{\xi})$ はそれぞれ入力によって生成される力とモーメントであり、式中の $F_{f1}$ 、 $F_{f2}$ 、 $F_{f3}$ 、 $F_{f4}$ はフラップペロンによって生成される偏向推力による力を示している。 $F_{f1}$ 、 $F_{f2}$ 、 $F_{f3}$ 、 $F_{f4}$ は、各翼の動圧 $q_1$ 、 $q_2$ 、 $q_3$ 、 $q_4$ 、プロペラの後流によって発生する動圧 $q_{p1}$ 、 $q_{p2}$ 、 $q_{p3}$ 、 $q_{p4}$ 、フラップペロンの上部投影面積 $S_f$ 、偏向推力係数 $C_{Df}$ 、そして各プロペラ後部に取り付けられたフラップペロンの舵角 $\delta_{f1}$ 、 $\delta_{f2}$ 、 $\delta_{f3}$ 、 $\delta_{f4}$ で、次式のように表される。

$$F_{fi} = (q_i + q_{pi}) S_f C_{Df} \delta_{fi}, \quad (i = 1, 2, 3, 4) \quad (5.16)$$

各翼の動圧 $q_n$ は、機体速度及び主翼ティルト角によって変化するので、

$$q_i = \begin{cases} \rho(u \cos \xi_1 - w \sin \xi_1)^2 / 2, & (i = 1, 2) \\ \rho(u \cos \xi_2 - w \sin \xi_2)^2 / 2, & (i = 3, 4) \end{cases} \quad (5.17)$$

と表され、プロペラの動圧は

$$q_{pi} = T_i / \pi (d_p / 2)^2, \quad (i = 1, 2, 3, 4) \quad (5.18)$$

と表される。ここで、 $d_p$ はプロペラの直径、各プロペラの推力 $T_1$ 、 $T_2$ 、 $T_3$ 、 $T_4$ は、式(5.19)に示すように、推力係数 $k_p$ と各プロペラの角速度 $\omega_{pi}$ の2乗に比例すると仮定した。プロペラを回転させたときに発生する各プロペラの反動トルク $M_{p1}$ 、 $M_{p2}$ 、 $M_{p3}$ 、 $M_{p4}$ は、プロペラの粘性抵抗係数 $b_p$ と慣性モーメント $j_p$ によって表され、各プロペラの回転方向と逆方向に発生する。

$$T_i = k_p \omega_{pi}^2, \quad (i = 1, 2, 3, 4) \quad (5.19)$$

$$M_{pi} = b_p \omega_{pi}^2 + j_p \dot{\omega}_{pi}, \quad (i = 1, 2, 3, 4) \quad (5.20)$$

以上で示される通り、QTW-UAVは非常に複雑な構造を有しており、制御器の設計の難しさが窺える。前述した通り、以上で紹介した運動方程式から直接制御器を設計することは困難であるため、ダイナミックインバージョン法を用いた線形化を行う。次章より線形化手法を踏まえたQTW-UAVの飛行制御システムについて解説を行う。

## 5. 2 QTW-UAV の飛行制御システムの設計

我々が提案する QTW-UAV の飛行制御システムを図 5.3 に示す. 提案する飛行制御システムは, 並進制御器 (translational controller), 回転制御器 (rotational controller), 入力合成器 (input mixing) の 3 つのブロックで構成される. 並進制御器は, 慣性座標系での位置  $\mathbf{X} = [X \ Y \ Z]^T$  の目標値  $\mathbf{X}_c = [X_c \ Y_c \ Z_c]^T$  を入力とし, QTW-UAV を任意の場所への誘導を可能とする. 回転制御器は, 並進制御器が生成する入力  $\mathbf{F}_d$  を考慮して目標の姿勢角を決定し, オイラー角ベクトル  $\mathbf{E} = [\phi \ \theta \ \psi]^T$  が安定するように制御する. QTW-UAV は, 並進制御器および回転制御器によって生成される慣性座標系の制御器の力  $\mathbf{F}_d$  およびモーメント  $\mathbf{M}_d$  を直接生成することはできないので, 実際のアクチュエータであるプロペラ推力とフラップペロンの舵角にそれらの力を変換する必要がある. その機能は, 入力合成器が行い, QTW-UAV のティルト角に応じて制御器の力  $\mathbf{F}_d$  およびモーメント  $\mathbf{M}_d$  を実現するプロペラ推力とフラップペロンの舵角を算出する.

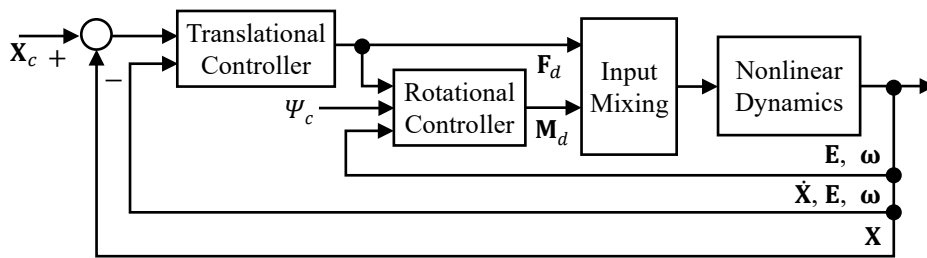


図 5.3 QTW-UAV の飛行制御システム

### 5. 2. 1 並進制御器

QTW-UAV の非線形な並進運動はダイナミックインバージョン法を用いて線形化される. ダイナミックインバージョン法によって打ち消すための入力, 外乱適応制御 (disturbance accommodation control: DAC) を基にしたオブザーバ (以後, DAC オブザーバと呼称する) を用いて推定される. これらの手法によって線形化された運動方程式に対して  $H_\infty$  制御理論,  $\mu$  設計法, 拡張モデル予測制御を用いた制御器を設計する.

#### 5. 2. 1. 1 ダイナミックインバージョン法による線形化

本節では, ダイナミックインバージョン法を用いた線形化手法について解説する. 先ず, QTW-UAV の慣性座標系における位置  $\mathbf{X} = [X \ Y \ Z]^T$  の 2 階微分を考える. 位置  $\mathbf{X}$  の 2 階微分は

$$\ddot{\mathbf{X}} = \dot{\mathbf{C}}_X^{I/B} \mathbf{v} + \mathbf{C}_X^{I/B} \dot{\mathbf{v}} \quad (5.21)$$

ここで,  $\mathbf{C}_X^{I/B}$  は機体座標系から慣性座標系への座標変換行列であり, 次式で示される.

$$\mathbf{C}_X^{I/B} = \begin{bmatrix} \cos \Psi \cos \theta & \cos \Psi \sin \theta \sin \phi & \cos \Psi \sin \theta \cos \phi \\ & -\sin \Psi \cos \phi & +\sin \Psi \sin \phi \\ \sin \Psi \cos \theta & \sin \Psi \sin \theta \sin \phi & \sin \Psi \sin \theta \cos \phi \\ & +\cos \Psi \cos \phi & -\cos \Psi \sin \phi \\ -\sin \theta & \cos \theta \sin \phi & \cos \theta \cos \phi \end{bmatrix} \quad (5.22)$$

また、式 (5.22) の座標変換行列の微分 $\dot{\mathbf{C}}_X^{I/B}$ は次式となる。

$$\dot{\mathbf{C}}_X^{I/B} = \begin{bmatrix} -\dot{\Psi} \sin \Psi \cos \theta & -\dot{\Psi} \sin \Psi \sin \theta \sin \phi & -\dot{\Psi} \sin \Psi \sin \theta \cos \phi \\ -\dot{\theta} \cos \Psi \sin \theta & +\dot{\theta} \cos \Psi \cos \theta \sin \phi & +\dot{\theta} \cos \Psi \cos \theta \cos \phi \\ & +\dot{\phi} \cos \Psi \sin \theta \cos \phi & -\dot{\phi} \cos \Psi \sin \theta \sin \phi \\ & -\dot{\Psi} \cos \Psi \cos \phi & +\dot{\Psi} \cos \Psi \sin \phi \\ & +\dot{\phi} \sin \Psi \sin \phi & +\dot{\phi} \sin \Psi \cos \phi \\ \dot{\Psi} \cos \Psi \cos \theta & \dot{\Psi} \cos \Psi \sin \theta \sin \phi & \dot{\Psi} \cos \Psi \sin \theta \cos \phi \\ -\dot{\theta} \sin \Psi \sin \theta & +\dot{\theta} \sin \Psi \cos \theta \sin \phi & +\dot{\theta} \sin \Psi \cos \theta \cos \phi \\ & +\dot{\phi} \sin \Psi \sin \theta \cos \phi & -\dot{\phi} \sin \Psi \sin \theta \sin \phi \\ & -\dot{\Psi} \sin \Psi \cos \phi & +\dot{\Psi} \sin \Psi \sin \phi \\ & -\dot{\phi} \cos \Psi \sin \phi & -\dot{\phi} \cos \Psi \cos \phi \\ -\dot{\theta} \cos \theta & -\dot{\theta} \sin \theta \sin \phi & -\dot{\theta} \sin \theta \cos \phi \\ & +\dot{\phi} \cos \theta \cos \phi & -\dot{\phi} \cos \theta \sin \phi \end{bmatrix} \quad (5.23)$$

式 (5.21) における速度の微分 $\dot{\mathbf{v}}$ に、式 (5.1) を代入すると位置 $\mathbf{X}$ の2階微分は次のように表すことができる。

$$\ddot{\mathbf{X}} = \dot{\mathbf{C}}_X^{I/B} \mathbf{v} - \mathbf{C}_X^{I/B} \tilde{\boldsymbol{\omega}} \mathbf{v} + \mathbf{g} + m^{-1} \mathbf{C}_X^{I/B} \mathbf{F}_d(\alpha, \xi) + m^{-1} \mathbf{F}_d \quad (5.24)$$

ここで、 $\mathbf{F}_d = [F_{dx} \ F_{dy} \ F_{dz}]^T$ は慣性座標系における入力による力のベクトルで、次式の関係がある。

$$\mathbf{F}_d = \mathbf{C}_X^{I/B} \mathbf{F}_u(\xi) \quad (5.25)$$

式 (5.24) の重力加速度や空気力などの非線形項を

$$\mathbf{Z}_{X1} = \dot{\mathbf{C}}_X^{I/B} \mathbf{v} - \mathbf{C}_X^{I/B} \tilde{\boldsymbol{\omega}} \mathbf{v} + \mathbf{g} + m^{-1} \mathbf{C}_X^{I/B} \mathbf{F}_d(\alpha, \xi) \quad (5.26)$$

と変数 $\mathbf{Z}_{X1} = [Z_{X1} \ Z_{Y1} \ Z_{Z1}]^T$ に置き換えると式 (5.24) は

$$\ddot{\mathbf{X}} = \mathbf{Z}_{X1} + m^{-1} \mathbf{F}_d \quad (5.27)$$

と表せる。ここで、入力 $\mathbf{F}_d$ を非線形項 $\mathbf{Z}_{X1}$ と新たな線形化されたシステムの入力 $\mathbf{v}_X$ を用いて次式のように定義する。



$$\mathbf{F}_d = -m\mathbf{Z}_{X1} + \mathbf{v}_X \quad (5.28)$$

式 (5.28) で定義された入力を式 (5.27) で表された運動に印加すると

$$\begin{aligned} \ddot{\mathbf{X}} &= \mathbf{Z}_{X1} + m^{-1}(-m\mathbf{Z}_{X1} + \mathbf{v}_X) \\ &= m^{-1}\mathbf{v}_X \end{aligned} \quad (5.29)$$

となり、非線形な運動方程式を線形化することができる。式 (5.29) は、新たな入力 $\mathbf{v}_X$ によって運動が決定する非常に単純なシステムとなるが、非線形項 $\mathbf{Z}_{X1}$ に含まれる空気抵抗等、システムの減衰項となる要素もすべて打消すことになる。それら減衰項として考えられる要素もすべて入力で打ち消すことは、不必要な入力の増大を招く懸念もある。そこで、設計者の設定できる仮想の空気抵抗として減衰係数行列 $\mathbf{d}_X$ を新たに入力に設定し、式 (5.27) に印加される入力を次式とする。

$$\mathbf{F}_d = -m\mathbf{Z}_{X1} - \mathbf{d}_X\dot{\mathbf{X}} + \mathbf{v}_X \quad (5.30)$$

式 (5.30) で定義された入力による線形化された運動は

$$\begin{aligned} \ddot{\mathbf{X}} &= \mathbf{Z}_{X1} + m^{-1}(-m\mathbf{Z}_{X1} - \mathbf{d}_X\dot{\mathbf{X}} + \mathbf{v}_X) \\ &= -m^{-1}\mathbf{d}_X\dot{\mathbf{X}} + m^{-1}\mathbf{v}_X \end{aligned} \quad (5.31)$$

と表すことができる。ここで、減衰係数行列 $\mathbf{d}_X$ は、非対角要素がすべて 0 の対角行列であり、次式で表すことができる。

$$\mathbf{d}_X = \text{diag}(d_X, d_Y, d_Z) \quad (5.32)$$

前述した通り、減衰係数行列 $\mathbf{d}_X$ の設定は、制御入力が不要に過大となるのを防ぐために設定したが、空気抵抗が非常に小さい場合に $\mathbf{d}_X$ をすべて 0 に設定するなど、設計者の判断によって自由に決定することが可能である。一般的な固定翼航空機では、微小擾乱運動の仮定の下で運動方程式の線形化を行う。線形化された運動方程式には安定微係数 (stability derivatives) や制御微係数 (control derivatives) といった係数が含まれ、それら係数は推算式によって算出する必要がある。一方で我々が提案する手法は、設計者が QTW-UAV の質量と、概括的に減衰係数行列 $\mathbf{d}_X$ を決定することで制御器を設計することが可能となる。

以上によって、非線形の並進運動方程式は線形化された。ただし、このように入力によって非線形項 $\mathbf{Z}_{X1}$ を打消すには、式 (5.26) に示されるように機体の姿勢角や迎角などから空気力などを計算する必要がある。迎角を計測するには、5 孔ピトー管などの計測器の搭載が

必要であるが、ペイロードの余裕が少ない小型の UAV などでは搭載できない場合もある。また、非線形項 $\mathbf{z}_{x1}$ は姿勢角や迎角などの複数のセンサによって得られて計測値を用いて計算されるため、誤差の伝搬によって真値と大きく乖離する恐れもある。そこで我々は、非線形項 $\mathbf{z}_{x1}$ を DAC オブザーバによって推定する手法を提案する。

### 5. 2. 1. 2 オブザーバを用いた非線形項の推定

QTW-UAV の並進運動の非線形項 $\mathbf{z}_{x1}$ は、DAC オブザーバによって推定する。先ず、非線形項 $\mathbf{z}_{x1}$ は、時間に関するスプライン関数と仮定し、次式のように定義する。

$$\mathbf{z}_{x1} = \mathbf{C}_{x1}t + \mathbf{C}_{x0} \quad (5.33)$$

$$\mathbf{z}_{x2} = \dot{\mathbf{z}}_{x1} = \mathbf{C}_{x1} \quad (5.34)$$

$$\mathbf{z}_{x3} = \dot{\mathbf{z}}_{x2} = \mathbf{0} \quad (5.35)$$

ここで、 $\mathbf{C}_{x1}$ は時間に関する 1 次の係数で、式 (5.34) の関係で表せる。 $\mathbf{C}_{x0}$ は時間に関する 0 次の係数である。DAC オブザーバはこれらの係数を含んだ非線形項 $\mathbf{z}_{x1}$ 、 $\mathbf{z}_{x2}$ が直接推定するため、 $\mathbf{C}_{x0}$ を決める必要はない。 $\mathbf{z}_{x1}(0)$ の初期値は、QTW-UAV の初期条件において速度や姿勢角がすべて 0 と仮定し、重力加速度を設定する。ここで、式 (5.27) を非線形項の推定値 $\hat{\mathbf{z}}_{x1}$ を用いて位置の推定値 $\hat{\mathbf{x}}$ を表すと

$$\ddot{\hat{\mathbf{x}}} = \hat{\mathbf{z}}_{x1} + m^{-1}\mathbf{F}_d + \mathbf{L}_{x2}(\mathbf{Y}_{xm} - \hat{\mathbf{Y}}_x) \quad (5.36)$$

と表すことができる。上式において、 $\mathbf{L}_{x2}$ はオブザーバゲイン、 $\mathbf{Y}_{xm}$ は GPS や高度計などのセンサによって得られた位置や速度、添え字 $\hat{\phantom{x}}$ は推定値を意味しており、 $\hat{\mathbf{Y}}_x$ が出力ベクトルの推定値である。式 (5.33) から (5.36) より、DAC オブザーバは次式のように構成される。

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \hat{\mathbf{x}} \\ \hat{\dot{\mathbf{x}}} \\ \hat{\mathbf{z}}_{x1} \\ \hat{\mathbf{z}}_{x2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{0}_{3 \times 3} & \mathbf{I}_{3 \times 3} & \mathbf{0}_{3 \times 3} & \mathbf{0}_{3 \times 3} \\ \mathbf{0}_{3 \times 3} & \mathbf{0}_{3 \times 3} & \mathbf{I}_{3 \times 3} & \mathbf{0}_{3 \times 3} \\ \mathbf{0}_{3 \times 3} & \mathbf{0}_{3 \times 3} & \mathbf{0}_{3 \times 3} & \mathbf{I}_{3 \times 3} \\ \mathbf{0}_{3 \times 3} & \mathbf{0}_{3 \times 3} & \mathbf{0}_{3 \times 3} & \mathbf{0}_{3 \times 3} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{\mathbf{x}} \\ \hat{\dot{\mathbf{x}}} \\ \hat{\mathbf{z}}_{x1} \\ \hat{\mathbf{z}}_{x2} \end{bmatrix} + \frac{1}{m} \begin{bmatrix} \mathbf{0}_{3 \times 3} \\ \mathbf{I}_{3 \times 3} \\ \mathbf{0}_{3 \times 3} \\ \mathbf{0}_{3 \times 3} \end{bmatrix} \mathbf{F}_d + \begin{bmatrix} \mathbf{L}_{x1} \\ \mathbf{L}_{x2} \\ \mathbf{L}_{x3} \\ \mathbf{L}_{x4} \end{bmatrix} (\mathbf{Y}_{xm} - \hat{\mathbf{Y}}_x) \quad (5.37)$$

$$\hat{\mathbf{Y}}_x = \begin{bmatrix} \mathbf{I}_{3 \times 3} & \mathbf{0}_{3 \times 3} & \mathbf{0}_{3 \times 3} & \mathbf{0}_{3 \times 3} \\ \mathbf{0}_{3 \times 3} & \mathbf{I}_{3 \times 3} & \mathbf{0}_{3 \times 3} & \mathbf{0}_{3 \times 3} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{\mathbf{x}} \\ \hat{\dot{\mathbf{x}}} \\ \hat{\mathbf{z}}_{x1} \\ \hat{\mathbf{z}}_{x2} \end{bmatrix} \quad (5.38)$$

$$\mathbf{Y}_{xm} = \begin{bmatrix} \mathbf{X}_m \\ \dot{\mathbf{X}}_m \end{bmatrix} \quad (5.39)$$

式 (5.37) から (5.39) で構成された DAC オブザーバのオブザーバゲイン  $\mathbf{L}_X = [\mathbf{L}_{X1} \ \mathbf{L}_{X2} \ \mathbf{L}_{X3} \ \mathbf{L}_{X4}]^T$  は、式 (5.37) から (5.39) の双対システムに対し、最適レギュレータ問題 (linear quadratic regulator: LQR) で知られる次式の評価関数  $V_{IX}$  を最小化するように決定する。

$$V_{IX} = \frac{1}{2} \int_0^{\infty} \left( \mathbf{x}_{IX}^T(t) \mathbf{Q}_{IX} \mathbf{x}_{IX}(t) + \mathbf{u}_{IX}^T(t) \mathbf{R}_{IX} \mathbf{u}_{IX}(t) \right) dt \quad (5.40)$$

ここで、 $\mathbf{Q}_{IX}$  および  $\mathbf{R}_{IX}$  は重み行列であり、 $\mathbf{Q}_{IX} \in \mathbf{R}^{12 \times 12}$  の半正定値対称行列、 $\mathbf{R}_{IX} \in \mathbf{R}^{6 \times 6}$  の正定値対称行列とする。式 (5.40) の評価関数を最小化するオブザーバゲイン  $\mathbf{L}_X$  は、

$$\mathbf{L}_X = \left( \mathbf{R}_{IX} \mathbf{B}_{IX}^T \mathbf{P}_{IX} \right)^T \quad (5.41)$$

で表される。 $\mathbf{B}_{IX}$  は式 (5.38) より

$$\mathbf{B}_{IX} = \begin{bmatrix} \mathbf{I}_{3 \times 3} & \mathbf{0}_{3 \times 3} \\ \mathbf{0}_{3 \times 3} & \mathbf{I}_{3 \times 3} \\ \mathbf{0}_{3 \times 3} & \mathbf{0}_{3 \times 3} \\ \mathbf{0}_{3 \times 3} & \mathbf{0}_{3 \times 3} \end{bmatrix} \quad (5.42)$$

となる。また、式 (5.41) の  $\mathbf{P}_{IX}$  はリカッチ代数方程式

$$\mathbf{A}_{IX}^T \mathbf{P}_{IX} + \mathbf{P}_{IX} \mathbf{A}_{IX} - \mathbf{P}_{IX} \mathbf{B}_{IX} \mathbf{R}_{IX}^{-1} \mathbf{B}_{IX}^T \mathbf{P}_{IX} + \mathbf{Q}_{IX} = \mathbf{0} \quad (5.43)$$

を満たす、 $\mathbf{P}_{IX} \in \mathbf{R}^{12 \times 12}$  の正定値対称行列である。本論文では、LQR を用いてオブザーバゲイン  $\mathbf{L}_X$  を決定したが、可観測システムである式 (5.37) から (5.39) は、極配置法やカルマンフィルタなどを用いてゲインを決定することも可能である。以上のように設計したオブザーバによって非線形項  $\hat{\mathbf{z}}_{X1}$  が正しく推定されると仮定 ( $\mathbf{z}_{X1} = \hat{\mathbf{z}}_{X1}$ ) し、式 (5.30) をシステムに非線形なシステム式 (5.27) に印加すると

$$\ddot{\mathbf{X}} = \mathbf{z}_{X1} + m^{-1}(-m\hat{\mathbf{z}}_{X1} - \mathbf{d}_X \dot{\mathbf{X}} + \mathbf{v}_X) \quad (5.44)$$

$$= -m^{-1} \mathbf{d}_X \dot{\mathbf{X}} + m^{-1} \mathbf{v}_X \quad (5.45)$$

なり、線形化されたシステムが得られた。しかし、本節の冒頭でも述べたようにアクチュエータの入力の遅延や誤差、非線形項  $\hat{\mathbf{z}}_{X1}$  の推定誤差などによって、必ず以下のような線形化誤差  $\Delta_X$  を含むシステムとなる。

$$\ddot{\mathbf{X}} = -m^{-1} \mathbf{d}_X \dot{\mathbf{X}} + m^{-1} \mathbf{v}_X + \Delta_X \quad (5.46)$$

よって、並進制御器は線形化誤差  $\Delta_X$  を含む上式のシステムに対しても要求された性能を満足できるようなロバスト性が求められる。我々は、これら線形化誤差  $\Delta_X$  を含むシステムに

対して制御性能を満足できるような制御器として、 $H_\infty$ 制御理論、 $\mu$ 設計法を用いた手法を提案してきた[Masuda19, Masuda18]. 次節以降では、これらの提案してきた手法による制御器の設計方法について解説するとともに、新たに提案した拡張モデル予測制御を適用した制御器について解説し、最終的に制御性能を数値シミュレーションによって比較を行う.

### 5. 2. 1. 3 不確かさを含むプラントの設計

前節では、DAC オブザーバを用いて非線形項 $\hat{\mathbf{z}}_{x1}$ を推定し、制御対象の非線形な運動を線形化する方法について解説した. ただし、前述した通り、アクチュエータの精度や観測ノイズなどの影響により、非線形項を除去することは不可能であり、線形化された運動は式(5.46)のように線形化誤差 $\Delta_x$ による不確か性が含まれる. 本節では、この不確か性を含むプラントの設計を行い、次節以降、この不確か性を含むプラントに対して、 $H_\infty$ 制御理論や $\mu$ 設計法を用いて制御器の設計を行う.

まず、式(5.46)で表される線形化誤差 $\Delta_x$ による不確か性は、線形化された運動のパラメータ、慣性、減衰係数、入力に作用すると仮定する. 質量 $m$ 、減衰係数行列 $\mathbf{d}_x$ 、入力ゲイン $\mathbf{k}_{vx}$ の各パラメータの変動範囲は既知であり、最大値と最小値を次のように定義する.

$$m_L \leq m \leq m_H \quad (5.47)$$

$$\mathbf{d}_{xL} \leq \mathbf{d}_x \leq \mathbf{d}_{xH} \quad (5.48)$$

$$\mathbf{k}_{vxL} \leq \mathbf{k}_{vx} \leq \mathbf{k}_{vxH} \quad (5.49)$$

ここで、質量 $m$ と減衰係数行列 $\mathbf{d}_x$ の変動の中心は公称値と一致し、入力ゲイン $\mathbf{k}_{vx}$ の摂動の中心は $\mathbf{I}_{3 \times 3}$ となるように次式のように定義される.

$$m = (m_L + m_H)/2 \quad (5.50)$$

$$\mathbf{d}_x = (\mathbf{d}_{xL} + \mathbf{d}_{xH})/2 \quad (5.51)$$

$$\mathbf{k}_{vx} = \mathbf{I}_{3 \times 3} = (\mathbf{k}_{vxL} + \mathbf{k}_{vxH})/2 \quad (5.52)$$

各パラメータの変動は

$$\Delta_m = (m_H - m_L)/2 \quad (5.53)$$

$$\Delta_{d_X} = (\mathbf{d}_{XH} - \mathbf{d}_{XL})/2 \quad (5.54)$$

$$\Delta_{v_X} = (\mathbf{k}_{vXH} - \mathbf{k}_{vXL})/2 \quad (5.55)$$

と表すことができるので、変動を含む各パラメータは

$$m_P = m + \delta_m \Delta_m \quad (5.56)$$

$$\mathbf{d}_{PX} = \mathbf{d}_X + \delta_{d_X} \Delta_{d_X} \quad (5.57)$$

$$\mathbf{k}_{PV_X} = \mathbf{I}_{3 \times 3} + \delta_{v_X} \Delta_{v_X} \quad (5.58)$$

ここで、 $\delta_m$ および $\delta_{i_X}$ , ( $i = d, v$ )は、 $\|\delta_m\|_\infty \leq 1$ ,  $\|\delta_{i_X}\|_\infty \leq 1$ , ( $i = d, v$ )を満たす、正規化された変動である。式 (5.56) から (5.58) で示された変動を含む線形モデルのブロック図が図 5.4 で示される。

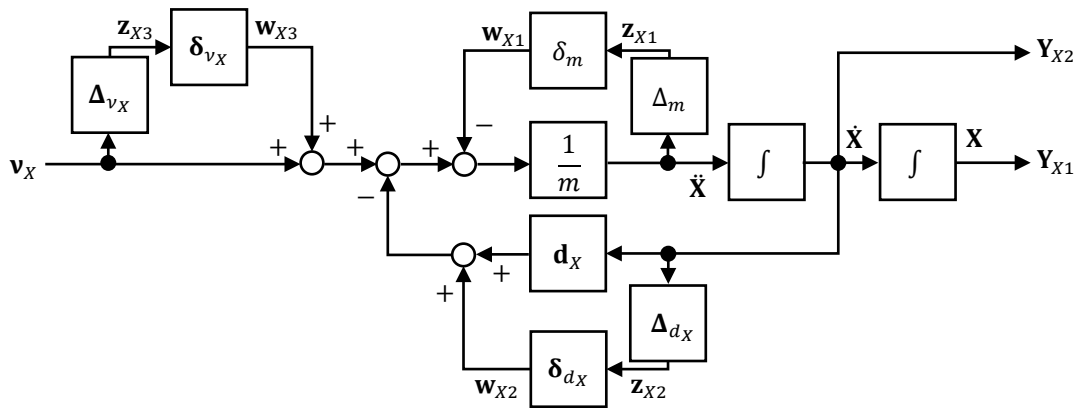


図 5.4 パラメータ変動を含む QTW-UAV の線形化された運動モデルのブロック線図

図 5.4 で表現される変動を含むプラントは，外乱入力  $\mathbf{w} = [\mathbf{w}_{X1} \ \mathbf{w}_{X2} \ \mathbf{w}_{X3}]^T$  から評価出力  $\mathbf{z} = [\mathbf{z}_{X1} \ \mathbf{z}_{X2} \ \mathbf{z}_{X3}]^T$  を用い，ドイルの記号法に基づき次式のように表すことができる．

$$\begin{bmatrix} \dot{\mathbf{X}} \\ \ddot{\mathbf{X}} \\ \mathbf{z}_{X1} \\ \mathbf{z}_{X2} \\ \mathbf{z}_{X3} \\ \mathbf{Y}_{X1} \\ \mathbf{Y}_{X2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{0}_{3 \times 3} & \mathbf{I}_{3 \times 3} & \mathbf{0}_{3 \times 3} & \mathbf{0}_{3 \times 3} & \mathbf{0}_{3 \times 3} & \mathbf{0}_{3 \times 3} \\ \mathbf{0}_{3 \times 3} & -\frac{1}{m} \mathbf{d}_X & -\frac{1}{m} \mathbf{I}_{3 \times 3} & -\frac{1}{m} \mathbf{I}_{3 \times 3} & \frac{1}{m} \mathbf{I}_{3 \times 3} & \frac{1}{m} \mathbf{I}_{3 \times 3} \\ \mathbf{0}_{3 \times 3} & -\frac{\Delta_m}{m} \mathbf{d}_X & -\frac{\Delta_m}{m} \mathbf{I}_{3 \times 3} & -\frac{\Delta_m}{m} \mathbf{I}_{3 \times 3} & \frac{\Delta_m}{m} \mathbf{I}_{3 \times 3} & \frac{\Delta_m}{m} \mathbf{I}_{3 \times 3} \\ \mathbf{0}_{3 \times 3} & \Delta_{d_X} & \mathbf{0}_{3 \times 3} & \mathbf{0}_{3 \times 3} & \mathbf{0}_{3 \times 3} & \mathbf{0}_{3 \times 3} \\ \mathbf{0}_{3 \times 3} & \mathbf{0}_{3 \times 3} & \mathbf{0}_{3 \times 3} & \mathbf{0}_{3 \times 3} & \mathbf{0}_{3 \times 3} & \Delta_{v_X} \\ \mathbf{I}_{3 \times 3} & \mathbf{0}_{3 \times 3} & \mathbf{0}_{3 \times 3} & \mathbf{0}_{3 \times 3} & \mathbf{0}_{3 \times 3} & \mathbf{0}_{3 \times 3} \\ \mathbf{0}_{3 \times 3} & \mathbf{I}_{3 \times 3} & \mathbf{0}_{3 \times 3} & \mathbf{0}_{3 \times 3} & \mathbf{0}_{3 \times 3} & \mathbf{0}_{3 \times 3} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{X} \\ \dot{\mathbf{X}} \\ \mathbf{w}_{X1} \\ \mathbf{w}_{X2} \\ \mathbf{w}_{X3} \\ \mathbf{v}_X \end{bmatrix} \quad (5.59)$$

以上によって，線形化された並進運動の変動を含むプラント  $\tilde{\mathbf{P}}_X$  を表すことができた．

表 5.1 に本論文で扱うパラメータを示す．質量  $m$  と減衰係数行列  $\mathbf{d}_X$  は， $\pm 30\%$  の変動を含むと仮定した．以上の変動を含むプラント  $\tilde{\mathbf{P}}_X$  と変動を含まないノミナルのプラント  $\mathbf{P}_X$  のボード線図を図 5.5 と図 5.6 に示す．図 5.5 は入力に対する位置の周波数特性を示しており，パラメータの変動によって  $\pm 10\text{dB}$  程度，周波数全域で変化することがわかる．また，図 5.6 は入力に対する速度の周波数特性を示しており，パラメータの変動によって  $\pm 5\text{dB}$  程度，周波数全域で変化することがわかる．以上のように示された変動を含むプラント  $\tilde{\mathbf{P}}_X$  に対し，制御器を設計する．

表 5.1 パラメータ

Parameters	Values	Units
$m$	$3.17 \times 10^{-1}$	kg
$m_L$	$2.22 \times 10^{-1}$	kg
$m_H$	$4.12 \times 10^{-1}$	kg
$\mathbf{d}_X$	$\text{diag}(1.00 \times 10^{-1}, 1.00 \times 10^{-1}, 1.00 \times 10^{-1})$	kg/s
$\mathbf{d}_{XL}$	$\text{diag}(7.00 \times 10^{-2}, 7.00 \times 10^{-2}, 7.00 \times 10^{-2})$	kg/s
$\mathbf{d}_{XH}$	$\text{diag}(1.30 \times 10^{-1}, 1.30 \times 10^{-1}, 1.30 \times 10^{-1})$	kg/s
$\mathbf{k}_{vX}$	$\text{diag}(1.00, 1.00, 1.00)$	—
$\mathbf{k}_{vXL}$	$\text{diag}(7.00 \times 10^{-1}, 7.00 \times 10^{-1}, 7.00 \times 10^{-1})$	—
$\mathbf{k}_{vXH}$	$\text{diag}(1.30, 1.30, 1.30)$	—

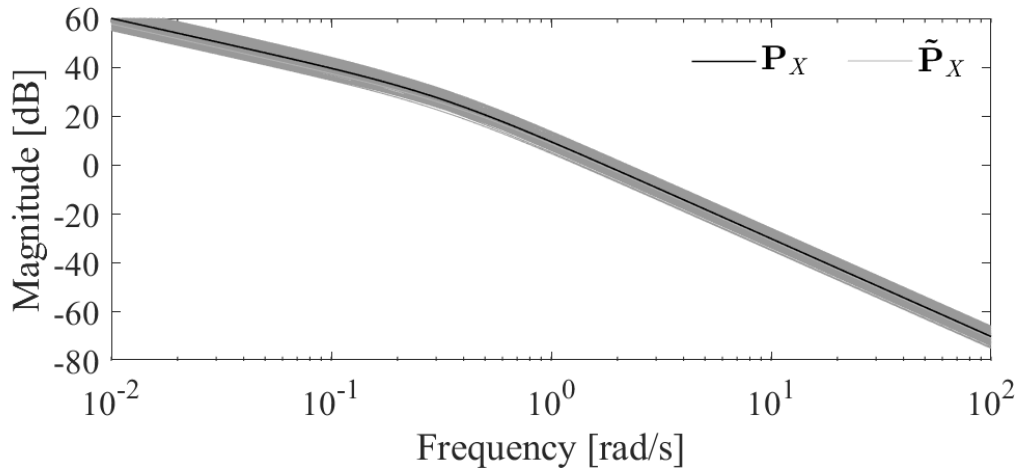


図 5.5 線形化された並進運動のプラントの周波数特性（位置）

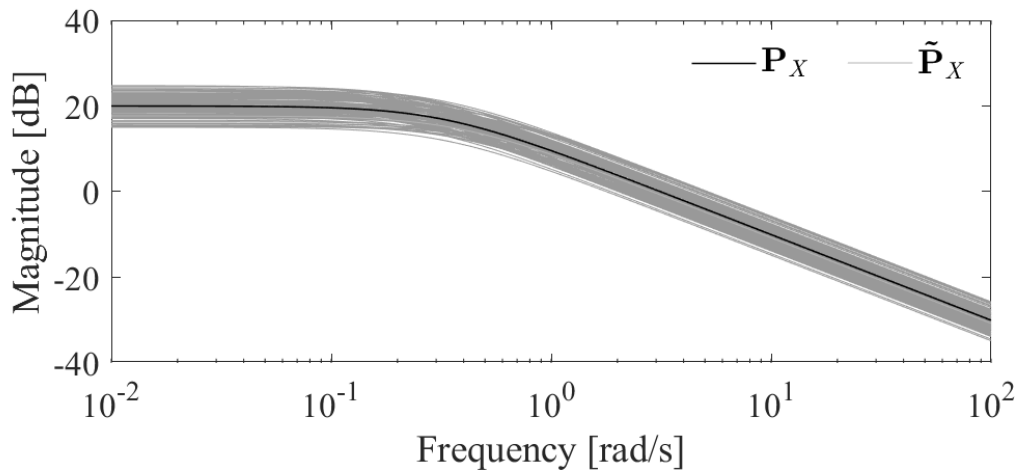


図 5.6 線形化された並進運動のプラントの周波数特性（速度）

#### 5. 2. 1. 4 $H_\infty$ 制御理論を用いたフィードバック制御器の設計

本節では、この不確実性に対して、 $H_\infty$ 制御理論を用いて制御性能を保証する手法 [Masuda18]について解説する。まず、第2章においても解説した通り、 $H_\infty$ 制御理論が扱うことができるのは非構造的変動のみで、質量 $m$ と減衰係数行列 $\mathbf{d}_X$ など各々のパラメータ変動を直接考慮することはできず、式(5.59)のパラメータ変動に対して与えられる伝達関数から制御器を設計することはできない。よって、 $H_\infty$ 制御理論では、質量 $m$ と減衰係数行列 $\mathbf{d}_X$ などのパラメータ変動を一つの構造的な変動 $\Delta_X$ と考慮して、一般化プラントを設計する必要がある。本論文では、線形化された並進の運動モデルの構造的変動 $\Delta_X$ は、乗法的変動と仮定する。不確かさを含む線形化された並進運動のプラント $\tilde{\mathbf{P}}_X$ は、乗法的変動 $\Delta_X$ によって表すと

$$\tilde{\mathbf{P}}_X = (\mathbf{I} + \Delta_X)\mathbf{P}_X \quad (5.60)$$

と表現することができる。ここで第2章と同様に、正規化された変動 $\Delta_{NX}$ と変動の周波数特性を表す安定な伝達関数 $\mathbf{W}_{\Delta X}$ を用い、変動 $\Delta_X$ を表現すると

$$\Delta_X = \Delta_{NX}\mathbf{W}_{\Delta X} \quad (5.61)$$

となる。変動 $\Delta_{NX}$ は、正規化された変動なので、伝達関数 $\mathbf{W}_{TX}$ と変動 $\Delta_X$ は

$$|\Delta_X(j\omega)| \leq |\mathbf{W}_{\Delta X}(j\omega)|, \quad \forall \omega \quad (5.62)$$

の関係で表すことができる。よって、変動 $\Delta_X$ を包括するように伝達関数 $\mathbf{W}_{\Delta X}$ は決定される。式(5.60)より、変動 $\Delta_X$ は

$$\Delta_X = \frac{\tilde{\mathbf{P}}_X - \mathbf{P}_X}{\mathbf{P}_X} \quad (5.63)$$

と表すことができる。式(5.63)より、変動 $\Delta_X$ は図5.7のような周波数特性であることがわかる。また、図5.7における $\mathbf{W}_{\Delta X}$ は、式(5.62)で示されるように変動 $\Delta_X$ を包括した伝達関数であることがここでもわかる。よって、ロバスト安定化問題を満たすための相補感度関数 $\mathbf{T}_X$ の重み関数 $\mathbf{W}_{TX}$ は、全周波数領域で $\mathbf{W}_{\Delta X}$ より大きくなるように設計すればよいことがわかる。 $H_\infty$ 制御理論では、相補感度関数 $\mathbf{T}_X$ によるロバスト安定化問題と感度関数 $\mathbf{S}_X$ による感度問題を同時に満たす制御器を決定することができる。本論文では、制御器による極零相殺を防ぐため、第2章においても示した修正混合感度問題を適用する。図5.8が設計した一般化プラントである。ここで、 $\mathbf{n}_{X1}$ は外乱入力、 $\mathbf{n}_{X2}$ はノイズ入力、 $\mathbf{e}_{X1}$ は感度問題に関する評価出力、 $\mathbf{e}_{X2}$ はロバスト安定化問題に関する評価出力、 $\mathbf{K}_X$ は並進制御器の補償器、 $\mathbf{W}_{SX}$ は感度関数 $\mathbf{S}_X$ に関する周波数重み関数、 $\mathbf{W}_{NX1}$ は入力外乱に関する重み係数行列、 $\mathbf{W}_{NX2}$ はセンサノイズなどに関する重み係数である。このとき、入力 $[\mathbf{n}_{X1} \quad \mathbf{n}_{X2}]^T$ から出力 $[\mathbf{e}_{X1} \quad \mathbf{e}_{X2}]^T$ までの閉ループ伝達関数 $\mathbf{G}_{en}$ は



$$\mathbf{G}_{en} = \begin{bmatrix} \mathbf{W}_{NX1} \mathbf{W}_{SX} \frac{\mathbf{P}_X}{\mathbf{I} + \mathbf{P}_X \mathbf{K}_X} & \mathbf{W}_{NX2} \mathbf{W}_{SX} \frac{\mathbf{I}}{\mathbf{I} + \mathbf{P}_X \mathbf{K}_X} \\ \mathbf{W}_{NX1} \mathbf{W}_{TX} \frac{\mathbf{P}_X \mathbf{K}_X}{\mathbf{I} + \mathbf{P}_X \mathbf{K}_X} & \mathbf{W}_{NX2} \mathbf{W}_{TX} \frac{\mathbf{K}_X}{\mathbf{I} + \mathbf{P}_X \mathbf{K}_X} \end{bmatrix} \quad (5.64)$$

となる。すなわち，図 5.8 で表される一般化プラントについて補償器 $\mathbf{K}_X$ を導く問題は

$$\left\| \begin{bmatrix} \mathbf{W}_{NX1} \mathbf{W}_{SX} \frac{\mathbf{P}_X}{\mathbf{I} + \mathbf{P}_X \mathbf{K}_X} & \mathbf{W}_{NX2} \mathbf{W}_{SX} \frac{\mathbf{I}}{\mathbf{I} + \mathbf{P}_X \mathbf{K}_X} \\ \mathbf{W}_{NX1} \mathbf{W}_{TX} \frac{\mathbf{P}_X \mathbf{K}_X}{\mathbf{I} + \mathbf{P}_X \mathbf{K}_X} & \mathbf{W}_{NX2} \mathbf{W}_{TX} \frac{\mathbf{K}_X}{\mathbf{I} + \mathbf{P}_X \mathbf{K}_X} \end{bmatrix} \right\|_{\infty} < 1 \quad (5.65)$$

となる。

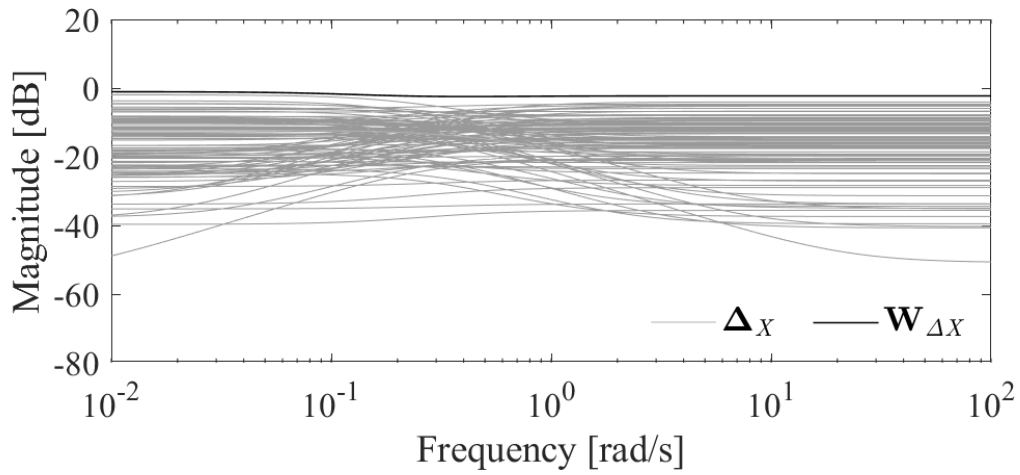


図 5.7 変動 $\Delta_X$ の周波数特性

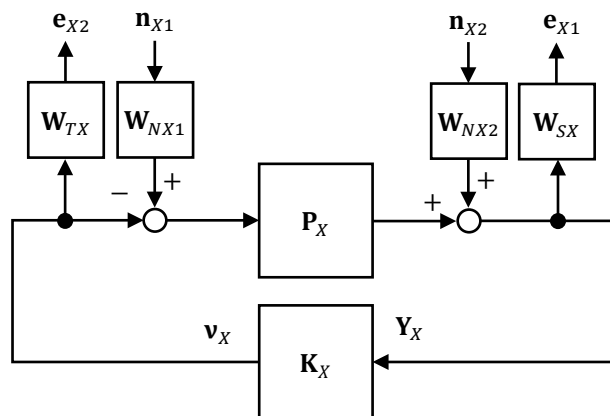


図 5.8 並進制御器の一般化プラント

表 5.2 に示すのが本論文にて設定した重み関数である。ここで、周波数重み関数 $\mathbf{W}_{TX}$ ,  $\mathbf{W}_{SX}$ , 重み係数行列 $\mathbf{W}_{NX1}$ ,  $\mathbf{W}_{NX2}$  は, 状態量 $\mathbf{x} = [X \ Y \ Z]^T$ ,  $\dot{\mathbf{x}} = [\dot{X} \ \dot{Y} \ \dot{Z}]^T$  と入力 $\mathbf{v}_X = [v_X \ v_Y \ v_Z]^T$ の次元に対して重みを有するため, 次式のように与えられる。

$$\mathbf{W}_{TX} = \begin{bmatrix} W_{TX} & 0 & 0 \\ 0 & W_{TY} & 0 \\ 0 & 0 & W_{TZ} \end{bmatrix} \quad (5.66)$$

$$\mathbf{W}_{SX} = \begin{bmatrix} W_{SX} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & W_{SY} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & W_{SZ} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & W_{SX} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & W_{SY} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & W_{SZ} \end{bmatrix} \quad (5.67)$$

$$\mathbf{W}_{NX1} = \begin{bmatrix} W_{NX1} & 0 & 0 \\ 0 & W_{NY1} & 0 \\ 0 & 0 & W_{NZ1} \end{bmatrix} \quad (5.68)$$

$$\mathbf{W}_{NX2} = \begin{bmatrix} W_{NX2} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & W_{NY2} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & W_{NZ2} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & W_{NX2} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & W_{NY2} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & W_{NZ2} \end{bmatrix} \quad (5.69)$$

周波数重み関数 $\mathbf{W}_{TX}$ は, 前述した通り,  $\mathbf{W}_{\Delta X}$ を包括するように決定する。図 5.7 に示されるように,  $\mathbf{W}_{\Delta X}$ は高周波領域でもゲインが低下することなく概ね一定となっているため, パラメータ変動を包括するためだけであれば, 高周波領域において $\mathbf{W}_{TX}$ の利得を大きくする必要はない。ただし, 実際のシステムでは, アクチュエータの応答性の限界等の理由から高周波領域で補償器の利得が大きくなるのは望ましくない。よって, システムの固有振動数よりも大きな周波数領域において, 制御器の利得が小さくなるように,  $\mathbf{W}_{TX}$ の利得を大きく設定している。QTW-UAV はその構造上, 機体 $Y_B$ 軸方向に力を生成することができないため, クワッドコプタのように, 進行方向に推力を傾けることで, 並進方向の力を実現する。すなわち, 機体 $Y_B$ 軸方向に力を生成する場合は, 機体をロールさせ, 必要な力を実現するプロセスを踏む必要がある。機体前方の $X_B$ 軸方向や機体が上昇する方向の $Z_B$ 軸方向において, ティルト機構によりプロペラの推力を向ける速度に対し, 回転制御器を通して行われる機体の姿勢変更の速度は比較的遅くなる傾向にある。よって, 本論文で設定される相補感度関数 $\mathbf{T}_X$ に関する周波数重み関数 $\mathbf{W}_{TX}$ は,  $W_{TY}$ が $W_{TX}$ と $W_{TZ}$ よりも周波数が低い領域で利得が大きくなるように設計されている。感度関数 $\mathbf{S}_X$ の周波数重み関数 $\mathbf{W}_{SX}$ は, 式 (5.65) の条件を満たす範囲で利得を大きく設定している。図 5.7 に示されるように質量 $m$ と減衰係数行列 $\mathbf{d}_X$ の変動を乗法的変動で表現するとロバスト安定性を満足するための相補感度関数 $\mathbf{T}_X$ の周波数重み関数 $\mathbf{W}_{TX}$ の利得を大きく下げることができない。式 (5.65) の条件を満たす感度関数 $\mathbf{S}_X$ の周波数重み関数 $\mathbf{W}_{SX}$ の利得の限界は,  $\mathbf{W}_{TX}$ の逆数程度の利得となるため,  $\mathbf{W}_{TX}$ の利得を確認

しながら $\mathbf{W}_{SX}$ を設計し、最終的には式(5.65)を確認しながら、微調整を行って決定する。また、外乱に対する重み係数行列 $\mathbf{W}_{NX1}$ はすべて1に設定し、ノイズに対する重み行列 $\mathbf{W}_{NX2}$ は、センサノイズとして位置の計測誤差 $\pm 1.00 \times 10^{-2} \text{m}$ 、速度の計測誤差 $\pm 1.00 \times 10^{-1} \text{m/s}$ が計測値には含まれると仮定して設定した。

表 5.2  $H_\infty$ 制御器で用いた周波数重み関数および係数

$W_{TX}$	$\frac{30s + 1.0}{(1.0 \times 10^{-4})s + 1.5}$
$W_{TY}$	$\frac{s + 1.0}{(1.0 \times 10^{-4}) + 1.5}$
$W_{TZ}$	$\frac{30s + 1.0}{(1.0 \times 10^{-4})s + 1.5}$
$W_{SX}$	$\frac{0.10s + 1.0}{(8.0 \times 10^2)s + 0.30}$
$W_{SY}$	$\frac{0.10s + 1.0}{(6.0 \times 10^2)s + 0.90}$
$W_{SZ}$	$\frac{0.10s + 1.0}{(8.0 \times 10^2)s + 0.30}$
$W_{S\dot{X}}$	$1.0 \times 10^{-2}$
$W_{S\dot{Y}}$	$1.0 \times 10^{-2}$
$W_{S\dot{Z}}$	$1.0 \times 10^{-2}$
$W_{NX1}$	1.0
$W_{NY1}$	1.0
$W_{NZ1}$	1.0
$W_{NX2}$	$1.0 \times 10^{-2}$
$W_{NY2}$	$1.0 \times 10^{-2}$
$W_{NZ2}$	$1.0 \times 10^{-2}$
$W_{N\dot{X}2}$	$1.0 \times 10^{-1}$
$W_{N\dot{Y}2}$	$1.0 \times 10^{-1}$
$W_{N\dot{Z}2}$	$1.0 \times 10^{-1}$

以上で設定した周波数重み関数および重み係数行列で設計された一般化プラントに対して補償器 $\mathbf{K}_X$ を決定する。補償器 $\mathbf{K}_X$ は、 $\gamma$ イタレーション (gamma iteration) と呼ばれる繰り返し計算によって、式 (5.65) に示される $H_\infty$ ノルムが最小となるように決定される。最終的に $H_\infty$ 制御における制御入力 $\mathbf{v}_X$ は

$$\mathbf{v}_X = \mathbf{K}_X \begin{bmatrix} \mathbf{X}_c - \mathbf{X} \\ -\dot{\mathbf{X}} \end{bmatrix} \quad (5.70)$$

となる。図 5.9 に $H_\infty$ 制御器を用いた並進制御系のブロック線図を示す。

表 5.2 で示した通り、 $X$ 軸および $Z$ 軸方向は同等の周波数重み関数および係数、 $Y$ 軸方向は異なる周波数重み関数および係数を設定している。よって、設計した補償器 $\mathbf{K}_X$ について、 $X$ 軸および $Z$ 軸方向と $Y$ 軸方向に関してそれぞれ解析を行う。まず、図 5.10 は $X$ 軸および $Z$ 軸方向における補償器 $\mathbf{K}_X$ の周波数特性、図 5.11 は $X$ 軸および $Z$ 軸方向における相補感度関数 $\mathbf{T}_X$ および感度関数 $\mathbf{S}_X$ 、周波数重み関数 $\mathbf{W}_{TX}$ 、 $\mathbf{W}_{SX}$ の周波数特性を示している。図 5.11 を見ると明らかとなり、設計した感度関数の周波数重み関数 $\mathbf{W}_{SX}$ の逆数以下となるように感度関数 $\mathbf{S}_X$ が整形されていることがわかる。図 5.12 は $X$ 軸および $Z$ 軸方向におけるロバスト安定性の解析結果であり、対象の周波数領域において、構造化特異値 $\mu$ が 1 以下を示しており、ロバスト安定性を満足していることがわかる。また、図 5.13 はロバスト性能の解析結果を示している。 $H_\infty$ 制御器は、ノミナルプラント $\mathbf{P}_X$ に対して感度関数が整形されるため、変動を含むプラント $\tilde{\mathbf{P}}_X$ に対してロバスト性能を満足させることができない。実際に図 5.14 を見ると、一部の周波数領域で、構造化特異値 $\mu$ が 1 より大きくなっており、ロバスト性能を満足していないことが確認できる。同様に図 5.14 は $Y$ 軸方向における補償器 $\mathbf{K}_X$ の周波数特性、図 5.15 は $Y$ 軸方向における相補感度関数 $\mathbf{T}_X$ および感度関数 $\mathbf{S}_X$ 、周波数重み関数 $\mathbf{W}_{TX}$ 、 $\mathbf{W}_{SX}$ の周波数特性を示している。前述した通り、QTW-UAV は $Y_B$ 軸方向に推力を向けることができないので、ロール角によって機体方向を傾けることで実現する。機体の姿勢制御には必ず時間遅れが生じるので、 $Y$ 軸方向における補償器 $\mathbf{K}_X$ は $X$ 軸および $Z$ 軸方向と比較して周波数領域が抑えられていることが図 5.10 と 5.14 の比較により確認できる。また、 $Y$ 軸方向に関しても設計した感度関数の周波数重み関数 $\mathbf{W}_{SX}$ の逆数以下となるように感度関数 $\mathbf{S}_X$ が整形されていることがわかる。図 5.16 は $Y$ 軸方向におけるロバスト安定性の解析結果であり、対象の周波数領域において、構造化特異値 $\mu$ が 1 以下を示しており、ロバスト安定性を満足していることがわかる。また、図 5.17 はロバスト性能の解析結果を示しており、一部の周波数領域で、構造化特異値 $\mu$ が 1 より大きくなっており、ロバスト性能を満足していないことが確認できる。

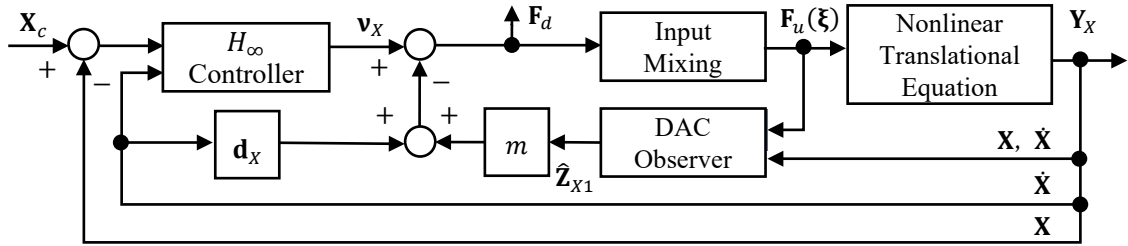


図 5.9  $H_\infty$ 制御器を用いた並進制御器のブロック線図

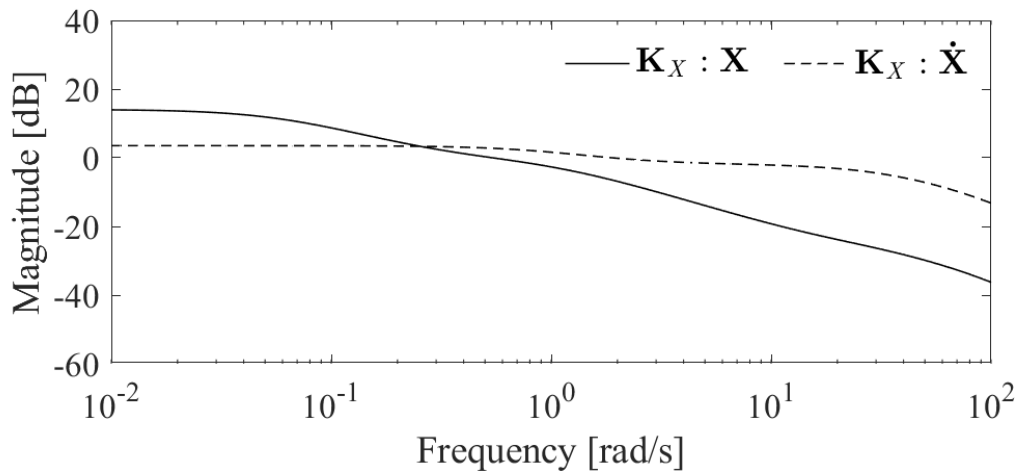


図 5.10  $X$ 軸および $Z$ 軸方向における $H_\infty$ 制御器を用いた並進制御器の周波数特性

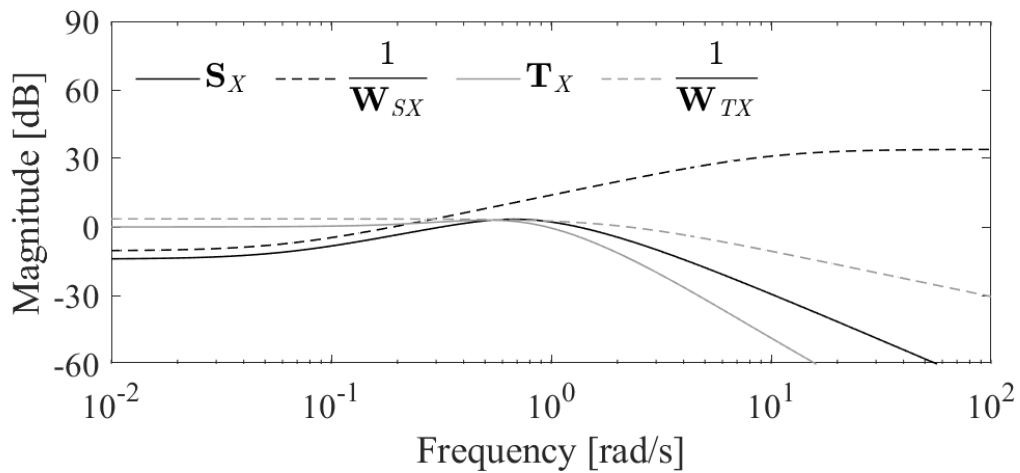


図 5.11  $X$ 軸および $Z$ 軸方向における $H_\infty$ 制御器を用いた並進制御器の相補感度関数 $T_X$ および感度関数 $S_X$ 、周波数重み関数 $W_{TX}$ 、 $W_{SX}$ の周波数特性

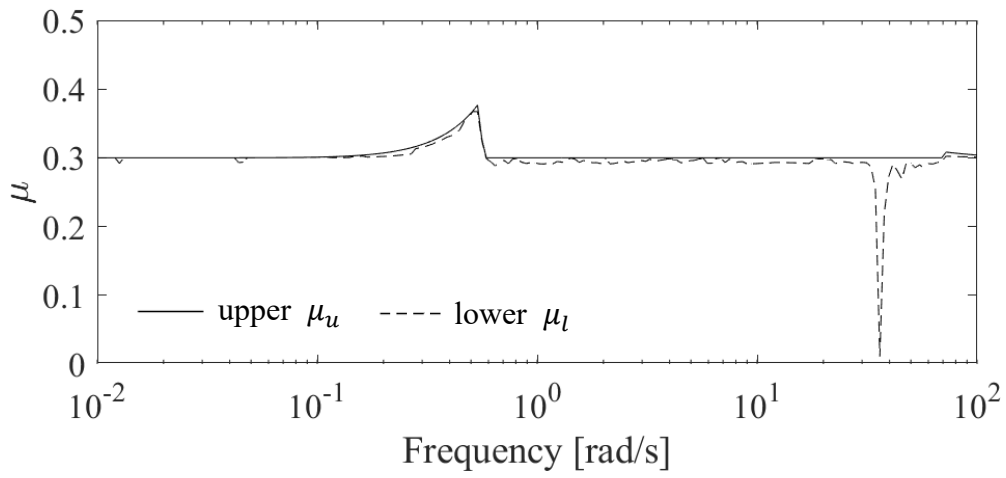


図 5.12 X軸およびZ軸方向における $H_\infty$ 制御器を用いた並進制御器のロバスト安定性

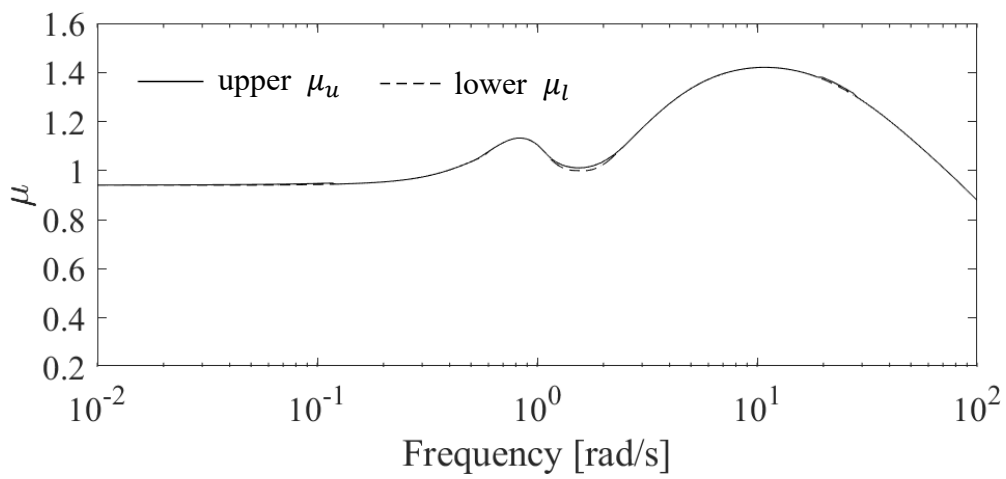


図 5.13 X軸およびZ軸方向における $H_\infty$ 制御器を用いた並進制御器のロバスト性能解析

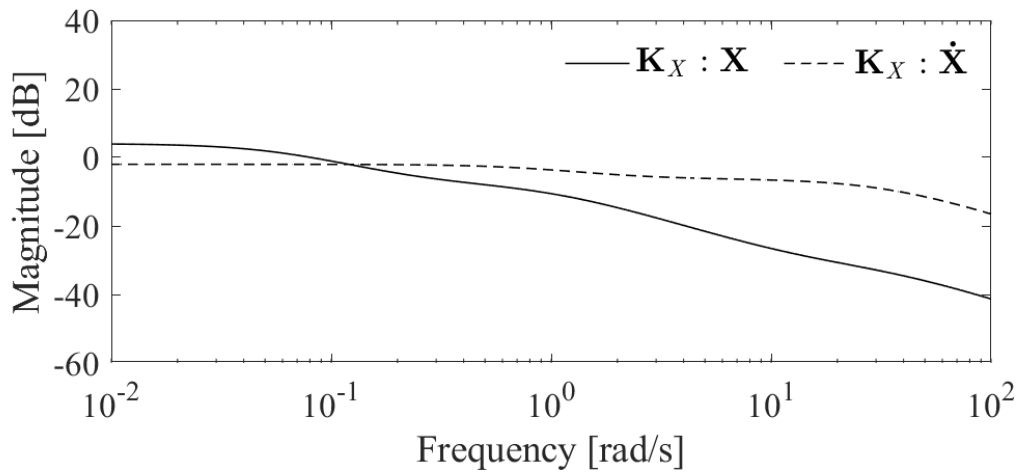


図 5.14 Y軸方向における $H_\infty$ 制御器を用いた並進制御器の周波数特性

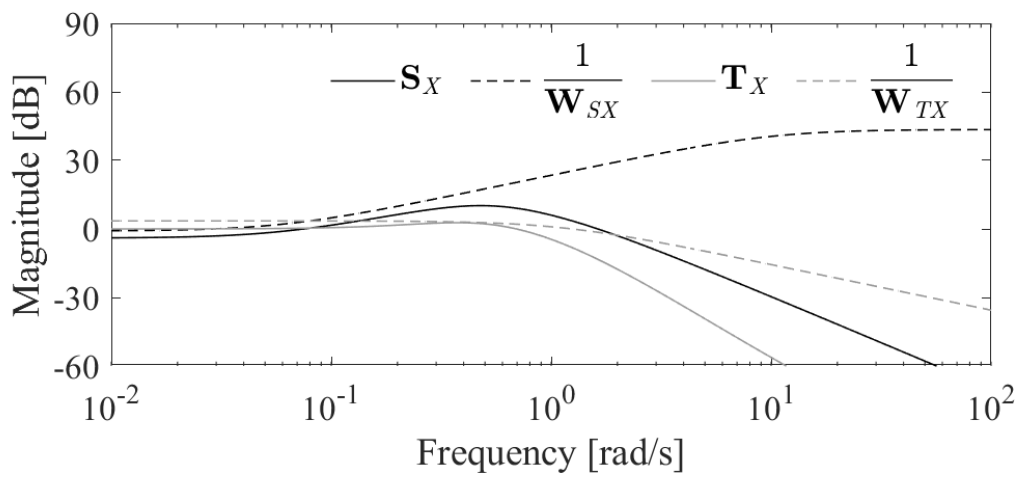


図 5.15 Y軸方向における $H_\infty$ 制御器を用いた並進制御器の相補感度関数 $T_X$ および感度関数 $S_X$ , 周波数重み関数 $W_{TX}$ ,  $W_{SX}$ の周波数特性

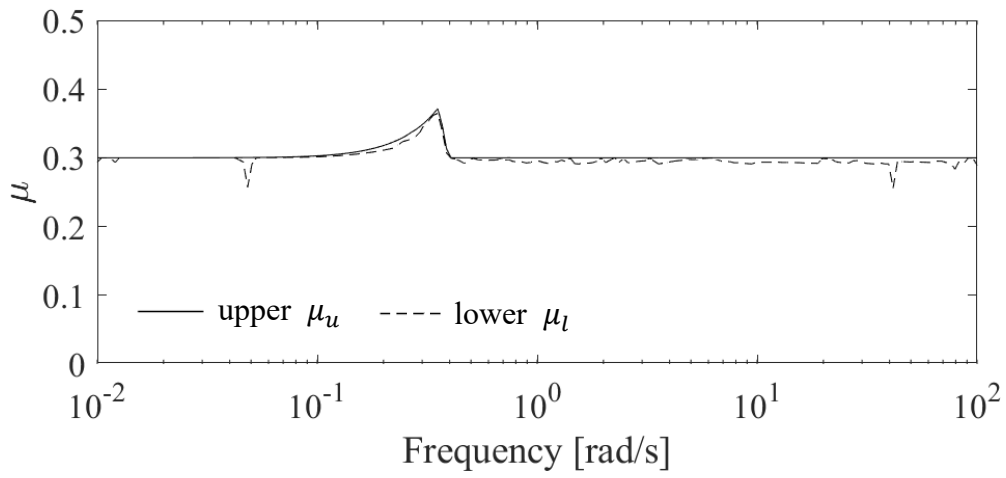


図 5.16 Y軸方向における $H_\infty$ 制御器を用いた並進制御器のロバスト安定性

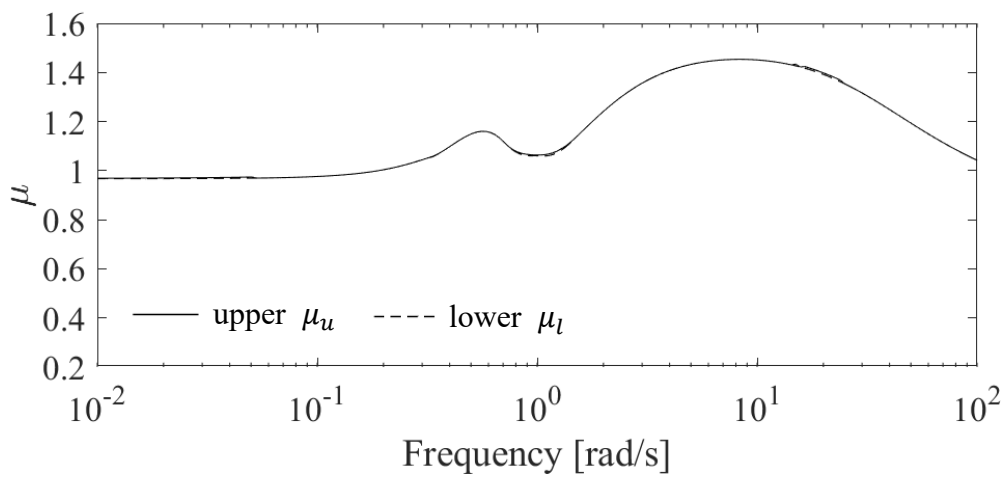


図 5.17 Y軸方向における $H_\infty$ 制御器を用いた並進制御器のロバスト性能解析



### 5. 2. 1. 5 $\mu$ 設計法を用いたフィードバック制御器の設計

本節では、5. 2. 1. 3節で示された不確か性を含む運動モデルに対して、 $\mu$ 設計法を用いて制御性能を保証する手法[Masuda19]について解説する。 $\mu$ 設計法が $H_\infty$ 制御器と大きく異なる点は、構造的変動を扱うことができることと、ロバスト性能を保証できることである。よって、 $\mu$ 設計法は5. 2. 1. 3で示されたパラメータ変動を直接扱うことが可能となる。 $H_\infty$ 制御器では、パラメータ変動による不確かさを包括するような相補感度関数 $\mathbf{T}_X$ の周波数重み関数 $\mathbf{W}_{TX}$ を設計する必要があった。しかし、図5.7に示された通り、不確かさを包括する周波数重み関数を設計すると、 $\mathbf{W}_{TX}$ の最小値はわずかにマイナス数dB程度となっており、感度関数 $\mathbf{S}_X$ の周波数重み関数 $\mathbf{W}_{SX}$ の利得を大きくすることができない。すなわち、補償器 $\mathbf{K}_X$ の利得が小さい保守的な制御器が設計される。このように各パラメータに含まれる変動を一つの摂動として考えて設計すると、補償器 $\mathbf{K}_X$ が保守的な設計となるということが $H_\infty$ 制御では知られている。一方で、 $\mu$ 設計法はパラメータの変動を直接扱うことが可能となるため、 $H_\infty$ 制御器で見られた保守性を抑えて設計することが可能となる。また、 $H_\infty$ 制御器では、式(5.65)に示されるとおり、誤差を含まないノミナルプラント $\mathbf{P}_X$ に対して感度関数 $\mathbf{S}_X$ が整形されるため、性能が保証されるのはノミナルなプラント $\mathbf{P}_X$ に対してのみとなる。 $\mu$ 設計法では、外乱入力 $\mathbf{n}_X = [\mathbf{n}_{X1} \ \mathbf{n}_{X2}]^T$ からよって、評価出力 $\mathbf{e}_X = [\mathbf{e}_{X1} \ \mathbf{e}_{X2}]^T$ を仮想的な変動に接続し、構造的変動に組み込むことでロバスト安定化問題に帰着させることができる。よって、変動を含むプラント $\tilde{\mathbf{P}}_X$ に対して感度関数 $\mathbf{S}_X$ の周波数重み関数 $\mathbf{W}_{SX}$ で与えられた制御性能を保証するロバスト性能問題を満足することができる。すなわち、 $H_\infty$ 制御器において、式(5.65)で与えられた問題は、 $\mu$ 設計法においては以下の通りに書き換えることが可能となる。

$$\left\| \left\| \begin{array}{cc} \mathbf{W}_{NX1} \mathbf{W}_{SX} \frac{\tilde{\mathbf{P}}_X}{\mathbf{I} + \tilde{\mathbf{P}}_X \mathbf{K}_X} & \mathbf{W}_{NX2} \mathbf{W}_{SX} \frac{\mathbf{I}}{\mathbf{I} + \tilde{\mathbf{P}}_X \mathbf{K}_X} \\ \mathbf{W}_{NX1} \mathbf{W}_{TX} \frac{\tilde{\mathbf{P}}_X \mathbf{K}_X}{\mathbf{I} + \tilde{\mathbf{P}}_X \mathbf{K}_X} & \mathbf{W}_{NX2} \mathbf{W}_{TX} \frac{\mathbf{K}_X}{\mathbf{I} + \tilde{\mathbf{P}}_X \mathbf{K}_X} \end{array} \right\| \right\|_\infty < 1 \quad (5.71)$$

$\mu$ 設計法を用いて設計する一般化プラントを図5.18に示す。ここで、 $\mathbf{K}_X$ は並進制御器の補償器、 $\mathbf{W}_{TX}$ は相補感度関数 $\mathbf{T}_X$ に関する周波数重み関数、 $\mathbf{W}_{SX}$ は感度関数 $\mathbf{S}_X$ に関する周波数重み関数、 $\mathbf{W}_{NX1}$ は入力外乱に関する重み係数行列、 $\mathbf{W}_{NX2}$ はセンサノイズなどに関する重み係数であり、周波数重み関数は $H_\infty$ 制御器と同様に定義される。ここで、図5.18で表されるブロック線図を図5.19に示されるロバスト性能問題で表現する。ここで、外乱入力 $\mathbf{n}_X$ と評価出力 $\mathbf{e}_X$ の間に仮想的変動 $\Delta_{enX}$ を設定し、パラメータ変動による構造的変動 $\Delta_X$ に組み込み、次式で表される $\Delta_{pX}$ を定義する。

$$\Delta_{pX} := \text{diag}(\Delta_X, \Delta_{enX}) \quad (5.72)$$

また、ノミナルプラント $\mathbf{P}_X$ と補償器 $\mathbf{K}_X$ によって構成される閉ループ系を下側線形分数変換(lower linear fractional transformation: LLFT)によって閉ループ系の伝達関数 $\mathbf{G}_X$ と次式のよりに定義する。

$$\mathbf{G}_X := F_L(\mathbf{P}_X, \mathbf{K}_X) \quad (5.73)$$

ここで、 $F_L(\ )$ は LLFT を示す記号である。以上により、図 5.19 で示されたロバスト性能問題は、図 5.20 で示されるようにロバスト安定化問題に帰着できる。図 5.20 より、補償器 $\mathbf{K}_X$ は

$$\mu_{\Delta X}\{\mathbf{G}_X(j\omega)\} < 1, \quad \forall \omega \quad (5.74)$$

を満たすように決定する。ただし、式 (5.71) から補償器 $\mathbf{K}_X$ を解析的に直接求める方法はない。よって、補償器 $\mathbf{K}_X$ は、 $\mu$ 値の上限を繰り返し計算によって最小化する D-K イタレーション法 (D-K iteration) によって導出する。

補償器 $\mathbf{K}_X$ を設計するためのパラメータ変動は 5. 2. 1. 3 節の通りであり、周波数重み関数は表 5.3 に示される。構造的変動に対してロバスト安定性が保証される $\mu$ 設計法では相補感度関数 $\mathbf{T}_X$ に関する周波数重み関数 $\mathbf{W}_{TX}$ を設定することなくロバスト安定性を保証することが可能となるが、 $H_\infty$ 制御器と同様にアクチュエータの応答性の限界等の理由から高周波領域で補償器 $\mathbf{K}_X$ の利得が大きくなるのは望ましくないため、高周波領域での利得を下げ設定している。ただし、 $H_\infty$ 制御器とは異なり、低周波領域では、利得を十分に大きく設定し、補償器 $\mathbf{K}_X$ の利得を低周波領域では大きくできるように設定した。周波数重み関数 $\mathbf{W}_{SX}$ の利得は、補償器 $\mathbf{K}_X$ の $\mu$ 値を確認しながら繰り返し設計を繰り返し、最終的に $\mu$ 値が 1 以下となるように限界まで $\mathbf{W}_{SX}$ の利得を大きくして設計した。また、 $H_\infty$ 制御器と同様に外乱に対する重み係数行列 $\mathbf{W}_{NX1}$ はすべて 1 に設定し、ノイズに対する重み行列 $\mathbf{W}_{NX2}$ は、センサノイズとして位置の計測誤差 $\pm 1.00 \times 10^{-2} \text{m}$ 、速度の計測誤差 $\pm 1.00 \times 10^{-1} \text{m/s}$ が計測値には含まれると仮定して設定した。

以上で設定した周波数重み関数および重み係数行列で設計された一般化プラントに対して補償器 $\mathbf{K}_X$ を決定する。補償器 $\mathbf{K}_X$ は、D-K イタレーション法によって、式 (5.74) に示される構造化特異値 $\mu$ が最小となるように決定される。最終的に $\mu$ 設計法を用いた制御入力 $\mathbf{v}_X$ は

$$\mathbf{v}_X = \mathbf{K}_X \begin{bmatrix} \mathbf{X}_c - \mathbf{X} \\ -\dot{\mathbf{X}} \end{bmatrix} \quad (5.75)$$

となる。図 5.21 に $\mu$ 設計法を用いた制御器による並進制御系のブロック線図を示す。

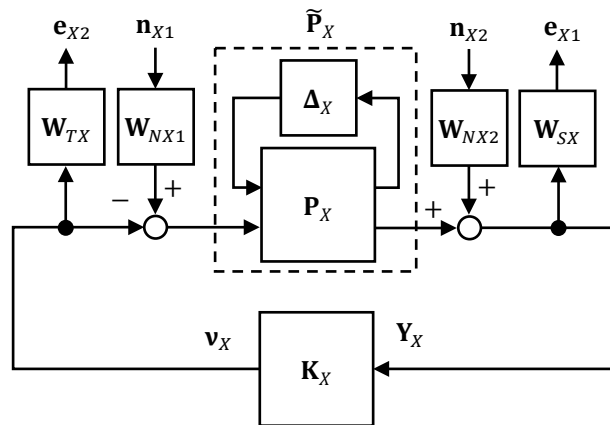


図 5.18 並進制御器の一般化プラント

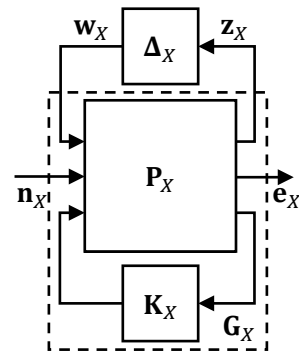


図 5.19 ロバスト性能問題

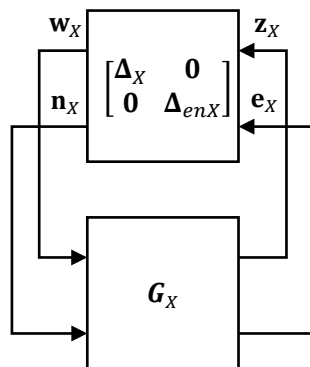


図 5.20 ロバスト安定化問題に帰着されたロバスト性能問題

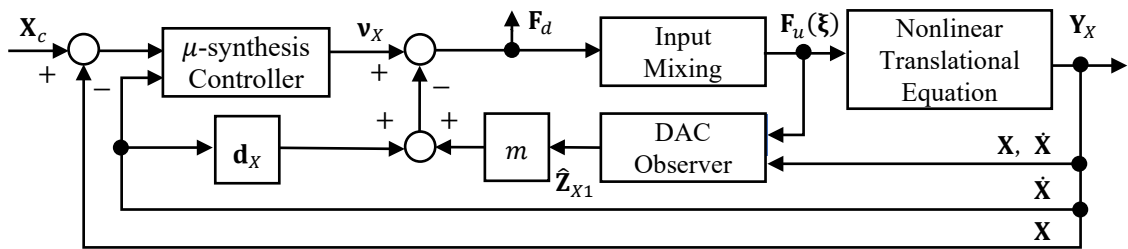


図 5.21  $\mu$ 設計法を用いた並進制御器のブロック線図

表 5.3  $\mu$ 設計法で用いた周波数重み関数および係数

$W_{TX}$	$\frac{10s + 1.0}{(1.0 \times 10^{-4})s + 15}$
$W_{TY}$	$\frac{3.0s + 1.0}{(1.0 \times 10^{-4}) + 5.0}$
$W_{TZ}$	$\frac{10s + 1.0}{(1.0 \times 10^{-4})s + 15}$
$W_{SX}$	$\frac{(1.0 \times 10^{-2})s + 1.5}{80s + (5.0 \times 10^{-2})}$
$W_{SY}$	$\frac{(1.0 \times 10^{-2})s + 1.0}{40s + (5.0 \times 10^{-2})}$
$W_{SZ}$	$\frac{(1.0 \times 10^{-2})s + 1.5}{80s + (5.0 \times 10^{-2})}$
$W_{S\dot{X}}$	$1.0 \times 10^{-2}$
$W_{S\dot{Y}}$	$1.0 \times 10^{-2}$
$W_{S\dot{Z}}$	$1.0 \times 10^{-2}$
$W_{NX1}$	1.0
$W_{NY1}$	1.0
$W_{NZ1}$	1.0
$W_{NX2}$	$1.0 \times 10^{-2}$
$W_{NY2}$	$1.0 \times 10^{-2}$
$W_{NZ2}$	$1.0 \times 10^{-2}$
$W_{N\ddot{X}}$	$1.0 \times 10^{-1}$
$W_{N\ddot{Y}}$	$1.0 \times 10^{-1}$
$W_{N\ddot{Z}}$	$1.0 \times 10^{-1}$

表 5.3 で示した通り、 $X$ 軸および $Z$ 軸方向は同等の周波数重み関数および係数、 $Y$ 軸方向は異なる周波数重み関数および係数を設定している。よって、設計した補償器 $\mathbf{K}_X$ について、 $X$ 軸および $Z$ 軸方向と $Y$ 軸方向に関してそれぞれ解析を行う。まず、図 5.22 は $X$ 軸および $Z$ 軸方向における補償器 $\mathbf{K}_X$ の周波数特性、図 5.23 は $X$ 軸および $Z$ 軸方向における相補感度関数 $\mathbf{T}_X$ および感度関数 $\mathbf{S}_X$ 、周波数重み関数 $\mathbf{W}_{TX}$ 、 $\mathbf{W}_{SX}$ の周波数特性を示している。図 5.22 と図 5.10 を比較すると、 $\mu$ 設計法を用いた制御器は、 $H_\infty$ 制御器と比較して低周波領域における利得が大きく、優れた制御性能が期待できる。また、低周波領域における補償器 $\mathbf{K}_X$ の利得を大きくするため、感度関数の周波数重み関数 $\mathbf{W}_{SX}$ の逆数が低周波領域において低く設計されているが、図 5.23 を見ると、設計した $\mathbf{W}_{SX}$ の逆数以下の利得で感度関数 $\mathbf{S}_X$ が整形されていることがわかる。図 5.24 は $X$ 軸および $Z$ 軸方向におけるロバスト安定性の解析結果であり、対象の周波数領域において、構造化特異値 $\mu$ が 1 以下を示しており、ロバスト安定性を満たしていることがわかる。また、図 5.25 はロバスト性能の解析結果を示している。 $H_\infty$ 制御器は、変動を含むプラント $\tilde{\mathbf{P}}_X$ に対してロバスト性能を満たせないため、一部の周波数領域で構造化特異値 $\mu$ が 1 より大きくなっていたが、 $\mu$ 設計法を用いた制御器はロバスト性能を満たすように設計されているため、設計に用いた周波数領域の全域で構造化特異値 $\mu$ が 1 以下となることが図 5.25 から確認できる。同様に図 5.26 は $Y$ 軸方向における補償器 $\mathbf{K}_X$ の周波数特性、図 5.27 は $Y$ 軸方向における相補感度関数 $\mathbf{T}_X$ および感度関数 $\mathbf{S}_X$ 、周波数重み関数 $\mathbf{W}_{TX}$ 、 $\mathbf{W}_{SX}$ の周波数特性を示している。前述した通り、QTW-UAV は $Y_B$ 軸方向に推力を向けることができないので、ロール角によって機体方向を傾けることで実現する。機体の姿勢制御には必ず時間遅れが生じるので、 $Y$ 軸方向における補償器 $\mathbf{K}_X$ は $X$ 軸および $Z$ 軸方向と比較して周波数領域が抑えられていることが図 5.22 と 5.26 の比較により確認できる。しかし、構造化特異値 $\mu$ を評価した $\mu$ 設計法では、 $H_\infty$ 制御器よりも保守性を抑えることが可能なため、図 5.14 と比較して、十分に大きな利得を $\mu$ 設計法によって設計した補償器 $\mathbf{K}_X$ は実現していることがわかる。また、図 5.27 より、 $Y$ 軸方向に関する設計した感度関数の周波数重み関数 $\mathbf{W}_{SX}$ の逆数以下となるように感度関数 $\mathbf{S}_X$ が整形されていることがわかる。図 5.28 は $Y$ 軸方向におけるロバスト安定性の解析結果であり、対象の周波数領域において、構造化特異値 $\mu$ が 1 以下を示しており、ロバスト安定性を満たしていることがわかる。また、図 5.29 はロバスト性能の解析結果を示しており、軸および $Z$ 軸方向と同様に設計に用いた周波数領域の全域で構造化特異値 $\mu$ が 1 以下となり、ロバスト性能を満たしていることを確認できる。

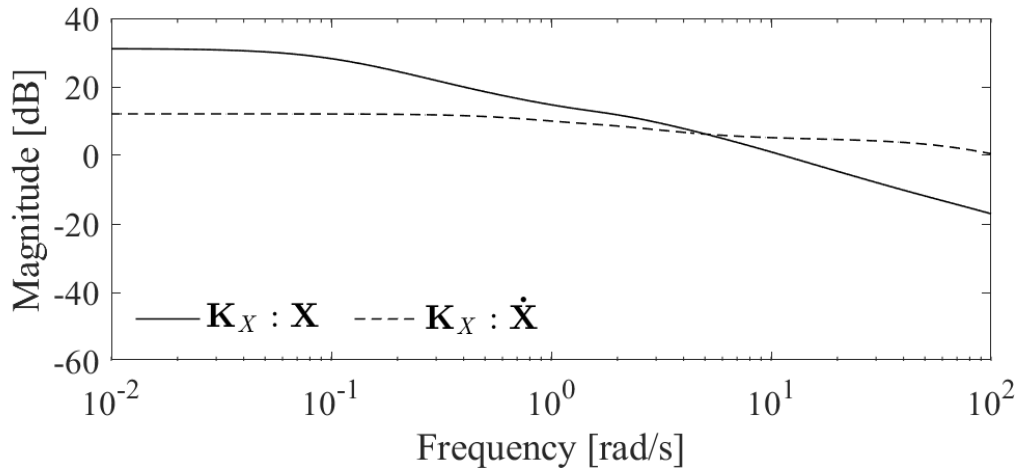


図 5.22 X軸およびZ軸方向における $\mu$ 設計法を用いた並進制御器の周波数特性

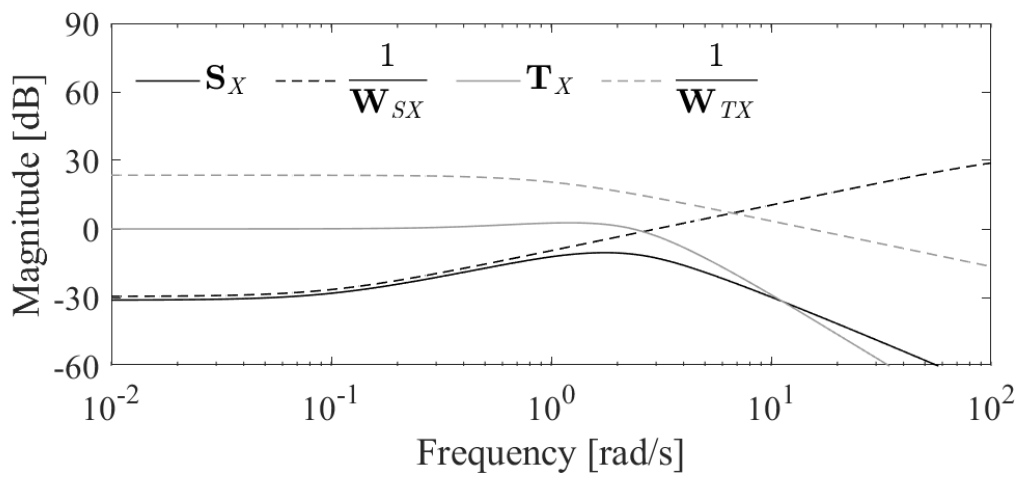


図 5.23 X軸およびZ軸方向における $\mu$ 設計法を用いた並進制御器の相補感度関数 $T_X$ および感度関数 $S_X$ 、周波数重み関数 $W_{TX}$ 、 $W_{SX}$ の周波数特性

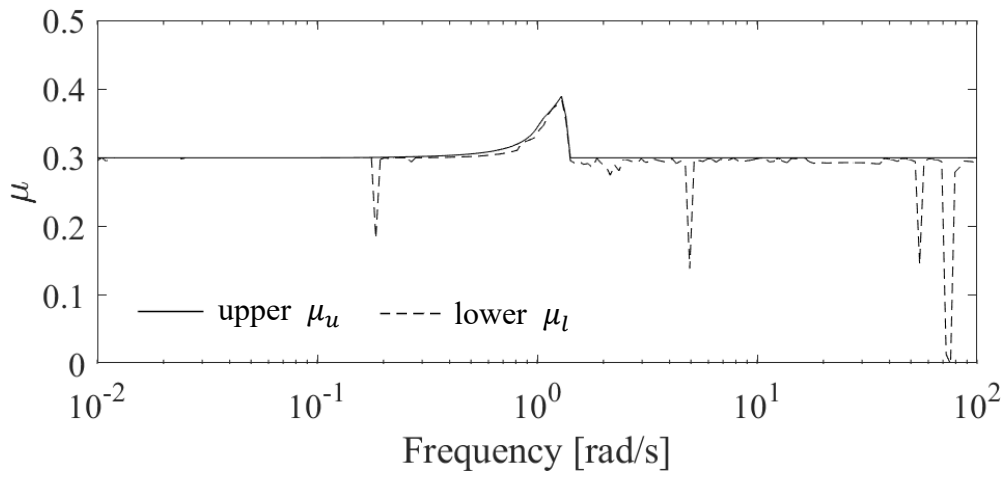


図 5.24 X軸およびZ軸方向における $\mu$ 設計法を用いた並進制御器のロバスト安定性

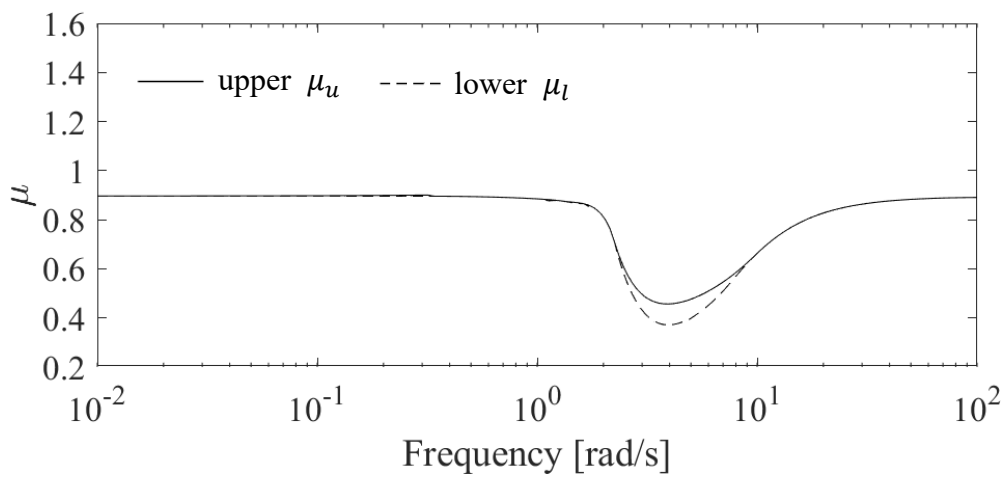


図 5.25 X軸およびZ軸方向における $\mu$ 設計法を用いた並進制御器のロバスト性能解析

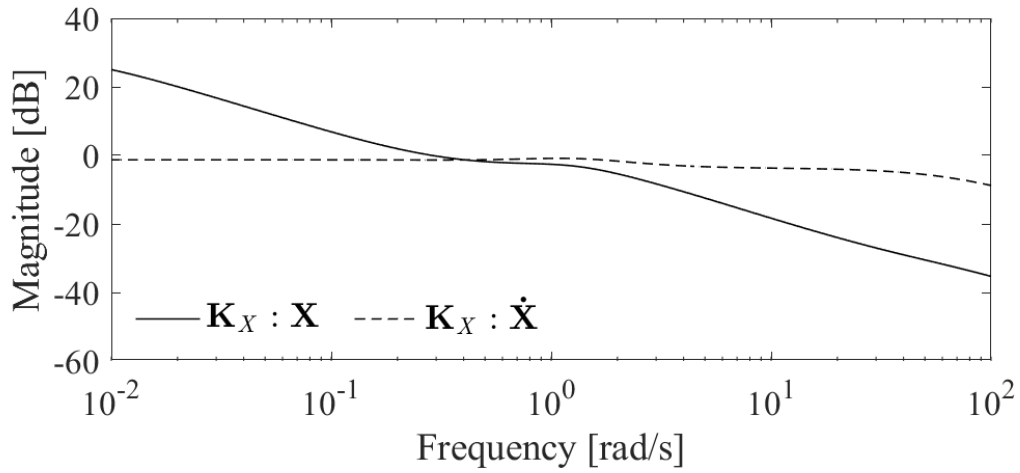


図 5.26 Y軸方向における $\mu$ 設計法を用いた並進制御器の周波数特性

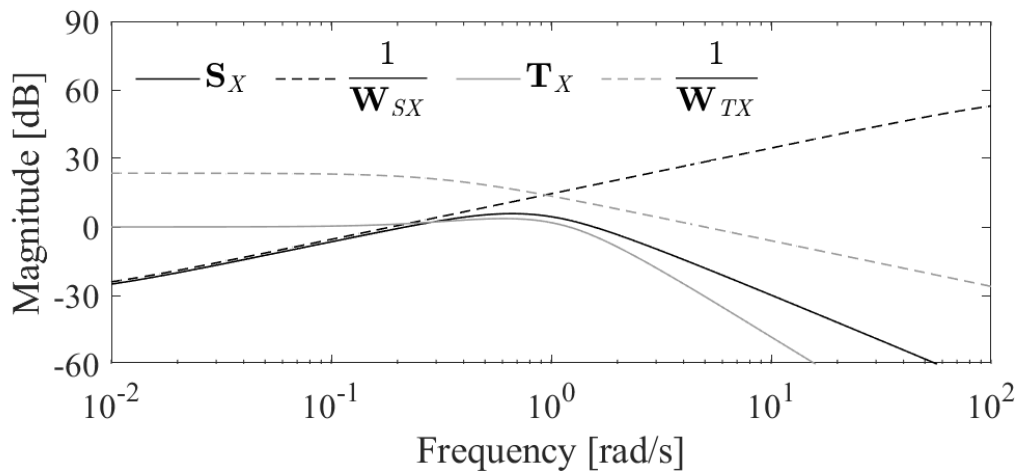


図 5.27 Y軸方向における $\mu$ 設計法を用いた並進制御器の相補感度関数 $T_X$ および感度関数 $S_X$ 、周波数重み関数 $W_{TX}$ 、 $W_{SX}$ の周波数特性



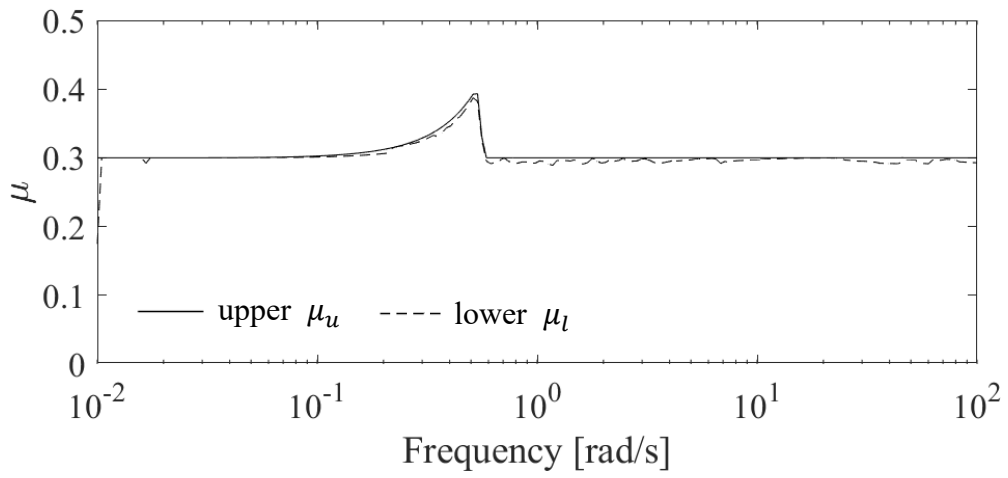


図 5.28 Y軸方向における $\mu$ 設計法を用いた並進制御器のロバスト安定性

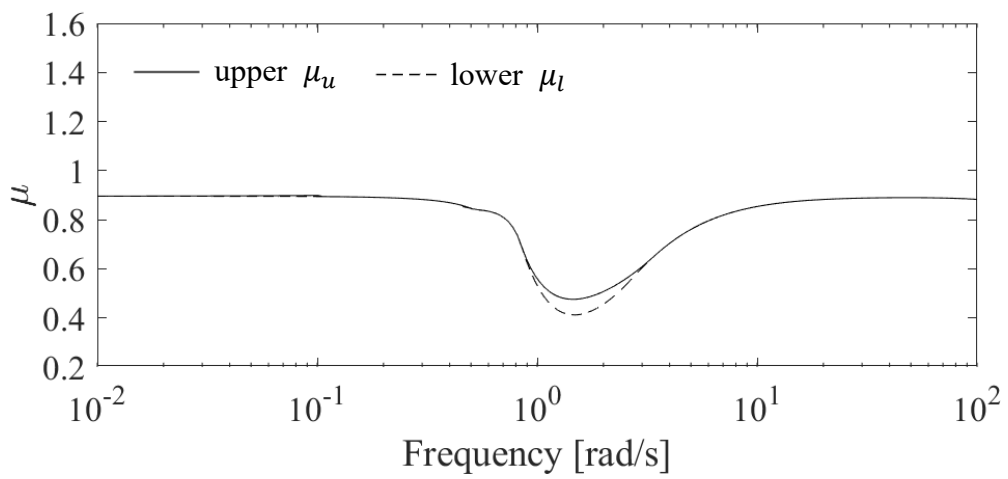


図 5.29 Y軸方向における $\mu$ 設計法を用いた並進制御器のロバスト性能解析

### 5. 2. 1. 6 拡張モデル予測制御を用いた制御器の設計

前章では、従来のロバスト制御手法である $H_\infty$ 制御器と $\mu$ 設計法を用いた制御器の設計を行った。特に $\mu$ 設計法を用いた制御器は、 $H_\infty$ 制御器の欠点であった保守性を抑えて、ロバスト性能を保証することができる強力な制御理論であった。しかしながら、これまでの解説でも明確なおと、設計手順は非常に複雑であり、相補感度関数や感度関数に対する周波数重み関数や重み係数行列を決定し、一般化プラントを設計するなど手順が複雑であった。また、構造化特異値 $\mu$ が1以下となるように限界まで感度関数の利得を大きく設定するには、補償器を仮に決定して特異値 $\mu$ の値を確認しながら最終的な補償器を設計するといった試行錯誤が求められる。補償器の決定には、反復計算であるD-Kイタレーション法を用いるが、解の導出には時間がかかり、特に現場における設計調整は困難なものとなる。一方、我々が提案するEMPCは直観的に調整が可能のため、設計や調整時にかかる負担を抑え、実装を容易にすることが可能である。

EMPCの設計は、第3章において定式化された評価関数を用いて行う。MPCと同様にEMPCは離散化された状態方程式に対して運動を予測する制御器のため、まず、式(5.46)で示された運動方程式を状態空間で表現を行う。慣性座標系に関する位置の微分値 $\dot{\mathbf{X}}$ を慣性座標系におけるQTW-UAVの速度に変形する。

$$\dot{\mathbf{X}} = \begin{bmatrix} \dot{X} \\ \dot{Y} \\ \dot{Z} \end{bmatrix} = \mathbf{V} = \begin{bmatrix} U \\ V \\ W \end{bmatrix} \quad (5.76)$$

上式を用いて式(5.46)を状態空間で表現すると

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \mathbf{X} \\ \mathbf{V} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{0}_{3 \times 3} & \mathbf{I}_{3 \times 3} \\ \mathbf{0}_{3 \times 3} & -\frac{1}{m} \mathbf{d}_x \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{X} \\ \mathbf{V} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{0}_{3 \times 3} \\ -\frac{1}{m} \mathbf{I}_{3 \times 3} \end{bmatrix} \mathbf{v}_x + \Delta_x \quad (5.77)$$

となる。ここで、状態行列 $\mathbf{A}_x$ 、入力行列 $\mathbf{B}_x$ を用いると

$$\mathbf{A}_x = \begin{bmatrix} \mathbf{0}_{3 \times 3} & \mathbf{I}_{3 \times 3} \\ \mathbf{0}_{3 \times 3} & -\frac{1}{m} \mathbf{d}_x \end{bmatrix} \quad (5.78)$$

$$\mathbf{B}_x = \begin{bmatrix} \mathbf{0}_{3 \times 3} \\ \frac{1}{m} \mathbf{I}_{3 \times 3} \end{bmatrix} \quad (5.79)$$

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \mathbf{X} \\ \mathbf{V} \end{bmatrix} = \mathbf{A}_x \begin{bmatrix} \mathbf{X} \\ \mathbf{V} \end{bmatrix} + \mathbf{B}_x \mathbf{v}_x + \Delta_x \quad (5.80)$$

と表すことができる。ここで、EMPCの適用条件として、変動 $\Delta_x$ がすべて $\mathbf{B}_x$ のレンジスペースに存在すれば、マッチング条件を満足して外乱の影響を抑制することが可能である。5.2.1.3章より、質量 $m$ と減衰係数行列 $\mathbf{d}_x$ に変動 $\Delta_m$ 、 $\Delta_{d_x}$ が含まれ、アクチュエータによる

入力 $\mathbf{v}_X$ には変動 $\Delta_{v_X}$ が含まれる。以上を考慮して、式 (5.77) のシステムは式 (5.56) から (5.58) を用いて次式のような変動を含むシステムに書き換えることができる。

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \mathbf{X} \\ \mathbf{V} \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} \mathbf{0}_{3 \times 3} & \mathbf{I}_{3 \times 3} \\ \mathbf{0}_{3 \times 3} & -\frac{1}{m + \delta_m \Delta_m} (\mathbf{d}_X + \delta_{d_X} \Delta_{d_X}) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{X} \\ \mathbf{V} \end{bmatrix} \\ &+ \begin{bmatrix} \mathbf{0}_{3 \times 3} \\ \frac{1}{m + \delta_m \Delta_m} (\mathbf{I}_{3 \times 3} + \delta_{v_X} \Delta_{v_X}) \end{bmatrix} \mathbf{v}_X \end{aligned} \quad (5.81)$$

ここで、理想状態の状態行列 $\mathbf{A}_X$ 、入力行列 $\mathbf{B}_X$ とそれぞれのパラメータ変動による変化分 $\Delta \mathbf{A}_X$ 、 $\Delta \mathbf{B}_X$ で次式のように表現する。

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \mathbf{X} \\ \mathbf{V} \end{bmatrix} = (\mathbf{A}_X + \Delta \mathbf{A}_X) \begin{bmatrix} \mathbf{X} \\ \mathbf{V} \end{bmatrix} + (\mathbf{B}_X + \Delta \mathbf{B}_X) \mathbf{v}_X \quad (5.82)$$

ここで、 $\Delta \mathbf{A}_X$ 、 $\Delta \mathbf{B}_X$ は

$$\Delta \mathbf{A}_X = \begin{bmatrix} \mathbf{0}_{3 \times 3} & \mathbf{0}_{3 \times 3} \\ \mathbf{0}_{3 \times 3} & \frac{1}{m} \mathbf{d}_X - \frac{1}{m + \delta_m \Delta_m} (\mathbf{d}_X + \delta_{d_X} \Delta_{d_X}) \end{bmatrix} \quad (5.83)$$

$$\Delta \mathbf{B}_X = \begin{bmatrix} \mathbf{0}_{3 \times 3} \\ -\frac{1}{m} + \frac{1}{m + \delta_m \Delta_m} (\mathbf{I}_{3 \times 3} + \delta_{v_X} \Delta_{v_X}) \end{bmatrix} \quad (5.84)$$

となる。式 (5.83) と (5.84) はすべて $\mathbf{B}_X$ のレンジスペース内に存在するため、式 (5.81) で示されるシステムに含まれる変動は EMPC によって抑制可能であることがわかる。実際に EMPC で未来の状態量を予測する場合は、パラメータの変動などは未知であるため、予測式は、パラメータ変動による不確かさ $\Delta_X$ が含まない以下の式に従って行われる。

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \mathbf{X} \\ \mathbf{V} \end{bmatrix} = \mathbf{A}_X \begin{bmatrix} \mathbf{X} \\ \mathbf{V} \end{bmatrix} + \mathbf{B}_X \mathbf{v}_X \quad (5.85)$$

ただし、上式で与えられる状態方程式は、連続時間で表現されたシステムのため、離散時間の状態方程式に変換する必要がある。離散時間における状態方程式のサンプリング時間は $\Delta t$ とし、ある時刻 $t$ における時刻ステップを $k$ とすると離散化された状態方程式は

$$\begin{bmatrix} \mathbf{X}(k+1) \\ \mathbf{V}(k+1) \end{bmatrix} = e^{\mathbf{A}_X \Delta t} \begin{bmatrix} \mathbf{X}(k) \\ \mathbf{V}(k) \end{bmatrix} + \int_t^{t+\Delta t} e^{\mathbf{A}_X(t+\Delta t-\tau)} \mathbf{B}_X \mathbf{v}_X(\tau) d\tau \quad (5.86)$$

となる。なお、上式において入力は各ステップにおいて0次ホールドと仮定されている。以上により、離散化された状態行列 $\mathbf{A}_{dX}$ 、入力行列 $\mathbf{B}_{dX}$ は

$$\mathbf{A}_{dX} = e^{\mathbf{A}_X \Delta t} \quad (5.87)$$

$$\mathbf{B}_{dX} = \int_0^{\Delta t} e^{\mathbf{A}_X \tau} \mathbf{B}_X \quad (5.88)$$

と与えられる。EMPCによって決定される並進制御器の入力 $\mathbf{v}_X$ は

$$\mathbf{v}_X = \mathbf{v}_{dX0} + \mathbf{v}_{dX1} \quad (5.89)$$

と定義し、入力 $\mathbf{v}_{dX0}$ および $\mathbf{v}_{dX1}$ は、次式に示される評価関数が最小となるように決定する。

$$\begin{aligned} V_X(k) = & \sum_{i=H_{wX}}^{H_{pX}} \left\| \begin{bmatrix} \hat{\mathbf{X}}(k+i|k) \\ \hat{\mathbf{V}}(k+i|k) \\ \hat{\boldsymbol{\sigma}}_{dX}(k+i|k) \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \mathbf{r}_{rX}(k+i|k) \\ \mathbf{r}_{rV}(k+i|k) \end{bmatrix} \right\|_{\text{diag}(\mathbf{q}_{YX}(i), \mathbf{q}_{\sigma X}(i))}^2 \\ & + \sum_{i=0}^{H_{uX}-1} \left\| \begin{bmatrix} \hat{\mathbf{v}}_{dX0}(k+i|k) \\ \hat{\mathbf{v}}_{dX1}(k+i|k) \end{bmatrix} \right\|_{\text{diag}(\mathbf{r}_{UX0}(i), \mathbf{r}_{UX1}(i))}^2 \end{aligned} \quad (5.90)$$

ここで、 $H_{pX}$ 、 $H_{uX}$ 、 $H_{wX}$ は、それぞれ、予測ホライズン、制御ホライズン、窓パラメータを表し、 $\mathbf{q}_{YX}(i)$ 、 $\mathbf{q}_{\sigma X}(i)$ は $k$ ステップ目の時刻から $i$ ステップ先の偏差に対する重み行列、 $\mathbf{r}_{UX0}(i)$ 、 $\mathbf{r}_{UX1}(i)$ は $k$ ステップ目の時刻から $i$ ステップ先の制御入力に対する重み行列を表している。 $\hat{\mathbf{X}}(k+i|k)$ は慣性座標系における QTW-UAV の位置 $\mathbf{X}(k)$ の予測値、 $\hat{\mathbf{V}}(k+i|k)$ は慣性座標系における QTW-UAV の速度 $\mathbf{V}(k)$ の予測値、 $\mathbf{r}_{rX}(k+i|k)$ は目標位置までの参照軌道、 $\mathbf{r}_{rV}$ は目標速度までの参照軌道、 $\hat{\boldsymbol{\sigma}}_{dX}(k+i|k)$ は、切換関数の予測値である。また、 $\hat{\mathbf{v}}_{dX0}(k+i|k)$ は制御入力 $\mathbf{v}_{dX0}$ の未来の予測入力、 $\hat{\mathbf{v}}_{dX1}(k+i|k)$ は制御入力 $\mathbf{v}_{dX1}$ の未来の予測入力である。ここで、第3章で定式化された評価関数に代入すると式(5.90)は式(5.91)のように表すことができる。

式(5.91)における $\hat{\mathbf{x}}_{\sigma}$ は切換関数の状態量 $\mathbf{x}_{\sigma}$ の予測値、 $\Delta \hat{\mathbf{v}}_{dX0}$ は制御入力 $\mathbf{v}_{dX0}(k-1)$ からの未来の予測入力の変化量、 $\Delta \hat{\mathbf{v}}_{dX1}$ は制御入力 $\mathbf{v}_{dX1}(k-1)$ からの未来の予測入力の変化量である。

$$\begin{bmatrix} \widehat{\mathbf{X}}(k + H_{wX}|k) \\ \widehat{\mathbf{V}}(k + H_{wX}|k) \\ \vdots \\ \widehat{\mathbf{X}}(k + H_{pX}|k) \\ \widehat{\mathbf{V}}(k + H_{pX}|k) \\ \widehat{\mathbf{X}}_\sigma(k + H_{wX}|k) \\ \vdots \\ \widehat{\mathbf{X}}_\sigma(k + H_{pX}|k) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{A}_{dX}^{H_{wX}} & \mathbf{0}_{6 \times 6} \\ \vdots & \vdots \\ \mathbf{A}_{dX}^{H_{pX}} & \mathbf{0}_{6 \times 6} \\ \mathbf{A}_{dX}^{H_{wX}} & -\mathbf{A}_{dX}^{H_{wX}} \\ \vdots & \vdots \\ \mathbf{A}_{dX}^{H_{pX}} & -\mathbf{A}_{dX}^{H_{pX}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{X}(k) \\ \mathbf{V}(k) \\ \mathbf{X}_n(k) \\ \mathbf{V}_n(k) \end{bmatrix}$$

$$+ \begin{bmatrix} \sum_{j=0}^{n=H_{wX}-1} \mathbf{A}_{dX}^j \mathbf{B}_{dX} & \mathbf{0}_{6 \times 3} \\ \vdots & \vdots \\ \sum_{j=0}^{n=H_{pX}-1} \mathbf{A}_{dX}^j \mathbf{B}_{dX} & \mathbf{0}_{6 \times 3} \\ \mathbf{0}_{6 \times 3} & \sum_{j=0}^{n=H_{wX}-1} \mathbf{A}_{dX}^j \mathbf{B}_{dX} \\ \vdots & \vdots \\ \mathbf{0}_{6 \times 3} & \sum_{j=0}^{n=H_{pX}-1} \mathbf{A}_{dX}^j \mathbf{B}_{dX} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{v}_{dX0}(k-1) \\ \mathbf{v}_{dX1}(k-1) \end{bmatrix} \quad (5.91)$$

$$+ \begin{bmatrix} \sum_{j=0}^{n=H_{wX}-1} \mathbf{A}_{dX}^j \mathbf{B}_{dX} \cdots \sum_{j=0}^{n=H_{wX}-H_{uX}} \mathbf{A}_{dX}^j \mathbf{B}_{dX} & \mathbf{0}_{6 \times 3} & \cdots & \mathbf{0}_{6 \times 3} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \sum_{j=0}^{n=H_{pX}-1} \mathbf{A}_{dX}^j \mathbf{B}_{dX} \cdots \sum_{j=0}^{n=H_{pX}-H_{uX}} \mathbf{A}_{dX}^j \mathbf{B}_{dX} & \mathbf{0}_{6 \times 3} & \cdots & \mathbf{0}_{6 \times 3} \\ \mathbf{0}_{6 \times 3} & \cdots & \mathbf{0}_{6 \times 3} & \sum_{j=0}^{n=H_{wX}-1} \mathbf{A}_{dX}^j \mathbf{B}_{dX} \cdots \mathbf{0}_{6 \times 3} \\ \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ \mathbf{0}_{6 \times 3} & \cdots & \mathbf{0}_{6 \times 3} & \sum_{j=0}^{n=H_{pX}-1} \mathbf{A}_{dX}^j \mathbf{B}_{dX} \cdots \sum_{j=0}^{n=H_{pX}-H_{uX}} \mathbf{A}_{dX}^j \mathbf{B}_{dX} \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} \Delta \widehat{\mathbf{v}}_{dX0}(k|k) \\ \vdots \\ \Delta \widehat{\mathbf{v}}_{dX0}(k + H_{uX} - 1|k) \\ \Delta \widehat{\mathbf{v}}_{dX1}(k|k) \\ \vdots \\ \Delta \widehat{\mathbf{v}}_{dX1}(k + H_{uX} - 1|k) \end{bmatrix}$$

ここで、次式で表現される関数 $L_X(\mathbf{X}, t)$ の導関数が負定になるように位相空間上の超平面 $\mathbf{s}_{dX}$ を決定する。

$$L_X = \frac{1}{2} \left[ \mathbf{s}_{dX} \begin{bmatrix} \mathbf{X} \\ \mathbf{V} \end{bmatrix} \right]^T \mathbf{s}_{dX} \begin{bmatrix} \mathbf{X} \\ \mathbf{V} \end{bmatrix} \quad (5.92)$$

以上により、評価関数に用いる $k$ ステップ目の時刻における $H_{wX}$ から $H_{pX}$ ステップまでの予測量 $\hat{\mathbf{X}}_{dX}(k)$ は

$$\hat{\mathbf{X}}_{dX}(k) = \begin{bmatrix} \hat{\mathbf{X}}(k + H_{wX}|k) \\ \hat{\mathbf{V}}(k + H_{wX}|k) \\ \vdots \\ \hat{\mathbf{X}}(k + H_{pX}|k) \\ \hat{\mathbf{V}}(k + H_{pX}|k) \\ \hat{\boldsymbol{\sigma}}_{dX}(k + H_{wX}|k) \\ \vdots \\ \hat{\boldsymbol{\sigma}}_{dX}(k + H_{pX}|k) \end{bmatrix} \quad (5.93)$$

$$= \begin{bmatrix} \mathbf{I}_{6 \times 6} & \mathbf{0}_{6 \times 6} & \cdots & \mathbf{0}_{6 \times 6} & \mathbf{0}_{6 \times 6} & \mathbf{0}_{6 \times 6} & \cdots & \mathbf{0}_{6 \times 6} \\ \mathbf{0}_{6 \times 6} & \mathbf{I}_{6 \times 6} & \ddots & \vdots & \mathbf{0}_{6 \times 6} & \mathbf{0}_{6 \times 6} & \ddots & \vdots \\ \vdots & \ddots & \ddots & \mathbf{0}_{6 \times 6} & \vdots & \vdots & \ddots & \mathbf{0}_{6 \times 6} \\ \mathbf{0}_{6 \times 6} & \cdots & \mathbf{0}_{6 \times 6} & \mathbf{I}_{6 \times 6} & \mathbf{0}_{3 \times 6} & \cdots & \mathbf{0}_{3 \times 6} & \mathbf{0}_{3 \times 6} \\ \mathbf{0}_{3 \times 6} & \mathbf{0}_{3 \times 6} & \cdots & \mathbf{0}_{3 \times 6} & \mathbf{s}_{dX} & \mathbf{0}_{3 \times 6} & \cdots & \mathbf{0}_{3 \times 6} \\ \mathbf{0}_{3 \times 6} & \mathbf{0}_{3 \times 6} & \ddots & \vdots & \mathbf{0}_{3 \times 6} & \mathbf{s}_{dX} & \ddots & \vdots \\ \vdots & \ddots & \ddots & \mathbf{0}_{3 \times 6} & \vdots & \ddots & \ddots & \mathbf{0}_{3 \times 6} \\ \mathbf{0}_{3 \times 6} & \cdots & \mathbf{0}_{3 \times 6} & \mathbf{0}_{3 \times 6} & \mathbf{0}_{3 \times 6} & \cdots & \mathbf{0}_{3 \times 6} & \mathbf{s}_{dX} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{\mathbf{X}}(k + H_{wX}|k) \\ \hat{\mathbf{V}}(k + H_{wX}|k) \\ \vdots \\ \hat{\mathbf{X}}(k + H_{pX}|k) \\ \hat{\mathbf{V}}(k + H_{pX}|k) \\ \hat{\mathbf{X}}_{\sigma}(k + H_{wX}|k) \\ \vdots \\ \hat{\mathbf{X}}_{\sigma}(k + H_{pX}|k) \end{bmatrix}$$

と表すことができる。ここで $k$ ステップ目の時刻における 1 ステップ目から $H_{uX}$ ステップまでの未来の入力変化量 $\Delta \hat{\mathbf{N}}_X(k)$ を

$$\Delta \hat{\mathbf{N}}_X(k) = \begin{bmatrix} \Delta \hat{\mathbf{v}}_{dX0}(k|k) \\ \vdots \\ \Delta \hat{\mathbf{v}}_{dX0}(k + H_{uX} - 1|k) \\ \Delta \hat{\mathbf{v}}_{dX1}(k|k) \\ \vdots \\ \Delta \hat{\mathbf{v}}_{dX1}(k + H_{uX} - 1|k) \end{bmatrix} \quad (5.94)$$

と定義し、同様に、 $k$ ステップ目の時刻における $H_{wX}$ から $H_{pX}$ ステップまでの目標位値および目標速度までの参照軌道 $\mathbf{R}_X(k)$ は

$$\mathbf{R}_X(k) = \begin{bmatrix} \mathbf{r}_{rX}(k + H_{wX}|k) \\ \mathbf{r}_{rV}(k + H_{wX}|k) \\ \vdots \\ \mathbf{r}_{rX}(k + H_{pX}|k) \\ \mathbf{r}_{rV}(k + H_{pX}|k) \\ \mathbf{0}_{3 \times 1} \\ \vdots \\ \mathbf{0}_{3 \times 1} \end{bmatrix} \quad (5.95)$$

と表すことができる。よって、式 (5.90) の評価関数 $V_X(k)$ は

$$V_X(k) = [\hat{\mathbf{X}}_{dX}(k) - \mathbf{R}_X(k)]^T \mathbf{Q}_{YX} [\hat{\mathbf{X}}_{dX}(k) - \mathbf{R}_X(k)] + \Delta \hat{\mathbf{N}}_X^T(k) \mathbf{R}_{NX} \Delta \hat{\mathbf{N}}_X(k) \quad (5.96)$$

と表すことができる。ここで、 $\mathbf{Q}_{YX}$ 、 $\mathbf{R}_{NX}$ は重み行列であり、

$$\mathbf{Q}_{YX} = \text{diag}(\mathbf{q}_{YX}(H_{wX}), \dots, \mathbf{q}_{YX}(H_{pX}), \mathbf{q}_\sigma(H_{wX}), \dots, \mathbf{q}_{\sigma X}(H_{pX})) \quad (5.97)$$

$$\mathbf{R}_{YX} = \text{diag}(\mathbf{r}_{UX0}(0), \dots, \mathbf{r}_{UX0}(H_{uX} - 1), \mathbf{r}_{UX1}(0), \dots, \mathbf{r}_{UX1}(H_{uX} - 1)) \quad (5.98)$$

で定義される。上式のように、各ステップにおいて重み行列を変更することが可能だが、本論文においては、各ステップで重み行列を変更しないで調整を行った。また、位置に関する参照軌道 $\mathbf{r}_{rX}$ および速度に関する参照軌道 $\mathbf{r}_{rV}$ は次式で示される指数関数を設定した。

$$\mathbf{r}_{rX}(k+i|k) = \mathbf{X}_c - e^{-\frac{\Delta t}{T_{RX}}i}(\mathbf{X}_c - \mathbf{X}(k)) \quad (5.99)$$

$$\mathbf{r}_{rV}(k+i|k) = \frac{1}{T_{RX}} e^{-\frac{\Delta t}{T_{RX}}i}(\mathbf{X}_c - \mathbf{X}(k)) \quad (5.100)$$

$\Delta t$ はサンプリング周期、 $T_{RX}$ は参照軌道の時定数、 $\mathbf{X}_c$ は目標値であり、これらを含む制御器に用いた調整パラメータを表5.4に示す。以上により導かれた式(5.96)の評価関数を解いて得られた入力 $\Delta \hat{\mathbf{N}}_X$ に対して実際に制御入力に用いるのは $k$ ステップ目の時刻における制御入力のみであるので

$$\begin{bmatrix} \Delta \hat{\mathbf{v}}_{dX0}(k|k) \\ \Delta \hat{\mathbf{v}}_{dX1}(k|k) \end{bmatrix} = \mathbf{L}_{uX} \Delta \hat{\mathbf{N}}_X(k) \quad (5.100)$$

$$\mathbf{L}_{uX} = \begin{bmatrix} \mathbf{I}_{3 \times 3} & \mathbf{0}_{3 \times 3} & \cdots & \mathbf{0}_{3 \times 3} & \mathbf{0}_{3 \times 3} & \mathbf{0}_{3 \times 3} & \cdots & \mathbf{0}_{3 \times 3} \\ \mathbf{0}_{3 \times 3} & \mathbf{0}_{3 \times 3} & \cdots & \mathbf{0}_{3 \times 3} & \mathbf{I}_{3 \times 3} & \mathbf{0}_{3 \times 3} & \cdots & \mathbf{0}_{3 \times 3} \end{bmatrix} \quad (5.101)$$

となる。したがって、ある $k$ ステップ目の時刻における制御入力 $\mathbf{v}_{dX0}(k)$ 、 $\mathbf{v}_{dX1}(k)$ は、次式で表現される。

$$\begin{bmatrix} \mathbf{v}_{dX0}(k) \\ \mathbf{v}_{dX1}(k) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \Delta \hat{\mathbf{v}}_{dX0}(k|k) \\ \Delta \hat{\mathbf{v}}_{dX1}(k|k) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{v}_{dX0}(k-1) \\ \mathbf{v}_{dX1}(k-1) \end{bmatrix} \quad (5.102)$$

最終的に EMPC で求められる制御入力 $\mathbf{v}_X$ は

$$\mathbf{v}_X = \mathbf{v}_{dX0}(k) + \mathbf{v}_{dX1}(k) \quad (5.103)$$

となる。図5.30にEMPCを用いた制御器による並進制御器のブロック線図を示す。

図5.31はロバスト安定性の解析結果である。EMPCはMPCと同様に逐次最適化問題を解くことで制御入力を決定する。一般的に対象の運動モデルが線形時不変モデルで表される場合において、拘束条件下で最適化を得るには動的計画法や内点法など様々な数値計算方

を用いられる。しかし、線形時不変モデルにおいて拘束条件がない場合であれば、評価関数は二次形式であるため、最適解は簡単に解析的に得ることができる。よって、拘束条件の範囲で入力や状態量が推移すると仮定し、 $\mu$ 解析によるロバスト安定性の解析を行った。図 5.31 は対象の周波数領域において、構造化特異値 $\mu$ が 1 以下を示しており、ロバスト安定性を満足していることが確認できる。

表 5.4 拡張モデル予測制御のパラメータ

Sampling time $\Delta t$ [s]	$2.0 \times 10^{-2}$
Time constant $T_{RX}$ [s]	3.0
Predictive horizon $H_{pX}$	10
Control horizon $H_{uX}$	5.0
Window parameter $H_{wX}$	1.0
Weighting matrix $\mathbf{q}_{YX}(i)$ $i = H_{wX}, H_{wX} + 1, \dots, H_{pX}$	$\begin{bmatrix} 1.0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1.0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1.0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 3.0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 3.0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 3.0 \end{bmatrix}$
Weighting matrix $\mathbf{q}_{\sigma X}(i)$ $i = H_{wX}, H_{wX} + 1, \dots, H_{pX}$	$\begin{bmatrix} 1.0 & 0 & 0 \\ 0 & 1.0 & 0 \\ 0 & 0 & 1.0 \end{bmatrix}$
Weighting matrix $\mathbf{r}_{UX0}(i)$ $i = 0, 1, \dots, H_{uX}$	$\begin{bmatrix} 5.0 \times 10^2 & 0 & 0 \\ 0 & 5.0 \times 10^2 & 0 \\ 0 & 0 & 1.0 \times 10^2 \end{bmatrix}$
Weighting matrix $\mathbf{r}_{UX1}(i)$ $i = 0, 1, \dots, H_{uX}$	$\begin{bmatrix} 1.5 \times 10^3 & 0 & 0 \\ 0 & 1.0 \times 10^3 & 0 \\ 0 & 0 & 1.0 \times 10^3 \end{bmatrix}$
Switching hyperplane $\mathbf{s}_{dX}$	$\begin{bmatrix} 1.0 & 0 & 0 & 2.0 & 0 & 0 \\ 0 & 1.0 & 0 & 0 & 2.0 & 0 \\ 0 & 0 & 1.0 & 0 & 0 & 2.0 \end{bmatrix}$

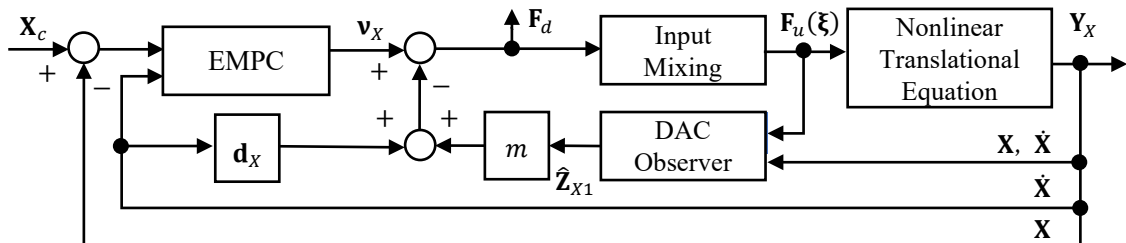


図 5.30 EMPC を用いた並進制御器のブロック線図



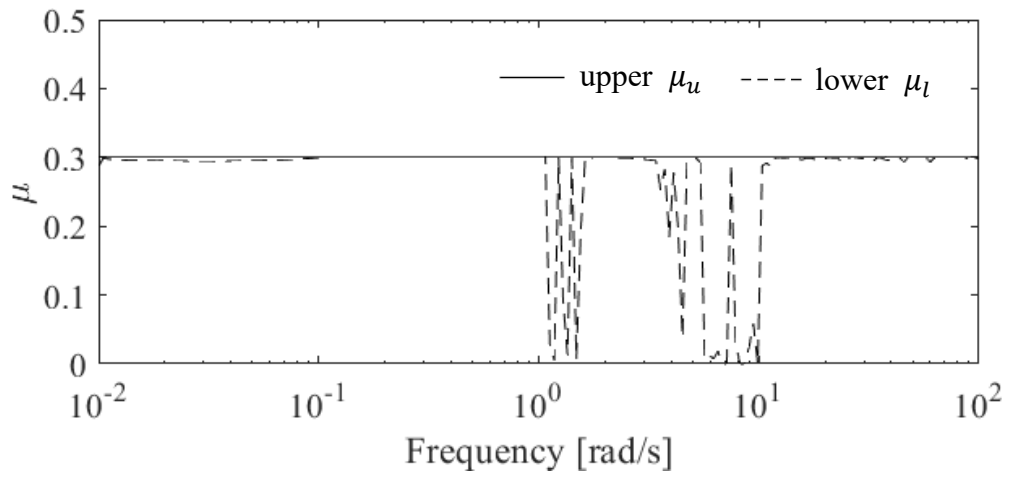


図 5.31 EMPC を用いた並進制御器のロバスト安定性

## 5. 2. 2 回転制御器

回転制御器では，並進制御器で生成された入力 $\mathbf{F}_d$ に応じて姿勢の指令値を決定する．決定した指令値から姿勢を実現するための入力モーメント $\mathbf{M}_d$ を生成する．回転制御器は並進制御器と同様にダイナミックインバージョン法を用いて線形化され，非線形項はオブザーバを用いて推定される．次章より回転制御器の各処理項目に関して解説を行う．

### 5. 2. 2. 1 オイラー角指令値の生成

QTW-UAV の回転制御器ではオイラー角指令値

$$\mathbf{E}_c = \begin{bmatrix} \phi_c \\ \theta_c \\ \psi_c \end{bmatrix} \quad (5.104)$$

にしたがって姿勢角が制御される．

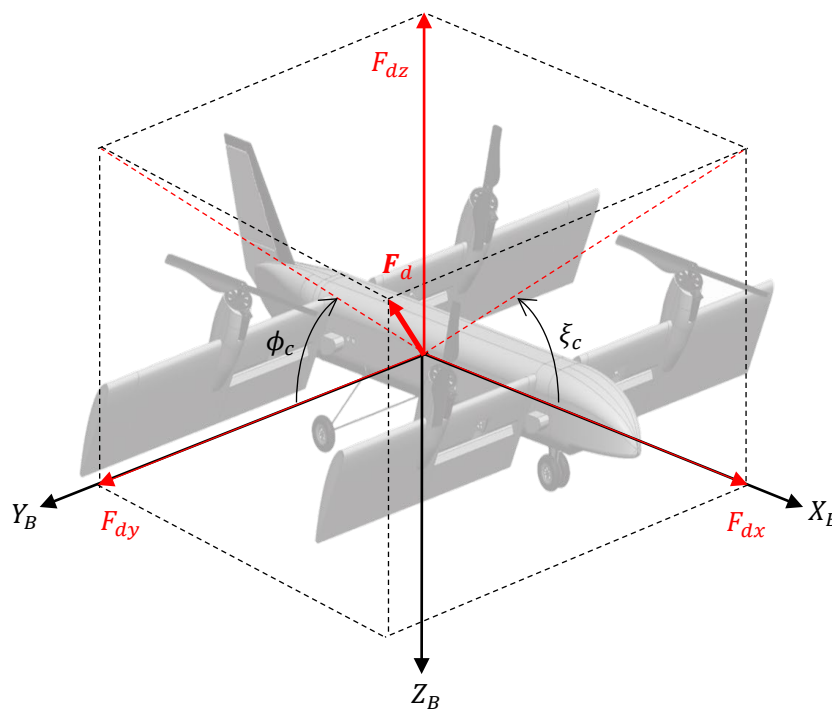


図 5.32 入力 $\mathbf{F}_d$ によるロール角の指令 $\phi_c$

QTW-UAV は慣性座標系で表される並進制御系で与えられる制御入力ベクトル $\mathbf{F}_d$ を実現できない場合がある．たとえば，QTW-UAV は機体座標系における機体 $Y_B$ 軸方向に発生させるアクチュエータを搭載していない．したがって，回転制御器によって機体をローリングさせて， $Y_B$ 軸方向にプロペラの推力を傾けることで， $Y_B$ 軸方向の力を実現する．また，フラップペロンによる偏向推力は，プロペラによる推力に比較して小さいため，推力ベクトル $\mathbf{F}_d$ の方向とプロペラの推力方向が一致するようにテイルト角を傾ける．すなわち，並進制御器で生成された入力 $\mathbf{F}_d$ から，ロール角 $\phi$ の指令値 $\phi_c$ とテイルト角 $\xi$ の指令値 $\xi_c$ を決定する．方位角 $\psi$

の指令値 $\Psi_c$ は他の誘導側を用いて決定し、ピッチ角 $\theta$ の指令値 $\theta_c$ は $0^\circ$ に固定される。ロール角 $\phi$ の指令値 $\Phi_c$ は制御入力ベクトル $\mathbf{F}_d = [F_{dx} \ F_{dy} \ F_{dz}]^T$ によって次式のように求められる。

$$\Phi_c = \tan^{-1} \left( \frac{F_{dx} \sin \Psi - F_{dy} \cos \Psi}{F_{dz}} \right) \quad (5.105)$$

またテイルト角指令値 $\xi_c$ は

$$\xi_c = \cos^{-1} \left( \frac{F_{dx} \cos \Psi + F_{dy} \sin \Psi}{\|\mathbf{F}_d\|_2} \right) \quad (5.106)$$

となる。

### 5. 2. 2. 2 ダイナミックインバージョン法による線形化

並進制御器と同様にダイナミックインバージョン法を用いた線形化手法について解説する。先ず、QTW-UAVのオイラー角 $\mathbf{E} = [\phi \ \theta \ \psi]^T$ の2階微分を考える。オイラー角 $\mathbf{E}$ の2階微分は、キネマティクス行列 $\mathbf{C}_E^{I/B}$ と角速度ベクトル $\boldsymbol{\omega}$ を用いて次式によって表される。

$$\ddot{\mathbf{E}} = \dot{\mathbf{C}}_E^{I/B}(\mathbf{E})\boldsymbol{\omega} + \mathbf{C}_E^{I/B}(\mathbf{E})\dot{\boldsymbol{\omega}} \quad (5.107)$$

ここで、キネマティクス行列 $\mathbf{C}_E^{I/B}$ は次式で示される。

$$\mathbf{C}_E^{I/B}(\mathbf{E}) = \begin{bmatrix} 1 & \sin \phi \tan \theta & \cos \phi \tan \theta \\ 0 & \cos \phi & -\sin \phi \\ 0 & \sin \phi / \cos \theta & \cos \phi / \cos \theta \end{bmatrix} \quad (5.108)$$

また、式(5.108)の微分 $\dot{\mathbf{C}}_E^{I/B}$ は次式となる。

$$\dot{\mathbf{C}}_E^{I/B}(\mathbf{E}) = \begin{bmatrix} 0 & \dot{\phi} \cos \phi \tan \theta & -\dot{\phi} \sin \phi \tan \theta \\ & +\dot{\theta} \sin \phi / \cos^2 \theta & +\dot{\theta} \cos \phi / \cos^2 \theta \\ 0 & -\dot{\phi} \sin \phi & -\dot{\phi} \cos \phi \\ 0 & \dot{\phi} \cos \phi / \cos \theta & -\dot{\phi} \sin \phi / \cos \theta \\ & +\dot{\theta} \sin \phi \sin \theta / \cos^2 \theta & +\dot{\theta} \cos \phi \sin \theta / \cos^2 \theta \end{bmatrix} \quad (5.109)$$

式(5.107)における速度の微分 $\dot{\mathbf{v}}$ に、式(5.2)を代入するとオイラー角 $\mathbf{E}$ の2階微分は次のように表すことができる。

$$\ddot{\mathbf{E}} = \dot{\mathbf{C}}_E^{I/B}(\mathbf{E})\boldsymbol{\omega} + \mathbf{C}_E^{I/B}(\mathbf{E})\mathbf{j}^{-1}\{-\tilde{\boldsymbol{\omega}}\mathbf{j}\boldsymbol{\omega} + \mathbf{M}_a(\boldsymbol{\alpha}, \boldsymbol{\xi})\} + \mathbf{C}_E^{I/B}(\mathbf{E})\mathbf{j}^{-1}\mathbf{M}_d \quad (5.110)$$

ここで、 $\mathbf{M}_d$ は機体座標系における入力モーメントベクトルで、次式の関係がある。

$$\mathbf{M}_d = \mathbf{M}_u(\boldsymbol{\xi}) = \begin{bmatrix} M_{dX} \\ M_{dY} \\ M_{dZ} \end{bmatrix} \quad (5.111)$$

式(5.110)の空気力などの非線形項を

$$\mathbf{Z}_{E1} = \hat{\mathbf{C}}_E^{I/B}(\mathbf{E})\boldsymbol{\omega} + \mathbf{C}_E^{I/B}(\mathbf{E})\mathbf{j}^{-1}\{-\tilde{\boldsymbol{\omega}}\mathbf{j}\boldsymbol{\omega} + \mathbf{M}_a(\alpha, \boldsymbol{\xi})\} \quad (5.112)$$

と変数 $\mathbf{Z}_{E1} = [Z_{\phi 1} \quad Z_{\theta 1} \quad Z_{\psi 1}]^T$ に置き換え，入力モーメントにかかる係数を

$$\mathbf{G}_E = \mathbf{C}_E^{I/B}(\mathbf{E})\mathbf{j}^{-1} \quad (5.113)$$

とすると式 (5.110) は

$$\ddot{\mathbf{E}} = \mathbf{Z}_{E1} + \mathbf{G}_E \mathbf{M}_d \quad (5.114)$$

と表せる．ここで，入力モーメント $\mathbf{M}_d$ を非線形項 $\mathbf{Z}_{E1}$ と新たな線形化されたシステムの入力 $\mathbf{v}_E$ を用いて次式のように定義する．

$$\mathbf{M}_d = \mathbf{G}_E^{-1}(-\mathbf{Z}_{E1} + \mathbf{v}_E) \quad (5.115)$$

ここで， $\mathbf{G}_E$ は正則な行列で逆行列が存在するものとする．式 (5.115) で定義された入力を式 (5.114) で表された運動に印加すると

$$\begin{aligned} \ddot{\mathbf{E}} &= \mathbf{Z}_{E1} + \mathbf{G}_E(\mathbf{G}_E^{-1}(-\mathbf{Z}_{E1} + \mathbf{v}_E)) \\ &= \mathbf{v}_E \end{aligned} \quad (5.116)$$

となり，非線形な運動方程式を線形化することができる．式 (5.116) は，新たな入力 $\mathbf{v}_E$ によって運動が決定する非常に単純なシステムとなるが，非線形項 $\mathbf{Z}_{E1}$ に含まれる空気抵抗等，システムの減衰項となる要素や高翼機などにみられる上反角効果などの復元力等のすべて力を打消すことになる．それら減衰項や復元力として考えられる要素もすべて入力で打ち消すことは，不必要な入力の増大を招く懸念もある．そこで，設計者の設定できる仮想の空気抵抗として減衰係数行列 $\mathbf{d}_E$ ，仮想の復元力として復元係数行列 $\mathbf{r}_E$ を新たに入力に設定し，式 (5.114) に印加される入力を次式とする．

$$\mathbf{M}_d = \mathbf{G}_E^{-1}(-\mathbf{Z}_{E1} - \mathbf{d}_E \dot{\mathbf{E}} - \mathbf{r}_E \mathbf{E} + \mathbf{v}_E) \quad (5.117)$$

式 (5.117) で定義された入力による線形化された運動は

$$\begin{aligned} \ddot{\mathbf{E}} &= \mathbf{Z}_{E1} + \mathbf{G}_E(\mathbf{G}_E^{-1}(-\mathbf{Z}_{E1} - \mathbf{d}_E \dot{\mathbf{E}} - \mathbf{r}_E \mathbf{E} + \mathbf{v}_E)) \\ &= -\mathbf{d}_E \dot{\mathbf{E}} - \mathbf{r}_E \mathbf{E} + \mathbf{v}_E \end{aligned} \quad (5.118)$$

と表すことができる。ここで、減衰係数行列 $\mathbf{d}_E$ は、非対角要素がすべて 0 の対角行列であり、次式で表すことができる。

$$\mathbf{d}_E = \text{diag}(d_\phi, d_\theta, d_\psi) \quad (5.119)$$

また、復元係数行列 $\mathbf{r}_E$ も非対角要素がすべて 0 の対角行列であり、次式で表すことができる。

$$\mathbf{r}_E = \text{diag}(r_\phi, r_\theta, r_\psi) \quad (5.120)$$

前述した通り、減衰係数行列 $\mathbf{d}_E$ や復元係数行列 $\mathbf{r}_E$ の設定は、制御入力が必要に過大となるのを防ぐために設定する。例えば、空気抵抗が非常に小さい場合に $\mathbf{d}_E$ をすべて 0 に設定するなど、設計者の判断によって自由に決定することが可能である。このように我々が提案する手法は、設計者が概括的に減衰係数行列 $\mathbf{d}_E$ と復元係数行列 $\mathbf{r}_E$ を決定することで制御器を設計することが可能となる。

以上によって、非線形の回転運動方程式は線形化された。ただし、このように入力によって非線形項 $\mathbf{z}_{E1}$ を打消すには、式 (5.112) に示されるように機体の姿勢角や迎角などから空気力などを計算する必要がある。迎角を計測するには、5孔ピトー管などの計測器の搭載が必要であるが、ペイロードの余裕が少ない小型の UAV などでは搭載できない場合もある。また、非線形項 $\mathbf{z}_{E1}$ は姿勢角や迎角などの複数のセンサによって得られて計測値を用いて計算されるため、誤差の伝搬によって真値と大きく乖離する恐れもある。そこで我々は、非線形項 $\mathbf{z}_{E1}$ を DAC オブザーバによって推定する手法を提案する。

### 5. 2. 2. 3 オブザーバを用いた非線形項の推定

QTW-UAV の回転運動の非線形項 $\mathbf{z}_{E1}$ は、DAC オブザーバによって推定する。まず、非線形項 $\mathbf{z}_{E1}$ は、時間に関するスプライン関数と仮定し、次式のように定義する。

$$\mathbf{z}_{E1} = \mathbf{C}_{E1}t + \mathbf{C}_{E0} \quad (5.121)$$

$$\mathbf{z}_{E2} = \dot{\mathbf{z}}_{E1} = \mathbf{C}_{E1} \quad (5.122)$$

$$\mathbf{z}_{E3} = \dot{\mathbf{z}}_{E2} = \mathbf{0} \quad (5.123)$$

ここで、 $\mathbf{C}_{E1}$ は時間に関する 1 次の係数で、式 (5.121) の関係で表せる。 $\mathbf{C}_{E0}$ は時間に関する 0 次の係数である。DAC オブザーバはこれらの係数を含んだ非線形項 $\mathbf{z}_{E1}$ 、 $\mathbf{z}_{E2}$ が直接推定するため、 $\mathbf{C}_{E0}$ を決める必要はない。 $\mathbf{z}_{E1}(0)$ の初期値は、0 と設定する。ここで、式 (5.114) を非線形項の推定値 $\hat{\mathbf{z}}_{E1}$ を用いて位置の推定値 $\hat{\mathbf{e}}$ を表すと

$$\ddot{\hat{\mathbf{E}}} = \hat{\mathbf{Z}}_{E1} + \mathbf{G}_E \mathbf{M}_d + \mathbf{L}_{E2} (\mathbf{Y}_{Em} - \hat{\mathbf{Y}}_E) \quad (5.124)$$

と表すことができる。上式において、 $\mathbf{L}_{E2}$ はオブザーバゲイン、 $\mathbf{Y}_{Em}$ は姿勢方位基準装置 (attitude heading reference system: AHRS) と呼ばれる加速度センサやジャイロセンサや地磁気センサなどから推定された姿勢角や角速度、添え字 $\hat{\phantom{x}}$ は推定値を意味しており、 $\hat{\mathbf{Y}}_E$ が出力ベクトルの推定値である。式 (5.121) から (5.123) より、DAC オブザーバは次式のように構成される。

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \hat{\mathbf{E}} \\ \hat{\mathbf{Z}}_{E1} \\ \hat{\mathbf{Z}}_{E2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{0}_{3 \times 3} & \mathbf{I}_{3 \times 3} & \mathbf{0}_{3 \times 3} & \mathbf{0}_{3 \times 3} \\ \mathbf{0}_{3 \times 3} & \mathbf{0}_{3 \times 3} & \mathbf{I}_{3 \times 3} & \mathbf{0}_{3 \times 3} \\ \mathbf{0}_{3 \times 3} & \mathbf{0}_{3 \times 3} & \mathbf{0}_{3 \times 3} & \mathbf{I}_{3 \times 3} \\ \mathbf{0}_{3 \times 3} & \mathbf{0}_{3 \times 3} & \mathbf{0}_{3 \times 3} & \mathbf{0}_{3 \times 3} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{\mathbf{E}} \\ \hat{\mathbf{E}} \\ \hat{\mathbf{Z}}_{E1} \\ \hat{\mathbf{Z}}_{E2} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{0}_{3 \times 3} \\ \mathbf{I}_{3 \times 3} \\ \mathbf{0}_{3 \times 3} \\ \mathbf{0}_{3 \times 3} \end{bmatrix} \mathbf{G}_E \mathbf{M}_d + \begin{bmatrix} \mathbf{L}_{E1} \\ \mathbf{L}_{E2} \\ \mathbf{L}_{E3} \\ \mathbf{L}_{E4} \end{bmatrix} (\mathbf{Y}_{Em} - \hat{\mathbf{Y}}_E) \quad (5.125)$$

$$\hat{\mathbf{Y}}_E = \begin{bmatrix} \mathbf{I}_{3 \times 3} & \mathbf{0}_{3 \times 3} & \mathbf{0}_{3 \times 3} & \mathbf{0}_{3 \times 3} \\ \mathbf{0}_{3 \times 3} & \mathbf{I}_{3 \times 3} & \mathbf{0}_{3 \times 3} & \mathbf{0}_{3 \times 3} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{\mathbf{E}} \\ \hat{\mathbf{E}} \\ \hat{\mathbf{Z}}_{E1} \\ \hat{\mathbf{Z}}_{E2} \end{bmatrix} \quad (5.126)$$

$$\mathbf{Y}_{Em} = \begin{bmatrix} \mathbf{E}_m \\ \dot{\mathbf{E}}_m \end{bmatrix} \quad (5.127)$$

式 (5.125) から (5.127) で構成された DAC オブザーバのオブザーバゲイン $\mathbf{L}_E = [\mathbf{L}_{E1} \ \mathbf{L}_{E2} \ \mathbf{L}_{E3} \ \mathbf{L}_{E4}]^T$ は、式 (5.125) から (5.127) の双対システムに対し、最適レギュレータ問題で知られる次式の評価関数 $V_{IE}$ を最小化するように決定する。

$$V_{IE} = \frac{1}{2} \int_0^{\infty} (\mathbf{x}_{IE}^T(t) \mathbf{Q}_{IE} \mathbf{x}_{IE}(t) + \mathbf{u}_{IE}^T(t) \mathbf{R}_{IE} \mathbf{u}_{IE}(t)) dt \quad (5.128)$$

ここで、 $\mathbf{Q}_{IE}$ および $\mathbf{R}_{IE}$ は重み行列であり、 $\mathbf{Q}_{IE} \in \mathbf{R}^{12 \times 12}$ の半正定値対称行列、 $\mathbf{R}_{IE} \in \mathbf{R}^{6 \times 6}$ の正定値対称行列とする。式 (5.128) の評価関数を最小化するオブザーバゲイン $\mathbf{L}_E$ は、

$$\mathbf{L}_E = (\mathbf{R}_{IE} \mathbf{B}_{IE}^T \mathbf{P}_{IE})^T \quad (5.129)$$

で表される。 $\mathbf{B}_{IE}$ は式 (5.126) より

$$\mathbf{B}_{IE} = \begin{bmatrix} \mathbf{I}_{3 \times 3} & \mathbf{0}_{3 \times 3} \\ \mathbf{0}_{3 \times 3} & \mathbf{I}_{3 \times 3} \\ \mathbf{0}_{3 \times 3} & \mathbf{0}_{3 \times 3} \\ \mathbf{0}_{3 \times 3} & \mathbf{0}_{3 \times 3} \end{bmatrix} \quad (5.130)$$

となる。また、式 (5.41) の $\mathbf{P}_{IE}$ はリカッチ代数方程式

$$\mathbf{A}_{IE}^T \mathbf{P}_{IE} + \mathbf{P}_{IE} \mathbf{A}_{IE} - \mathbf{P}_{IE} \mathbf{B}_{IE} \mathbf{R}_{IE}^{-1} \mathbf{B}_{IE}^T \mathbf{P}_{IE} + \mathbf{Q}_{IE} = \mathbf{0} \quad (5.131)$$

を満たす,  $\mathbf{P}_{IE} \in \mathbf{R}^{12 \times 12}$  の正定値対称行列である. 本論文では, LQR を用いてオブザーバゲイン  $\mathbf{L}_E$  を決定したが, 可観測システムである式 (5.125) から (5.127) は, 極配置法やカルマンフィルタなどを用いてゲインを決定することも可能である. 以上のように設計したオブザーバによって非線形項  $\hat{\mathbf{z}}_{E1}$  が正しく推定されると仮定 ( $\mathbf{z}_{E1} = \hat{\mathbf{z}}_{E1}$ ) し, 式 (5.117) をシステムに非線形なシステム式 (5.114) に印加すると

$$\begin{aligned} \ddot{\mathbf{E}} &= \mathbf{z}_{E1} + \mathbf{G}_E \left( \mathbf{G}_E^{-1} (-\hat{\mathbf{z}}_{E1} - \mathbf{d}_E \dot{\mathbf{E}} - \mathbf{r}_E \mathbf{E} + \mathbf{v}_E) \right) \\ &= -\mathbf{d}_E \dot{\mathbf{E}} - \mathbf{r}_E \mathbf{E} + \mathbf{v}_E \end{aligned} \quad (5.132)$$

なり, 線形化されたシステムが得られた. しかし, 本節の冒頭でも述べたようにアクチュエータの入力の遅延や誤差, 非線形項  $\hat{\mathbf{z}}_{E1}$  の推定誤差などによって, 必ず以下のような線形化誤差  $\Delta_E$  を含むシステムとなる.

$$\ddot{\mathbf{E}} = -\mathbf{d}_E \dot{\mathbf{E}} - \mathbf{r}_E \mathbf{E} + \mathbf{v}_E + \Delta_E \quad (5.133)$$

よって, 回転制御器は線形化誤差  $\Delta_E$  を含む上式のシステムに対しても要求された性能を満足できるようなロバスト性が求められる. 我々は, これら線形化誤差  $\Delta_E$  を含むシステムに対して制御性能を満足できるような制御器として,  $H_\infty$  制御理論,  $\mu$  設計法を用いた手法を提案してきた [Masuda19, Masuda18]. 次節以降では, これらの提案してきた手法による制御器の設計方法について解説するとともに, 新たに提案した拡張モデル予測制御を適用した制御器について解説し, 最終的に制御性能を数値シミュレーションによって比較を行う.

#### 5. 2. 2. 4 不確かさを含むプラントの設計

前節では、DAC オブザーバを用いて非線形項 $\hat{\mathbf{z}}_{E1}$ を推定し、制御対象の非線形な運動を線形化する方法について解説した。ただし、前述した通り、アクチュエータの精度や観測ノイズなどの影響により、非線形項を除去することは不可能であり、線形化された運動は式(5.133)のように線形化誤差 $\Delta_E$ による不確か性が含まれる。本節では、この不確か性を含むプラントの設計を行い、次節以降、この不確か性を含むプラントに対して、 $H_\infty$ 制御理論や $\mu$ 設計法を用いて制御器の設計を行う。

まず、式(5.133)で表される線形化誤差 $\Delta_E$ による不確か性は、線形化された運動のパラメータ、慣性モーメント、減衰係数、復元係数、入力に作用すると仮定する。線形化されたシステムの仮想的な慣性モーメント $\mathbf{j}_n$ 、減衰係数行列 $\mathbf{d}_E$ 、復元係数行列 $\mathbf{r}_E$ 、入力ゲイン $\mathbf{k}_{vE}$ の各パラメータの変動範囲は既知であり、最大値と最小値を次のように定義する。

$$\mathbf{j}_{nL} \leq \mathbf{j}_n \leq \mathbf{j}_{nH} \quad (5.134)$$

$$\mathbf{d}_{EL} \leq \mathbf{d}_E \leq \mathbf{d}_{EH} \quad (5.135)$$

$$\mathbf{r}_{EL} \leq \mathbf{r}_E \leq \mathbf{r}_{EH} \quad (5.136)$$

$$\mathbf{k}_{vEL} \leq \mathbf{k}_{vE} \leq \mathbf{k}_{vEH} \quad (5.137)$$

ここで、減衰係数行列 $\mathbf{d}_E$ と復元係数行列 $\mathbf{r}_E$ の変動の中心は公称値と一致し、線形化されたシステムの仮想的な慣性モーメント $\mathbf{j}_n$ と入力ゲイン $\mathbf{k}_{vE}$ の摂動の中心は $\mathbf{I}_{3 \times 3}$ となるように次式のように定義される。

$$\mathbf{j}_n = \mathbf{I}_{3 \times 3} = (\mathbf{j}_{nL} + \mathbf{j}_{nH})/2 \quad (5.138)$$

$$\mathbf{d}_E = (\mathbf{d}_{EL} + \mathbf{d}_{EH})/2 \quad (5.139)$$

$$\mathbf{r}_E = (\mathbf{r}_{EL} + \mathbf{r}_{EH})/2 \quad (5.140)$$

$$\mathbf{k}_{vE} = \mathbf{I}_{3 \times 3} = (\mathbf{k}_{vEL} + \mathbf{k}_{vEH})/2 \quad (5.141)$$

各パラメータの変動は

$$\Delta_{j_n} = (\mathbf{j}_{nH} - \mathbf{j}_{nL})/2 \quad (5.142)$$



$$\Delta_{d_E} = (\mathbf{d}_{EH} - \mathbf{d}_{EL})/2 \quad (5.143)$$

$$\Delta_{r_E} = (\mathbf{r}_{EH} - \mathbf{r}_{EL})/2 \quad (5.144)$$

$$\Delta_{v_E} = (\mathbf{k}_{v_{EH}} - \mathbf{k}_{v_{EL}})/2 \quad (5.145)$$

と表すことができるので，変動を含む各パラメータは

$$\mathbf{j}_P = \mathbf{I}_{3 \times 3} + \delta_{jn_E} \Delta_{jn} \quad (5.146)$$

$$\mathbf{d}_{PE} = \mathbf{d}_E + \delta_{d_E} \Delta_{d_E} \quad (5.147)$$

$$\mathbf{r}_{PE} = \mathbf{r}_E + \delta_{r_E} \Delta_{r_E} \quad (5.148)$$

$$\mathbf{k}_{pv_E} = \mathbf{I}_{3 \times 3} + \delta_{v_E} \Delta_{v_E} \quad (5.149)$$

ここで， $\delta_{i_E} (i = jn, d, r, v)$ は， $\|\delta_{i_E}\|_{\infty} \leq 1$ ， $(i = jn, d, r, v)$ を満たす，正規化された変動である．式 (5.146) から (5.149) で示された変動を含む線形モデルのブロック図が図 5.4 で示される．

図 5.33 で表現される変動を含むプラントは，外乱入力  $\mathbf{w} = [\mathbf{w}_{E1} \ \mathbf{w}_{E2} \ \mathbf{w}_{E3} \ \mathbf{w}_{E4}]^T$  から評価出力  $\mathbf{z} = [\mathbf{z}_{E1} \ \mathbf{z}_{E2} \ \mathbf{z}_{E3} \ \mathbf{z}_{E4}]^T$  を用い，ドイルの記号法に基づき次式のように表すことができる．

$$\begin{bmatrix} \dot{\mathbf{E}} \\ \ddot{\mathbf{E}} \\ \mathbf{z}_{E1} \\ \mathbf{z}_{E2} \\ \mathbf{z}_{E3} \\ \mathbf{z}_{E4} \\ \mathbf{y}_{E1} \\ \mathbf{y}_{E2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{0}_{3 \times 3} & \mathbf{I}_{3 \times 3} & \mathbf{0}_{3 \times 3} & \mathbf{0}_{3 \times 3} & \mathbf{0}_{3 \times 3} & \mathbf{0}_{3 \times 3} & \mathbf{0}_{3 \times 3} \\ -\mathbf{r}_E & -\mathbf{d}_E & -\mathbf{I}_{3 \times 3} & -\mathbf{I}_{3 \times 3} & -\mathbf{I}_{3 \times 3} & \mathbf{I}_{3 \times 3} & \mathbf{I}_{3 \times 3} \\ -\Delta_{jn} \mathbf{r}_E & -\Delta_{jn} \mathbf{d}_E & -\Delta_{jn} & -\Delta_{jn} & -\Delta_{jn} & \Delta_{jn} & \Delta_{jn} \\ \Delta_{r_E} & \mathbf{0}_{3 \times 3} & \mathbf{0}_{3 \times 3} & \mathbf{0}_{3 \times 3} & \mathbf{0}_{3 \times 3} & \mathbf{0}_{3 \times 3} & \mathbf{0}_{3 \times 3} \\ \mathbf{0}_{3 \times 3} & \Delta_{d_E} & \mathbf{0}_{3 \times 3} & \mathbf{0}_{3 \times 3} & \mathbf{0}_{3 \times 3} & \mathbf{0}_{3 \times 3} & \mathbf{0}_{3 \times 3} \\ \mathbf{0}_{3 \times 3} & \mathbf{0}_{3 \times 3} & \mathbf{0}_{3 \times 3} & \mathbf{0}_{3 \times 3} & \mathbf{0}_{3 \times 3} & \mathbf{0}_{3 \times 3} & \Delta_{v_E} \\ \mathbf{I}_{3 \times 3} & \mathbf{0}_{3 \times 3} & \mathbf{0}_{3 \times 3} & \mathbf{0}_{3 \times 3} & \mathbf{0}_{3 \times 3} & \mathbf{0}_{3 \times 3} & \mathbf{0}_{3 \times 3} \\ \mathbf{0}_{3 \times 3} & \mathbf{I}_{3 \times 3} & \mathbf{0}_{3 \times 3} & \mathbf{0}_{3 \times 3} & \mathbf{0}_{3 \times 3} & \mathbf{0}_{3 \times 3} & \mathbf{0}_{3 \times 3} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{E} \\ \dot{\mathbf{E}} \\ \mathbf{w}_{E1} \\ \mathbf{w}_{E2} \\ \mathbf{w}_{E3} \\ \mathbf{w}_{E4} \\ \mathbf{v}_E \end{bmatrix} \quad (5.150)$$

以上によって，線形化された回転運動の変動を含むプラント  $\tilde{\mathbf{P}}_E$  を表すことができた．

表 5.5 に本論文で扱うパラメータを示す．線形化されたシステムの仮想的な慣性モーメント  $\mathbf{j}_n$ ，減衰係数行列  $\mathbf{d}_E$ ，復元係数行列  $\mathbf{r}_E$ ，入力ゲイン  $\mathbf{k}_{v_E}$  は  $\pm 30\%$  の変動を含むと仮定した．以上の変動を含むプラント  $\tilde{\mathbf{P}}_E$  と変動を含まないノミナルのプラント  $\mathbf{P}_E$  のボード線図を図 5.34 と図 5.35 に示す．図 5.34 は入力に対する機体姿勢角の周波数特性を示しており，パラ



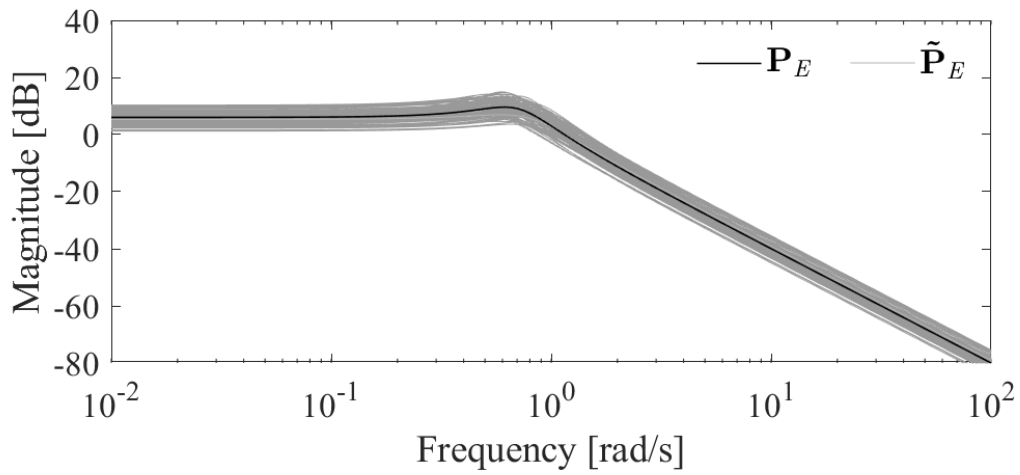


図 5.34 線形化された回転運動のプラントの周波数特性（姿勢角）

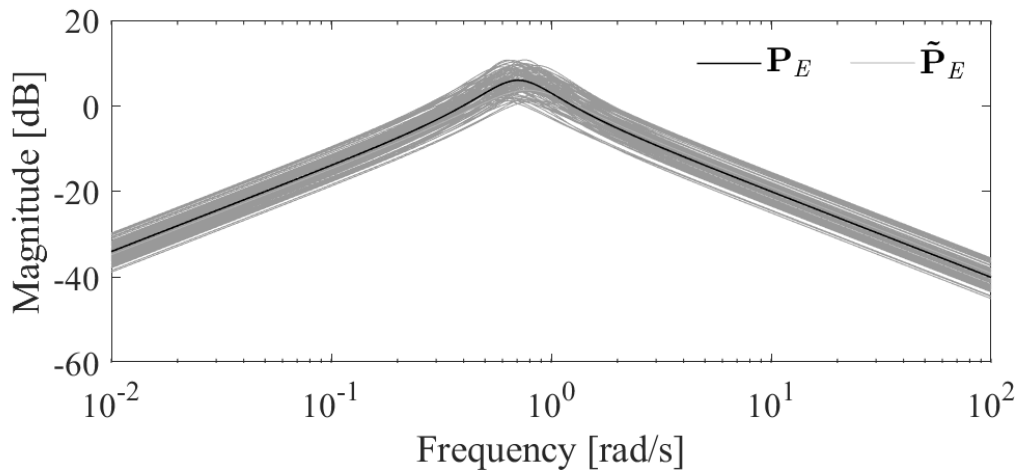


図 5.35 線形化された回転運動のプラントの周波数特性（角速度）

### 5. 2. 2. 5 $H_\infty$ 制御理論を用いたフィードバック制御器の設計

本章では、この不確実性に対して、 $H_\infty$ 制御理論を用いて制御性能を保証する手法 [Masuda18]について解説する。まず、第2章においても解説した通り、 $H_\infty$ 制御理論が扱うことができるのは非構造的変動のみで、線形化されたシステムの仮想的な慣性モーメント  $\mathbf{j}_n$ 、減衰係数行列  $\mathbf{d}_E$ 、復元係数行列  $\mathbf{r}_E$ 、入力ゲイン  $\mathbf{k}_{vE}$  などの各々のパラメータ変動を直接考慮することはできず、式 (5.150) のパラメータ変動に対して与えられる伝達関数から制御器を設計することはできない。よって、 $H_\infty$ 制御理論では、慣性モーメント  $\mathbf{j}_n$ 、減衰係数行列  $\mathbf{d}_E$ 、復元係数行列  $\mathbf{r}_E$ 、入力ゲイン  $\mathbf{k}_{vE}$  などのパラメータ変動を一つの構造的な変動  $\Delta_E$  と考えて、一般化プラントを設計する必要がある。本論文では、線形化された回転の運動モデルの構造的変動  $\Delta_E$  は、乗法的変動と仮定する。不確かさを含む線形化された回転運動のプラント  $\tilde{\mathbf{P}}_E$  は、乗法的変動  $\Delta_E$  によって表すと

$$\tilde{\mathbf{P}}_E = (\mathbf{I} + \Delta_E)\mathbf{P}_E \quad (5.151)$$

と表現することができる。ここで第2章と同様に、正規化された変動  $\Delta_{NE}$  と変動の周波数特性を表す安定な伝達関数  $\mathbf{W}_{\Delta E}$  を用い、変動  $\Delta_E$  を表現すると

$$\Delta_E = \Delta_{NE}\mathbf{W}_{\Delta E} \quad (5.152)$$

となる。変動  $\Delta_{NE}$  は、正規化された変動なので、伝達関数  $\mathbf{W}_{TE}$  と変動  $\Delta_E$  は

$$|\Delta_E(j\omega)| \leq |\mathbf{W}_{\Delta E}(j\omega)|, \quad \forall \omega \quad (5.153)$$

の関係で表すことができる。よって、変動  $\Delta_E$  を包括するように伝達関数  $\mathbf{W}_{\Delta E}$  は決定される。式 (5.151) より、変動  $\Delta_E$  は

$$\Delta_E = \frac{\tilde{\mathbf{P}}_E - \mathbf{P}_E}{\mathbf{P}_E} \quad (5.154)$$

と表すことができる。式 (5.154) より、変動  $\Delta_E$  は図 5.7 のような周波数特性であることがわかる。また、図 5.36 における  $\mathbf{W}_{\Delta E}$  は、式 (5.153) で示されるように変動  $\Delta_E$  を包括した伝達関数であることがここでもわかる。よって、ロバスト安定化問題を満たすための相補感度関数  $\mathbf{T}_E$  の重み関数  $\mathbf{W}_{TE}$  は、全周波数領域で  $\mathbf{W}_{\Delta E}$  より大きくなるように設計すればよいことがわかる。 $H_\infty$ 制御理論では、相補感度関数  $\mathbf{T}_E$  によるロバスト安定化問題と感度関数  $\mathbf{S}_E$  による感度問題を同時に満たす制御器を決定することができる。本論文では、制御器による極零相殺を防ぐため、第2章においても示した修正混合感度問題を適用する。図 5.37 が設計した一般化プラントである。ここで、 $\mathbf{n}_{E1}$  は外乱入力、 $\mathbf{n}_{E2}$  はノイズ入力、 $\mathbf{e}_{E1}$  は感度問題に関する評価出力、 $\mathbf{e}_{E2}$  はロバスト安定化問題に関する評価出力、 $\mathbf{K}_E$  は回転制御器の補償器、 $\mathbf{W}_{SE}$  は感度関数  $\mathbf{S}_E$  に関する周波数重み関数、 $\mathbf{W}_{NE1}$  は入力外乱に関する重み係数行列、 $\mathbf{W}_{NE2}$  はセ

ンサノイズなどに関する重み係数である。このとき、入力 $[\mathbf{n}_{E1} \ \mathbf{n}_{E2}]^T$ から出力 $[\mathbf{e}_{E1} \ \mathbf{e}_{E2}]^T$ までの閉ループ伝達関数 $\mathbf{G}_{en}$ は

$$\mathbf{G}_{en} = \begin{bmatrix} \mathbf{W}_{NE1} \mathbf{W}_{SE} \frac{\mathbf{P}_E}{\mathbf{I} + \mathbf{P}_E \mathbf{K}_E} & \mathbf{W}_{NE2} \mathbf{W}_{SE} \frac{\mathbf{I}}{\mathbf{I} + \mathbf{P}_E \mathbf{K}_E} \\ \mathbf{W}_{NE1} \mathbf{W}_{TE} \frac{\mathbf{P}_E \mathbf{K}_E}{\mathbf{I} + \mathbf{P}_E \mathbf{K}_E} & \mathbf{W}_{NE2} \mathbf{W}_{TE} \frac{\mathbf{K}_E}{\mathbf{I} + \mathbf{P}_E \mathbf{K}_E} \end{bmatrix} \quad (5.155)$$

となる。すなわち、図 5.37 で表される一般化プラントについて補償器 $\mathbf{K}_E$ を導く問題は

$$\left\| \begin{bmatrix} \mathbf{W}_{NE1} \mathbf{W}_{SE} \frac{\mathbf{P}_E}{\mathbf{I} + \mathbf{P}_E \mathbf{K}_E} & \mathbf{W}_{NE2} \mathbf{W}_{SE} \frac{\mathbf{I}}{\mathbf{I} + \mathbf{P}_E \mathbf{K}_E} \\ \mathbf{W}_{NE1} \mathbf{W}_{TE} \frac{\mathbf{P}_E \mathbf{K}_E}{\mathbf{I} + \mathbf{P}_E \mathbf{K}_E} & \mathbf{W}_{NE2} \mathbf{W}_{TE} \frac{\mathbf{K}_E}{\mathbf{I} + \mathbf{P}_E \mathbf{K}_E} \end{bmatrix} \right\|_{\infty} < 1 \quad (5.156)$$

となる。

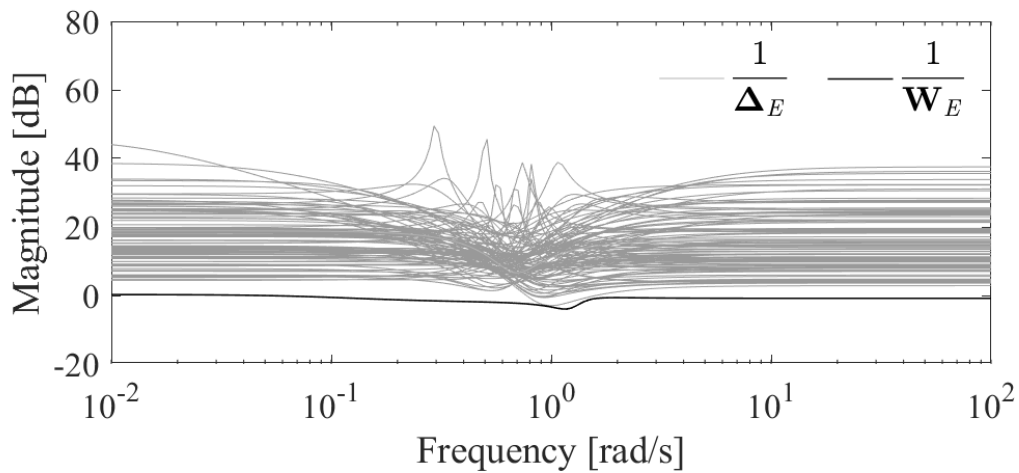


図 5.36 変動 $\Delta_E$ の周波数特性

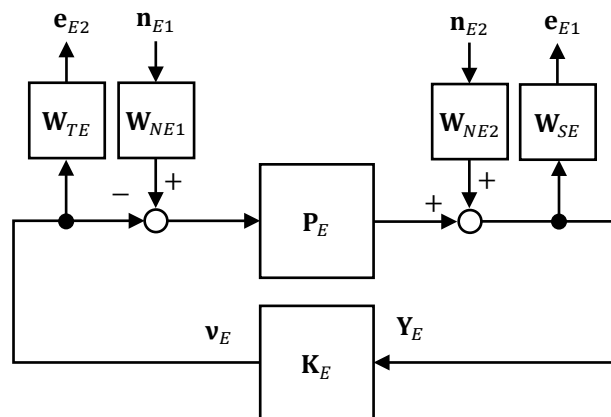


図 5.37 回転制御器の一般化プラント

表 5.6 に示すのが本論文にて設定した重み関数である。ここで、周波数重み関数 $\mathbf{W}_{TE}$ ,  $\mathbf{W}_{SE}$ , 重み係数行列 $\mathbf{W}_{NE1}$ ,  $\mathbf{W}_{NE2}$  は、状態量 $\mathbf{E} = [\phi \ \theta \ \psi]^T$ ,  $\dot{\mathbf{E}} = [\dot{\phi} \ \dot{\theta} \ \dot{\psi}]^T$ と入力 $\mathbf{v}_E = [v_\phi \ v_\theta \ v_\psi]^T$ の次元に対して重みを有するため、次式のように与えられる。

$$\mathbf{W}_{TE} = \begin{bmatrix} W_{T\phi} & 0 & 0 \\ 0 & W_{T\theta} & 0 \\ 0 & 0 & W_{T\psi} \end{bmatrix} \quad (5.157)$$

$$\mathbf{W}_{SE} = \begin{bmatrix} W_{S\phi} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & W_{S\theta} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & W_{S\psi} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & W_{S\dot{\phi}} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & W_{S\dot{\theta}} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & W_{S\dot{\psi}} \end{bmatrix} \quad (5.158)$$

$$\mathbf{W}_{NE1} = \begin{bmatrix} W_{N\phi1} & 0 & 0 \\ 0 & W_{N\theta1} & 0 \\ 0 & 0 & W_{N\psi1} \end{bmatrix} \quad (5.159)$$

$$\mathbf{W}_{NE2} = \begin{bmatrix} W_{N\phi2} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & W_{N\theta2} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & W_{N\psi2} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & W_{N\dot{\phi}2} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & W_{N\dot{\theta}2} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & W_{N\dot{\psi}2} \end{bmatrix} \quad (5.160)$$

周波数重み関数 $\mathbf{W}_{TE}$ は、前述した通り、 $\mathbf{W}_{\Delta E}$ を包括するように決定する。図 5.36 に示されるように、 $\mathbf{W}_{\Delta E}$ は高周波領域でもゲインが低下することなく概ね一定となっているため、パラメータ変動を包括するためだけであれば、高周波領域において $\mathbf{W}_{TE}$ の利得を大きくする必要はない。ただし、実際のシステムでは、アクチュエータの応答性の限界等の理由から高周波領域で補償器の利得が大きくなるのは望ましくない。よって、システムの固有振動数よりも大きな周波数領域において、制御器の利得が小さくなるように、 $\mathbf{W}_{TE}$ の利得を大きく設定している。感度関数 $\mathbf{S}_X$ の周波数重み関数 $\mathbf{W}_{SE}$ は、式 (5.156) の条件を満たす範囲で利得を大きく設定している。図 5.36 に示されるように慣性モーメント $\mathbf{j}_n$ , 減衰係数行列 $\mathbf{d}_E$ , 復元係数行列 $\mathbf{r}_E$ , 入力ゲイン $\mathbf{k}_{vE}$ などの変動を乗法的変動で表現するとロバスト安定性を満足するための相補感度関数 $\mathbf{T}_E$ の周波数重み関数 $\mathbf{W}_{TE}$ の利得を大きく下げることができない。式 (5.156) の条件を満たす感度関数 $\mathbf{S}_E$ の周波数重み関数 $\mathbf{W}_{SE}$ の利得の限界は、 $\mathbf{W}_{TE}$ の逆数程度の利得となるため、 $\mathbf{W}_{TE}$ の利得を確認しながら $\mathbf{W}_{SE}$ を設計し、最終的には式 (5.156) を確認しながら、微調整を行って決定する。また、外乱に対する重み係数行列 $\mathbf{W}_{NE1}$ はすべて 1 に設定し、ノイズに対する重み行列 $\mathbf{W}_{NE2}$ は、センサノイズとして姿勢角の計測誤差 $\pm 1.00 \times 10^{-2}$ rad, 角速度の計測誤差 $\pm 1.00 \times 10^{-2}$  rad/s が計測値には含まれると仮定して設定した。

以上で設定した周波数重み関数および重み係数行列で設計された一般化プラントに対して補償器 $\mathbf{K}_E$ を決定する。補償器 $\mathbf{K}_E$ は、 $\gamma$ イタレーション (gamma iteration) と呼ばれる繰り返し

返し計算によって、式 (5.156) に示される $H_\infty$ ノルムが最小となるように決定される。最終的に $H_\infty$ 制御における制御入力 $\mathbf{v}_E$ は

$$\mathbf{v}_E = \mathbf{K}_E \begin{bmatrix} \mathbf{E}_c - \mathbf{E} \\ -\dot{\mathbf{E}} \end{bmatrix} \quad (5.161)$$

となる。図 5.38 に $H_\infty$ 制御器を用いた回転制御系のブロック線図を示す。

図 5.39 は補償器 $\mathbf{K}_E$ の周波数特性、図 5.40 は相補感度関数 $\mathbf{T}_E$ および感度関数 $\mathbf{S}_E$ 、周波数重み関数 $\mathbf{W}_{TE}$ 、 $\mathbf{W}_{SE}$ の周波数特性を示している。図 5.40 を見ると明らかとなり、設計した感度関数の周波数重み関数 $\mathbf{W}_{SE}$ の逆数以下となるように感度関数 $\mathbf{S}_E$ が整形されていることがわかる。図 5.41 はロバスト安定性の解析結果であり、対象の周波数領域において、構造化特異値 $\mu$ が 1 以下を示しており、ロバスト安定性を満足していることがわかる。また、図 5.42 はロバスト性能の解析結果を示している。 $H_\infty$ 制御器は、ノミナルプラント $\mathbf{P}_E$ に対して感度関数が整形されるため、変動を含むプラント $\tilde{\mathbf{P}}_E$ に対してロバスト性能を満足させることができない。実際に図 5.42 を見ると、一部の周波数領域で、構造化特異値 $\mu$ が 1 より大きくなっており、ロバスト性能を満足していないことが確認できる。

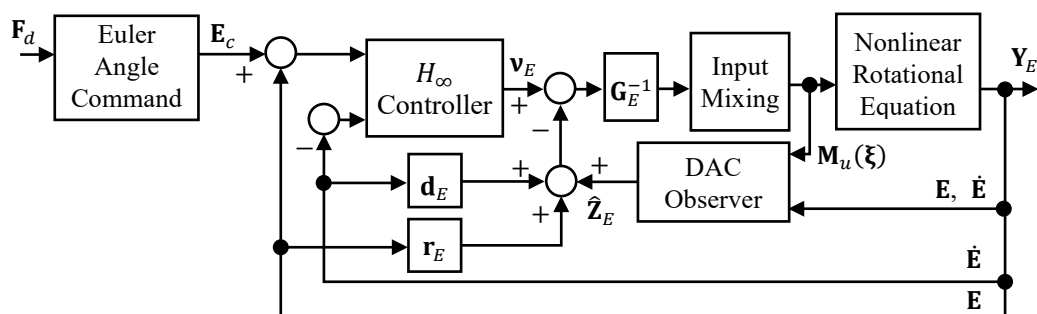


図 5.38  $H_\infty$ 制御器を用いた回転制御器のブロック線図

表 5.6  $H_\infty$ 制御器で用いた周波数重み関数および係数

$W_{T\phi}$	$\frac{(8.0 \times 10^{-1})s + 5.0}{(1.0 \times 10^{-4})s + 15}$
$W_{T\theta}$	$\frac{(8.0 \times 10^{-1})s + 5.0}{(1.0 \times 10^{-4})s + 15}$
$W_{T\psi}$	$\frac{(8.0 \times 10^{-1})s + 5.0}{(1.0 \times 10^{-4})s + 15}$
$W_{S\phi}$	$\frac{(1.0 \times 10^{-1})s + 5.0}{(5.0 \times 10^{-1})s + 1.0}$
$W_{S\theta}$	$\frac{(1.0 \times 10^{-1})s + 5.0}{(5.0 \times 10^{-1})s + 1.0}$
$W_{S\psi}$	$\frac{(1.0 \times 10^{-1})s + 5.0}{(5.0 \times 10^{-1})s + 1.0}$
$W_{S\dot{\phi}}$	$1.0 \times 10^{-2}$
$W_{S\dot{\theta}}$	$1.0 \times 10^{-2}$
$W_{S\dot{\psi}}$	$1.0 \times 10^{-2}$
$W_{N\phi_1}$	1.0
$W_{N\theta_1}$	1.0
$W_{N\psi_1}$	1.0
$W_{N\phi_2}$	$1.0 \times 10^{-2}$
$W_{N\theta_2}$	$1.0 \times 10^{-2}$
$W_{N\psi_2}$	$1.0 \times 10^{-2}$
$W_{N\dot{\phi}_2}$	$1.0 \times 10^{-2}$
$W_{N\dot{\theta}_2}$	$1.0 \times 10^{-2}$
$W_{N\dot{\psi}_2}$	$1.0 \times 10^{-2}$



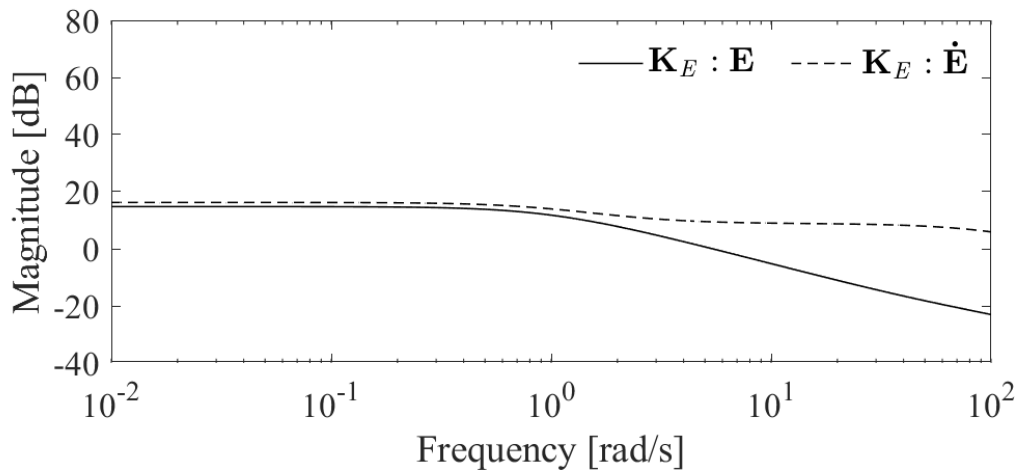


図 5.39  $H_\infty$ 制御器を用いた回転制御器の周波数特性

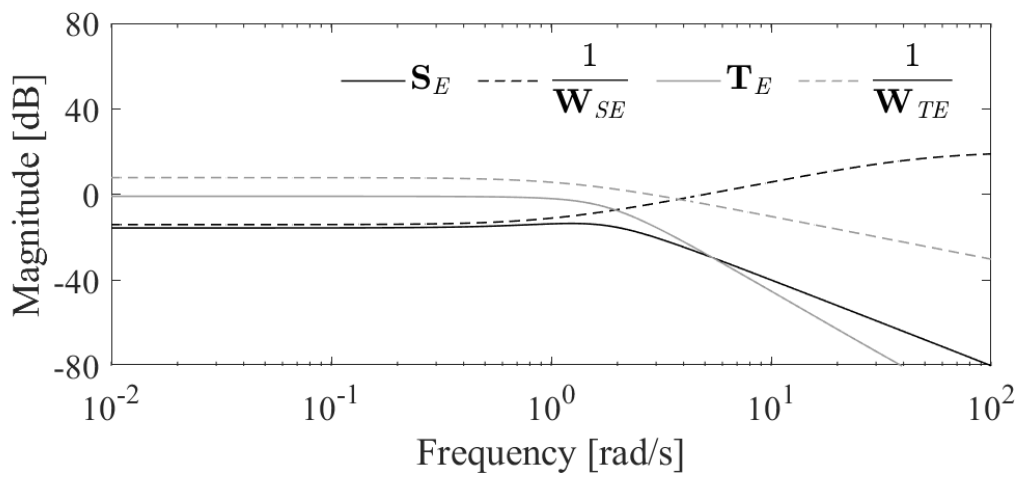


図 5.40  $H_\infty$ 制御器を用いた回転制御器の相補感度関数 $\mathbf{T}_E$ および感度関数 $\mathbf{S}_E$ 、周波数重み関数 $\mathbf{W}_{TE}$ 、 $\mathbf{W}_{SE}$ の周波数特性

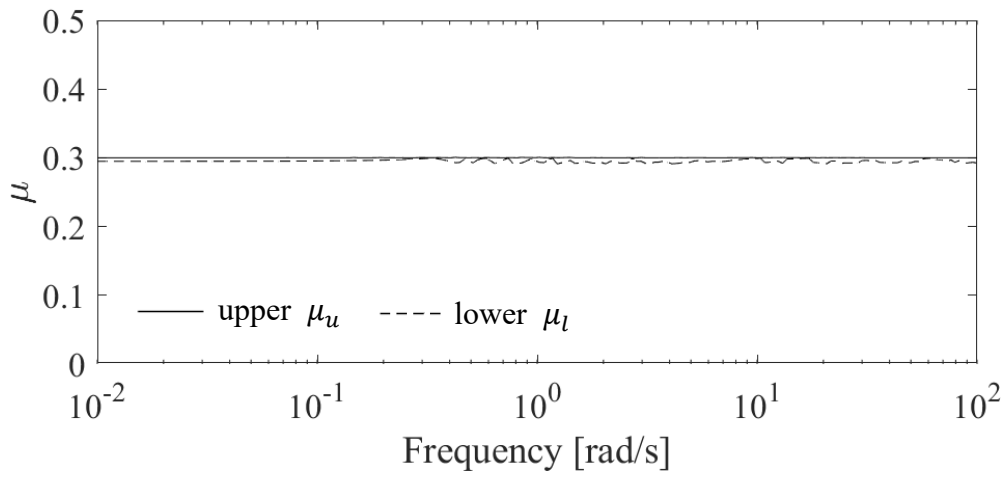


図 5.41  $H_\infty$ 制御器を用いた回転制御器のロバスト安定性

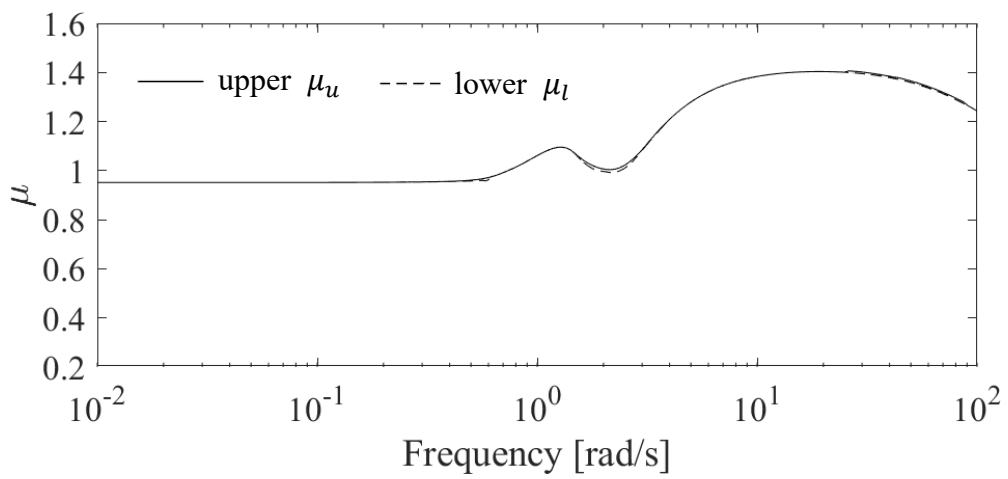


図 5.42  $H_\infty$ 制御器を用いた回転制御器のロバスト性能解析

### 5. 2. 2. 6 $\mu$ 設計法を用いたフィードバック制御器の設計

本節では、5. 2. 2. 4節で示された不確か性を含む運動モデルに対して、 $\mu$ 設計法を用いて制御性能を保証する手法[Masuda19]について解説する。 $\mu$ 設計法が $H_\infty$ 制御器と大きく異なる点は、構造的変動を扱うことができることと、ロバスト性能を保証できることである。よって、 $\mu$ 設計法は5. 2. 2. 4節で示されたパラメータ変動を直接扱うことが可能となる。 $H_\infty$ 制御器では、パラメータ変動による不確かさを包括するような相補感度関数 $\mathbf{T}_E$ の周波数重み関数 $\mathbf{W}_{TE}$ を設計する必要があった。しかし、図 5.36 に示された通り、不確かさを包括する周波数重み関数を設計すると、 $\mathbf{W}_{TE}$ の最小値はわずかにマイナス数dB程度となっており、感度関数 $\mathbf{S}_E$ の周波数重み関数 $\mathbf{W}_{SE}$ の利得を大きくすることができない。すなわち、補償器 $\mathbf{K}_E$ の利得が小さい保守的な制御器が設計される。このように各パラメータに含まれる変動を一つの摂動として考えて設計すると、補償器 $\mathbf{K}_E$ が保守的な設計となるということが $H_\infty$ 制御では知られている。一方で、 $\mu$ 設計法はパラメータの変動を直接扱うことが可能となるため、 $H_\infty$ 制御器で見られた保守性を抑えて設計することが可能となる。また、 $H_\infty$ 制御器では、式 (5.156) に示されるとおり、誤差を含まないノミナルプラント $\mathbf{P}_E$ に対して感度関数 $\mathbf{S}_E$ が整形されるため、性能が保証されるのはノミナルなプラント $\mathbf{P}_E$ に対してのみとなる。 $\mu$ 設計法では、外乱入力 $\mathbf{n}_E = [\mathbf{n}_{E1} \ \mathbf{n}_{E2}]^T$ からよって、評価出力 $\mathbf{e}_E = [\mathbf{e}_{E1} \ \mathbf{e}_{E2}]^T$ を仮想的な変動に接続し、構造的変動に組み込むことでロバスト安定化問題に帰着させることができる。よって、変動を含むプラント $\tilde{\mathbf{P}}_E$ に対して感度関数 $\mathbf{S}_E$ の周波数重み関数 $\mathbf{W}_{SE}$ で与えられた制御性能を保証するロバスト性能問題を満足することができる。すなわち、 $H_\infty$ 制御器において、式 (5.156) で与えられた問題は、 $\mu$ 設計法においては以下の通りに書き換えることが可能となる。

$$\left\| \left\| \begin{array}{cc} \mathbf{W}_{NE1} \mathbf{W}_{SE} \frac{\tilde{\mathbf{P}}_E}{\mathbf{I} + \tilde{\mathbf{P}}_E \mathbf{K}_E} & \mathbf{W}_{NE2} \mathbf{W}_{SE} \frac{\mathbf{I}}{\mathbf{I} + \tilde{\mathbf{P}}_E \mathbf{K}_E} \\ \mathbf{W}_{NE1} \mathbf{W}_{TE} \frac{\tilde{\mathbf{P}}_E \mathbf{K}_E}{\mathbf{I} + \tilde{\mathbf{P}}_E \mathbf{K}_E} & \mathbf{W}_{NE2} \mathbf{W}_{TE} \frac{\mathbf{K}_E}{\mathbf{I} + \tilde{\mathbf{P}}_E \mathbf{K}_E} \end{array} \right\| \right\|_\infty < 1 \quad (5.162)$$

$\mu$ 設計法を用いて設計する一般化プラントを図 5.43 に示す。ここで、 $\mathbf{K}_E$ は回転制御器の補償器、 $\mathbf{W}_{TE}$ は相補感度関数 $\mathbf{T}_E$ に関する周波数重み関数、 $\mathbf{W}_{SE}$ は感度関数 $\mathbf{S}_E$ に関する周波数重み関数、 $\mathbf{W}_{NE1}$ は入力外乱に関する重み係数行列、 $\mathbf{W}_{NE2}$ はセンサノイズなどに関する重み係数であり、周波数重み関数は $H_\infty$ 制御器と同様に定義される。ここで、図 5.43 で表されるブロック線図を図 5.44 に示されるロバスト性能問題で表現する。ここで、外乱入力 $\mathbf{n}_E$ と評価出力 $\mathbf{e}_E$ の間に仮想的変動 $\Delta_{enE}$ を設定し、パラメータ変動による構造的変動 $\Delta_E$ に組み込み、次式で表される $\Delta_{pE}$ を定義する。

$$\Delta_{pE} := \text{diag}(\Delta_E, \tilde{\Delta}_{enE}) \quad (5.163)$$

また、ノミナルプラント $\mathbf{P}_E$ と補償器 $\mathbf{K}_E$ によって構成される閉ループ系を下側線形分数変換によって閉ループ系の伝達関数 $\mathbf{G}_E$ と次式のように定義する。

$$\mathbf{G}_E := F_L(\mathbf{P}_E, \mathbf{K}_E) \quad (5.164)$$

以上により，図 5.44 で示されたロバスト性能問題は，図 5.45 で示されるようにロバスト安定化問題に帰着できる．図 5.45 より，補償器 $\mathbf{K}_E$ は

$$\mu_{\Delta E}\{\mathbf{G}_E(j\omega)\} < 1, \quad \forall \omega \quad (5.165)$$

を満たすように決定する．ただし，式 (5.165) から補償器 $\mathbf{K}_E$ を解析的に直接求める方法はない．よって，補償器 $\mathbf{K}_E$ は， $\mu$ 値の上限を繰り返し計算によって最小化する D-K イタレーション法によって導出する．

補償器 $\mathbf{K}_E$ を設計するためのパラメータ変動は 5. 2. 2. 4 節の通りであり，周波数重み関数は表 5.7 に示される．構造的変動に対してロバスト安定性が保証される $\mu$ 設計法では相補感度関数 $\mathbf{T}_E$ に関する周波数重み関数 $\mathbf{W}_{TE}$ を設定することなくロバスト安定性を保証することが可能となるが， $H_\infty$ 制御器と同様にアクチュエータの応答性の限界等の理由から高周波領域で補償器 $\mathbf{K}_E$ の利得が大きくなるのは望ましくないため，高周波領域での利得を下げ設定している．ただし， $H_\infty$ 制御器とは異なり，低周波領域では，利得を十分に大きく設定し，補償器 $\mathbf{K}_E$ の利得を低周波領域では大きくできるように設定した．周波数重み関数 $\mathbf{W}_{SE}$ の利得は，補償器 $\mathbf{K}_E$ の $\mu$ 値を確認しながら繰り返し設計を繰り返し，最終的に $\mu$ 値が 1 以下となるように限界まで $\mathbf{W}_{SE}$ の利得を大きくして設計した．また， $H_\infty$ 制御器と同様に外乱に対する重み係数行列 $\mathbf{W}_{NE1}$ はすべて 1 に設定し，ノイズに対する重み行列 $\mathbf{W}_{NE2}$ は，センサノイズとして位置の計測誤差 $\pm 1.00 \times 10^{-2} \text{m}$ ，速度の計測誤差 $\pm 1.00 \times 10^{-1} \text{m/s}$ が計測値には含まれると仮定して設定した．

以上で設定した周波数重み関数および重み係数行列で設計された一般化プラントに対して補償器 $\mathbf{K}_E$ を決定する．補償器 $\mathbf{K}_E$ は，D-K イタレーション法によって，式 (5.165) に示される構造化特異値 $\mu$ が最小となるように決定される．最終的に $\mu$ 設計法を用いた制御入力 $\mathbf{v}_E$ は

$$\mathbf{v}_E = \mathbf{K}_E \begin{bmatrix} \mathbf{E}_c - \mathbf{E} \\ -\dot{\mathbf{E}} \end{bmatrix} \quad (5.166)$$

となる．

表 5.7 の周波数重み関数および係数によって設計した補償器 $\mathbf{K}_E$ について解析を行う．まず，図 5.46 は補償器 $\mathbf{K}_E$ の周波数特性，図 5.47 は相補感度関数 $\mathbf{T}_E$ および感度関数 $\mathbf{S}_E$ ，周波数重み関数 $\mathbf{W}_{TE}$ ， $\mathbf{W}_{SE}$ の周波数特性を示している．図 5.46 と図 5.39 を比較すると， $\mu$ 設計法を用いた制御器は， $H_\infty$ 制御器と比較して低周波領域における利得が大きく，優れた制御性能が期待できる．また，低周波領域における補償器 $\mathbf{K}_E$ の利得を大きくするため，感度関数の周波数重み関数 $\mathbf{W}_{SE}$ の逆数が低周波領域において低く設計されているが，図 5.47 を見ると，設計した $\mathbf{W}_{SE}$ の逆数以下の利得で感度関数 $\mathbf{S}_E$ が整形されていることがわかる．図 5.48 はロ

バスタ安定性の解析結果であり，対象の周波数領域において，構造化特異値 $\mu$ が1以下を示しており，ロバスト安定性を満足していることがわかる．また，図 5.49 はロバスト性能の解析結果を示している． $H_\infty$ 制御器は，変動を含むプラント $\tilde{P}_E$ に対してロバスト性能を満足できないため，一部の周波数領域で構造化特異値 $\mu$ が1より大きくなっていたが， $\mu$ 設計法を用いた制御器はロバスト性能を満足するように設計されているため，設計に用いた周波数領域の全域で構造化特異値 $\mu$ が1以下となることが図 5.49 から確認できる．

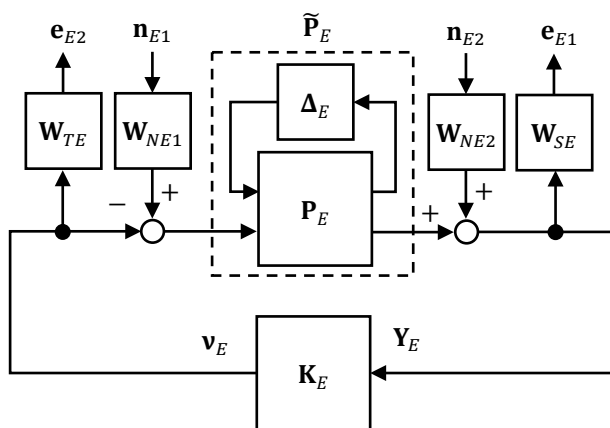


図 5.43 回転制御器の一般化プラント

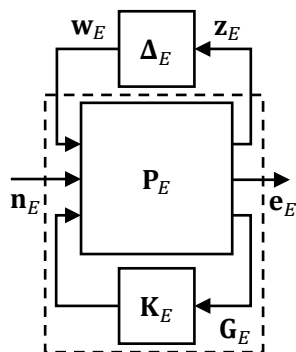


図 5.44 ロバスト性能問題

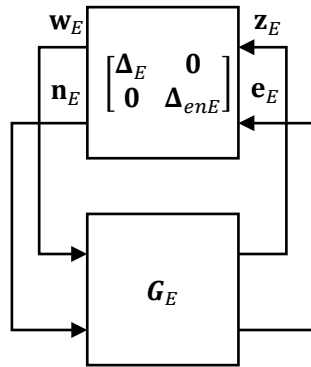


図 5.45 ロバスト安定化問題に帰着されたロバスト性能問題

表 5.7  $\mu$ 設計法で用いた周波数重み関数および係数

$W_{T\phi}$	$\frac{(1.0 \times 10^{-1})s + 1.0}{(1.0 \times 10^{-4})s + 5.0}$
$W_{T\theta}$	$\frac{(1.0 \times 10^{-1})s + 1.0}{(1.0 \times 10^{-4})s + 5.0}$
$W_{T\psi}$	$\frac{(1.0 \times 10^{-1})s + 1.0}{(1.0 \times 10^{-4})s + 5.0}$
$W_{S\phi}$	$\frac{(1.0 \times 10^{-2})s + 2.0}{(5.0 \times 10^{-2})s + (1.0 \times 10^{-3})}$
$W_{S\theta}$	$\frac{(1.0 \times 10^{-2})s + 2.0}{(5.0 \times 10^{-2})s + (1.0 \times 10^{-3})}$
$W_{S\psi}$	$\frac{(1.0 \times 10^{-2})s + 2.0}{(5.0 \times 10^{-2})s + (1.0 \times 10^{-3})}$
$W_{S\phi}$	$1.0 \times 10^{-2}$
$W_{S\theta}$	$1.0 \times 10^{-2}$
$W_{S\psi}$	$1.0 \times 10^{-2}$
$W_{N\phi 1}$	1.0
$W_{N\theta 1}$	1.0
$W_{N\psi 1}$	1.0
$W_{N\phi 2}$	$1.0 \times 10^{-2}$
$W_{N\theta 2}$	$1.0 \times 10^{-2}$
$W_{N\psi 2}$	$1.0 \times 10^{-2}$
$W_{N\phi 2}$	$1.0 \times 10^{-2}$
$W_{N\theta 2}$	$1.0 \times 10^{-2}$
$W_{N\psi 2}$	$1.0 \times 10^{-2}$

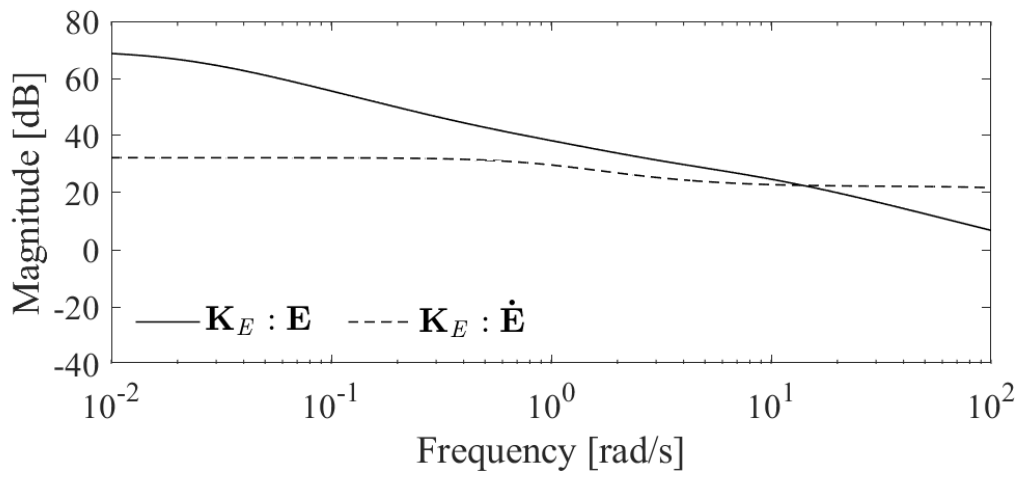


図 5.46  $\mu$ 設計法を用いた回転制御器の周波数特性

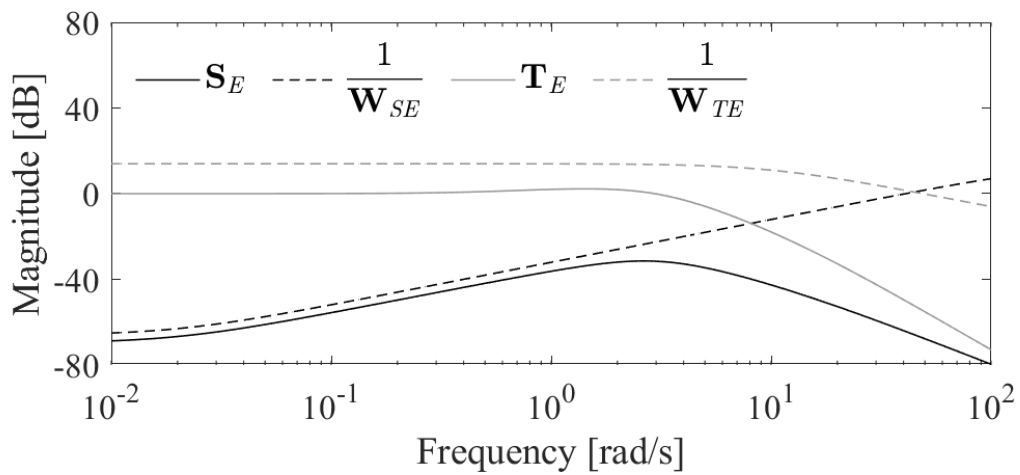


図 5.47  $\mu$ 設計法を用いた回転制御器の相補感度関数 $\mathbf{T}_E$ および感度関数 $\mathbf{S}_E$ ，周波数重み関数 $\mathbf{W}_{TE}$ ， $\mathbf{W}_{SE}$ の周波数特性

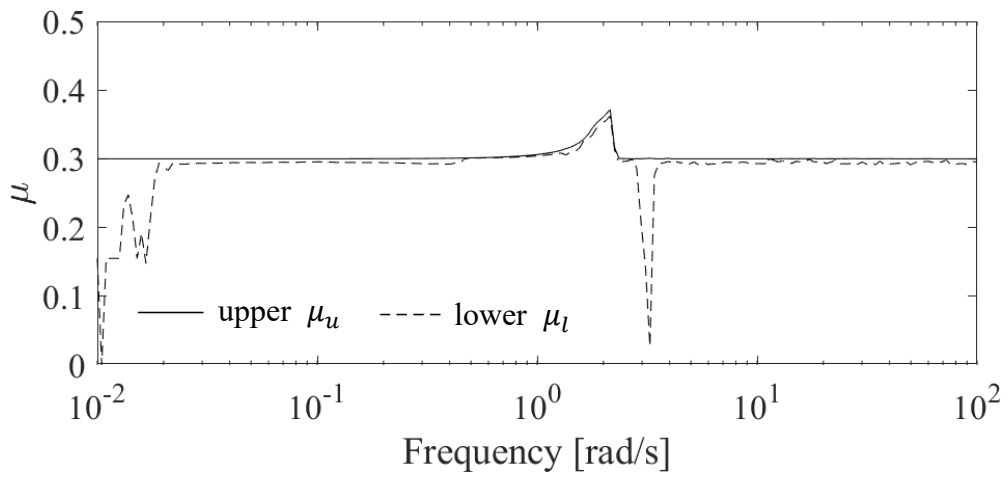


図 5.48  $\mu$ 設計法を用いた回転制御器のロバスト安定性

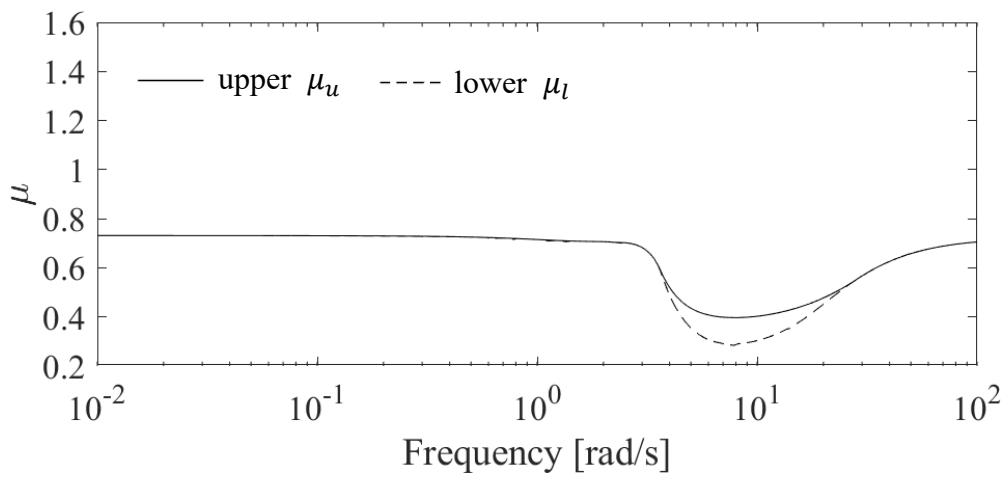


図 5.49  $\mu$ 設計法を用いた回転制御器のロバスト性能解析



文献[Masuda19]で提案された $\mu$ 設計法による QTW-UAV の飛行制御システムは、回転制御器の目標応答性能を向上させるため、モデルマッチング型 2 自由度制御器がさらに適用されている。 $H_\infty$ 制御器や $\mu$ 設計法では、 $H_\infty$ ノルムや構造化特異値 $\mu$ によって補償器を決定するが、過渡応答との明確な関係性がないため、応答を成型することが難しい。一方で回転制御器は、姿勢角の変動が並進運動にも影響するため、優れた追従性能を有することが望ましい。よって、回転制御器では理想の過渡応答を整形できるようにモデルマッチング型 2 自由度制御器が適用されている。

まず、モデルマッチング型 2 自由度制御器による応答性の改善する手法について解説する。 $P$ を制御対象のプラント、 $K$ をフィードバック制御器とする一般的なシステムに対するモデルマッチング型 2 自由度制御器を考える。図 5.50 は、モデルマッチング型 2 自由度制御器の構造を示しており、 $r$ は目標値、 $y$ は出力、 $G_{ff}$ はフィードフォワード項、 $G_{ref}$ は参照モデルである。ここで、フィードフォワード項 $G_{ff}$ は

$$G_{ff} = \frac{G_{ref}}{P} \quad (5.167)$$

と定義される。目標値 $r$ と出力 $y$ の関係は次式で与えられる。

$$y = \left( \frac{PK}{1+PK} G_{ref} + \frac{P}{1+PK} \frac{G_{ref}}{P} \right) r = G_{ref} r \quad (5.168)$$

つまり、目標値 $r$ に対する出力 $y$ の応答は参照モデル $G_{ref}$ によって任意に設計することができる。なお、この手法がモデルマッチング問題と呼ばれる。次に制御対象のプラント $P$ に変動が含まれている場合の応答について考える。変動が含まれているプラントを $\tilde{P}$ として、変動は次式のように乗法的変動で与えられると考える。

$$\tilde{P} = (1 + \Delta_M)P \quad (5.169)$$

このとき、乗法的変動を含むプラント $\tilde{P}$ の目標値 $r$ と出力 $y$ の関係は

$$y = \left( \frac{\tilde{P}K}{1+\tilde{P}K} G_{ref} + \frac{(1+\Delta_M)P}{1+\tilde{P}K} \frac{G_{ref}}{P} \right) r = \left( 1 + \Delta_M \frac{1}{1+\tilde{P}K} \right) G_{ref} r \quad (5.170)$$

式 (5.170) において、変動 $\Delta_M$ の影響を受ける項 $\tilde{S}$ は

$$\tilde{S} = \frac{1}{1+\tilde{P}K} \quad (5.171)$$

であり、第 2 章にて説明した感度関数と一致することがわかる。つまり、 $\mu$ 設計法によるフィードバック制御器を、設計した応答の周波数領域で感度関数が十分小さくなるように整形すれば、摂動の影響を抑制することができる。

$\mu$ 設計法を用いた QTW-UAV の回転制御器は、以上で解説したモデルマッチング 2 自由度コントローラが適用され、図 5.51 に QTW-UAV の 2 自由度制御器のブロック図を示す。QTW-UAV の線形化された回転の運動方程式をドイルの記法を用いて表すと、

$$\begin{bmatrix} \dot{\mathbf{E}} \\ \ddot{\mathbf{E}} \\ \mathbf{Y}_{E1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{0}_{3 \times 3} & \mathbf{I}_{3 \times 3} & \mathbf{0}_{3 \times 3} \\ -\mathbf{r}_E & -\mathbf{d}_E & \mathbf{I}_{3 \times 3} \\ \mathbf{I}_{3 \times 3} & \mathbf{0}_{3 \times 3} & \mathbf{0}_{3 \times 3} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{E} \\ \dot{\mathbf{E}} \\ \mathbf{v}_E \end{bmatrix} \quad (5.172)$$

上式は、出力 $\mathbf{Y}_{E1}$ が姿勢角 $\mathbf{E}$ の伝達関数行列であり、図 5.51 の $\mathbf{P}_{E1}$ に対応する。姿勢角に対する参照モデル $\mathbf{G}_{ref1}$ は、応答を 2 次で整形できるように、次の伝達関数で定義する。

$$\begin{bmatrix} \dot{\mathbf{x}}_{ref1} \\ \ddot{\mathbf{x}}_{ref1} \\ \mathbf{y}_{ref1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{0}_{3 \times 3} & \mathbf{I}_{3 \times 3} & \mathbf{0}_{3 \times 3} \\ -\boldsymbol{\omega}_{ref}^2 & -2\boldsymbol{\xi}_{ref}\boldsymbol{\omega}_{ref} & \mathbf{I}_{3 \times 3} \\ \boldsymbol{\omega}_{ref}^2 & \mathbf{0}_{3 \times 3} & \mathbf{0}_{3 \times 3} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{x}_{ref1} \\ \dot{\mathbf{x}}_{ref1} \\ \mathbf{E}_C \end{bmatrix} \quad (5.173)$$

ここで、 $\mathbf{x}_{ref1}$ は状態変数、 $\mathbf{y}_{ref1}$ は $\mathbf{G}_{ref1}$ の参照出力、 $\boldsymbol{\xi}_{ref}$ は減衰係数、 $\boldsymbol{\omega}_{ref}$ は角周波数である。これらのパラメータは、次式の対角行列で表され、各軸の周りの過渡応答を独立して設計できる。なお、設定したパラメータは表 5.8 に示される。

$$\boldsymbol{\xi}_{ref} = \text{diag}(\xi_\phi, \xi_\theta, \xi_\psi) \quad (5.174)$$

$$\boldsymbol{\omega}_{ref} = \text{diag}(\omega_\phi, \omega_\theta, \omega_\psi) \quad (5.175)$$

したがって、したがって姿勢角の過渡応答を設計するためのフィードフォワード項 $\mathbf{G}_{ff}$ は

$$\begin{bmatrix} \dot{\mathbf{x}}_{ff} \\ \ddot{\mathbf{x}}_{ff} \\ \mathbf{y}_{ff} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{0}_{3 \times 3} & \mathbf{I}_{3 \times 3} & \mathbf{0}_{3 \times 3} \\ -\boldsymbol{\omega}_{ref}^2 & -2\boldsymbol{\xi}_{ref}\boldsymbol{\omega}_{ref} & \mathbf{I}_{3 \times 3} \\ \boldsymbol{\omega}_{ref}^2\mathbf{r}_E - \boldsymbol{\omega}_{ref}^4 & \boldsymbol{\omega}_{ref}^2\mathbf{d}_E - 2\boldsymbol{\xi}_{ref}\boldsymbol{\omega}_{ref}^3 & \boldsymbol{\omega}_{ref}^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{x}_{ff} \\ \dot{\mathbf{x}}_{ff} \\ \mathbf{E}_C \end{bmatrix} \quad (5.176)$$

となる。角速度の参照モデル $\mathbf{G}_{ref2}$ は、姿勢角の過渡応答に影響を与えないように、角度の参照モデル $\mathbf{G}_{ref1}$ の 1 次の導関数によって与えられる。

$$\begin{bmatrix} \dot{\mathbf{x}}_{ref2} \\ \ddot{\mathbf{x}}_{ref2} \\ \mathbf{y}_{ref2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{0}_{3 \times 3} & \mathbf{I}_{3 \times 3} & \mathbf{0}_{3 \times 3} \\ -\boldsymbol{\omega}_{ref}^2 & -2\boldsymbol{\xi}_{ref}\boldsymbol{\omega}_{ref} & \mathbf{I}_{3 \times 3} \\ \mathbf{0}_{3 \times 3} & \boldsymbol{\omega}_{ref}^2 & \mathbf{0}_{3 \times 3} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{x}_{ref2} \\ \dot{\mathbf{x}}_{ref2} \\ \mathbf{E}_C \end{bmatrix} \quad (5.177)$$

以上によって解説されたモデルマッチング型 2 自由度制御が組み合わされた $\mu$ 設計法を用いた回転制御器のブロック線図を図 5.52 に示す。

表 5.8 モデルマッチング型 2 自由度制御で用いた係数

$\boldsymbol{\xi}_{ref}$	$\text{diag}(1.5, 1.5, 1.5)$	$\text{kg} \cdot \text{m/s}$
$\boldsymbol{\omega}_{ref}$	$\text{diag}(3.0, 3.0, 3.0)$	$\text{kg} \cdot \text{m/s}^2$

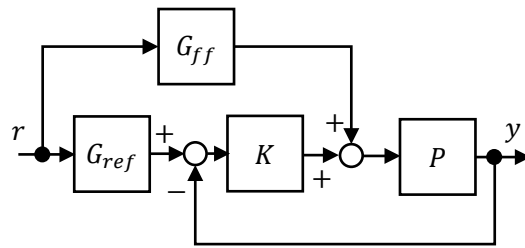


図 5.50 モデルマッチング型 2 自由度制御器のブロック線図

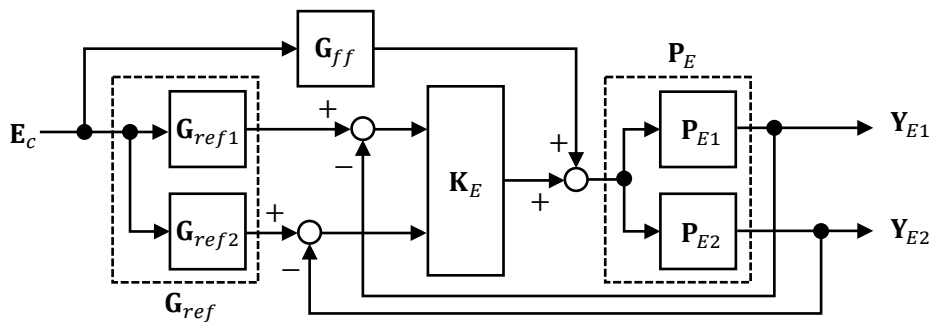


図 5.51 QTW-UAV に適用されたモデルマッチング型 2 自由度制御器のブロック線図

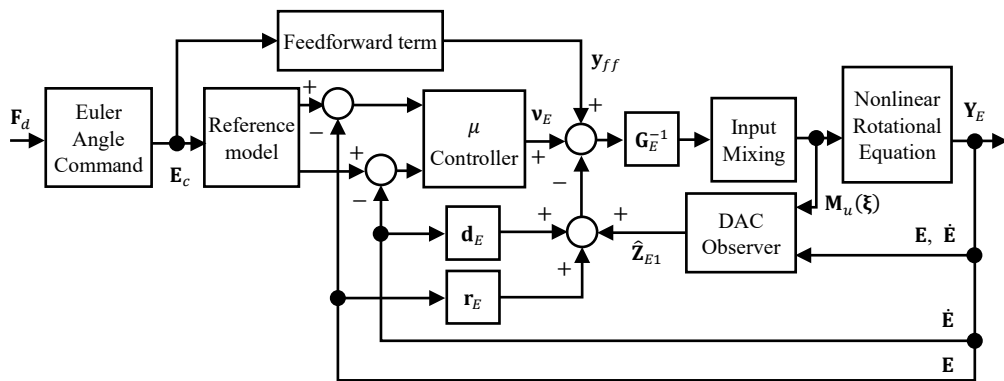


図 5.52  $\mu$ 設計法とモデルマッチング型 2 自由度制御器による回転制御器のブロック線図

### 5. 2. 2. 7 拡張モデル予測制御を用いた制御器の設計

前章では、従来のロバスト制御手法である $H_\infty$ 制御器と $\mu$ 設計法を用いた制御器の設計を行った。特に $\mu$ 設計法を用いた制御器は、 $H_\infty$ 制御器の欠点であった保守性を抑えて、ロバスト性能を保証することができる強力な制御理論であった。しかしながら、これまでの解説でも明確なとおり、設計手順は非常に複雑であり、相補感度関数や感度関数に対する周波数重み関数や重み係数行列を決定し、一般化プラントを設計するなど手順が複雑であった。また、構造化特異値 $\mu$ が1以下となるように限界まで感度関数の利得を大きく設定するには、補償器を仮に決定して特異値 $\mu$ の値を確認しながら最終的な補償器を設計するといった試行錯誤が求められる。補償器の決定には、反復計算であるD-Kイタレーション法を用いるが、解の導出には時間がかかり、特に現場における設計調整は困難なものとなる。一方、我々が提案するEMPCは直観的に調整が可能のため、設計や調整時にかかる負担を抑え、実装を容易にすることが可能である。

EMPCの設計は、第3章において定式化された評価関数を用いて行う。MPCと同様にEMPCは離散化された状態方程式に対して運動を予測する制御器のため、まず、式(5.133)で示された運動方程式を状態空間で表現を行う。オイラー角の微分値 $\dot{\mathbf{E}}$ を次式のように定義を行う。

$$\dot{\mathbf{E}} = \begin{bmatrix} \dot{\phi} \\ \dot{\theta} \\ \dot{\psi} \end{bmatrix} = \boldsymbol{\Omega} = \begin{bmatrix} \Omega_\phi \\ \Omega_\theta \\ \Omega_\psi \end{bmatrix} \quad (5.178)$$

上式を用いて式(5.133)を状態空間で表現すると

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \mathbf{E} \\ \boldsymbol{\Omega} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{0}_{3 \times 3} & \mathbf{I}_{3 \times 3} \\ -\mathbf{r}_E & -\mathbf{d}_E \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{E} \\ \boldsymbol{\Omega} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{0}_{3 \times 3} \\ \mathbf{I}_{3 \times 3} \end{bmatrix} \mathbf{v}_E + \boldsymbol{\Delta}_E \quad (5.179)$$

となる。ここで、状態行列 $\mathbf{A}_E$ 、入力行列 $\mathbf{B}_E$ を用いると

$$\mathbf{A}_E = \begin{bmatrix} \mathbf{0}_{3 \times 3} & \mathbf{I}_{3 \times 3} \\ -\mathbf{r}_E & -\mathbf{d}_E \end{bmatrix} \quad (5.180)$$

$$\mathbf{B}_E = \begin{bmatrix} \mathbf{0}_{3 \times 3} \\ \mathbf{I}_{3 \times 3} \end{bmatrix} \quad (5.190)$$

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \mathbf{E} \\ \boldsymbol{\Omega} \end{bmatrix} = \mathbf{A}_E \begin{bmatrix} \mathbf{E} \\ \boldsymbol{\Omega} \end{bmatrix} + \mathbf{B}_E \mathbf{v}_E + \boldsymbol{\Delta}_E \quad (5.191)$$

と表すことができる。ここで、EMPCの適用条件として、変動 $\boldsymbol{\Delta}_E$ がすべて $\mathbf{B}_E$ のレンジスペースに存在すれば、マッチング条件を満足して外乱の影響を抑制することが可能である。5.2.2.4章より、仮想的な慣性モーメント $\mathbf{j}_n$ 、減衰係数行列 $\mathbf{d}_E$ 、復元係数行列 $\mathbf{r}_E$ に変動 $\boldsymbol{\Delta}_{j_n}$ 、 $\boldsymbol{\Delta}_{d_E}$ 、 $\boldsymbol{\Delta}_{r_E}$ が含まれ、アクチュエータによる入力 $\mathbf{v}_E$ には変動 $\boldsymbol{\Delta}_{v_E}$ が含まれる。以上を考慮して、式(5.179)のシステムは式(5.146)から(5.149)を用いて次式のような変動を含むシステムに書き換えることができる。

$$\begin{aligned}
& \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \mathbf{E} \\ \boldsymbol{\Omega} \end{bmatrix} \\
&= \begin{bmatrix} \mathbf{0}_{3 \times 3} & \mathbf{I}_{3 \times 3} \\ -(\mathbf{I}_{3 \times 3} + \boldsymbol{\delta}_{jn_E} \boldsymbol{\Delta}_{jn})^{-1} (\mathbf{r}_E + \boldsymbol{\delta}_{r_E} \boldsymbol{\Delta}_{r_E}) & -(\mathbf{I}_{3 \times 3} + \boldsymbol{\delta}_{jn_E} \boldsymbol{\Delta}_{jn})^{-1} (\mathbf{d}_E + \boldsymbol{\delta}_{d_E} \boldsymbol{\Delta}_{d_E}) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{E} \\ \boldsymbol{\Omega} \end{bmatrix} \quad (5.192) \\
&+ \begin{bmatrix} \mathbf{0}_{3 \times 3} \\ -(\mathbf{I}_{3 \times 3} + \boldsymbol{\delta}_{jn_E} \boldsymbol{\Delta}_{jn})^{-1} (\mathbf{I}_{3 \times 3} + \boldsymbol{\delta}_{v_E} \boldsymbol{\Delta}_{v_E}) \end{bmatrix} \mathbf{v}_E
\end{aligned}$$

ここで、理想状態の状態行列 $\mathbf{A}_E$ 、入力行列 $\mathbf{B}_E$ とそれぞれのパラメータ変動による変化分 $\boldsymbol{\Delta}\mathbf{A}_E$ 、 $\boldsymbol{\Delta}\mathbf{B}_E$ で次式のように表現する。

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \mathbf{E} \\ \boldsymbol{\Omega} \end{bmatrix} = (\mathbf{A}_E + \boldsymbol{\Delta}\mathbf{A}_E) \begin{bmatrix} \mathbf{E} \\ \boldsymbol{\Omega} \end{bmatrix} + (\mathbf{B}_E + \boldsymbol{\Delta}\mathbf{B}_E) \mathbf{v}_E \quad (5.193)$$

ここで、 $\boldsymbol{\Delta}\mathbf{A}_E$ 、 $\boldsymbol{\Delta}\mathbf{B}_E$ は

$$\begin{aligned}
& \boldsymbol{\Delta}\mathbf{A}_E \\
&= \begin{bmatrix} \mathbf{0}_{3 \times 3} & \mathbf{0}_{3 \times 3} \\ \mathbf{r}_E - (\mathbf{I}_{3 \times 3} + \boldsymbol{\delta}_{jn_E} \boldsymbol{\Delta}_{jn})^{-1} (\mathbf{r}_E + \boldsymbol{\delta}_{r_E} \boldsymbol{\Delta}_{r_E}) & \mathbf{d}_E - (\mathbf{I}_{3 \times 3} + \boldsymbol{\delta}_{jn_E} \boldsymbol{\Delta}_{jn})^{-1} (\mathbf{d}_E + \boldsymbol{\delta}_{d_E} \boldsymbol{\Delta}_{d_E}) \end{bmatrix} \quad (5.194)
\end{aligned}$$

$$\boldsymbol{\Delta}\mathbf{B}_E = \begin{bmatrix} \mathbf{0}_{3 \times 3} \\ -\mathbf{I}_{3 \times 3} + (\mathbf{I}_{3 \times 3} + \boldsymbol{\delta}_{jn_E} \boldsymbol{\Delta}_{jn})^{-1} (\mathbf{I}_{3 \times 3} + \boldsymbol{\delta}_{v_E} \boldsymbol{\Delta}_{v_E}) \end{bmatrix} \quad (5.195)$$

となる。式 (5.194) と (5.195) はすべて $\mathbf{B}_E$ のレンジスペース内に存在するため、式 (5.192) で示されるシステムに含まれる変動は EMPC によって抑制可能であることがわかる。実際に EMPC で未来の状態量を予測する場合は、パラメータの変動などは未知であるため、予測式は、パラメータ変動による不確かさ $\boldsymbol{\Delta}_E$ が含まない以下の式に従って行われる。

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \mathbf{E} \\ \boldsymbol{\Omega} \end{bmatrix} = \mathbf{A}_E \begin{bmatrix} \mathbf{E} \\ \boldsymbol{\Omega} \end{bmatrix} + \mathbf{B}_E \mathbf{v}_E \quad (5.196)$$

ただし、上式で与えられる状態方程式は、連続時間で表現されたシステムのため、離散時間の状態方程式に変換する必要がある。並進制御器と同様に離散時間における状態方程式のサンプリング時間は $\Delta t$ とし、ある時刻 $t$ における時刻ステップを $k$ とすると離散化された状態方程式は

$$\begin{bmatrix} \mathbf{E}(k+1) \\ \boldsymbol{\Omega}(k+1) \end{bmatrix} = e^{\mathbf{A}_E \Delta t} \begin{bmatrix} \mathbf{E}(k) \\ \boldsymbol{\Omega}(k) \end{bmatrix} + \int_t^{t+\Delta t} e^{\mathbf{A}_E(t+\Delta t-\tau)} \mathbf{B}_E \mathbf{v}_E(\tau) d\tau \quad (5.197)$$

となる。なお、上式において入力は各ステップにおいて0次ホールドと仮定されている。以上により、離散化された状態行列 $\mathbf{A}_{dE}$ 、入力行列 $\mathbf{B}_{dE}$ は

$$\mathbf{A}_{dE} = e^{\mathbf{A}_E \Delta t} \quad (5.198)$$

$$\mathbf{B}_{dE} = \int_0^{\Delta t} e^{\mathbf{A}_E \tau} \mathbf{B}_E \quad (5.199)$$

と与えられる。EMPCによって決定される並進制御器の入力 $\mathbf{v}_E$ は

$$\mathbf{v}_E = \mathbf{v}_{dE0} + \mathbf{v}_{dE1} \quad (5.120)$$

と定義し、入力 $\mathbf{v}_{dE0}$ および $\mathbf{v}_{dE1}$ は、次式に示される評価関数が最小となるように決定する。

$$\begin{aligned} V_E(k) = & \sum_{i=H_{wE}}^{H_{pE}} \left\| \begin{bmatrix} \hat{\mathbf{E}}(k+i|k) \\ \hat{\mathbf{\Omega}}(k+i|k) \\ \hat{\boldsymbol{\sigma}}_{dE}(k+i|k) \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \mathbf{r}_{rE}(k+i|k) \\ \mathbf{r}_{r\Omega}(k+i|k) \end{bmatrix} \right\|_{\text{diag}(\mathbf{q}_{YE}(i), \mathbf{q}_{\sigma E}(i))}^2 \\ & + \sum_{i=0}^{H_{uE}-1} \left\| \begin{bmatrix} \hat{\mathbf{v}}_{dE0}(k+i|k) \\ \hat{\mathbf{v}}_{dE1}(k+i|k) \end{bmatrix} \right\|_{\text{diag}(\mathbf{r}_{uX0}(i), \mathbf{r}_{uX1}(i))}^2 \end{aligned} \quad (5.121)$$

ここで、 $H_{pE}$ 、 $H_{uE}$ 、 $H_{wE}$ は、それぞれ、予測ホライズン、制御ホライズン、窓パラメータを表し、 $\mathbf{q}_{YE}(i)$ 、 $\mathbf{q}_{\sigma E}(i)$ は $k$ ステップ目の時刻から $i$ ステップ先の偏差に対する重み行列、 $\mathbf{r}_{UE0}(i)$ 、 $\mathbf{r}_{UE1}(i)$ は $k$ ステップ目の時刻から $i$ ステップ先の制御入力に対する重み行列を表している。 $\hat{\mathbf{E}}(k+i|k)$ は QTW-UAV の姿勢角 $\mathbf{E}(k)$ の予測値、 $\hat{\mathbf{\Omega}}(k+i|k)$ は QTW-UAV の姿勢角の変化量 $\mathbf{\Omega}(k)$ の予測値、 $\mathbf{r}_{rE}(k+i|k)$ は目標姿勢角までの参照軌道、 $\mathbf{r}_{r\Omega}$ は目標姿勢角変化量までの参照軌道、 $\hat{\boldsymbol{\sigma}}_{dE}(k+i|k)$ は、切換関数の予測値である。また、 $\hat{\mathbf{v}}_{dE0}(k+i|k)$ は制御入力 $\mathbf{v}_{dE0}$ の未来の予測入力、 $\hat{\mathbf{v}}_{dE1}(k+i|k)$ は制御入力 $\mathbf{v}_{dE1}$ の未来の予測入力である。ここで、第3章で定式化された評価関数に代入すると式(5.121)は式(5.122)のように表すことができる。

式(5.122)における $\hat{\mathbf{E}}_{\sigma}$ は切換関数の状態量 $\mathbf{E}_{\sigma}$ の予測値、 $\Delta \hat{\mathbf{v}}_{dE0}$ は制御入力 $\mathbf{v}_{dE0}(k-1)$ からの未来の予測入力の変化量、 $\Delta \hat{\mathbf{v}}_{dE1}$ は制御入力 $\mathbf{v}_{dE1}(k-1)$ からの未来の予測入力の変化量である。

$$\begin{bmatrix} \hat{\mathbf{E}}(k + H_{wE}|k) \\ \hat{\mathbf{\Omega}}(k + H_{wE}|k) \\ \vdots \\ \hat{\mathbf{X}}(k + H_{pE}|k) \\ \hat{\mathbf{\Omega}}(k + H_{pE}|k) \\ \hat{\mathbf{E}}_{\sigma}(k + H_{wE}|k) \\ \vdots \\ \hat{\mathbf{E}}_{\sigma}(k + H_{pE}|k) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{A}_{dE}^{H_{wE}} & \mathbf{0}_{6 \times 6} \\ \vdots & \vdots \\ \mathbf{A}_{dE}^{H_{pE}} & \mathbf{0}_{6 \times 6} \\ \mathbf{A}_{dE}^{H_{wE}} & -\mathbf{A}_{dE}^{H_{wE}} \\ \vdots & \vdots \\ \mathbf{A}_{dE}^{H_{pE}} & -\mathbf{A}_{dE}^{H_{pE}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{E}(k) \\ \mathbf{\Omega}(k) \\ \mathbf{E}_n(k) \\ \mathbf{\Omega}_n(k) \end{bmatrix}$$

$$+ \begin{bmatrix} \sum_{j=0}^{n=H_{wE}-1} \mathbf{A}_{dE}^j \mathbf{B}_{dE} & \mathbf{0}_{6 \times 3} \\ \vdots & \vdots \\ \sum_{j=0}^{n=H_{pE}-1} \mathbf{A}_{dE}^j \mathbf{B}_{dE} & \mathbf{0}_{6 \times 3} \\ \mathbf{0}_{6 \times 3} & \sum_{j=0}^{n=H_{wE}-1} \mathbf{A}_{dE}^j \mathbf{B}_{dE} \\ \vdots & \vdots \\ \mathbf{0}_{6 \times 3} & \sum_{j=0}^{n=H_{pE}-1} \mathbf{A}_{dE}^j \mathbf{B}_{dE} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{v}_{dE0}(k-1) \\ \mathbf{v}_{dE1}(k-1) \end{bmatrix} \quad (5.122)$$

$$+ \begin{bmatrix} \sum_{j=0}^{n=H_{wE}-1} \mathbf{A}_{dE}^j \mathbf{B}_{dE} \cdots \sum_{j=0}^{n=H_{wE}-H_{uE}} \mathbf{A}_{dE}^j \mathbf{B}_{dE} & \mathbf{0}_{6 \times 3} & \cdots & \mathbf{0}_{6 \times 3} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \sum_{j=0}^{n=H_{pE}-1} \mathbf{A}_{dE}^j \mathbf{B}_{dE} \cdots \sum_{j=0}^{n=H_{pE}-H_{uE}} \mathbf{A}_{dE}^j \mathbf{B}_{dE} & \mathbf{0}_{6 \times 3} & \cdots & \mathbf{0}_{6 \times 3} \\ \mathbf{0}_{6 \times 3} & \cdots & \mathbf{0}_{6 \times 3} & \sum_{j=0}^{n=H_{wE}-1} \mathbf{A}_{dE}^j \mathbf{B}_{dE} \cdots \mathbf{0}_{6 \times 3} \\ \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ \mathbf{0}_{6 \times 3} & \cdots & \mathbf{0}_{6 \times 3} & \sum_{j=0}^{n=H_{pE}-1} \mathbf{A}_{dE}^j \mathbf{B}_{dE} \cdots \sum_{j=0}^{n=H_{pE}-H_{uE}} \mathbf{A}_{dE}^j \mathbf{B}_{dE} \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} \Delta \hat{\mathbf{v}}_{dE0}(k|k) \\ \vdots \\ \Delta \hat{\mathbf{v}}_{dE0}(k + H_{uE} - 1|k) \\ \Delta \hat{\mathbf{v}}_{dE1}(k|k) \\ \vdots \\ \Delta \hat{\mathbf{v}}_{dE1}(k + H_{uE} - 1|k) \end{bmatrix}$$

ここで、次式で表現される関数 $L_E(\mathbf{E}, t)$ の導関数が負定になるように位相空間上の超平面 $\mathbf{s}_{dE}$ を決定する。

$$L_E = \frac{1}{2} \left[ \mathbf{s}_{dE} \begin{bmatrix} \mathbf{E} \\ \mathbf{\Omega} \end{bmatrix} \right]^T \mathbf{s}_{dE} \begin{bmatrix} \mathbf{E} \\ \mathbf{\Omega} \end{bmatrix} \quad (5.123)$$

以上により、評価関数に用いる $k$ ステップ目の時刻における $H_{wE}$ から $H_{pE}$ ステップまでの予測量 $\hat{\mathbf{E}}_{dE}(k)$ は

$$\hat{\mathbf{E}}_{dE}(k) = \begin{bmatrix} \hat{\mathbf{E}}(k + H_{wE}|k) \\ \hat{\mathbf{\Omega}}(k + H_{wE}|k) \\ \vdots \\ \hat{\mathbf{E}}(k + H_{pE}|k) \\ \hat{\mathbf{\Omega}}(k + H_{pE}|k) \\ \hat{\boldsymbol{\sigma}}_{dE}(k + H_{wE}|k) \\ \vdots \\ \hat{\boldsymbol{\sigma}}_{dE}(k + H_{pE}|k) \end{bmatrix} \quad (5.124)$$

$$= \begin{bmatrix} \mathbf{I}_{6 \times 6} & \mathbf{0}_{6 \times 6} & \cdots & \mathbf{0}_{6 \times 6} & \mathbf{0}_{6 \times 6} & \mathbf{0}_{6 \times 6} & \cdots & \mathbf{0}_{6 \times 6} \\ \mathbf{0}_{6 \times 6} & \mathbf{I}_{6 \times 6} & \ddots & \vdots & \mathbf{0}_{6 \times 6} & \mathbf{0}_{6 \times 6} & \ddots & \vdots \\ \vdots & \ddots & \ddots & \mathbf{0}_{6 \times 6} & \vdots & \vdots & \ddots & \mathbf{0}_{6 \times 6} \\ \mathbf{0}_{6 \times 6} & \cdots & \mathbf{0}_{6 \times 6} & \mathbf{I}_{6 \times 6} & \mathbf{0}_{3 \times 6} & \cdots & \mathbf{0}_{3 \times 6} & \mathbf{0}_{3 \times 6} \\ \mathbf{0}_{3 \times 6} & \mathbf{0}_{3 \times 6} & \cdots & \mathbf{0}_{3 \times 6} & \mathbf{s}_{dE} & \mathbf{0}_{3 \times 6} & \cdots & \mathbf{0}_{3 \times 6} \\ \mathbf{0}_{3 \times 6} & \mathbf{0}_{3 \times 6} & \ddots & \vdots & \mathbf{0}_{3 \times 6} & \mathbf{s}_{dE} & \ddots & \vdots \\ \vdots & \ddots & \ddots & \mathbf{0}_{3 \times 6} & \vdots & \ddots & \ddots & \mathbf{0}_{3 \times 6} \\ \mathbf{0}_{3 \times 6} & \cdots & \mathbf{0}_{3 \times 6} & \mathbf{0}_{3 \times 6} & \mathbf{0}_{3 \times 6} & \cdots & \mathbf{0}_{3 \times 6} & \mathbf{s}_{dE} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{\mathbf{E}}(k + H_{wE}|k) \\ \hat{\mathbf{\Omega}}(k + H_{wE}|k) \\ \vdots \\ \hat{\mathbf{X}}(k + H_{pE}|k) \\ \hat{\mathbf{\Omega}}(k + H_{pE}|k) \\ \hat{\mathbf{E}}_{\sigma}(k + H_{wE}|k) \\ \vdots \\ \hat{\mathbf{E}}_{\sigma}(k + H_{pE}|k) \end{bmatrix}$$

と表すことができる。ここで $k$ ステップ目の時刻における1ステップ目から $H_{uE}$ ステップまでの未来の入力変化量 $\Delta \hat{\mathbf{N}}_E(k)$ を

$$\Delta \hat{\mathbf{N}}_E(k) = \begin{bmatrix} \Delta \hat{\mathbf{v}}_{dE0}(k|k) \\ \vdots \\ \Delta \hat{\mathbf{v}}_{dE0}(k + H_{uE} - 1|k) \\ \Delta \hat{\mathbf{v}}_{dE1}(k|k) \\ \vdots \\ \Delta \hat{\mathbf{v}}_{dE1}(k + H_{uE} - 1|k) \end{bmatrix} \quad (5.125)$$

と定義し、同様に、 $k$ ステップ目の時刻における $H_{wE}$ から $H_{pE}$ ステップまでの目標姿勢角および目標角速度までの参照軌道 $\mathbf{R}_E(k)$ は

$$\mathbf{R}_E(k) = \begin{bmatrix} \mathbf{r}_{rE}(k + H_{wE}|k) \\ \mathbf{r}_{r\Omega}(k + H_{wE}|k) \\ \vdots \\ \mathbf{r}_{rE}(k + H_{pE}|k) \\ \mathbf{r}_{r\Omega}(k + H_{pE}|k) \\ \mathbf{0}_{3 \times 1} \\ \vdots \\ \mathbf{0}_{3 \times 1} \end{bmatrix} \quad (5.126)$$

と表すことができる。よって、式(5.122)の評価関数 $V_E(k)$ は



$$V_E(k) = [\hat{\mathbf{X}}_{dE}(k) - \mathbf{R}_E(k)]^T \mathbf{Q}_{YE} [\hat{\mathbf{X}}_{dE}(k) - \mathbf{R}_E(k)] + \Delta \hat{\mathbf{N}}_E^T(k) \mathbf{R}_{NE} \Delta \hat{\mathbf{N}}_E(k) \quad (5.127)$$

と表すことができる。ここで、 $\mathbf{Q}_{YX}$ ,  $\mathbf{R}_{NX}$ は重み行列であり、

$$\mathbf{Q}_{YE} = \text{diag}(\mathbf{q}_{YE}(H_{wE}), \dots, \mathbf{q}_{YE}(H_{pE}), \mathbf{q}_\sigma(H_{wE}), \dots, \mathbf{q}_{\sigma E}(H_{pE})) \quad (5.128)$$

$$\mathbf{R}_{YE} = \text{diag}(\mathbf{r}_{UE0}(0), \dots, \mathbf{r}_{UE0}(H_{uE} - 1), \mathbf{r}_{UE1}(0), \dots, \mathbf{r}_{UE1}(H_{uE} - 1)) \quad (5.129)$$

で定義される。上式のように、各ステップにおいて重み行列を変更することが可能だが、本論文においては、各ステップで重み行列を変更しないで調整を行った。また、姿勢角に関する参照軌道 $\mathbf{r}_{rE}$ および角速度に関する参照軌道 $\mathbf{r}_{rV}$ は次式で示される指数関数を設定した。

$$\mathbf{r}_{rX}(k+i|k) = \mathbf{E}_c - e^{-\frac{\Delta t}{T_{RE}}i} (\mathbf{E}_c - \mathbf{E}(k)) \quad (5.130)$$

$$\mathbf{r}_{r\Omega}(k+i|k) = \frac{1}{T_{RE}} e^{-\frac{\Delta t}{T_{RE}}i} (\mathbf{E}_c - \mathbf{E}(k)) \quad (5.131)$$

$\Delta t$ はサンプリング周期、 $T_{RE}$ は参照軌道の時定数、 $\mathbf{E}_c$ は目標姿勢角であり、これらを含む制御器に用いた調整パラメータを表5.9に示す。以上により導かれた式(5.127)の評価関数を解いて得られた入力 $\Delta \hat{\mathbf{N}}_E$ に対して実際に制御入力に用いるのは $k$ ステップ目の時刻における制御入力のみであるので

$$\begin{bmatrix} \Delta \hat{\mathbf{v}}_{dE0}(k|k) \\ \Delta \hat{\mathbf{v}}_{dE1}(k|k) \end{bmatrix} = \mathbf{L}_{uE} \Delta \hat{\mathbf{N}}_E(k) \quad (5.132)$$

$$\mathbf{L}_{uE} = \begin{bmatrix} \mathbf{I}_{3 \times 3} & \mathbf{0}_{3 \times 3} & \cdots & \mathbf{0}_{3 \times 3} & \mathbf{0}_{3 \times 3} & \mathbf{0}_{3 \times 3} & \cdots & \mathbf{0}_{3 \times 3} \\ \mathbf{0}_{3 \times 3} & \mathbf{0}_{3 \times 3} & \cdots & \mathbf{0}_{3 \times 3} & \mathbf{I}_{3 \times 3} & \mathbf{0}_{3 \times 3} & \cdots & \mathbf{0}_{3 \times 3} \end{bmatrix} \quad (5.133)$$

となる。したがって、ある $k$ ステップ目の時刻における制御入力 $\mathbf{v}_{dE0}(k)$ ,  $\mathbf{v}_{dE1}(k)$ は、次式で表現される。

$$\begin{bmatrix} \mathbf{v}_{dE0}(k) \\ \mathbf{v}_{dE1}(k) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \Delta \hat{\mathbf{v}}_{dE0}(k|k) \\ \Delta \hat{\mathbf{v}}_{dE1}(k|k) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{v}_{dE0}(k-1) \\ \mathbf{v}_{dE1}(k-1) \end{bmatrix} \quad (5.134)$$

最終的に EMPC で求められる制御入力 $\mathbf{v}_E$ は

$$\mathbf{v}_E = \mathbf{v}_{dE0}(k) + \mathbf{v}_{dE1}(k) \quad (5.135)$$

となる。図5.53に $\mu$ 設計法を用いた制御器による回転制御器のブロック線図を示す。ブロック線図を示す。

図 5.54 はロバスト安定性の解析結果である。並進制御系と同様に図 5.54 は対象の周波数領域において、構造化特異値 $\mu$ が 1 以下を示しており、ロバスト安定性を満足していることが確認できる。

表 5.9 拡張モデル予測制御のパラメータ

Sampling time $\Delta t$ [s]	$2.0 \times 10^{-2}$
Time constant $T_{RE}$ [s]	3.0
Predictive horizon $H_{pE}$	10
Control horizon $H_{uE}$	5.0
Window parameter $H_{wE}$	1.0
Weighting matrix $\mathbf{q}_{YE}(i) \quad i = H_{wE}, H_{wE} + 1, \dots, H_{pE}$	$\begin{bmatrix} 20 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 20 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 10 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 4.0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 4.0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 2.0 \end{bmatrix}$
Weighting matrix $\mathbf{q}_{\sigma E}(i) \quad i = H_{wE}, H_{wE} + 1, \dots, H_{pE}$	$\begin{bmatrix} 1.0 & 0 & 0 \\ 0 & 1.0 & 0 \\ 0 & 0 & 1.0 \end{bmatrix}$
Weighting matrix $\mathbf{r}_{UE0}(i) \quad i = 0, 1, \dots, H_{uE}$	$\begin{bmatrix} 1.0 & 0 & 0 \\ 0 & 1.0 & 0 \\ 0 & 0 & 1.0 \end{bmatrix}$
Weighting matrix $\mathbf{r}_{UE1}(i) \quad i = 0, 1, \dots, H_{uE}$	$\begin{bmatrix} 1.0 & 0 & 0 \\ 0 & 1.0 & 0 \\ 0 & 0 & 1.0 \end{bmatrix}$
Switching hyperplane $\mathbf{s}_{dE}$	$\begin{bmatrix} 1.0 & 0 & 0 & 2.0 & 0 & 0 \\ 0 & 1.0 & 0 & 0 & 2.0 & 0 \\ 0 & 0 & 1.0 & 0 & 0 & 2.0 \end{bmatrix}$

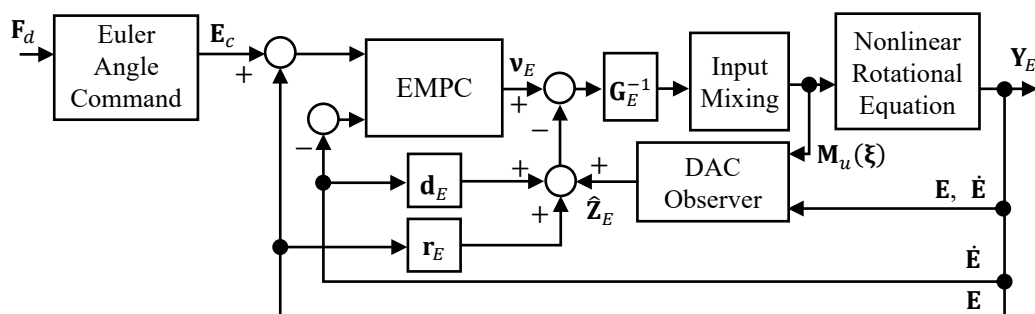


図 5.53 EMPC を用いた並進制御器のブロック線図

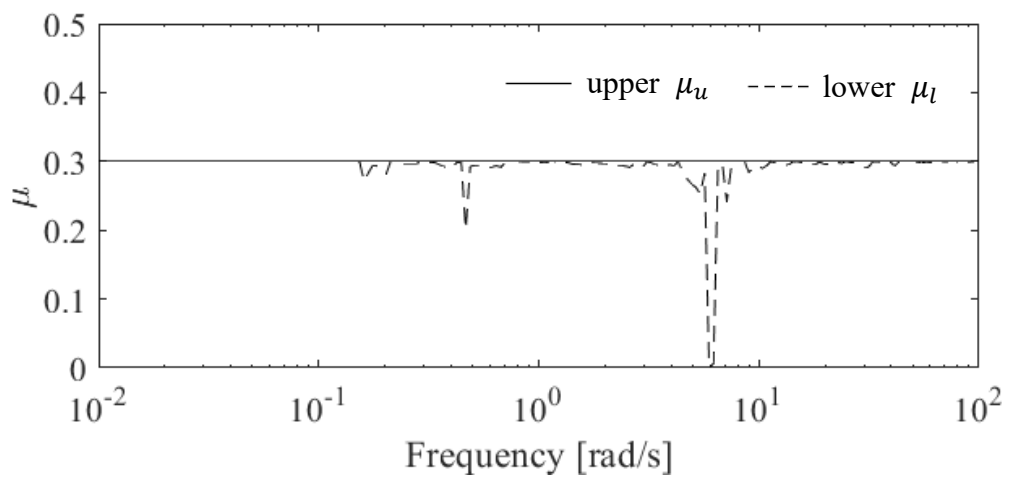


図 5.54 EMPC を用いた回転制御器のロバスト安定性

### 5. 2. 3 入力合成器

並進制御器および回転制御器によって生成される制御入力は，慣性座標系における入力ベクトル  $\mathbf{F}_d = [F_{dx} \ F_{dy} \ F_{dz}]^T$  と機体座標系における入力モーメント  $\mathbf{M}_d = [M_{dx} \ M_{dy} \ M_{dz}]^T$  である．しかしながら，QTW-UAV のアクチュエータは，各軸に独立して入力とモーメントを生成できず，アクチュエータによって生成される入力とモーメントは，ティルト角によって大きく変化する．例えば，ティルト角が  $90^\circ$  の場合，X軸方向の移動と方位角  $\psi$  の制御にはフラップペロンによる偏向推力を利用するが，ティルト角が  $0^\circ$  の場合においてフラップペロンによる偏向推力はZ軸方向の移動とロール角  $\phi$  の制御に用いられる．このように，ティルト角に合わせて，入力ベクトル  $\mathbf{F}_d$  と入力モーメント  $\mathbf{M}_d$  を実現する適切なプロペラ推力とフラップペロンの舵角を決定する必要がある．本章では，並進制御器および回転制御器から与えられた制御入力を入力合成器によって各アクチュエータに分配する方法について解説する．

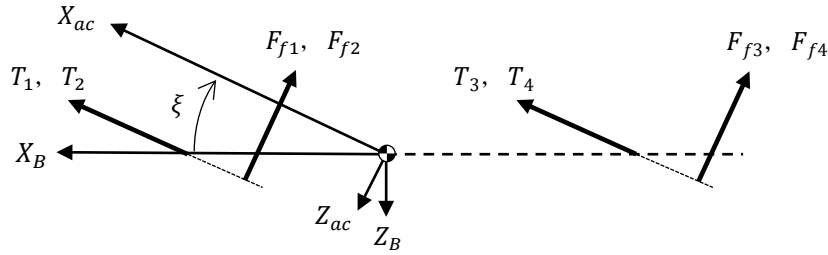


図 5.55 アクチュエータ座標系

アクチュエータは QTW-UAV の機体座標系に固定されているため，入力ベクトル  $\mathbf{F}_d$  および入力モーメント  $\mathbf{M}_d$  は次式のように機体座標系の入力ベクトル  $\mathbf{F}_b = [F_{bx} \ F_{by} \ F_{bz}]^T$  と入力モーメント  $\mathbf{M}_b = [M_{bx} \ M_{by} \ M_{bz}]^T$  に変換される．

$$\mathbf{F}_b = \mathbf{C}_X^{B/I} \mathbf{F}_d \quad (5.136)$$

$$\mathbf{M}_b = \mathbf{M}_d \quad (5.137)$$

プロペラによる推力とフラップペロンによる偏向推力は，ティルト角により方向を変えることができるので，入力ベクトル  $\mathbf{F}_b$  と入力モーメント  $\mathbf{M}_b$  はティルト角を考慮して分配する必要がある．まず，図 5.55 に示されるようにプロペラとフラップペロン偏向推力の方向は直交していると仮定し，プロペラの推力方向を  $X_{ac}$  軸としたアクチュエータ座標系を定義する．また，前翼と後翼のティルト角の指令値は等しいとする．

$$\xi_1 = \xi_2 = \xi \quad (5.138)$$

以上を用いて、入力ベクトル $\mathbf{F}_b$ と入力モーメント $\mathbf{M}_b$ をアクチュエータ座標系に変換した入力ベクトル $\mathbf{F}_t$ と入力モーメント $\mathbf{M}_t$ は次式で与えられる。

$$\mathbf{F}_t = \begin{bmatrix} F_{tx} \\ F_{ty} \\ F_{tz} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} F_{bx} \cos \xi - F_{bz} \sin \xi \\ F_{by} \\ F_{bx} \sin \xi + F_{bz} \cos \xi \end{bmatrix} \quad (5.139)$$

$$\mathbf{M}_t = \begin{bmatrix} M_{tx} \\ M_{ty} \\ M_{tz} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} M_{bx} \cos \xi - M_{bz} \sin \xi \\ M_{by} \\ M_{bx} \sin \xi + M_{bz} \cos \xi \end{bmatrix} \quad (5.140)$$

各プロペラの推力とフラップロンによる偏向推力は、次式の関係を利用して決定される。

$$\mathbf{F}_t = \begin{bmatrix} T_1 + T_2 + T_3 + T_4 \\ 0 \\ -F_{f1} - F_{f2} - F_{f3} - F_{f4} \end{bmatrix} \quad (5.141)$$

$$\mathbf{M}_t = \begin{bmatrix} (F_{f1} + F_{f4})l_{fy} - (F_{f2} + F_{f3})l_{fy} + \frac{b_p}{k_p}(-T_1 + T_2 - T_3 + T_4) \\ (T_1 + T_2)l_{tx1} \sin \xi - (T_3 + T_4)l_{tx2} \sin \xi \\ + (F_{f1} + F_{f2})(l_{tx1} \sin \xi - l_{wf}) - (F_{f3} + F_{f4})(l_{tx2} \cos \xi + l_{wf}) \\ (T_1 + T_4)l_{ty} - (T_2 + T_3)l_{ty} \end{bmatrix} \quad (5.142)$$

以上の関係式を用いて、 $F_{tx}$ を生成するためのプロペラ推力を $T_{Ftx}$ 、 $F_{tz}$ を生成するためのフラップロンによる偏向推力を $F_{Ftz}$ とすると、 $T_{Ftx}$ および $F_{Ftz}$ は

$$T_{Ftx} = \frac{F_{tx}}{4} \quad (5.143)$$

$$F_{Ftz} = \frac{F_{tz}}{4} \quad (5.144)$$

となる。同様に、入力モーメント $\mathbf{M}_t$ を生成するための各アクチュエータの入力を考える。各アクチュエータには、入力モーメント $\mathbf{M}_t$ を実現するための入力機軸の正方向に等分されると定義すると、各アクチュエータの入力は

$$F_{Mtx} = \frac{M_{tx}}{4l_{ty}}, \quad (F_{f1} = F_{f4} = F_{Mtx}, F_{f2} = F_{f3} = -F_{Mtx}) \quad (5.145)$$

$$T_{Mty} = \frac{M_{ty}}{4l_{ty} \sin \xi}, \quad (T_1 = T_2 = T_{Mty}, T_3 = T_4 = -T_{Mty}) \quad (5.146)$$

$$F_{Mty} = \frac{M_{ty}}{4l_{ty} \cos \xi}, \quad (F_{f1} = F_{f2} = F_{Mty}, F_{f3} = F_{f4} = -F_{Mty}) \quad (5.147)$$

$$T_{Mtz} = \frac{M_{tz}}{4l_{ty}}, \quad (T_1 = T_4 = T_{Mtz}, T_2 = T_3 = -T_{Mtz}) \quad (5.148)$$

となる。ここで、 $M_{tx}$ を生成するためのフラップロン偏向推力は $F_{Mtx}$ 、 $M_{ty}$ を生成するためのプロペラ推力は $T_{Mty}$ 、 $M_{tz}$ を生成するためのフラップロン偏向推力は $F_{Mty}$ 、 $M_{tz}$ を生成するためのプロペラ推力は $T_{Mtz}$ で定義される。式 (5.146) と (5.147) に示されるように、 $M_{ty}$ に限ってプロペラ推力とフラップロンの偏向推力のどちらの力でも実現が可能であることがわかる。しかし、式中には三角関数が含まれるので、ティルト角が $0^\circ$ においてプロペラ推力によるピッチ角の制御ができず、ティルト角が $90^\circ$ の場合はフラップロンの偏向推力で発生するピッチングモーメントが $0$ となり、フラップロンによるピッチ角の制御は困難となる。したがって、プロペラ推力とフラップロン偏向推力は、次式で定義されるシグモイド関数を用いた重み関数によって、ティルト角に応じてプロペラ推力とフラップロン偏向推力の割合を変更する。

$$T'_{Mty} = T_{Mty} \left(1 + e^{W_A(\xi - \frac{\pi}{4})}\right)^{-1} \quad (5.149)$$

$$F'_{Mty} = F_{Mty} \left\{1 - \left(1 + e^{W_A(\xi - \frac{\pi}{4})}\right)^{-1}\right\} \quad (5.150)$$

ここで、 $W_A$ はシグモイド関数の変曲点での勾配を決定する係数である。以上で求められた入力ベクトル $\mathbf{F}_t$ と入力モーメント $\mathbf{M}_t$ を実現するためのプロペラ推力とフラップロン偏向推力を重ね合わせると、最終的なプロペラ推力の指令値 $T_{c1}$ 、 $T_{c2}$ 、 $T_{c3}$ 、 $T_{c4}$ とフラップロン偏向推力の指令値 $F_{fc1}$ 、 $F_{fc2}$ 、 $F_{fc3}$ 、 $F_{fc4}$ が算出できる。

$$T_{c1} = T_{Ftx} + T'_{Mty} + T_{Mtz} \quad (5.151)$$

$$T_{c2} = T_{Ftx} + T'_{Mty} - T_{Mtz} \quad (5.152)$$

$$T_{c3} = T_{Ftx} - T'_{Mty} - T_{Mtz} \quad (5.153)$$

$$T_{c4} = T_{Ftx} - T'_{Mty} + T_{Mtz} \quad (5.154)$$

$$F_{fc1} = F_{Ftz} + F_{Mtx} + F'_{Mty} \quad (5.155)$$

$$F_{fc2} = F_{Ftz} - F_{Mtx} + F'_{Mty} \quad (5.156)$$

$$F_{fc3} = F_{Ftz} - F_{Mtx} - F'_{Mty} \quad (5.157)$$

$$F_{fc4} = F_{Ftz} + F_{Mtx} - F'_{Mty} \quad (5.158)$$

フラッペロンの舵角の指令値 $\delta_{fc1}$ ,  $\delta_{fc2}$ ,  $\delta_{fc3}$ ,  $\delta_{fc4}$ は, 式 (5.16) と式 (5.155) から (5.158) を用いて

$$\delta_{fc1} = \frac{F_{fc1}}{(q_1 + q_{p1})S_f C_{Df}} \quad (5.159)$$

$$\delta_{fc2} = \frac{F_{fc2}}{(q_2 + q_{p2})S_f C_{Df}} \quad (5.160)$$

$$\delta_{fc3} = \frac{F_{fc3}}{(q_3 + q_{p3})S_f C_{Df}} \quad (5.161)$$

$$\delta_{fc4} = \frac{F_{fc4}}{(q_4 + q_{p4})S_f C_{Df}} \quad (5.162)$$

と表すことができる.

## 6. QTW-UAV の飛行制御システムの性能確認

前章にて提案した EMPC を QTW-UAV の飛行制御システムに適用する手法について解説した。本章では提案した EMPC を用いた飛行制御システムの有効性を検証するために、数値シミュレーションを行う。なお、従来提案されている  $H_\infty$  制御理論を用いたシステム [Masuda18]、 $\mu$  設計法とモデルマッチング型 2 自由度制御器を用いたシステム [Masuda19] を比較のため数値シミュレーションにて性能を確認した。これらの制御理論を用いた QTW-UAV の飛行制御システムの設計方法に関しては前章にて詳しく解説されている。提案するシステムと比較対象システムの詳しい構成は表 6.1 に示される。制御器の設計に使用される線形化モデルの係数などの調整パラメータは、第 5 章における表 5.1 から表 5.9 にそれぞれの制御器に設定されたパラメータが記されている。

各シミュレーションでは突風外乱の影響を確認するために、次式に示されるドライデンモデルによる風外乱が QTW-UAV の運動モデルに印加される。

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} x_{ug} \\ x_{vg} \\ x_{wg} \\ \dot{x}_{vg} \\ \dot{x}_{wg} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{1}{T_u} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & -\frac{1}{(T_v)^2} & 0 & -\frac{2}{T_v} & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{1}{(T_w)^2} & 0 & -\frac{2}{T_w} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_{ug} \\ x_{vg} \\ x_{wg} \\ \dot{x}_{vg} \\ \dot{x}_{wg} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{1}{T_u} \\ 0 \\ 0 \\ \frac{1}{(T_v)^2} \\ \frac{1}{(T_w)^2} \end{bmatrix} n_w \quad (6.1)$$

$$\begin{bmatrix} u_g \\ v_g \\ w_g \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sigma_u \sqrt{\frac{2T_u}{\pi}} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \sigma_v \sqrt{\frac{T_v}{\pi}} & 0 & \sigma_v \sqrt{\frac{3T_v}{\pi}} T_v & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_w \sqrt{\frac{T_w}{\pi}} & 0 & \sigma_w \sqrt{\frac{3T_w}{\pi}} T_w \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_{ug} \\ x_{vg} \\ x_{wg} \\ \dot{x}_{vg} \\ \dot{x}_{wg} \end{bmatrix} \quad (6.2)$$

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} x_{pg} \\ x_{qg} \\ x_{rg} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{\pi U_0}{4b} & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{\pi U_0}{4b} & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{\pi U_0}{3b} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_{pg} \\ x_{qg} \\ x_{rg} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{\pi U_0}{4b} & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} n_w \\ w_g \\ v_g \end{bmatrix} \quad (6.3)$$



$$\begin{bmatrix} p_g \\ q_g \\ r_g \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\sigma_w}{L_w^{1/3}} \sqrt{\frac{0.8}{U_0}} \left(\frac{\pi}{4b}\right)^{\frac{1}{6}} & 0 & 0 \\ 0 & -U_0 \left(\frac{\pi}{4b}\right)^2 & 0 \\ 0 & 0 & -U_0 \left(\frac{\pi}{3b}\right)^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_{pg} \\ x_{qg} \\ x_{rg} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{\pi}{4b} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{\pi}{3b} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} n_w \\ w_g \\ v_g \end{bmatrix} \quad (6.4)$$

$\mathbf{v}_{wg} = [u_{wg} \ v_{wg} \ w_{wg}]^T$ は風の対地速度,  $\boldsymbol{\omega}_{wg} = [p_{wg} \ q_{wg} \ r_{wg}]^T$ は風の対地角速度であり, 状態量 $x_{ug}$ ,  $x_{vg}$ ,  $x_{wg}$ ,  $x_{pg}$ ,  $x_{qg}$ および $x_{rg}$ を含む風外乱のモデルには, パラメータ $U_0$ ,  $b$ ,  $L_w$ ,  $T_u$ ,  $T_v$ ,  $T_w$ ,  $\sigma_u$ ,  $\sigma_v$ ,  $\sigma_w$ が含まれ, これらのパラメータは MIL 規格に基づいて決定した. なお, 以上の風外乱のモデルによって生成される風の範囲は, 約 $\pm 2.0$  m/sと $\pm 0.6$  rad/sである. さらに, QTW-UAV のアクチュエータは, 次のような 1 次の伝達関数による遅延が存在すると仮定する.

$$T_1 = (T_T s + 1)^{-1} T_{c1} \quad (6.5)$$

$$T_2 = (T_T s + 1)^{-1} T_{c2} \quad (6.6)$$

$$T_3 = (T_T s + 1)^{-1} T_{c3} \quad (6.7)$$

$$T_4 = (T_T s + 1)^{-1} T_{c4} \quad (6.8)$$

つまり, 第 5 章で解説した入力合成器によって生成されるプロペラ推力の指令値 $T_{c1}$ ,  $T_{c2}$ ,  $T_{c3}$ ,  $T_{c4}$ から実際のプロペラ推力 $T_1$ ,  $T_2$ ,  $T_3$ ,  $T_4$ には, プロペラによる推力の時定数 $T_T$ の遅延が生じる.

$$\delta_{f1} = (T_{\delta_f} s + 1)^{-1} \delta_{fc1} \quad (6.9)$$

$$\delta_{f2} = (T_{\delta_f} s + 1)^{-1} \delta_{fc2} \quad (6.10)$$

$$\delta_{f3} = (T_{\delta_f} s + 1)^{-1} \delta_{fc3} \quad (6.11)$$

$$\delta_{f4} = (T_{\delta_f} s + 1)^{-1} \delta_{fc4} \quad (6.12)$$

同様に第 5 章で解説した入力合成器によって生成されるフラップロン舵角の指令値 $\delta_{fc1}$ ,  $\delta_{fc2}$ ,  $\delta_{fc3}$ ,  $\delta_{fc4}$ から実際のフラップロン舵角 $\delta_{f1}$ ,  $\delta_{f2}$ ,  $\delta_{f3}$ ,  $\delta_{f4}$ の間には, 時定数 $T_{\delta_f}$ の遅延

が生じる.

$$\xi_1 = (T_\xi s + 1)^{-1} \xi_c \quad (6.13)$$

$$\xi_2 = (T_\xi s + 1)^{-1} \xi_c \quad (6.14)$$

最後にテイルト角にも時定数 $T_\xi$ の遅延が生じると定義した. これらアクチュエータの時定数は表 6.2 に設定した値を用いる. また, 各アクチュエータは, 表 6.3 に示される制約を有していると定義した. 数値シミュレーションで用いた QTW-UAV の非線形な運動方程式の空力係数 $C_{Lw1}$ ,  $C_{Lw2}$ ,  $C_{Dw1}$ ,  $C_{Dw2}$ ,  $C_{Lb}$ ,  $C_{Db}$ は風洞実験に算出した値を用い, その他の QTW-UAV の主要な緒元は表 6.4 にまとめる. 以上によって, 定義された QTW-UAV のモデルに対して, 本論文では2種類のシミュレーションを行った. まず, ある単一の目標値に対するステップ応答を確認し, 各制御器を用いた飛行制御器の外乱に対する影響を確認する. 次に, XY平面に描かれた任意の軌道に対して追従制御器を行い, 外乱影響での目標追従性能を確認する.

表 6.1 数値シミュレーションで比較する制御システムの構成

	Proposed system	Conventional system 1	Conventional system 2
Observer	Disturbance Accommodation Control (DAC)		
Translational Controller	Extended model predictive controller	$\mu$ -synthesis based controller	H-infinity controller
Rotational Controller	Extended model predictive controller	two-degree-of-freedom $\mu$ -synthesis based controller	H-infinity controller

表 6.2 アクチュエータの時定数

Parameter	Value
$T_T$ [s]	$2.5 \times 10^{-2}$
$T_{\delta_f}$ [s]	$5.0 \times 10^{-2}$
$T_\xi$ [s]	$2.0 \times 10^{-1}$

表 6.3 アクチュエータの制約

Variable	Range
Propeller thrust $T_1$ [N]	$0 \leq T_1 \leq 2$
Propeller thrust $T_2$ [N]	$0 \leq T_2 \leq 2$
Propeller thrust $T_3$ [N]	$0 \leq T_3 \leq 2$
Propeller thrust $T_4$ [N]	$0 \leq T_4 \leq 2$
Flaperon angle $\delta_{f1}$ [rad]	$-2\pi/9 \leq \delta_{f1} \leq 2\pi/9$
Flaperon angle $\delta_{f2}$ [rad]	$-2\pi/9 \leq \delta_{f2} \leq 2\pi/9$
Flaperon angle $\delta_{f3}$ [rad]	$-2\pi/9 \leq \delta_{f3} \leq 2\pi/9$
Flaperon angle $\delta_{f4}$ [rad]	$-2\pi/9 \leq \delta_{f4} \leq 2\pi/9$
Tilt angle $\xi_1$ [rad]	$0 \leq \xi_1 \leq \pi/2$
Tilt angle $\xi_2$ [rad]	$0 \leq \xi_2 \leq \pi/2$

表 6.4 QTW-UAV のパラメータ

Parameter	Range
$g$ [m/s <sup>2</sup> ]	9.81
$\rho$ [kg/m <sup>3</sup> ]	1.29
$S_{w1}$ [m <sup>2</sup> ]	$1.40 \times 10^{-1}$
$S_{w2}$ [m <sup>2</sup> ]	$1.60 \times 10^{-1}$
$S_b$ [m <sup>2</sup> ]	$4.23 \times 10^{-3}$
$S_f$ [m <sup>2</sup> ]	$1.60 \times 10^{-2}$
$S_v$ [m <sup>2</sup> ]	0
$j_{xx}$ [kg · m <sup>2</sup> ]	$1.02 \times 10^{-2}$
$j_{yy}$ [kg · m <sup>2</sup> ]	$1.23 \times 10^{-2}$
$j_{zz}$ [kg · m <sup>2</sup> ]	$1.84 \times 10^{-2}$
$j_{xz}$ [kg · m <sup>2</sup> ]	$1.00 \times 10^{-3}$
$j_p$ [kg · m <sup>2</sup> ]	$3.20 \times 10^{-5}$
$l_{tx1}$ [m]	$2.00 \times 10^{-1}$
$l_{tx2}$ [m]	$2.00 \times 10^{-1}$
$l_{ty}$ [m]	$2.00 \times 10^{-1}$
$l_{wf}$ [m]	$6.00 \times 10^{-2}$
$d_p$ [m]	$1.27 \times 10^{-1}$
$k_p$	$2.90 \times 10^{-6}$
$b_p$	$1.10 \times 10^{-7}$
$C_{Df}$	$7.00 \times 10^{-1}$
$C_{Lv}$	0

## 6. 1 風外乱影響下における単一の目標地点に対する応答

本章では、表 6.5 に示す単一の目標値に対するそれぞれの制御器を用いた飛行制御システムの挙動を確認する。図 6.1 から図 6.4 はそれぞれの制御器を用いた飛行制御システムによる位置、速度、姿勢角、角速度の時間履歴を示している。すべての制御器は風外乱の影響下においても最終的に目標値に収束しているが、図 6.1 に示す通り、 $H_\infty$ 制御器を用いたシステムが $\mu$ 設計法や EMPC と比較して応答が遅いことがわかる。これは、 $H_\infty$ 制御理論では不確かさを乗法的変動と仮定しているため、制御器が保守的になっていることが原因と考えられる。実際に図 6.5 から図 6.7 に示されるプロペラ推力、フラップロン舵角、ティルト角の時間履歴を見ると、 $\mu$ 設計法と比較して非常に低く推移しており、制御器の保守性が窺える。 $\mu$ 設計法と EMPC を比較すると応答速度に大きな違いはないが、 $\mu$ 設計法ではオーバーシュートが発生する傾向が確認できる。このオーバーシュートは、重み関数の調整によって改善できる可能性があるが、 $H_\infty$ ノルムと過渡応答に明確な関係性がないことから、過渡応答の整形は非常に難しい。一方、EMPC はオーバーシュートが無く目標値に収束しており、かつ時間領域で応答を整形できるため、非常に調整が容易である。最後に、次式に示される3つの指標を用いて定量的な比較を行う。

$$ISE = \int e_i^2 dt \quad (6.15)$$

$$ITAE = \int t|e_i|dt \quad (6.16)$$

$$ITAE = \int |e_i|dt \quad (6.17)$$

式 (6.15) から (6.17) における $e_i(i = x, y, z, \Phi, \theta, \Psi)$ はそれぞれの状態量における目標値との誤差を示している。表 6.6 から表 6.8 にそれぞれの指標を用いた誤差の結果をまとめる。 $\mu$ 設計法と EMPC は誤差にほとんど大きな差は無く、 $H_\infty$ 制御器では追従の遅れから誤差が大きいことが確認できた。図 6.8 から図 6.13 は $H_\infty$ 制御器、 $\mu$ 設計法、EMPC をそれぞれ用いた飛行制御システムの並進方向における非線形項 $\mathbf{z}_{X1}$ 、DAC オブザーバによる推定値 $\hat{\mathbf{z}}_{X1}$ 、回転方向における非線形項 $\mathbf{z}_{E1}$ 、DAC オブザーバによる推定値 $\hat{\mathbf{z}}_{E1}$ の時間履歴時間履歴を示している。図 6.8 から図 6.13 を確認するとすべてのシステムにおいて DAC オブザーバは非線形項を良好に推定していることが確認できるが、非線形項の推定値は、真値に対して若干の時間遅れや推定誤差を含んでいることがわかる。それら推定誤差によって、線形化されたシステムにはインバージョンエラー（線形化誤差）が加わるが、すべてのシステムで QTW-UAV の位置と姿勢を安定して制御できていることがわかる。

表 6.5 数値シミュレーションで用いた初期値と目標値

Parameter	Value
Position $\mathbf{X}_0$ [m]	$[0 \ 0 \ 0]^T$
Velocity $\mathbf{v}_0$ [m/s]	$[0 \ 0 \ 0]^T$
Attitude $\mathbf{E}_0$ [rad]	$[0 \ 0 \ 0]^T$
Angular velocity $\boldsymbol{\omega}_0$ [rad/s]	$[0 \ 0 \ 0]^T$
Target position $\mathbf{X}_c$ [m]	$[10 \ 2.0 \ -3.0]^T$

表 6.6  $H_\infty$ 制御器を用いた飛行制御システムの誤差評価値

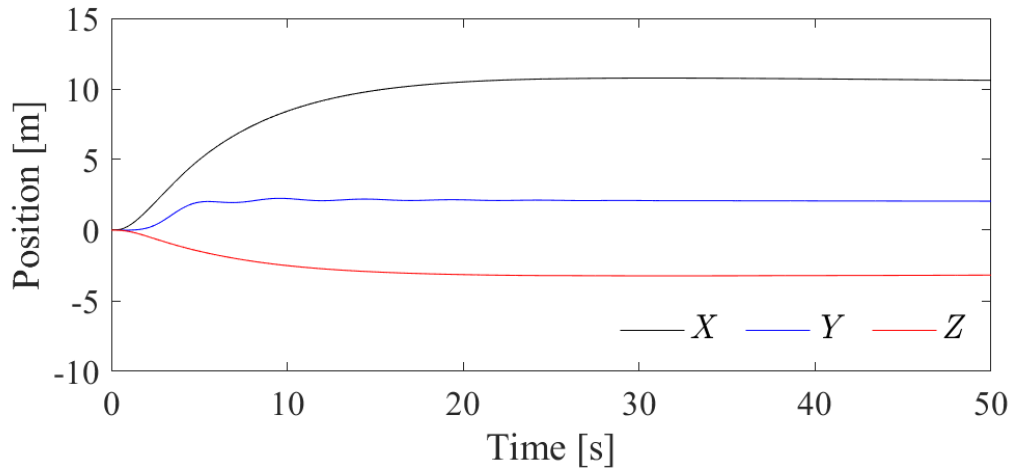
	<i>ISE</i>	<i>ITAE</i>	<i>ITAE</i>
$X$	$3.95 \times 10^2$	$9.95 \times 10^2$	$8.08 \times 10^1$
$Y$	$1.19 \times 10^1$	$1.22 \times 10^2$	$1.11 \times 10^1$
$Z$	$3.56 \times 10^1$	$3.01 \times 10^2$	$2.44 \times 10^1$
$\Phi$	$4.30 \times 10^1$	$1.62 \times 10^2$	$2.19 \times 10^1$
$\theta$	$3.52 \times 10^{-3}$	3.73	$2.22 \times 10^{-1}$
$\Psi$	$3.09 \times 10^{-2}$	$1.42 \times 10^1$	$7.69 \times 10^{-1}$

表 6.7  $\mu$ 設計法を用いた飛行制御システムの誤差評価値

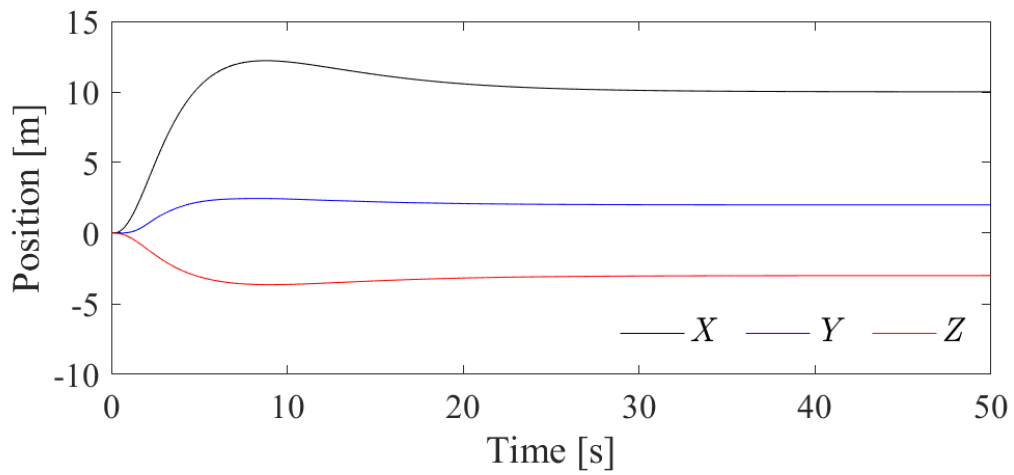
	<i>ISE</i>	<i>ITAE</i>	<i>ITAE</i>
$X$	$2.29 \times 10^2$	$3.81 \times 10^2$	$5.10 \times 10^1$
$Y$	9.68	$6.98 \times 10^1$	$1.01 \times 10^1$
$Z$	$2.02 \times 10^1$	$1.15 \times 10^2$	$1.52 \times 10^1$
$\Phi$	$6.93 \times 10^1$	$3.02 \times 10^1$	$1.32 \times 10^1$
$\theta$	$9.22 \times 10^{-3}$	2.13	$2.32 \times 10^{-1}$
$\Psi$	$1.70 \times 10^{-2}$	9.38	$5.47 \times 10^{-1}$

表 6.8 拡張モデル予測制御を用いた飛行制御システムの誤差評価値

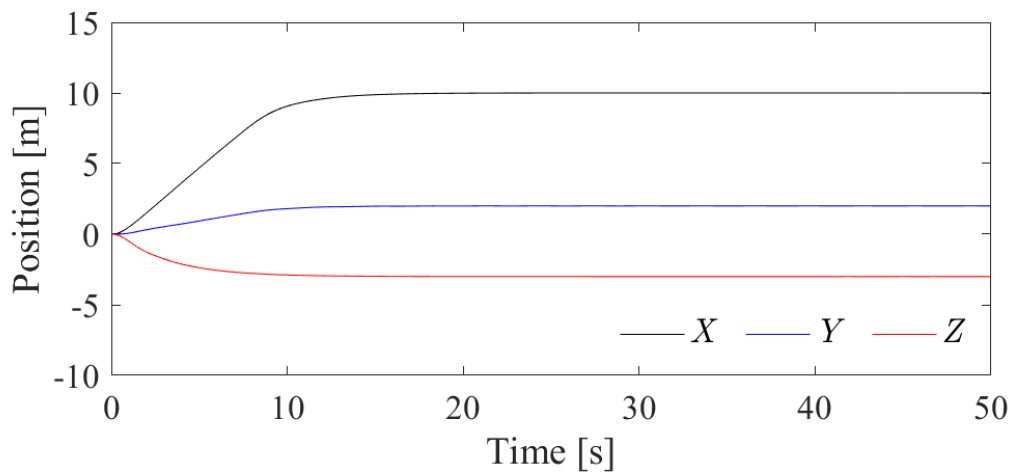
	<i>ISE</i>	<i>ITAE</i>	<i>ITAE</i>
$X$	$3.74 \times 10^2$	$2.15 \times 10^2$	$5.62 \times 10^1$
$Y$	$1.50 \times 10^1$	$4.37 \times 10^1$	$1.13 \times 10^1$
$Z$	$1.69 \times 10^1$	$2.95 \times 10^1$	$1.00 \times 10^1$
$\Phi$	$9.86 \times 10^{-1}$	$2.52 \times 10^1$	$2.50 \times 10^1$
$\theta$	$8.98 \times 10^{-3}$	3.19	$2.22 \times 10^{-1}$
$\Psi$	$2.83 \times 10^{-2}$	$1.29 \times 10^1$	$9.40 \times 10^{-1}$



(a)  $H_\infty$ 制御理論を用いた飛行制御システム

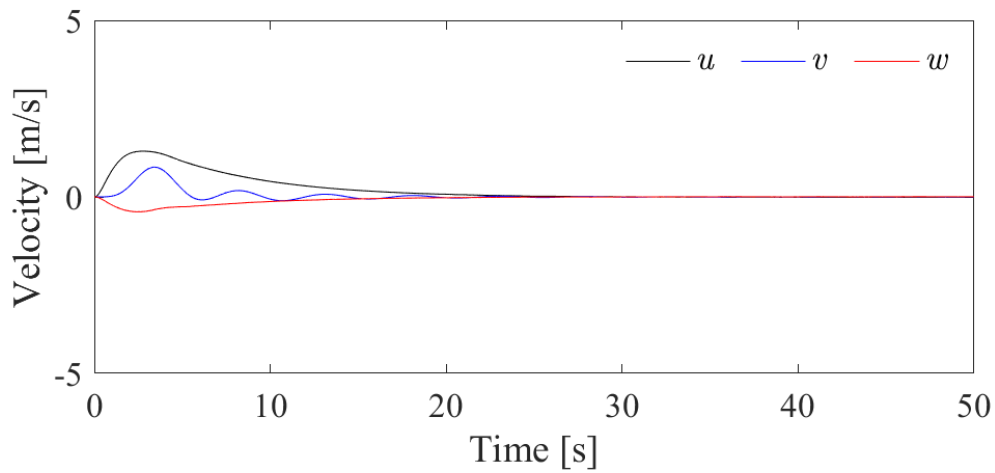


(b)  $\mu$ 設計法を用いた飛行制御システム

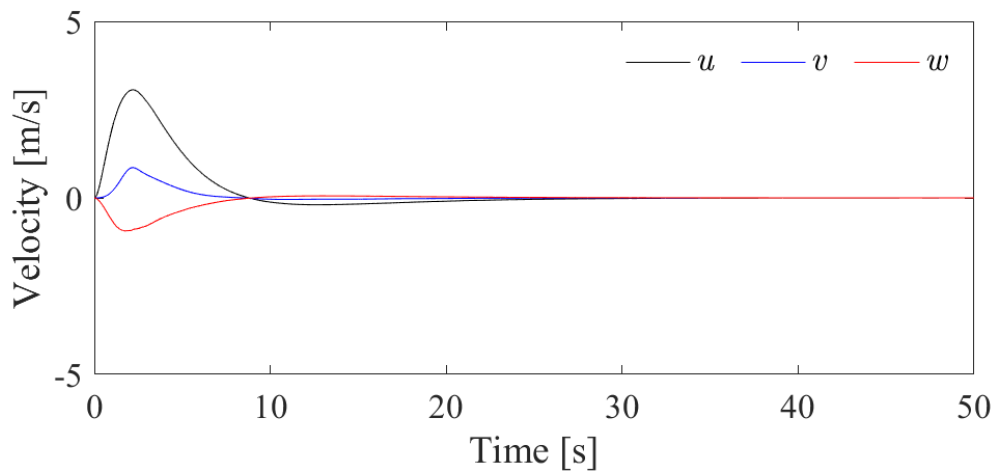


(c) 拡張モデル予測制御を用いた飛行制御システム

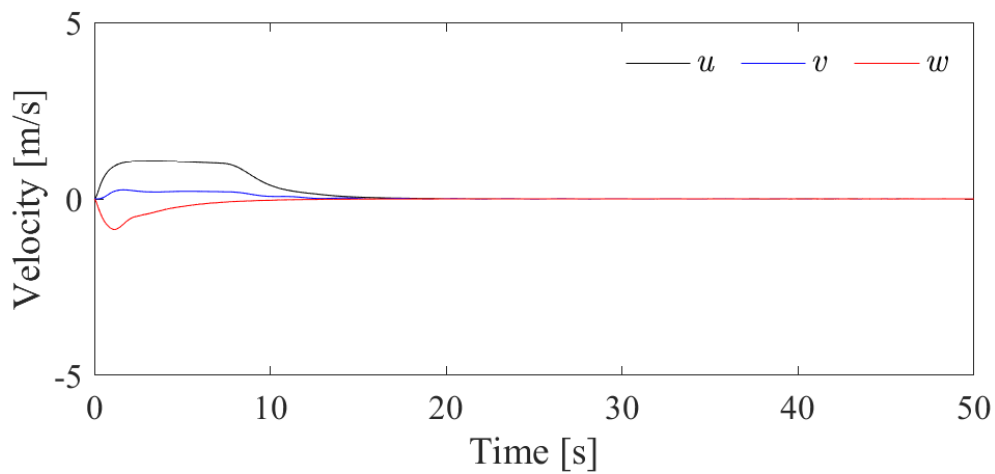
図 6.1 各飛行制御システムにおける位置の時間履歴



(a)  $H_\infty$ 制御理論を用いた飛行制御システム

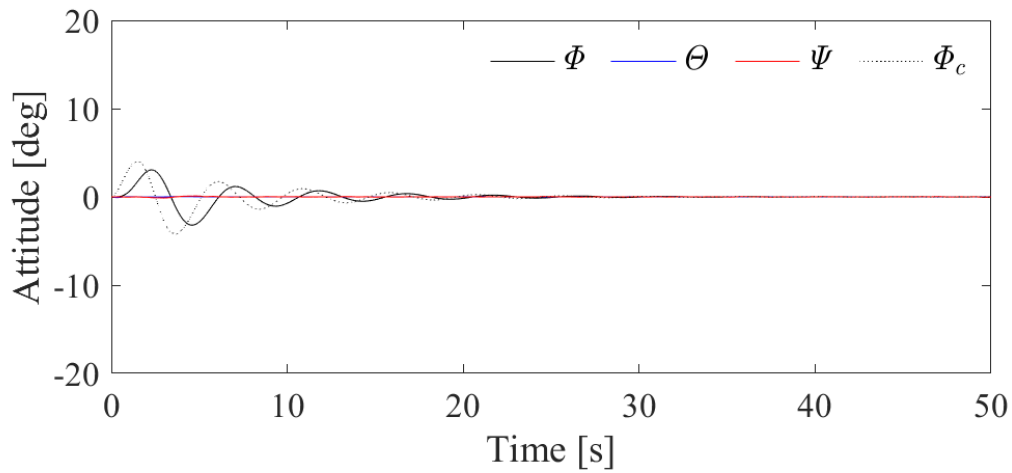


(b)  $\mu$ 設計法を用いた飛行制御システム

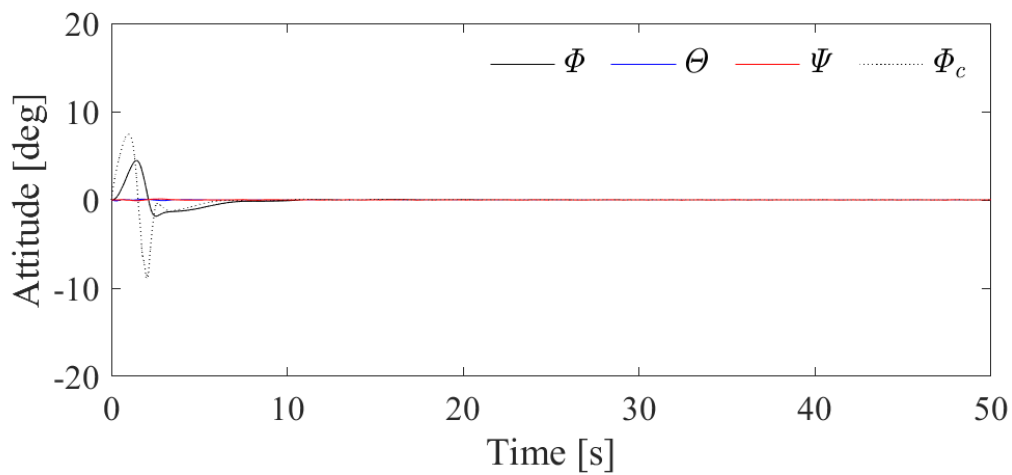


(c) 拡張モデル予測制御を用いた飛行制御システム

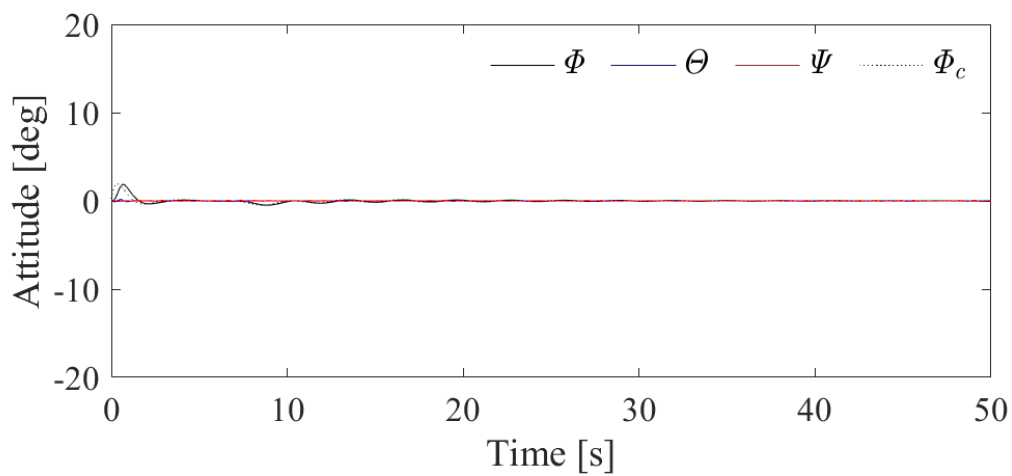
図 6.2 各飛行制御システムにおける速度の時間履歴



(a)  $H_\infty$ 制御理論を用いた飛行制御システム



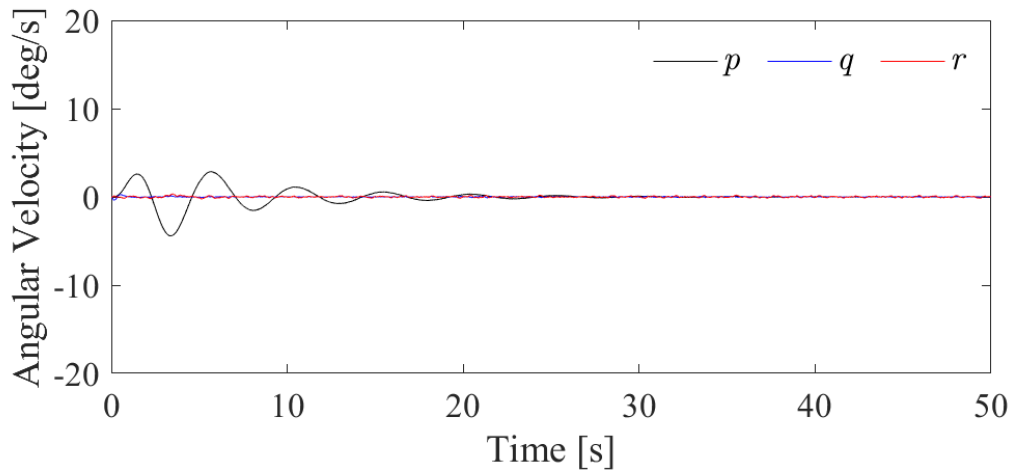
(b)  $\mu$ 設計法を用いた飛行制御システム



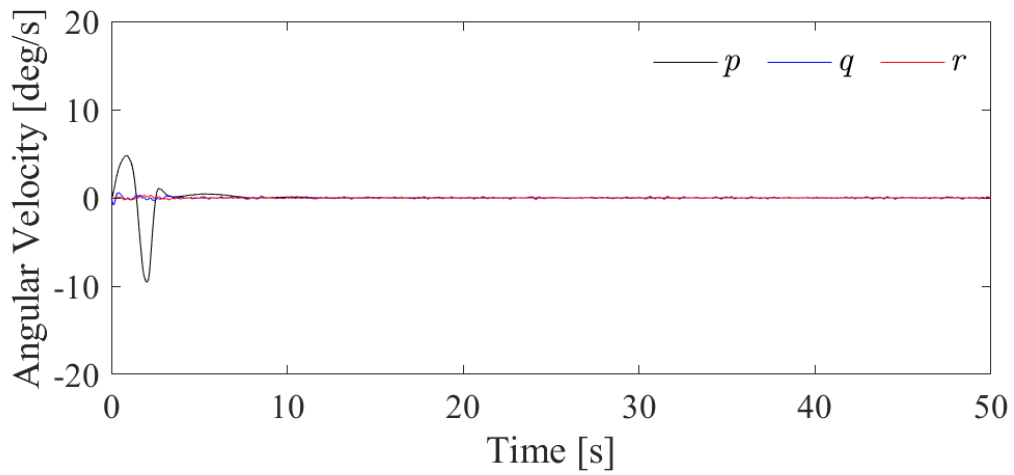
(c) 拡張モデル予測制御を用いた飛行制御システム

図 6.3 各飛行制御システムにおける姿勢角の時間履歴

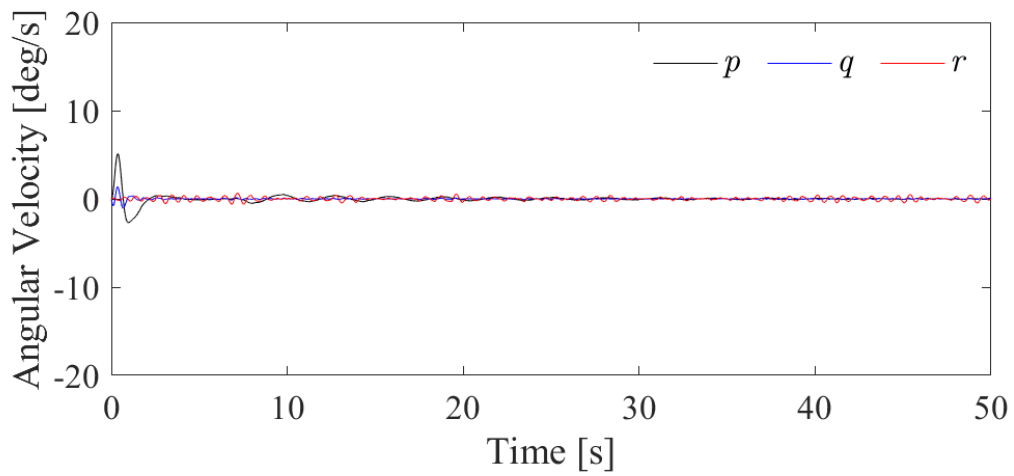




(a)  $H_\infty$ 制御理論を用いた飛行制御システム

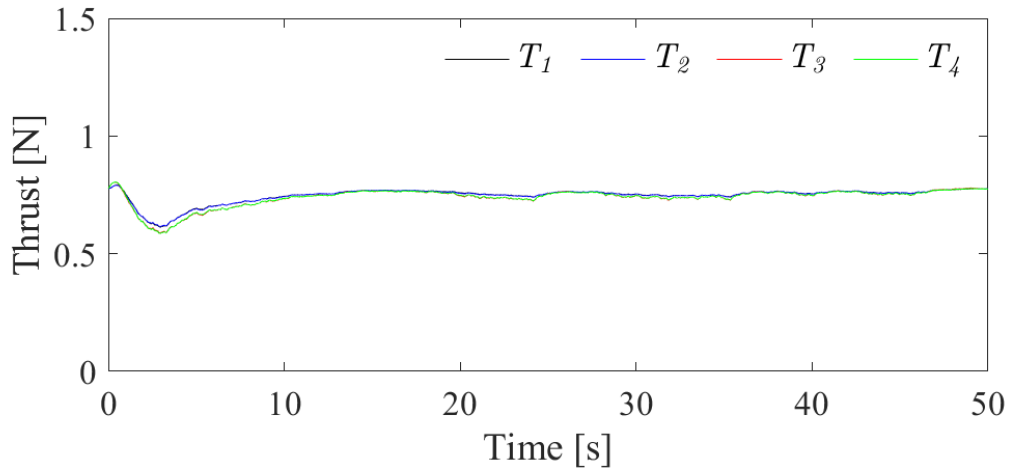


(b)  $\mu$ 設計法を用いた飛行制御システム

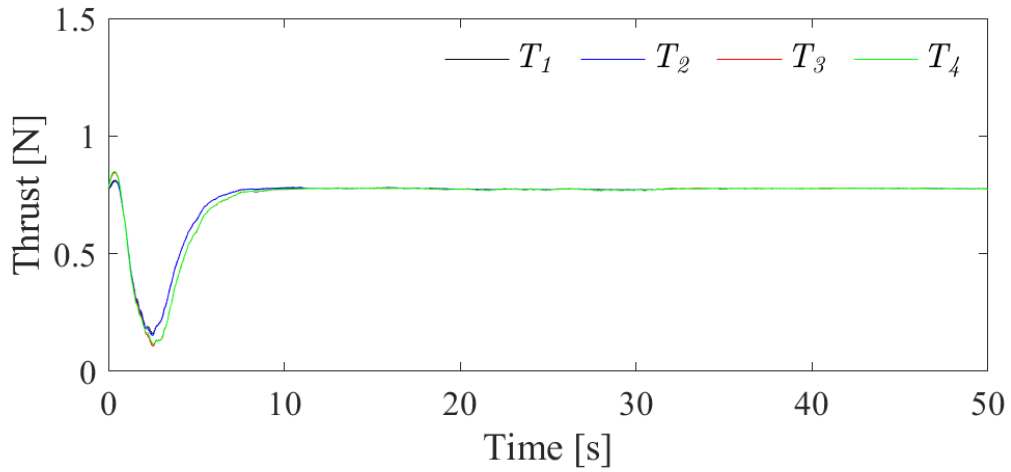


(c) 拡張モデル予測制御を用いた飛行制御システム

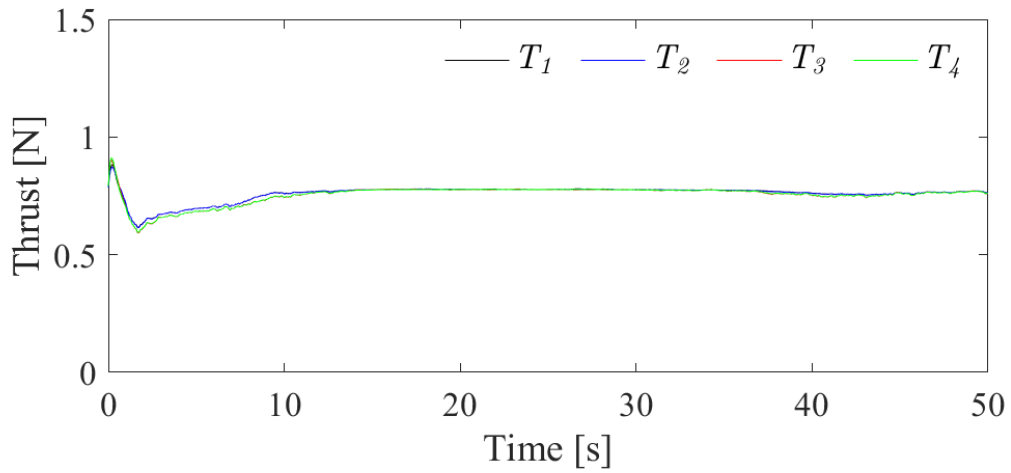
図 6.4 各飛行制御システムにおける角速度の時間履歴



(a)  $H_\infty$ 制御理論を用いた飛行制御システム

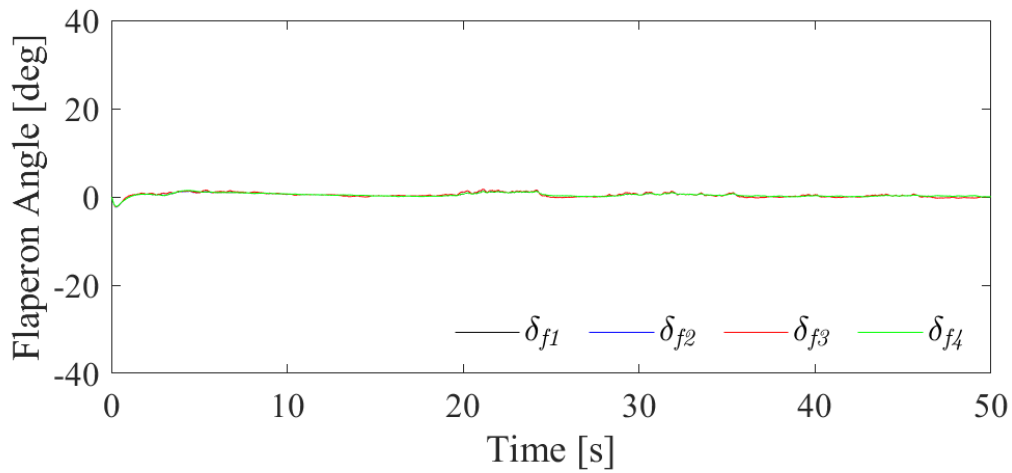


(b)  $\mu$ 設計法を用いた飛行制御システム

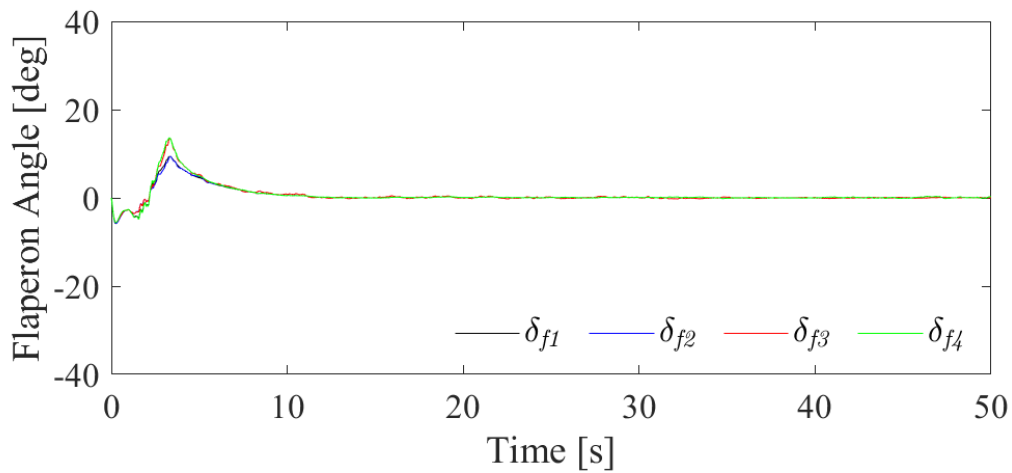


(c) 拡張モデル予測制御を用いた飛行制御システム

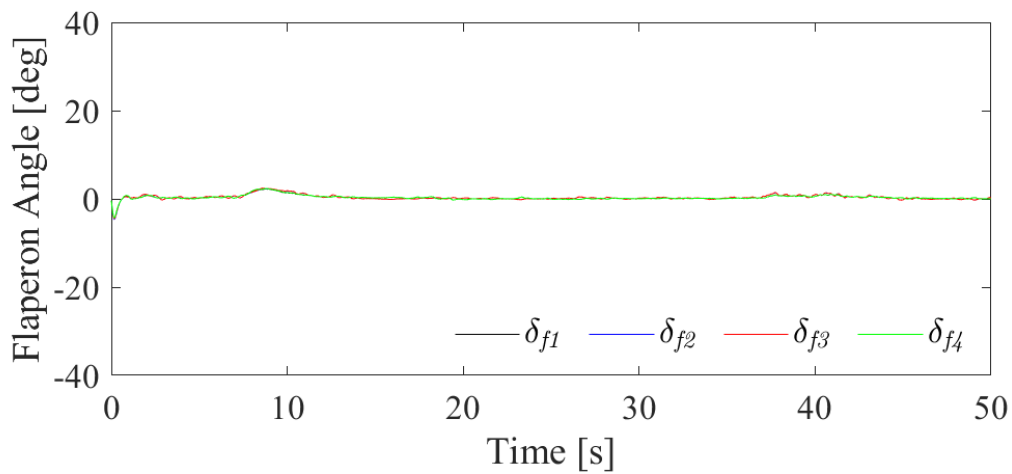
図 6.5 各飛行制御システムにおけるプロペラ推力の時間履歴



(a)  $H_\infty$ 制御理論を用いた飛行制御システム

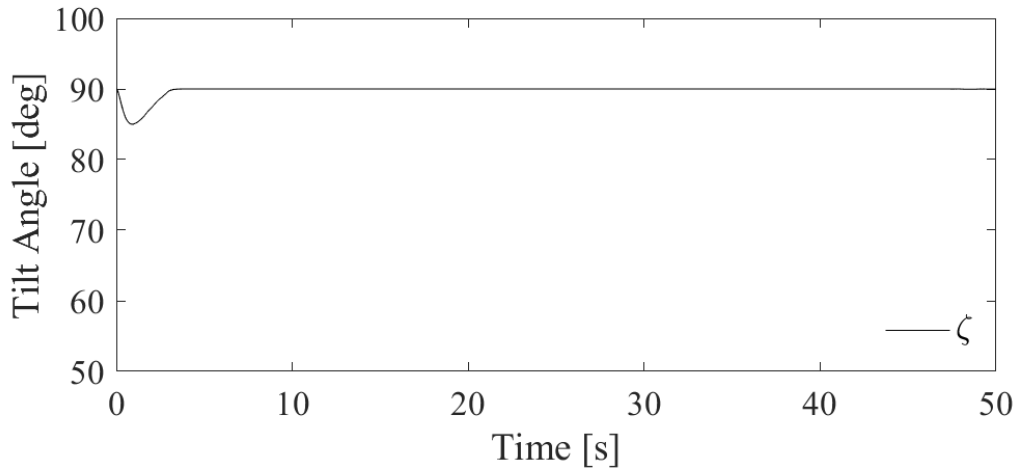


(b)  $\mu$ 設計法を用いた飛行制御システム

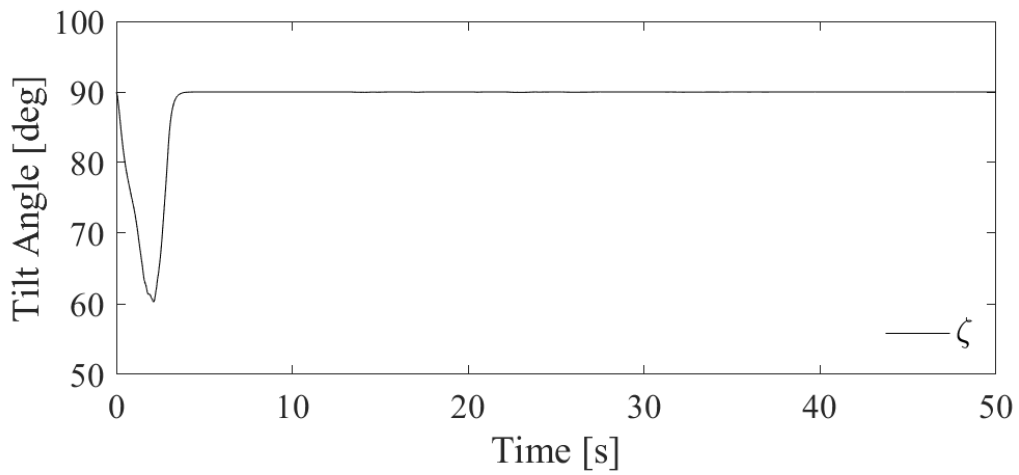


(c) 拡張モデル予測制御を用いた飛行制御システム

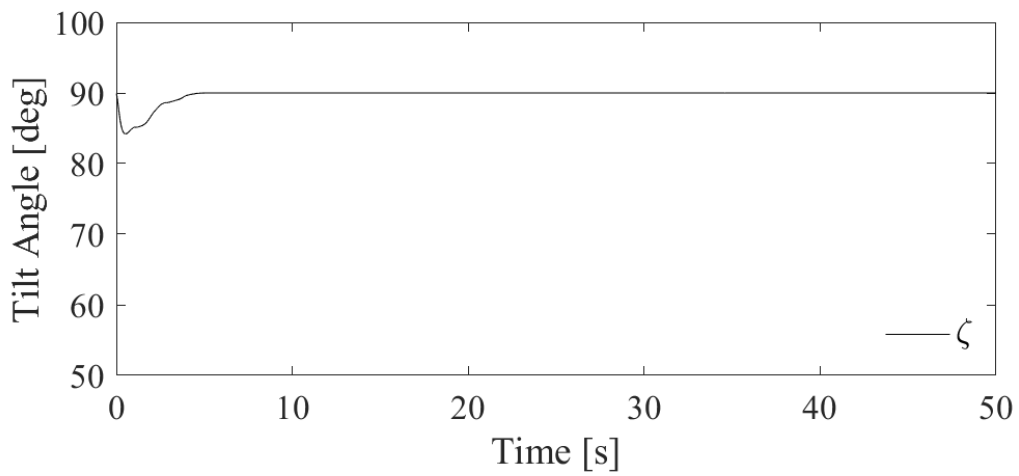
図 6.6 各飛行制御システムにおけるフラッペロン舵角の時間履歴



(a)  $H_\infty$ 制御理論を用いた飛行制御システム

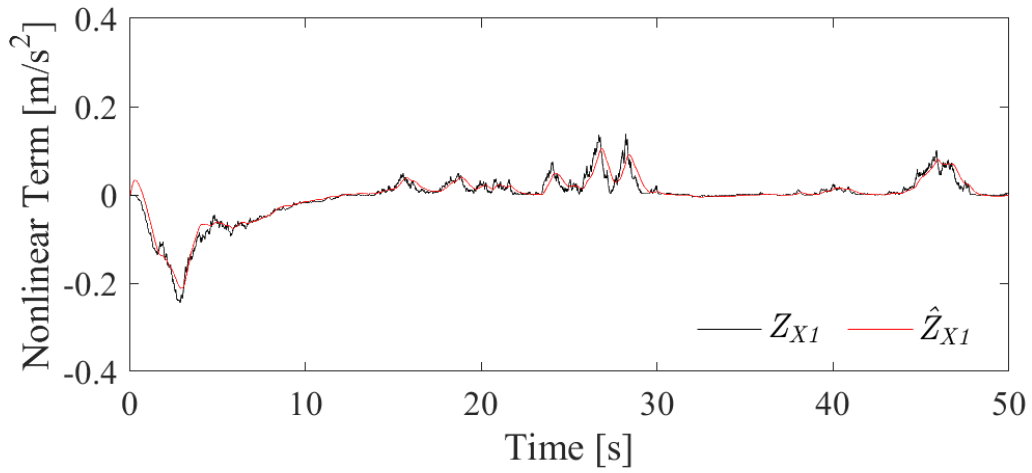


(b)  $\mu$ 設計法を用いた飛行制御システム

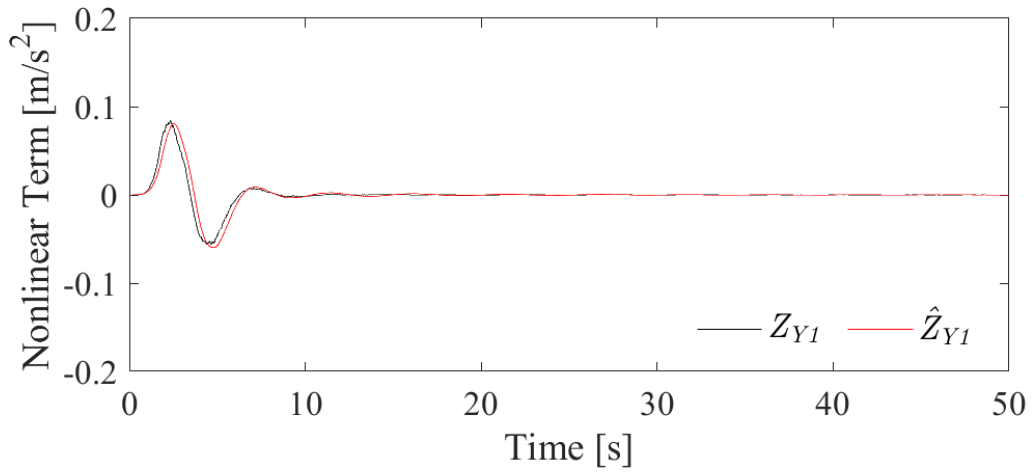


(c) 拡張モデル予測制御を用いた飛行制御システム

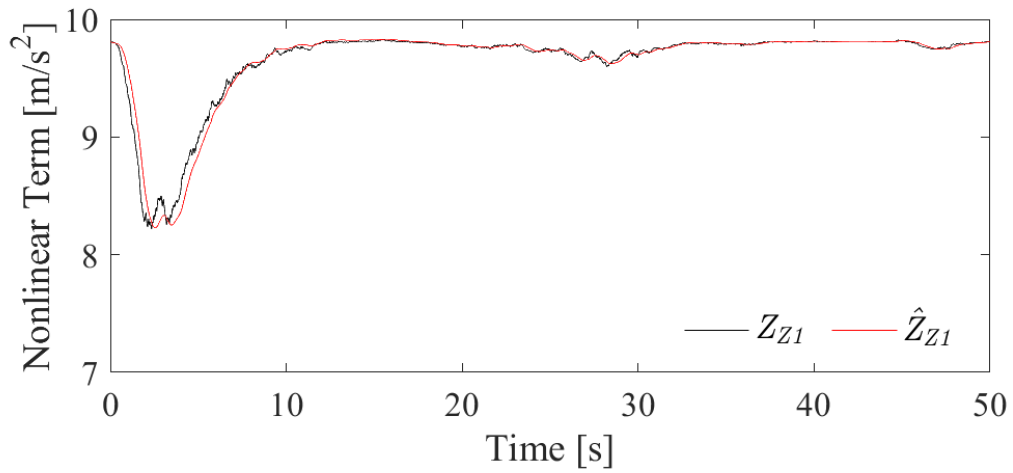
図 6.7 各飛行制御システムにおけるティルト角の時間履歴



(a) X軸方向の非線形項

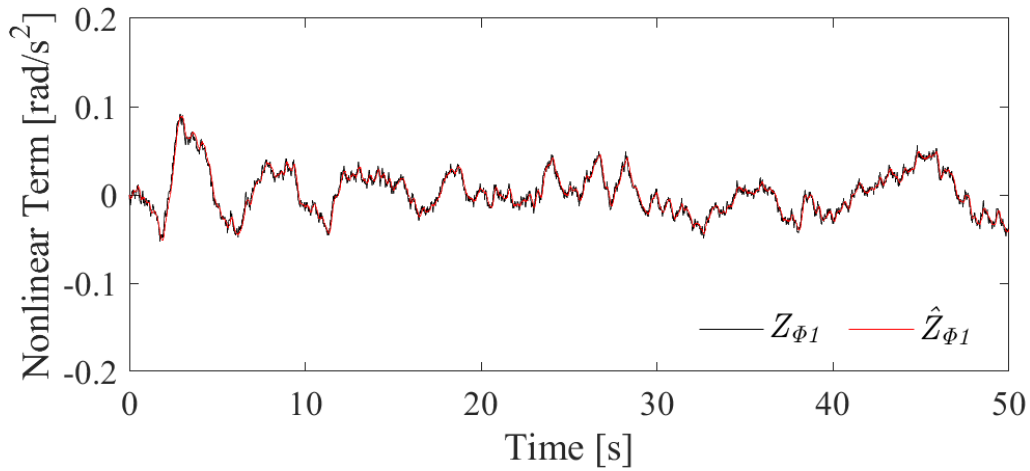


(b) Y軸方向の非線形項

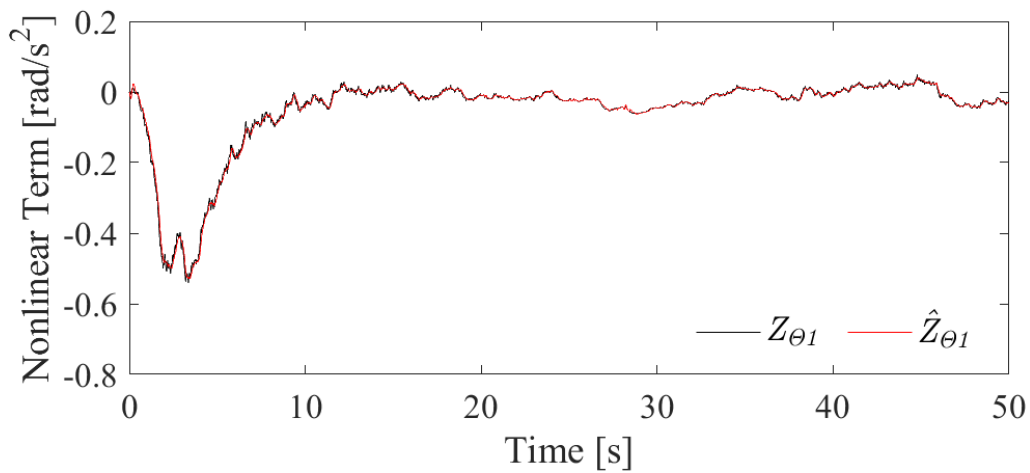


(c) Z軸方向の非線形項

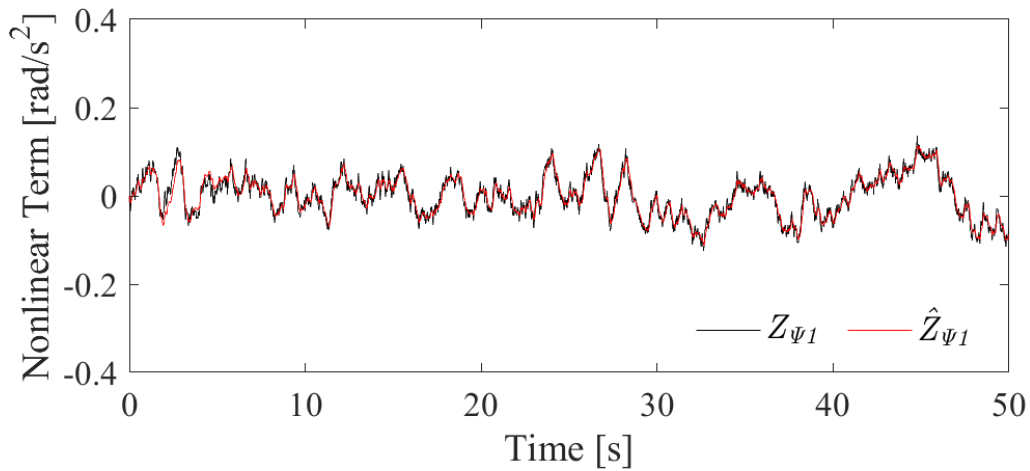
図 6.8  $H_\infty$ 制御理論を用いた飛行制御システムにおける非線形項 $\mathbf{z}_{X1}$ , 非線形項の推定値 $\hat{\mathbf{z}}_{X1}$ の時間履歴



(a)  $\phi$ 回転方向の非線形項

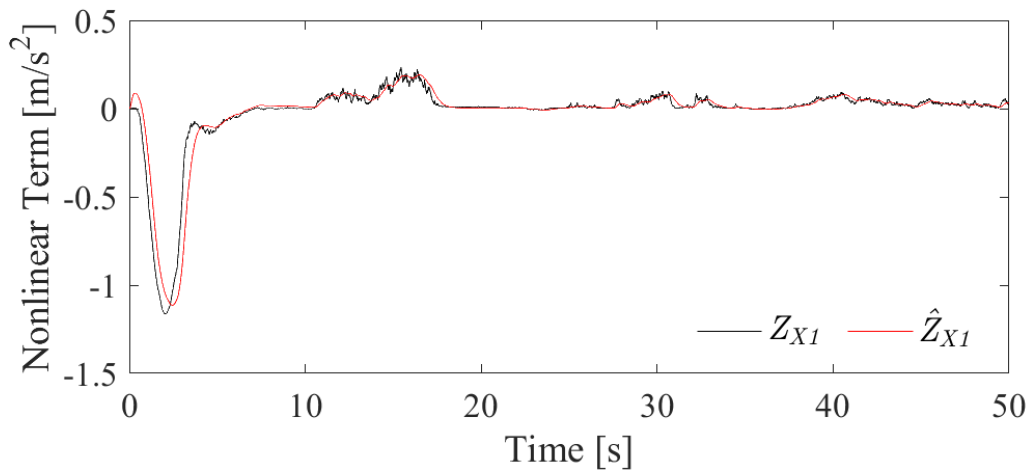


(b)  $\theta$ 回転方向の非線形項

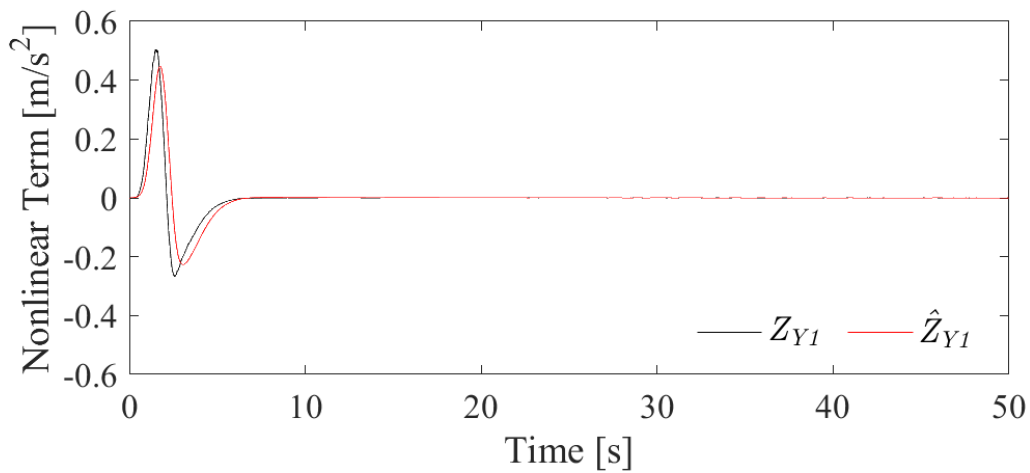


(c)  $\psi$ 回転方向の非線形項

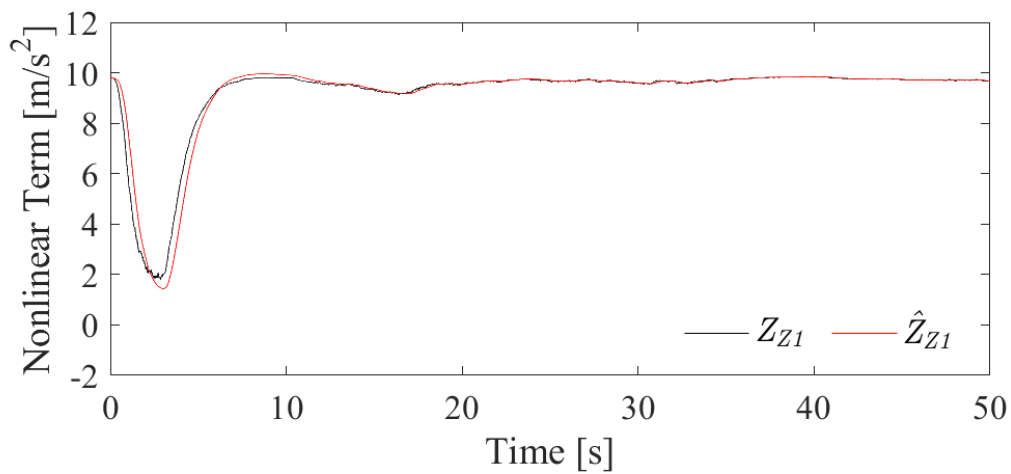
図 6.9  $H_\infty$ 制御理論を用いた飛行制御システムにおける非線形項 $\mathbf{Z}_{E1}$ , 非線形項の推定値 $\hat{\mathbf{Z}}_{E1}$ の時間履歴



(a) X軸方向の非線形項

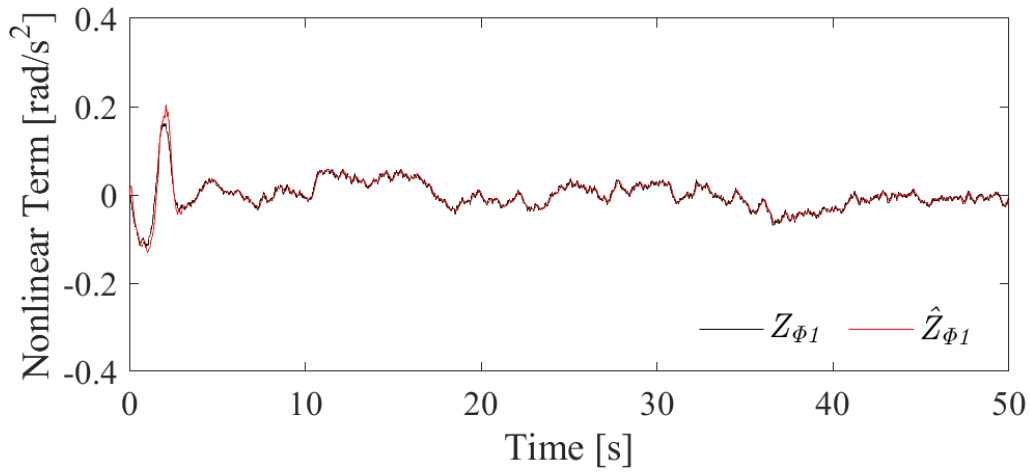


(b) Y軸方向の非線形項

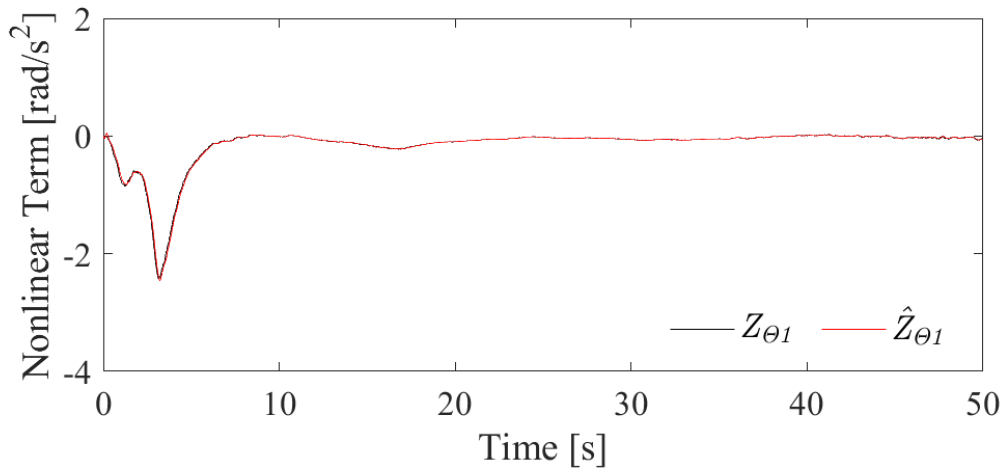


(c) Z軸方向の非線形項

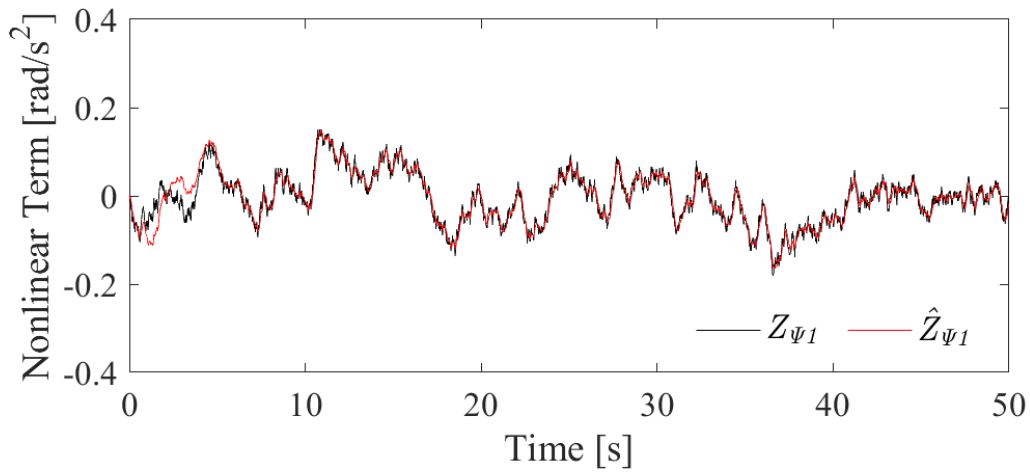
図 6.10  $\mu$ 設計法を用いた飛行制御システムにおける非線形項 $\mathbf{Z}_{X1}$ , 非線形項の推定値 $\hat{\mathbf{Z}}_{X1}$ の時間履歴



(a)  $\phi$ 回転方向の非線形項



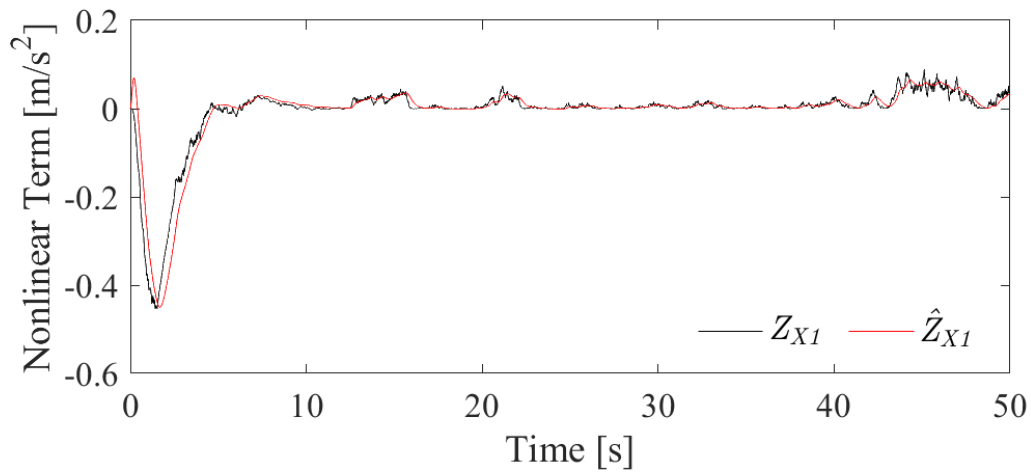
(b)  $\theta$ 回転方向の非線形項



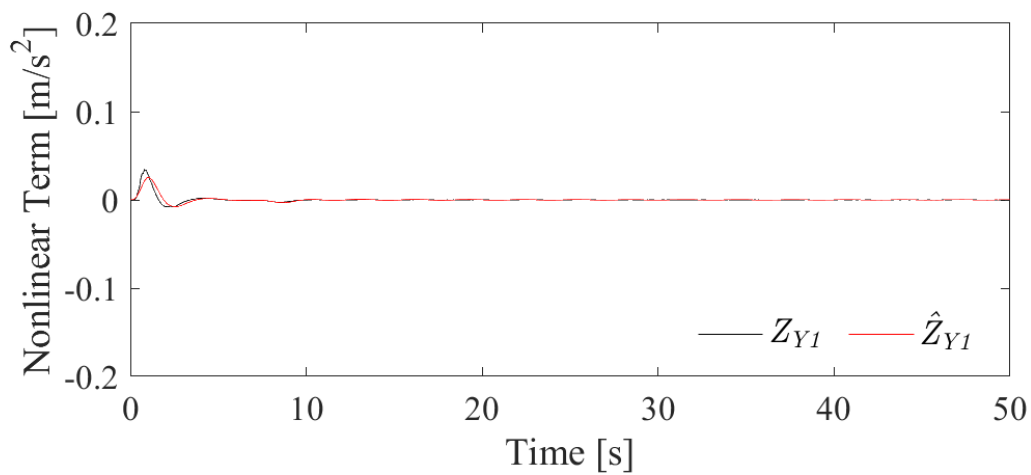
(c)  $\psi$ 回転方向の非線形項

図 6.11  $\mu$ 設計法を用いた飛行制御システムにおける非線形項 $\mathbf{Z}_{E1}$ , 非線形項の推定値 $\hat{\mathbf{Z}}_{E1}$ の時間履歴

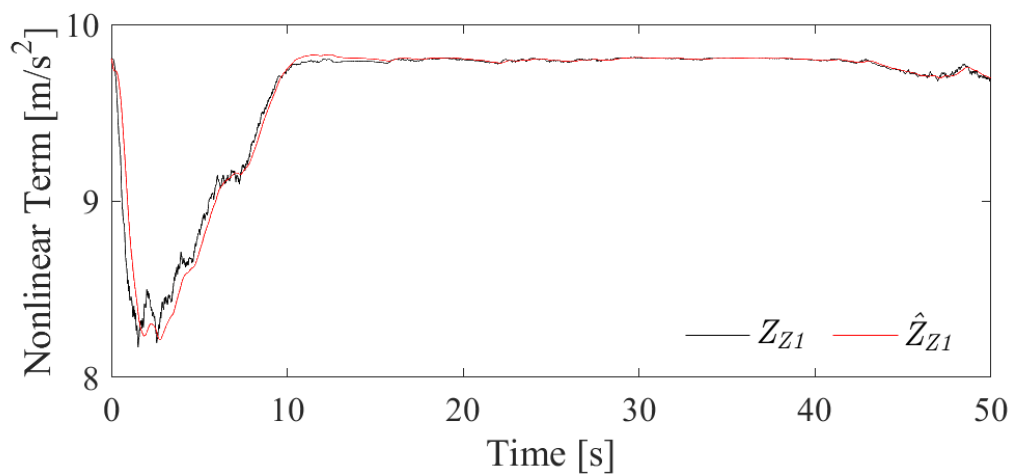




(a) X軸方向の非線形項

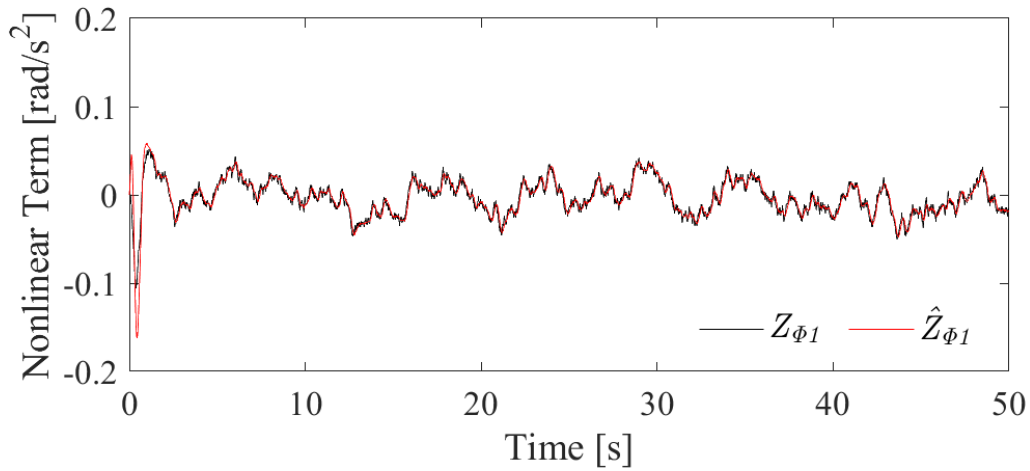


(b) Y軸方向の非線形項

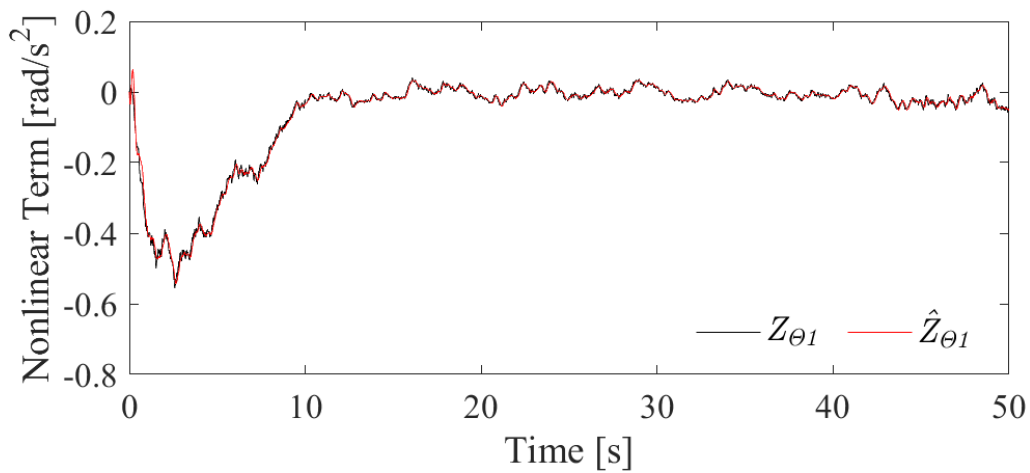


(c) Z軸方向の非線形項

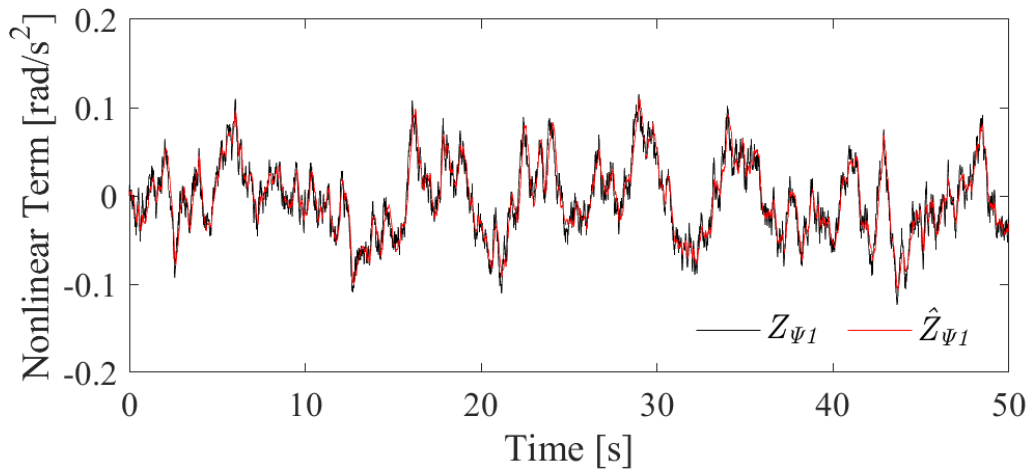
図 6.12 拡張モデル予測制御を用いた飛行制御システムにおける非線形項 $Z_{X1}$ , 非線形項の推定値 $\hat{Z}_{X1}$ の時間履歴



(a)  $\phi$ 回転方向の非線形項



(b)  $\theta$ 回転方向の非線形項



(c)  $\psi$ 回転方向の非線形項

図 6.13 拡張モデル予測制御を用いた飛行制御システムにおける非線形項 $\mathbf{Z}_{E1}$ 、非線形項の推定値 $\hat{\mathbf{Z}}_{E1}$ の時間履歴

## 6. 2 風外乱影響下における任意軌道に対する追従

本章では、目標高度-3mに固定しXY平面上に描かれた任意の軌道に対してそれぞれの制御器を用いた飛行制御システムの挙動を確認する。図 6.14 から図 6.16 はそれぞれの制御器を用いた飛行制御システムによる位置と高度の時間履歴を示している。 $H_{\infty}$ 制御器を用いたシステムでは、制御器の保守性が高く、追従が非常に遅いため、シミュレーション時間までに最終目標位置まで到達していない。 $\mu$ 設計法を用いたシステムでは、シミュレーション時間までに最終目標位置まで到達しているが、参照軌道に対するオーバーシュートが大きく表 6.10 に示すように目標値との誤差が大きい。一方、EMPC は参照軌道に対して良好な追従性を示しており、EMPC の追従性能の高さが確認できた。

表 6.9  $H_{\infty}$ 制御器を用いた飛行制御システムの誤差評価値

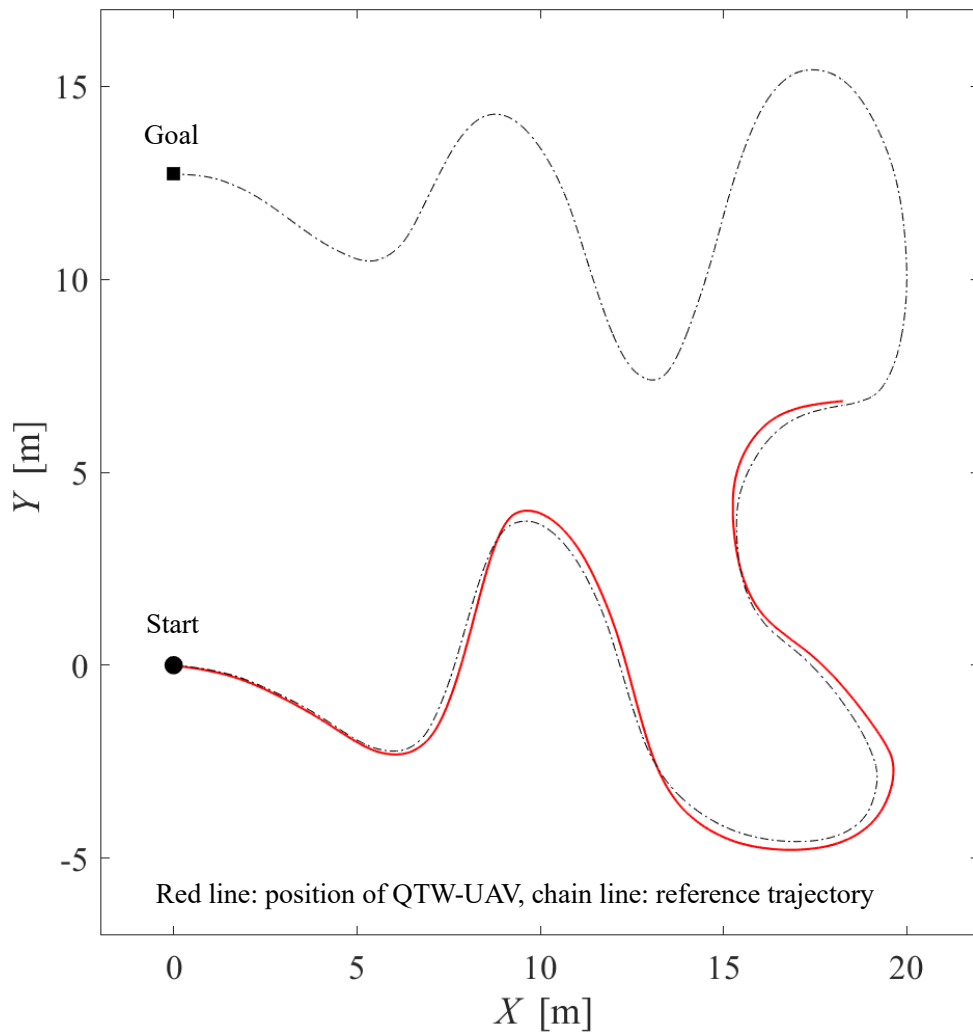
	<i>ISE</i>	<i>ITAE</i>	<i>ITAE</i>
<i>X</i>	$3.49 \times 10^4$	$4.01 \times 10^5$	$3.08 \times 10^3$
<i>Y</i>	$2.55 \times 10^4$	$6.97 \times 10^5$	$3.20 \times 10^3$
<i>Z</i>	$3.67 \times 10^1$	$1.48 \times 10^3$	$3.50 \times 10^1$
$\phi$	$6.32 \times 10^{-2}$	$1.05 \times 10^3$	4.25
$\theta$	$7.27 \times 10^{-3}$	$3.29 \times 10^2$	1.39
$\psi$	$3.63 \times 10^3$	$2.72 \times 10^5$	$1.08 \times 10^3$

表 6.10  $\mu$ 設計法を用いた飛行制御システムの誤差評価値

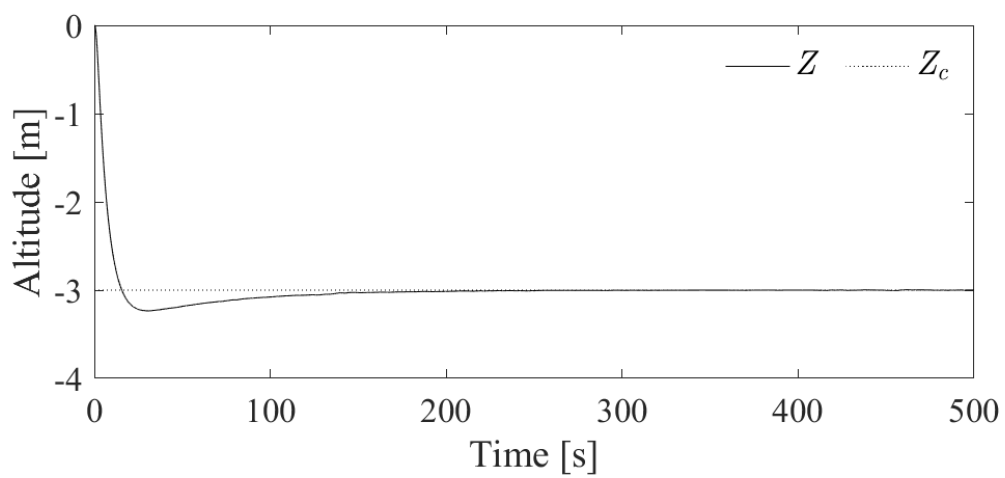
	<i>ISE</i>	<i>ITAE</i>	<i>ITAE</i>
<i>X</i>	$8.66 \times 10^4$	$1.39 \times 10^6$	$5.66 \times 10^3$
<i>Y</i>	$4.65 \times 10^4$	$6.15 \times 10^5$	$3.89 \times 10^3$
<i>Z</i>	$4.37 \times 10^1$	$6.83 \times 10^2$	$3.35 \times 10^1$
$\phi$	$2.13 \times 10^1$	$1.51 \times 10^4$	$5.98 \times 10^1$
$\theta$	$3.80 \times 10^{-3}$	$2.51 \times 10^2$	1.02
$\psi$	$7.68 \times 10^3$	$3.28 \times 10^3$	$1.28 \times 10^3$

表 6.11 拡張モデル予測制御を用いた飛行制御システムの誤差評価値

	<i>ISE</i>	<i>ITAE</i>	<i>ITAE</i>
<i>X</i>	$8.02 \times 10^4$	$1.18 \times 10^6$	$5.38 \times 10^3$
<i>Y</i>	$3.87 \times 10^4$	$4.52 \times 10^5$	$3.30 \times 10^3$
<i>Z</i>	$1.69 \times 10^1$	$4.84 \times 10^1$	$1.01 \times 10^1$
$\phi$	$1.12 \times 10^1$	$1.07 \times 10^4$	$4.10 \times 10^1$
$\theta$	$9.16 \times 10^{-3}$	$3.84 \times 10^2$	1.51
$\psi$	$8.84 \times 10^2$	$8.99 \times 10^3$	$4.03 \times 10^2$

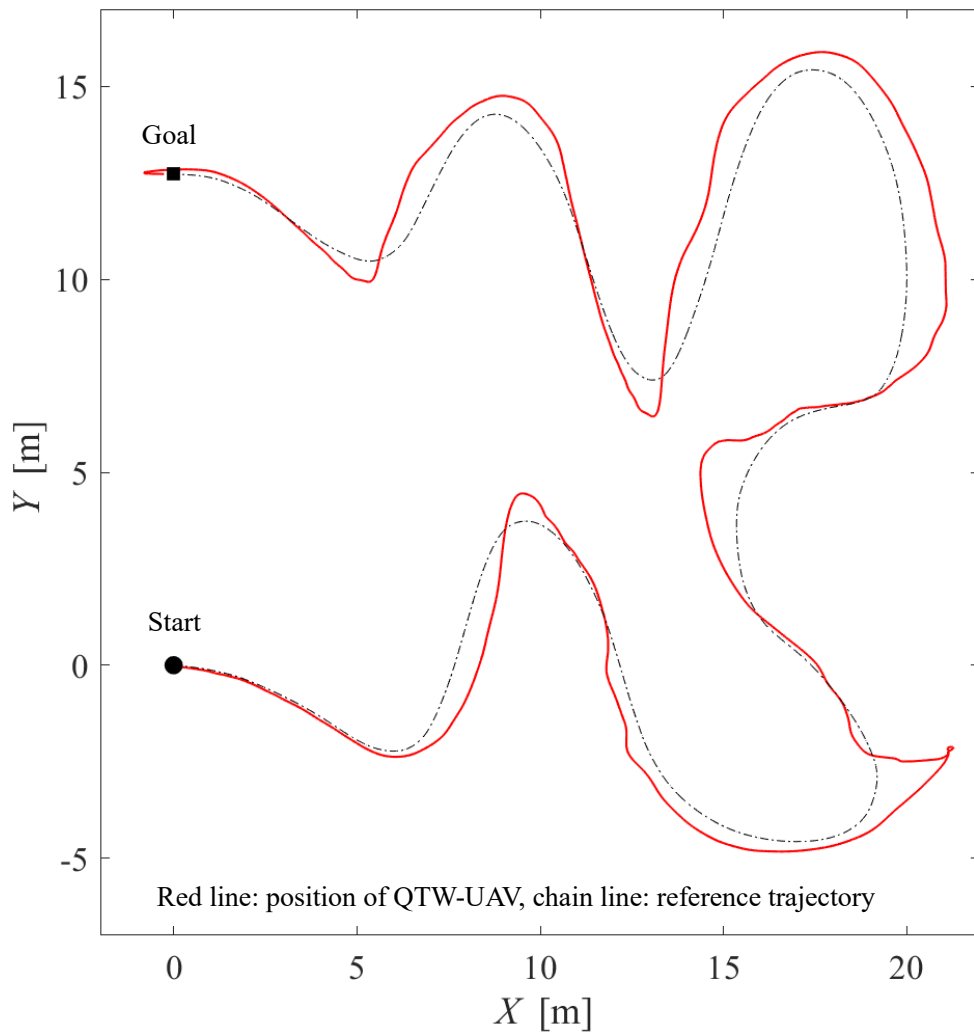


(a)  $XY$ 平面における軌道追従

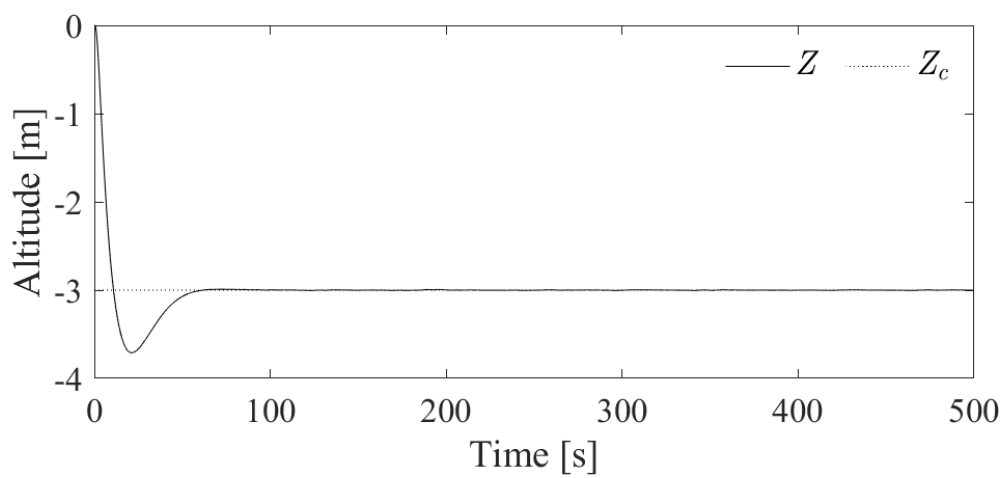


(b) 高度の時間履歴

図 6.14  $H_\infty$ 制御理論を用いた飛行制御システムの軌道追従

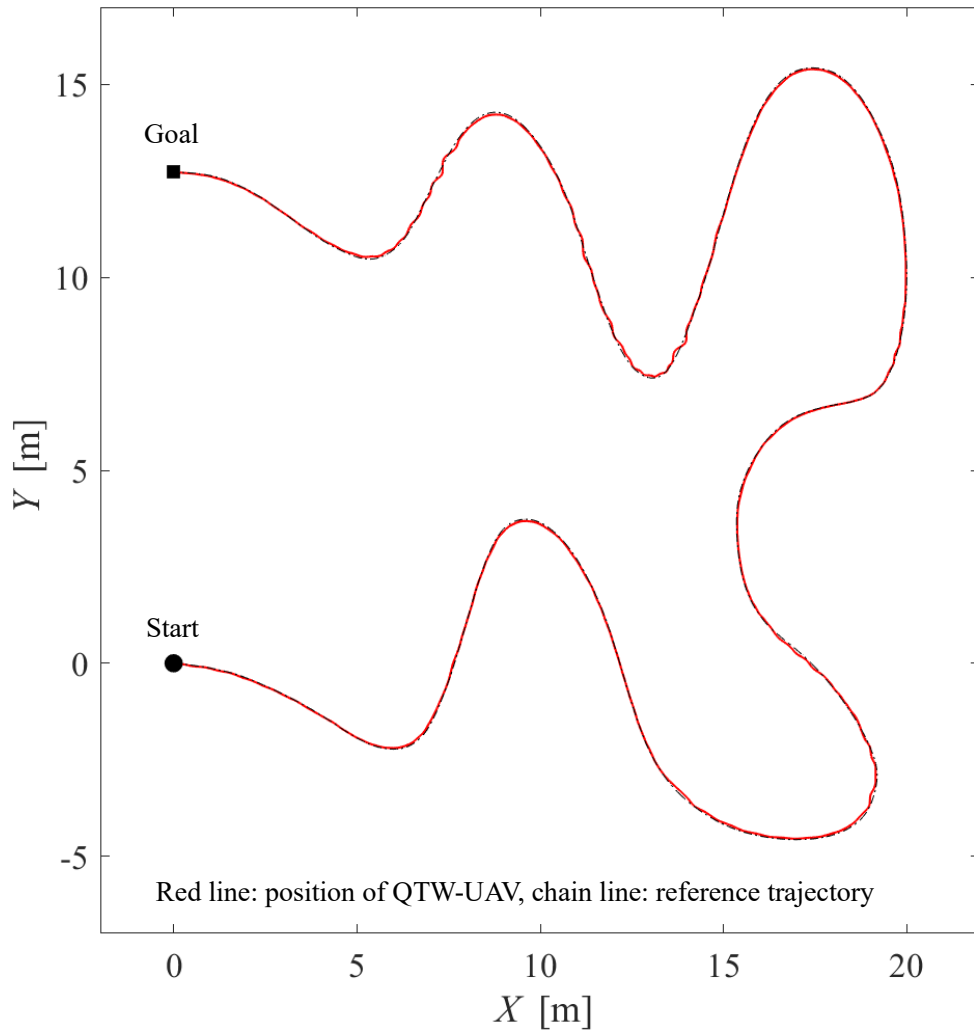


(a)  $XY$ 平面における軌道追従

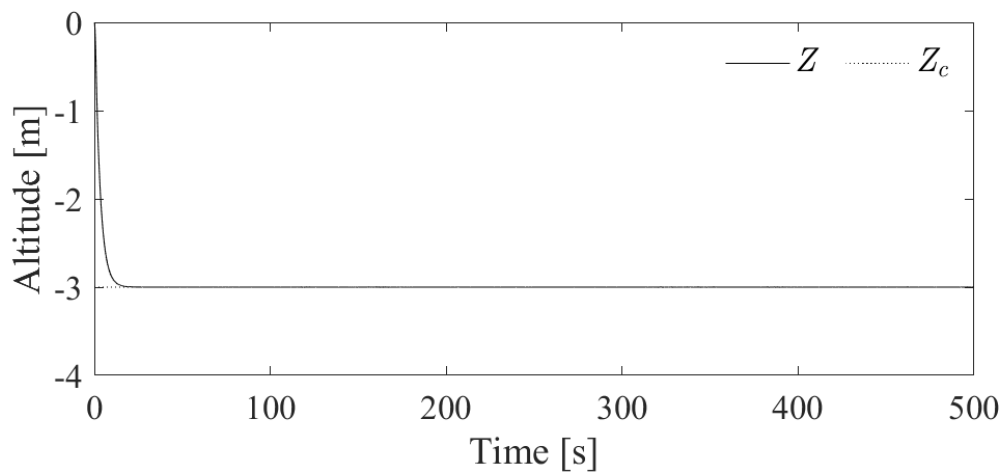


(b) 高度の時間履歴

図 6.15  $\mu$ 設計法を用いた飛行制御システムの軌道追従

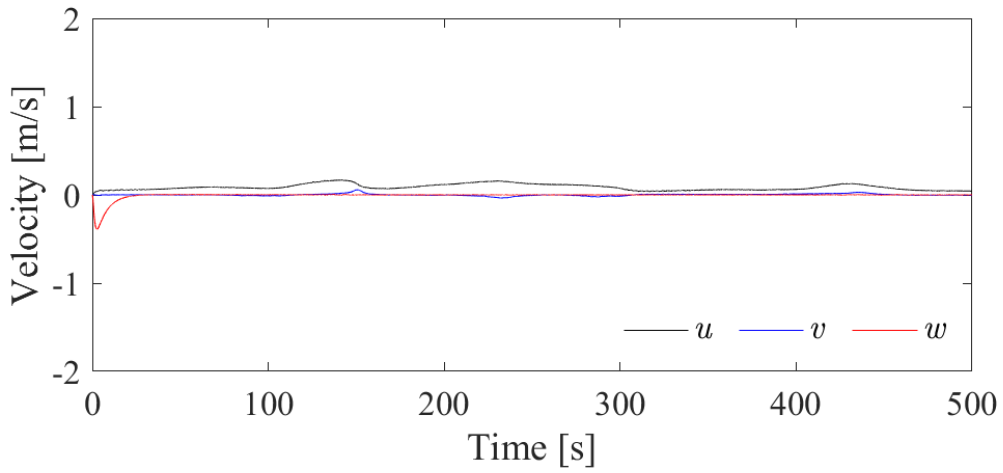


(a)  $XY$ 平面における軌道追従

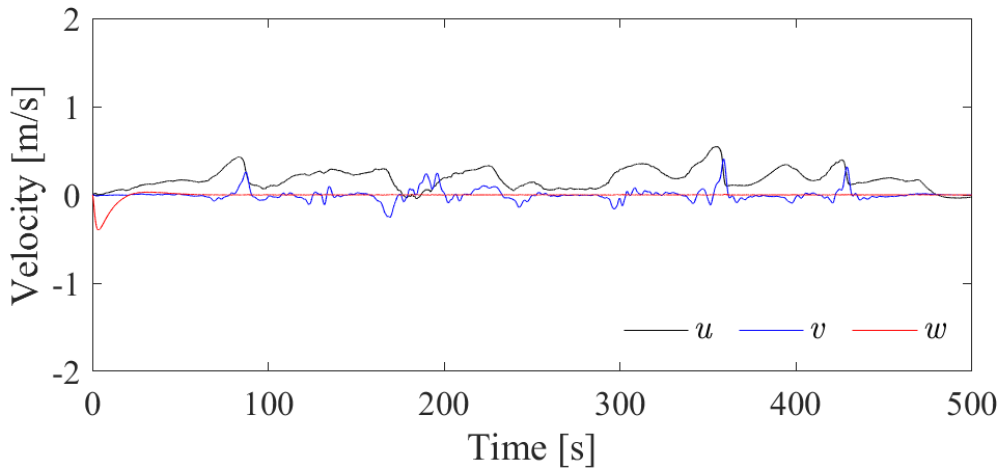


(b) 高度の時間履歴

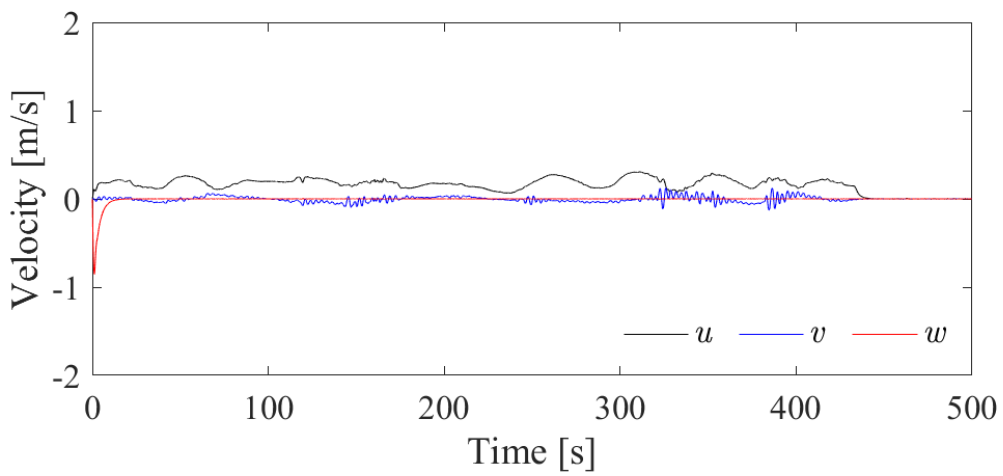
図 6.16 拡張モデル予測制御を用いた飛行制御システムの軌道追従



(a)  $H_\infty$ 制御理論を用いた飛行制御システム

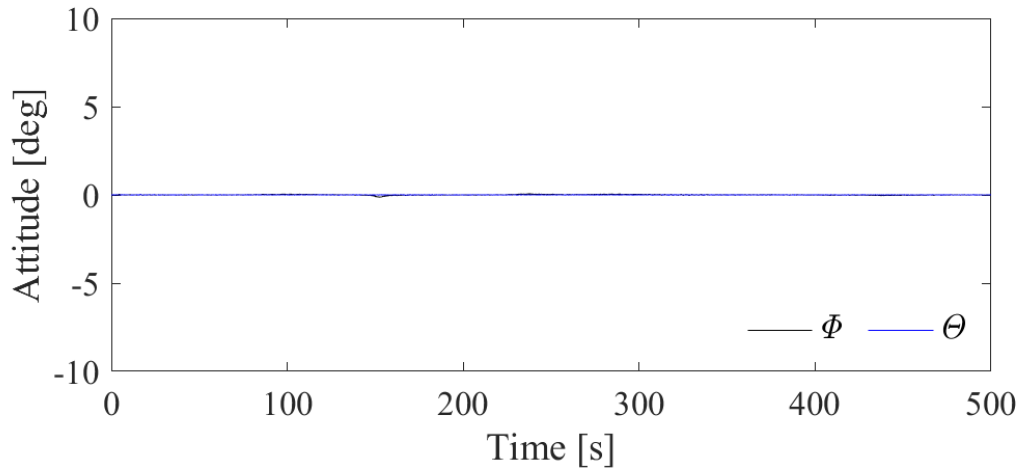


(b)  $\mu$ 設計法を用いた飛行制御システム

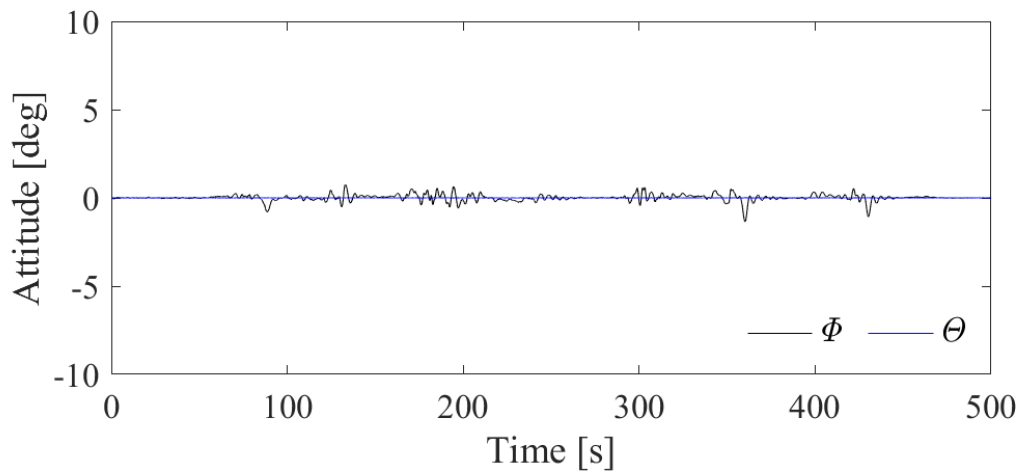


(c) 拡張モデル予測制御を用いた飛行制御システム

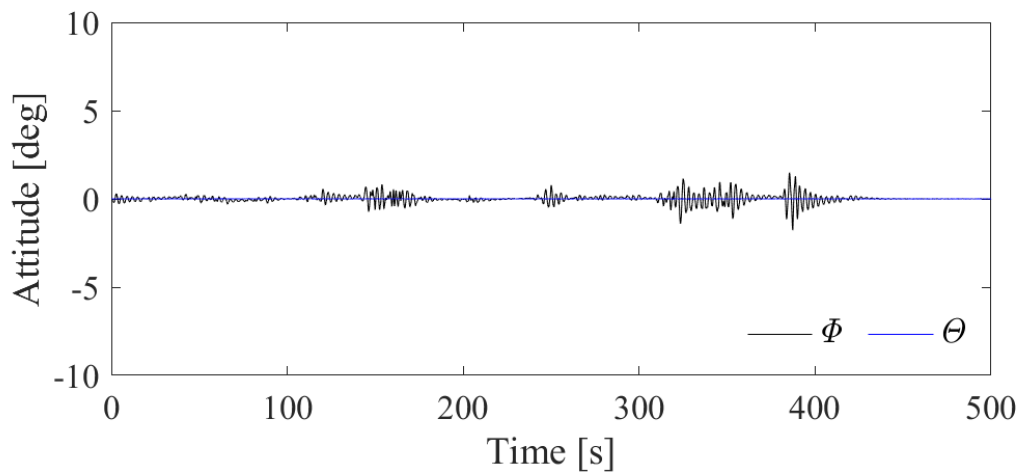
図 6.17 各飛行制御システムにおける速度の時間履歴



(a)  $H_\infty$ 制御理論を用いた飛行制御システム



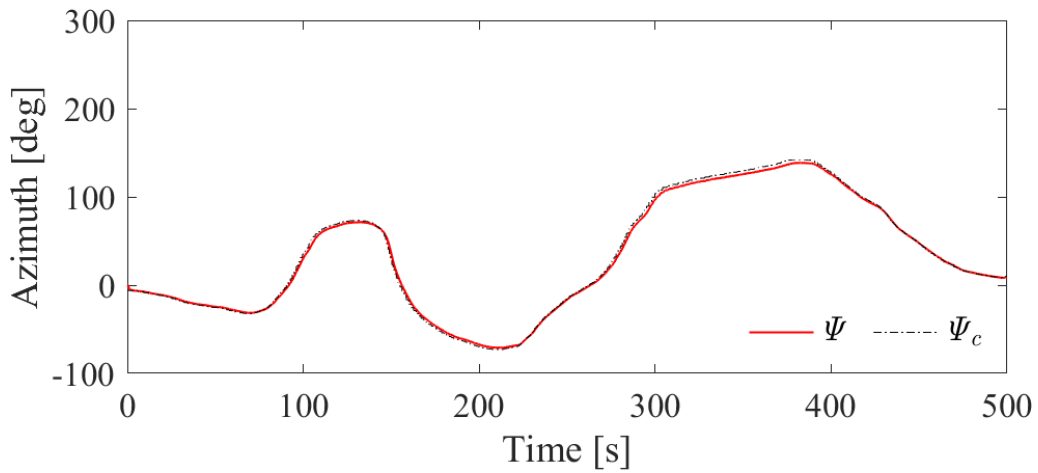
(b)  $\mu$ 設計法を用いた飛行制御システム



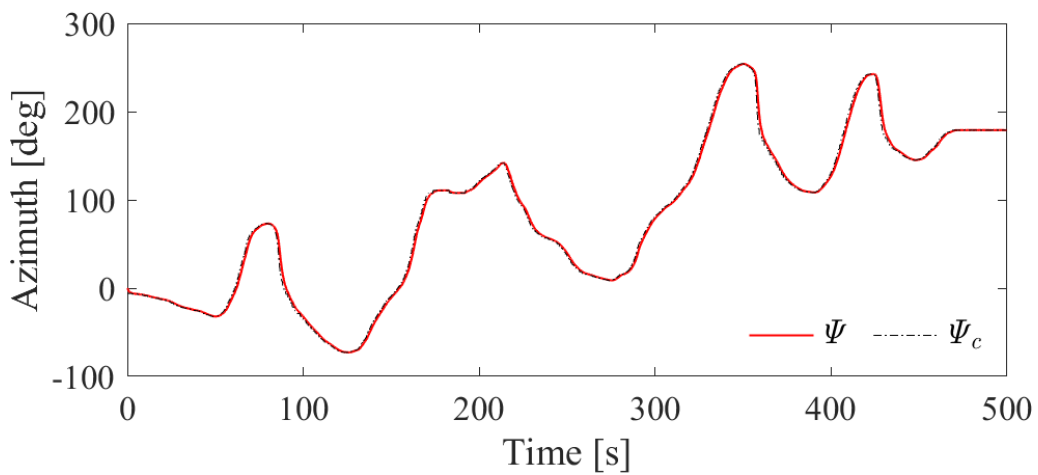
(c) 拡張モデル予測制御を用いた飛行制御システム

図 6.18 各飛行制御システムにおけるロール角 $\phi$ とピッチ角 $\theta$ の時間履歴

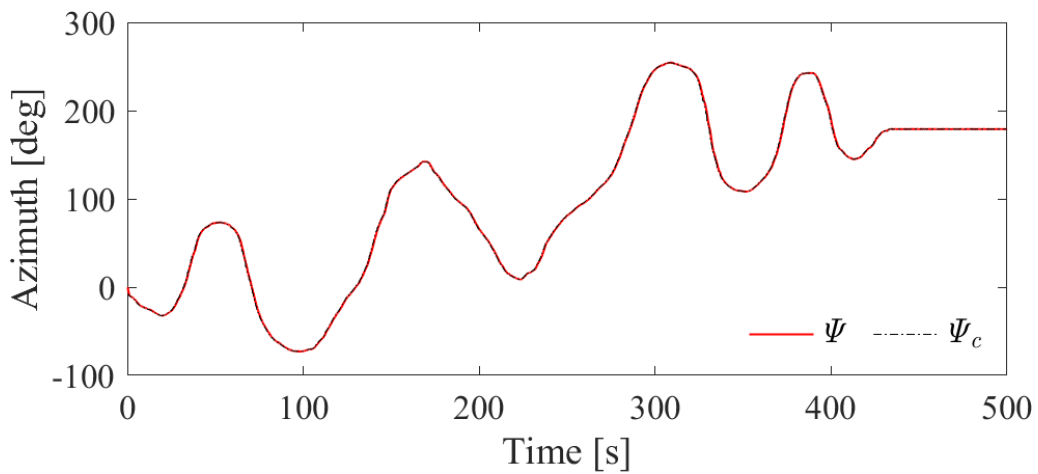




(a)  $H_\infty$ 制御理論を用いた飛行制御システム

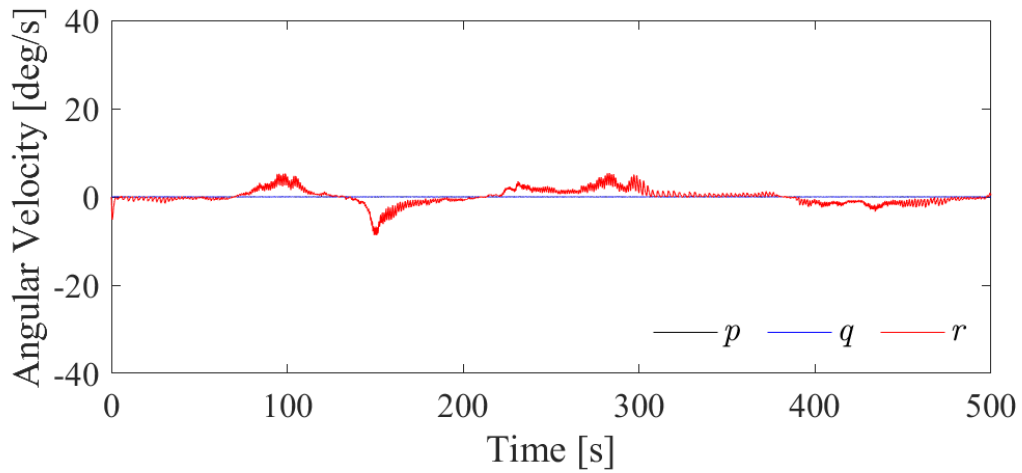


(b)  $\mu$ 設計法を用いた飛行制御システム

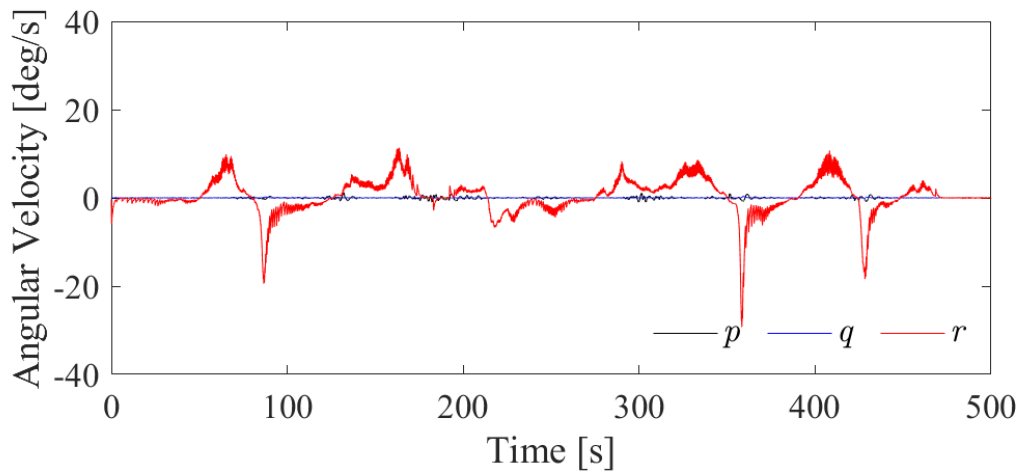


(c) 拡張モデル予測制御を用いた飛行制御システム

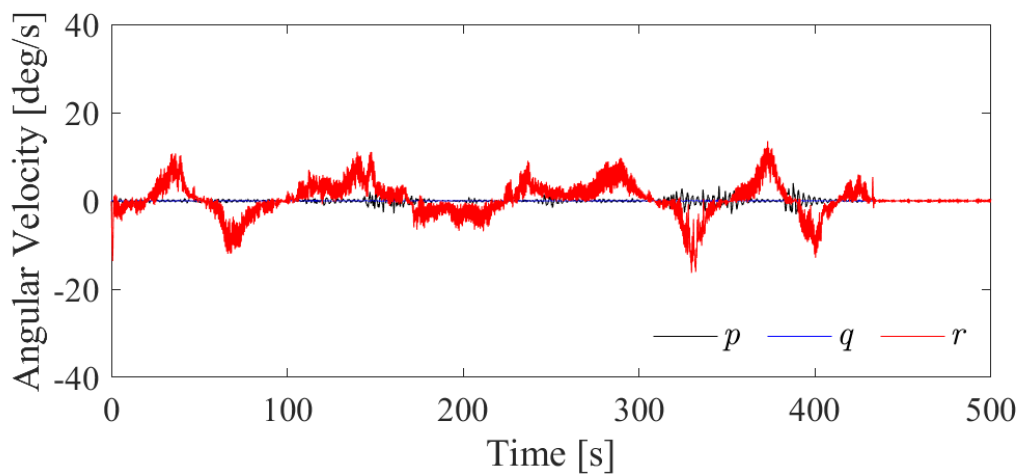
図 6.19 各飛行制御システムにおける方位角 $\Psi$ の時間履歴



(a)  $H_\infty$ 制御理論を用いた飛行制御システム

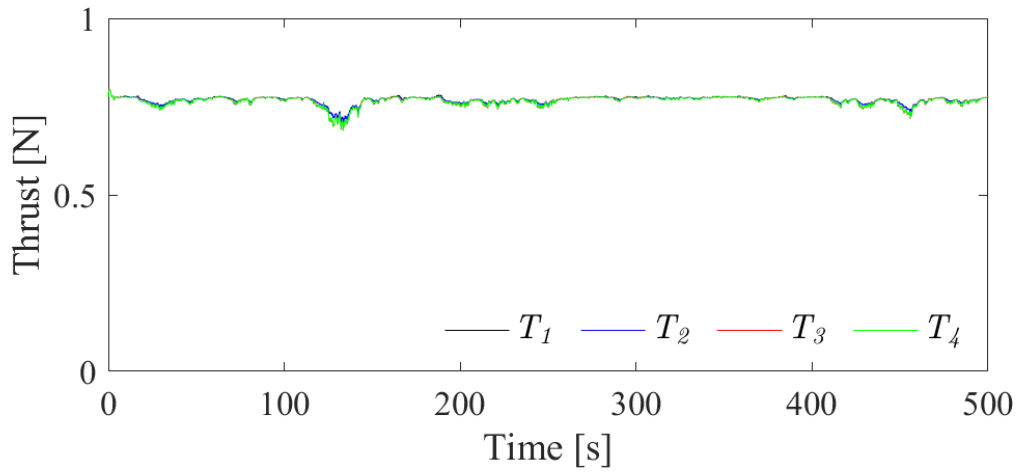


(b)  $\mu$ 設計法を用いた飛行制御システム

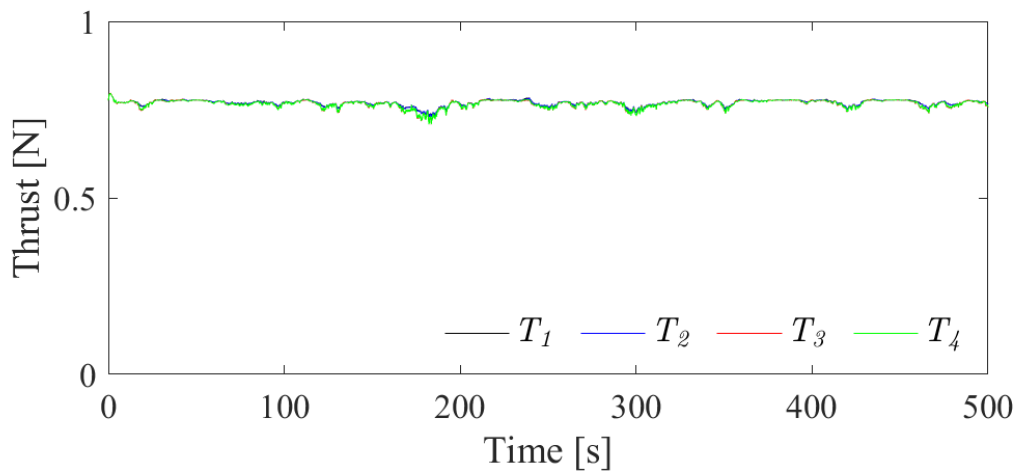


(c) 拡張モデル予測制御を用いた飛行制御システム

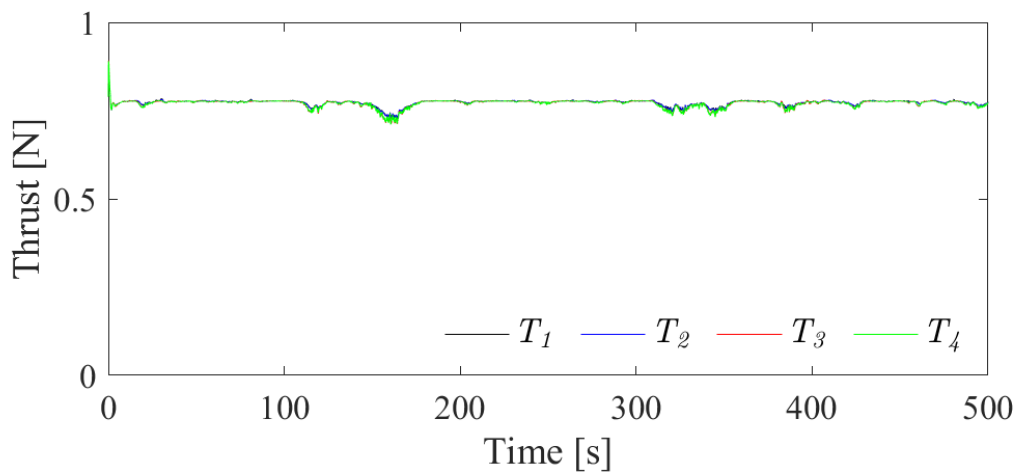
図 6.20 各飛行制御システムにおける角速度の時間履歴



(a)  $H_\infty$ 制御理論を用いた飛行制御システム

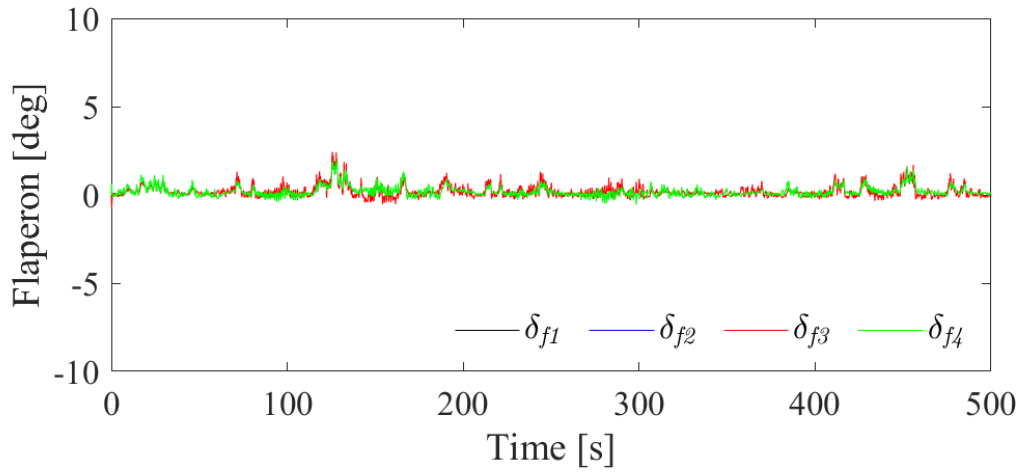


(b)  $\mu$ 設計法を用いた飛行制御システム

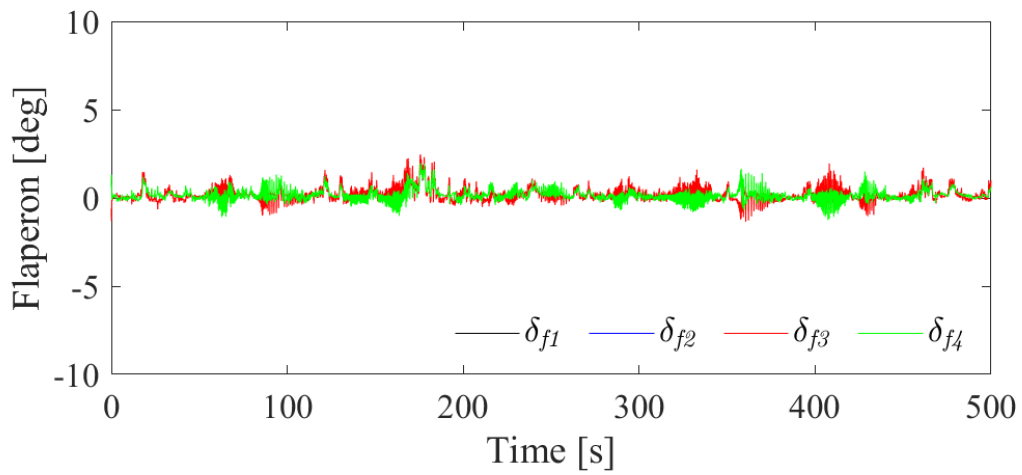


(c) 拡張モデル予測制御を用いた飛行制御システム

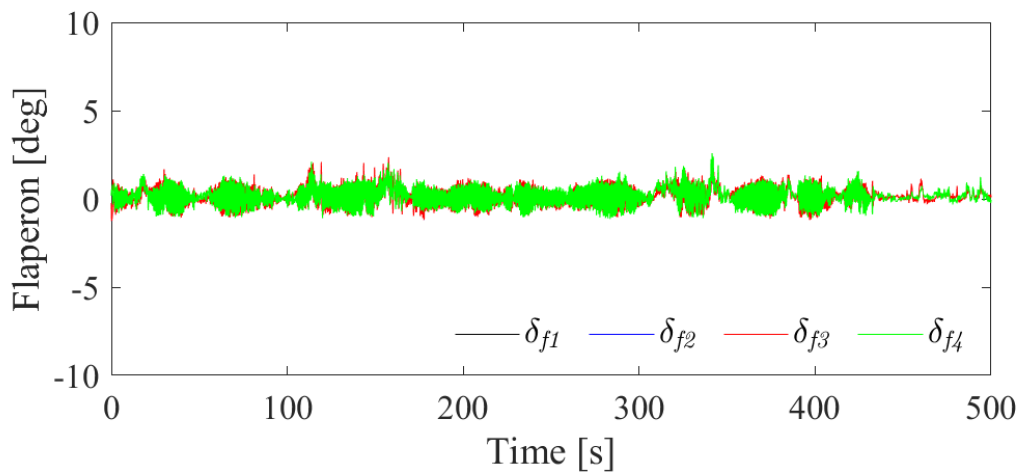
図 6.21 各飛行制御システムにおけるプロペラ推力の時間履歴



(a)  $H_\infty$ 制御理論を用いた飛行制御システム

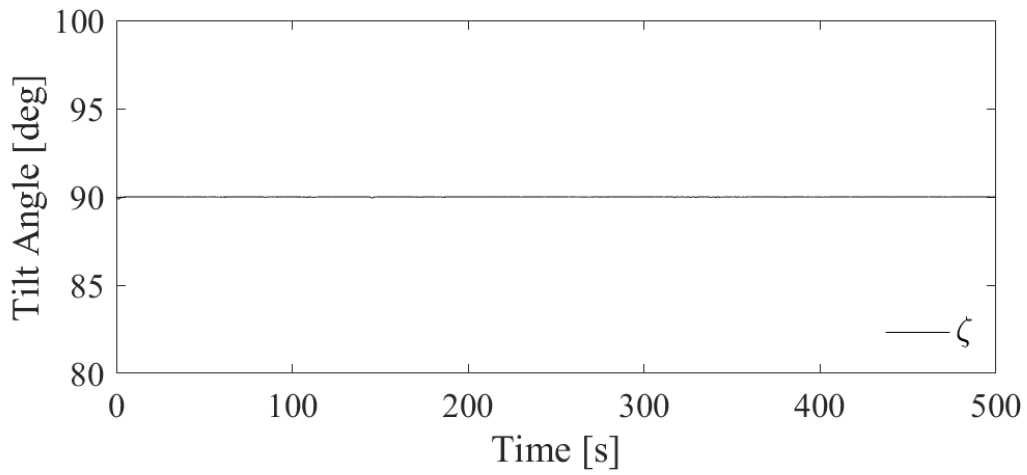


(b)  $\mu$ 設計法を用いた飛行制御システム

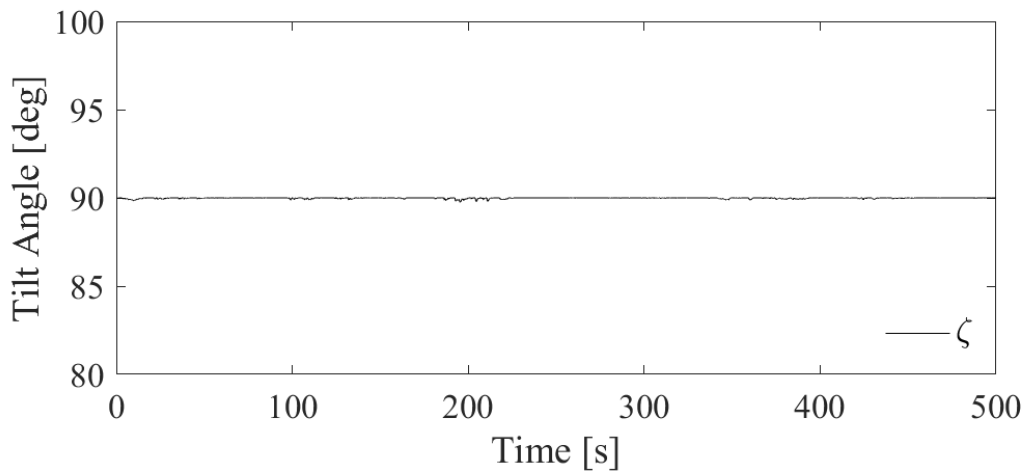


(c) 拡張モデル予測制御を用いた飛行制御システム

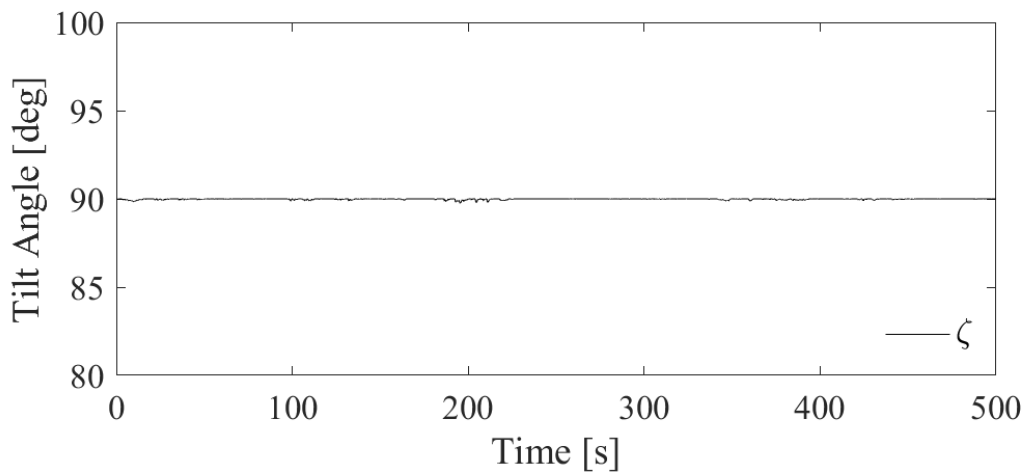
図 6.22 各飛行制御システムにおけるフラッパー舵角の時間履歴



(a)  $H_\infty$ 制御理論を用いた飛行制御システム

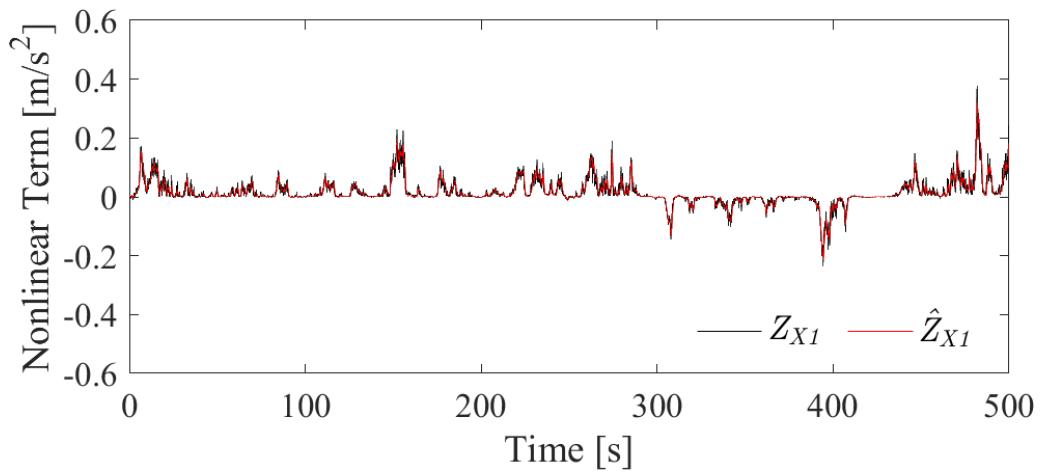


(b)  $\mu$ 設計法を用いた飛行制御システム

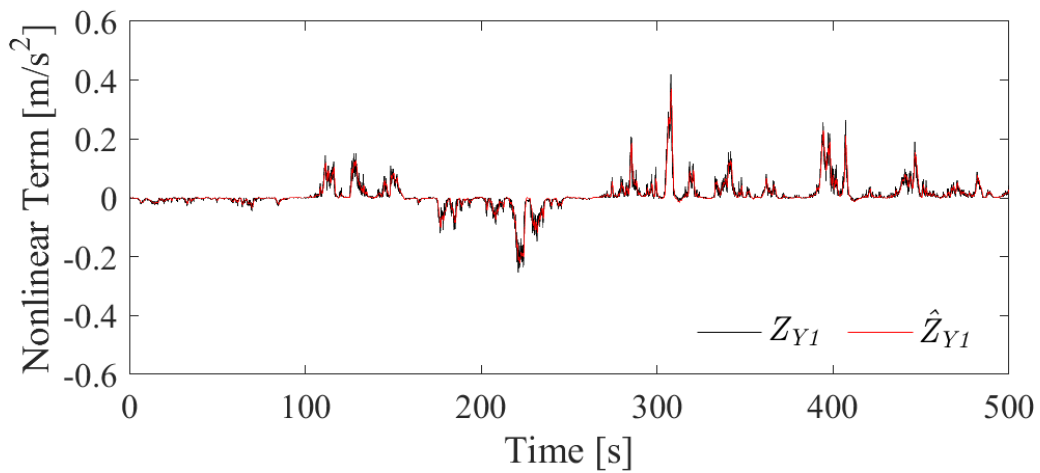


(c) 拡張モデル予測制御を用いた飛行制御システム

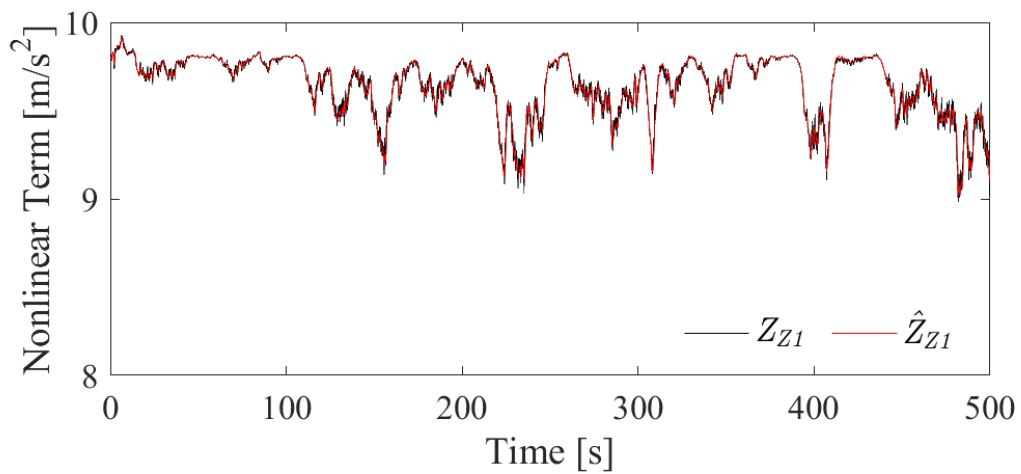
図 6.23 各飛行制御システムにおけるティルト角の時間履歴



(a) X軸方向の非線形項

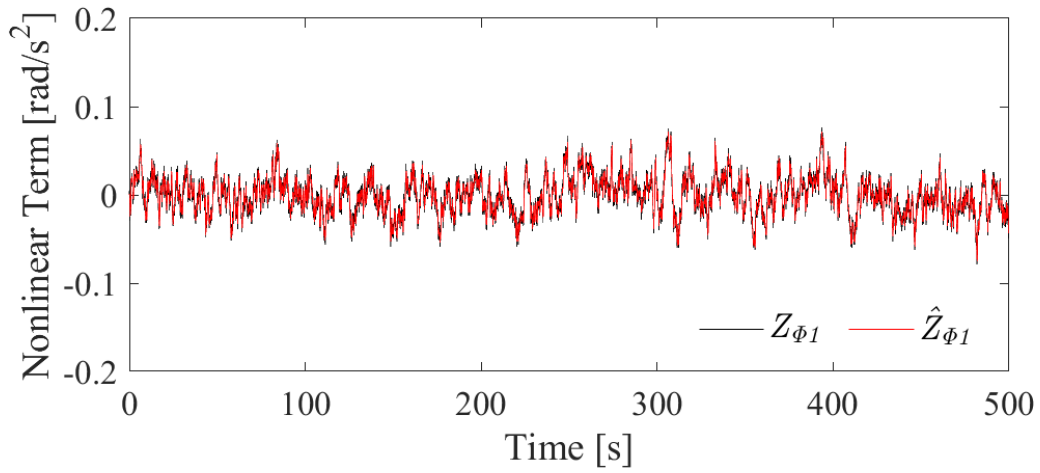


(b) Y軸方向の非線形項

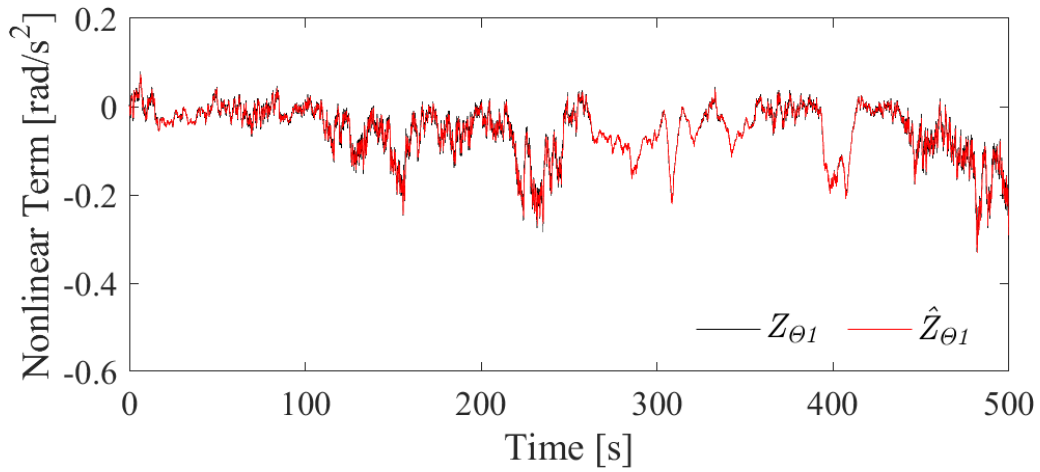


(c) Z軸方向の非線形項

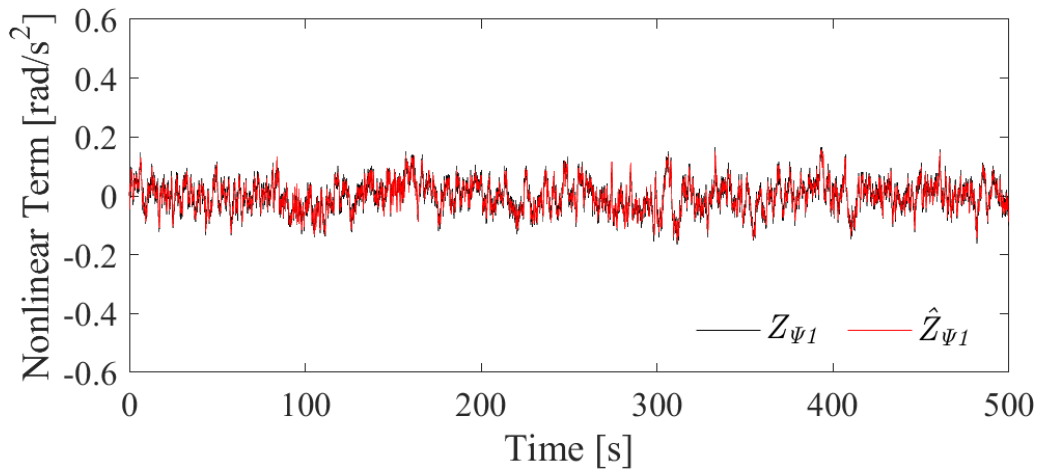
図 6.24  $H_\infty$ 制御理論を用いた飛行制御システムにおける非線形項 $Z_{X1}$ , 非線形項の推定値 $\hat{Z}_{X1}$ の時間履歴



(a)  $\phi$ 回転方向の非線形項

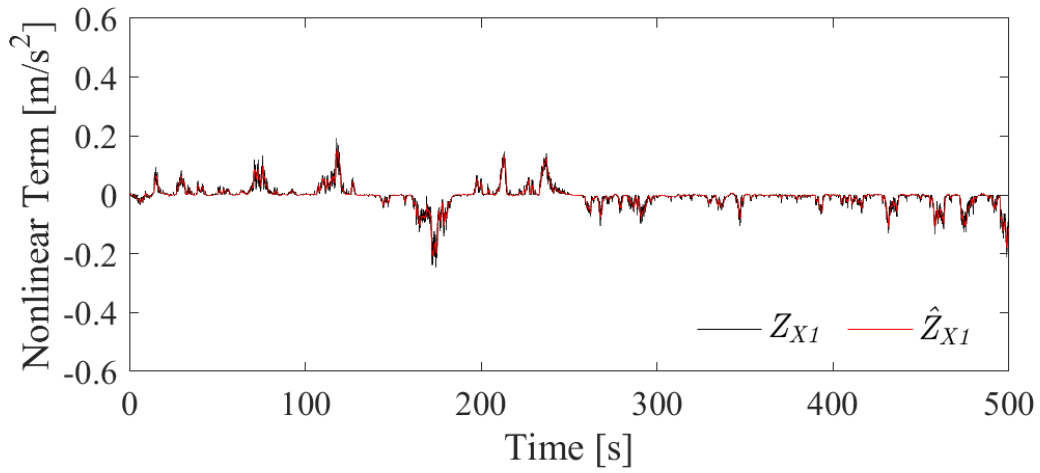


(b)  $\theta$ 回転方向の非線形項

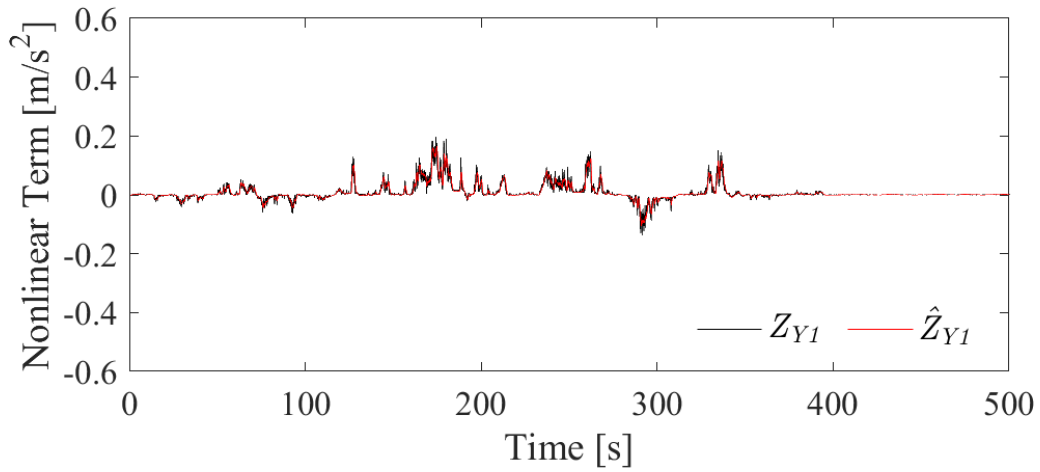


(c)  $\psi$ 回転方向の非線形項

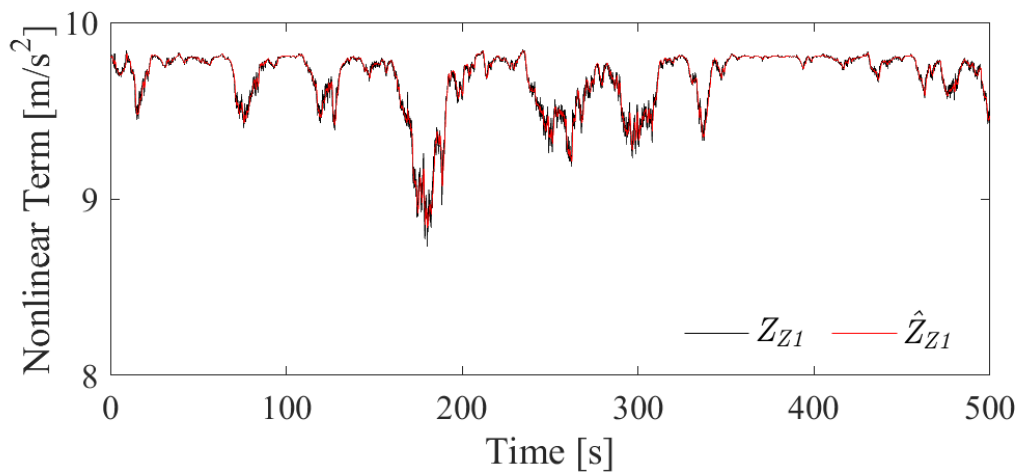
図 6.25  $H_\infty$ 制御理論を用いた飛行制御システムにおける非線形項 $\mathbf{Z}_{E1}$ , 非線形項の推定値 $\hat{\mathbf{Z}}_{E1}$ の時間履歴



(a) X軸方向の非線形項



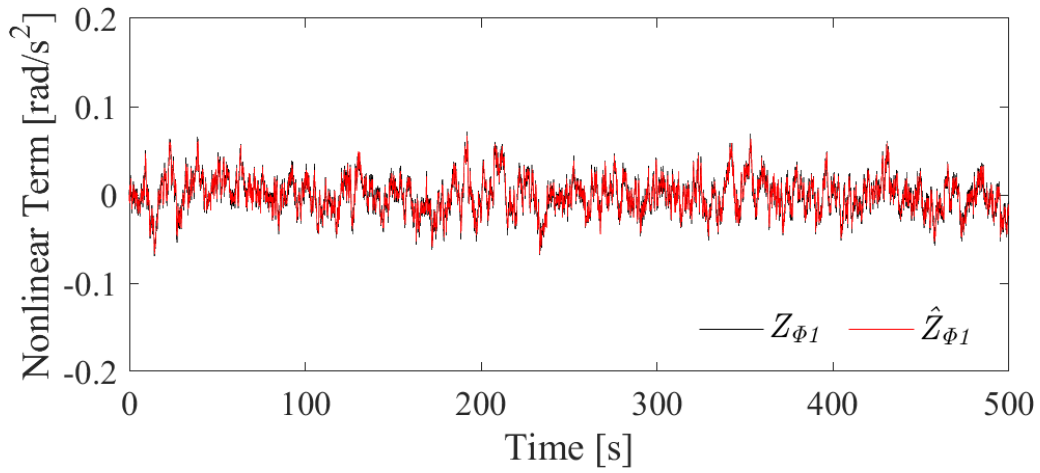
(b) Y軸方向の非線形項



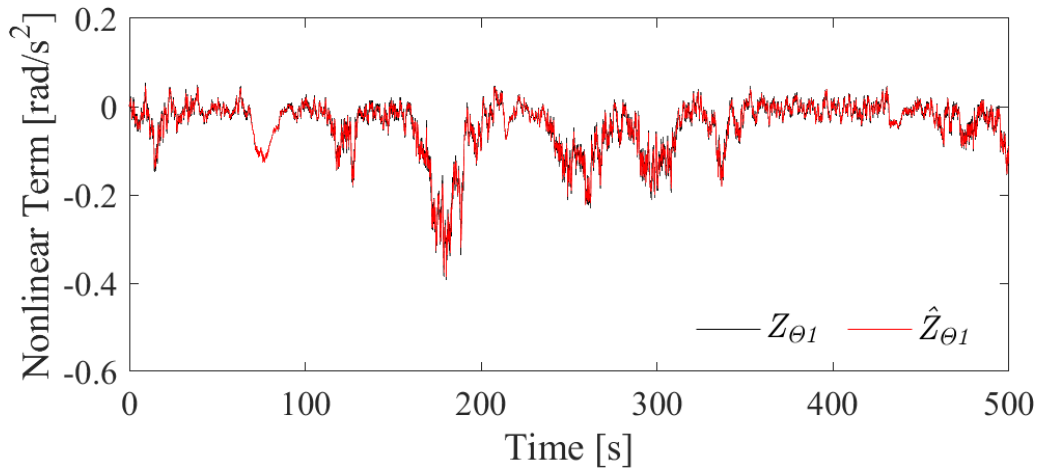
(c) Z軸方向の非線形項

図 6.26  $\mu$ 設計法を用いた飛行制御システムにおける非線形項 $\mathbf{Z}_{X1}$ , 非線形項の推定値 $\hat{\mathbf{Z}}_{X1}$ の時間履歴

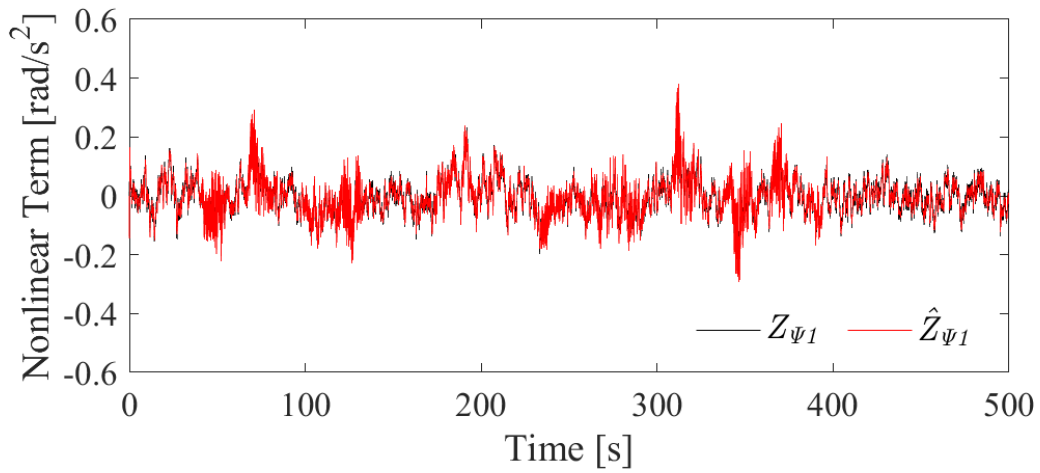




(a)  $\phi$ 回転方向の非線形項

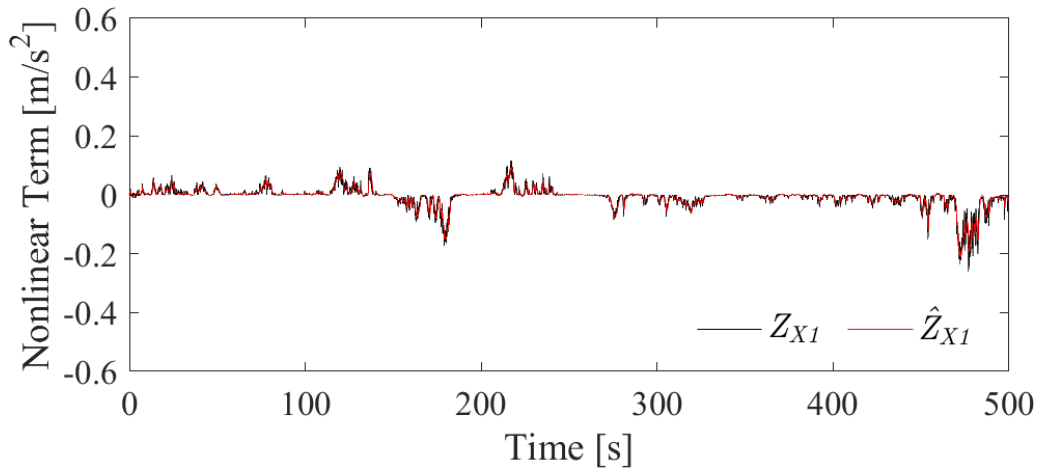


(b)  $\theta$ 回転方向の非線形項

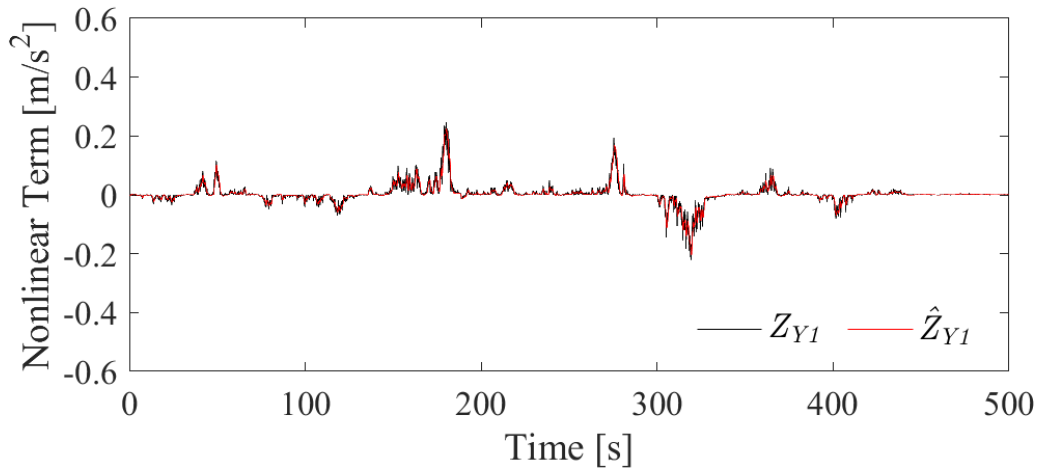


(c)  $\psi$ 回転方向の非線形項

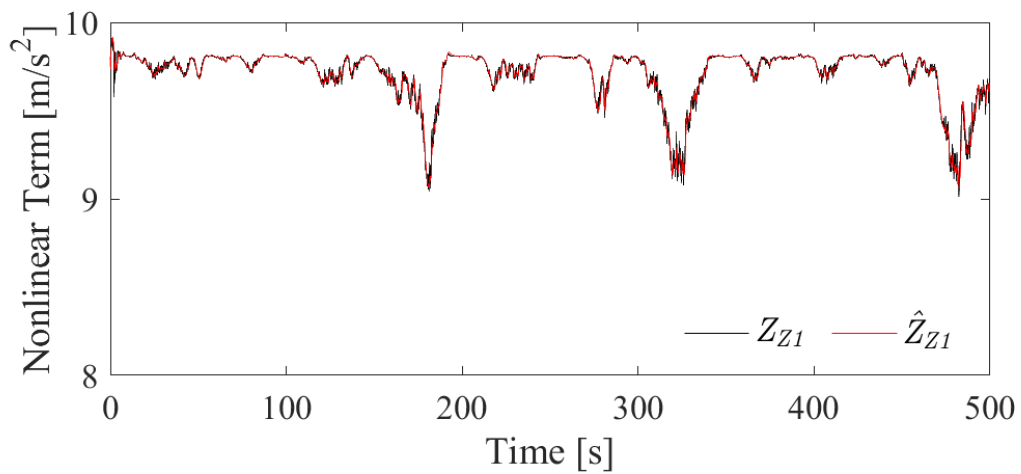
図 6.27  $\mu$ 設計法を用いた飛行制御システムにおける非線形項 $\mathbf{Z}_{E1}$ , 非線形項の推定値 $\hat{\mathbf{Z}}_{E1}$ の時間履歴



(a) X軸方向の非線形項

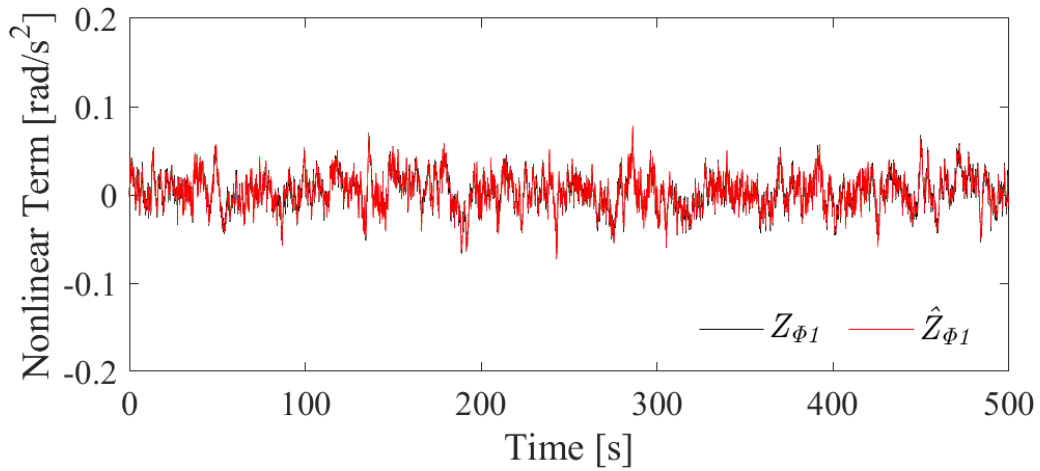


(b) Y軸方向の非線形項

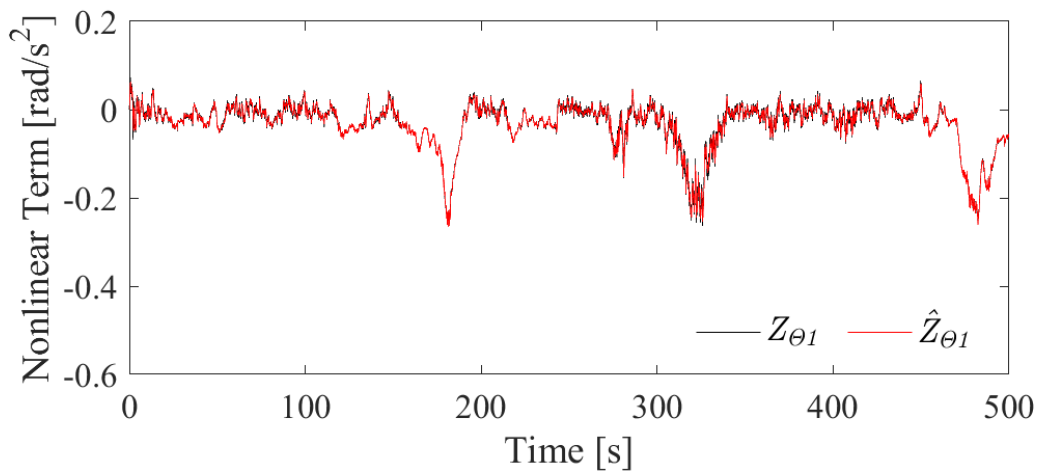


(c) Z軸方向の非線形項

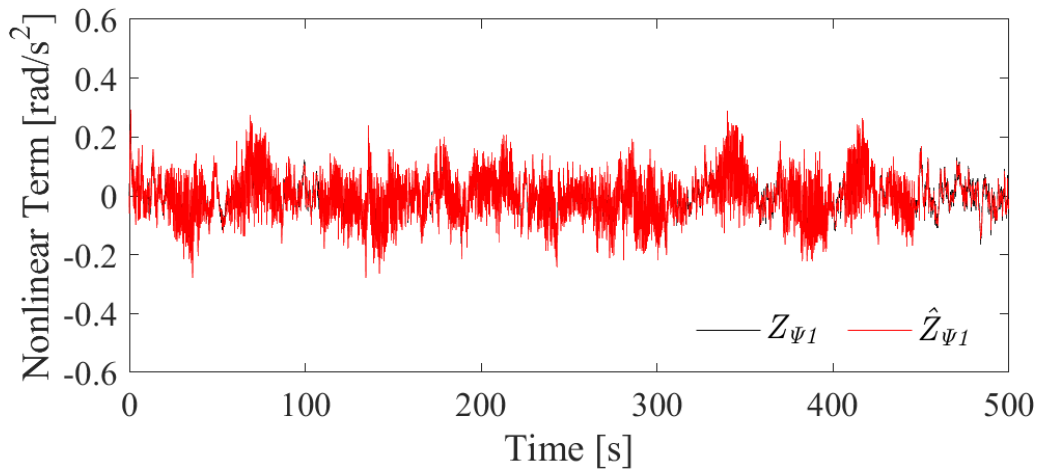
図 6.28 拡張モデル予測制御を用いた飛行制御システムにおける非線形項 $Z_{X1}$ , 非線形項の推定値 $\hat{Z}_{X1}$ の時間履歴



(a)  $\phi$ 回転方向の非線形項



(b)  $\theta$ 回転方向の非線形項



(c)  $\psi$ 回転方向の非線形項

図 6.29 拡張モデル予測制御を用いた飛行制御システムにおける非線形項 $\mathbf{Z}_{E1}$ 、非線形項の推定値 $\hat{\mathbf{Z}}_{E1}$ の時間履歴

## 7. 結論

本論文では、 $H_\infty$ 制御理論や $\mu$ 設計法が代表とされる従来のロバスト制御器が「制御理論／調整方法が複雑」「過渡応答の整形が難しい」「制御入力 of 制約が考慮できない」といった性能を満足できないといった課題を解決する新しいロバスト制御手法を提案した。実際に最も産業に普及している制御理論が PID 制御であるように、制御理論／調整方法が単純であることは、制御器に求められる性能として非常に重要である。そこで我々は、実装や調整が容易に可能でかつ制約条件の考慮もできるモデル予測制御 (MPC) に着目した。ただし、MPC は内部モデルを用いて応答を予測し、入力を決定するという制御構造のため、モデル化誤差や外乱などに対するロバスト性が低いといった欠点がある。MPC のロバスト性を改善する手段として、 $H_\infty$ 制御理論や $\mu$ 設計法を応用する手法も考えられるが、制御器が複雑化してしまい、MPC の利点が失われてしまうといった問題を抱える。そこで、MPC のロバスト性改善の手法として比較的単純な制御理論で優れたロバスト性を有するスライディングモード制御 (SMC) に着目した。SMC は、状態量を位相平面上の切換超平面拘束することで、特定の外乱の影響を受けなくなるという特性がある。よって、MPC に対して、SMC の特徴的な制御構造である状態量を位相空間上の切換超平面に拘束するという考え方を組み込むことによって、制御器の複雑さを抑えながらも MPC のロバスト性を飛躍的に向上させる新しい制御手法を提案した。その新しい手法である拡張モデル予測制御 (EMPC) は、SMC と同等の高いロバスト性を実現しつつ、制御理論の理解や調整が直観的にできる、過渡応答の整形が時間領域で設計した参照軌道を用いて容易にできる、制御入力や状態量の制約を考慮できるといった性能を実現した。また、MPC や SMC は非線形系への拡張が容易なため、将来的に非線形システムへの適用のハードルが低いといった利点も備えている。なお、本論文では、超平面への拘束を考慮したことで向上したロバスト性の検証や制御器の解析性を考慮して線形時不変モデルを対象とした解説を行っている。

数値シミュレーションでは、まず、1入力1出力の質量・バネ・ダンパシステムを対象として提案する制御理論の有効性の検証を行った。制御器のロバスト性は、質量、バネ定数、ダンパ定数にそれぞれ $\pm 50\%$ の範囲でランダムにパラメータ誤差与えた場合、固有振動数と同等の周期を有する周期外乱を印可した場合で検証を行った。PID 制御や MPC では、パラメータ誤差や周期外乱の影響により、過渡応答が大きく変化している一方で、 $H_\infty$ 制御器、SMC、ISMC、EMPC は、外乱の影響を抑制し、外乱影響のない理想的な過渡応答との変化を抑制していることが確認できた。また、SMC や ISMC ではチャタリング等の問題や、 $H_\infty$ 制御では、設計／調整が難解であるという欠点を抱えているのに対して、提案手法の EMPC は、それらの欠点もなく、他のロバスト制御手法と同等以上のロバスト性を確保していることが確認でき、その有効性を証明することができた。

さらに、提案した EMPC を QTW-UAV の飛行制御システムに適用し、その設計手法を従来のロバスト制御である  $H_\infty$  制御理論、 $\mu$  設計法を用いた飛行制御システムと共に詳しく解説を行った。それらの制御理論を用いて設計した飛行制御システムは、風外乱の影響下における単一目標値への到達、および任意軌道に対する追従時の飛行挙動を確認し、追従性能やロバスト性能を確認した。QTW-UAV の飛行制御システムにおいても提案する EMPC は、優れた外乱抑制に留まらず、任意軌道に対して非常に良好な追従性能を有することが確認できた。以上のことから提案する EMPC は、外乱影響下においても正確な位置の制御が求められる航空機の誘導や離着陸の制御などにも応用が期待でき、航空機の制御システムに適した制御器であるといえる。ただし、提案した EMPC のロバスト性は、マッチング条件を満たす場合を前提としており、センサノイズを代表するようなマッチング条件を満たさない外乱に対しては保証していない。また、対象となるモデルも線形時不変のモデルに限定している。これらを踏まえ、今後はマッチング条件を満たさない外乱影響の確認と対策の提案、非線形システムへの適用を目指していく。

# 謝辞

本論文の締めくくりにあたり、拙筆ではありますがたくさんの方々に心からお礼を申し上げたいと思います。私が制御工学系の分野の研究者を志して早いもので、実に9年の月日が経とうとしています。学生時代には、球体を用いたリアクションホイール、本研究でも取り扱った QTW-UAV の研究開発に加え、飛行ロボットコンテストに毎年出場させていただくなど、本当に、自由に活動をさせていただきました。そのような好き勝手な活動を認めてくださると共に、数多のご指導、ご助言、研究活動のみならず様々なご配慮もいただきました日本大学理工学部 教授 内山賢治先生には心より感謝をしております。自分の至らなさゆえに繰り返し御迷惑をおかけしてしまいました、面倒を見て頂き誠にありがとうございました。

横浜国立大学 教授 上野誠也先生、日本大学理工学部 元教授 佐々修一先生、日本大学理工学部 教授 奥山圭一先生、日本大学理工学部 准教授 安部明雄先生には、大変お忙しい中本論文の審査をお引き受け頂きました。心より感謝致します。

学位を取得するまでは、学生時代に共に研究に励んだ友人、トヨタ自動車株式会社で同じ車両を開発した仲間、先輩、上司、日本大学理工学部の助手としてかかわった学生、教員の皆様、多くの人とかかわる機会がありました。3年間の会社生活では、社会の厳しさ、自身の甘さを痛感させられ、苦しい思いを何度もしましたが、それらを乗り越えることができたのも良き友人、同僚に恵まれたからだと思っています。また、大学に助手として戻ってからは、学生に教えることよりも教えられることの方がずっと多く、自身の研究を進めるうえでの大きな刺激となりました。この研究室を通じて出会い、自身を成長させて下さった皆様に心より感謝致します。

最後に、本当に自由に、常に私のやりたいように支えて下さった両親に心より感謝を述べ、本論文の謝辞とさせていただきます。

令和2年9月

増田 亮

## 参考文献

- [Ai19] Xiaolin Ai and Jianqiao Yu, "Flatness-Based Finite-Time Leader-Follower Formation Control of Multiple Quadrotors with External Disturbances", *Aerospace Science and Technology*, Vol.92, No. (2019), pp.20-33, 10.1016/j.ast.2019.05.060.
- [Akai08] Yuta Akai, Yuzo Shimada, Kenji Uchiyama and Akio Abe, "Design for Nonlinear Attitude Control System for Spaceplane Using Disturbance-Accommodating Control", *Proceedings of the Joint International Symposium on Aerospace Engineering* (2008), pp.542-547.
- [Benkhoud16] Khaled Benkhoud and Soufiene Bouallegue, "Model Predictive Control Design for a Convertible Quad Tilt-Wing UAV", *Proceedings of the 4th International Conference on Control Engineering & Information Technology (CEIT)* (2016), 10.1109/CEIT.2016.7929042.
- [Cetinsoy 12] Ertugrul Cetinsoy, Serhat Dikyar, Cevdet Hancer, Kaan Taha Oner, Efe Sirimoglu, Mustafa Unel and Mahmut Faruk Aksit, "Design and Construction of a Novel Quad Tilt-Wing UAV", *Mechatronics*, Vol.12, No.6 (2012), pp.723-745, 10.1016/j.mechatronics.2012.03.003.
- [Chen19] Z. J. Chen, Karl Alexander Stol and Peter John Richards, "Preliminary design of multirotor UAVs with tilted-rotors for improved disturbance rejection capability", *Aerospace Science and Technology*, Vol.92, No. (2019), pp.635-643, 10.1016/j.ast.2019.06.038.
- [Deyuan17] Liu Deyuan, Liu Hao and Li Zhaoying, "Robust Mode Transition Attitude Control of Tail-Sitter Unmanned Aerial Vehicles", *Proceedings of 36th Chinese Control Conference (CCC)* (2017), pp.3198-3202, 10.23919/ChiCC.2017.8027849.
- [Deyuan18] Liu Deyuan, Liu Hao, Li Zhaoying and Zhao Wanbing, "Robust Trajectory Tracking Control for Tail-Sitter UAVs", *Proceedings of 37th Chinese Control Conference (CCC)* (2018), pp.2538-2542, 10.23919/ChiCC.2018.8483277.
- [Dickeson06] Jeffrey J. Dickeson, Oguzhan Cifdaloz, David W. Miles, Paul M. Koziol, Valana L. Wells and Armando Antonio Rodriguez, "Robust  $H_\infty$  Gain-Scheduled Conversion for a Tilt-Wing Rotorcraft", *Proceedings of the 45th IEEE Conference on Decision and Control (CDC)* (2006), pp.5882-5887, 10.1109/CDC.2006.377256.

- [Dickeson07] Jeffrey J. Dickeson, David W. Miles, Oguzhan Cifdaloz, Valana L. Wells and Armando Antonio Rodriguez, "Robust LPV H Gain-Scheduled Hover-to-Cruise Conversion for a Tilt-Wing Rotorcraft in the Presence of CG Variations", Proceedings of the American Control Conference (2007), pp.5266-5271, 10.1109/ACC.2007.4283148.
- [Flores18] A. Flores, A. Montes de Oca and G. Flores, "A Simple Controller for the Transition Maneuver of a Tail-Sitter Drone", Proceedings of Conference on Decision and Control (CDC) (2018), pp.4277-4281, 10.1109/CDC.2018.8619303.
- [Garcia-Gabin05] Winston Garcia-Gabin, Darine Zambrano and Eduardo F. Camacho, "Sliding Mode Predictive Control for Chemical Process with Time Delay", Proceedings of the 16th IFAC World Congress (2005), pp.627-632, 10.3182/20050703-6-CZ-1902.01678.
- [Garcia-Gabin09] Winston Garcia-Gabin, Darine Zambrano, Jorge Bondia and Josep Vehi, "A Sliding Mode Predictive Control Approach to Closed-Loop Glucose Control for Type 1 Diabetes", Proceedings of the 7th IFAC Symposium on Modelling and Control in Biomedical Systems (2009), pp.85-90, 10.3182/20090812-3-DK-2006.0046.
- [Godbole19] Ameya R. Godbole and Kamesh Subbarao, "Nonlinear Control of Unmanned Aerial Vehicles with Cable Suspended Payloads", Aerospace Science and Technology, Vol.93, No. (2019), ID:105299, 10.1016/j.ast.2019.07.032.
- [Govdeli19] Yunus Govdeli, Sheikh Moheed Bin Muzaffar, Raunak Raj, Basman Elhadidi and Erdal Kayacan, "Unsteady aerodynamic modeling and control of pusher and tilt-rotor quadplane configurations", Aerospace Science and Technology, Vol.94, No. (2019), ID:105421, 10.1016/j.ast.2019.105421.
- [Gu14] Da-Wei Gu, Petko H. Petkov, P. and Mihail M. Konstantinov, Robust Control Design with MATLAB Second Edition, (2014), Heidelberg, Springer.
- [Hancer10a] Cevdet Hancer, Kaan Taha Oner, Efe Sirimoglu, Ertugrul Cetinsoy and Mustafa Unel, "Robust Position Control of a Tilt-Wing Quadrotor", Proceedings of the 49th IEEE Conference on Decision and Control (CDC) (2010), pp.4908-4913, 10.1109/CDC.2010.5717283.
- [Hancer10b] Cevdet Hancer, Kaan Taha Oner, Efe Sirimoglu, Ertugrul Cetinsoy and Mustafa Unel, "Robust Hovering Control of a Quad Tilt-Wing UAV", Proceedings of the 36th Annual Conference on IEEE Industrial Electronics Society (2010), pp.1615-1620, 10.1109/IECON.2010.5675441.



- [Hartmann17] Philipp Hartmann, Carsten Meyer and Dieter Moormann, "Unified Velocity Control and Flight State Transition of Unmanned Tilt-Wing Aircraft", *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, Vol.40, No.6 (2017), pp.1348-1359, 10.2514/1.G002168.
- [Hatori13] Ryota Hatori, Satoshi Kohno and Kenji Uchiyama, "Control Strategy for Transition Flight of a Fixed-wing UAV", *Proceedings of Asia-Pacific International Symposium on Aerospace Technology (APISAT)* (2013), pp.a99-a105, 10.2322/tastj.12.a99.
- [Johnson86] Carrol D. Johnson, "Disturbance-Accommodating Control; An Overview", *Proceedings of the American Control Conference* (1986), pp.526-536, 10.23919/ACC.1986.4788997.
- [Johnson88] Carrol D. Johnson, "A Family of "Universal Adaptive Controllers" for Linear and Nonlinear Plants", *Proceedings of the Twentieth Southeastern Symposium on System Theory* (1988), 530-534, 10.1109/SSST.1988.17107.
- [Kawai16] Yuki Kawai and Kenji Uchiyama, "Modified Integral Sliding Mode Controller with Saturation Function", *Proceedings of International Conference on Mechanical and Aerospace Engineering (ICMAE)* (2016), pp.358-362, 10.1109/ICMAE.2016.7549566.
- [Kawai18a] Yuki Kawai, Kenji Uchiyama and Kai Masuda, "Design Principle of Frequency Shaped Non-Switching Integral Sliding Mode Controller", *Proceedings of International Conference on Control, Automation, Robotics and Vision (ICARCV)* (2018), pp.1148-1152, 10.1109/ICARCV.2018.8581125.
- [Kawai18b] Yuki Kawai, Kenji Uchiyama and Colin R. McInnes, "Design Principle of Non-Switching Integral Sliding Mode Controller and Applications to Aerospace Vehicles", *Proceedings of AIAA Guidance, Navigation, and Control Conference* (2018), AIAA 2018-0857, 10.2514/6.2018-0857.
- [Keerthi88] S. Sathiya Keerthi and Elmer G. Gilbert, "Optimal Infinite-Horizon Feedback Laws for a General Class of Constrained Discrete-Time Systems: Stability and Moving-Horizon Approximations", *Journal of Optimization Theory and Applications*, Vol.57, No.2 (1988), pp.265–293, 10.1007/BF00938540.
- [Kikuuwe06a] Ryo Kikuuwe, Takahiro Yamamoto and Hideo Fujimoto, "Velocity-Bounding Stiff Position Controller", *Proceedings of RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems (IROS)* (2006), pp.3050-3055, 10.1109/IROS.2006.282243.
- [Kikuuwe06b] Ryo Kikuuwe and Hideo Fujimoto, "Proxy-Based Sliding Mode Control for Accurate and Safe Position Control", *Proceedings of International Conference*

- on Robotics and Automation (ICRA) (2006), pp.25-30, 10.1109/ROBOT.2006.1641156.
- [Kikuuwe10] Ryo Kikuuwe, Satoshi Yasukouchi, Hideo Fujimoto and Motoji Yamamoto, "Proxy-Based Sliding Mode Control: A Safer Extension of PID Position Control", IEEE Transactions on Robotics, Vol.26, No.4 (2010), pp.670-683, 10.1109/TRO.2010.2051188.
- [Kohno14] Satoshi Kohno and Kenji Uchiyama, "Design of Robust Controller of Fixed-Wing UAV for Transition Flight", Proceedings of International Conference on Unmanned Aircraft Systems (ICUAS) (2014), pp.1111-1116, 10.1109/ICUAS.2014.6842364.
- [Kothare96] Mayuresh V. Kothare, Venkataramanan Balakrishnan and Manfred Morari, "Robust Constrained Model Predictive Control using Linear Matrix Inequalities", Automatica, Vol.32, No.10 (1996), pp.1361-1379, 10.1016/0005-1098(96)00063-5.
- [Labbadi19] Moussa Labbadi and Mohamed Cherkaoui, "Robust Adaptive Backstepping Fast Terminal Sliding Mode Controller for Uncertain Quadrotor UAV", Aerospace Science and Technology, Vol.93, No. (2019), ID:105306, 10.1016/j.ast.2019.105306.
- [Lee07] Hoon Lee and Vadim I. Utkin, "Chattering Suppression Methods in Sliding Mode Control Systems", Annual Reviews in Control, Vol.31, No.2 (2007), pp.179-188, 10.1016/j.arcontrol.2007.08.001.
- [Liu19] Zhong Liu, Didier Theilliol, Liying Yanga, Yuqing He and Jianda Han, "Observer-Based Linear Parameter Varying Control Design with Unmeasurable Varying Parameters Under Sensor Faults for Quad-Tilt Rotor Unmanned Aerial Vehicle", Aerospace Science and Technology, Vol.92, No. (2019), pp.696-713, 10.1016/j.ast.2019.06.028.
- [Lyu18] Ximin Lyu, Jinni Zhou, Haowei Gu, Zexiang Li, Shaojie Shen and Fu Zhang, "Disturbance Observer Based Hovering Control of Quadrotor Tail-Sitter VTOL UAVs Using  $H_\infty$  Synthesis", IEEE Robotics and Automation Letters, Vol.3, No.4 (2018), pp.2910-2917, 10.1109/LRA.2018.2847405.
- [Maciejowski00] Jan M. Maciejowski, Predictive Control with Constraints, (2000), Upper Saddle River, Prentice Hall.
- [Masuda18] Kai Masuda and Kenji Uchiyama, "Robust Control Design for Quad Tilt-Wing UAV", Aerospace, Vol.5, No.1 (2018), Paper 17, 10.3390/aerospace5010017.
- [Masuda19] Kai Masuda and Kenji Uchiyama, "Flight Controller Design Using  $\mu$ -synthesis for Quad Tilt-Wing UAV", Proceedings of AIAA Science and Technology

- Forum and Exposition (AIAA SciTech Forum) (2019), AIAA 2019-1918, 10.2514/6.2019-1918.
- [Masuda20] Kai Masuda and Kenji Uchiyama, "Simply Robust Control Strategy Based on Model Predictive Control", Proceedings of SICE International Symposium on Control Systems (SICE ISCS) (2020), pp.99-106, 10.23919/SICEISCS48470.2020.9083487.
- [Mayne00] David Q. Mayne, James B. Rawlings, Christopher V. Rao and Pierre O.M. Scokaert, "Constrained Model Predictive Control: Stability and Optimality", Automatica, Vol.36, No.6 (2000), pp.789-814, 10.1016/S0005-1098(99)00214-9.
- [Mikami15] Takahito Mikami and Kenji Uchiyama, "Design of Flight Control System for Quad Tilt-Wing UAV", Proceedings of the International Conference on Unmanned Aircraft Systems (ICUAS) (2015), pp.801-805, 10.1109/ICUAS.2015.7152364.
- [Mix04] David R. Mix, John S. Koenig, Karen M. Linda, Oguzhan Cifdaloz, Valana L. Wells and Armando Antonio Rodriguez, "Towards Gain-Scheduled  $H_\infty$  Control Design for a Tilt-Wing Aircraft", Proceedings of the 43rd IEEE Conference on Decision and Control (CDC) (2004), pp.1222-1227, 10.1109/CDC.2004.1430208.
- [Nami16] Chiramathe Nami, Akinori Harada and Oka Koichi, " $H_\infty$  Structured Controller Synthesis Applied to Flight Controller of QTW-UAV Using Meta-Heuristic Particle Swarm Optimization", Proceedings of the 20th IFAC Symposium on Automatic Control in Aerospace (ACA) (2016), pp.326-331, 10.1016/j.ifacol.2016.09.056.
- [Orukpe09] Patience E. Orukpe and Imad M. Jaimoukha, "Robust Model Predictive Control based on Mixed  $H_2/H$ -infinity Control Approach", Proceedings of European Control Conference (ECC) (2009), pp.2223-2228, 10.23919/ECC.2009.7074735.
- [Perruquetti02] Wilfrid Perruquetti and Jean Pierre Barbot, Sliding Mode Control In Engineering 1st Edition, (2002), Boca Raton, CRC Press.
- [Richalet09] Jacques Richalet and Donal O'Donovan, Predictive Functional Control: Principles and Industrial Applications, (2009), Heidelberg, Springer.
- [Ritz17] Robin Ritz and Raffaello D'Andrea, "A Global Controller for Flying Wing Tailsitter Vehicles", Proceedings of International Conference on Robotics and Automation (ICRA) (2017), pp.2731-2738, 10.1109/ICRA.2017.7989318.

- [Sato13] Masayuki Sato and Koji Muraoka, "Flight Test Verification of Flight Controller for Quad Tilt Wing Unmanned Aerial Vehicle", Proceedings of the AIAA Guidance, Navigation, and Control (GNC) Conference (2013), AIAA 2013-5100, 10.2514/6.2013-5100.
- [Sato15] Masayuki Sato and Koji Muraoka, "Flight Controller Design and Demonstration of Quad-Tilt-Wing Unmanned Aerial Vehicle", Journal of Guidance, Control, and Dynamics, Vol.38, No.6 (2015), pp.1071-1082, 10.2514/1.G000263.
- [Shamma90] Jeff S. Shamma and Michael Athans, "Analysis of Gain Scheduled Control for Nonlinear Plants", IEEE Transactions on Automatic Control, Vol.35, No.8 (1990), pp.898-907, 10.1109/9.58498.
- [Shamma91] Jeff S. Shamma and Michael Athans, "Guaranteed Properties of Gain Scheduled Control for Linear Parameter-varying Plants", Automatica, Vol.27, No.3 (1991), pp.559-564, 10.1016/0005-1098(91)90116-J.
- [Shamma92] Jeff S. Shamma and Michael Athans, "Gain Scheduling: Potential Hazards and Possible Remedies", IEEE Control Systems Magazine, Vol.12, No.3 (1992), pp.101-107, 10.1109/37.165527.
- [Small16] Elias Small, Emil Fresk, George Andrikopoulos and George Nikolakopoulos, "Modelling and control of a Tilt-Wing Unmanned Aerial Vehicle", Proceedings of the 24th Mediterranean Conference on Control and Automation (MED) (2016), pp.1254-1259, 10.1109/MED.2016.7536050.
- [Takeuchi17] Ryuta Takeuchi, Keigo Watanabe and Isaku Nagai, "Development and Control of Tilt-wings for a Tilt-type Quadrotor", Proceedings of the IEEE International Conference on Mechatronics and Automation (ICMA) (2017), pp.501-506, 10.1109/ICMA.2017.8015868.
- [Tran17] Anh Tuan Tran, Noboru Sakamoto, Masayuki Sato and Koji Muraoka, "Control Augmentation System Design for Quad-Tilt-Wing Unmanned Aerial Vehicle via Robust Output Regulation Method", Transactions on Aerospace and Electronic Systems, Vol.53, No.1 (2017), pp.357-369, 10.1109/TAES.2017.2650618.
- [Utkin09] Vadim I. Utkin, Juergen Guldner and Jingxin Shi, Sliding Mode Control in Electro-Mechanical Systems, (2009), Boca Raton, CRC Press.
- [Utkin96] Vadim I. Utkin and Jingxin Shi, "Integral Sliding Mode in Systems Operating Under Uncertainty Conditions", Proceedings of 35th IEEE Conference on Decision and Control (CDC) (1996), pp.4591-4596, 10.1109/CDC.1996.577594.

- [Wang15] Xinhua Wang and Lilong Cai, "Mathematical modeling and control of a tilt-rotor aircraft", *Aerospace Science and Technology*, Vol.47, No. (2015), pp.473-492, 10.1016/j.ast.2015.10.012.
- [Wang19] Yongchao Wang, Yaoming Zhou and Chenghao Lin, "Modeling and control for the mode transition of a novel tilt-wing UAV", *Aerospace Science and Technology*, Vol.91, No. (2019), pp.593-606, 10.1016/j.ast.2019.05.046.
- [Yildiz15] Yildiray Yildiz, Mustafa Unel and Ahmet Eren Demirel, "Adaptive Nonlinear Hierarchical Control of a Quad Tilt-Wing UAV", *Proceedings of the European Control Conference (ECC) (2015)*, pp.3623-3628, 10.1109/ECC.2015.7331093.
- [Zhang17] Lixin Zhang, Zhaoying Li, Hao Liu and Chao Wang, "Robust Attitude Control for a Tail-Sitter Aircraft", *Proceedings of 36th Chinese Control Conference (CCC) (2017)*, pp.4900-4905, 10.23919/ChiCC.2017.8028128.
- [Zhong19] Jingyang Zhong, Bifeng Song, Yubin Li and Jianlin Xuan, "L1 Adaptive Control of a Dual-Rotor Tail-Sitter Unmanned Aerial Vehicle with Input Constraints During Hover Flight", *IEEE Access*, Vol.7, No. (2019), pp.51312-51328, 10.1109/ACCESS.2019.2911897.
- [Zhou00] Jiansuo Zhou, Zhiyuan Liu and Run Pei, "Sliding Mode Model Predictive Control with Terminal Constraints", *Proceedings of the 3rd World Congress on Intelligent Control and Automation (2000)*, pp.2791-2795, 10.1109/WCICA.2000.862569.
- [Zhou14] Zhenhua Zhou, Mao Wang and Tiantian Liang, "H-Infinity Model Predictive Control of Discrete-Time Constrained Singular Piecewise-Affine Systems with Time Delay", *Proceedings of Fourth International Conference on Instrumentation and Measurement, Computer, Communication and Control (2014)*, pp.447-461, 10.1109/IMCCC.2014.100.
- [石島 93] 石島辰太郎, 石動善久, 三平満司, 島公脩, 山下裕, 渡辺敦, 非線形システム論, (1993), 文京区, コロナ社.
- [内田 95] 内田健康, ゲインスケジューリング, 計測と制御, Vol.34, No.3 (1995), pp.182-187, 10.11499/sicej11962.34.182.
- [大嶋 02] 大嶋正裕, 小河守正, モデル予測制御-I: 基礎編: 発展の歴史と現状, システム/制御/情報, Vol.46, No.5 (2002), pp.286-293, 10.11509/isciesci.46.5\_286.
- [大須賀 93] 大須賀公一,  $H_{\infty}$ 制御理論を用いたモーションコントロール, 日本ロボット学会誌, Vol.11, No.4 (1993), pp.502-508, 10.7210/jrsj.11.502.

- [小河 04] 小河守正, 布川了, プロセス制御システム 実用化設計と応用事例, 計測と制御, Vol.43, No.3 (2004), pp.220-227, 10.11499/sicej11962.43.220.
- [狩野 96] 狩野 弘之, 西村敏充, 《第 1 回》Riccati 方程式と制御問題, 計測と制御, Vol.35, No.5 (1996), pp.386-394, 10.11499/sicej11962.35.5\_386.
- [菊植 05] 菊植亮, 藤本英雄, 滑り状態に有限時間到達する離散時間スライディングモード制御, 日本ロボット学会学術講演会講演論文集 (2005), 3A16.
- [菊植 06] 菊植亮, 藤本英雄, プロキシベースト・スライディングモード制御の安全性と速応性, 日本ロボット学会学術講演会講演論文集 (2006), 2C15.
- [菊植 07] 菊植亮, プロキシベースト・スライディングモード制御の再解釈と一般化, 日本ロボット学会学術講演会講演論文集 (2007), 1M15.
- [木村 07] 木村學, 平林大輔, 古屋光啓, 安田憲太, 4 発垂直離発着航空機(QTW)による輸送システム(利便性の向上, OS2 交通・物流システムの高速化・利便性・快適性の向上), 交通・物流部門大会講演論文集 (2007), pp.121-122.
- [佐藤 13] 佐藤昌之, 村岡浩治, Quad Tilt Wing 無人航空機の飛行制御, 日本航空宇宙学会論文集, Vol.61, No.4 (2013), pp.110-118, 10.2322/jjsass.61.110.
- [高津 97] 高津春雄, 伊藤利昭, 制御技術動向調査報告-プロセス装置産業における制御技術の適用状況-, 計測と制御, Vol.36, No.4 (1997), pp.238-244, 10.11499/sicej11962.36.238.
- [陳 89] 陳芸峰, 池田弘行, 美多勉, 涌井伸二, スライディングモード制御によるロボットアームの軌道制御と実験結果, 日本ロボット学会誌, Vol.7, No.6 (1989), pp.706-711, 10.7210/jrsj.7.6\_706.
- [津田 08] 津田篤, 関宏也, 化学産業におけるモデル予測制御の現状と課題(<特集>化学産業におけるプロセス制御の現状と課題), システム/制御/情報, Vol.52, No.8 (2008), pp.278-284, 10.11509/isciesci.52.8\_278.
- [長島 06] 長島弘明, 横山誠, 愛田一雄, 離散時間インテグラルスライディングモード制御を用いたロバスト予見制御, 日本機械学会論文集 C 編, Vol.72, No.721 (2006), pp.2877-2883, 10.1299/kikaic.72.2877.
- [野波 93] 野波健蔵,  $H_{\infty}$ 制御理論と運動制御, 精密工学会誌, Vol.59, No.9 (1993), pp.1420-1426, 10.2493/jjspe.59.1420.
- [野波 94] 野波健蔵, 田宏奇, スライディングモード制御—非線形ロバスト制御の設計理論, (1994), 文京区, コロナ社.
- [野波 95] 野波健蔵, 美多勉,  $H_{\infty}$ 制御による振動制御, 日本ロボット学会誌, Vol.13, No.8 (1995), pp.1089-1095, 10.7210/jrsj.13.1089.
- [野波 98] 野波健蔵, 西村秀和, 平田光男, MATLAB による制御系設計, (1998), 足立区, 東京電機大学出版局.

- [原 95a] 原辰次, 千田有一, 佐伯正美, 野波健蔵, ロバスト制御のためのベンチマーク問題 (II), 計測と制御, Vol.34, No.6 (1995), pp.498-507, 10.11499/sicej11962.34.6\_498.
- [原 95b] 原辰次, 千田有一, 佐伯正美, 野波健蔵, ロバスト制御のためのベンチマーク問題 (I), 計測と制御, Vol.34, No.5 (1995), pp.403-409, 10.11499/sicej11962.34.5\_403.
- [比良田 15] 比良田祐都, 内山賢治, NPV モデルを用いた QTW-UAV の遷移飛行制御, (2015) .
- [平田 17] 平田光男, 実践ロバスト制御 (システム制御工学シリーズ 11), (2017), 文京区, コロナ社.
- [福島 04] 福島宏明, 拘束を有するシステムのロバストモデル予測制御 : Research and Life at UCSD, U.S.A, システム/制御/情報, Vol.48, No.8 (2004), pp.321-326, 10.11509/isciesci.48.8\_321.
- [藤枝 96] 藤枝郭俊, 藤田敏美, 岩崎昭人, 高橋侔, 奥山政広, 5 孔ピトー管測定による模型後流の可視化, 日本航空宇宙学会誌, Vol.44, No.509 (1996), pp.372-378, 10.2322/jjsass1969.44.372.
- [増田 20] 増田開, 内山賢治, 拡張モデル予測制御: マッチング条件を前提としたロバスト性の向上, 日本機械学会論文集 (2020), ID:19-00300, 10.1299/transjsme.19-00300.
- [松永 85] 松永成徳, ピトー管による流れの測定 (2)(定常流), ターボ機械, Vol.13, No.8 (1985), pp.492-499, 10.11458/tsj1973.13.492.
- [美多 95] 美多勉, 平田光男, 村田健一,  $H_\infty$ 制御と外乱オブザーバの理論, 電気学会論文誌C (電子・情報・システム部門誌), Vol.115, No.8 (1995), pp.1002-1011, 10.1541/ieejeiss1987.115.8\_1002.
- [美多 96] 美多勉, 平田光男, 次世代の制御~ $H_\infty$ 制御~, 電気学会誌, Vol.116, No.9 (1996), pp.599-602, 10.1541/ieejjournal.116.599.
- [劉 01] 劉康志, 線形ロバスト制御 (計測・制御テクノロジーシリーズ 8), (2001), 文京区, コロナ社.

## 掲載論文

- 増田開, 内山賢治, 拡張モデル予測制御: マッチング条件を前提としたロボスト性の向上, 日本機械学会論文集, Vol. 86, No. 889 (2020), p. 19-00300, 10.1299/transjsme.19-00300.
- Sosuke Chiba, Kenji Uchiyama and Kai Masuda, Design Method of Rough Terrain Detection and Avoidance in Unknown Environment for Space Rover, International Journal of Structural and Civil Engineering Research, Vol. 8, No. 1 (2019), pp. 63-68, 10.18178/ijscer.8.1.63-68.
- Kai Masuda and Kenji Uchiyama, Robust Control Design for Quad Tilt-Wing UAV, Aerospace, Vol. 5, No. 1 (2018), aerospace5010017, 10.3390/aerospace5010017.
- 増田開, 内山賢治, 球状リアクションホイールによる三軸姿勢制御, 日本航空宇宙学会論文集, Vol. 62, No. 3 (2014), pp. 85-92, 10.2322/jjsass.62.85.

## 発表論文

- Takuro Takayama, Kenji Uchiyama and Kai Masuda, Controller Design Using SDRE Method for Tilt-Wing UAV, Proceedings of 11th International Conference on Mechanical and Aerospace Engineering (ICMAE) (2020), pp. 102-106, 10.1109/ICMAE50897.2020.9178859.
- Kai Masuda and Kenji Uchiyama, Simply Robust Control Strategy Based on Model Predictive Control, Proceedings of SICE International Symposium on Control Systems (SICE ISCS) (2020), pp. 99-106, 10.23919/SICEISCS48470.2020.9083487.
- Ryosuke Matsushima, Kenji Uchiyama and Kai Masuda, Design of Flight Control System Based on Novel State Variables, Proceedings of 10th International Conference on Mechanical and Aerospace Engineering (ICMAE) (2019), pp. 223-228, 10.1109/ICMAE.2019.8881001.
- Shogo Hirano, Kenji Uchiyama and Kai Masuda, Controller Design Using Backstepping Algorithm for Fixed-Wing UAV with Thrust Vectoring System, Proceedings of International Conference on Unmanned Aircraft Systems (ICUAS) (2019), pp. 1084-1088, 10.1109/ICUAS.2019.8797724.



- Ayaka Mino, Kenji Uchiyama and Kai Masuda, Backstepping Control for Satellite Attitude Control Using Spherical Control Moment Gyro, Proceedings of SICE International Symposium on Control Systems (SICE ISCS) (2019), pp. 39-42, 10.23919/SICEISCS.2019.8758769.
- Kai Masuda and Kenji Uchiyama, Flight Controller Design Using  $\mu$ -synthesis for Quad Tilt-Wing UAV, Proceedings of AIAA Science and Technology Forum and Exposition (AIAA SciTech Forum) (2019), AIAA 2019-1918, 10.2514/6.2019-1918.
- Shotaro Ishioka, Kenji Uchiyama and Kai Masuda, Optimal Landing Guidance for a Fixed-Wing UAV Based on Dynamic Window Approach, Proceedings of AIAA Science and Technology Forum and Exposition (AIAA SciTech Forum) (2019), AIAA 2019-0358, 10.2514/6.2019-0358.
- Yuki Kawai, Kenji Uchiyama and Kai Masuda, Design Principle of Frequency Shaped Non-Switching Integral Sliding Mode Controller, Proceedings of 15th International Conference on Control, Automation, Robotics and Vision (ICARCV) (2018), pp. 1148-1152, 10.1109/ICARCV.2018.8581125.
- Takaya Hakukawa, Kenji Uchiyama and Kai Masuda, Cooperative System with UAV and UGV for Disaster Area Exploration, Proceedings of 7th International Conference on Systems and Control (ICSC) (2018), pp. 117-122, 10.1109/icosc.2018.8587635.
- Hitoshi Watanabe, Kai Masuda and Kenji Uchiyama, Satellite Attitude Control System Using Three-Dimensional Reaction Wheel, Proceedings of AIAA Guidance, Navigation, and Control Conference (2015), AIAA 2015-1782, 10.2514/6.2015-1782.
- 増田開, 内山賢治, 球状ロータを用いた 3 次元リアクションホイール, 第 57 回宇宙科学技術連合講演会講演集 (2013), JSASS-2013-4370.
- Kai Masuda and Kenji Uchiyama, Development of Three-Dimensional Reaction Wheel Using Spherical Rotor, Proceedings of AIAA Guidance, Navigation, and Control Conference (2012), AIAA 2012-4708, 10.2514/6.2012-4708.