

平成 30 年度 博士後期課程論文

非線形車両運動方程式の線形化手法および筋骨格数理モデルを用いた自動車のロールフィール定量化に関する研究

日本大学大学院 生産工学研究科 博士後期課程

数理情報工学専攻

伊澤 正樹

# 論文目次

|       |   |     |
|-------|---|-----|
| 第 1 章 | 序論  | 4   |
| 第 2 章 | 車両運動を表す多自由度運動方程式の構築                       | 5   |
| 2・1   | 解析の手順                                     | 5   |
| 2・2   | 運動方程式                                     | 6   |
| 2・3   | 解析モデルの線形化                                 | 12  |
| 第 3 章 | 線形化モデルの検証                                 | 22  |
| 3・1   | 線形化モデルの前後速度変化に対する根軌跡                      | 22  |
| 3・2   | 平面モデルとの比較 (根軌跡)                           | 23  |
| 3・3   | 低横加速度領域の時間軸応答 (直進からの操舵応答)                 | 24  |
| 3・4   | 一定横加速度で旋回する車両に対する切り増し操舵応答                 | 24  |
| 第 4 章 | 線形解析による車両運動の評価                            | 25  |
| 4・1   | 様々なパラメータ違いでの根軌跡                           | 25  |
| 4・2   | ロール剛性違いによる旋回安定性                           | 28  |
| 4・3   | タイヤ特性違いによる旋回安定性                           | 29  |
| 4・4   | 車速変化に対する根軌跡 (減衰力違い)                       | 30  |
| 4・5   | 車速変化に対する根軌跡 (横加速度違い—減衰力違い比較)              | 30  |
| 4・6   | モード解析                                     | 31  |
| 第 5 章 | 線形モデルの発展性の検討 (タイヤ非線形特性の考察)                | 46  |
| 5・1   | タイヤ非線形特性                                  | 46  |
| 5・2   | STATIC LOSS と DYNAMIC LOSS を取り込む線形化モデルの考察 | 50  |
| 5・3   | タイヤ非線形特性まとめ                               | 54  |
| 第 6 章 | 筋骨格数理モデルを用いたロールフィールの定量化                   | 55  |
| 6・1   | はじめに                                      | 55  |
| 6・2   | 筋骨格数理モデルの構成                               | 55  |
| 6・3   | 解析手法                                      | 57  |
| 6・4   | 実験手法                                      | 60  |
| 6・5   | データの計測                                    | 62  |
| 6・6   | 車両運転時の筋骨格数理モデル                            | 66  |
| 6・7   | 解析結果・考察                                   | 67  |
| 6・8   | まとめ                                       | 70  |
| 6・9   | テスト風景                                     | 71  |
| 第 7 章 | 車両の平面運動と上下運動に減衰特性が与える影響の考察                | 74  |
| 7・1   | 定常円旋回する車両の減衰力違いに対する根軌跡                    | 74  |
| 7・2   | 旋回中の減衰力違いによる周波数応答                         | 75  |
| 7・3   | 旋回中の減衰力違いによる時間軸応答                         | 76  |
| 7・4   | 旋回中の減衰力違いによる車両応答を伝達関数の極とゼロを用いた解析          | 78  |
| 6・8   | まとめ                                       | 79  |
| 第 8 章 | 結論  | 80  |
|       | 作成プログラム                                   | 82  |
|       | 参考文献                                      | 103 |

# Study on Vehicle Behavior Analysis Using Linearization Method of Nonlinear Vehicle Equations of Motion and Quantifying Roll Feel of a Car by Using a Musculoskeletal Mathematical Model

Masaki Izawa

Popularity of cars vastly affected our society to enrich our lives as they became ubiquitous. In Japan, more than one vehicle per household was registered in 1996 and it is something 'anyone can have' since – with the consequence of changing demands of users. A recent study in Japan reveals that users demand driving Comfort as well as good performance of a car; namely 'easy handling', 'ride Comfort', 'safety/sense of security', 'fuel efficiency' and 'style/design'. In addition, the current situation surrounding the automobile industry is the simultaneous flow of four major technological innovations involving the IT industry called CASE (Connected, Autonomous, Shared & Services, Electric Drive). Along with the evolution of CASE, as well as driving control such as lane keeping and automatic follow-up of preceding vehicles, it can be predicted that the need for designing new vehicle dynamics will be increasing, such as 3-axis coordination control by using suspension, brake, and steering. In addition, since the automatic driving vehicle does not require a person's driving operation, the goodness of the vehicle feeling sensed by the occupant becomes an indicator that enhances the competitiveness of the automobile manufacturer. Therefore, the need for an efficient performance design method for quantifying and evaluating the sensory index is expected to be getting higher than ever.

Thus, in this research, as a new method of analyzing and evaluating automobile performance, derivation and linearization of a nonlinear equations of motion model capable of handling steering stability and ride Comfort performance in a unified way. Then next, propose a method to quantify and analyze and evaluate roll feel, which is a sensory indicator of a car as a man-machine tool, and consider the following items.

(1) Linearize the multi-degree of freedom nonlinear motion equation expressing vehicle motion and derive the multi-degree of freedom linear motion equation essentially behaving like a nonlinear model. Then, propose a method to analyze the plane motion and the vertical motion in a unified way using linear analysis methods such as eigenvalue analysis, frequency response analysis, mode analysis.

(2) The musculoskeletal mathematical model is constructed for the driver steering the vehicle, and the roll feel is quantified by correlating the difference in roll behavior due to the difference in the damping force characteristics of the vehicle and the muscle load.

The results clarified in this research are summarized below.

(1) By linearizing multi-degree of freedom nonlinear equations of motion including six degrees of freedom on the sprung, unsprung mass, and steering system, a state space model capable of explicitly considering the spring characteristics and damping characteristics of the suspension is derived. It was possible to handle the planar motion and the vertical motion in a unified way. As a result, from the initial stage of vehicle design, vehicle behavior analysis of steering stability and Comfortableness can be studied in detail using a linear analysis method such as eigenvalue analysis, frequency response, pole-zero analysis for the full vehicle model.

(2) By using the motion capture system for the actual running car, it was possible to construct the musculoskeletal mathematical model of the driver during driving. From the result of the muscle load analysis of the driver's neck, as a driving operation, comparing Sport/Comfort mode, it was confirmed that Sport mode was easy to keep its body and easy to operate. I think that it could quantitatively correlate the sensory evaluation of the roll feel of the car and the physical value by using the change of the time axis data of the driving torque which is done conventionally. It is also inferred that there is a proper roll posture for vehicles that are easy to drive.

(3) Uniform handling of vertical motion and plane motion was a major purpose of linearization of multi-degree of freedom motion equation. This paper analyzed the behavior of roll and yaw in case of different attenuation characteristics as an analysis case. It was shown that the yaw response to the steering input does not change greatly with the change of the suspension damping, whereas the yaw response varies greatly due to the difference in the suspension damping for the road surface disturbance. This difference could be shown theoretically from the relationship between the poles of the root locus and zero. It was suggested that the variable mechanism of the suspension damping is easy and widely used as means for changing the vehicle characteristics and it is effective as a means to compatibly achieve the optimization of the yaw response by the roll feel and the road surface disturbance during steering.

## 第1章 序 論

近年、自動車の普及により我々の生活は豊かに変わり社会生活を営む上で自動車は必要不可欠なもののひとつとなった。日本では1世帯当たりの普及台数が1996年には1.0台を超え<sup>1)</sup>自動車は誰でも望めば所有できる対象となり、それに伴いユーザーが自動車に求めている条件も変化している。日本の最新の調査では「運転のし易さ」に次いで「乗り心地の良さ」「安全性・安心感」「燃費の良さ」「スタイル・デザイン」であり、ユーザーが性能の良い車はもちろん運転に対する快適性を求めていることが分かる<sup>2)</sup>。また最近の自動車業界を取り巻く状況はCASE ( Connected, Autonomous, Shared & Services, Electric Drive ) と呼ばれるIT業界をも巻き込んだ4つの大きな技術革新の流れが同時進行で起きている。CASE進化の中で電動化 ( Electric Drive ) に関してはインホイールモータへの発展性も含めて4輪独立駆動制御などが考えられ電動モータを用いたきめ細かな車両運動性能設計のニーズが出てくると考えられる。また、自動運転 ( Autonomous ) に関してはレーンキーピングなどのステア制御、前車自動追従などの駆動制動制御はもとより緊急回避時などはステア、ブレーキ、サスペンションによる3軸協調制御など新たな車両運動性能の設計ニーズが高まると予想できる。また自動運転車両は基本的にはパーソナルユースとして様々な道路環境に対応してレーンキーピング、加速減速、コーナリングなど複雑な走行が要求されるためオートパイロットによる車両姿勢制御性能が直接的に乗員の感じる車両フィードの良し悪しに影響を与える。人の運転操作が不要となる分乗員の感じる車両フィードの良し悪しは自動車メーカーの対他競争力強化と差別化のための新たな性能の源泉となり官能指標を定量化して評価する効率的な性能設計手法のニーズが従来にも増して高まると考えられる。

まず、車両運動性能を解析するために従来より車両の操縦安定性は、横加速度が小さい線形近似領域では平面2自由度モデルを基本に必要に応じてロール挙動との連成を考慮できるヨー、横、ロール運動のメカニズム解析手法が提案されている<sup>3)4)5)6)7)</sup>。さらに旋回中の加減速を含む運動は準定常状態の概念を導入した解析手法<sup>8)</sup>あるいは重心点スリップ角を基準としたヨーモーメントで安定性を判定する手法<sup>9)</sup>など解析解算の代替手法も提案・実用化されている。また乗り心地性能を解析する場合は単純な上下の1輪2自由度モデル、あるいは4輪ロール・ピッチ・バウンスモデルによる複合振動の解析手法が紹介されている<sup>10)</sup>。これらの線形簡易モデルは、構造が簡単で手計算レベルでも解析的な見通しが立て易い利点があるため車両設計の初期段階における簡易的解析手法、あるいは車両運動の基礎学習用として現在でも多用されているが、ばね、ダンパー要素によるサスペンション機能を介在させたロール、ピッチ、バウンス、ヨー運動を一元的に扱うことができない欠点がある。周知の通り加速減速を含む直進状態から限界横加速度付近までの車両性能の全体を考察するためにはばね上剛体6自由度およびばね下系、操舵系を含めた多自由度非線形運動方程式に非線形特性を表現できるタイヤモデルを加えた非線形運動方程式を扱う必要がある。非線形運動方程式の導出に当たってはその運動特性から航空力学分野では早くから剛体6自由度の非線形モデルの構築が行われている<sup>11)12)</sup>。また車両運動分野でも航空力学に倣った形でのモデル構築指針が示されているが<sup>13)</sup>一般に非線形運動方程式を解析的に解くことはできないため時系列数値解析となり非線形特性のため見通し良い結果が得られない欠点がある。このように非線形モデルでは固有値の算出あるいはOS/US特性の定量評価などの線形解析手法には馴染まないため安定性・応答性など車両設計の初期段階で車両の基本性能を決めるような場合の使用は想定されていないと考えられる。商用の車両解析用ソフトウェアのCarSim<sup>14)</sup>には解析モデルの線形近似モデルを数値データとして算出し固有値解析、周波数解析などを行う機能もあるが非線形解析の結果と併用し実車の挙動解析を多面的に評価することが主目的であると思われる。このため非線形解析手法は車両諸元がある程度決定された開発後期段階での完成車両の性能評価を机上で行うことが主目的であり実車走行試験の代替技術としての観点では有用な手法であると言える。

次に、運転の快適性の向上には路面から受ける車両振動の低減、走行音の低減に加え、旋回時におけるドライバーが感じるロールフィードの改善が重要である。ロールフィードに関してはドライバーの操舵操作による車両の旋回に付随してロール挙動が起ることからドライバーは操舵感と一体に官能値としてロールフィードの良し悪しを強く感じることになる。本研究では介護現場、スポーツ等の負担軽減などに実績のある筋骨格数理モデルを用いた筋負担定量化技術を走行中の車両を操作するドライバー負担に適用しロールフィードの定量化を行うことにした。解析結果を用いて実走行中の車両でのドライバーの身体へかかる負担を定量化しサスペンションの減衰特性違いが走行中の車両を操作するドライバーが感じるロールフィードの違いに与える影響を定量的に比較し考察する。

以上、本研究では機械としての自動車性能を解析・評価する新たな手法として多自由度非線形運動方程式の線形化により操縦安定性と乗り心地性能を一元的に扱うことが可能なモデルの導出と線形解析手法の提案、およびマンマシン系ツールとして見た自動車の官能指標であるロールフィールを定量化し解析・評価する手法の提案を行うこととし、下記項目を検討する。

(1) 車両運動を表現する多自由度非線形運動方程式を線形化し本質的に非線形モデルと同等な挙動をする多自由度線形運動方程式を導出する。その上で固有値解析、周波数応答解析、モード解析など線形解析手法を用いて平面運動と上下運動を一元的に解析する手法を提案する。

(2) 車両を操舵するドライバーに対し筋骨格数理モデルを構築し、車両の減衰力特性違いによるロール挙動の違いと筋負担を関連付けすることによりロールフィールを定量化する。

(3) 平面運動と上下運動を一元的に扱う解析として減衰特性違いでのヨーとロール運動の挙動解析を行う。さらにロールフィールの定量化結果と併せて好適なロール姿勢設定の検討を行う。

## 第2章 車両運動を表す多自由度運動方程式の構築

この章では車両運動に関する多自由度非線形運動方程式を導出した上で非線形運動方程式をテイラー展開を用いた線形化と Magic Formula 式によるタイヤモデルの説明および等価コーナリングパワーの求め方を説明する。さらに車両旋回時の等価コーナリングパワーの算出方法と数値例を示す。

### 2.1 解析の手順

解析の詳細説明に入る前に線形化手法の概略フローを図 2.1 に示す。車両の非線形運動方程式とタイヤ特性を定義する。運動方程式はテイラー展開による 1 次近似、タイヤ特性はスリップ角による偏微分により釣合点回りで線形モデルを導出する。旋回時あるいは加速減速時は補助方程式を用いて釣合点での等価コーナリングパワーを算出し線形モデルに数値適用する。以下に各手順の詳細を説明する。

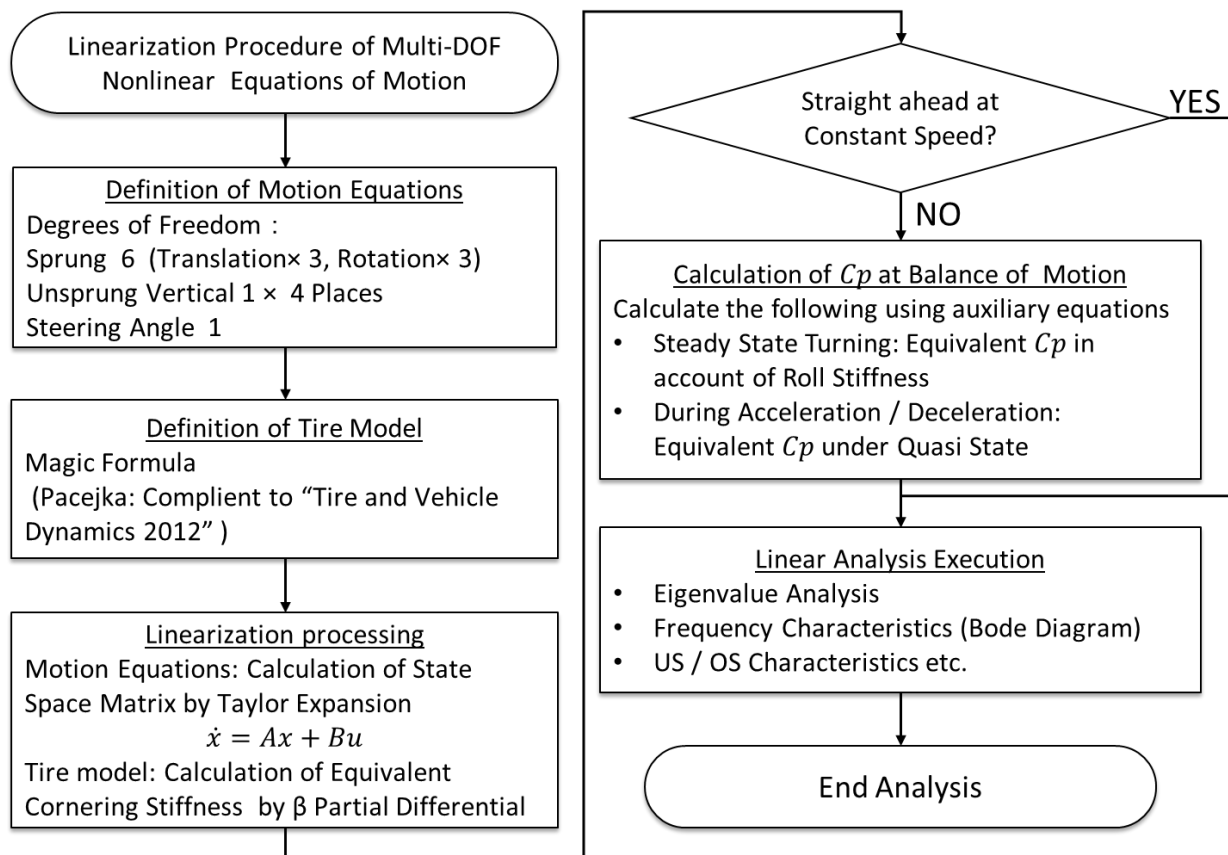


Fig.2.1 Analysis flow of linearized model

## 2・2 運動方程式

### 2・2・1 座標の定義

計算には必要に応じて3種類の座標を用いる。図 2.2 はばね上重心位置を原点に取り車両前方進行方向を $x$ 軸としたボディ座標であり、ばね上の運動を記述するために用いる ISO 座標である。図 2.3-2.4 にボディ座標と中間座標の関係を示す。中間座標は $x$ 方向、 $y$ 方向、ヨー運動はボディ座標と一体に動き、路面と平行に $x-y$ 軸を取り車体に作用する路面と平行な前後力、横力とばね下の上下運動を記述する目的で用いる。図 2.5 にタイヤ座標を示す。路面と平行にタイヤ回転面を $x$ 軸、直角方向を $y$ 軸としてタイヤ発生力を直接計算するために用いる。これら3種類の座標は後述のオイラー角、実舵角を用いて互いに変換可能であり、力と方向を合わせるために必要に応じ適宜座標変換して計算する。

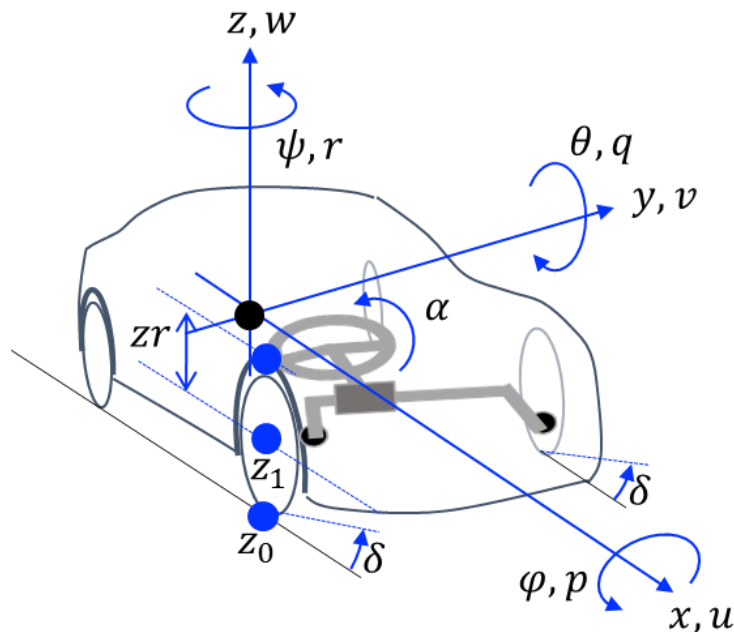


Fig. 2.2 Body coordinate system

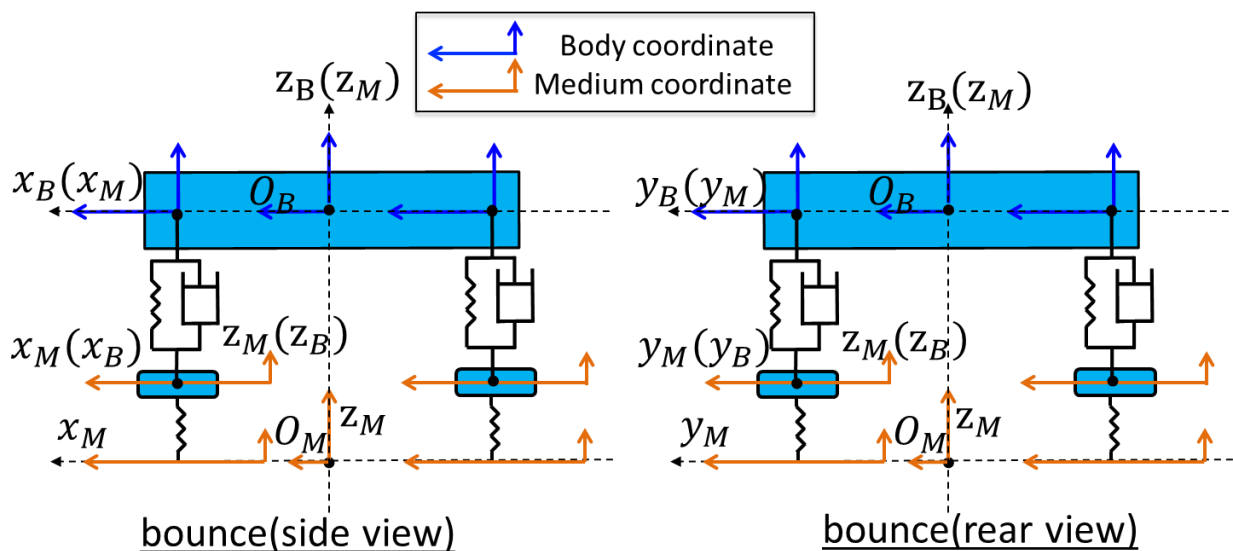


Fig. 2.3 Medium coordinate system(bounce)

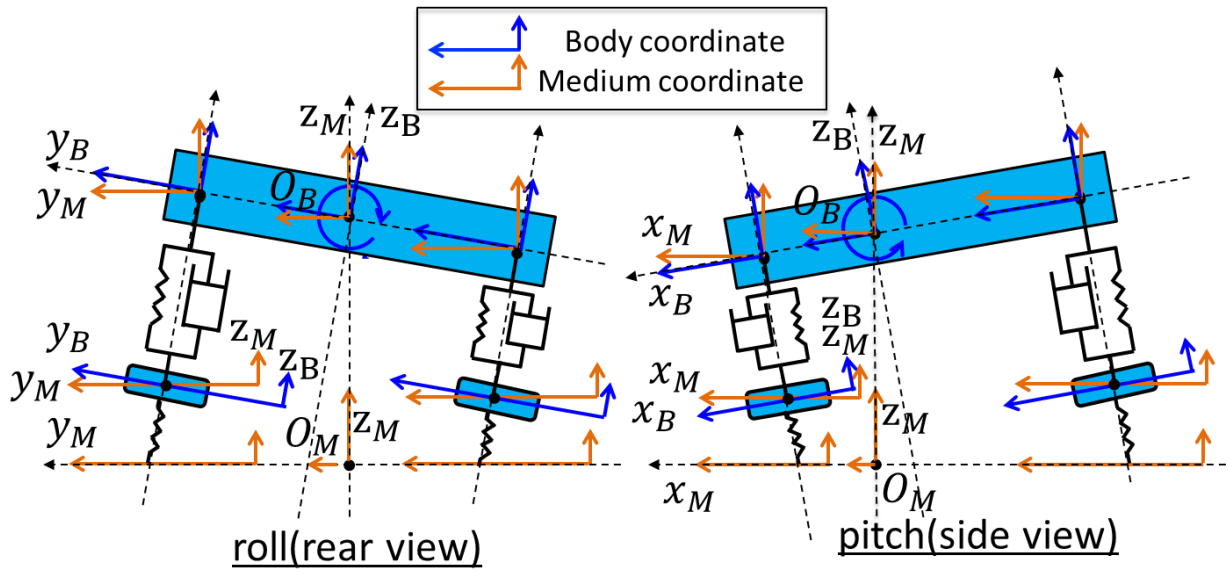


Fig. 2.4 Medium coordinate system (roll and pitch)

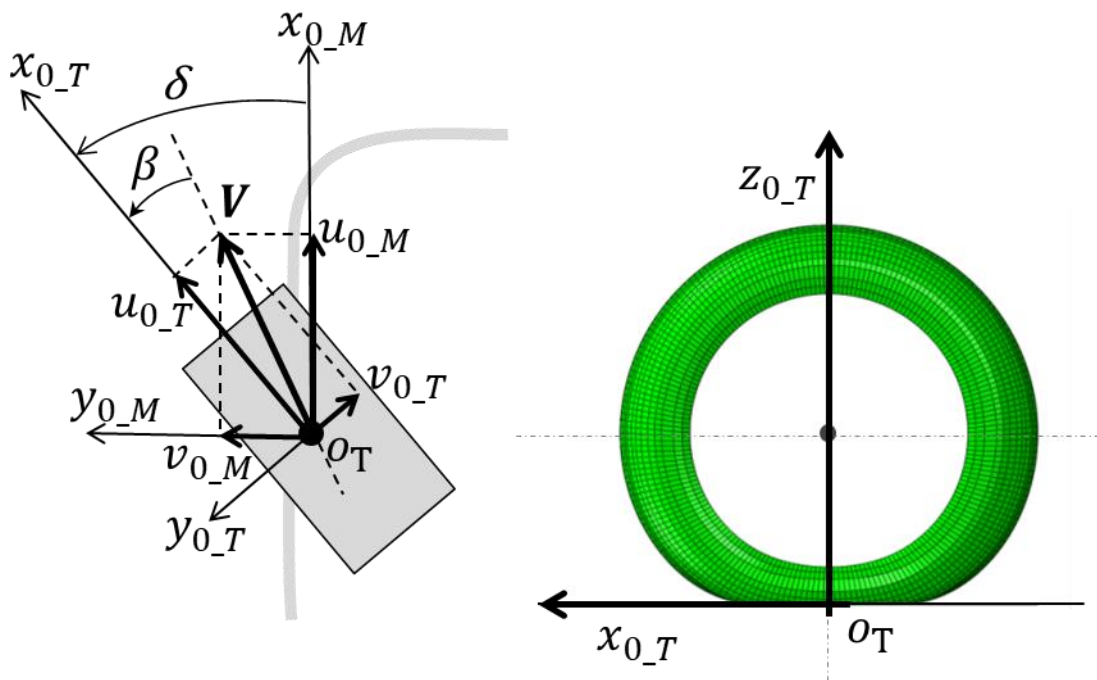


Fig. 2.5 Tire coordinate system

### 2・2・2 座標変換

運動方程式，力，モーメント等はそれぞれの運動の主体となる座標で表した．実際の計算は  $\varphi$ ,  $\theta$ ,  $\psi$  をオイラー角とし，力と方向を変換するために適宜下記あるいはその逆行列を用いた座標変換を行い計算する．

$$R_\varphi = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \varphi & \sin \varphi \\ 0 & -\sin \varphi & \cos \varphi \end{bmatrix} \quad R_\theta = \begin{bmatrix} \cos \theta & 0 & -\sin \theta \\ 0 & 1 & 0 \\ \sin \theta & 0 & \cos \theta \end{bmatrix} \quad R_\psi = \begin{bmatrix} \cos \psi & \sin \psi & 0 \\ -\sin \psi & \cos \psi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (2.1)$$

とした時

- グローバル座標からボディ座標  

$$R_{G2B} = (R_\varphi \cdot (R_\theta \cdot R_\psi)) \quad (2.2)$$

- 中間座標からボディ座標  

$$R_{M2B} = (R_\varphi \cdot R_\theta) \quad (2.3)$$

- タイヤ座標から中間座標  ただし  $\delta$  は実舵角とする  

$$R_{T2M} = \begin{bmatrix} \cos \delta & -\sin \delta & 0 \\ \sin \delta & \cos \delta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (2.4)$$

以上，計算で用いる状態量などの記号一覧を表 2.1 に示す．

Table 2.1 Symbols of state variable

| State Variables                  | Symbols  | note                |
|----------------------------------|--|---------------------|
| Sprung mass velocity x-direction | $u$  |                     |
| Sprung mass velocity y-direction | $v$  |                     |
| Sprung mass velocity z-direction | $w$  |                     |
| Sprung mass roll rate            | $p$  |                     |
| Sprung mass pitch rate           | $q$  |                     |
| Sprung mass yaw rate             | $r$  |                     |
| Roll Euler angle                 | $\varphi$  |                     |
| Pitch Euler angle                | $\theta$   |                     |
| Yaw Euler angle                  | $\psi$   |                     |
| Suspension stroke                | $Zr_{fr}, Zr_{fl}, Zr_{rl}, Zr_{rr}$                         |                     |
| Suspension stroke velocity       | $Z\dot{r}_{fr}, Z\dot{r}_{fl}, Z\dot{r}_{rl}, Z\dot{r}_{rr}$ |                     |
| Unsprung mass displacement       | $Z_{1fr}, Z_{1fl}, Z_{1rl}, Z_{1rr}$                         |                     |
| Unsprung mass displacement rate  | $Z_{1\dot{f}r}, Z_{1\dot{f}l}, Z_{1\dot{r}l}, Z_{1\dot{r}r}$ |                     |
| Actual steer angle               | $\delta$   |                     |
| Actual steer angle rate          | $\dot{\delta}$   |                     |
| Road displacement (input signal) | $Z_{0fr}, Z_{0fl}, Z_{0rl}, Z_{0rr}$                         | Not state variables |
| Tire Slip Angle                  | $\beta_{fr}, \beta_{fl}, \beta_{rl}, \beta_{rr}$             | Not state variables |
| Coordinate direction             | $x, y, z$  | Not state variables |

ただし，必要に応じ座標系を表す添え字， $_B$  (ボディ)， $_M$  (中間)， $_T$  (タイヤ) や位置を表す数字 0:路面，1:ばね下 を用いて適宜区別する．



### 2・2・3 モデルの自由度と仮定

モデルの自由度はばね上 6 自由度（3 並進運動，3 回転運動），ばね下 1 自由度（上下方向）4 か所，操舵系回転 1 自由度（ステアリングホイール角度入力）の 11 自由度を考慮した．この際，一般性を失うことなくサスペンションはボディ座標の  $z$  軸方向にのみ変位するとしそれ以外の方向に対して変位，回転を拘束した．またばね下は鉛直方向に変位するものとし，前後・横・ヨー運動はばね上とともに運動し，バウンス，ロール，ピッチはばね上のみ運動と仮定した．なお，ダイナミクスを持たないロールステアはこれを考慮しない．また操舵系ではタイヤ横力による実舵角の切れ戻りを考慮しないこととし，代わりに前輪タイヤコーナリングパワーの設定値を小さくすることで等価的に切れ戻り特性として反映した<sup>15)</sup>．表 2.2 に変数名一覧及び計算の標準値としての代表的数値例を示す．

Table 2.2 Model parameters

| Parameters                             | Symbols                                   | Values  |
|--|---|---|
| Sprung Mass                            | $m_2$                                     | 1250 [kg]                                       |
| Unsprung Mass                          | $m_{1fr}, m_{1fl}, m_{1rl}, m_{1rr}$      | 30,30,30,30 [kg]<br>ただし式展開は $m_1$ 一定とした         |
| Moment of Inertia                      | $I_x, I_y, I_z$                           | 680, 1920, 2580 [kgm <sup>2</sup> ]             |
| Product of Inertia                     | $I_{xy}, I_{yz}, I_{xz}$                  | 0, 0, -18.0 [kgm <sup>2</sup> ]                 |
| Tire Moment of Inertia                 | $I_{yT}, I_{zT}$                          | 1.0, 1.0 [kgm <sup>2</sup> ]                    |
| Spring Rate                            | $K_{fr}, K_{fl}, K_{rl}, K_{rr}$          | 50,50,22.5,22.5 [kN/m]                          |
| Damping Coefficient                    | $C_{fr}, C_{fl}, C_{rl}, C_{rr}$          | 2.4,2.4,2.4,2.4 [kNs/m]                         |
| Tire Spring Rate                       | $K_{tire}$                                | 265[kN/m]                                       |
| Cornering Stiffness                    | $C_{pfr}, C_{pfl}, C_{prl}, C_{prr}$      | 55,55,60,60 ×10 <sup>3</sup> [N/rad]            |
| Tread                                  | $T_{fr}, T_{fl}, T_{rl}, T_{rr}$          | 0.765,0.765,0.75,0.75 [m]                       |
| Distance between Axle and COG          | $L_{fr}, L_{fl}, L_{rl}, L_{rr}$          | 1.02,1.02,1.56,1.56 [m]                         |
| Distance between Unsprung mass and COG | $H_{1fr}, H_{1fl}, H_{1rl}, H_{1rr}, H_1$ | 0.16, 0.16, 0.16, 0.16, 0.16 [m]                |
| Tire Radius                            | $R_L$                                     | 0.32 [m]  |
| Steer System Properties                | $I_s, K_s, C_s$                           | 0.05[kgm <sup>2</sup> ],127 [Nm/rad],4[Nms/rad] |
| Steering Wheel Angle                   | $\alpha$                                  | [rad]   |
| Caster + Pneumatic trail               | $\zeta$                                   | -   |

位置，座標を示すため下記の添え字を適宜用いる．

- 位置を表す添え字（その 1）：

右前  $fr$  左前  $fl$  左後  $rl$  右後  $rr$

- 位置を表す添え字（その 2）：

路面とタイヤとの接点 0 ばね下 1

- 座標の添え字：

ボディ  $_B$ , 中間  $_M$ , タイヤ  $_T$

## 2・2・4 運動方程式

以下に計算に用いる運動方程式を示す.

- ばね上並進運動に関する運動方程式

$$m_2(\dot{u} + qw - rv) = F_x \quad (2.5)$$

$$m_2(\dot{v} + ru - pw) = F_y \quad (2.6)$$

$$m_2(\dot{w} + pv - qu) = F_z \quad (2.7)$$

ただし  $F_x, F_y, F_z$  は外力

- ばね上回転運動の運動方程式

$$I_x \ddot{p} - I_{xz} \dot{r} + (I_z - I_y)qr - I_{xz}pq = M_x \quad (2.8)$$

$$I_y \dot{q} + I_{xz}(p^2 - r^2) + (I_x - I_z)rp = M_y \quad (2.9)$$

$$I_z \dot{r} - I_{xz} \dot{p} + (I_y - I_x)pq + I_{xz}qr = M_z \quad (2.10)$$

ただし  $M_x, M_y, M_z$  は外力によるモーメント

- オイラー角とばね上角速度の関係

$$\dot{\varphi} = p + q \tan \theta \sin \varphi + r \tan \theta \cos \varphi \quad (2.11)$$

$$\dot{\theta} = q \cos \varphi - r \sin \varphi \quad (2.12)$$

$$\dot{\psi} = r \cos \varphi / \cos \theta + q \sin \varphi / \cos \theta \quad (2.13)$$

- ステアリング系の運動方程式

ステアリング系は角度入力による運動方程式を用いた.

$$I_s \ddot{\delta} + C_s \dot{\delta} + K_s \delta = K_s \alpha + \xi(C_{pfr} \beta_{fr} + C_{pfl} \beta_{fl}) \quad (2.14)$$

ただし切れ戻りを考慮しないためタイヤ横力の中心点と操舵回転軸との距離を  $\xi = 0$  とした.

## 2・2・5 作用荷重

- サスペンション力

$$F_{z2ii_B} = -K_{ii}(z_{2ii_B} - z_{1ii_B}) - C_{ii}(w_{2ii_B} - w_{1ii_B}) \quad (2.15)$$

ただし  $ii = fr, fl, rl, rr$

- タイヤ横力

$$F_{y0ii_T} = -C_{pii} \beta_{ii} \quad (2.16)$$

$$\beta_{ii} = \tan^{-1}(v_{0ii_M} / u_{0ii_M}) - \delta_{ii} \quad (2.17)$$

ただし  $ii = fr, fl, rl, rr$  また、本検討では  $\delta_{rl} = 0, \delta_{rr} = 0$

- 接地荷重

$$F_{z1ii_M} = -K_{tire}(z_{1ii_M} - z_{0ii_M}) \quad (2.18)$$

ただし  $ii = fr, fl, rl, rr$

- ばね下運動方程式

$$m_1 \ddot{z}_{1ii_M} = -F_{z2ii_M} + F_{z1ii_M} + m_1 g \quad (2.19)$$

ただし  $ii = fr, fl, rl, rr$

- 重力

$$F_{xg_B} = -m_2 g \sin \theta \quad (2.20)$$

$$F_{yg_B} = m_2 g \sin \varphi \cos \theta \quad (2.21)$$

$$F_{zg_B} = m_2 g \cos \varphi \cos \theta \quad (2.22)$$

ただし  $g$ : 重力加速度とし  $g = -9.80665 \text{ m/s}^2$

- サスペンション取り付け点での中間座標系による  $x, y$  方向の力

ばね上はサスペンション反力  $F_{z2ii_B}$  のほかにタイヤの発生する横力  $F_{y0ii_M}$ , 駆動制動力  $F_{x0ii_M}$  を実舵角, ピッチ角, ロール角の発生に伴う分力として受ける (ただし今回は駆動制動力を考慮しないが形式的に示す).

車両全質量に対して

$$\text{前後方向力： } (m_2 + 4m_1) \dot{u}_M = F_{x0fl_M} + F_{x0fr_M} + F_{x0rl_M} + F_{x0rr_M} \quad (2.23)$$

$$\text{左右力： } (m_2 + 4m_1) \dot{v}_M = F_{y0fl_M} + F_{y0fr_M} + F_{y0rl_M} + F_{y0rr_M} \quad (2.24)$$

ばね下に対して（左前輪を代表して示す）

$$\text{前後方向力： } m_1 \dot{u}_M = F_{x0fl_M} - F_{x2fl_M} \quad (2.25)$$

$$\text{左右力： } m_1 \dot{v}_M = F_{y0fl_M} - F_{y2fl_M} \quad (2.26)$$

中間座標とボディ座標との関係から

$$\begin{pmatrix} F_{x2fl_B} \\ F_{y2fl_B} \\ F_{z2fl_B} \end{pmatrix} = R_{M2B} \begin{pmatrix} F_{x2fl_M} \\ F_{y2fl_M} \\ F_{z2fl_M} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} F_{x2fl_M} \cos \theta - F_{z2fl_M} \sin \theta \\ F_{x2fl_M} \sin \theta \sin \varphi + F_{y2fl_M} \cos \varphi + F_{z2fl_M} \sin \varphi \cos \theta \\ F_{x2fl_M} \cos \varphi \sin \theta - F_{y2fl_M} \sin \varphi + F_{z2fl_M} \cos \varphi \cos \theta \end{pmatrix} \quad (2.27)$$

(2.27) の3行目から

$$F_{z2fl_M} = \frac{(F_{z2fl_B} - F_{x2fl_M} \cos \varphi \sin \theta + F_{y2fl_M} \sin \varphi)}{\cos \varphi \cos \theta} \quad (2.28)$$

ただし  $F_{z2fl_B}$  は式 (2.15) から求める。

以上まとめて中間座標系でのサスペンション取り付け点の力は

$$F_{x2ii_M} = F_{x0ii_M} - \frac{m_1}{(m_2 + 4m_1)} \sum_{ii} F_{x0ii_M} \quad (2.29)$$

$$F_{y2ii_M} = F_{y0ii_M} - \frac{m_1}{(m_2 + 4m_1)} \sum_{ii} F_{y0ii_M} \quad (2.30)$$

$$F_{z2ii_M} = \frac{(F_{z2ii_B} - F_{x2ii_M} \cos \varphi \sin \theta + F_{y2ii_M} \sin \varphi)}{\cos \varphi \cos \theta} \quad (2.31)$$

ただし  $ii = fr, fl, rl, rr$

## 2・2・6 外力とモーメント

以下に運動方程式に与える外力とモーメントを示す。

- ばね上に作用する外力

$$F_x = \sum_{ii} F_{x2ii_B} + F_{xg_B} \quad (2.32)$$

$$F_y = \sum_{ii} F_{y2ii_B} + F_{yg_B} \quad (2.33)$$

$$F_z = \sum_{ii} F_{z2ii_B} + F_{zg_B} \quad (2.34)$$

- 重力によるモーメント

$$M_{xg_B} = -m_2 g \sin \varphi \cos \theta H_1 \quad (2.35)$$

$$M_{yg_B} = -m_2 g \sin \theta \cdot H_1 \quad (2.36)$$

$$M_{zg_B} = 0 \quad (2.37)$$

- タイヤ発生力によるモーメント

$$M_{x0_M} = \sum_{ii} F_{x0ii_M} \cdot R_L \quad (2.38)$$

$$M_{y0_M} = \sum_{ii} F_{y0ii_M} \cdot R_L \quad (2.39)$$

$$M_{z0_M} = 0 \quad (\text{SAT 考慮せず}) \quad (2.40)$$

- サスペンション取り付け点モーメント

$$M_{x1_B} = \sum_{kk} F_{y2kk_B} \cdot H_{1kk} + \sum_{kk} F_{z2kk_B} \cdot T_{kk} \cdot \text{sign}(jj) \quad (2.41)$$

ただし  $\text{sign}(jj)$  は位置  $kk = [fr, fl, rl, rr]$  での値  $jj = [-1, 1, 1, -1]$  とする

$$M_{y1_B} = -\sum_{kk} F_{x2kk_B} \cdot H_{1kk} + \sum_{kk} F_{z2kk_B} \cdot L_{kk} \cdot \text{sign}(jj) \quad (2.42)$$

ただし  $\text{sign}(jj)$  は位置  $kk = [fr, fl, rl, rr]$  での値  $jj = [-1, -1, 1, 1]$  とする

$$M_{z1_B} = \sum_{kk} F_{y2kk_B} \cdot L_{kk} \cdot \text{sign}(ii) + \sum_{kk} F_{x2kk_B} \cdot T_{kk} \cdot \text{sign}(jj) \quad (2.43)$$

ただし  $\text{sign}(ii)$  は 位置  $kk = [fr, fl, rl, rr]$  での値  $ii = [1, 1, -1, -1]$

$\text{sign}(jj)$  は 位置  $kk = [fr, fl, rl, rr]$  での値  $jj = [1, -1, -1, 1]$  とする

- ばね上に作用するモーメント

$$M_x = M_{xg_B} + M_{x0_B} + M_{x1_B} \quad (2.44)$$

$$M_y = M_{yg_B} + M_{y0_B} + M_{y1_B} \quad (2.45)$$

$$M_z = M_{zg_B} + M_{z0_B} + M_{z1_B} \quad (2.46)$$

各外力およびモーメントの作用位置を図 2.6 に示す. 表示のないばね下位置も同様の考え方で外力, モーメントの作用を受ける.

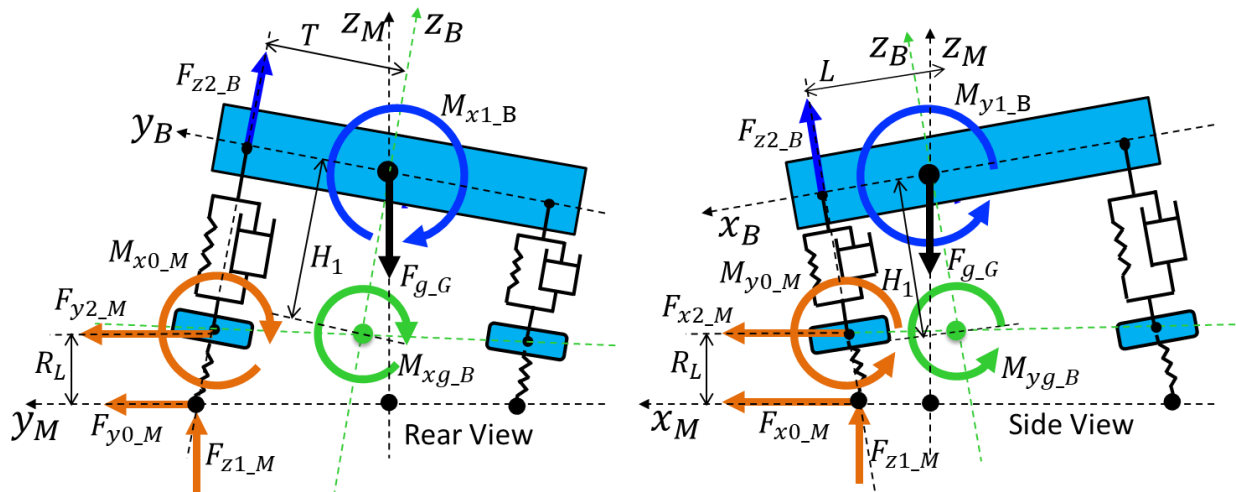


Fig. 2.6 Example of applied forces and moments

### 2・3 解析モデルの線形化

車両は剛体6自由度の運動方程式で記述しているため本質的に非線形特性となる. またタイヤは等価摩擦力を上限とする飽和特性でありこれも非線形特性である. 本項ではそれぞれの特性に対する線形化手法を以下に示す.

#### 2・3・1 車両運動方程式の線形化

非線形運動方程式を線形化する手法としてテイラー展開による先行検討例<sup>16)17)</sup>がある. 本論文でも先行検討例に倣い運動方程式を多変数関数と考えた線形化手法を行う. 式 (2.47) は非線形運動方程式を表し  $f(x)$ ,  $g(x)$  は  $x$  に関し何回でも偏微分可能な関数とする. また釣合の平衡点を  $x_s$  として一般性を失うことなく  $f(x_s) = 0$  を仮定する. テイラー展開した結果を形式的に式 (2.50) に示す. ここで  $O^2(x, u)$  は  $x, u$  に関して十分に小さいと考え  $O^2(x, u) = 0$  とする. 式 (2.52) の  $\partial f / \partial x$  はヤコビアン行列であり状態量  $x$  の要素数を次元とする正方行列となる. 以上の手続きを経てヤコビアン行列に初期値を与えたものを線形システム行列  $A$  とし, 入力に関する非線形方程式  $g(x)$  に初期値を与えたものを入力行列  $B$  とする.  $A$   $B$  はそれぞれ式 (2.53) 式 (2.54) となり線形化運動を表す状態方程式 (2.55) が得られる.

$$\dot{x} = f(x) + g(x)u \quad (2.47)$$

$$x = (x_1, x_2, \dots, x_n)^T \quad (2.48)$$

$$f(x) = (f_1(x), f_2(x), f_3(x), \dots, f_n(x))^T \quad (2.49)$$

$$\dot{x} = f(x_s) + \frac{\partial f}{\partial x} \Big|_{x=x_s} x + g(x_s)u + O^2(x, u) \quad (2.50)$$

$$\dot{x} \approx \frac{\partial f}{\partial x} \Big|_{x=x_s} x + g(x_s)u \quad (2.51)$$

$$\frac{\partial f}{\partial \mathbf{x}} = \begin{pmatrix} \frac{\partial f_1}{\partial x_1} & \frac{\partial f_1}{\partial x_2} & \cdots & \frac{\partial f_1}{\partial x_n} \\ \frac{\partial f_2}{\partial x_1} & \frac{\partial f_2}{\partial x_2} & \cdots & \frac{\partial f_2}{\partial x_n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{\partial f_n}{\partial x_1} & \frac{\partial f_n}{\partial x_2} & \cdots & \frac{\partial f_n}{\partial x_n} \end{pmatrix} \quad (2.52)$$

$$\mathbf{A} = \frac{\partial f}{\partial \mathbf{x}} \Big|_{\mathbf{x}=\mathbf{x}_s} \quad (2.53)$$

$$\mathbf{B} = \mathbf{g}(\mathbf{x}_s) \quad (2.54)$$

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{A}\mathbf{x} + \mathbf{B}\mathbf{u} \quad (2.55)$$

状態量  $\mathbf{x}$ ，入力  $\mathbf{u}$  をそれぞれ下記とした場合の入力行列  $\mathbf{B}$  とシステム行列  $\mathbf{A}$  を  $\mathbf{A}_1 = A[1:23,1:11]$  と  $\mathbf{A}_2 = A[1:23,12:23]$  に分けて式 (2.56) に示す．なおシステム行列  $\mathbf{A}$  内の  $a_{24}$  等の要素は表記が煩雑になるため行列外へ簡易表示した．また初期値は  $\mathbf{u}$  の初期値  $\mathbf{u}_0$  以外は全てゼロとした．

ただし

$$\mathbf{x} = [u, v, w, p, q, r, \varphi, \theta, \psi, z_{fr}, z_{fl}, z_{rl}, z_{rr}, z_{frM}, z_{flM}, z_{rlM}, z_{rrM}, \dot{z}_{frM}, \dot{z}_{flM}, \dot{z}_{rlM}, \dot{z}_{rrM}, \delta, \dot{\delta}]^T$$

$$\mathbf{u} = [\alpha, z_{0frM}, z_{0flM}, z_{0rlM}, z_{0rrM}]^T$$

$$\mathbf{B}^T = \begin{bmatrix} 0 & \frac{K_s}{I_s} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{K_t}{m_1} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{K_t}{m_1} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{K_t}{m_1} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{K_t}{m_1} & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{A}_I = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & g & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{C_{pfl}+C_{pfr}+C_{prl}+C_{pr}}{m u_0+4 m_1 u_0} & 0 & a_{24} & 0 & a_{26} & -g & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{2(C_2f+C_2r)}{m} & 0 & \frac{2C_2ff-2C_2rlr+m u_0}{m} & 0 & 0 & \frac{2(C_2f+C_2r)u_0}{m} & 0 & -\frac{K_2f}{m} & -\frac{K_2f}{m} \\ 0 & a_{42} & 0 & a_{44} & 0 & a_{46} & \frac{g(h_1f+h_1r)lzm}{2lxlz-2jxz^2} & 0 & 0 & \frac{lzK_2ftf}{lxlz-jxz^2} & \frac{lzK_2ftf}{-lxlz+jxz^2} \\ 0 & 0 & \frac{2C_2ff-2C_2rlr}{ly} & 0 & -\frac{2(C_2ff^2+C_2rlr^2)}{ly} & 0 & 0 & a_{58} & 0 & \frac{K_2ff}{ly} & \frac{K_2ff}{ly} \\ 0 & a_{62} & 0 & a_{64} & 0 & a_{66} & \frac{g(h_1f+h_1r)jxzm}{2lxlz-2jxz^2} & 0 & 0 & \frac{jxzK_2ftf}{lxlz-jxz^2} & \frac{jxzK_2ftf}{-lxlz+jxz^2} \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -tf & -lf & 0 & 0 & -u_0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & tf & -lf & 0 & 0 & -u_0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & tr & lr & 0 & 0 & -u_0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -tr & lr & 0 & 0 & -u_0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{C_2f}{m_1} & -\frac{C_2ftf}{m_1} & -\frac{C_2flf}{m_1} & 0 & 0 & -\frac{C_2fu_0}{m_1} & 0 & \frac{K_2f}{m_1} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{C_2f}{m_1} & \frac{C_2ftf}{m_1} & -\frac{C_2flf}{m_1} & 0 & 0 & -\frac{C_2fu_0}{m_1} & 0 & 0 & \frac{K_2f}{m_1} \\ 0 & 0 & \frac{C_2r}{m_1} & \frac{C_2rtf}{m_1} & \frac{C_2rlf}{m_1} & 0 & 0 & -\frac{C_2ru_0}{m_1} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{C_2r}{m_1} & -\frac{C_2rtf}{m_1} & \frac{C_2rlf}{m_1} & 0 & 0 & -\frac{C_2ru_0}{m_1} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$A_2 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{Cpfl+Cpfr}{m+4m1} & 0 \\ -\frac{K2r}{m} & -\frac{K2r}{m} & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{C2f}{m} & \frac{C2f}{m} & \frac{C2r}{m} & \frac{C2r}{m} & 0 & 0 & 0 \\ \frac{IzK2rtr}{-IxIz+Jxz^2} & \frac{IzK2rtr}{IxIz-Jxz^2} & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{C2flztf}{-IxIz+Jxz^2} & \frac{C2flztf}{IxIz-Jxz^2} & \frac{C2rlztr}{IxIz-Jxz^2} & \frac{C2rlztr}{-IxIz+Jxz^2} & a422 & 0 & 0 \\ -\frac{K2rlr}{ly} & -\frac{K2rlr}{ly} & 0 & 0 & 0 & 0 & -\frac{C2flf}{ly} & -\frac{C2flf}{ly} & \frac{C2rlr}{ly} & \frac{C2rlr}{ly} & 0 & 0 & 0 \\ \frac{JxzK2rtr}{-IxIz+Jxz^2} & \frac{JxzK2rtr}{IxIz-Jxz^2} & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{C2fjxztf}{-IxIz+Jxz^2} & \frac{C2fjxztf}{IxIz-Jxz^2} & \frac{C2rjxztr}{IxIz-Jxz^2} & \frac{C2rjxztr}{-IxIz+Jxz^2} & a622 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{Kt}{m1} & 0 & 0 & 0 & -\frac{C2f}{m1} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -\frac{Kt}{m1} & 0 & 0 & 0 & -\frac{C2f}{m1} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \frac{K2r}{m1} & 0 & 0 & 0 & -\frac{Kt}{m1} & 0 & 0 & 0 & -\frac{C2r}{m1} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{K2r}{m1} & 0 & 0 & 0 & -\frac{Kt}{m1} & 0 & 0 & 0 & -\frac{C2r}{m1} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -\frac{Ks}{Is} & -\frac{Cs}{Is} & 0 \end{pmatrix}$$

(2.56)

ただし

$$a24 = -(((4 m1 (-((Cpfl h0f)/u0) - (Cpfr h0f)/u0 - (Cprl h0r)/u0 - (Cprrr h0r)/u0))/(m + 4 m1) + (Cpfl h0f)/u0 + (Cpfr h0f)/u0 + (Cprl h0r)/u0 + (Cprrr h0r)/u0)/m)$$

$$a26 = -(((4 m1 (-((Cpfl lf)/u0) - (Cpfr lf)/u0 + (Cprl lr)/u0 + (Cprrr lr)/u0))/(m + 4 m1) + (Cpfl lf)/u0 + (Cpfr lf)/u0 - (Cprl lr)/u0 - (Cprrr lr)/u0 + m u0)/m)$$

$$a42 = -(1/(-Ix Iz + Jxz^2))(-Jxz (-lf (-((m1 (-((Cpfl/u0) - Cpfr/u0 - Cprl/u0 - Cprrr/u0))/(m + 4 m1)) - Cpfl/u0) - lf (-((m1 (-((Cpfl/u0) - Cpfr/u0 - Cprl/u0 - Cprrr/u0))/(m + 4 m1)) - Cpfr/u0) + lr (-((m1 (-((Cpfl/u0) - Cpfr/u0 - Cprl/u0 - Cprrr/u0))/(m + 4 m1)) - Cprl/u0) + lr (-((m1 (-((Cpfl/u0) - Cpfr/u0 - Cprl/u0 - Cprrr/u0))/(m + 4 m1)) - Cprrr/u0)) - Iz (-h1f (-((m1 (-((Cpfl/u0) - Cpfr/u0 - Cprl/u0 - Cprrr/u0))/(m + 4 m1)) - Cpfl/u0) - h1f (-((m1 (-((Cpfl/u0) - Cpfr/u0 - Cprl/u0 - Cprrr/u0))/(m + 4 m1)) - Cpfr/u0) - h1r (-((m1 (-((Cpfl/u0) - Cpfr/u0 - Cprl/u0 - Cprrr/u0))/(m + 4 m1)) - Cprl/u0) - h1r (-((m1 (-((Cpfl/u0) - Cpfr/u0 - Cprl/u0 - Cprrr/u0))/(m + 4 m1)) - Cprrr/u0) + (Cpfl R0tire)/u0 + (Cpfr R0tire)/u0 + (Cprl R0tire)/u0 + (Cprrr R0tire)/u0))$$

$$a44 = -(1/(-Ix Iz + Jxz^2))(-Jxz (-lf (-((m1 (-((Cpfl h0f)/u0) - (Cpfr h0f)/u0 - (Cprl h0r)/u0 - (Cprrr h0r)/u0))/(m + 4 m1)) - (Cpfl h0f)/u0) - lf (-((m1 (-((Cpfl h0f)/u0) - (Cpfr h0f)/u0 - (Cprl h0r)/u0 - (Cprrr h0r)/u0))/(m + 4 m1)) - (Cpfr h0f)/u0) + lr (-((m1 (-((Cpfl h0f)/u0) - (Cpfr h0f)/u0 - (Cprl h0r)/u0 - (Cprrr h0r)/u0))/(m + 4 m1)) - (Cprl h0r)/u0) + lr (-((m1 (-((Cpfl h0f)/u0) - (Cpfr h0f)/u0 - (Cprl h0r)/u0 - (Cprrr h0r)/u0))/(m + 4 m1)) - (Cprrr h0r)/u0) - Iz (2 C2f tf^2 + 2 C2r tr^2 - h1f (-((m1 (-((Cpfl h0f)/u0) - (Cpfr h0f)/u0 - (Cprl h0r)/u0 - (Cprrr h0r)/u0))/(m + 4 m1)) - (Cpfl h0f)/u0) - h1f (-((m1 (-((Cpfl h0f)/u0) - (Cpfr h0f)/u0 - (Cprl h0r)/u0 - (Cprrr h0r)/u0))/(m + 4 m1)) - (Cpfr h0f)/u0) - h1r (-((m1 (-((Cpfl h0f)/u0) - (Cpfr h0f)/u0 - (Cprl h0r)/u0 - (Cprrr h0r)/u0))/(m + 4 m1)) - (Cprl h0r)/u0) - h1r (-((m1 (-((Cpfl h0f)/u0) - (Cpfr h0f)/u0 - (Cprl h0r)/u0 - (Cprrr h0r)/u0))/(m + 4 m1)) - (Cprrr h0r)/u0) + (Cpfl h0f R0tire)/u0 + (Cpfr h0f R0tire)/u0 + (Cprl h0r R0tire)/u0 + (Cprrr h0r R0tire)/u0))$$

$$\begin{aligned}
a46 = & -(1/(-Ix Iz + Jxz^2))(-Jxz (-lf (-((m1 (-((Cpfl lf)/u0) - (Cpfr lf)/u0 + (Cprl lr)/u0 + \\
& (Cprrr lr)/u0)))/(m + 4 m1)) - (Cpfl lf)/u0 - lf (-((m1 (-((Cpfl lf)/u0) - (Cpfr lf)/u0 + (Cprl lr)/u0 + \\
& (Cprrr lr)/u0)))/(m + 4 m1)) - (Cpfr lf)/u0 + lr (-((m1 (-((Cpfl lf)/u0) - (Cpfr lf)/u0 + (Cprl lr)/u0 + \\
& (Cprrr lr)/u0)))/(m + 4 m1)) + (Cprl lr)/u0 + lr (-((m1 (-((Cpfl lf)/u0) - (Cpfr lf)/u0 + (Cprl lr)/u0 + \\
& (Cprrr lr)/u0)))/(m + 4 m1)) + (Cprrr lr)/u0) - Iz (-h1f (-((m1 (-((Cpfl lf)/u0) - (Cpfr lf)/u0 + \\
& (Cprl lr)/u0 + (Cprrr lr)/u0)))/(m + 4 m1)) - (Cpfl lf)/u0 - h1f (-((m1 (-((Cpfl lf)/u0) - \\
& (Cpfr lf)/u0 + (Cprl lr)/u0 + (Cprrr lr)/u0)))/(m + 4 m1)) - (Cpfr lf)/u0 - h1r (-((m1 (-((Cpfl lf)/ \\
& u0) - (Cpfr lf)/u0 + (Cprl lr)/u0 + (Cprrr lr)/u0)))/(m + 4 m1)) + (Cprl lr)/u0 - \\
& h1r (-((m1 (-((Cpfl lf)/u0) - (Cpfr lf)/u0 + (Cprl lr)/u0 + (Cprrr lr)/u0)))/(m + 4 m1)) + \\
& (Cprrr lr)/u0 + (Cpfl lf R0tire)/u0 + (Cpfr lf R0tire)/u0 - (Cprl lr R0tire)/u0 - (Cprrr lr R0tire)/u0)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
a422 = & -(1/(-Ix Iz + Jxz^2))(-Jxz (-((2 (Cpfl + Cpfr)lr m1)/(m + 4 m1)) - lf (Cpfl - (Cpfl + \\
& Cpfr)m1/(m + 4 m1)) - lf (Cpfr - (Cpfl + Cpfr)m1/(m + 4 m1))) - Iz ((2 (Cpfl + Cpfr)h1r m1)/(m + \\
& 4 m1) - h1f (Cpfl - (Cpfl + Cpfr)m1/(m + 4 m1)) - h1f (Cpfr - (Cpfl + Cpfr)m1/(m + 4 m1)) - \\
& Cpfl R0tire - Cpfr R0tire))
\end{aligned}$$

$$a58 = -((-1/2)g (h1f + h1r)m + 2 C2f lf u0 - 2 C2r lr u0)/Iy)$$

$$\begin{aligned}
a62 = & -(1/(Jxz (-Ix Iz + Jxz^2)))Ix (-Jxz (-lf (-((m1 (-Cpfl/u0) - Cpfr/u0 - Cprl/u0 - \\
& Cprrr/u0)))/(m + 4 m1)) - Cpfl/u0 - lf (-((m1 (-Cpfl/u0) - Cpfr/u0 - Cprl/u0 - Cprrr/u0)))/(m + \\
& 4 m1)) - Cpfr/u0 + lr (-((m1 (-Cpfl/u0) - Cpfr/u0 - Cprl/u0 - Cprrr/u0)))/(m + 4 m1)) - Cprl/u0 + \\
& lr (-((m1 (-Cpfl/u0) - Cpfr/u0 - Cprl/u0 - Cprrr/u0)))/(m + 4 m1)) - Cprrr/u0) - \\
& Iz (-h1f (-((m1 (-Cpfl/u0) - Cpfr/u0 - Cprl/u0 - Cprrr/u0)))/(m + 4 m1)) - Cpfl/u0 - \\
& h1f (-((m1 (-Cpfl/u0) - Cpfr/u0 - Cprl/u0 - Cprrr/u0)))/(m + 4 m1)) - Cpfr/u0 - \\
& h1r (-((m1 (-Cpfl/u0) - Cpfr/u0 - Cprl/u0 - Cprrr/u0)))/(m + 4 m1)) - Cprl/u0 - \\
& h1r (-((m1 (-Cpfl/u0) - Cpfr/u0 - Cprl/u0 - Cprrr/u0)))/(m + 4 m1)) - Cprrr/u0 + (Cpfl R0tire)/u0 + \\
& (Cpfr R0tire)/u0 + (Cprl R0tire)/u0 + (Cprrr R0tire)/u0) + (1/Jxz)(-h1f (-((m1 (-Cpfl/u0) - \\
& Cpfr/u0 - Cprl/u0 - Cprrr/u0)))/(m + 4 m1)) - Cpfl/u0 - h1f (-((m1 (-Cpfl/u0) - Cpfr/u0 - \\
& Cprl/u0 - Cprrr/u0)))/(m + 4 m1)) - Cpfr/u0 - h1r (-((m1 (-Cpfl/u0) - Cpfr/u0 - Cprl/u0 - \\
& Cprrr/u0)))/(m + 4 m1)) - Cprl/u0 - h1r (-((m1 (-Cpfl/u0) - Cpfr/u0 - Cprl/u0 - Cprrr/u0)))/(m + \\
& 4 m1)) - Cprrr/u0 + (Cpfl R0tire)/u0 + (Cpfr R0tire)/u0 + (Cprl R0tire)/u0 + (Cprrr R0tire)/u0)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
a64 = & -(1/(Jxz (-Ix Iz + Jxz^2)))Ix (-Jxz (-lf (-((m1 (-((Cpfl h0f)/u0) - (Cpfr h0f)/u0 - \\
& (Cprl h0r)/u0 - (Cprrr h0r)/u0)))/(m + 4 m1)) - (Cpfl h0f)/u0 - lf (-((m1 (-((Cpfl h0f)/u0) - \\
& (Cpfr h0f)/u0 - (Cprl h0r)/u0 - (Cprrr h0r)/u0)))/(m + 4 m1)) - (Cpfr h0f)/u0 + \\
& lr (-((m1 (-((Cpfl h0f)/u0) - (Cpfr h0f)/u0 - (Cprl h0r)/u0 - (Cprrr h0r)/u0)))/(m + 4 m1)) - \\
& (Cprl h0r)/u0 + lr (-((m1 (-((Cpfl h0f)/u0) - (Cpfr h0f)/u0 - (Cprl h0r)/u0 - (Cprrr h0r)/u0)))/(m + \\
& 4 m1)) - (Cprrr h0r)/u0) - Iz (2 C2f tf^2 + 2 C2r tr^2 - h1f (-((m1 (-((Cpfl h0f)/u0) - \\
& (Cpfr h0f)/u0 - (Cprl h0r)/u0 - (Cprrr h0r)/u0)))/(m + 4 m1)) - (Cpfl h0f)/u0 - \\
& h1f (-((m1 (-((Cpfl h0f)/u0) - (Cpfr h0f)/u0 - (Cprl h0r)/u0 - (Cprrr h0r)/u0)))/(m + 4 m1)) - \\
& (Cpfr h0f)/u0 - h1r (-((m1 (-((Cpfl h0f)/u0) - (Cpfr h0f)/u0 - (Cprl h0r)/u0 - (Cprrr h0r)/u0)))/ \\
& (m + 4 m1)) - (Cprl h0r)/u0 - h1r (-((m1 (-((Cpfl h0f)/u0) - (Cpfr h0f)/u0 - (Cprl h0r)/u0 - \\
& (Cprrr h0r)/u0)))/(m + 4 m1)) - (Cprrr h0r)/u0 + (Cpfl h0f R0tire)/u0 + (Cpfr h0f R0tire)/u0 + \\
& (Cprl h0r R0tire)/u0 + (Cprrr h0r R0tire)/u0) + (1/Jxz)(2 C2f tf^2 + 2 C2r tr^2 - \\
& h1f (-((m1 (-((Cpfl h0f)/u0) - (Cpfr h0f)/u0 - (Cprl h0r)/u0 - (Cprrr h0r)/u0)))/(m + 4 m1)) - \\
& (Cpfl h0f)/u0 - h1f (-((m1 (-((Cpfl h0f)/u0) - (Cpfr h0f)/u0 - (Cprl h0r)/u0 - (Cprrr h0r)/u0)))/ \\
& (m + 4 m1)) - (Cpfr h0f)/u0 - h1r (-((m1 (-((Cpfl h0f)/u0) - (Cpfr h0f)/u0 - (Cprl h0r)/u0 - \\
& (Cprrr h0r)/u0)))/(m + 4 m1)) - (Cprl h0r)/u0 - h1r (-((m1 (-((Cpfl h0f)/u0) - (Cpfr h0f)/u0 - \\
& (Cprl h0r)/u0 - (Cprrr h0r)/u0)))/(m + 4 m1)) - (Cprrr h0r)/u0 + (Cpfl h0f R0tire)/u0 + \\
& (Cpfr h0f R0tire)/u0 + (Cprl h0r R0tire)/u0 + (Cprrr h0r R0tire)/u0)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
a66 = & -(1/(Jxz (-Ix Iz + Jxz^2)))Ix (-Jxz (-lf (-((m1 (-((Cpfl lf)/u0) - (Cpfr lf)/u0 + (Cprl lr)/u0 + \\
& (Cprl lr)/u0)))/(m + 4 m1)) - (Cpfl lf)/u0) - lf (-((m1 (-((Cpfl lf)/u0) - (Cpfr lf)/u0 + (Cprl lr)/u0 + \\
& (Cprl lr)/u0)))/(m + 4 m1)) - (Cpfr lf)/u0) + lr (-((m1 (-((Cpfl lf)/u0) - (Cpfr lf)/u0 + (Cprl lr)/u0 + \\
& (Cprl lr)/u0)))/(m + 4 m1)) + (Cprl lr)/u0) + lr (-((m1 (-((Cpfl lf)/u0) - (Cpfr lf)/u0 + (Cprl lr)/u0 + \\
& (Cprl lr)/u0)))/(m + 4 m1)) + (Cprl lr)/u0) - Iz (-h1f (-((m1 (-((Cpfl lf)/u0) - (Cpfr lf)/u0 + \\
& (Cprl lr)/u0 + (Cprl lr)/u0)))/(m + 4 m1)) - (Cpfl lf)/u0) - h1f (-((m1 (-((Cpfl lf)/u0) - \\
& (Cpfr lf)/u0 + (Cprl lr)/u0 + (Cprl lr)/u0)))/(m + 4 m1)) - (Cpfr lf)/u0) - h1r (-((m1 (-((Cpfl lf)/ \\
& u0) - (Cpfr lf)/u0 + (Cprl lr)/u0 + (Cprl lr)/u0)))/(m + 4 m1)) + (Cprl lr)/u0) - \\
& h1r (-((m1 (-((Cpfl lf)/u0) - (Cpfr lf)/u0 + (Cprl lr)/u0 + (Cprl lr)/u0)))/(m + 4 m1)) + \\
& (Cprl lr)/u0) + (Cpfl lf R0tire)/u0 + (Cpfr lf R0tire)/u0 - (Cprl lr R0tire)/u0 - (Cprl lr R0tire)/u0) + \\
& (1/Jxz)(-h1f (-((m1 (-((Cpfl lf)/u0) - (Cpfr lf)/u0 + (Cprl lr)/u0 + (Cprl lr)/u0)))/(m + 4 m1)) - \\
& (Cpfl lf)/u0) - h1f (-((m1 (-((Cpfl lf)/u0) - (Cpfr lf)/u0 + (Cprl lr)/u0 + (Cprl lr)/u0)))/(m + \\
& 4 m1)) - (Cpfr lf)/u0) - h1r (-((m1 (-((Cpfl lf)/u0) - (Cpfr lf)/u0 + (Cprl lr)/u0 + \\
& (Cprl lr)/u0)))/(m + 4 m1)) + (Cprl lr)/u0) - h1r (-((m1 (-((Cpfl lf)/u0) - (Cpfr lf)/u0 + \\
& (Cprl lr)/u0 + (Cprl lr)/u0)))/(m + 4 m1)) + (Cprl lr)/u0) + (Cpfl lf R0tire)/u0 + (Cpfr lf R0tire)/u0 - \\
& (Cprl lr R0tire)/u0 - (Cprl lr R0tire)/u0)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
a622 = & ((2 (Cpfl + Cpfr)h1r m1)/(m + 4 m1) - h1f (Cpfl - (Cpfl + Cpfr)m1/(m + 4 m1)) - h1f (Cpfr - \\
& (Cpfl + Cpfr)m1/(m + 4 m1)) - Cpfl R0tire - Cpfr R0tire)/Jxz - (1/(Jxz (-Ix Iz + \\
& Jxz^2)))Ix (-Jxz (-((2 (Cpfl + Cpfr)lr m1)/(m + 4 m1)) - lf (Cpfl - (Cpfl + Cpfr)m1/(m + 4 m1)) - \\
& lf (Cpfr - (Cpfl + Cpfr)m1/(m + 4 m1)))) - Iz ((2 (Cpfl + Cpfr)h1r m1)/(m + 4 m1) - h1f (Cpfl - \\
& (Cpfl + Cpfr)m1/(m + 4 m1)) - h1f (Cpfr - (Cpfl + Cpfr)m1/(m + 4 m1)) - Cpfl R0tire - Cpfr R0tire))
\end{aligned}$$

### 2・3・2 タイヤモデル

タイヤモデルは Magic Formula 式を用い一般表現を式 (2.57) に示す。

$$Y = D \cdot \sin[C \cdot \tan^{-1}\{B \cdot x - E(B \cdot x - \tan^{-1} B \cdot x)\}] + S_V \quad \text{ただし} \quad x = X + S_H \quad (2.57)$$

また式 (2.57) の各パラメータの効果の模式を図 2.7 に示す。

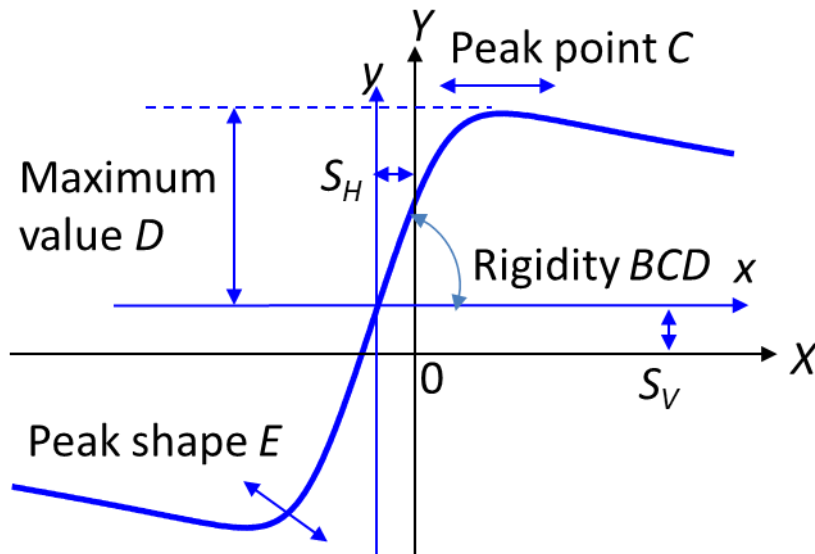


Fig. 2.7 Outline of tire characteristics



以下に具体的な Magic Formula 式を示すが、詳細な数式構成は参考文献<sup>18)</sup>に準拠した。

横力（純モデル＝純粋に横力のみ作用する場合）：

各輪のタイヤ力を前輪左側で代表して表記するが、その他の輪も同様である。

$$F_{Py0fLT} = D_{yfl} \cdot \sin[C_{yfl} \cdot \tan^{-1}\{B_{yfl} \cdot \beta_{yfl} - E_{yfl}(B_{yfl} \cdot \beta_{yfl} - \tan^{-1}(B_{yfl} \cdot \beta_{yfl}))\}] + S_{Vyfl} \quad (2.58)$$

ただし

$$\beta_{yfl} = \beta_{fl} + S_{Hyfl}$$

$$F_{z0fLM} = F_{z0nomfl} - k_{1f}(z_{1flM} - z_{0fLM})$$

$$df_{zfl} = \frac{F_{z0fLM} - F_{z0nomfl}}{F_{z0nomfl}}$$

$$C_{yfl} = p_{Cy1}$$

$$D_{yfl} = (p_{Dy1} + p_{Dy2} \cdot df_{zfl}) \cdot (1 - p_{Dy3} \cdot \gamma_{fl}^2) \cdot F_{z0fLM}$$

$$B_{yfl} \cdot C_{yfl} \cdot D_{yfl} = p_{Ky1} \cdot F_{z0nomfl} \cdot \sin\left(2 \tan^{-1}\left(\frac{F_{z0fLM}}{p_{Ky2} \cdot F_{z0nomfl}}\right)\right) \cdot (1 - p_{Ky3} |\gamma_{fl}|)$$

$$B_{yfl} = \frac{B_{yfl} \cdot C_{yfl} \cdot D_{yfl}}{C_{yfl} \cdot D_{yfl}}$$

$$E_{yfl} = (p_{Ey1} + p_{Ey2} \cdot df_{zfl}) \cdot \{1 - (p_{Ey3} + p_{Ey4} \cdot \gamma_{fl}) \operatorname{sgn}(\beta_{yfl})\}$$

$$S_{Hyfl} = (p_{Hy1} + p_{Hy2} \cdot df_{zfl}) + p_{Hy3} \cdot \gamma_{fl}$$

$$S_{Vyfl} = F_{z0fLM} \cdot \{(p_{Vy1} + p_{Vy2} \cdot df_{zfl}) + (p_{Vy3} + p_{Vy4} \cdot df_{zfl}) \cdot \gamma_{fl}\}$$

前後力（純モデル＝純粋に前後力のみ作用する場合）：

各輪のタイヤ力を前輪左側で代表して表記するが、その他の輪も同様である。

$$F_{Px0fLT} = D_{xfl} \cdot \sin[C_{xfl} \cdot \tan^{-1}\{B_{xfl} \cdot s_{xfl} - E_{xfl}(B_{xfl} \cdot s_{xfl} - \tan^{-1}(B_{xfl} \cdot s_{xfl}))\}] + S_{Vxfl} \quad (2.59)$$

ただし

$$s_{xfl} = s_{fl} + S_{Hxfl}$$

$$F_{z0fLM} = F_{z0nomfl} - k_{1f}(z_{1flM} - z_{0fLM})$$

$$df_{zfl} = \frac{F_{z0fLM} - F_{z0nomfl}}{F_{z0nomfl}}$$

$$C_{xfl} = p_{Cx1}$$

$$D_{xfl} = (p_{Dx1} + p_{Dx2} \cdot df_{zfl}) \cdot (1 - p_{Dx3} \cdot \gamma_{fl}^2) \cdot F_{z0fLM}$$

$$B_{xfl} \cdot C_{xfl} \cdot D_{xfl} = F_{z0fLM} \cdot (p_{kx1} + p_{kx2} \cdot df_{zfl}) \cdot \exp(p_{kx3} \cdot df_{zfl})$$

$$B_{xfl} = \frac{B_{xfl} \cdot C_{xfl} \cdot D_{xfl}}{C_{xfl} \cdot D_{xfl}}$$

$$E_{xfl} = (p_{Ex1} + p_{Ex2} \cdot df_{zfl} + p_{Ex3} \cdot df_{zfl}^2) \cdot \{1 - p_{Ex4} \cdot \operatorname{sgn}(s_{xfl})\}$$

$$S_{Hxfl} = p_{Hx1} + p_{Hx2} \cdot df_{zfl}$$

$$S_{Vxfl} = F_{z0fLM} \cdot (p_{Vx1} + p_{Vx2} \cdot df_{zfl})$$

複合横力（前後力作用の元での横力）：

$$\begin{aligned}
 F_{y0} &= F_{Py0} \cdot G_{ys} + S_{Vys} \\
 G_{ys} &= \frac{\cos[C_{ys} \cdot \tan^{-1}\{B_{ys} \cdot s_s - E_{ys}(B_{ys} \cdot s_s - \tan^{-1}(B_{ys} \cdot s_s))\}]}{\cos[C_{ys} \tan^{-1}\{B_{ys} \cdot S_{Hys} - E_{ys}(B_{ys} \cdot S_{Hys} - \tan^{-1}(B_{ys} \cdot S_{Hys}))\}]} \\
 s_s &= s + S_{Hys}
 \end{aligned} \tag{2.60}$$

複合前後力（横力作用の元での横力）：

$$\begin{aligned}
 F_{x0} &= F_{Px0} \cdot G_{x\beta} \\
 G_{x\beta} &= \frac{\cos[C_{x\beta} \cdot \tan^{-1}\{B_{x\beta} \cdot \beta_s - E_{x\beta}(B_{x\beta} \cdot \beta_s - \tan^{-1}(B_{x\beta} \cdot \beta_s))\}]}{\cos[C_{x\beta} \tan^{-1}\{B_{x\beta} \cdot S_{Hx\beta} - E_{x\beta}(B_{x\beta} \cdot S_{Hx\beta} - \tan^{-1}(B_{x\beta} \cdot S_{Hx\beta}))\}]} \\
 \beta_s &= \beta + S_{Hx\beta}
 \end{aligned} \tag{2.61}$$

### 2・3・3 タイヤモデルの線形化

ここでは、タイヤモデルを具体的に計算できる形まで展開した結果を示す。

タイヤ横力：

横力の計算式は拡張性を考慮し前後力を考慮できる複合モデルを用いた。

$$\begin{aligned}
 F_{py} &= Fz0 (PVY1 + (Fz0 - Fz0nom)PVY2/Fz0nom) + Fz0 (PDY1 + (Fz0 - Fz0nom)PDY2/ \\
 &Fz0nom)Sin[PCY1 ArcTan[(Fz0nom (beta + PHY1 + (Fz0 - Fz0nom)PHY2/ \\
 &Fz0nom)PKY1 Sin[2 ArcTan[Fz0/(Fz0nom PKY2)])]/(Fz0 PCY1 (PDY1 + (Fz0 - Fz0nom)PDY2/ \\
 &Fz0nom) ) - (PEY1 + (Fz0 - Fz0nom)PEY2/Fz0nom)(1 - PEY3 Sign[beta])(-ArcTan[(Fz0nom (beta + \\
 &PHY1 + (Fz0 - Fz0nom)PHY2/Fz0nom)PKY1 Sin[2 ArcTan[Fz0/(Fz0nom PKY2)])]/(Fz0 PCY1 (PDY1 + \\
 &(Fz0 - Fz0nom)PDY2/Fz0nom) )] + (Fz0nom (beta + PHY1 + (Fz0 - Fz0nom)PHY2/ \\
 &Fz0nom)PKY1 Sin[2 ArcTan[Fz0/(Fz0nom PKY2)])]/(Fz0 PCY1 (PDY1 + (Fz0 - Fz0nom)PDY2/ \\
 &Fz0nom) ) )]]
 \end{aligned} \tag{2.62}$$

タイヤ横力：

線形化は運動の釣り合い点回りでを行うため等価コーナリングパワー<sup>19)</sup>の考え方を導入し Magic Formula 式をスリップ角  $\beta$  で微分したものとする．具体的には式 (2.62) をスリップ角  $\beta$  で微分した．

$$\begin{aligned}
 dF_{py} = & -((Fz0 (PDY1 + ((Fz0 - Fz0nom) PDY2)/Fz0nom) (beta + PHY1 + ((Fz0 - \\
 & Fz0nom) PHY2)/Fz0nom) (RVY1 + ((Fz0 - Fz0nom) RVY2)/ \\
 & Fz0nom) RVY4^2 \sin[RVY5 \operatorname{ArcTan}[(RHY1 + ((Fz0 - Fz0nom) RHY2)/Fz0nom) RVY6]])/(1 + \\
 & (beta + PHY1 + ((Fz0 - Fz0nom) PHY2)/Fz0nom)^2 RVY4^2)^{(3/2)} + (Fz0 PCY1 (PDY1 + \\
 & ((Fz0 - Fz0nom) PDY2)/Fz0nom) \cos[PCY1 \operatorname{ArcTan}[(Fz0nom (beta + PHY1 + ((Fz0 - \\
 & Fz0nom) PHY2)/Fz0nom) PKY1 \sin[2 \operatorname{ArcTan}[Fz0/(Fz0nom PKY2)]]])]/(Fz0 PCY1 (PDY1 + \\
 & ((Fz0 - Fz0nom) PDY2)/Fz0nom)) - (PEY1 + ((Fz0 - Fz0nom) PEY2)/Fz0nom) (1 - \\
 & PEY3 \operatorname{Sign}[\beta]) (-\operatorname{ArcTan}[(Fz0nom (beta + PHY1 + ((Fz0 - Fz0nom) PHY2)/ \\
 & Fz0nom) PKY1 \sin[2 \operatorname{ArcTan}[Fz0/(Fz0nom PKY2)]]])]/(Fz0 PCY1 (PDY1 + ((Fz0 - \\
 & Fz0nom) PDY2)/Fz0nom)))] + (Fz0nom (beta + PHY1 + ((Fz0 - Fz0nom) PHY2)/ \\
 & Fz0nom) PKY1 \sin[2 \operatorname{ArcTan}[Fz0/(Fz0nom PKY2)]]]/(Fz0 PCY1 (PDY1 + ((Fz0 - \\
 & Fz0nom) PDY2)/Fz0nom))) ((Fz0nom PKY1 \sin[2 \operatorname{ArcTan}[Fz0/(Fz0nom PKY2)]])/ \\
 & (Fz0 PCY1 (PDY1 + ((Fz0 - Fz0nom) PDY2)/Fz0nom)) - (PEY1 + ((Fz0 - Fz0nom) PEY2)/ \\
 & Fz0nom) (1 - PEY3 \operatorname{Sign}[\beta]) ((Fz0nom PKY1 \sin[2 \operatorname{ArcTan}[Fz0/(Fz0nom PKY2)]])/ \\
 & (Fz0 PCY1 (PDY1 + ((Fz0 - Fz0nom) PDY2)/Fz0nom)) - (Fz0nom PKY1 \sin[2 \operatorname{ArcTan}[Fz0/ \\
 & (Fz0nom PKY2)]]])]/(Fz0 PCY1 (PDY1 + ((Fz0 - Fz0nom) PDY2)/Fz0nom) (1 + \\
 & (Fz0nom^2 (beta + PHY1 + ((Fz0 - Fz0nom) PHY2)/Fz0nom)^2 PKY1^2 \sin[2 \operatorname{ArcTan}[Fz0/ \\
 & (Fz0nom PKY2)]]^2)/(Fz0^2 PCY1^2 (PDY1 + ((Fz0 - Fz0nom) PDY2)/Fz0nom)^2)))) + \\
 & (PEY1 + ((Fz0 - Fz0nom) PEY2)/Fz0nom) PEY3 (-\operatorname{ArcTan}[(Fz0nom (beta + PHY1 + ((Fz0 - \\
 & Fz0nom) PHY2)/Fz0nom) PKY1 \sin[2 \operatorname{ArcTan}[Fz0/(Fz0nom PKY2)]]])]/(Fz0 PCY1 (PDY1 + \\
 & ((Fz0 - Fz0nom) PDY2)/Fz0nom)))] + (Fz0nom (beta + PHY1 + ((Fz0 - Fz0nom) PHY2)/ \\
 & Fz0nom) PKY1 \sin[2 \operatorname{ArcTan}[Fz0/(Fz0nom PKY2)]]]/(Fz0 PCY1 (PDY1 + ((Fz0 - \\
 & Fz0nom) PDY2)/Fz0nom))) (\operatorname{Sign}^{\forall}[\operatorname{Prime}][\beta])/(1 + ((Fz0nom (beta + PHY1 + ((Fz0 - \\
 & Fz0nom) PHY2)/Fz0nom) PKY1 \sin[2 \operatorname{ArcTan}[Fz0/(Fz0nom PKY2)]]])]/(Fz0 PCY1 (PDY1 + \\
 & ((Fz0 - Fz0nom) PDY2)/Fz0nom)) - (PEY1 + ((Fz0 - Fz0nom) PEY2)/Fz0nom) (1 - \\
 & PEY3 \operatorname{Sign}[\beta]) (-\operatorname{ArcTan}[(Fz0nom (beta + PHY1 + ((Fz0 - Fz0nom) PHY2)/ \\
 & Fz0nom) PKY1 \sin[2 \operatorname{ArcTan}[Fz0/(Fz0nom PKY2)]]])]/(Fz0 PCY1 (PDY1 + ((Fz0 - \\
 & Fz0nom) PDY2)/Fz0nom)))] + (Fz0nom (beta + PHY1 + ((Fz0 - Fz0nom) PHY2)/ \\
 & Fz0nom) PKY1 \sin[2 \operatorname{ArcTan}[Fz0/(Fz0nom PKY2)]]]/(Fz0 PCY1 (PDY1 + ((Fz0 - \\
 & Fz0nom) PDY2)/Fz0nom))))^2)
 \end{aligned}$$

(2.63)

図 2.8 に代表的なタイヤ特性の計算例を示す。  $\beta = 0$  での等価コーナリングパワーが従来のコーナリングパワー  $C_p$  値に対応する。以降の解析では線形化タイヤを前輪接地荷重 4000 N，後輪 2750 N の時の等価  $C_p$  値を用いて呼ぶことにする。（図 2.8 では前輪 55000 N 後輪 40000 N となる）

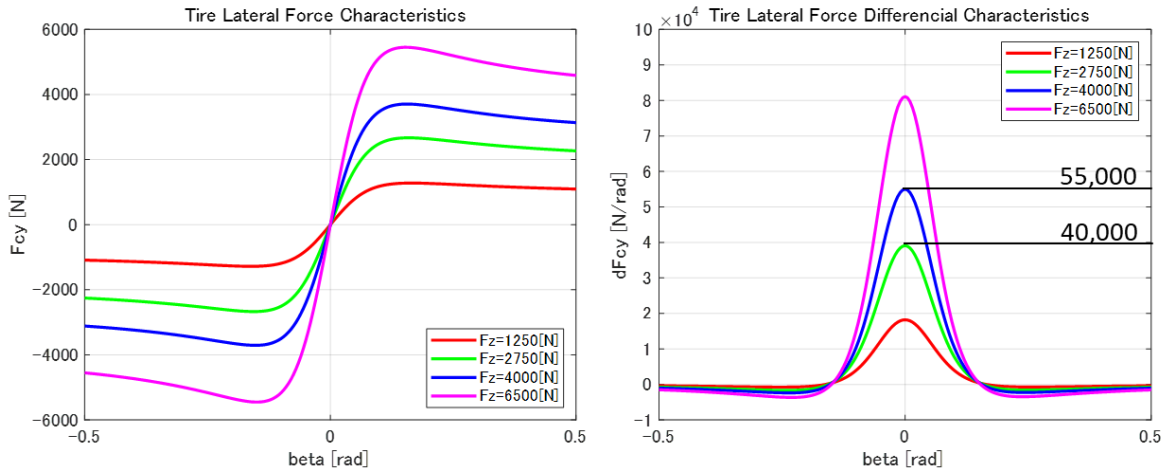


Fig. 2.8 Tire characteristics(Typical)

### 2・3・3 補助方程式の導入したタイヤ等価コーナリングパワーの算出

旋回中のタイヤは前後のロール剛性配分に応じて各輪が異なる接地荷重となるため各輪はそれぞれ異なる横力特性となる。ここでは異なる横加速度下での定常円旋回の際に各輪の等価  $C_p$  値を求めるための補助方程式を導入する。本研究では補助方程式として非線形モデルそのものを用いた。また計算の効率化のため定常円旋回は速度一定 100 km/h で舵角をゆっくり切り増しし横加速度を増加させる準定常円旋回による計算を行った。解析手順を簡単に図 2.9 に示す。

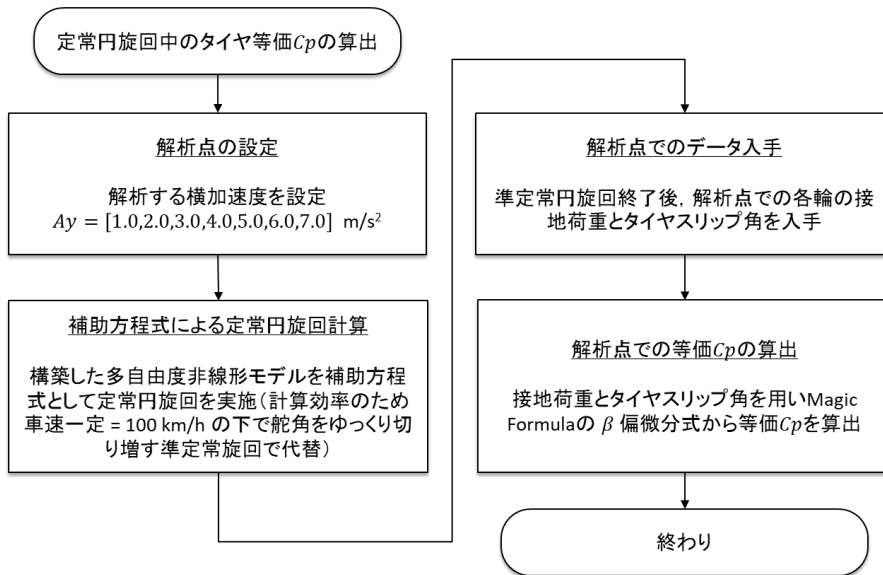


Fig. 2.9 Analysis flow chart

図 2.10-2.15 に表 2.2 のパラメータを用いて求めた車両走行軌跡，接地荷重，タイヤ横力，等価  $C_p$  値を示す。計算の際の解析点を横加速度  $A_y = 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7$  m/s<sup>2</sup> とし図中に点で示す。また非線形タイヤは前輪等価  $C_p = 55000$  N/rad，後輪  $C_p = 60000$  N/rad を用いた。図 2.11 より横加速度の増加に伴い接地荷重はほぼ直線的に増加・減少することが確認できる。図 2.14 より接地荷重に対応する等価  $C_p$  値は横加速度の増加に伴い急激に減少する。この例では前後内輪の低下が顕著である。表 2.3 にタイヤ等価  $C_p$  値と接地荷重の計算結果を示す。

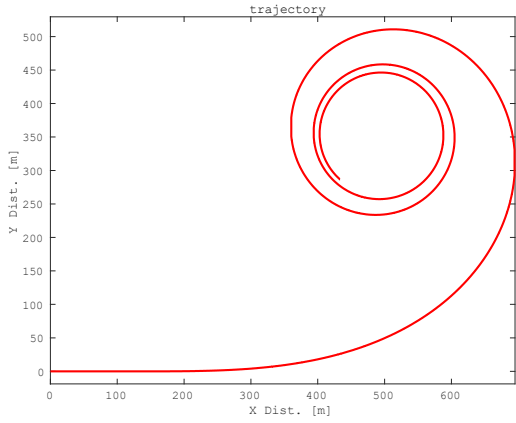


Fig. 2.10 Vehicle locus at quasi steady state turning

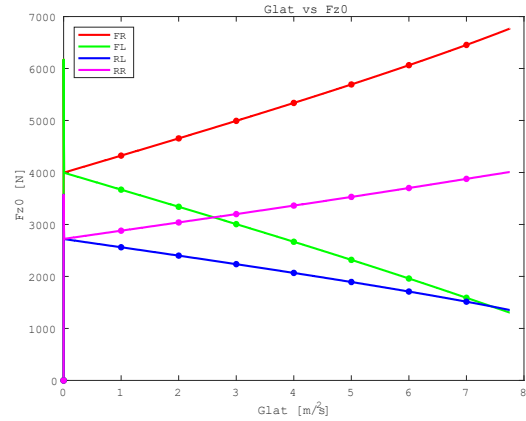


Fig. 2.11 Tire contact force with respect to lateral acceleration

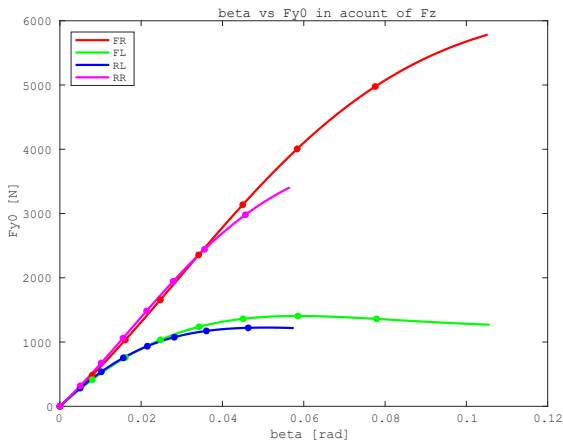


Fig. 2.12 Tire lateral force with respect to tire slip angle

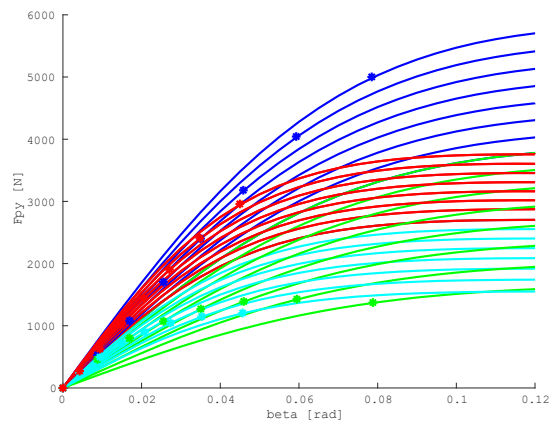


Fig. 2.13 Tire lateral force with respect to tire slip angle showing with contact load variation

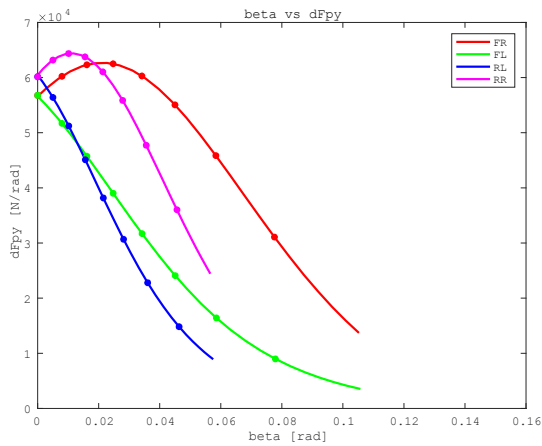


Fig. 2.14 Tire equivalent cornering power with respect to tire slip angle

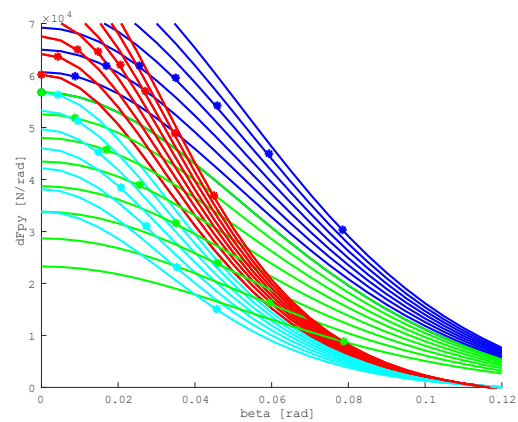


Fig. 2.15 Tire equivalent cornering power with respect to tire slip angle showing with contact load

Table 2.3 Tire contact force( $F_z$ ) and equivalent cornering power( $C_p$ ) under various lateral accelerations

| $A_y$ [m/s <sup>2</sup> ] | $F_{z1\_M}$ [N] |        |        |        | $C_p$ [N/rad] |        |        |        |
|---------------------------|-----------------|--------|--------|--------|---------------|--------|--------|--------|
|                           | $fr$            | $fl$   | $rl$   | $rr$   | $fr$          | $fl$   | $rl$   | $rr$   |
| 0                         | 4009.7          | 4009.7 | 2707.9 | 2707.9 | -55114        | -55114 | -59324 | -59324 |
| 1.000                     | 4295.6          | 3698.2 | 2575.2 | 2866.2 | -57945        | -50823 | -56061 | -61999 |
| 2.000                     | 4597.4          | 3398.0 | 2428.9 | 3011.0 | -59596        | -45722 | -51541 | -63083 |
| 3.000                     | 4902.8          | 3095.1 | 2280.3 | 3156.9 | -59634        | -39826 | -46149 | -62666 |
| 4.000                     | 5213.8          | 2788.1 | 2128.4 | 3304.7 | -57698        | -33297 | -40016 | -60510 |
| 5.000                     | 5532.2          | 2475.6 | 1972.2 | 3454.9 | -53296        | -26317 | -33288 | -56327 |
| 6.000                     | 5860.7          | 2155.8 | 1810.0 | 3608.2 | -45704        | -19084 | -26124 | -49761 |
| 7.000                     | 6202.8          | 1827.5 | 1639.7 | 3764.6 | -33762        | -11807 | -18709 | -40379 |

### 第3章 線形化モデルの検証

この章では2章で求めた多自由度線形モデルに対し多自由度非線形運動方程式および平面2自由度モデルとの挙動の比較を行い線形化の確からしさ、使用上の注意点などを説明する。

#### 3・1 線形化モデルの前後速度変化に対する根軌跡

図3.1に多自由度線形化モデルに表2.2の計算パラメータを与えたものについて、前後速度を10 m/sから100 m/sまで0.2 m/s刻みで変化させた際の根軌跡の全体を示す。大きく分けてばね上系の挙動（ロール、ヨー、ピッチ、横速度、バウンス）とばね下系、ステアリング系のグループに分けられる。また車両前後速度により根が変化するもの（車速依存性のある運動に対応）と車速によらず一定値を示すものの二通りがあることが確認できる。これについては第7章で詳しく触れる。今後しばらくの間乗り心地と操縦安定性に寄与の大きいばね上系の挙動について議論することとし根軌跡については共役根の対称性に考慮し虚部の正の部分について表記する。

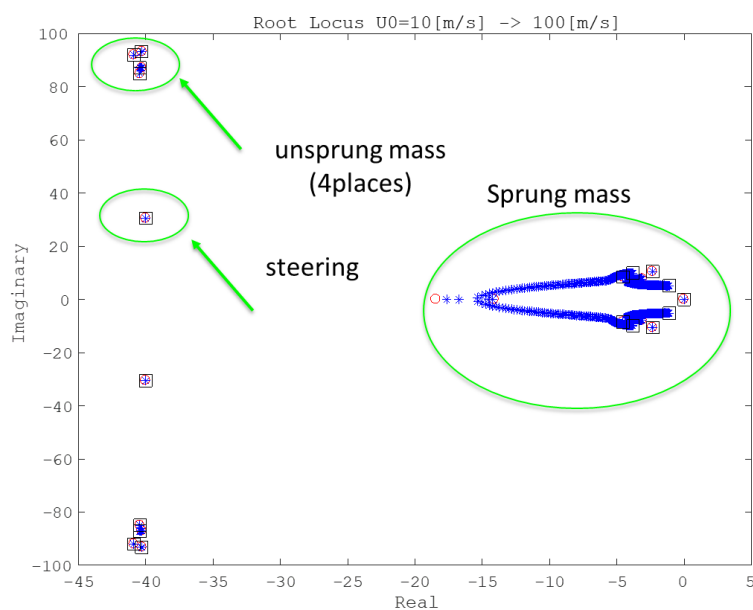


Fig. 3.1 Root locus

### 3・2 平面モデルとの比較（根軌跡）

図 3.2 に多自由度線形化モデルと平面 2 自由度モデルの前後速度を 10 m/s から 100 m/s まで 0.2 m/s 刻みで変化させた際のヨーレイト，横速度，ロールレイトの根軌跡を示す．多自由度線形化モデルについては表 2.2 に示す標準パラメータを用いて求めた結果とロール慣性モーメントを 10 倍にしてロール挙動を抑制したものを併記した．標準パラメータを用いて計算したものの結果は車速変化に伴い根軌跡が途中で分離しギャップが現れる特性となる．これは平面+ロール運動を考慮した 3 自由度線形モデルによる先行研究<sup>20)</sup>の結果と概ね一致する挙動となる．またロール慣性モーメントを 10 倍にしてロール挙動を抑制したものの根軌跡は平面 2 自由度モデルの挙動と良く一致する．これらのことから多自由度線形化モデルは平面モデルなど簡易的線形モデルの拡張となっていることが確認できる．

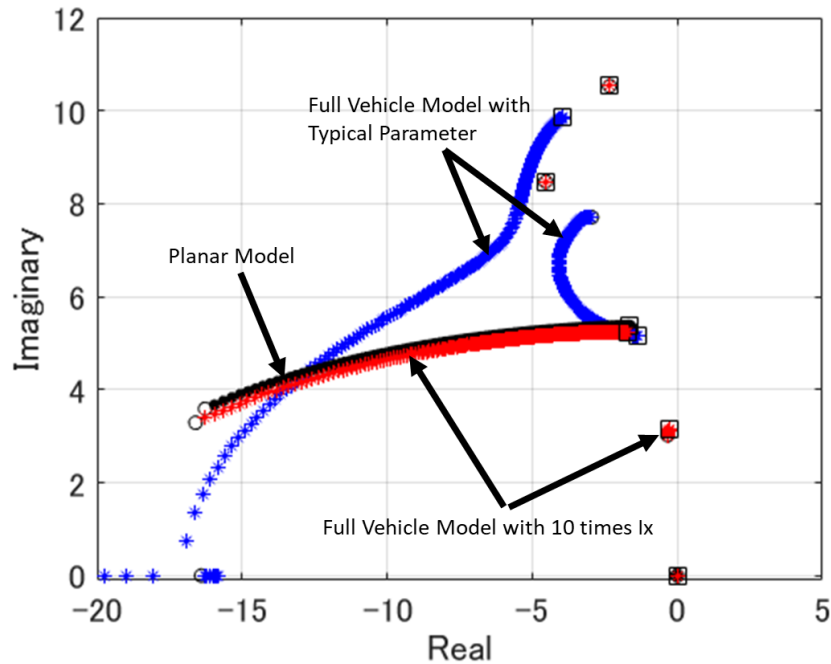


Fig. 3.2 Root locus comparison between linearized model and planar model

なお平面 2 自由度モデルの根軌跡は下記の運動方程式から求めた．

$$mu_0(\dot{\beta} + r) = -2C_{pf}\left(\beta + \frac{L_f}{u_0}r - \delta\right) - 2C_{pr}\left(\beta - \frac{L_r}{u_0}r\right) \quad (3.1)$$

$$I_z\dot{r} = -2C_{pf}\left(\beta + \frac{L_f}{u_0}r - \delta\right)L_f + 2C_{pr}\left(\beta - \frac{L_r}{u_0}r\right)L_r \quad (3.2)$$

となる．ただし  $\beta$  は車両重心点のスリップ角とする．

ここで  $\frac{v}{u_0} = \beta$  であるから

$$\dot{v} = \frac{1}{mu_0}\left(-2(C_{pf} + C_{pr})v - 2(C_{pf}L_f - C_{pr}L_r)r\right) - ru_0 + 2\frac{C_{pf}}{m}\delta \quad (3.3)$$

$$\dot{r} = \frac{1}{I_z u_0}\left(-2(C_{pf}L_f - C_{pr}L_r)v - 2(C_{pf}L_f^2 + C_{pr}L_r^2)r\right) + 2\frac{C_{pf}L_f}{I_z}\delta \quad (3.4)$$

状態方程式は

$$\begin{bmatrix} \dot{v} \\ \dot{r} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -2\frac{C_{pf}+C_{pr}}{mu_0} & -2\frac{C_{pf}L_f-C_{pr}L_r}{mu_0} - u_0 \\ -2\frac{C_{pf}L_f-C_{pr}L_r}{I_z u_0} & -2\frac{C_{pf}L_f^2+C_{pr}L_r^2}{I_z u_0} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v \\ r \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 2\frac{C_{pf}}{m} \\ 2\frac{C_{pf}L_f}{I_z} \end{bmatrix} \delta \quad (3.5)$$

となる．

### 3・3 低横加速度領域の時間軸応答（直進からの操舵応答）

図 3.3 に表 2.2 の計算パラメータを用いて  $u = 30 \text{ m/s}$  での線形化モデルと非線形モデルの代表的平面運動と上下運動の結果を示す. タイヤ特性は線形化モデルには前輪  $C_p = 55000 \text{ N/rad}$ , 後輪  $C_p = 60000 \text{ N/rad}$ , 非線形モデルには  $\beta = 0$  での等価  $C_p$  値が線形化モデルと等しい（前輪等価  $C_p = 55000 \text{ N/rad}$  @  $F_{z0} = 4000 \text{ N}$ , 後輪等価  $C_p = 60000 \text{ N/rad}$  @  $F_{z0} = 2500 \text{ N}$ ） Magic Formula タイヤモデルを用いた. 図 3.3 左側に横加速度が  $3.0 \text{ m/s}^2$  になるよう調整した操舵角によるステップ入力の結果を, また右側には路面入力  $0.02 \text{ m}$  のステップ段差入力の結果を示す. 線形化モデルと非線形モデルの良好一致が確認できる.

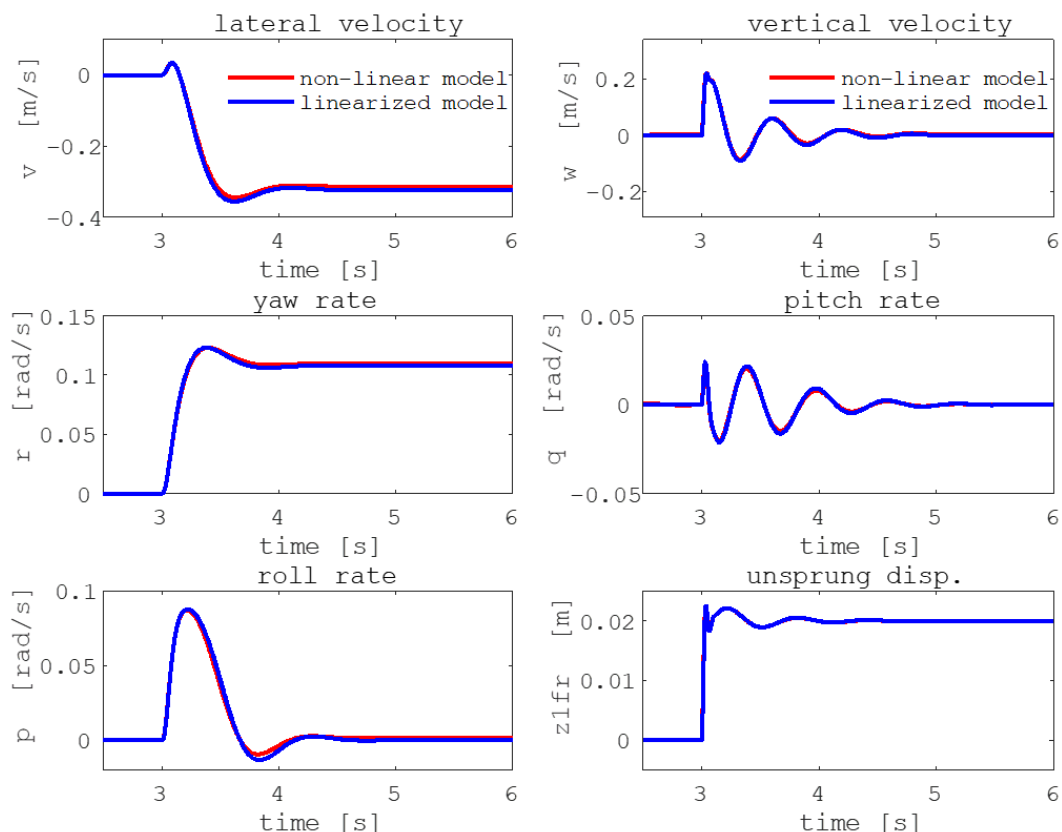


Fig. 3.3 Time series data comparison between linear model and non-linear model with Magic Formula tire

### 3・4 一定横加速度で旋回する車両に対する切増し操舵応答（定常円走行からの切増し操舵）

定常円走行からの切増し操舵応答を解析する場合, 微小擾乱理論に基づく線形化モデルと等価  $C_p$  タイヤを用いて解析することが知られている<sup>19)</sup>. 本研究ではすでに多自由度非線形モデルを線形化済みであるのでそのモデルに対し定常円走行からの切増し操舵応答の挙動検証を行う. 定常円旋回は比較対象の多自由度非線形モデルに対し予め操舵角を求めて横加速度  $A_y = 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 \text{ m/s}^2$  となるよう調整した上で, 各横加速度での旋回に対し同一の切増し舵角  $0.005 \text{ rad}$  ( $= 0.286 \text{ deg}$ ) の微小攪乱を与えてステップ応答をさせた. また使用タイヤは 3.3 章と同じものを用いた. 一方の線形モデルに対しては, それぞれの横加速度に対し予め 2.3.3 章で求めた表 2.3 に示す等価  $C_p$  の値を適用した. この際, 通常の線形解析では固有値, 周波数応答など釣合点周りの応答性を議論すれば十分であるが, ここでは非線形運動方程式との対比の目的で, 線形モデルに対しては規定の横加速度で定常円旋回できるように必要な横力をあらかじめ調整して与え時間軸応答を視覚的に確認しやすいようにした. 定常旋回後 時間  $7 \text{ s}$  から切り増し操舵を行った際のヨーレイト, ロール角を図 3.4-3.5 に示す. 両図とも値の小さいものから順に定常円旋回の横加速度条件に対応する. 図から各横加速度の条件下で線形化モデルは多自由度非線形モデルと実用上十分な一致をすることが確認できる.



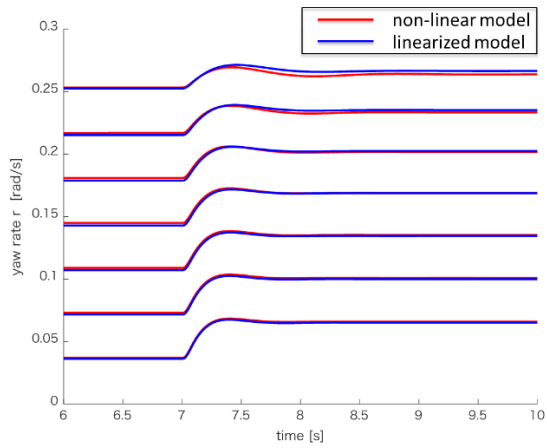


Fig. 3.4 Steering response during steady state turn (yaw rate)

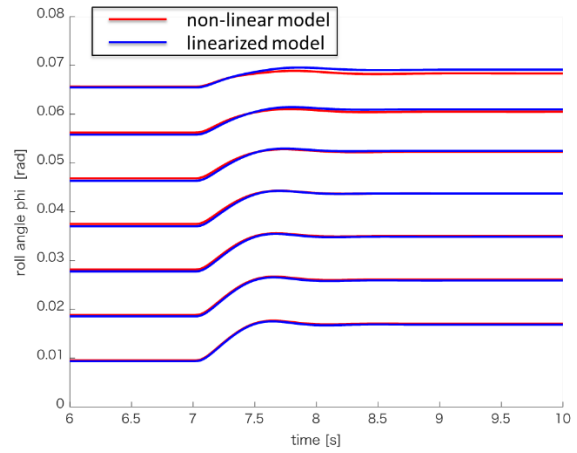


Fig. 3.5 Steering response during steady state turn (roll angle)

以上の事から線形化モデルは平面 2 自由度モデルの拡張であることが確認でき、さらに多自由度非線形モデルと本質的に同等の挙動をすることが示されたため車両運動の詳細を線形解析可能なツールとして使用できると判断できる。

#### 第 4 章 線形解析による車両運動の評価

この章では多自由度線形モデルに対し、根軌跡, BODE 線図, モード解析を用いて車両パラメータによる車両挙動の傾向を評価する。

##### 4.1 様々なパラメータ違いでの根軌跡

代表的パラメータを変更し, 3.2 章と同様に車速を 10 m/s から 100 m/s まで 0.2 m/s 刻みで変化させた際の根軌跡の変化を図 4.1-4.12 に示す。

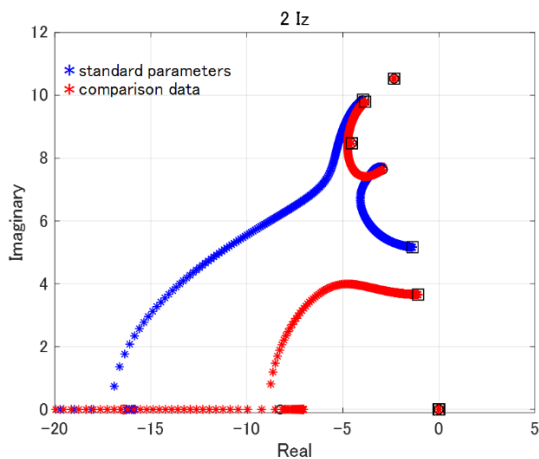


Fig. 4.1 Root locus (Two times yaw moment of inertia)

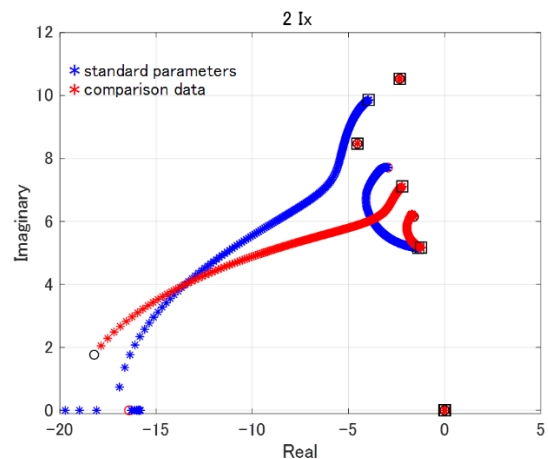


Fig. 4.2 Root locus (Two times roll moment of inertia)

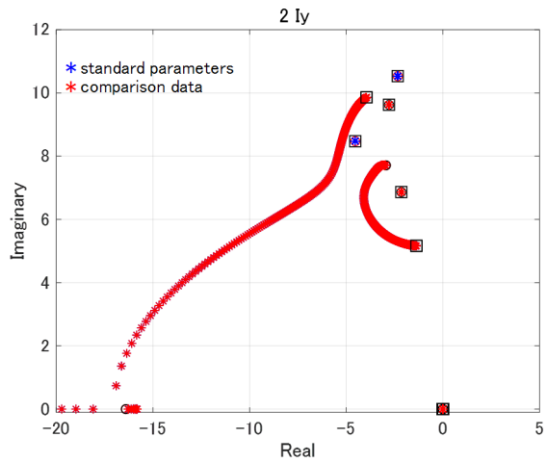


Fig. 4.3 Root locus (Two times pitch moment of inertia)

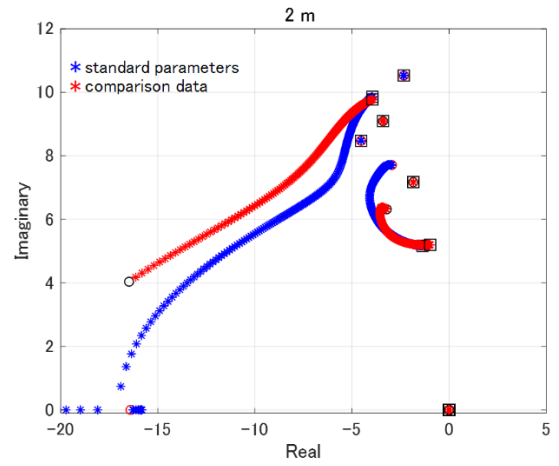


Fig. 4.4 Root locus (Two times sprung mass)

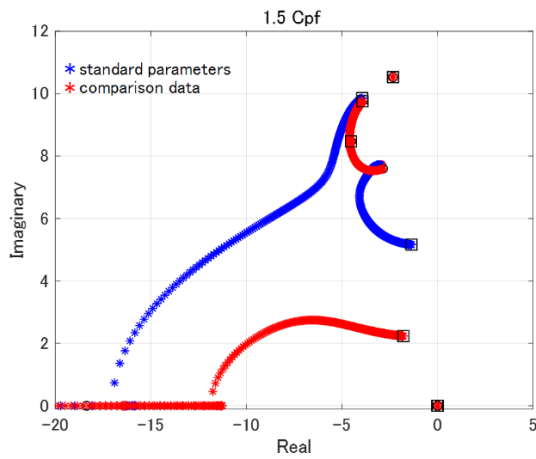


Fig. 4.5 Root locus (1.5 times front cornering power)

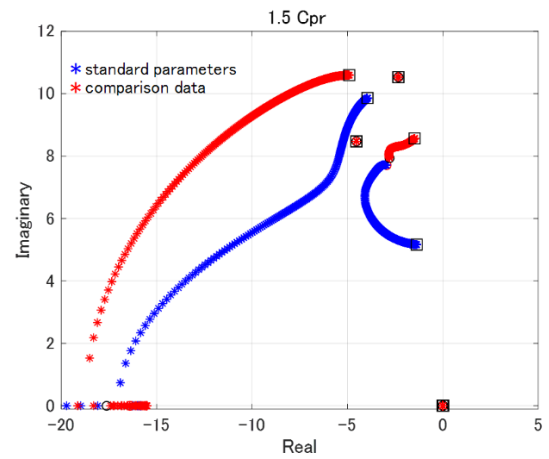


Fig. 4.6 Root locus (1.5 times rear cornering power)

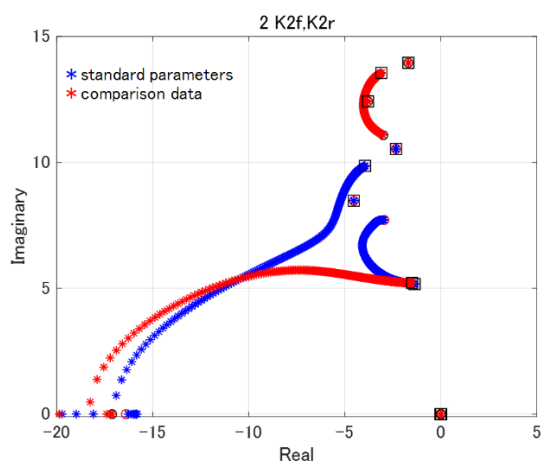


Fig. 4.7 Root locus (Two times spring rate both front and rear)

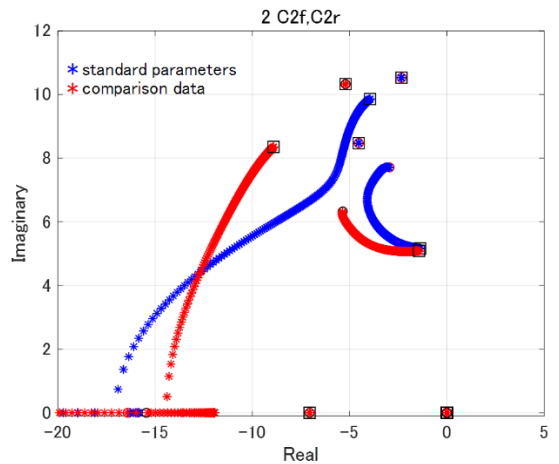


Fig. 4.8 Root locus (Two times damping rate both front and rear)

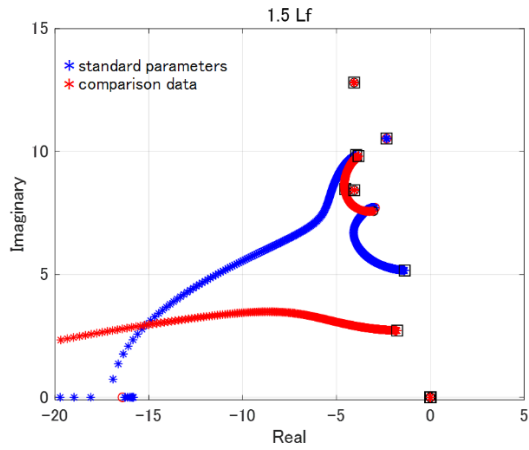


Fig. 4.9 Root locus (1.5 times front axis distance from CG)

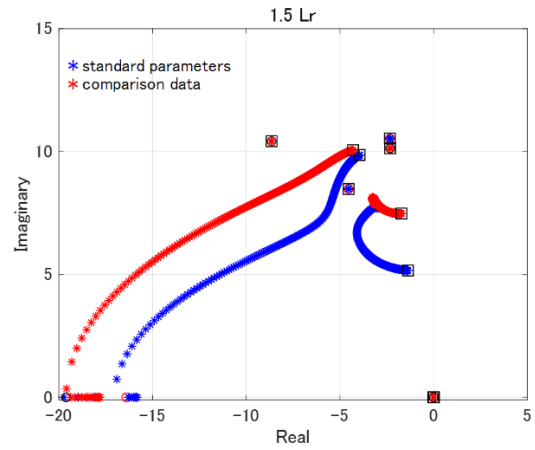


Fig. 4.10 Root locus (1.5 times rear axis distance from CG)

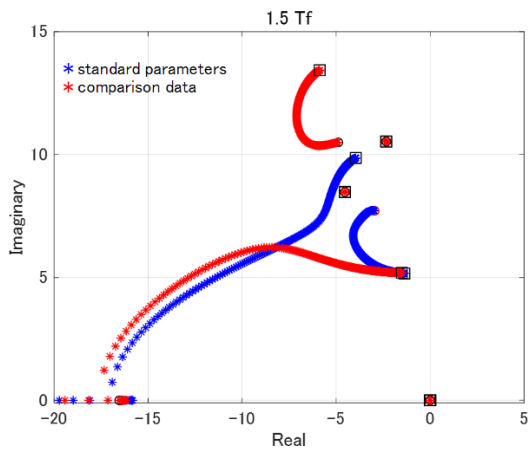


Fig. 4.11 Root locus (1.5 times front tread)

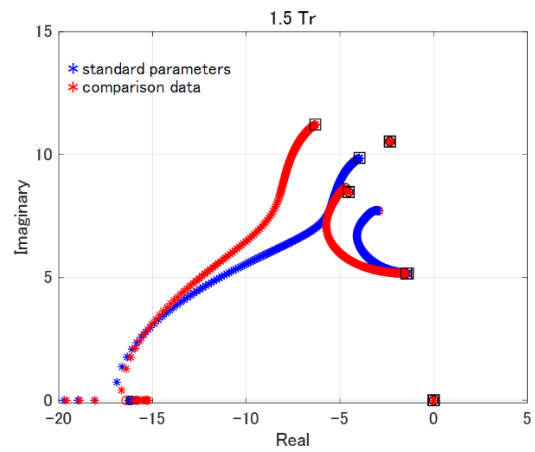


Fig. 4.12 Root locus (1.5 times rear tread)

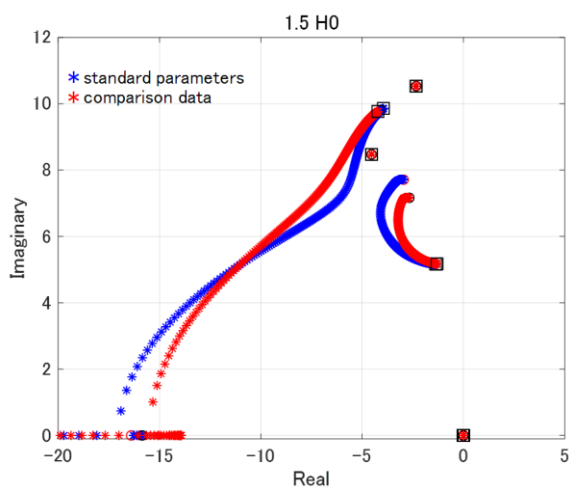


Fig. 4.13 Root locus (1.5 times center of gravity height)

以上のように根軌跡を見ることによりばね、減衰などの車両チューニングパラメータ違いによる車両挙動の予測ができるだけでなく、車両のホイールベース、トレッド、重心高など車両設計の初期段階で決定する必要のある車両ジオメトリが車両性能に与える影響を検討できるようになった。

#### 4・2 ロール剛性違いによる旋回安定性

表 2.2 の等価 $C_p$ および前輪ロール剛性 $K_f$  2 倍, 後輪 $K_r$ 0.5 倍として補助方程式から求めた等価 $C_p$ を用いて線形解析を行った. 図 4.14 の根軌跡では横加速度違い( $A_y=0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 \text{ m/s}^2$ )での特性比較を示し  $u=100 \text{ km/h}$  の点に目印の丸印を付した. この速度では旋回横加速度が大きくなるにつれて虚部, 実部の絶対値が小さくなりヨー共振の周波数の低下と収斂性の悪化が確認できる. 他の速度でも同様の傾向がある. 図 4.15 は  $u=100 \text{ km/h}$  での操舵入力に対するヨーレイト, ロールレイトの周波数応答を示す. 横加速度増加により 2 条件ともにヨー共振周波数の低下が確認できるとともに, ロール剛性違いの方が定常ゲインの低下が大きい. またロールレイトについてはヨーレイトと連成した周波数ピークとロール固有の周波数ピークが確認できる.

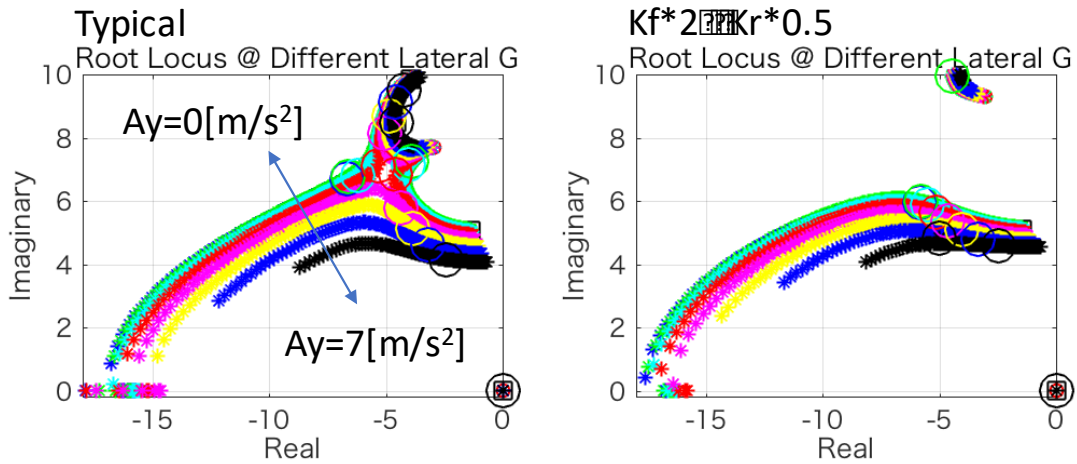


Fig. 4.14 Root locus on different roll stiffness at  $u=100 \text{ km/h}$

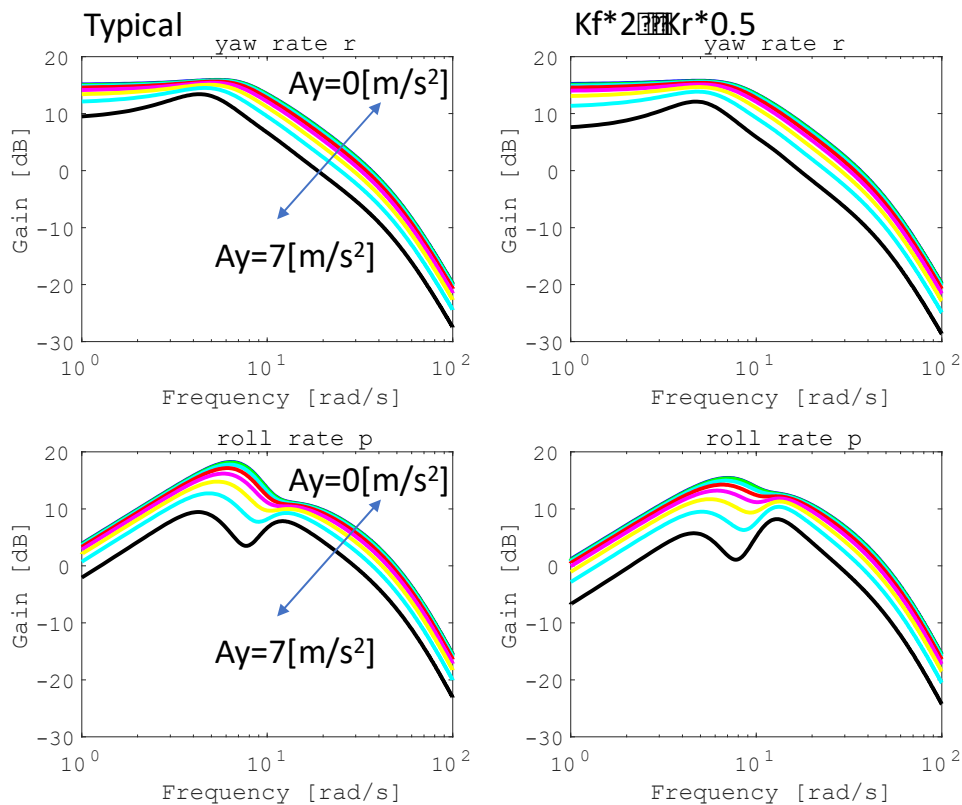


Fig. 4.15 Frequency response on different roll stiffness

### 4・3 タイヤ特性違いによる旋回安定性

極端なタイヤ特性として前輪 44000/後輪 72000 (U S 特性) および前輪 71500/後輪 42000 (O S 特性) を与えた際の解析を行った。根軌跡の結果を図 4.16, 周波数応答の結果を図 4.17 に示す。U S 特性の根軌跡は図 4.14 と同様であるがヨーレイトの周波数応答は定常ゲインの低下が確認でき典型的 U S 特性を示す。一方の O S 特性の根軌跡は横加速度  $7 \text{ m/s}^2$  以外は虚数根をとらず非振動的となり、一部は正の実根となる場合があり典型的 O S 特性を示す。また周波数特性も非振動的となる。

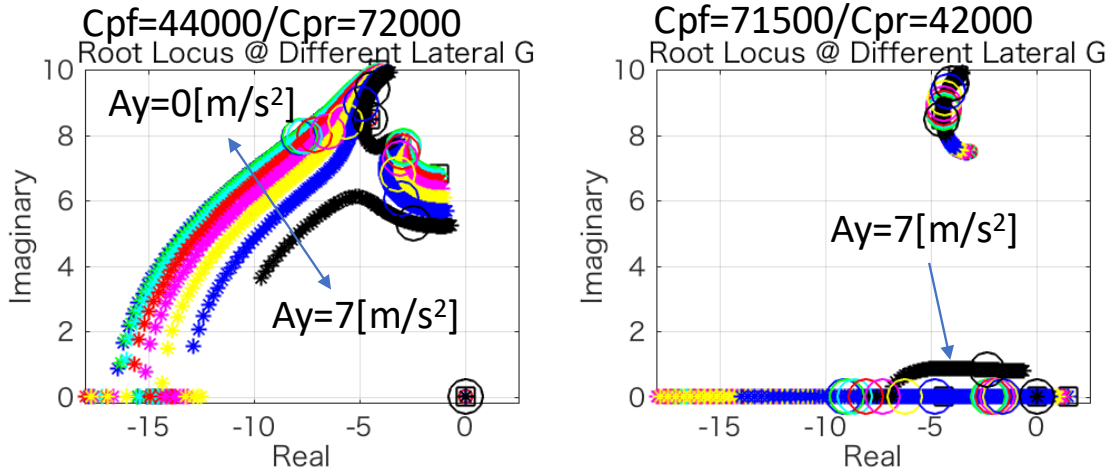


Fig. 4.16 Root locus on different tire characteristics at  $u_0=100 \text{ km/h}$

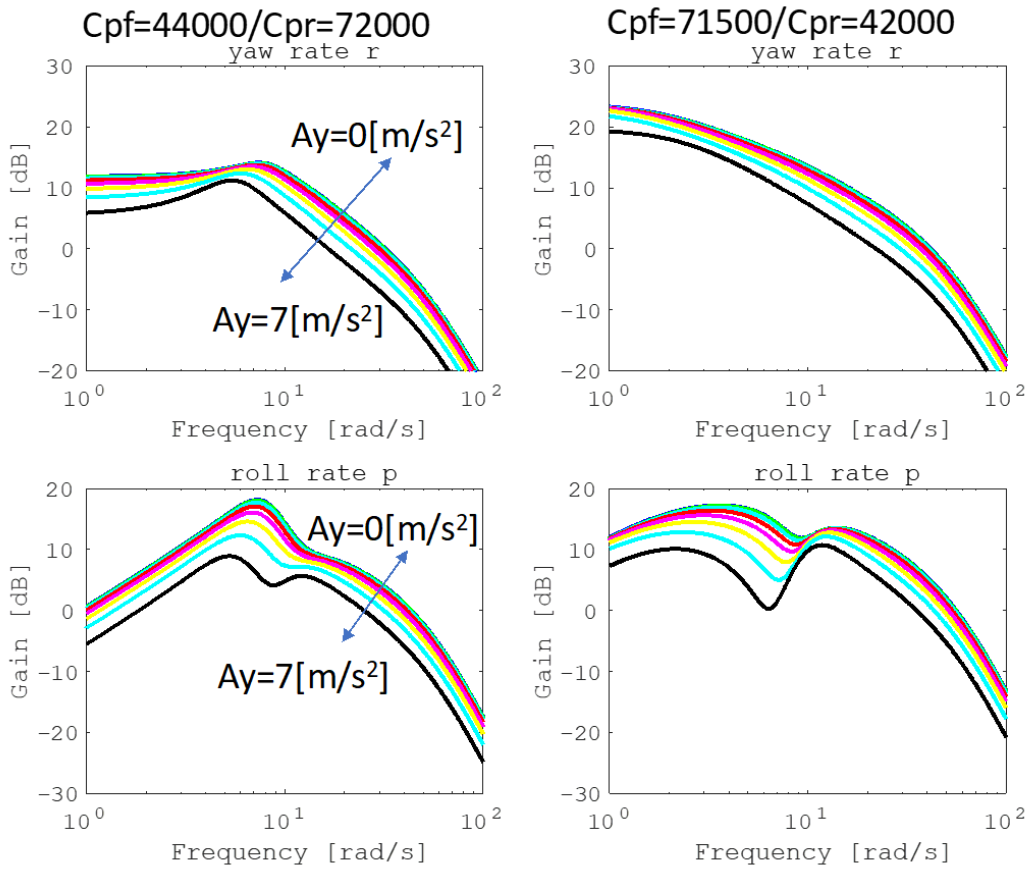


Fig. 4.17 Frequency response on different tire characteristics

#### 4・4 車速変化に対する根軌跡（減衰力違い比較）

図 3.2 で既述したように本線形モデルは従来の平面 2 輪モデルの拡張系であることを確認したが、本線形モデルではさらに減衰特性を明示的に表現することが可能である。図 4.18 に表 2.2 に示す減衰係数の基準パラメータ ( $C=2400 \text{ Ns/m}$ ) を用いたもの、減衰係数を前後共に 3 倍にしたもの ( $C=7200 \text{ Ns/m}$ )、0.1 倍にしたもの ( $C=240 \text{ Ns/m}$ ) の計算結果を併記した。図から減衰係数が基準のものと同様に 0.1 倍したものは根軌跡に不連続部があり先行検討例<sup>20)</sup>に準ずる挙動を示す。また減衰係数を 3 倍にしたものは、ヨー、横速度の挙動は定性的には平面 2 輪モデルに近づき、ロール運動はばね下運動との連成を強めて現れる。この領域の解析は第 7 章で詳しく触れるので図 4.18 では図示を省略した。

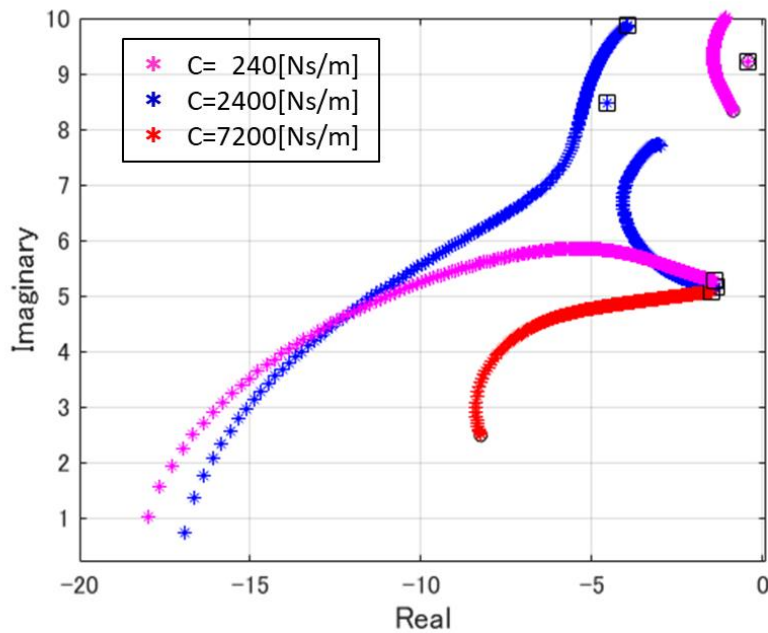


Fig. 4.18 Root locus on different damping characteristics

#### 4・5 異なる横加速度で旋回する車両の車速変化に対する根軌跡（減衰力違い比較）

異なる横加速度で定常円旋回する車両に対し減衰力違いでの車速変化に対する根軌跡を求めた。計算は表 2.3 に示すコーナリングパワーを用いて車速 100 km/h の際の横加速度ごと ( $A_y=0,1,2,3,4,5,6,7 \text{ m/s}^2$ ) で行った。結果を図 4.19 に示す。なお、減衰係数が 3 倍の計算例 (図 4.19 右) ではロールとばね下との連成項速度変化の図示は省略した。図から旋回速度にかかわらず旋回横加速度が大きくなるにつれて虚部、実部の絶対値が小さくなりヨー共振の周波数の低下と収斂性の悪化が確認できる。また、減衰係数が 3 倍のものの方が車速に対する根軌跡の変化幅、横加速度による根軌跡の変化幅共に小さくなっている。減衰係数が大きいほど車両特性の変化が少ないと言える。

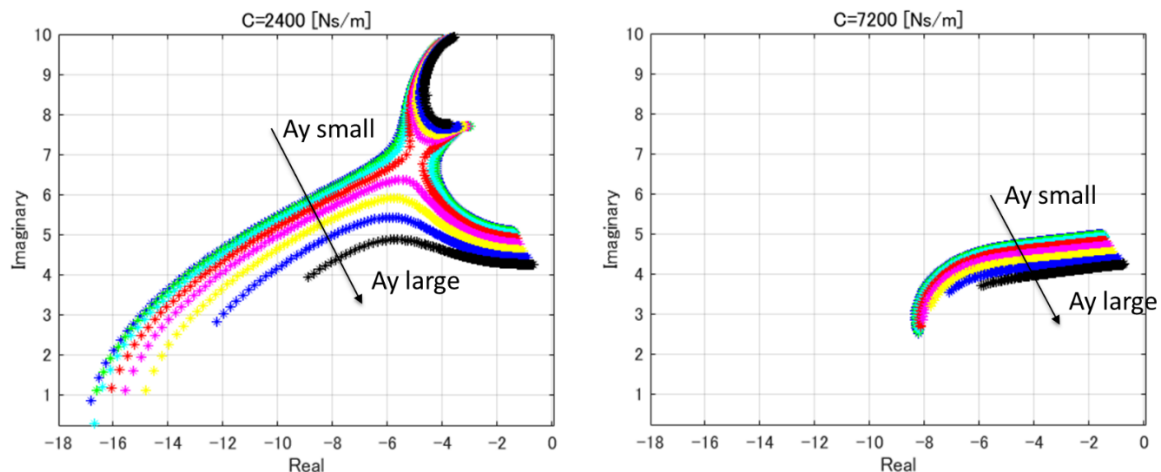


Fig. 4.19 Root locus on different lateral acceleration (comparison of damping difference) at  $u_0=100 \text{ km/h}$

## 4・6 モード解析

### 4・6・1 モード解析の簡単な例

よく知られた事例として図 4.20 に示す系の運動モデルを用いて固有モード解析の手法を説明する。  
 1) 減衰項が無い場合

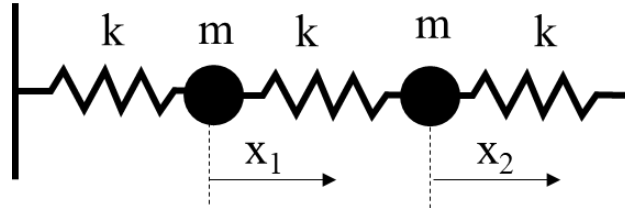


Fig. 4.20 Two Degree of freedom model

運動方程式は

$$m\ddot{x}_2 = -k(x_2 - x_1) - kx_2 \quad (4.1)$$

$$m\ddot{x}_1 = -kx_1 - k(x_1 - x_2) \quad (4.2)$$

となる。ここで

$$x_3 = \dot{x}_1 \quad (4.3)$$

$$x_4 = \dot{x}_2 \quad (4.4)$$

として

$$\frac{d}{dt} \mathbf{X} = \mathbf{A}\mathbf{X} + \mathbf{B}\mathbf{u}$$

の形に整理すると

$$\frac{d}{dt} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ -\frac{2k}{m} & \frac{k}{m} & 0 & 0 \\ \frac{k}{m} & -\frac{2k}{m} & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ \frac{1}{m} & 0 \\ 0 & \frac{1}{m} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_{01} \\ x_{02} \end{pmatrix}$$

(4.5)

ただし  $x_{01}, x_{02}$  は初期値

ここで,  $k=1, m=1$  を代入して整理すると

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ -2. & 1. & 0 & 0 \\ 1. & -2. & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad \mathbf{B} = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 1. & 0 \\ 0 & 1. \end{pmatrix}$$

簡単な計算により

固有値は

$$\begin{pmatrix} 1.19213 \times 10^{-17} + 1.73205 i \\ 1.19213 \times 10^{-17} - 1.73205 i \\ 0. + 1. i \\ 0. - 1. i \end{pmatrix}$$

固有ベクトルは

$$\begin{pmatrix} -6.57962 \times 10^{-18} - 0.353553 i & 5.81829 \times 10^{-17} + 0.353553 i & 0.612372 + 0. i & -0.612372 + 3.06299 \times 10^{-17} i \\ -6.57962 \times 10^{-18} + 0.353553 i & 5.81829 \times 10^{-17} - 0.353553 i & 0.612372 + 0. i & -0.612372 - 3.06299 \times 10^{-17} i \\ -1.2283 \times 10^{-16} - 0.5 i & -7.68433 \times 10^{-17} - 0.5 i & 0.5 - 1.05949 \times 10^{-16} i & 0.5 + 0. i \\ -1.2283 \times 10^{-16} + 0.5 i & -7.68433 \times 10^{-17} + 0.5 i & 0.5 + 1.05949 \times 10^{-16} i & 0.5 + 0. i \end{pmatrix}$$

となる。

この時、適当な初期値を与えた場合の運動は図 4.21-4.22 になる。

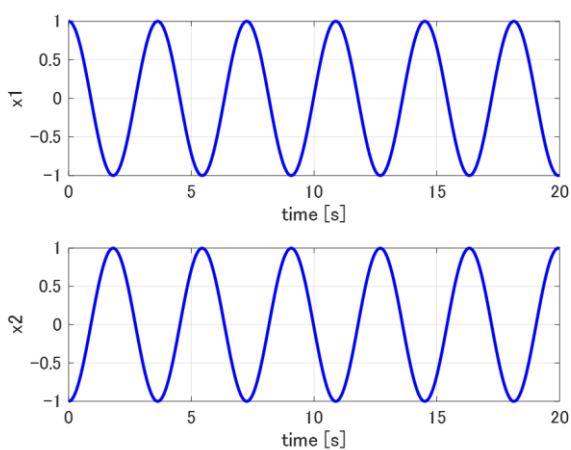


Fig. 4.21 Out-phase ( $[x_{01} \ x_{02}] = [1 \ -1]$ )

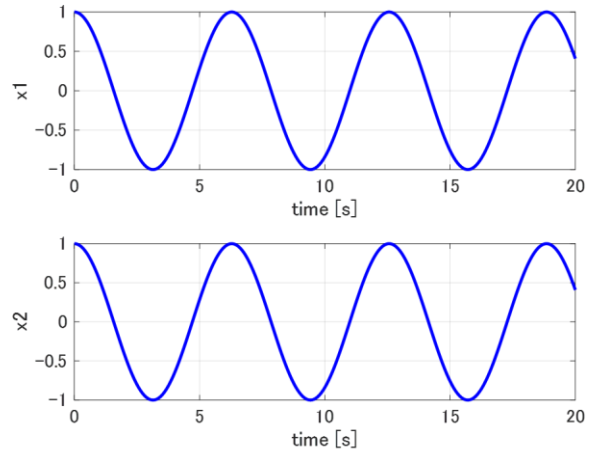


Fig. 4.22 In-phase ( $[x_{01} \ x_{02}] = [1 \ 1]$ )

ここで改めて固有値と固有ベクトルを表 4.1 に示す。その際計算精度を考慮し絶対値が  $10^{-10}$  以下の微量を 0 とみなした。固有値 No. 1 と No. 2 は共役根でありそれに対応する固有ベクトル No. 1 と No. 2 も共役根を要素とするベクトルとなり運動としては本質的に同じものを表していることに注意する。

Table 4.1 Eigen value and eigen vector (No.1 and No.2)

| Eigen value $\lambda$ |      |           | State No | state       | Eigen vector No.1 |           | Eigen vector No.2 |           |
|-----------------------|------|-----------|----------|-------------|-------------------|-----------|-------------------|-----------|
| No                    | Real | Imaginary |          |             | Real              | Imaginary | Real              | Imaginary |
| 1                     | 0    | 1.732     | 1        | $x_1$       | 0.0000            | -0.3536   | 0.0000            | 0.3536    |
| 2                     | 0    | -1.732    | 2        | $x_2$       | 0.0000            | 0.3536    | 0.0000            | -0.3536   |
| 3                     | 0    | 1         | 3        | $\dot{x}_1$ | 0.6124            | 0.0000    | 0.6124            | 0.0000    |
| 4                     | 0    | -1        | 4        | $\dot{x}_2$ | -0.6124           | 0.0000    | -0.6124           | 0.0000    |

表 4.1 の結果を固有ベクトル No. 1 に対応するものを図 4.23 に、固有ベクトル No.2 に対応するものを図 4.24 に示す。この際図中の黒丸付近にある小さな数字は状態量に対応する番号である。夫々の図から、変位を表す  $x_1$  と  $x_2$  およびそれぞれの微分項である  $\dot{x}_3$  と  $\dot{x}_4$  は動きが反対すなわち逆相の運動である事がわかり、図 4.21 に対応したモードであることがわかる。表 4.1 の固有値と同様に図 4.23 と図 4.24 も共役根に対応した図であり本質的に同じものを表している。

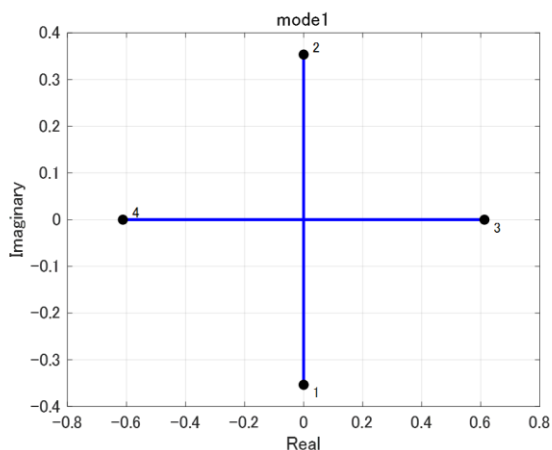


Fig. 4.23 Out-phase mode

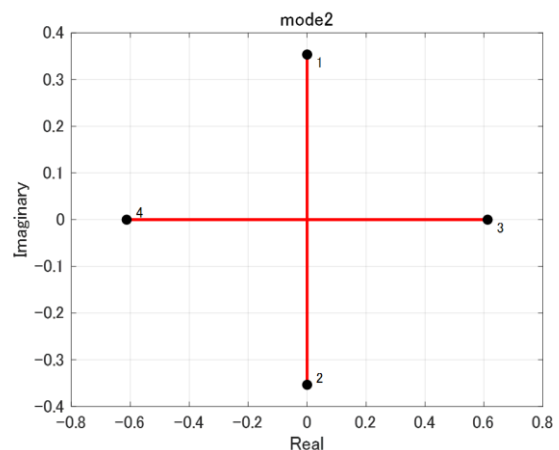


Fig. 4.24 Out-phase mode (conjugate)



同様に固有値 No. 3 と No. 4 に関する固有ベクトルを表 4.2 に示し、その結果を図 4.25-4.26 に示す。夫々の図から、変位を表す  $x_1$  と  $x_2$  およびそれぞれの微分項である  $\dot{x}_3$  と  $\dot{x}_4$  は同じ動きすなわち同相の運動である事がわかり、図 4.22 に対応したモードであることが確認できる。

Table 4.2 Eigen value and eigen vector (No.3 and No.4)

| Eigen value $\lambda$ |      |           | State |             | Eigen vector No.3 |           | Eigen vector No.4 |           |
|-----------------------|------|-----------|-------|-------------|-------------------|-----------|-------------------|-----------|
| No                    | Real | Imaginary | No    | state       | Real              | Imaginary | Real              | Imaginary |
| 1                     | 0    | 1.732     | 1     | $x_1$       | 0.00              | -0.50     | 0.00              | 0.50      |
| 2                     | 0    | -1.732    | 2     | $x_2$       | 0.00              | -0.50     | 0.00              | 0.50      |
| 3                     | 0    | 1         | 3     | $\dot{x}_1$ | 0.50              | 0.00      | 0.50              | 0.00      |
| 4                     | 0    | -1        | 4     | $\dot{x}_2$ | 0.50              | 0.00      | 0.50              | 0.00      |

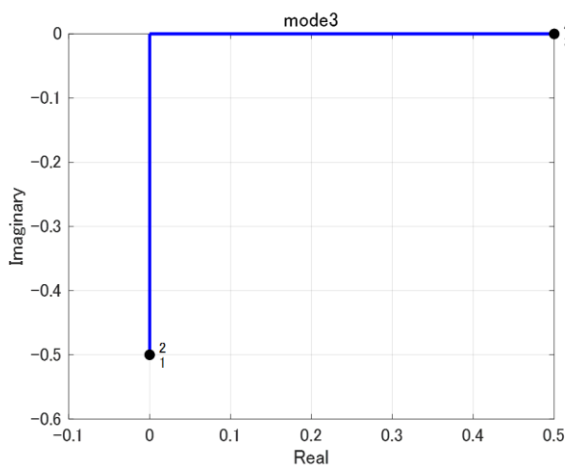


Fig. 4.25 In-phase mode

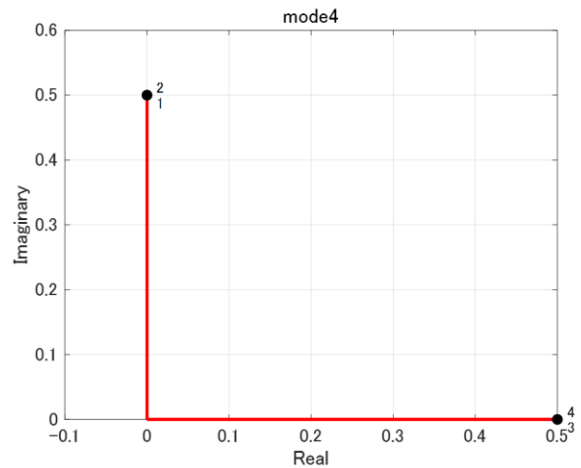


Fig. 4.26 In-phase mode (conjugate)

## 2) 減衰項が有る場合

一般にモード解析では減衰項が無いかあるいは無視してよい場合の解析を行が、ここでは減衰がある場合における固有値と固有ベクトルから固有モードを特定するデータ処理の仕方を説明する。

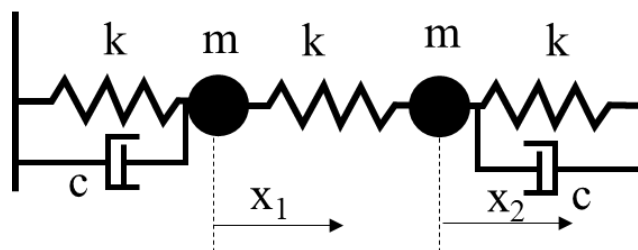


Fig. 4.27 Two degree of freedom mode with damping

減衰がある図 4.27 のシステム行列と入力行列は導出過程を省略して式 (4.6) になる。

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ -\frac{2k}{m} & \frac{k}{m} & -\frac{c}{m} & 0 \\ \frac{k}{m} & -\frac{2k}{m} & 0 & -\frac{c}{m} \end{pmatrix}, \quad \mathbf{B} = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ \frac{1}{m} & 0 \\ 0 & \frac{1}{m} \end{pmatrix} \quad (4.6)$$

ここで、 $k=1, c=0.5, m=1$  とし初期値を適当に与えて解くと図 4.28-4.29 になる。

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ -2. & 1. & -0.5 & 0 \\ 1. & -2. & 0 & -0.5 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 1. & 0 \\ 0 & 1. \end{pmatrix}$$

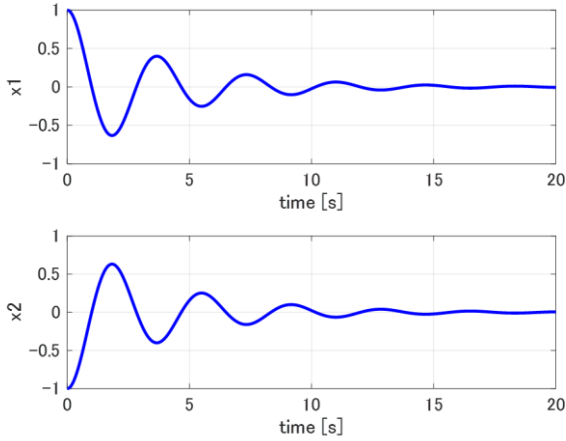


Fig. 4.28 Out-phase ( $[x_{01} \ x_{02}] = [1 \ -1]$ )

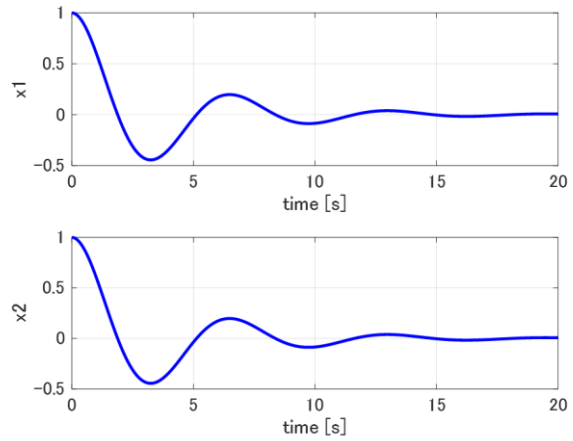


Fig. 4.29 In-phase ( $[x_{01} \ x_{02}] = [1 \ 1]$ )

減衰が無い場合と同様に固有値 No. 1 と No. 2 に関する固有ベクトルを表 4. 3 に、固有値 No. 3 と No. 4 に関する固有ベクトルを表 4. 4 示し、それぞれの固有ベクトルを図 4. 30-4. 33 に示す。

Table 4.3 Eigen value and eigen vector (No.1 and No.2)

| Eigen value $\lambda$ |       | State No | state       | Eigen vector No.1 |         | Eigen vector No.2 |         |
|-----------------------|-------|----------|-------------|-------------------|---------|-------------------|---------|
| No                    | Real  |          |             | Imaginary         | Real    | Imaginary         | Real    |
| 1                     | -0.25 | 1        | $x_1$       | -0.0510           | -0.3499 | -0.0510           | 0.3499  |
| 2                     | -0.25 | 2        | $x_2$       | 0.0510            | 0.3499  | 0.0510            | -0.3499 |
| 3                     | -0.25 | 3        | $\dot{x}_1$ | 0.6124            | 0.0000  | 0.6124            | 0.0000  |
| 4                     | -0.25 | 4        | $\dot{x}_2$ | -0.6124           | 0.0000  | -0.6124           | 0.0000  |

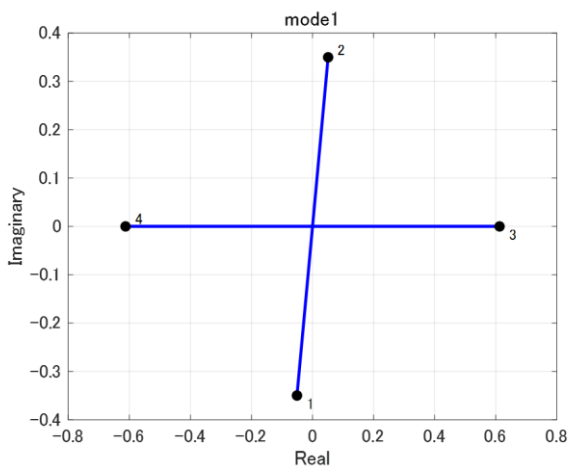


Fig. 4.30 Out-phase mode

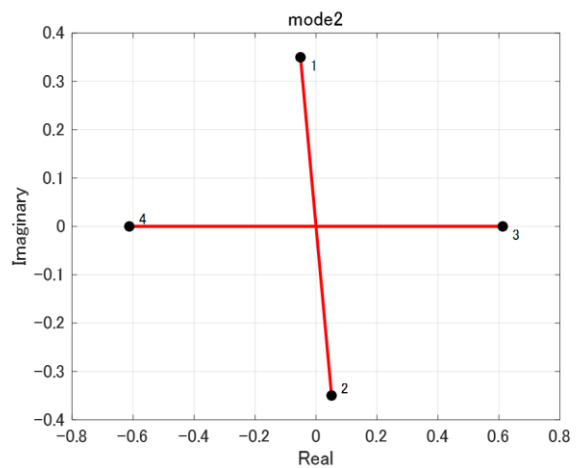


Fig. 4.31 Out-phase mode (conjugate)

Table 4.3 Eigen value and eigen vector (No.3 and No.4)

| No | Eigen value $\lambda$ |           | State No | state       | Eigen vector No.3 |           | Eigen vector No.4 |           |
|----|-----------------------|-----------|----------|-------------|-------------------|-----------|-------------------|-----------|
|    | Real                  | Imaginary |          |             | Real              | Imaginary | Real              | Imaginary |
| 1  | -0.25                 | 1.714     | 1        | $x_1$       | 0.5000            | 0.0000    | 0.5000            | 0.0000    |
| 2  | -0.25                 | -1.714    | 2        | $x_2$       | 0.5000            | 0.0000    | 0.5000            | 0.0000    |
| 3  | -0.25                 | 0.968     | 3        | $\dot{x}_1$ | -0.1250           | 0.4841    | -0.1250           | -0.4841   |
| 4  | -0.25                 | -0.968    | 4        | $\dot{x}_2$ | -0.1250           | 0.4841    | -0.1250           | -0.4841   |

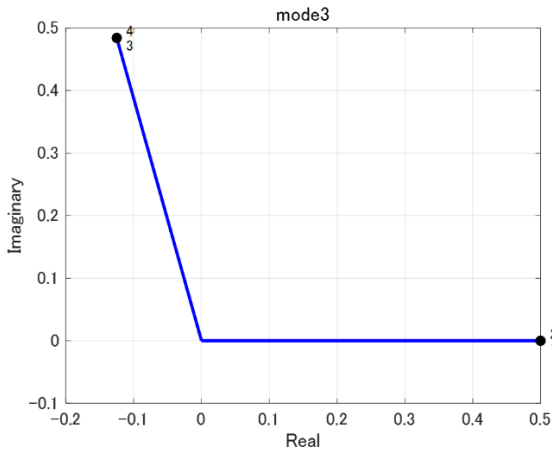


Fig. 4.32 In-phase mode

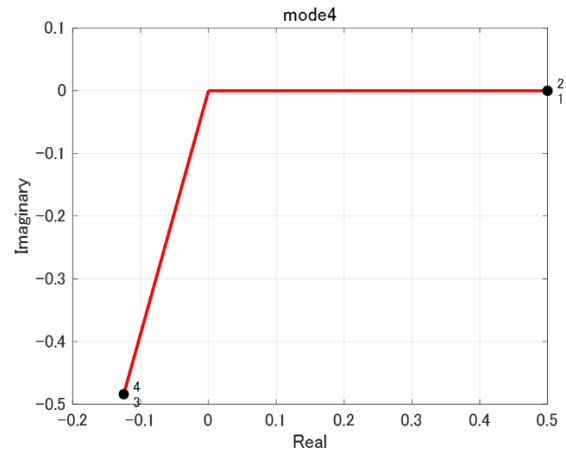


Fig. 4.33 In-phase mode (conjugate)

減衰項が有る場合は、減衰項のない図 4.23-4.26 と同様に図 4.30-4.31 は逆相モード，図 4.32-4.33 は同相モードを表すことが確認できる．ただし減衰のない図 4.23-4.26 では固有ベクトルが純虚数のため  $x_1$  と  $x_3$  (あるいは  $x_2$  と  $x_4$ ) は直行するが図 4.30-4.33 では複素数になるため  $x_1$  と  $x_3$  (あるいは  $x_2$  と  $x_4$ ) は直行しない点に注意を要する．

#### 4・6・2 線形化した多自由度運動方程式のモード解析

前項で説明したモード解析の処理の仕方を用いて，線形化した多自由度運動方程式のモード解析を行うことができる．線形化により求められる固有値とそれに対応する固有ベクトルのモード解析を行うことで，それぞれの固有値がどの運動に関連が深いかを見極め車両諸元の設定あるいは制御系設計の指針とすることが可能となる．それぞれの固有ベクトルに対し，相対的に絶対値の大きい幾つかの要素を抽出しそのモードを特色づける運動の解析を行う．解析は車速  $u_0=100$  km/h として，表 2.2 のパラメータを使用した線形モデルに対して実施した．その結果を，表 4.4-4.12 に固有値と固有ベクトルを示しそれぞれに対応するモードを図 4.34-4.51 に示す．

Table 4.4 Eigen value and eigen vector (roll and unsprung mass)

| No | Eigen value $\lambda$ |           | State No | state          | Eigen vector No.1 |           | Eigen vector No.2 |           |
|----|-----------------------|-----------|----------|----------------|-------------------|-----------|-------------------|-----------|
|    | Real                  | Imaginary |          |                | Real              | Imaginary | Real              | Imaginary |
| 1  | -40.2944              | 93.24596  | 1        | $u$            | 6.27E-20          | -3.3E-20  | 6.27E-20          | 3.26E-20  |
| 2  | -40.2944              | -93.246   | 2        | $v$            | -0.0004           | 0.000514  | -0.0004           | -0.00051  |
| 3  | -40.884               | 92.00236  | 3        | $w$            | 4.42E-17          | -9.3E-18  | 4.42E-17          | 9.28E-18  |
| 4  | -40.884               | -92.0024  | 4        | $p$            | 0.011109          | 0.022027  | 0.011109          | -0.02203  |
| 5  | -40.3756              | 87.132    | 5        | $q$            | -2.8E-17          | -1.1E-17  | -2.8E-17          | 1.13E-17  |
| 6  | -40.3756              | -87.132   | 6        | $r$            | 1.78E-05          | -0.00027  | 1.78E-05          | 0.000274  |
| 7  | -40.4341              | 84.94205  | 7        | $\varphi$      | 0.000156          | -0.00019  | 0.000156          | 0.000186  |
| 8  | -40.4341              | -84.942   | 8        | $\theta$       | -1.3E-19          | 7.36E-19  | -1.3E-19          | -7.4E-19  |
| 9  | -40                   | 30.53948  | 9        | $\psi$         | -2.5E-06          | 9.11E-07  | -2.5E-06          | -9.1E-07  |
| 10 | -40                   | -30.5395  | 10       | $zr_{fr}$      | 0.002524          | 0.006259  | 0.002524          | -0.00626  |
| 11 | -2.33314              | 10.53023  | 11       | $zr_{fl}$      | -0.00252          | -0.00626  | -0.00252          | 0.006259  |
| 12 | -2.33314              | -10.5302  | 12       | $zr_{rl}$      | 0.001302          | 0.001479  | 0.001302          | -0.00148  |
| 13 | -7.30475              | 6.97798   | 13       | $zr_{rr}$      | -0.0013           | -0.00148  | -0.0013           | 0.001479  |
| 14 | -7.30475              | -6.97798  | 14       | $z_{1fr}$      |                   | -0.00612  | -0.00264          | 0.006116  |
| 15 | -4.53349              | 8.472369  | 15       | $z_{1fl}$      | 0.002643          | 0.006116  | 0.002643          | -0.00612  |
| 16 | -4.53349              | -8.47237  | 16       | $zr_{1rl}$     | -0.00119          | -0.00162  | -0.00119          | 0.001619  |
| 17 | -3.64476              | 7.407228  | 17       | $z_{1rr}$      | 0.001185          | 0.001619  | 0.001185          | -0.00162  |
| 18 | -3.64476              | -7.40723  | 18       | $z_{1fr}$      | 0.676804          | 0         | 0.676804          | 0         |
| 19 | 0                     | 0         | 19       | $z_{1fl}$      | -0.6768           | 2.96E-15  | -0.6768           | -3E-15    |
| 20 | 0                     | 0         | 20       | $z_{1rl}$      | 0.19871           | -0.04526  | 0.19871           | 0.045264  |
| 21 | 0                     | 0         | 21       | $z_{1rr}$      | -0.19871          | 0.045264  | -0.19871          | -0.04526  |
| 22 | 0                     | 0         | 22       | $\delta$       | 0                 | 0         | 0                 | 0         |
| 23 | 0                     | 0         | 23       | $\dot{\delta}$ | 0                 | 0         | 0                 | 0         |

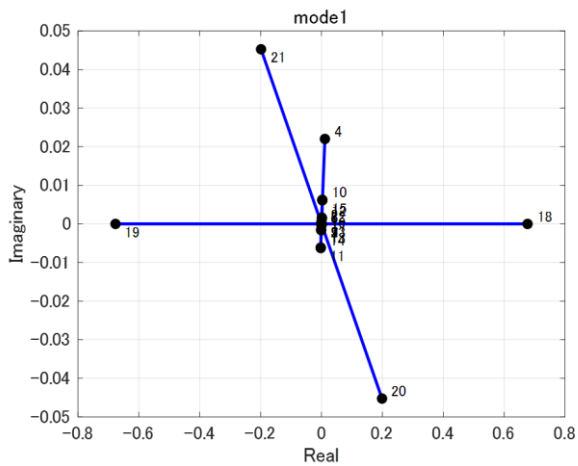


Fig. 4.34 roll and unsprung mass mode

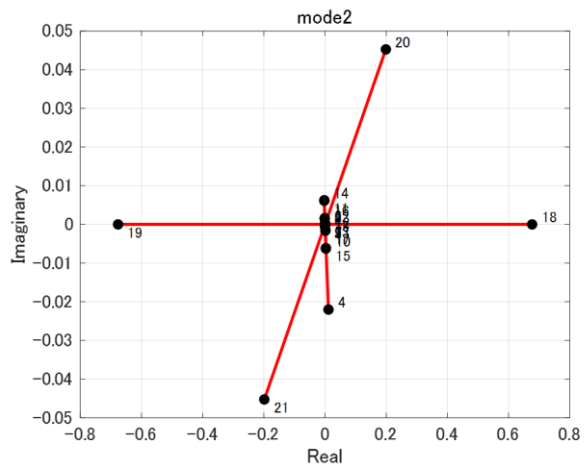


Fig. 4.35 roll and unsprung mass mode (conjugate)

このモードはロールとばね下運動の連成を表す。

Table 4.5 Eigen value and eigen vector (pitch, bounce and unsprung mass)

| No | Eigen value $\lambda$ |           | State No | state          | Eigen vector No.3 |           | Eigen vector No.4 |           |
|----|-----------------------|-----------|----------|----------------|-------------------|-----------|-------------------|-----------|
|    | Real                  | Imaginary |          |                | Real              | Imaginary | Real              | Imaginary |
| 1  | -40.2944              | 93.24596  | 1        | $u$            | 1.63E-05          | 2.73E-06  | 1.63E-05          | -2.7E-06  |
| 2  | -40.2944              | -93.246   | 2        | $v$            | -6.3E-17          | -5.5E-17  | -6.3E-17          | 5.52E-17  |
| 3  | -40.884               | 92.00236  | 3        | $w$            | 0.011667          | 0.026021  | 0.011667          | -0.02602  |
| 4  | -40.884               | -92.0024  | 4        | $p$            | -6.3E-17          | 9.47E-18  | -6.3E-17          | -9.5E-18  |
| 5  | -40.3756              | 87.132    | 5        | $q$            | -0.00919          | -0.01439  | -0.00919          | 0.014388  |
| 6  | -40.3756              | -87.132   | 6        | $r$            | -1.9E-18          | -4.1E-17  | -1.9E-18          | 4.11E-17  |
| 7  | -40.4341              | 84.94205  | 7        | $\varphi$      | -6.9E-18          | 7.81E-18  | -6.9E-18          | -7.8E-18  |
| 8  | -40.4341              | -84.942   | 8        | $\theta$       | -9.4E-05          | 0.000141  | -9.4E-05          | -0.00014  |
| 9  | -40                   | 30.53948  | 9        | $\psi$         | -3.8E-19          | 2.99E-19  | -3.8E-19          | -3E-19    |
| 10 | -40                   | -30.5395  | 10       | $zr_{fr}$      | -0.00261          | -0.00678  | -0.00261          | 0.006777  |
| 11 | -2.33314              | 10.53023  | 11       | $zr_{fl}$      | -0.00261          | -0.00678  | -0.00261          | 0.006777  |
| 12 | -2.33314              | -10.5302  | 12       | $zr_{rl}$      | -3.9E-05          | -4.5E-05  | -3.9E-05          | 4.49E-05  |
| 13 | -7.30475              | 6.97798   | 13       | $zr_{rr}$      | -3.9E-05          | -4.5E-05  | -3.9E-05          | 4.49E-05  |
| 14 | -7.30475              | -6.97798  | 14       | $z_{1fr}$      | 0.00285           | 0.006414  | 0.00285           | -0.00641  |
| 15 | -4.53349              | 8.472369  | 15       | $z_{1fl}$      | 0.00285           | 0.006414  | 0.00285           | -0.00641  |
| 16 | -4.53349              | -8.47237  | 16       | $zr_{1rl}$     | 3.56E-05          | 4.73E-05  | 3.56E-05          | -4.7E-05  |
| 17 | -3.64476              | 7.407228  | 17       | $z_{1rr}$      | 3.56E-05          | 4.73E-05  | 3.56E-05          | -4.7E-05  |
| 18 | -3.64476              | -7.40723  | 18       | $z_{1fr}$      | -0.70662          | 0         | -0.70662          | 0         |
| 19 | 0                     | 0         | 19       | $z_{1fl}$      | -0.70662          | 6.24E-16  | -0.70662          | -6.2E-16  |
| 20 | 0                     | 0         | 20       | $z_{1rl}$      | -0.0058           | 0.001339  | -0.0058           | -0.00134  |
| 21 | 0                     | 0         | 21       | $z_{1rr}$      | -0.0058           | 0.001339  | -0.0058           | -0.00134  |
| 22 | 0                     | 0         | 22       | $\delta$       | 0                 | 0         | 0                 | 0         |
| 23 | 0                     | 0         | 23       | $\dot{\delta}$ | 0                 | 0         | 0                 | 0         |

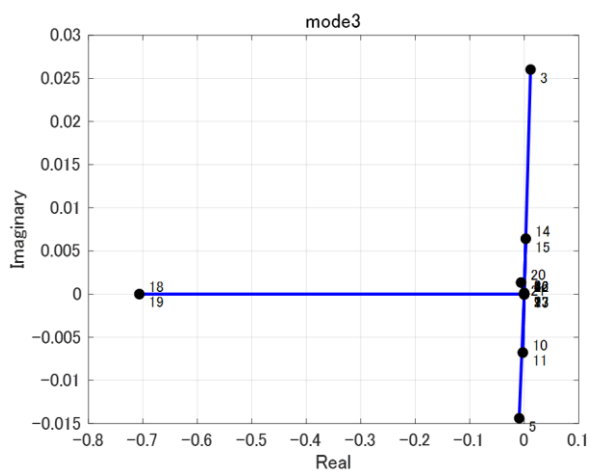


Fig. 4.36 pitch, bounce and unsprung mass mode

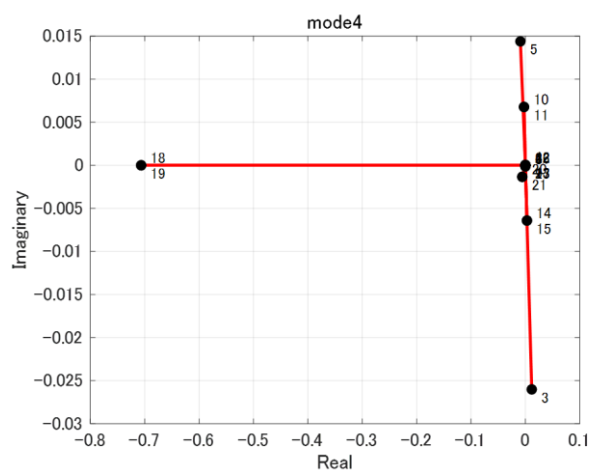


Fig. 4.37 pitch, bounce and unsprung mass mode(conjugate)

このモードはピッチとバウンスおよびばね下運動の連成を表す。

Table 4.6 Eigen value and eigen vector (roll and unsprung mass)

| No | Eigen value $\lambda$ |           | State No | state          | Eigen vector No.5 |           | Eigen vector No.6 |           |
|----|-----------------------|-----------|----------|----------------|-------------------|-----------|-------------------|-----------|
|    | Real                  | Imaginary |          |                | Real              | Imaginary | Real              | Imaginary |
| 1  | -40.2944              | 93.24596  | 1        | $u$            | -1.5E-21          | 7.4E-20   | -1.5E-21          | -7.4E-20  |
| 2  | -40.2944              | -93.246   | 2        | $v$            | -0.00076          | 0.001121  | -0.00076          | -0.00112  |
| 3  | -40.884               | 92.00236  | 3        | $w$            | 2.63E-17          | 8.6E-17   | 2.63E-17          | -8.6E-17  |
| 4  | -40.884               | -92.0024  | 4        | $p$            | 0.023524          | 0.042305  | 0.023524          | -0.0423   |
| 5  | -40.3756              | 87.132    | 5        | $q$            | 3.76E-17          | -1.9E-16  | 3.76E-17          | 1.9E-16   |
| 6  | -40.3756              | -87.132   | 6        | $r$            | 2.09E-05          | -0.00056  | 2.09E-05          | 0.000557  |
| 7  | -40.4341              | 84.94205  | 7        | $\varphi$      | 0.000297          | -0.00041  | 0.000297          | 0.000407  |
| 8  | -40.4341              | -84.942   | 8        | $\theta$       | -6.8E-19          | -1.2E-19  | -6.8E-19          | 1.23E-19  |
| 9  | -40                   | 30.53948  | 9        | $\psi$         | -5.4E-06          | 2.24E-06  | -5.4E-06          | -2.2E-06  |
| 10 | -40                   | -30.5395  | 10       | $zr_{fr}$      | 0.00108           | 0.001959  | 0.00108           | -0.00196  |
| 11 | -2.33314              | 10.53023  | 11       | $zr_{fl}$      | -0.00108          | -0.00196  | -0.00108          | 0.001959  |
| 12 | -2.33314              | -10.5302  | 12       | $zr_{rl}$      | -0.00274          | -0.0067   | -0.00274          | 0.006699  |
| 13 | -7.30475              | 6.97798   | 13       | $zr_{rr}$      | 0.00274           | 0.006699  | 0.00274           | -0.0067   |
| 14 | -7.30475              | -6.97798  | 14       | $z_{1fr}$      | -0.00131          | -0.00165  | -0.00131          | 0.001647  |
| 15 | -4.53349              | 8.472369  | 15       | $z_{1fl}$      | 0.001307          | 0.001647  | 0.001307          | -0.00165  |
| 16 | -4.53349              | -8.47237  | 16       | $zr_{1rl}$     | 0.002963          | 0.006394  | 0.002963          | -0.00639  |
| 17 | -3.64476              | 7.407228  | 17       | $z_{1rr}$      | -0.00296          | -0.00639  | -0.00296          | 0.006394  |
| 18 | -3.64476              | -7.40723  | 18       | $z_{1fr}$      | 0.196326          | -0.04739  | 0.196326          | 0.047392  |
| 19 | 0                     | 0         | 19       | $z_{1fl}$      | -0.19633          | 0.047392  | -0.19633          | -0.04739  |
| 20 | 0                     | 0         | 20       | $z_{1rl}$      | -0.6767           | 3.81E-15  | -0.6767           | -3.8E-15  |
| 21 | 0                     | 0         | 21       | $z_{1rr}$      | 0.676702          | 0         | 0.676702          | 0         |
| 22 | 0                     | 0         | 22       | $\delta$       | 0                 | 0         | 0                 | 0         |
| 23 | 0                     | 0         | 23       | $\dot{\delta}$ | 0                 | 0         | 0                 | 0         |

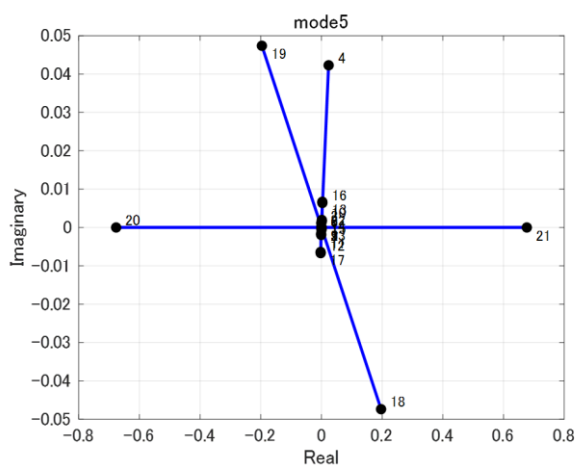


Fig. 4.38 roll and unsprung mass mode

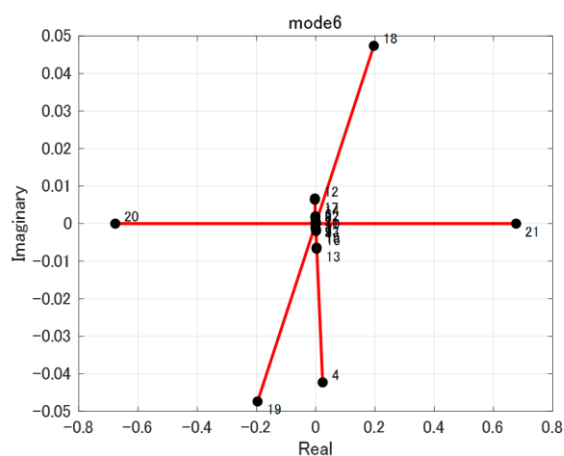


Fig. 4.39 roll and unsprung mass mode (conjugate)

このモードはロールとばね下運動の連成を表す。

Table 4.7 Eigen value and eigen vector (pitch, bounce and unsprung mass)

| No | Eigen value $\lambda$ |           | State No | state          | Eigen vector No.7 |           | Eigen vector No.8 |           |
|----|-----------------------|-----------|----------|----------------|-------------------|-----------|-------------------|-----------|
|    | Real                  | Imaginary |          |                | Real              | Imaginary | Real              | Imaginary |
| 1  | -40.2944              | 93.24596  | 1        | $u$            | -3.2E-05          | -7.7E-06  | -3.2E-05          | 7.67E-06  |
| 2  | -40.2944              | -93.246   | 2        | $v$            | 3.04E-17          | 4.33E-17  | 3.04E-17          | -4.3E-17  |
| 3  | -40.884               | 92.00236  | 3        | $w$            | 0.017934          | 0.019243  | 0.017934          | -0.01924  |
| 4  | -40.884               | -92.0024  | 4        | $p$            | 6.4E-17           | -1.3E-17  | 6.4E-17           | 1.31E-17  |
| 5  | -40.3756              | 87.132    | 5        | $q$            | 0.012878          | 0.026832  | 0.012878          | -0.02683  |
| 6  | -40.3756              | -87.132   | 6        | $r$            | 3.26E-17          | 1.29E-16  | 3.26E-17          | -1.3E-16  |
| 7  | -40.4341              | 84.94205  | 7        | $\varphi$      | 5.25E-18          | -1E-17    | 5.25E-18          | 1.02E-17  |
| 8  | -40.4341              | -84.942   | 8        | $\theta$       | 0.000199          | -0.00025  | 0.000199          | 0.000246  |
| 9  | -40                   | 30.53948  | 9        | $\psi$         | 9.96E-19          | -1.1E-18  | 9.96E-19          | 1.08E-18  |
| 10 | -40                   | -30.5395  | 10       | $zr_{fr}$      | 3.1E-05           | 6.08E-05  | 3.1E-05           | -6.1E-05  |
| 11 | -2.33314              | 10.53023  | 11       | $zr_{fl}$      | 3.1E-05           | 6.08E-05  | 3.1E-05           | -6.1E-05  |
| 12 | -2.33314              | -10.5302  | 12       | $zr_{rl}$      | -0.00272          | -0.0074   | -0.00272          | 0.007403  |
| 13 | -7.30475              | 6.97798   | 13       | $zr_{rr}$      | -0.00272          | -0.0074   | -0.00272          | 0.007403  |
| 14 | -7.30475              | -6.97798  | 14       | $z_{1fr}$      | -4E-05            | -4.8E-05  | -4E-05            | 4.84E-05  |
| 15 | -4.53349              | 8.472369  | 15       | $z_{1fl}$      | -4E-05            | -4.8E-05  | -4E-05            | 4.84E-05  |
| 16 | -4.53349              | -8.47237  | 16       | $zr_{1rl}$     | 0.003228          | 0.00678   | 0.003228          | -0.00678  |
| 17 | -3.64476              | 7.407228  | 17       | $z_{1rr}$      | 0.003228          | 0.00678   | 0.003228          | -0.00678  |
| 18 | -3.64476              | -7.40723  | 18       | $z_{1fr}$      | 0.00572           | -0.00141  | 0.00572           | 0.001414  |
| 19 | 0                     | 0         | 19       | $z_{1fl}$      | 0.00572           | -0.00141  | 0.00572           | 0.001414  |
| 20 | 0                     | 0         | 20       | $z_{1rl}$      | -0.70644          | 0         | -0.70644          | 0         |
| 21 | 0                     | 0         | 21       | $z_{1rr}$      | -0.70644          | -2.3E-15  | -0.70644          | 2.35E-15  |
| 22 | 0                     | 0         | 22       | $\delta$       | 0                 | 0         | 0                 | 0         |
| 23 | 0                     | 0         | 23       | $\dot{\delta}$ | 0                 | 0         | 0                 | 0         |

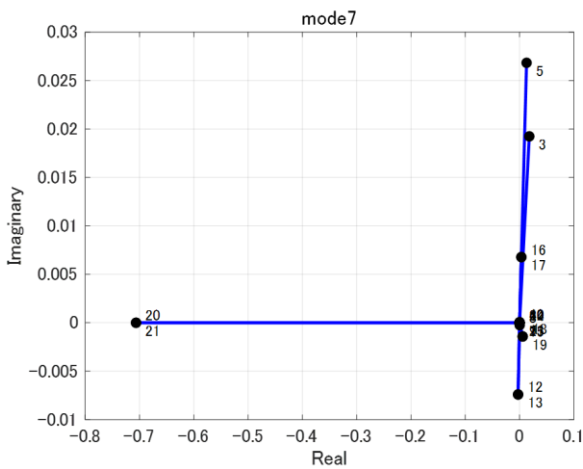


Fig. 4.40 pitch, bounce and unsprung mass mode

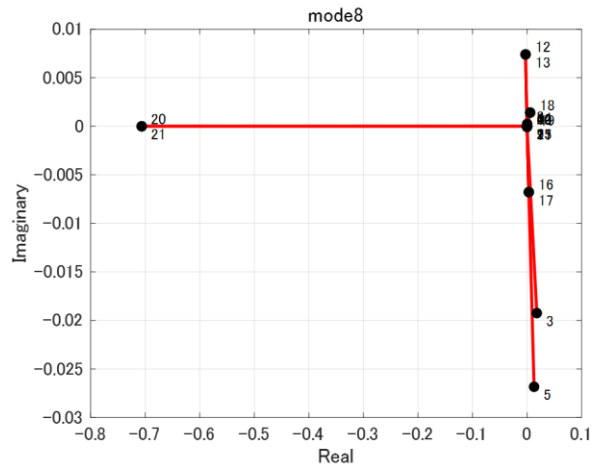


Fig. 4.41 pitch, bounce and unsprung mass mode(conjugate)

このモードはピッチとバウンスおよびばね下運動の連成を表す。

Table 4.8 Eigen value and eigen vector (steer, yaw, lateral velocity and roll)

| No | Eigen value $\lambda$ |           | State No | state          | Eigen vector No.9 |           | Eigen vector No.10 |           |
|----|-----------------------|-----------|----------|----------------|-------------------|-----------|--------------------|-----------|
|    | Real                  | Imaginary |          |                | Real              | Imaginary | Real               | Imaginary |
| 1  | -40.2944              | 93.24596  | 1        | $u$            | 3.56E-21          | 1.07E-20  | 3.56E-21           | -1.1E-20  |
| 2  | -40.2944              | -93.246   | 2        | $v$            | 0.000347          | -0.04642  | 0.000347           | 0.046421  |
| 3  | -40.884               | 92.00236  | 3        | $w$            | -1.2E-18          | -1.4E-17  | -1.2E-18           | 1.38E-17  |
| 4  | -40.884               | -92.0024  | 4        | $p$            | -0.0029           | -0.04     | -0.0029            | 0.039996  |
| 5  | -40.3756              | 87.132    | 5        | $q$            | 2.55E-18          | -1.9E-19  | 2.55E-18           | 1.93E-19  |
| 6  | -40.3756              | -87.132   | 6        | $r$            | -0.00498          | -0.01984  | -0.00498           | 0.019839  |
| 7  | -40.4341              | 84.94205  | 7        | $\varphi$      | -0.00044          | 0.000667  | -0.00044           | -0.00067  |
| 8  | -40.4341              | -84.942   | 8        | $\theta$       | -3.9E-20          | -6.4E-20  | -3.9E-20           | 6.36E-20  |
| 9  | -40                   | 30.53948  | 9        | $\psi$         | -0.00016          | 0.000373  | -0.00016           | -0.00037  |
| 10 | -40                   | -30.5395  | 10       | $zr_{fr}$      | 0.000242          | -0.00071  | 0.000242           | 0.000711  |
| 11 | -2.33314              | 10.53023  | 11       | $zr_{fl}$      | -0.00024          | 0.000711  | -0.00024           | -0.00071  |
| 12 | -2.33314              | -10.5302  | 12       | $zr_{rl}$      | -0.00027          | 0.000787  | -0.00027           | -0.00079  |
| 13 | -7.30475              | 6.97798   | 13       | $zr_{rr}$      | 0.000268          | -0.00079  | 0.000268           | 0.000787  |
| 14 | -7.30475              | -6.97798  | 14       | $z_{1fr}$      | 9.21E-05          | 0.000201  | 9.21E-05           | -0.0002   |
| 15 | -4.53349              | 8.472369  | 15       | $z_{1fl}$      | -9.2E-05          | -0.0002   | -9.2E-05           | 0.000201  |
| 16 | -4.53349              | -8.47237  | 16       | $zr_{1rl}$     | -6E-05            | -0.00029  | -6E-05             | 0.000287  |
| 17 | -3.64476              | 7.407228  | 17       | $z_{1rr}$      | 5.95E-05          | 0.000287  | 5.95E-05           | -0.00029  |
| 18 | -3.64476              | -7.40723  | 18       | $z_{1fr}$      | -0.00981          | -0.00521  | -0.00981           | 0.005208  |
| 19 | 0                     | 0         | 19       | $z_{1fl}$      | 0.00981           | 0.005208  | 0.00981            | -0.00521  |
| 20 | 0                     | 0         | 20       | $z_{1rl}$      | 0.01115           | 0.00967   | 0.01115            | -0.00967  |
| 21 | 0                     | 0         | 21       | $z_{1rr}$      | -0.01115          | -0.00967  | -0.01115           | 0.00967   |
| 22 | 0                     | 0         | 22       | $\delta$       | 0.015752          | 0.012027  | 0.015752           | -0.01203  |
| 23 | 0                     | 0         | 23       | $\dot{\delta}$ | -0.99737          | 0         | -0.99737           | 0         |

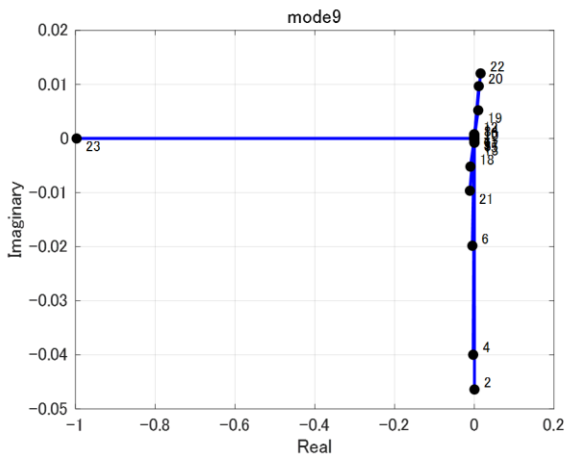


Fig. 4.42 steer and planer motion mode

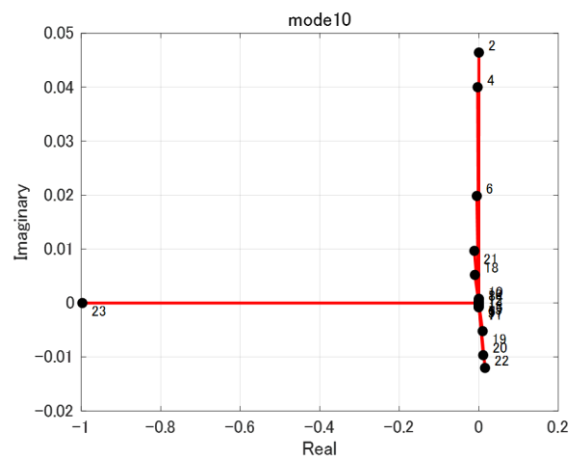


Fig. 4.43 steer and planer motion mode (conjugate)

このモードは操舵と平面運動（ヨーレイト，横速度）およびロールレイトの連成を表す。



Table 4.9 Eigen value and eigen vector (pitch, bounce)

| No | Eigen value $\lambda$ |           | State No | state          | Eigen vector No.11 |           | Eigen vector No.12 |           |
|----|-----------------------|-----------|----------|----------------|--------------------|-----------|--------------------|-----------|
|    | Real                  | Imaginary |          |                | Real               | Imaginary | Real               | Imaginary |
| 1  | -40.2944              | 93.24596  | 1        | $u$            | -0.00679           | 0.023603  | -0.00679           | -0.0236   |
| 2  | -40.2944              | -93.246   | 2        | $v$            | -2.7E-15           | 5.4E-16   | -2.7E-15           | -5.4E-16  |
| 3  | -40.884               | 92.00236  | 3        | $w$            | -0.93564           | 0         | -0.93564           | 0         |
| 4  | -40.884               | -92.0024  | 4        | $p$            | 1.93E-15           | -1.2E-15  | 1.93E-15           | 1.24E-15  |
| 5  | -40.3756              | 87.132    | 5        | $q$            | 0.191298           | -0.21975  | 0.191298           | 0.219751  |
| 6  | -40.3756              | -87.132   | 6        | $r$            | -3.3E-16           | 9.79E-16  | -3.3E-16           | -9.8E-16  |
| 7  | -40.4341              | 84.94205  | 7        | $\varphi$      | -1.7E-17           | -3.9E-16  | -1.7E-17           | 3.94E-16  |
| 8  | -40.4341              | -84.942   | 8        | $\theta$       | -0.02373           | -0.01291  | -0.02373           | 0.012909  |
| 9  | -40                   | 30.53948  | 9        | $\psi$         | 1.12E-16           | 3.33E-17  | 1.12E-16           | -3.3E-17  |
| 10 | -40                   | -30.5395  | 10       | $zr_{fr}$      | 0.055007           | 0.021917  | 0.055007           | -0.02192  |
| 11 | -2.33314              | 10.53023  | 11       | $zr_{fl}$      | 0.055007           | 0.021917  | 0.055007           | -0.02192  |
| 12 | -2.33314              | -10.5302  | 12       | $zr_{rl}$      | 0.000686           | -0.00225  | 0.000686           | 0.002245  |
| 13 | -7.30475              | 6.97798   | 13       | $zr_{rr}$      | 0.000686           | -0.00225  | 0.000686           | 0.002245  |
| 14 | -7.30475              | -6.97798  | 14       | $z_{1fr}$      | 0.007161           | 0.009066  | 0.007161           | -0.00907  |
| 15 | -4.53349              | 8.472369  | 15       | $z_{1fl}$      | 0.007161           | 0.009066  | 0.007161           | -0.00907  |
| 16 | -4.53349              | -8.47237  | 16       | $zr_{1rl}$     | 0.000261           | -7.7E-05  | 0.000261           | 7.72E-05  |
| 17 | -3.64476              | 7.407228  | 17       | $z_{1rr}$      | 0.000261           | -7.7E-05  | 0.000261           | 7.72E-05  |
| 18 | -3.64476              | -7.40723  | 18       | $z_{1fr}$      | -0.11218           | 0.054257  | -0.11218           | -0.05426  |
| 19 | 0                     | 0         | 19       | $z_{1fl}$      | -0.11218           | 0.054257  | -0.11218           | -0.05426  |
| 20 | 0                     | 0         | 20       | $z_{1rl}$      | 0.000203           | 0.002933  | 0.000203           | -0.00293  |
| 21 | 0                     | 0         | 21       | $z_{1rr}$      | 0.000203           | 0.002933  | 0.000203           | -0.00293  |
| 22 | 0                     | 0         | 22       | $\delta$       | 0                  | 0         | 0                  | 0         |
| 23 | 0                     | 0         | 23       | $\dot{\delta}$ | 0                  | 0         | 0                  | 0         |

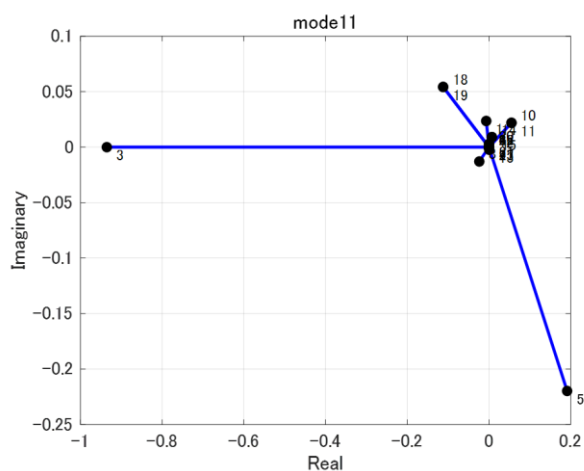


Fig. 4.44 pitch, bounce mode

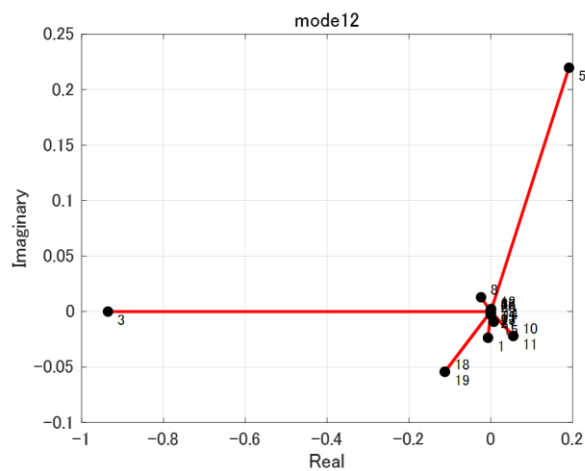


Fig. 4.45 pitch, bounce mode(conjugate)

このモードはピッチとバウンスの連成を表す。

Table 4.10 Eigen value and eigen vector (yaw, lateral velocity and roll)

| No | Eigen value $\lambda$ |           | State No | state          | Eigen vector No.13 |           | Eigen vector No.14 |           |
|----|-----------------------|-----------|----------|----------------|--------------------|-----------|--------------------|-----------|
|    | Real                  | Imaginary |          |                | Real               | Imaginary | Real               | Imaginary |
| 1  | -40.2944              | 93.24596  | 1        | $u$            | -3.3E-17           | 7.31E-17  | -3.3E-17           | -7.3E-17  |
| 2  | -40.2944              | -93.246   | 2        | $v$            | 0.660132           | 0.008644  | 0.660132           | -0.00864  |
| 3  | -40.884               | 92.00236  | 3        | $w$            | -2.8E-16           | -1.9E-15  | -2.8E-16           | 1.94E-15  |
| 4  | -40.884               | -92.0024  | 4        | $p$            | 0.714958           | 0         | 0.714958           | 0         |
| 5  | -40.3756              | 87.132    | 5        | $q$            | 7.57E-16           | 3.61E-16  | 7.57E-16           | -3.6E-16  |
| 6  | -40.3756              | -87.132   | 6        | $r$            | -0.02634           | -0.15956  | -0.02634           | 0.159558  |
| 7  | -40.4341              | 84.94205  | 7        | $\varphi$      | -0.05118           | -0.04889  | -0.05118           | 0.048887  |
| 8  | -40.4341              | -84.942   | 8        | $\theta$       | -2.7E-17           | -7.7E-17  | -2.7E-17           | 7.67E-17  |
| 9  | -40                   | 30.53948  | 9        | $\psi$         | -0.00902           | 0.013222  | -0.00902           | -0.01322  |
| 10 | -40                   | -30.5395  | 10       | $zr_{fr}$      | 0.036699           | 0.031228  | 0.036699           | -0.03123  |
| 11 | -2.33314              | 10.53023  | 11       | $zr_{fl}$      | -0.0367            | -0.03123  | -0.0367            | 0.031228  |
| 12 | -2.33314              | -10.5302  | 12       | $zr_{rl}$      | -0.03979           | -0.03354  | -0.03979           | 0.033539  |
| 13 | -7.30475              | 6.97798   | 13       | $zr_{rr}$      | 0.039791           | 0.033539  | 0.039791           | -0.03354  |
| 14 | -7.30475              | -6.97798  | 14       | $z_{1fr}$      | 0.00245            | 0.00617   | 0.00245            | -0.00617  |
| 15 | -4.53349              | 8.472369  | 15       | $z_{1fl}$      | -0.00245           | -0.00617  | -0.00245           | 0.00617   |
| 16 | -4.53349              | -8.47237  | 16       | $zr_{1rl}$     | 0.001409           | -0.00313  | 0.001409           | 0.003126  |
| 17 | -3.64476              | 7.407228  | 17       | $z_{1rr}$      | -0.00141           | 0.003126  | -0.00141           | -0.00313  |
| 18 | -3.64476              | -7.40723  | 18       | $z_{1fr}$      | -0.06096           | -0.02797  | -0.06096           | 0.027974  |
| 19 | 0                     | 0         | 19       | $z_{1fl}$      | 0.060957           | 0.027974  | 0.060957           | -0.02797  |
| 20 | 0                     | 0         | 20       | $z_{1rl}$      | 0.011519           | 0.032663  | 0.011519           | -0.03266  |
| 21 | 0                     | 0         | 21       | $z_{1rr}$      | -0.01152           | -0.03266  | -0.01152           | 0.032663  |
| 22 | 0                     | 0         | 22       | $\delta$       | 0                  | 0         | 0                  | 0         |
| 23 | 0                     | 0         | 23       | $\dot{\delta}$ | 0                  | 0         | 0                  | 0         |

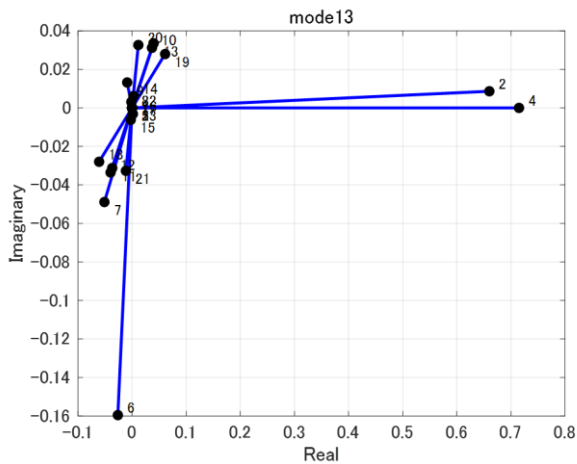


Fig. 4.46 yaw, lateral velocity and roll mode

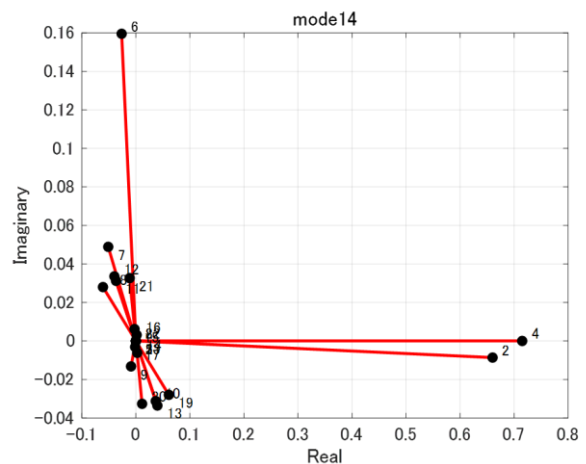


Fig. 4.47 yaw, lateral velocity and roll mode (conjugate)

このモードはヨー，横速度，ロールレイトの連成を表す。

Table 4.11 Eigen value and eigen vector (pitch, bounce)

| No | Eigen value $\lambda$ |           | State No | state          | Eigen vector No.15 |           | Eigen vector No.16 |           |
|----|-----------------------|-----------|----------|----------------|--------------------|-----------|--------------------|-----------|
|    | Real                  | Imaginary |          |                | Real               | Imaginary | Real               | Imaginary |
| 1  | -40.2944              | 93.24596  | 1        | $u$            | 0.028525           | 0.025715  | 0.028525           | -0.02571  |
| 2  | -40.2944              | -93.246   | 2        | $v$            | 1.46E-14           | -2.4E-15  | 1.46E-14           | 2.37E-15  |
| 3  | -40.884               | 92.00236  | 3        | $w$            | -0.91482           | 0         | -0.91482           | 0         |
| 4  | -40.884               | -92.0024  | 4        | $p$            | 3.09E-15           | -5.2E-14  | 3.09E-15           | 5.17E-14  |
| 5  | -40.3756              | 87.132    | 5        | $q$            | 0.05242            | -0.35778  | 0.05242            | 0.357779  |
| 6  | -40.3756              | -87.132   | 6        | $r$            | -2E-15             | 1.22E-15  | -2E-15             | -1.2E-15  |
| 7  | -40.4341              | 84.94205  | 7        | $\varphi$      | -5.1E-15           | 1.96E-15  | -5.1E-15           | -2E-15    |
| 8  | -40.4341              | -84.942   | 8        | $\theta$       | -0.0354            | 0.012757  | -0.0354            | -0.01276  |
| 9  | -40                   | 30.53948  | 9        | $\psi$         | 2.49E-16           | 1.22E-16  | 2.49E-16           | -1.2E-16  |
| 10 | -40                   | -30.5395  | 10       | $zr_{fr}$      | 3.42E-05           | -0.00165  | 3.42E-05           | 0.001645  |
| 11 | -2.33314              | 10.53023  | 11       | $zr_{fl}$      | 3.42E-05           | -0.00165  | 3.42E-05           | 0.001645  |
| 12 | -2.33314              | -10.5302  | 12       | $zr_{rl}$      | -0.0847            | 0.03603   | -0.0847            | -0.03603  |
| 13 | -7.30475              | 6.97798   | 13       | $zr_{rr}$      | -0.0847            | 0.03603   | -0.0847            | -0.03603  |
| 14 | -7.30475              | -6.97798  | 14       | $z_{1fr}$      | 0.000134           | -0.00024  | 0.000134           | 0.000241  |
| 15 | -4.53349              | 8.472369  | 15       | $z_{1fl}$      | 0.000134           | -0.00024  | 0.000134           | 0.000241  |
| 16 | -4.53349              | -8.47237  | 16       | $zr_{1rl}$     | -0.00647           | -0.005    | -0.00647           | 0.005004  |
| 17 | -3.64476              | 7.407228  | 17       | $z_{1rr}$      | -0.00647           | -0.005    | -0.00647           | 0.005004  |
| 18 | -3.64476              | -7.40723  | 18       | $z_{1fr}$      | 0.001429           | 0.002227  | 0.001429           | -0.00223  |
| 19 | 0                     | 0         | 19       | $z_{1fl}$      | 0.001429           | 0.002227  | 0.001429           | -0.00223  |
| 20 | 0                     | 0         | 20       | $z_{1rl}$      | 0.071743           | -0.03215  | 0.071743           | 0.03215   |
| 21 | 0                     | 0         | 21       | $z_{1rr}$      | 0.071743           | -0.03215  | 0.071743           | 0.03215   |
| 22 | 0                     | 0         | 22       | $\delta$       | 0                  | 0         | 0                  | 0         |
| 23 | 0                     | 0         | 23       | $\dot{\delta}$ | 0                  | 0         | 0                  | 0         |

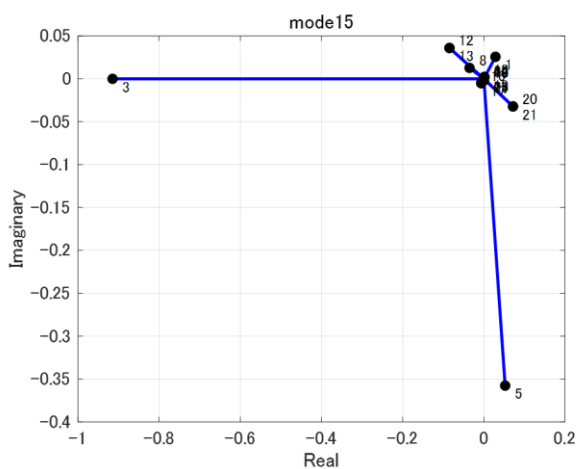


Fig. 4.48 pitch, bounce mode

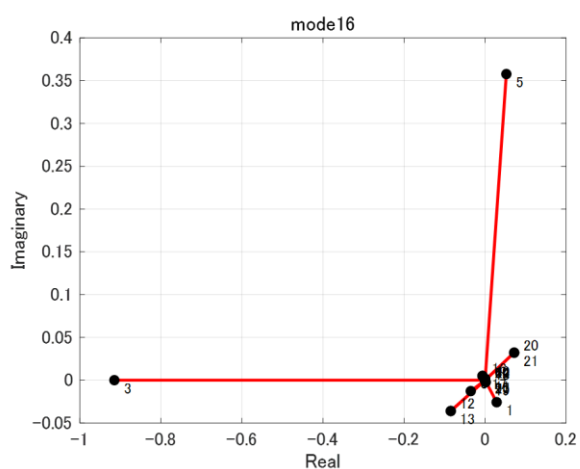


Fig. 4.49 pitch, bounce mode(conjugate)

このモードはピッチとバウンスの連成を表す。

Table 4.12 Eigen value and eigen vector (yaw, lateral velocity)

| No | Eigen value $\lambda$ |           | State No | state          | Eigen vector No.17 |           | Eigen vector No.18 |           |
|----|-----------------------|-----------|----------|----------------|--------------------|-----------|--------------------|-----------|
|    | Real                  | Imaginary |          |                | Real               | Imaginary | Real               | Imaginary |
| 1  | -40.2944              | 93.24596  | 1        | $u$            | 9.48E-17           | 2.01E-16  | 9.48E-17           | -2E-16    |
| 2  | -40.2944              | -93.246   | 2        | $v$            | 0.033068           | 0.575334  | 0.033068           | -0.57533  |
| 3  | -40.884               | 92.00236  | 3        | $w$            | -5.1E-15           | -1.3E-15  | -5.1E-15           | 1.33E-15  |
| 4  | -40.884               | -92.0024  | 4        | $p$            | 0.782612           | 0         | 0.782612           | 0         |
| 5  | -40.3756              | 87.132    | 5        | $q$            | 7.26E-16           | -1.4E-15  | 7.26E-16           | 1.4E-15   |
| 6  | -40.3756              | -87.132   | 6        | $r$            | 0.090026           | -0.03066  | 0.090026           | 0.030664  |
| 7  | -40.4341              | 84.94205  | 7        | $\varphi$      | -0.04185           | -0.08506  | -0.04185           | 0.085061  |
| 8  | -40.4341              | -84.942   | 8        | $\theta$       | -1.9E-16           | -1.4E-18  | -1.9E-16           | 1.38E-18  |
| 9  | -40                   | 30.53948  | 9        | $\psi$         | -0.00815           | -0.00814  | -0.00815           | 0.008145  |
| 10 | -40                   | -30.5395  | 10       | $zr_{fr}$      | 0.030919           | 0.054462  | 0.030919           | -0.05446  |
| 11 | -2.33314              | 10.53023  | 11       | $zr_{fl}$      | -0.03092           | -0.05446  | -0.03092           | 0.054462  |
| 12 | -2.33314              | -10.5302  | 12       | $zr_{rl}$      | -0.03361           | -0.05849  | -0.03361           | 0.058493  |
| 13 | -7.30475              | 6.97798   | 13       | $zr_{rr}$      | 0.033613           | 0.058493  | 0.033613           | -0.05849  |
| 14 | -7.30475              | -6.97798  | 14       | $z_{1fr}$      | 0.0011             | 0.010609  | 0.0011             | -0.01061  |
| 15 | -4.53349              | 8.472369  | 15       | $z_{1fl}$      | -0.0011            | -0.01061  | -0.0011            | 0.010609  |
| 16 | -4.53349              | -8.47237  | 16       | $zr_{1rl}$     | 0.002222           | -0.0053   | 0.002222           | 0.005302  |
| 17 | -3.64476              | 7.407228  | 17       | $z_{1rr}$      | -0.00222           | 0.005302  | -0.00222           | -0.0053   |
| 18 | -3.64476              | -7.40723  | 18       | $z_{1fr}$      | -0.08259           | -0.03052  | -0.08259           | 0.03052   |
| 19 | 0                     | 0         | 19       | $z_{1fl}$      | 0.082592           | 0.03052   | 0.082592           | -0.03052  |
| 20 | 0                     | 0         | 20       | $z_{1rl}$      | 0.031172           | 0.035786  | 0.031172           | -0.03579  |
| 21 | 0                     | 0         | 21       | $z_{1rr}$      | -0.03117           | -0.03579  | -0.03117           | 0.035786  |
| 22 | 0                     | 0         | 22       | $\delta$       | 0                  | 0         | 0                  | 0         |
| 23 | 0                     | 0         | 23       | $\dot{\delta}$ | 0                  | 0         | 0                  | 0         |

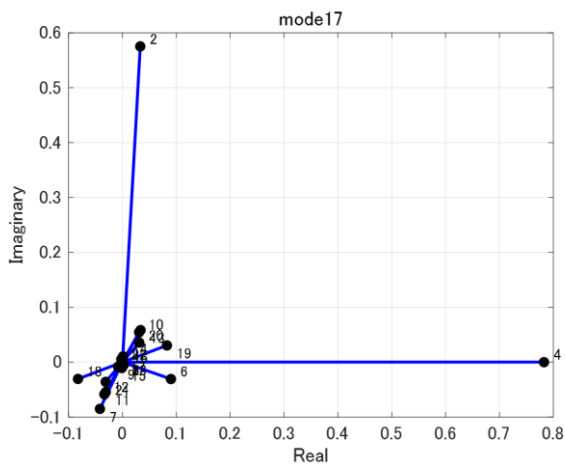


Fig. 4.50 yaw, lateral velocity mode

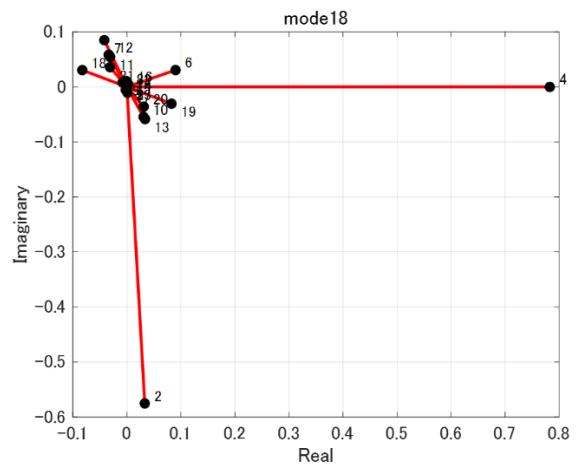


Fig. 4.51 yaw, lateral velocity mode (conjugate)

このモードはヨーレートと横速度の連成を表す。

以上の結果を用いて、表 4.4-4.12 の固有値とそれぞれに関連の強い状態量に○をつけて再整理したものを表 4.13 に示す。表の横欄は共役を含めた固有値の組と値を記し、縦欄に状態量一覧を記した。その上で挙動が近いモードを同じ色で色分けし分類した。この結果からばね下とばね上の関連性を示す分類として、固有値 1,2 および 5,6 はロールレートとばね下速度の関連モード、固有値 3,4 はばね上速度、ピッチレートと前輪ばね下速度の関連モード、固有値 7,8 はばね上速度、ピッチレートと後輪ばね下速度の関連モードになる。次にロールと平面運動との関連性を示す分類として、固有値 9,10 は舵角速度と横速度、ピッチレート、ヨーレートの関連モード、固有値 13,14 は横速度、ピッチレート、ヨーレートの関連モード、固有値 17,18 は横速度、ヨーレートの関連モードになる。最後に上下運動の分類として固有値 11,12 および 15,16 は上下速度とピッチレートの関連性を示すモードである。このように固有値と固有ベクトルの関連性を詳細に検討することで各モードの挙動が理解でき、車両運動の解析をより一層深めることができる。

Table 4.13 Eigen value and eigen vector (yaw, lateral velocity)

| State No | state          | Eigen value No |           | 1,2        | 5,6      | 3,4        | 7,8       | 9,10       | 13,14     | 17,18      | 11,12      | 15,16      |
|----------|----------------|----------------|-----------|------------|----------|------------|-----------|------------|-----------|------------|------------|------------|
|          |                | value          | Real      | -40.2944   | -40.3756 | -40.884    | -40.4341  | -40        | -7.30475  | -3.64476   | -2.33314   | -4.53349   |
|          |                |                | Imaginary | ± 93.24596 | ± 87.132 | ± 92.00236 | ± 84.9420 | ± 30.53948 | ± 6.97798 | ± 7.407228 | ± 10.53023 | ± 8.472369 |
| 1        | $u$            |                |           |            |          |            |           |            |           |            |            |            |
| 2        | $v$            |                |           |            |          |            |           | ○          | ○         | ○          |            |            |
| 3        | $w$            |                |           |            |          | ○          | ○         |            |           |            | ○          | ○          |
| 4        | $p$            |                | ○         | ○          |          |            |           | ○          | ○         | ○          |            |            |
| 5        | $q$            |                |           |            |          | ○          | ○         |            |           |            | ○          | ○          |
| 6        | $r$            |                |           |            |          |            |           | ○          | ○         |            |            |            |
| 7        | $\varphi$      |                |           |            |          |            |           |            |           |            |            |            |
| 8        | $\theta$       |                |           |            |          |            |           |            |           |            |            |            |
| 9        | $\psi$         |                |           |            |          |            |           |            |           |            |            |            |
| 10       | $z_{r_r}$      |                |           |            |          |            |           |            |           |            |            |            |
| 11       | $z_{r_l}$      |                |           |            |          |            |           |            |           |            |            |            |
| 12       | $z_{r_i}$      |                |           |            |          |            |           |            |           |            |            |            |
| 13       | $z_{r_r}$      |                |           |            |          |            |           |            |           |            |            |            |
| 14       | $z_{1fr}$      |                |           |            |          |            |           |            |           |            |            |            |
| 15       | $z_{1fl}$      |                |           |            |          |            |           |            |           |            |            |            |
| 16       | $z_{r_{rl}}$   |                |           |            |          |            |           |            |           |            |            |            |
| 17       | $z_{1rr}$      |                |           |            |          |            |           |            |           |            |            |            |
| 18       | $z_{1fr}$      |                | ○         | ○          | ○        |            |           |            |           |            |            |            |
| 19       | $z_{1fl}$      |                | ○         | ○          | ○        |            |           |            |           |            |            |            |
| 20       | $z_{1rl}$      |                | ○         | ○          |          |            | ○         |            |           |            |            |            |
| 21       | $z_{1rr}$      |                | ○         | ○          |          |            | ○         |            |           |            |            |            |
| 22       | $\delta$       |                |           |            |          |            |           |            |           |            |            |            |
| 23       | $\dot{\delta}$ |                |           |            |          |            |           | ○          |           |            |            |            |

## 第5章 線形モデルの発展性の検討（タイヤ非線形特性の考察）

### 5.1 タイヤ非線形特性

周知のとおり多自由度車両運動方程式を考察する場合の非線形要素は大きく二つあり、一つは剛体6自由度を含む車両運動方程式そのものが非線形であること、およびもう一つはタイヤ特性の非線形性があげられる。すでに取り扱ったように車両の運動方程式については解析したい車両速度を定めればその速度一定のもとでテイラー展開により線形化することができる。同様にタイヤ特性についても釣合点付近での線形化を行い微小攪乱に対する解析手法を提示した。通常は旋回高横加速度領域まで含めてもこの近似で十分な解析精度は得られると考えられる。しかしながら路面からの上下外乱を受けて旋回する車両挙動などを解析する場合は、接地荷重変化によるタイヤ横力特性の変化を考慮して解析したほうが精密な解析結果が得られる<sup>21)</sup>。これらの点を考慮し本項ではタイヤの非線形特性を線形運動方程式に取り込む考え方を考察する。

#### 5.1.1 タイヤの STATIC LOSS

タイヤの横力はスリップ角一定とした場合接地荷重の増加に伴い横力も増加するが、一般には飽和曲線となる。この特性はコーナリング中の車両の OS/US 特性の説明の際に用いられることが多いが、コーナリング中に路面からの上下外乱を受けて接地荷重が変化する場合も同様の現象が知られており、これを STATIC LOSS と呼んでいる。タイヤスリップ角を一定にした際の接地荷重に対する横力特性の代表例を図 5.1 に示すが、接地荷重の増加に対し横力は飽和特性となっていることが確認できる。またその状態を模式的に表したものが図 5.2 である<sup>18)</sup>。

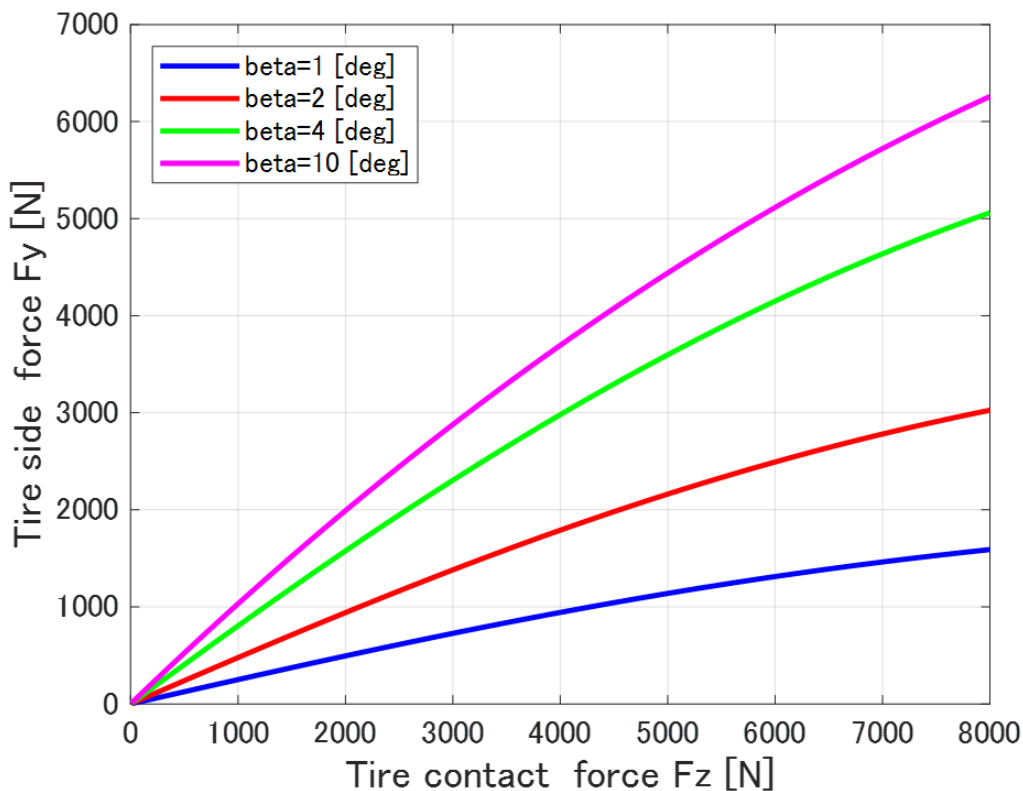


Fig. 5.1 Tire lateral force with respect to contact force

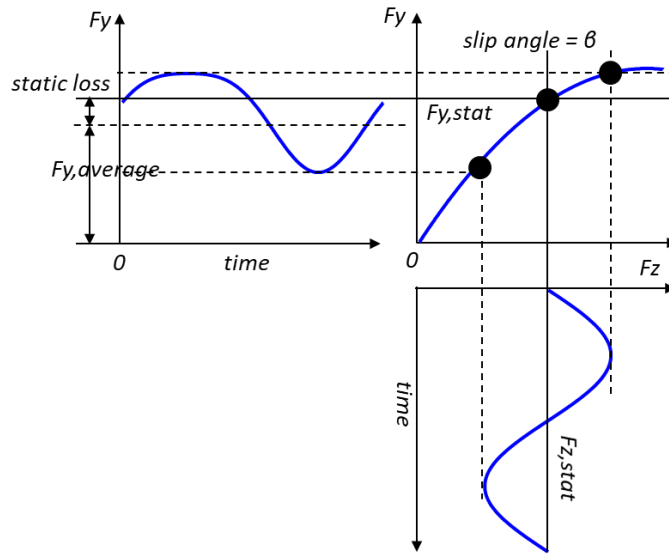


Fig. 5.2 Image of Static loss

周期的変化のある接地荷重に対する横力変化の計算例を図 5.3 に示す. この際タイヤ特性は図 2.8 に示す呼び名 55000 の Magic Formula タイヤを用いた. 計算条件はスリップ角  $\beta = 2.0 \text{ deg}$  一定とし, 接地荷重を  $F_z = 4000 + 3500\sin(2\pi ft)$  N, ただし周波数は  $f = [1.0, 2.0, 3.0]$  Hz,  $t$  は時間とした. また  $F_z = [500, 4000, 7500]$  N 一定とした際の計算結果を併記した. 計算結果より発生横力は接地荷重の中心値に対する横力に対し, 接地荷重の増加側で少なく, 減少側で大きく減少する非対称特性となる. このため周期的な横力変化に対する平均的な横力は接地荷重を静的に与えた横力よりも低下することがわかり STATIC LOSS が確認できる. ただし STATIC LOSS では周波数違いによる平均的な横力低下の違いは起こらない.

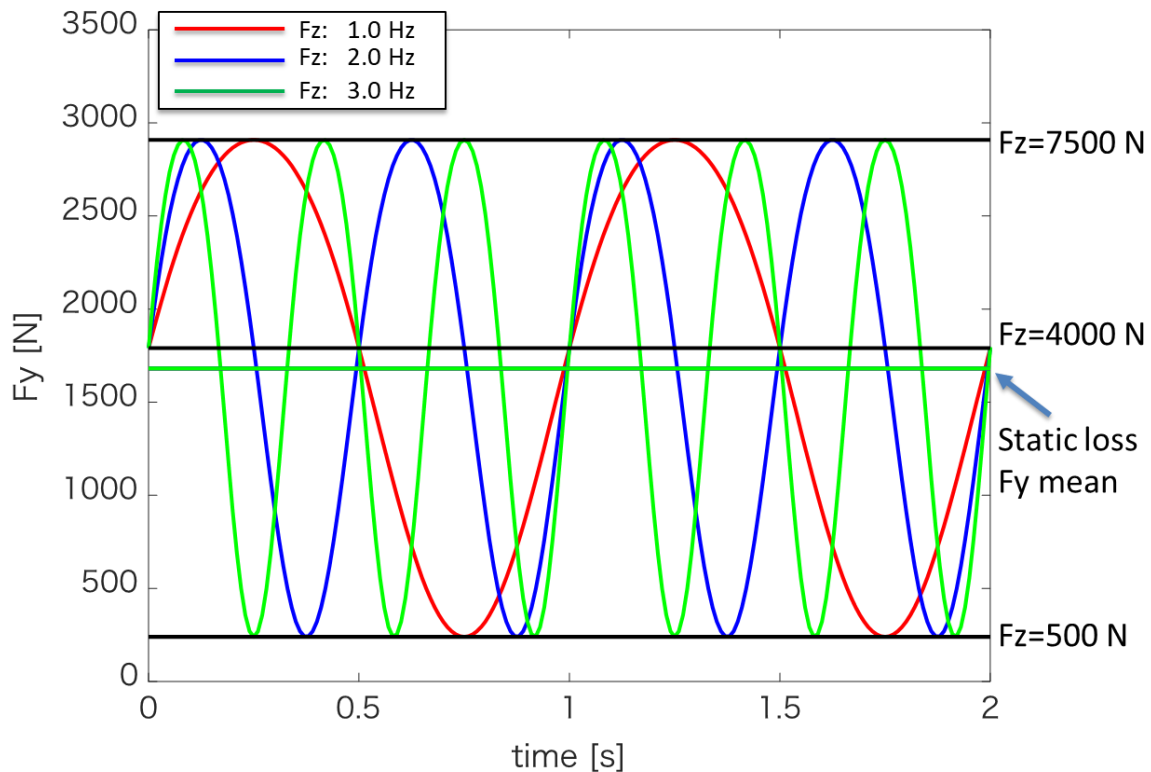


Fig. 5.3 Example of static loss

### 5・1・2 タイヤの DYNAMIC LOSS

回転しているタイヤにスリップ角を与えるとタイヤは変形するが、スリップ角の変化が速い場合にホイール面の横すべり速度に対し接地面の横すべり速度に遅れが生じコーナリングフォースの発生に遅れが生じることが知られている<sup>15)19)</sup>。この状態を模式的に示したものが図 5.4-5.5 である。

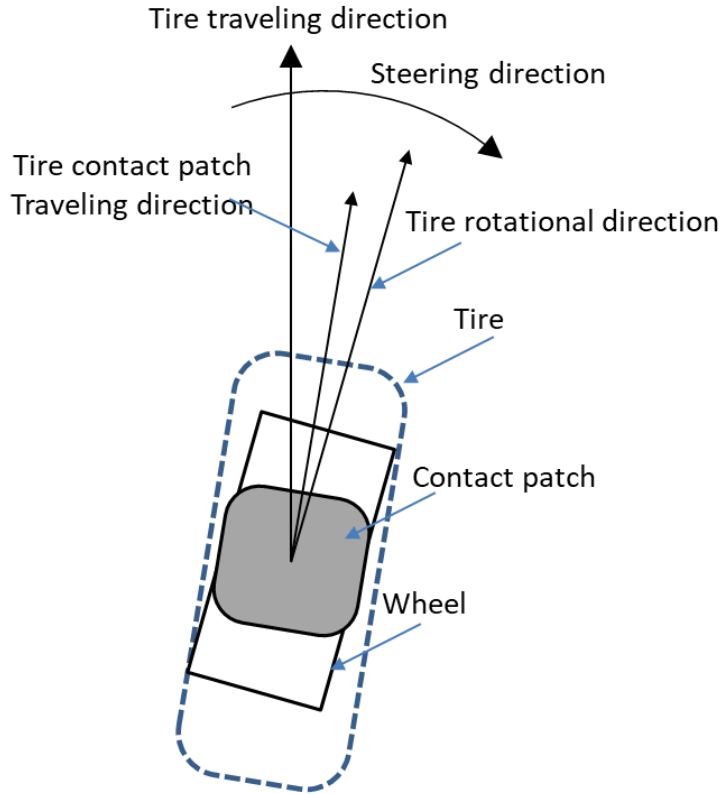


Fig. 5.4 Tire slip angle in transient condition

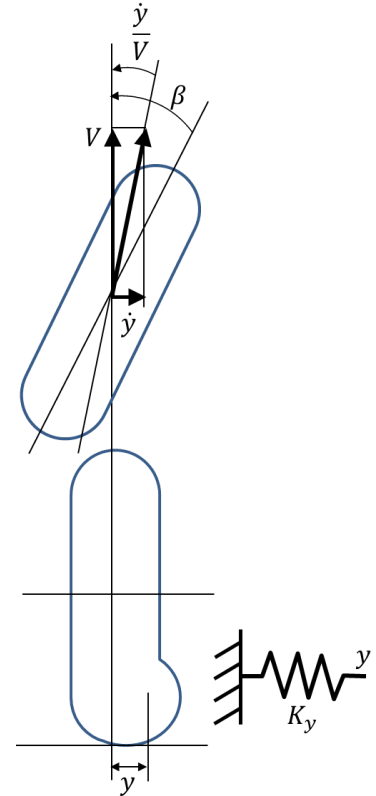


Fig. 5.5 Tire deformation model taking account into delay of rising cornering force

図 5.5 において、接地面の横方向が  $y$  変位したとすれば接地面の横方向速度は  $\dot{y}$  となり、接地面の進行方向とタイヤの回転方向のなす角は  $\beta - \dot{y}/V$  となる。この時のタイヤの横力  $F_y$  はコーナリングパワーを  $C_p$  として

$$F_y = C_p(\beta - \dot{y}/V) \quad (5.1)$$

また、タイヤの横剛性を  $K_y$  とすれば

$$F = K_y y \quad (5.2)$$

となる。式(5.1), (5.2)より

$$\frac{C_p}{K_y V} \frac{dF}{dt} + F = K\beta \quad (5.3)$$

ここで  $C_p/K_y = \sigma$  を緩和長と呼ぶことがある。また  $K\beta$  を遅れがないタイヤの発生する横力  $F_{y_{ss}}$  として一般的に表記し式(5.3)を再整理すれば

$$\frac{\sigma}{V} \frac{dF_y}{dt} + F_y = F_{y_{ss}} \quad (5.4)$$

となる。式(5.4)よりタイヤの発生する力  $F_y$  は  $T = \sigma/V$  を時定数とした一次遅れ系となることがわかる。また時定数  $T$  は緩和長が短いほど、また、車速が速いほど小さくなることがわかる。このようにタイヤの発生する横力が周波数の増加に伴い減少していく特性をタイヤの DYNAMIC LOSS と呼ぶ。



タイヤの動的応答特性については詳しい研究事例があり<sup>18)</sup>，DYNAMIC LOSS 特性が成立するためにはコーナリングパワーと緩和長の両方とも接地荷重に対して非線形特性である必要があると指摘されている．図 5.6 にその概念図を示す．

$$C_p = C_p(F_z) \text{ and } \sigma = \sigma(F_z) \quad (5.5)$$

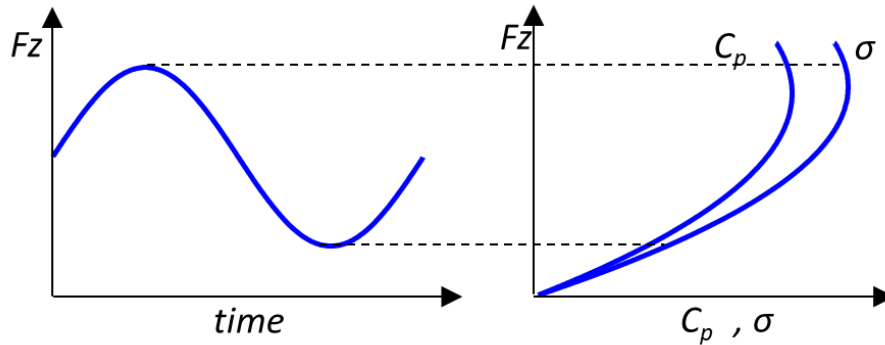


Fig. 5.6 Tire cornering power and relaxation length with respect to contact force

### 5・1・3 タイヤ緩和長の数式表現と DYNAMIC LOSS の計算

緩和長については Magic Formula 式で PAC2002 バージョンから取り込まれており，一部の商用計算ソフトウェアでは使用できるようになっている．式 (5.6) に数式例と図 5.7 に特性例を示す．

$$\sigma_\alpha = P_{Ty1} \sin \left[ 2 \arctan \left( \frac{F_z}{P_{Ty2} F_{z0} \lambda_{Fz0}} \right) \right] (1 - P_{Ky3} |\gamma_y|) R_0 \lambda_{Fz0} \lambda_{\sigma\alpha} \quad (5.6)$$

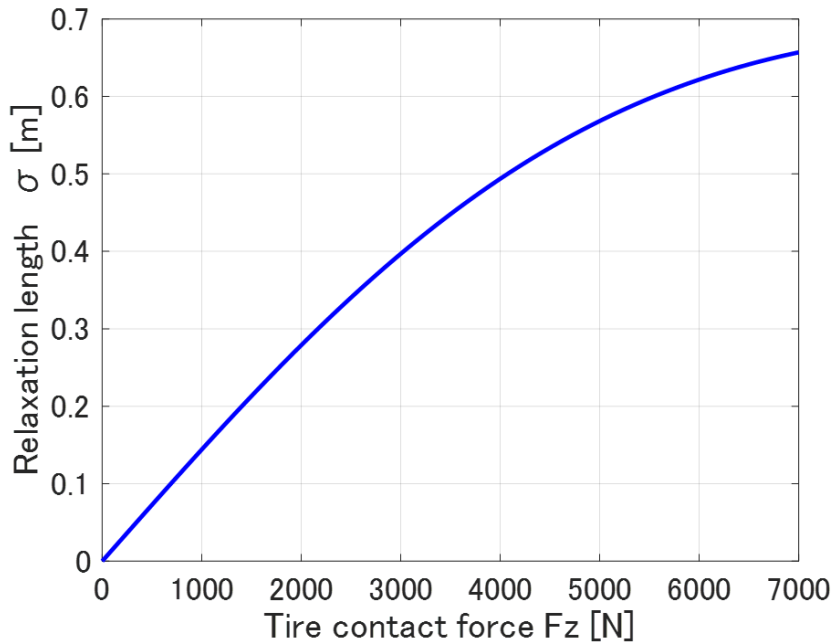


Fig. 5.7 Example of tire relaxation length

ただし

PTY1=2.1439 PTY2=1.9829 PKY3=-0.0054467  $\lambda_{Fz0}=0$   $\lambda_{\sigma\alpha}=0$  とした．

図 5.7 に示す緩和長特性を持つタイヤに周期的変化のある接地荷重を与えた際の横力変化の計算例を図 5.8 に示す。計算条件は STATIC LOSS を計算した場合と同様に、タイヤ特性は図 2.8 に示す呼び名 55000 の Magic Formula タイヤを用い、スリップ角  $\beta = 2.0 \text{ deg}$  一定、接地荷重を  $F_z = 4000 + 3500\sin(2\pi ft)$  N、ただし周波数は  $f = [1.0, 2.0, 3.0]$  Hz、 $t$  は時間とした。また  $F_z = [500, 4000, 7500]$  N 一定とした際の計算結果を併記した。計算結果より発生横力は接地荷重の中心値に対する横力に対し、接地荷重の増加側で少なく、減少側で大きく減少する非対称特性となる。このため周期的な横力変化に対する平均的な横力は接地荷重を静的に与えた横力よりも低下し、これはさらに接地荷重変化の周波数が高いほど平均的な横力の低下が大きくなる。このように接地荷重変化の周波数が高くなるほど平均的な横力が低下するタイヤの DYNAMIC LOSS 特性が確認できる。

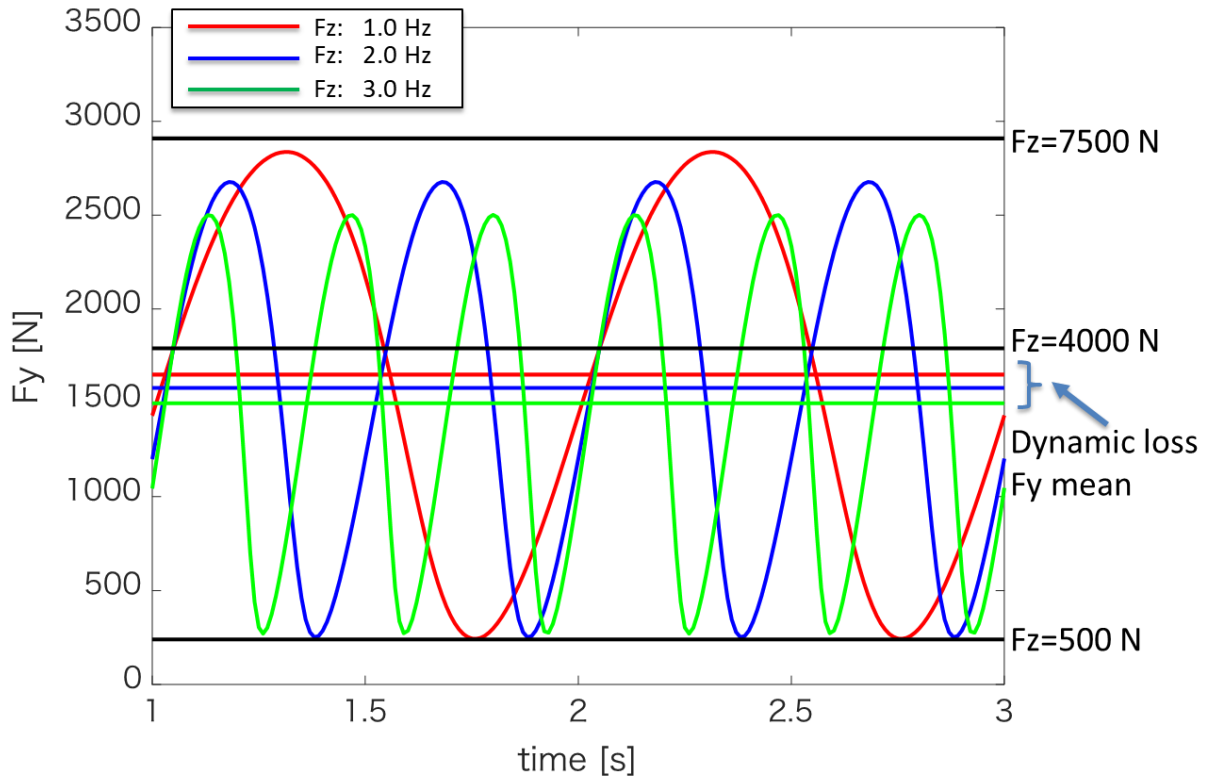


Fig. 5.8 Example of dynamic loss (static loss including)

## 5・2 STATIC LOSS と DYNAMIC LOSS を取り込む線形化モデルの考察

路面からの上下外乱を受け接地荷重が変化することによりタイヤ横力特性が変化する非線形性については、今まで議論した線形化とは異なり安定した釣合状態からの線形化は困難であると考えられる。このため直接的な線形化は行わず、車両挙動を線形解析手法を用いて援用する観点で考察することにする。車両挙動を解析するに当たっては一般性を損なわない形で定常円旋回中の車両が路面から sine 波状の周期的上下外乱を受ける場合を想定して考える。

### 5・2・1 STATIC LOSS を扱う線形解析の考察

2・3・2 で検討した特定の横加速度  $A_y = [0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7] \text{ m/s}^2$  での定常円旋回中に路面から周期的な sine 波入力が入った場合の時々刻々と変化する等価  $C_p$  を求め、対応する根軌跡を求めた。図 5.9-5.24 に減衰力 2 種類 ( $C=2400 \text{ Ns/m}$ ,  $7200 \text{ Ns/m}$  図中では 1C, 3C と表記)、路面周波数 2 種類 (1 Hz, 3 Hz)、路面振幅 2 種類 (10 mm, 20 mm) それぞれの組み合わせで計算した結果を示す。

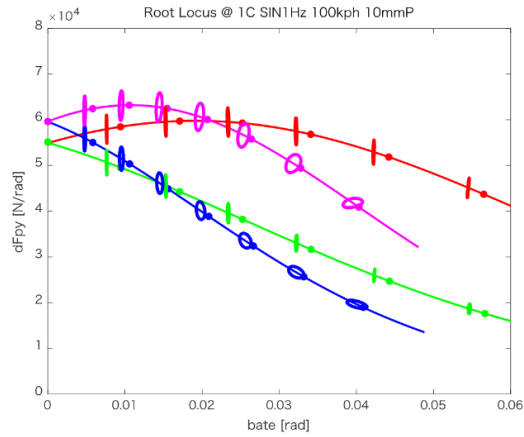


Fig. 5.9 Tire equivalent cornering power during sinusoidal road input at  $u_0=100$  km/h  
1C, 1Hz,  $z_0=10$ mm

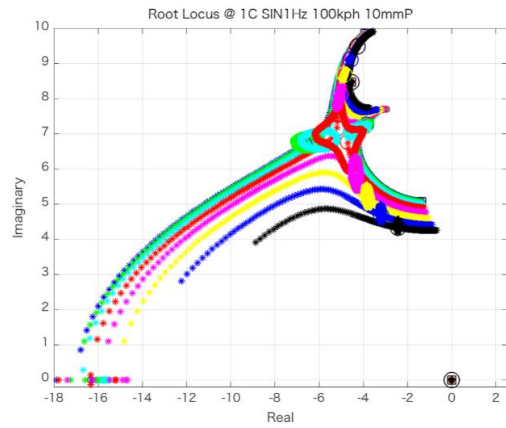


Fig. 5.10 Root locus during sinusoidal road input at  $u_0=100$  km/h  
1C, 1Hz,  $z_0=10$ mm

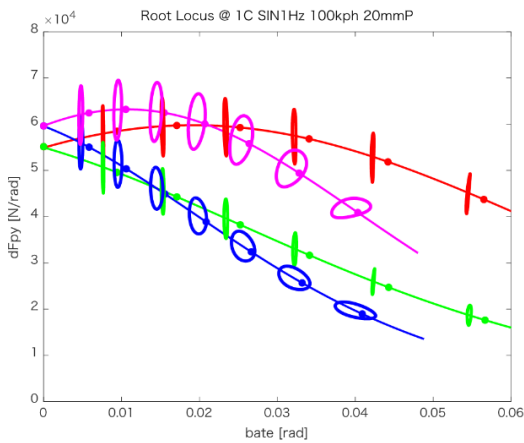


Fig. 5.11 Tire equivalent cornering power during sinusoidal road input at  $u_0=100$  km/h  
1C, 1Hz,  $z_0=20$ mm

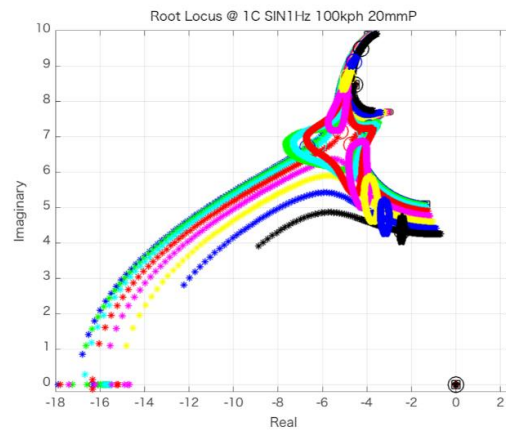


Fig. 5.12 Root locus during sinusoidal road input at  $u_0=100$  km/h  
1C, 1Hz,  $z_0=20$ mm

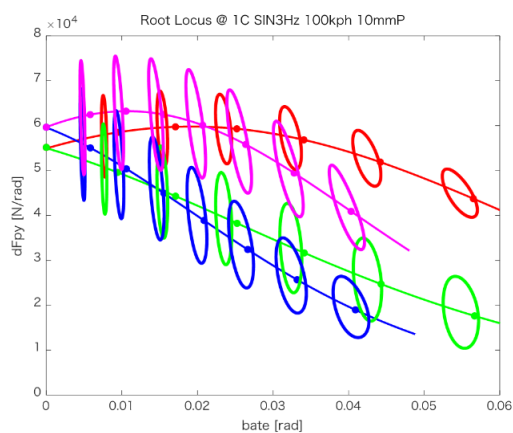


Fig. 5.13 Tire equivalent cornering power during sinusoidal road input at  $u_0=100$  km/h  
1C, 3Hz,  $z_0=10$ mm

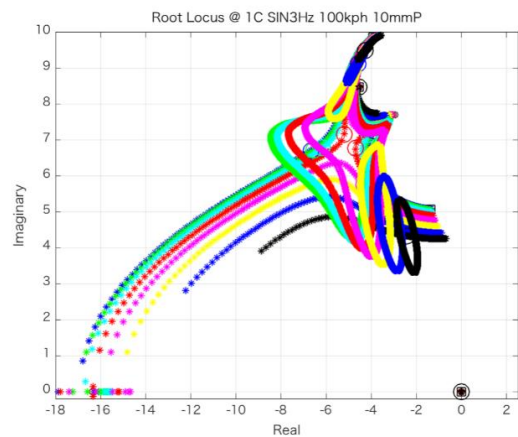


Fig. 5.14 Root locus during sinusoidal road input at  $u_0=100$  km/h  
1C, 3Hz,  $z_0=10$ mm

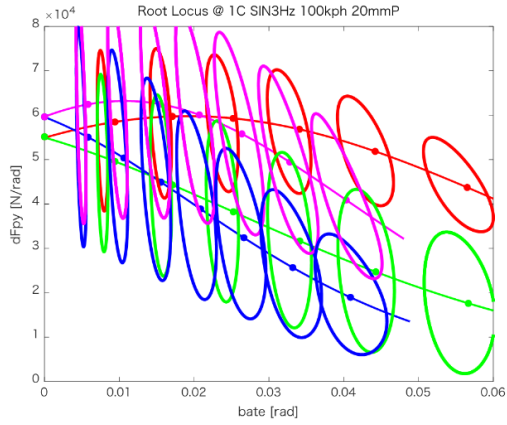


Fig. 5.15 Tire equivalent cornering power during sinusoidal road input at  $u_0=100$  km/h  
1C, 3Hz,  $z_0=20$ mm

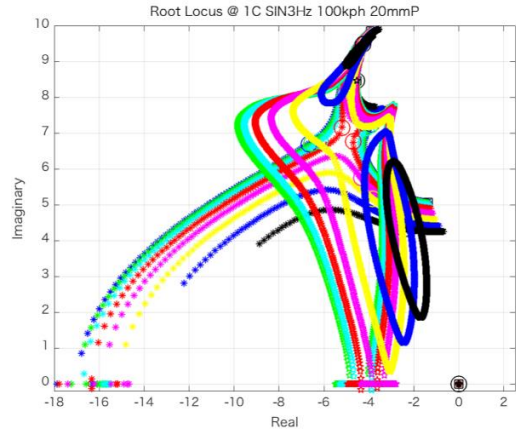


Fig. 5.16 Root locus during sinusoidal road input at  $u_0=100$  km/h  
1C, 3Hz,  $z_0=20$ mm

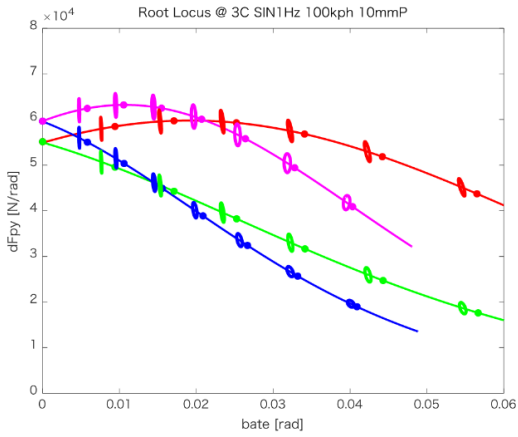


Fig. 5.17 Tire equivalent cornering power during sinusoidal road input at  $u_0=100$  km/h  
3C, 1Hz,  $z_0=10$ mm

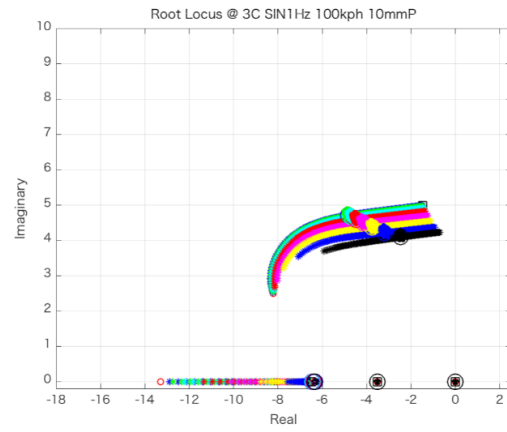


Fig. 5.18 Root locus during sinusoidal road input at  $u_0=100$  km/h  
3C, 1Hz,  $z_0=10$ mm

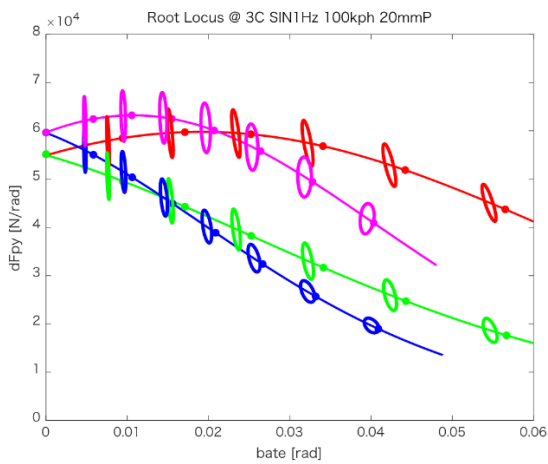


Fig. 5.19 Tire equivalent cornering power during sinusoidal road input at  $u_0=100$  km/h  
3C, 1Hz,  $z_0=20$ mm

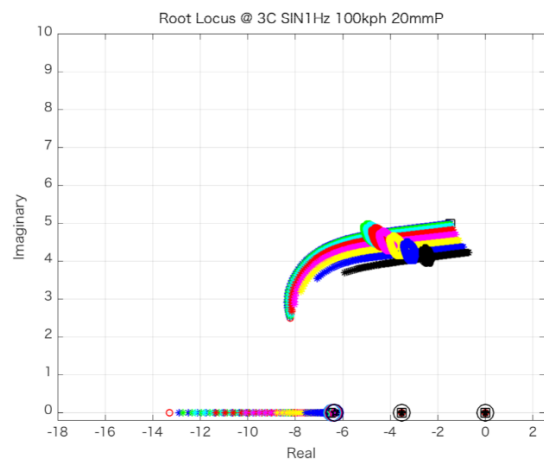


Fig. 5.20 Root locus during sinusoidal road input at  $u_0=100$  km/h  
3C, 1Hz,  $z_0=20$ mm

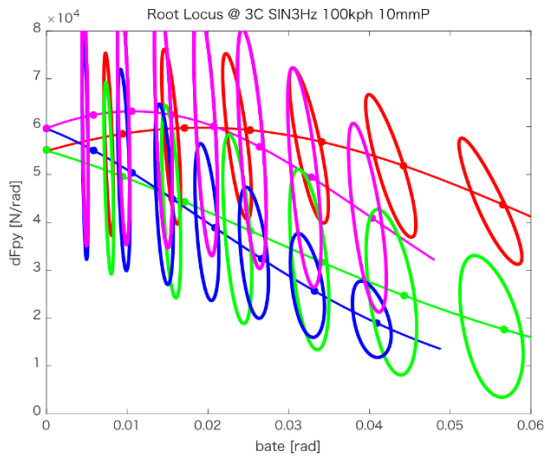


Fig. 5.21 Tire equivalent cornering power during sinusoidal road input at  $u_0=100$  km/h  
3C, 3Hz,  $z_0=10$ mm

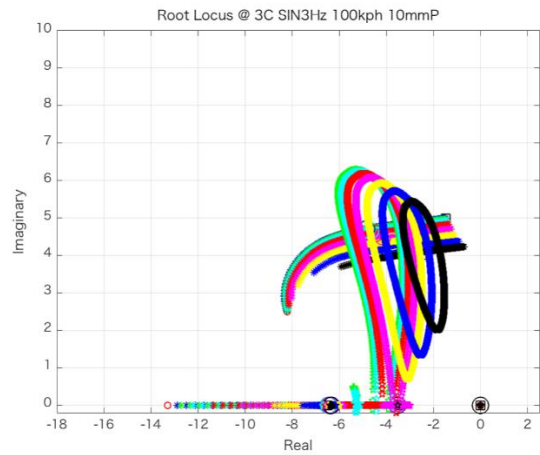


Fig. 5.22 Root locus during sinusoidal road input at  $u_0=100$  km/h  
3C, 3Hz,  $z_0=10$ mm

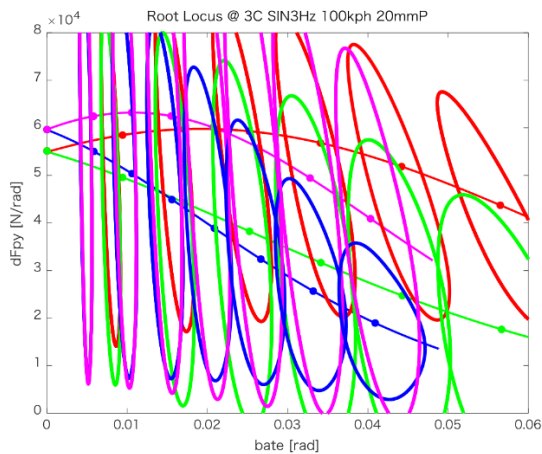


Fig. 5.23 Tire equivalent cornering power during sinusoidal road input at  $u_0=100$  km/h  
3C, 3Hz,  $z_0=20$ mm

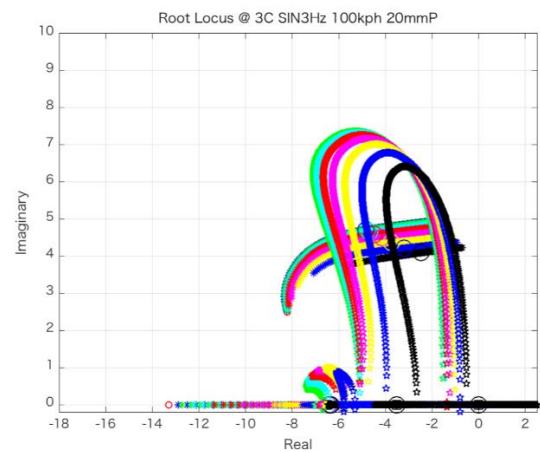


Fig. 5.24 Root locus during sinusoidal road input at  $u_0=100$  km/h  
3C, 3Hz,  $z_0=20$ mm

計算結果から、路面入力が無いものと比較して路面入力により等価コーナリングパワーが周期的に変化し、これに従って根軌跡も変化することが確認できる。また、図 5.9 と図 5.17 との関係と図 5.13 と図 5.21 との関係のように同じ路面振幅の入力でも減衰力と周波数の関係により等価コーナリングパワーの変化の大きさが逆になる結果となった。これは路面入力の 1 Hz と 3 Hz がピッチ、バウンスの共振周波数の前後にあるため減衰力違いにより接地荷重の変化が共振周波数を挟んで逆転するために等価コーナリングパワーの発生の仕方が変化することで説明できる。

### 5・2・2 DYNAMIC LOSS を扱う線形解析の考察

DYNAMIC LOSS については式 (5.5) の条件を満たす必要があるため、線形化は困難と考えられる。また横力発生が遅れを表現する式 (5.4) では緩和長が無い場合の横力に対して一時遅れを表現する変化荷重の微分方程式となるためメカニズム的な考察よりも実用性のための式となっている。これらの理由から、緩和長を考慮した運動方程式については緩和長を荷重によらず一定とした場合の線形化を行い根軌跡を求めた。異なる緩和長での根軌跡の違いを図 5.25 に示す。新たに増えた式 (5.4) に対応する固有値は  $-V/\sigma$  として負の実軸上にある (図示は省略)。

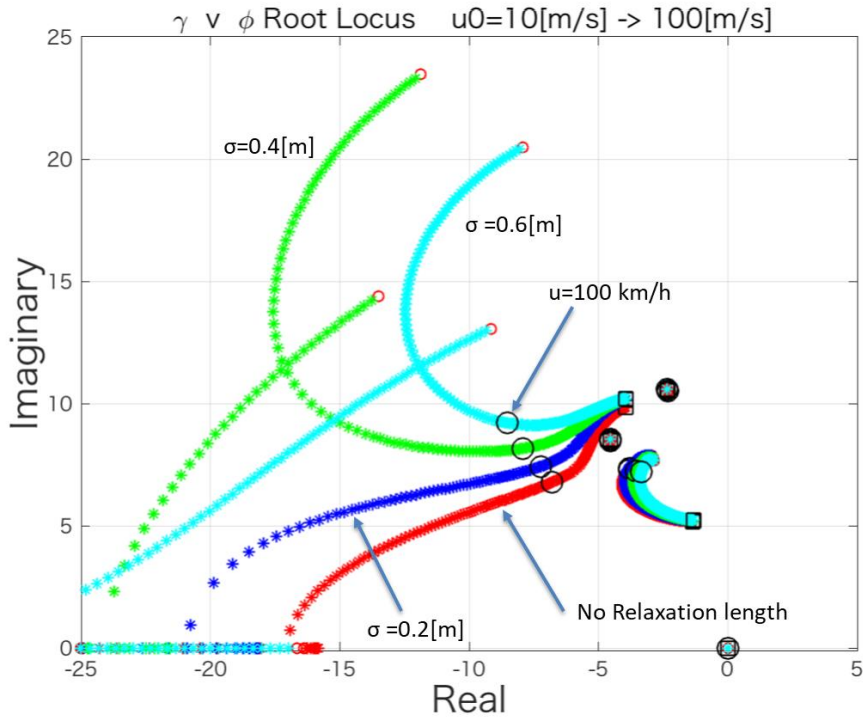


Fig. 5.25 Root locus with tire relaxation length

### 5・3 タイヤ非線形特性まとめ

接地荷重変化によるタイヤ特性の非線形性について線形解析手法を適用の可能性を考察し解析手法を示した。Static Loss の検討においては、時々刻々変化する接地荷重に対して補助方程式を用いタイヤ等価コーナリングパワーを求め根軌跡を示した。路面からの上下外乱に対し車両特性は大きく変化することが確認できサスペンション減衰の影響で車両挙動が変化することが確認できる。

また Dynamic Loss については緩和長が一定と仮定した場合の根軌跡を示した。緩和長が大きいほど、横速度のダンピングが悪いことが確認できる。ただし Dynamic loss についてはタイヤ等価コーナリングパワーと緩和長の両方がタイヤ接地荷重に対し非線形特性になる必要があり、実用的な式としてタイヤ横力が一次遅れになると近似して解析した。より精密な挙動を解析するためにはタイヤのトレッド面などを細かく表現するモデリングが必要になるが、緩和長の影響は車速が大きくなると少なくなることも確認でき、おおむね 80 km/h を超えたあたりから緩和長の考慮をしなくても精度の良い解析ができると考えられる。Static Loss および Dynamic Loss については非線形運動方程式自体を線形化する場合とは異なり、パラメータが時変する現象であるため線形化になじみにくい特徴がある。このため今回提案した手法は基本的解析を非線形運動方程式により時系列計算を行った上で挙動の特徴を抜き出して理解する場合などに有用と考えられる。

研究を通して緩和長を考慮した多自由度非線形運動方程式とその線形化方程式の構築ができた。両者ともに今後の車両解析に有用な計算ツールとして活用される場は多いと考えられる。

## 第6章 筋骨格数理モデルを用いた自動車のロールフィール定量化の検討

### 6・1 はじめに

前章までに車両運動性能を詳細に表現できる多自由度運動方程式の線形化を行い、線形解析として根軌跡、周波数応答、モード解析などの適用手法を詳述した。これにより車両開発の初期段階から車両諸元の詳細を検討する環境を提案できたと考える。実際の車両開発現場では車両重量、ホイールベース、トレッドなど車両形状にかかわる諸元は開発の初期段階、すなわち実車企画段階での検討要素であり開発の後期段階での変更は困難である。一方でタイヤ特性、サスペンション特性などは開発の最終段階までパラメータセッティングなどのチューニングが行われエンドユーザに高性能な商品を届ける努力が最後まではらわれている。中でもハードウェア特性の変更が比較的容易でありかつ車両性能への寄与が大きいものとしてサスペンションダンパーがあり、この特性しだいで車両の乗り心地、ロール特性が大きく変更できることが知られている。これらの状況に鑑み本章ではダンパー特性とロール特性について考察することにした。

運転の快適性の向上には路面から受ける車両振動の低減、走行音の低減に加え、旋回時におけるドライバーが感じるロールフィールの改善が重要である。ここで車体振動および走行音の低減に関しては、振動理論的なアプローチにより、走行中の音(noise)は防振材等を適所に用いて減少させる手法が広く適用されている。また車体振動についても路面から伝わる上下振動を可変ダンパーを用いて制御する技術<sup>22)</sup>が既に量産技術として適用されている。一方でロールフィールに関してはドライバーの操舵操作による車両の旋回に付随してロール挙動が起ることからドライバーは操舵感と一体に官能値としてロールフィールの良し悪しを強く感じるようになる。このため従来から多くのロールフィール研究がおこなわれてきた。車両の物理特性と官能評価の関連付けとしてロールレイトとピッチレイトの位相と官能評価を関連付けた研究<sup>23)24)</sup>、また更に生体指標を介在させて車両物理値と乗員の表層筋の筋電位あるいは脳波とロールフィールの官能評価との関連付け等によるものがある<sup>25)26)</sup>。このように車両物理値と生体指標と官能評価の三者を関連付けロールフィールの客観評価を試みる取り組みが行われてきたが筋電あるいは脳波などの生体指標とロールフィールの官能評価が直接的に関連していることを示すことは難しく統計的処理による関連付けを行うのが現状だと思われる<sup>27)</sup>。そこで筆者らは介護現場、スポーツ等の負担軽減などに実績のある筋骨格数理モデルを用いた筋負担定量化技術を走行中の車両を操作するドライバー負担に適用しロールフィールの定量化を行うことにした。

一般的に、スポーツ等の運動時における筋肉や関節への負担度の定量化に関する研究では、モーションキャプチャを用いた3次元筋骨格モデルによる筋骨格解析が用いられている<sup>28)</sup>。しかし、自動車の乗り心地に関しては、ドライビングシミュレーター乗車時のドライバーの筋骨格解析は行われているものの、実走行中の車両ではあまり行われていないのが現状である<sup>29)</sup>。

そこで本研究では、自動車走行時のドライバーの運転姿勢をモーションキャプチャで撮影することで、3次元筋骨格モデルを作成し、従来からの研究でも行われている解析手法である、時間軸上における駆動トルクの変化と筋活性度の解析から、筋肉と関節の負担度を定量的に解析する。

これらの解析結果を用いて、実走行中の車両でのドライバーの身体へかかる負担を定量化し、走行モードによるロールフィール等の違いと、車両ダンパーのモード違いによるロールフィール等の違いをそれぞれ定量的に比較し考察する。

### 6・2 筋骨格数理モデルの構成

筋骨格数理モデルは筋繊維と腱組織をまとめた筋腱複合体をモデル化したものをいう。筋腱複合体の中の筋肉は、一般的に主動筋と呼ばれる筋収縮によって能動的に力を発揮する活性収縮要素(CE)と一般的に拮抗筋と呼ばれる筋収縮によって受動的に伸張され、弾性体として力を発揮する並列弾性要素(PEE)を併せ持っている。一方、腱は筋収縮によって受動的に伸張され、弾性体としてのみ力を発揮するため、直列弾性要素(SEE)と呼ばれる要素を持っている。筋腱複合体をモデル化した筋腱モデルは筋繊維の収縮要素を再現する要素と腱の弾性要素を再現する要素を併せ持つ必要があるが、本研究で用いる筋骨格数理モデルは、図 6.1 に示す A.V.HILL により提案された HILL タイプモデルを基に F.E.Zajac により提案されたモデル<sup>30)31)</sup>を用いる。図中 SEE(Series Elastic Element)は直列弾性要素で腱の弾性要素、PEE(Parallel Elastic Element)は並列弾性要素で筋繊維の弾性要素、CE(Contractile Element)は筋繊維の収縮要素を示している。また、 $l^T$ は腱の長さ、 $l^M$ は筋繊維の長さ、 $l^{MT}$ は筋腱複合体の長さを示している。 $\phi$ は腱に対して斜めに筋繊維が配列されている際の筋と腱の間の角度を示す。図 6.1 で用いた記号を表 6.1 に示す。筋繊維や腱組織の特性は実験により関数化されており、本研究で用い

た特性を図 6.2 に示す. 左の図にある腱組織の長さとの関係は, 筋繊維の収縮により腱組織が伸張された際の腱組織の長さとの関係を示す. 中央の図は, 筋繊維の長さとの関係と, 能動的に筋収縮を行う際の筋繊維の長さとの関係と, 受動的に筋収縮が行われる際の筋繊維の長さとの関係を示す. なお, 筋肉の長さは自然長で正規化されており, 筋肉の力は最大等尺性収縮力で正規化されている. 右図の筋繊維の速さと力の関係は, 筋収縮の速さにより発揮される力の大きさを示し, 筋肉の速さが 0 の際の力 1 は最大等尺性収縮力を示す. 以上の筋繊維と腱組織の特徴を考慮し, 本研究で用いた筋骨格数理モデルは SCOT L. DELP<sup>32)</sup>らが提案した 3 次元筋骨格数理モデルを用いた. 図 6.3 に本研究で用いた 3 次元筋骨格数理モデルを示す.

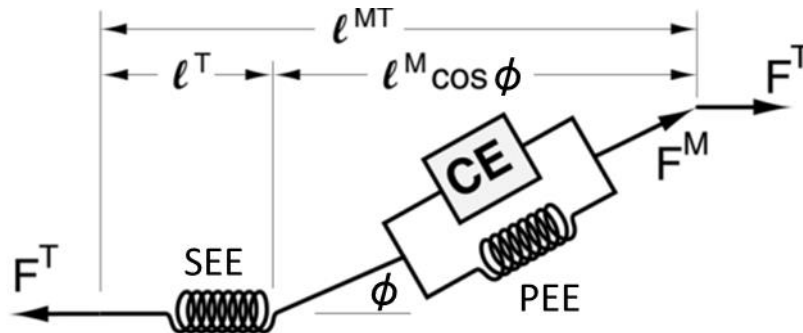


Fig. 6.1 Hill type model

Table. 6.1 Hill type model parameters

|               |                  |                |
|---------------|------------------|----------------|
| $F^T$ 腱にかかる力  | $\phi$ 腱と筋繊維の羽状角 | $l^T$ 腱の長さ     |
| $F^M$ 筋肉にかかる力 | $l^M$ 筋の長さ       | $l^{MT}$ 筋腱の長さ |

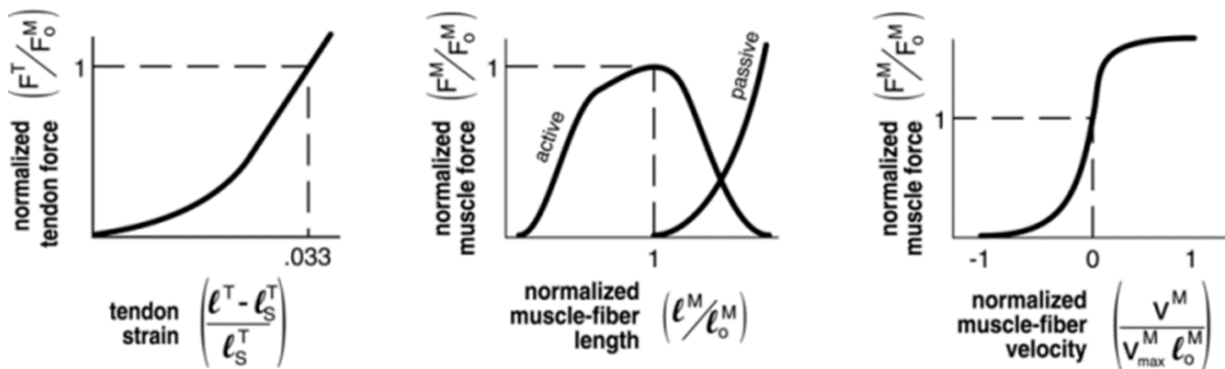


Fig. 6.2 Mechanical properties of any muscle and tendon in the body  
 Left: tendon-length    Center: muscle length-muscle tension    Right: muscle load-velocity



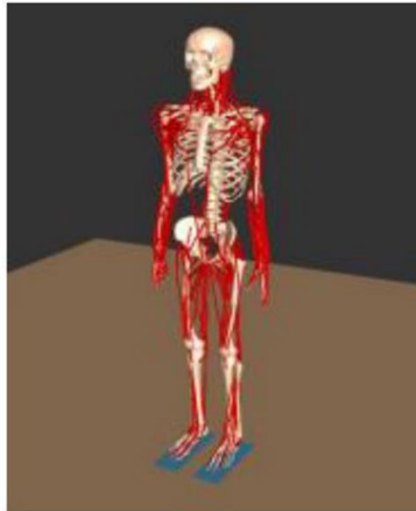


Fig. 6.3 Three-dimensional Musculoskeletal model

### 6・3 解析手法

解析の大まかな流れを図 6.4 に示す．まず，モーションキャプチャカメラを用いて撮影した反射マーカーの 3 次元位置座標から逆運動学計算を用いて各関節角度を算出する．次に逆動力学計算を用いて各関節回転の等価トルクと各関節における各筋肉まわりの駆動トルク，筋活性度を算出する．

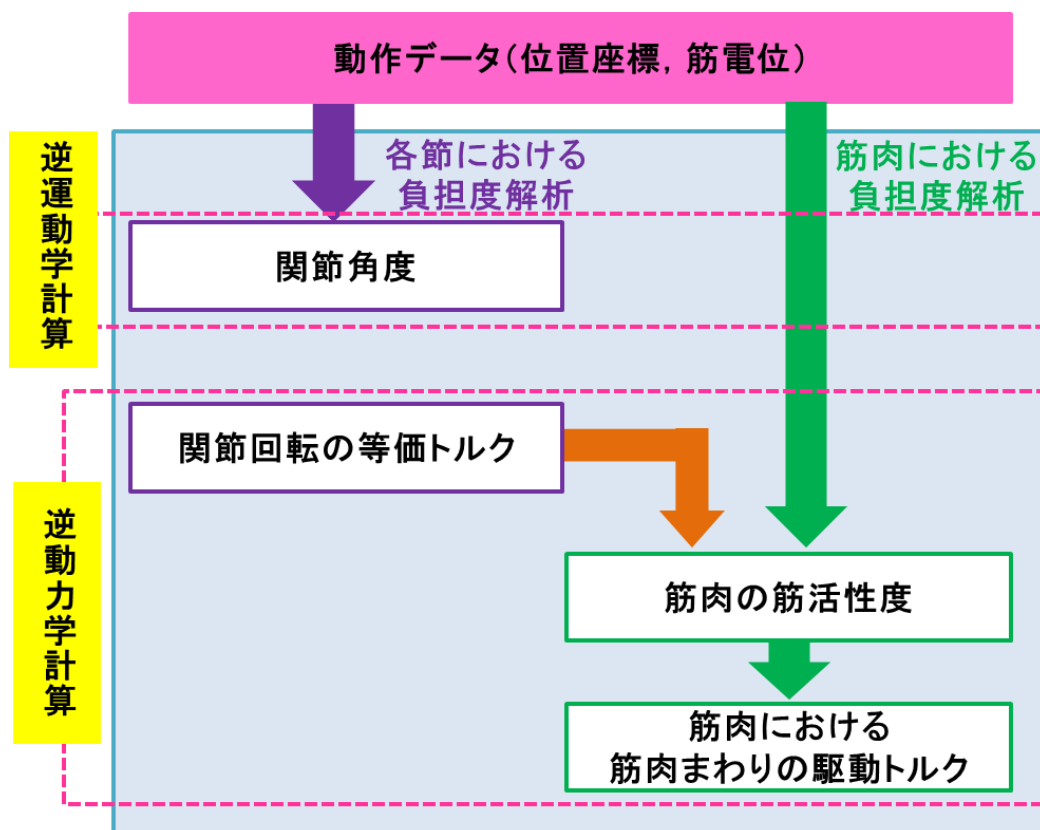


Fig. 6.4 Analysis flow

#### 6・3・1 逆運動学計算

一般に工学で用いられている逆運動学 (Inverse Kinematics) とは，ロボティクス等の分野で用いられている手法の一つであり，重心位置や関節中心等の 3 次元座標や動作から各関節の位置や角度を求める手法を指す．本研究では逆運動学計算を用いてモーションキャプチャカメラによって撮影した 3 次元位置座標データと身長・体重等の体格情報から剛体リンクモデルを構築し，各関節角度を算出する．図 6.5 に本研究で構築する被験者の体格にあった剛体リンクモデルの例を示す．

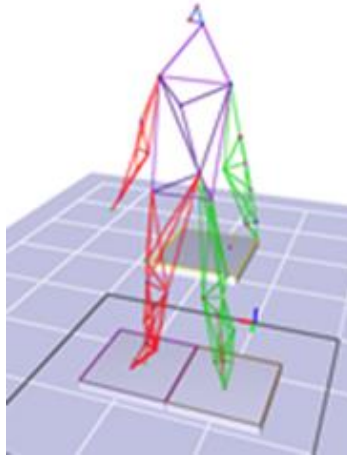


Fig. 6.5 Example of Rigid-body-link model

次に各関節角度の算出例として膝関節の伸展運動時の模式図を図6.6に示す. 図示の $\theta_{knee}$ は膝関節角度を示している. 膝関節角度 $\theta_{knee}$ はモーションキャプチャカメラを用いて膝関節の回転中心に貼付した反射マーカと大腿部と下腿部にそれぞれ貼付した反射マーカを3次元座標データ化することで算出することができる. 本研究の測定では解析ソフトCortex(Motion Analysis社製)を用いた.

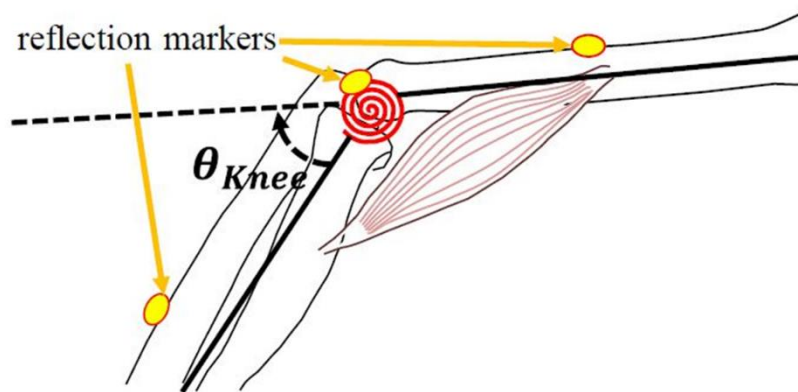


Fig. 6.6 Schematic drawing of knee joint extension motion at knee joint angle calculation

### 6・3・3 逆動力学計算

一般に工学で用いられる逆動力学 (Inverse Dynamics) とは, バイオメカニクスやロボティクス等の分野で用いられている手法の一つであり, 3次元座標や角度, 角速度, 床反力計の外力等から動作に必要な関節トルクを算出する手法である. 本研究では逆動力学を基にして, 各関節回転の等価トルクと筋活性度, 各関節における各筋肉まわりの駆動トルクを算出した. 実際の算出に当たっては既述の3次元筋骨格数理モデルを被験者の体格にスケーリングしたものをを用いた.

算出手順は以下ようになる. まず, 逆運動学計算により算出した各関節角度から各関節回転の等価トルクを算出する. 各関節回転の等価トルク算出の例として, 膝関節の伸展運動の模式図を図6.7に示す.  $r_{lower}$ は膝関節中心から下腿部の重心位置までの距離を示し,  $F_{lower}$ は下腿部の自重による力を示す.  $M^*_{knee}$ は膝関節回転の等価トルクを示し $\theta_{knee}$ は膝関節角度を示す. この時膝関節回転の等価トルク $M^*_{knee}$ はモーメントアーム長と自重による力との関係から算出することができる. この際, 各部位の重心位置と各部位の質量等は前述の SCOT L. DELP<sup>33)</sup>らの値を用いている.

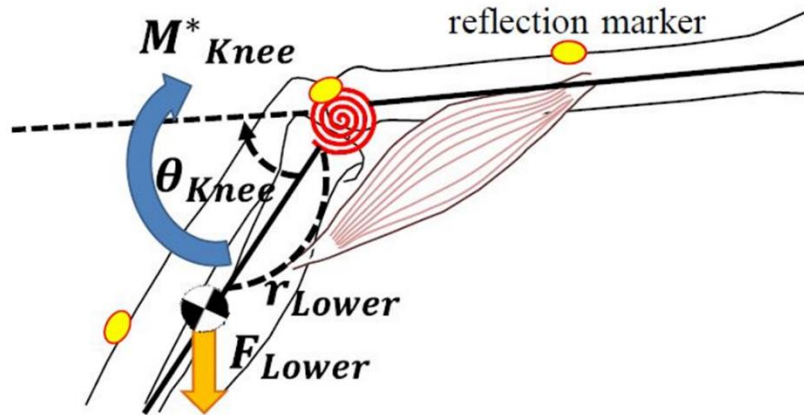


Fig. 6.7 Schematic drawing of knee joint extension motion when calculating rotational torque around the knee joint

次に、算出した各関節回転の等価トルクから筋活性度を推定し各関節まわりに働く各筋の駆動トルクを算出する。各筋の筋活性度や各筋まわりの駆動トルク算出の例として、膝関節の伸展動作時の模式図を図 6.8 に示す。

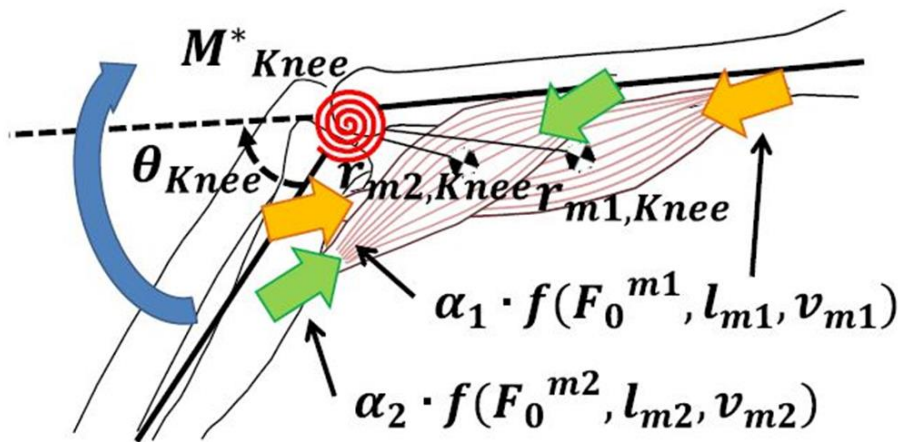


Fig. 6.8 Schematic drawing of each muscle when the knee joint is in extension motion

この時、 $\alpha_i$  は  $i$  番目の筋肉における筋活性度を示す。 $f(F_0^i, l_i, v_i)$  は図 6.2 に示す特性から求められるものであり、 $i$  番目の筋肉の力と長さの関係、速度と長さの関係等の力学的性質と最大等尺性収縮力の関数<sup>34)35)</sup>である。 $r_{i,j}$  は  $j$  番目の関節まわりに対する  $i$  番目の筋肉のモーメントアーム長を示している。ここで、 $i$  番目の筋肉の筋活性度と  $i$  番目の筋肉の力学的性質の積は  $i$  番目の筋肉の発揮筋力となり、さらに  $i$  番目の筋肉のモーメントアーム長との積をとることにより  $i$  番目の筋肉の筋トルク  $M_{i,j}$  を算出することができる。 $i$  番目の筋肉の筋トルク  $M_{i,j}$  を算出する式を式 (6.1) に示す。

$$M_{i,j} = \alpha_i \cdot f(F_0^i, l_i, v_i) \cdot r_{i,j} \quad (6.1)$$

また、 $j$  番目の関節回転の等価トルクと逆動力学計算によって算出された  $j$  番目の関節における  $i$  番目の筋肉まわりの駆動トルクの総和が釣り合うことから式 (6.2) が成り立つ。

$$\sum_{i=1}^n \{ \alpha_i \cdot f(F_0^i, l_i, v_i) \} r_{i,j} = M_j^* \quad (6.2)$$

ここで、筋肉の特性関数  $f(F_0^i, l_i, v_i)$  および  $r_{i,j}$  は既知の値であり、 $\alpha_i$  は未知の値であるため最小二乗法を用いて最適化計算を行うことで  $i$  番目の筋肉における筋活性度  $\alpha_i$  を推定することができる<sup>36)</sup>。尚、

表層筋は筋電計を用いることで表面筋電位を測定することができる。測定した筋電位を最大筋力で正規化することで測定した筋肉の筋活性度推定の際のガイドとして用いる。推定した  $i$  番目の筋肉における筋活性度  $\alpha_i$  を式 (6.1) に適用することで  $i$  番目の筋肉の筋トルク  $M_{i,j}$  を算出することができる。尚、本研究の解析には運動解析ソフトウェア SIMM(Motion Analysis 社製)を用いた。

## 6・4 実験手法

### 6・4・1 3次元位置座標データ測定

自動車車室内にモーションキャプチャカメラ 6 台を設置する。被検者(男性, 31 歳, 身長 175cm, 体重 66kg)の上半身に反射マーカ 32 点と筋電計 6 台を貼付し, 静止データの測定を行い, 被験者の体格に合った剛体リンクモデルを作成する。次に, この被験者が自動車運転時の動作データの測定を行う。また, モーションキャプチャカメラに併せて, 車室内にジャイロセンサーと舵力計を設置し, 車両の挙動の測定とステアリング反力の測定を行った。図 6.9 にモーションキャプチャカメラ設置状況概略を示し, 図 6.10 にモーションキャプチャカメラ設置時の実験環境を示す。車両の走行モードは, 車両 sine スラローム, 舵角 sine スラローム, ライントレースである。測定は各走行モードを 2 回行った。尚, 本測定で用いた車両は次項で詳述する可変ダンパーを採用しており, Comfort モードと Sport モードを切り替えることが可能である。そのため, 本測定ではそれぞれの車両モードで各 2 回測定した。

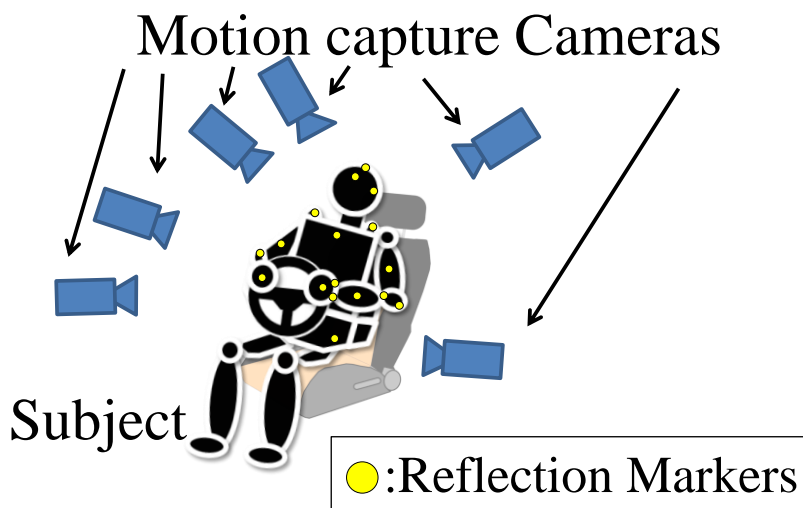


Fig. 6.9 Outline of measurement set up

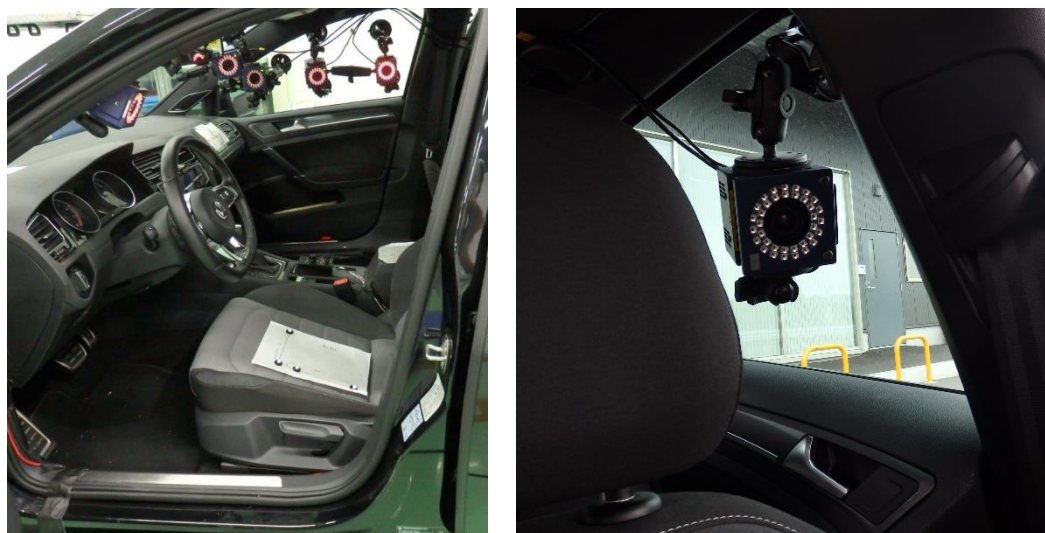


Fig. 6.10 Motion capture installation

### 6・4・2 可変ダンパー

減衰力の大小の違いにより路面外乱を受ける車両の上下振動（狭義の乗り心地）は、減衰力が大きい場合ばね上共振を抑える反面ばね上共振とばね下共振の間の周波数領域（伝達領域と呼ぶ）の振動伝達が大きくなり、反対に減衰力が小さい場合ばね上共振の制振効果は若干少なくなるが、伝達領域の振動が小さくなる特徴が知られている。このため可変ダンパーの使い方としてゆったりした走行感覚を得たい場合は小さな減衰力（=Comfort モード）、キビキビした走行感覚を得たい場合は大きな減衰力（=Sport モード）に設定することが多く実施される。同様のことが操舵時のロール挙動でも確認できる。定性的解析事例として図 6.11 にステップ操舵時のロール角速度、ロール角、および夫々に対応するボード線図のゲインを示す。計算は 2 章に示すモデルに対し

Comfort:  $C = 1600 \text{ Ns/m}$   
 Sport:  $C = 4500 \text{ Ns/m}$

として計算した。

計算結果から Comfort モードのロールの収斂性は Sport モードの収斂性よりも悪いことが確認できる。

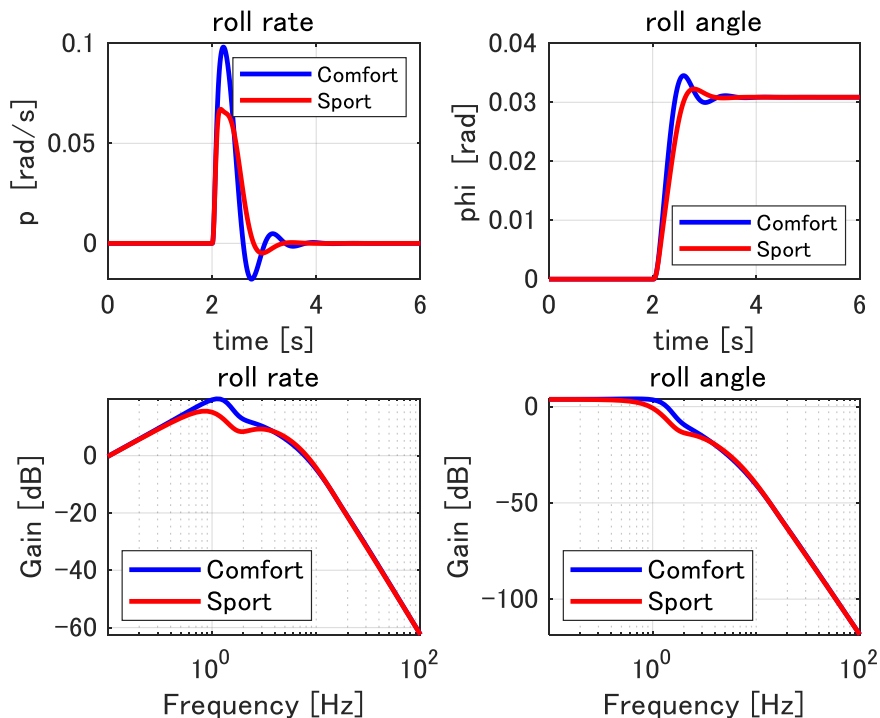


Fig. 6.11 Vehicle roll behavior

### 6・4・3 筋活性度測定

モーションキャプチャと同時に 6 台の筋電計(MQ-Air:キッセイコムテック社製)を自動車運転時に寄与が高いと考えられる表層筋である左右の胸鎖乳突筋、三角筋(鎖骨部)、長掌筋に装着し、筋電位を測定した。各筋肉の作用<sup>37)</sup>を基に最大等尺性筋力発揮時の筋電位を測定し、自動車走行時に測定した筋電位を最大等尺性筋力で正規化した。図 6.12 に被験者への筋電計装着写真と図 6.13 に被験者へ貼付した反射マーカと筋電位の位置を示す。また、図 6.14 に実験時の車室内の様子を示す。

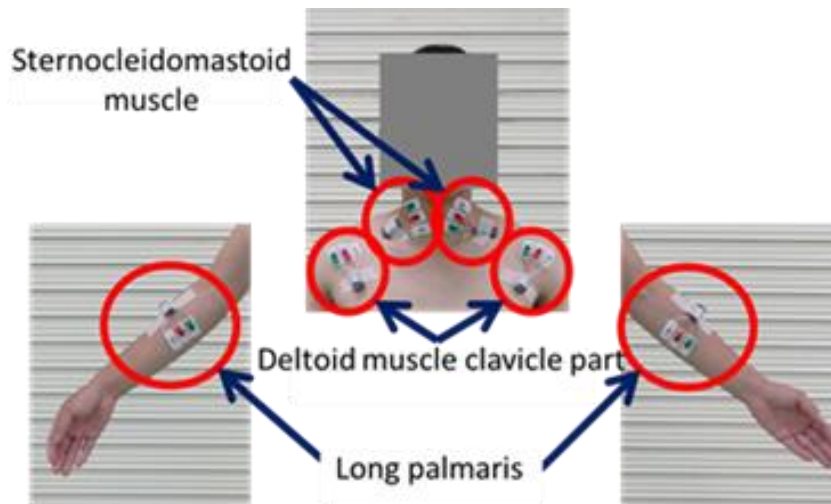


Fig. 6.12 Attachment of an electromyograph to a subject

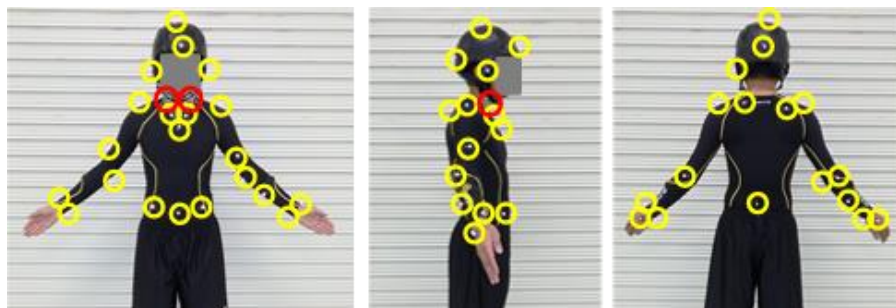


Fig. 6.13 Position of reflection markers and EMG



Fig. 6.14 Interior of the cabin during measurement

## 6・5 データの計測

### 6・5・1 コンフォートモード時の車両 Sine スラローム走行

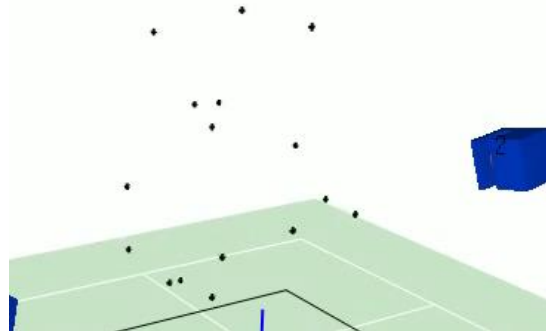
車両可変ダンパーをコンフォートモードとした。車両走行モードは、車両 sine スラローム走行を実施した。本研究でいう車両 sine スラローム走行とは、上面からみた車両の挙動が sine カーブを描くようにステアリング操舵を調節した走行モードである。測定条件は、車速 80 km/h, 操舵角 25 deg, 操舵周期 0.1 Hz とした

### 6・5・2 スポーツモード時の車両 Sine スラローム走行

車両可変ダンパーをスポーツモードとした。車両走行モードは、車両 sine スラローム走行を実施した。測定条件は 4.1.と同様に、車速 80 km/h, 操舵角 25 deg, 操舵周期 0.1 Hz とした。なお、図 6.15-6.16 に計測中の車内の様子と計測した反射マーカの座標位置の例を示す。



Fig. 6.15 State of driving



6.16 example of measured reflexion marker coordinates

### 6・5・3 スラローム走行時の車両挙動データ

図 6.17 に試験のスラローム走行時の Comfort モードと Sport モードの操舵角に対するロール角速度、及び、車両横加速度の計測結果を示す。データの差としては大きくないがロール角速度は Comfort モードの方が Sport モードよりも収斂が悪く挙動が大きいことが確認できる。これはドライバーのコメントとも一致する。また、車両横加速度については Comfort と Sport の差は無いと言える。これは操舵によって発生するタイヤ横力が減衰力違いの影響をほとんど受けないためと考えられる。以上の結果からモード違い (=減衰力違い) では車両のロールレート (=車両の姿勢) は変化するが車両の受ける横力は変化しないと考えられる。

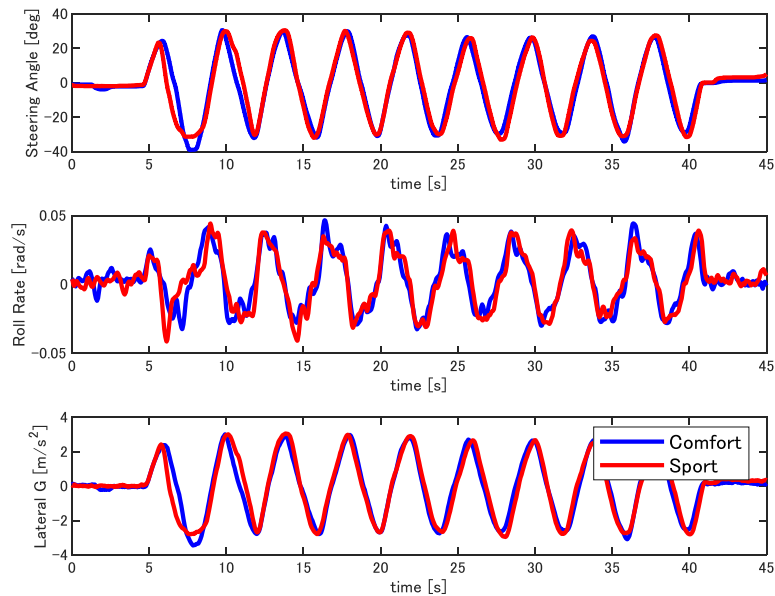


Fig. 6.17 Roll behavior of vehicle performing slalom motion

### 6・5・4 最大等尺性収縮力の測定

被験者の測定時の筋活性度を算出するために、左右の胸鎖乳突筋と三角筋の鎖骨部と長掌筋の最大等尺性収縮発揮時の最大筋電位の測定を行った。最大筋電位の測定は、一般的に理学分野で用いられている徒手検査の手法を用いており、左右の胸鎖乳突筋と三角筋の鎖骨部と長掌筋の様々な関節運動への寄与が大きい動作 (各筋肉の作用) における等尺性収縮力を測定した。胸鎖乳突筋の作用は、頭の同側への側屈と対側への回旋である。三角筋の鎖骨部の作用は、上腕の前方拳上、内旋、内転であ

る。長掌筋の作用は，肘関節の屈曲と手関節の屈曲である<sup>37)</sup>。以上のような各筋肉の作用を参考に被験者の最大等尺性収縮力の測定を行った。

#### 6・5・5 静止データの測定

各個人の体格に合った3次元筋骨格数理モデルを作成するために，静止データの測定を行った。測定の際は図 6.18 に示すように，見通しが良く，広い室内にモーションキャプチャカメラ 6 台を設置して動作データの測定とは別日に実施した。この際，一般的にモーションキャプチャを用いた測定時に採用されるマーカセットである Helen Hayes マーカセットを引用して，被験者に 37 点の反射マーカを貼付した。このとき，貼付した反射マーカ位置を図 6.19 に示し，図 6.20 に全身静止データ測定時の様子を示す。また，図 6.21 に全身静止データ測定時にキャプチャした反射マーカの 3 次元位置座標を示す。

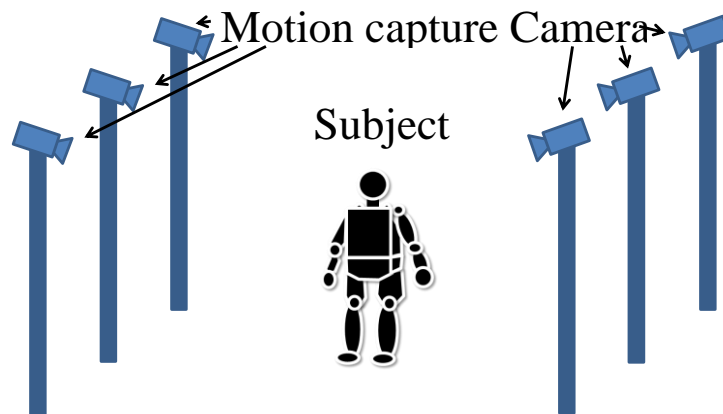


Fig. 6.18 measurement of static data (outline)



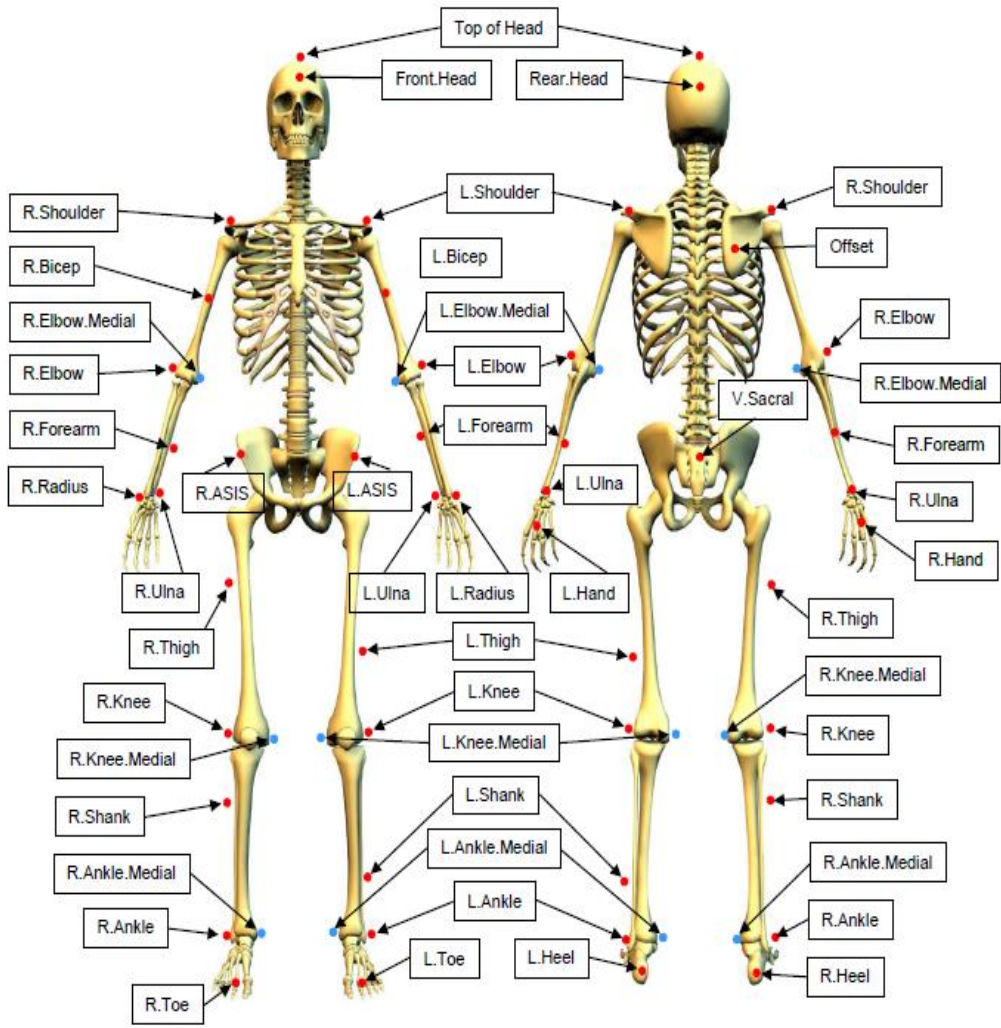


Fig. 6.19 Helen Hayes marker set position



Fig. 6.20 State of static data measurement

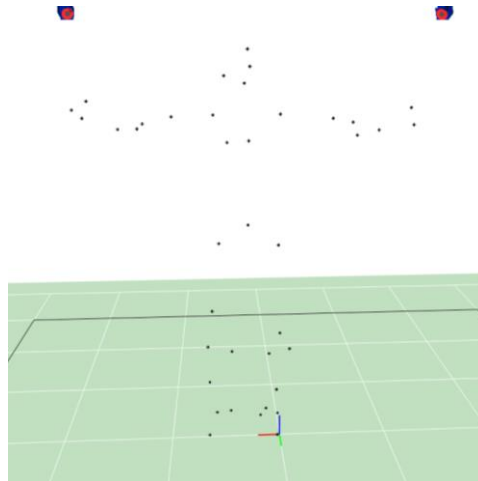


Fig. 6.21 example of measured reflexion marker coordinate

## 6・6 車両運転時の筋骨格数理モデル

ここでは本研究で構築した被験者の体格に合った3次元筋骨格数理モデルについて説明する。6章5.5節で示した静止データの測定によって取得した3次元座標から被験者の体格にスケールした剛体リンクモデルを構築した。得られた剛体リンクモデルから被験者の体格に合った3次元筋骨格数理モデルを構築した。

### 6・6・1 全身剛体リンクモデルの作成

6.5.5で説明したように、測定した被験者の上肢に貼付した37点の反射マーカを6台のモーションキャプチャカメラで撮影し、3次元座標データ化した。3次元座標データ化した全身静止データの各点にラベル付けを行い、各ラベルをリンク付けすることで被験者の体格情報の基となる被験者の体格に合った全身剛体リンクモデルが作成できる。図6.22に本研究で構築した全身剛体リンクモデルを示す。

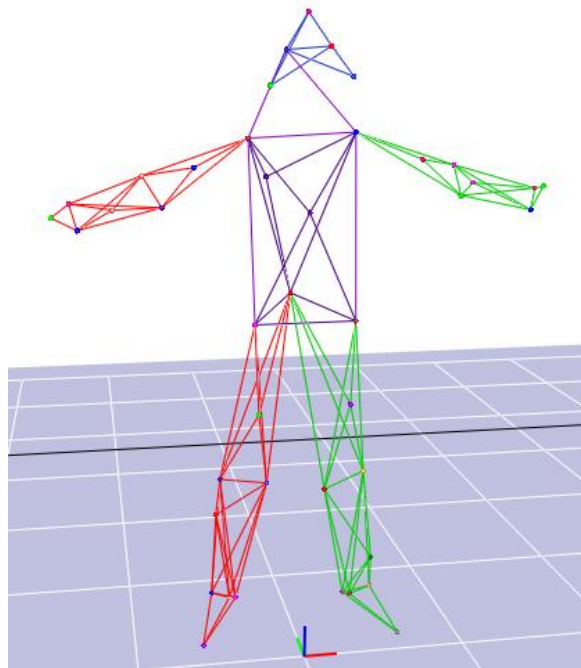


Fig. 6.22 Rigid-body-link model scaled to the physique of the subject

次に、構築した被験者の体格に合った全身剛体リンクモデルから3次元全身筋骨格数理モデルを構築する。3次元筋骨格数理モデルの構築は、剛体リンクモデル作成時にラベリングした被験者に貼付した反射マーカを3次元座標データを3次元筋骨格数理モデルの各セグメント位置に適用することで被験者の体格に合った3次元筋骨格数理モデルを作成することができる。図6.23に被験者の体格に合った全身剛体リンクモデルから本研究で構築した被験者の体格に合った3次元全身筋骨格数理モデルを示す。

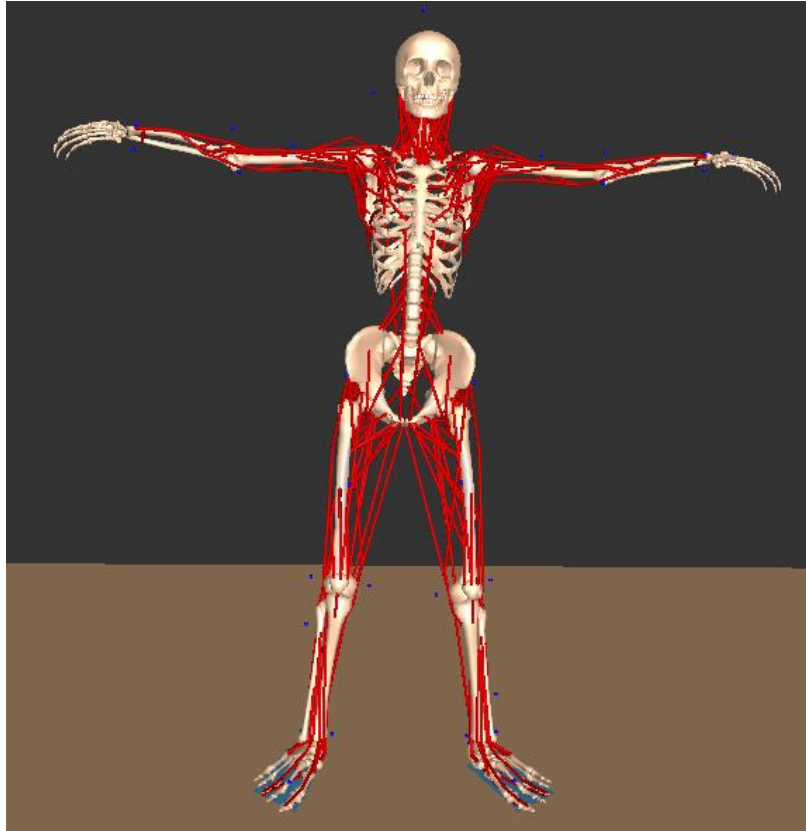


Fig. 6.23 Musculoskeletal model scaled to the physique of the subject

### 6・6・2 精度検証

精度検証は，逆運動学計算を用いて算出した各関節の回転角より求めた各関節の回転等価トルクと式(6.2)を用いて算出した各関節における各筋肉まわりの駆動トルクの総和を比較した．図6.24に首関節側屈動作における精度検証結果を示す．

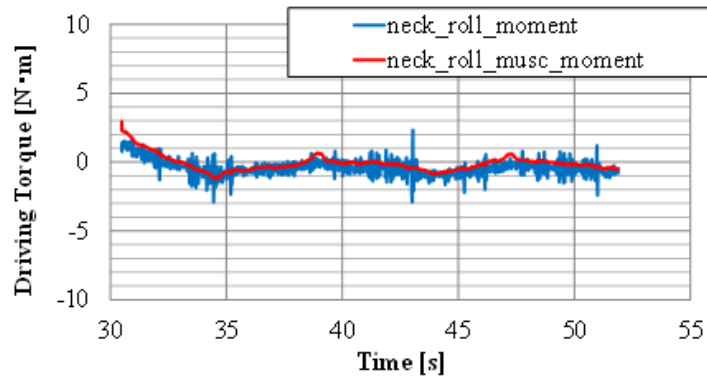


Fig. 6.24 Torques exerted on neck joint during lateral bending motion

図6.24より，首関節回転の等価トルクと首関節における各筋肉まわりの駆動トルクの総和がほとんど一致していることから，本研究で用いる三次元筋骨格数理モデルの解析精度は十分であると考えられる．

### 6・7 解析結果・考察

本章で示す解析に関しては，車両 sine スラローム走行時の Comfort モードと Sport モードによる車両ダンパーの違いによる比較結果を示す．尚，解析は，ステアリングを左操舵時と右操舵時に分割して行った．また，異なる時間に計測した減衰モード違いのデータを1枚の図に比較表示するために車両情報である操舵角，横加速度などを参考に時間を合わせて重ね書きしたことを特記しておく．

### 6・7・1 関節に与える負担解析

図 6.25-6.27 に逆運動学計算を用いて算出した、左操舵時の Comfort モード及び Sport モードにおける、首関節側屈動作と回旋動作、前屈動作の関節回転の等価トルクをそれぞれ示す。

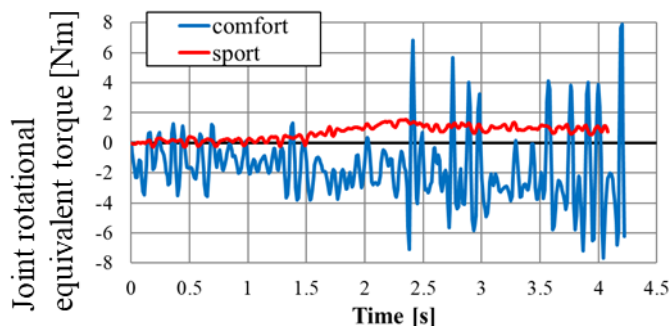


Fig. 6.25 Comparison of rotational torques on neck joint during lateral bending motion as steering left

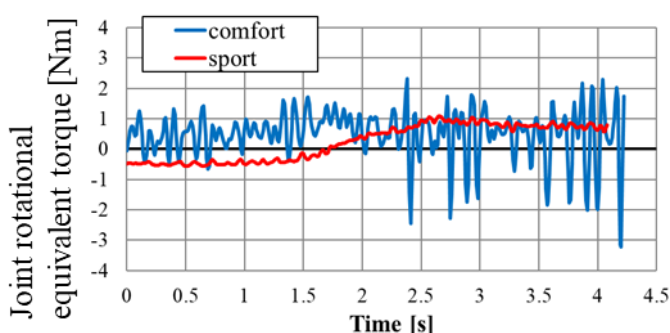


Fig. 6.26 Comparison of rotational torques on neck joint during rotation motion as steering left

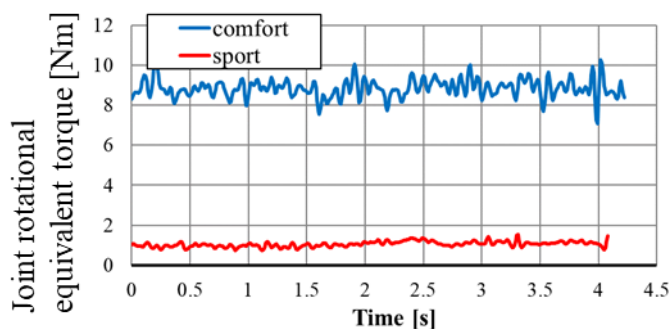


Fig. 6.27 Comparison of rotational torques on neck joint during bending forward motion as steering left

図 6.25 より、首関節まわりの動作では、Comfort モード時の、時間軸上における回転トルクの変化が激しくなったが、Sport モード時は、時間軸上における回転トルクの変化は小さかった。また図 6.27 より、Comfort モード時の回転トルクの方が Sport モード時の回転トルクより約 9 倍大きくなった。首関節まわりの動作の時間軸上における回転トルクの解析結果から、車両 sine スラローム走行では、Sport モードの方が Comfort モードより安定して運転ができていると考えられる。

### 6・7・2 筋肉に与える負担解析

本論の解析対象筋肉を図 6.28 に示す。人がコーナリング中の車を運転する際は体が傾くのを支え頭部を垂直に保つように無意識に補正していることを経験的に知っている。また、動物のロコモーション研究から高速に移動するチータは体軸を水平に維持し捕食行動を行うという解析事例がある<sup>38)</sup>。これらのことから車両のロール挙動の際に頭部の姿勢変化を抑えるための体への負担の観点から首まわりのこの 3 つの筋肉に着目し、医学大辞典による「肩凝りの定義」に基づき抽出した<sup>39)</sup>。図 6.29-6.31 に式 (6.1) より算出した、左操舵時の Comfort モード及び Sport モードにおける、首関節側屈時の左僧帽筋と左肩甲挙筋、左頭半棘筋の駆動トルクをそれぞれ示す。

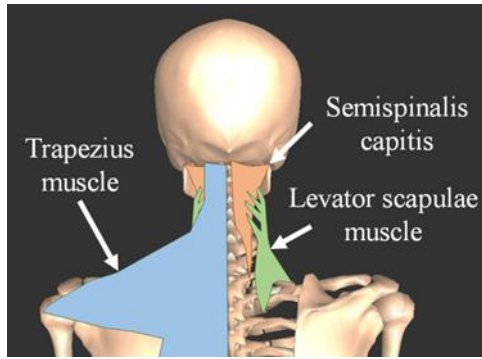


Fig. 6.28 Muscles around the neck

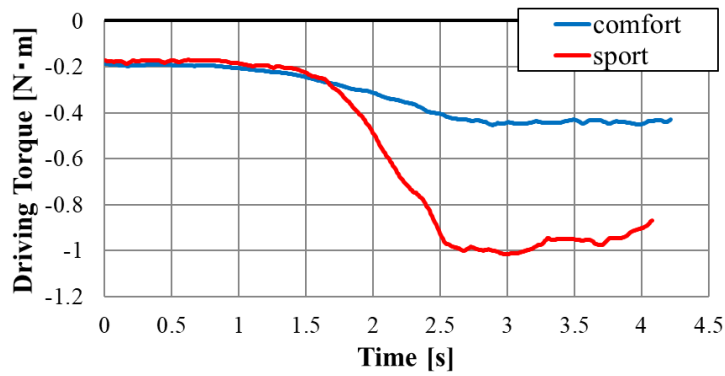


Fig. 6.29 Comparison of driving torques around trapezius muscle on neck joint

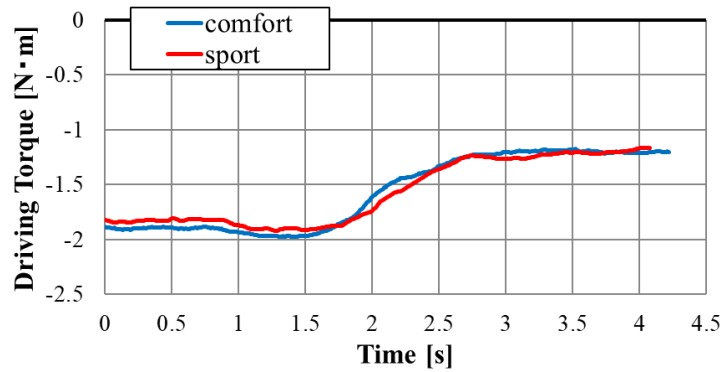


Fig. 6.30 Comparison of driving torques around levator scapulae muscle on neck joint

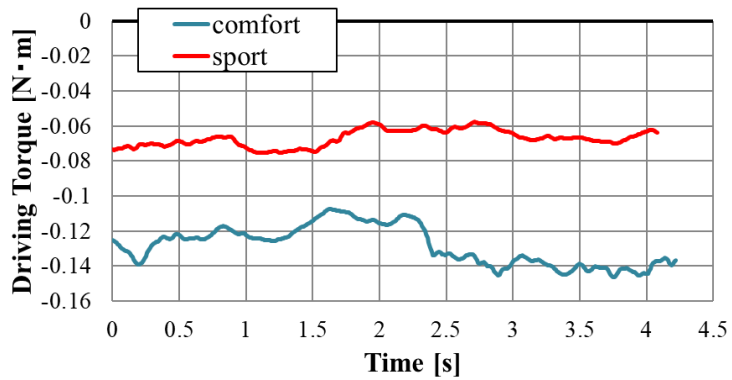


Fig. 6.31 Comparison of driving torques around semispinalis capitis muscle on neck joint

図 6.29 より、左僧帽筋では、動作始めでは駆動トルクがほとんど一致しているが、ステアリングの左操舵が進行するにつれて Sport モード時の駆動トルクが Comfort モード時の駆動トルクより約 2.3 倍大きくなった。図 6.30 より、左肩甲筋筋では、終始駆動トルクの値がほとんど一致した。図 6.31 より、左頭半棘筋では終始 Comfort モード時の駆動トルクが Sport モード時の駆動トルクの約 2.2 倍大きくなった。首関節における各筋肉の駆動トルクの解析結果と筋肉の付着位置の関係から、Sport モードでは、左操舵時に肩まわりの筋肉の緊張が高まり、Comfort モードでは、首関節まわりの筋肉の緊張が高まることが分かった。

## 6・8 まとめと考察

本研究で以下のような結果が得られた。

(1) モーションキャプチャシステムを実走行中の自動車に用いることで、運転時のドライバーの筋骨格数理モデルを構築することができた。

(2) 首関節にかかる負担として、首関節回転の等価トルクの時間軸データの解析結果から、Sport モードの方が Comfort モードよりトルクの変化が少なく、また小さいことから、Sport モードの方が動きの少ない安定した姿勢が維持出来ていると考えられる。

(3) 首関節まわりの各筋肉の負担として、首関節における各筋肉まわりの駆動トルクの時間軸データの解析結果から、Sport モードの方が Comfort モードに比べて考慮した筋合計の負担が多いことが分かった。

(4) 操舵によるロールの際の運転操作としては体が保持しやすく一定の姿勢を保つことが運転しやすいと考えられる。操舵に対する車両のロール挙動においてドライバーは、ドライバー自身の操舵で車両姿勢の変化が起こり、その結果ドライバーの姿勢変化も起こる。その中でさらに操舵行動を行うマンーマシンフィードバックループの中にある能動的なアクチュエータの役割を担うと考えられる。本研究では Sport モード、Comfort モードともに同じ操舵操作のタスクを与えた。このためアクチュエータとしてのドライバーのアウトプットである操舵操作は同じものとなる。筋骨格数理モデルの解析結果から、Sport モードは車両挙動が小さいため筋負担を大きくでき首関節の動きを抑え体が保持しやすいと感じ良好なロールフィールにつながると推察することができる。

本研究での解析に当たっては以下の課題も明確になった。まず、試験車両のドライバーはエキスパートであり減衰特性違いによる車両特性の変化はあらかじめ熟知しているが、例えば Comfort モードでドライバーが能動的なアクチュエータとして意識的に体の姿勢を Sport モード同等に保った場合解析結果に影響を与える可能性が考えられる。あるいはドライバーではないパッセンジャーに同様の試験を実施した場合は受動的な被加振体としての挙動が支配的になると予測される。また、解析はドライバーの主に上半身の解析を行った。これは車室内という限られた密閉空間での計測に当たって車室内へのカメラなど取り付ける場所に制限があったことや、本来ドライバーはシート背もたれ、シート座面、フロア一面からもサポートされておりそこからの反力も受けているが、それらを計測する適切な形状のフォースプレートなどを準備できなかったためであり、解析精度が比較的高いと考えられる上半身の解析に集中したためである。

以上をまとめると、本研究結果は走行する車両内でのデータ計測を初めて行い筋骨格数理モデルを用いて解析した報告として従来から行われている駆動トルクの時間軸データを用いることで、走行時の自動車のロールフィールを駆動トルクという物理量を用いて定量的評価を行う具体的な道筋をつけることができたと考える。また、解析結果から運転しやすい車両には適正なロール姿勢があることも推察される。ただしこの手法での解析はまだ着手したばかりであり、今後はこれらの成果と前述の課題に基づき、車室内の限られた空間での計測技術のノーハウ構築を継続するとともに、ドライバー、パッセンジャーに与えるタスク設定などの試験設計のノーハウの構築にも留意しながらより一層詳しい解析ができるように取り組んでいく。

## 6・9 テストの様子

以下に（株）ショーワ 塩谷テストコースでの代表的な試験の様子を示す。



Fig. 6.32 Whole view of Showa Shioya proving ground

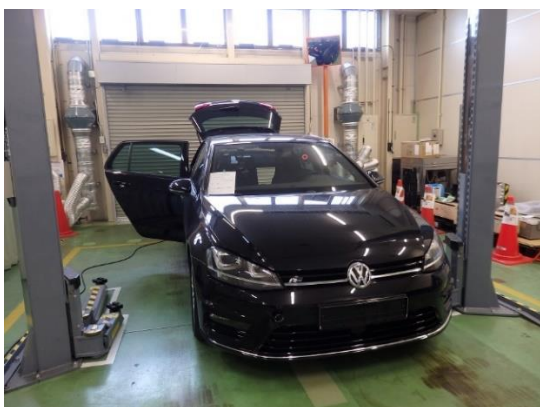


Fig. 6.33 Vehicle preparation in garage



Fig. 6.34 Check electrical parts with engine rotation



Fig. 6.35 Wheel torque sensor Installation

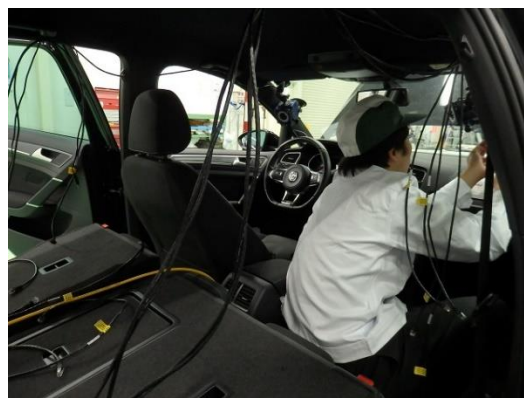


Fig. 6.36 Wiring work in the vehicle



Fig. 6.37 Installation of motion capture cameras



Fig. 6.38 Check measurement system operating



Fig. 6.39 Installation of body markers



Fig. 6.40 Check driving position with sensors



Fig. 6.41 Installation of electromyograph (EMG)

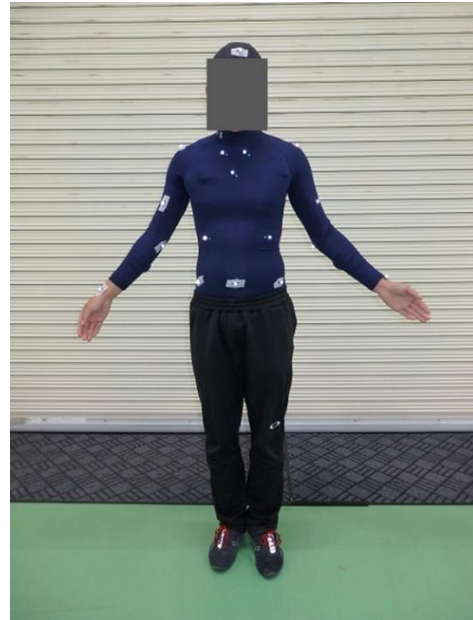


Fig. 6.42 Installation of reflection markers





Fig. 6.43 Check motion captures working on test course



Fig. 6.44 Check motion captures working on test course (another side)



Fig. 6.45 Check motion captures working on test course (close view)



Fig. 6.46 Actual vehicle test



Fig. 6.47 Actual vehicle test



Fig. 6.48 Check motion capture camera sensitivity on night light

## 第7章 車両の平面運動と上下運動の連成運動に関する考察

多自由度非線形運動方程式を線形化した目的の一つに平面運動と上下運動とを一元的に扱い連成運動を解析することにある。この章では実車設計及びチューニングに対してパラメータ変更が比較的容易であり挙動変化に直接影響するサスペンション減衰に着目し、ヨー運動とロール運動について考察する。

### 7・1 定常円旋回する車両の減衰力違いに対する根軌跡

4章と同様の計算により、定常円旋回する車両に対し減衰力変化による根軌跡を求めた。計算は横加速度  $2 \text{ m/s}^2$  で定常円旋回する車速  $100 \text{ km/h}$  および  $150 \text{ km/h}$  について行い減衰力をそれぞれ

- 1) 車速  $u=100 \text{ km/h}$  の場合は  $0 \text{ Ns/m}$  から  $240 \text{ kNs/m}$  まで  $240 \text{ Ns/m}$  刻み
- 2) 車速  $u=150 \text{ km/h}$  の場合は  $24 \text{ kNs/m}$  から  $24 \text{ Ns/m}$  刻み

で行った。計算結果を区別しやすくする目的でそれぞれの計算の始点に赤丸、終点に黒四角を施し、さらに減衰の値の変化方向を併記した。この結果の全体を図 7.1 左側に、ばね上部を拡大したものを図 7.1 右側に示す。

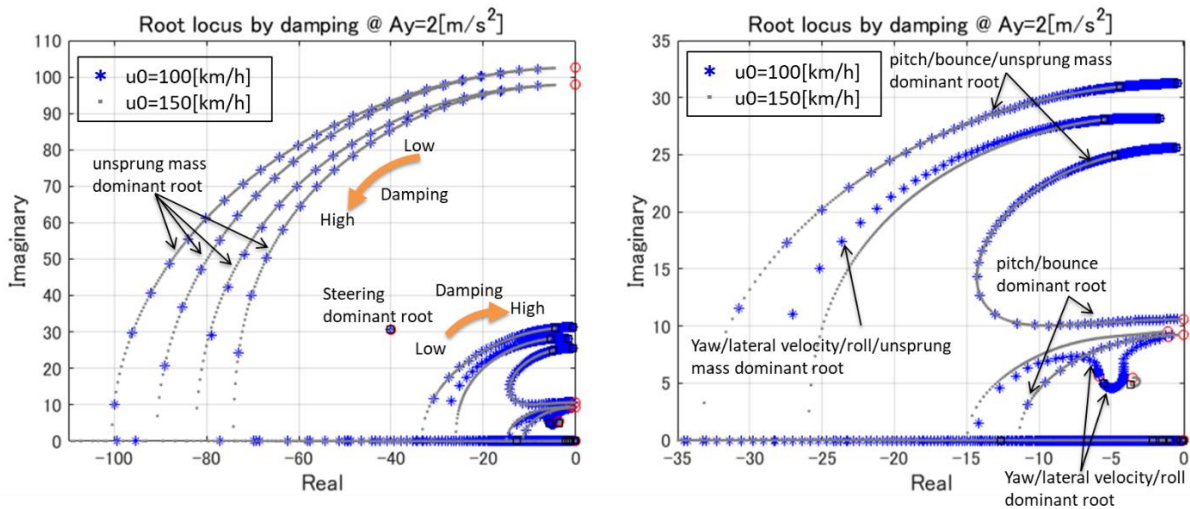


Fig. 7.1 Root Locus on different damping characteristics (left: whole / right: sprung mass)

一般に線形微分方程式の解は固有値に基づく基本解の線形結合であることが知られている。本論文で示す運動方程式の線形化による解も同様であるが、それぞれの解が単独で運動状態を決定するのではなく解の連成により運動状態が決まる、すなわち、連成の強い固有値により運動の特徴が決まると考えられる。この運動の特徴を決める連成根を支配根と呼ぶことにし、車速による変化の有無を考慮して分類し考察する。

車速依存のない支配根としてはばね下系振動及び、ばね上のバウンス（上下振動）とピッチ（ $y$  軸回りの回転）運動がある。ばね下の支配根は減衰を増加するにつれて収斂性を増す（実部の絶対値が大きくなる）とともに減衰固有振動数が低く（虚部の絶対値が小さく）なり一旦実根となる。同様にばね上のバウンスとピッチの連成支配根は収斂性が大きくなり片方は一旦実根となるが、もう一方は収斂性が減少するとともに減衰固有振動数が増加に転じるポイントが現れる。さらに減衰を大きくしていくと一旦実根になったものは再び虚数根となる。この際ばね下とばね上の運動が見かけ上一体となりバウンスとピッチの運動に集約され減衰の増加とともに収斂性が悪化し（実部の絶対値が小さくなり）、減衰固有振動数が増加していく（虚部の絶対値が大きくなる）。そして減衰無限大の極限状態ではタイヤの上下ばねのみによるばね下、ばね上一体の無減衰振動になる。

一方車速依存のあるヨー、横速度、ロールの連成支配根については減衰を増加した場合支配根の変化が小さいものと、支配根の変化が大きいものがある。車速  $u=100 \text{ km/h}$  と  $u=150 \text{ km/h}$  で比較すると、車速  $u=150 \text{ km/h}$  の特性の方が支配根の変化が小さい。また減衰による支配根の変化の大きいものは減衰の増加に伴い収斂性を増し一旦実根となるが再び虚数根となり収斂性が悪化していく。

## 7・2 旋回中の減衰力違いによる周波数応答

運動方程式の線形化によるメリットとして、周波数解析が可能になることが挙げられる。式 (2.55) - (2.56) に示した状態方程式を用いて入力を操舵角、あるいは路面変位とし出力を状態量とすれば任意の車両応答が周波数応答表現できる。ここでは操舵入力及び路面入力に対してヨー運動とロール運動の周波数応答を確認する。図 7.2-7.3 に  $u=100$  km/h, 横加速度  $A_y=2$  m/s<sup>2</sup> での操舵入力に対するヨーレイト、ロールレイトの周波数応答を示す。ヨー運動に関しては減衰係数違いによる挙動の大きな変化は確認できないが、ロールレイトに関しては減衰係数が 3 倍の方がロールの収斂が良いことが確認できる。この結果は実車試験の際に減衰力特性を変化させてもヨーレイトの変化はほとんど無いが、ロールフィールは大きく変化するという経験に符合するものである。

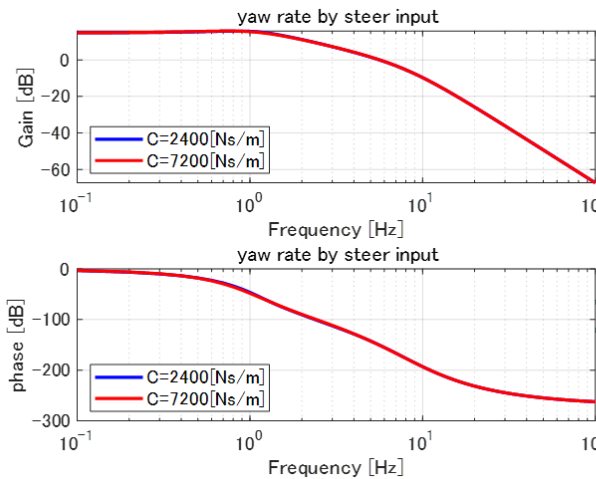


Fig. 7.2 Yaw response on different damping characteristics (steer input)

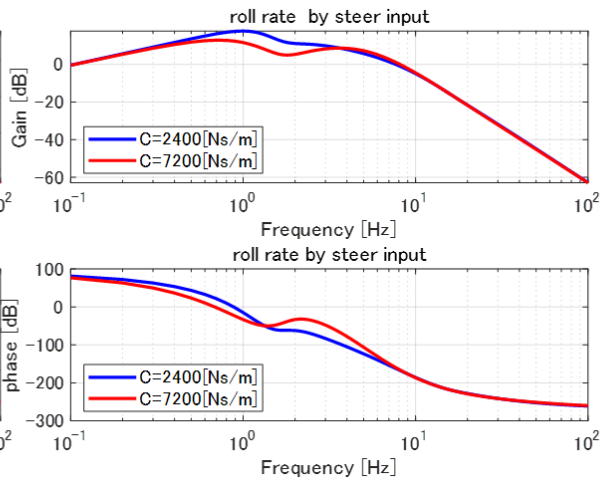


Fig. 7.3 Roll response on different damping characteristics (steer input)

また、図 7.4-7.5 に路面入力に対するヨーレイトとロールレイトの周波数応答を示す。路面入力は前輪右側への入力で代表した。前述の操舵入力の場合と異なり、減衰力違いによりヨー、ロールとも挙動に変化が現れる。その特徴として標準の減衰力のものは、ピーク周波数が 2 点確認できるが、3 倍のものは 1 点に集約される。これは既述した支配根の特徴として減衰の増加に伴いばね上、ばね下が見かけ上一体となりバウンス、ピッチ運動、あるいは、ヨー、横速度、ロール運動をすることと符合する結果である。

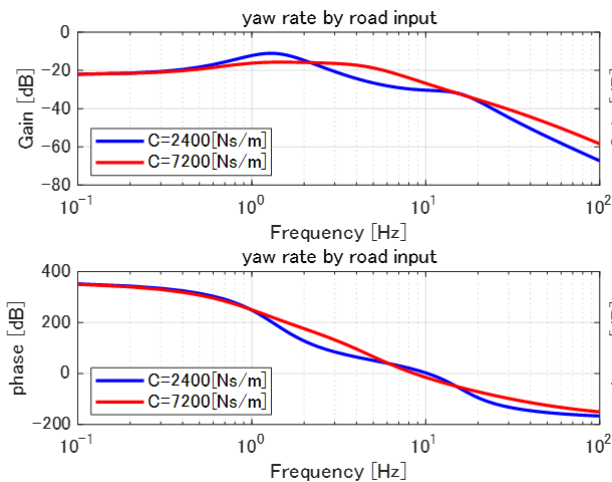


Fig. 7.4 Yaw response on different damping characteristics (road input)

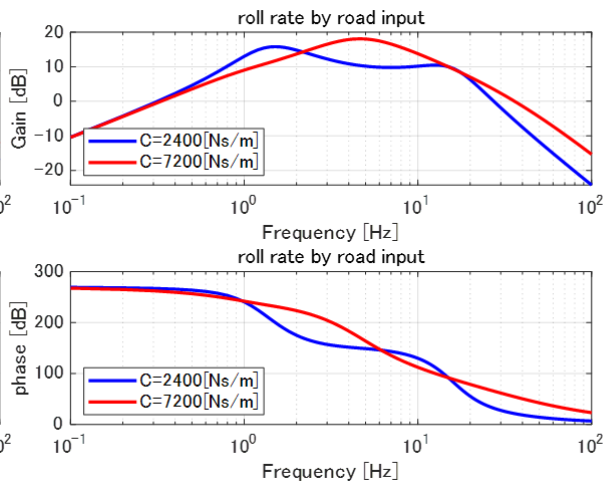


Fig. 7.5 Roll response on different damping characteristics (road input)

### 7・3 旋回中の減衰力違いによる時間軸応答

前述の周波数応答に対応する時間軸計算を行った．車速  $u=100$  km/h とし横加速度  $A_y=2$  m/s<sup>2</sup> を実現する操舵入力 ( $\delta=0.0125$  rad) を時間  $t=2.5$  s に STEP 状に与え，さらに時間  $t=5.0$  s で旋回外輪にあたる右側前後輪に  $z_0=25$  mm の突起を同時に STEP 状に与えた際のヨーレイト及びロールレイトを図 7.6 に示す．ここで，実際の走行では前後同時の路面入力となることは無いが，結果を見やすくする意味で計算上では同時入力としている．図からヨーレイトに関しては減衰力違いによる車両挙動の変化に大きな違いは無いが，ロールレイトに関しては操舵時，路面入力時共に 3 倍の減衰特性の方が収斂性が良いことが確認できる．前述したように減衰力違いによっては操舵時のヨーレイトに大きな変化は無いことが経験的には知られており，そのため減衰力によってヨーレイト挙動を改善する試みも通常はなされず，ロールフィールを含めた形で操舵フィールを改善していく試みが行われている．一方で旋回中の路面外乱に対するヨーレイト挙動についてはドライバー自身の操舵操作にはよらない挙動変化であり特に高速走行時にはドライバーの心理的負担にもなるため可能な限り挙動変化が少ないほうが望ましい．その観点で操舵時と路面入力時のヨーレイト変化を拡大して観察してみる (図 7.7-7.8)．操舵時のヨーレイト変化は減衰力違いでも大きな差は無いが，路面入力の場合は入力直後では減衰力が大きいものの方が変化が大きくその後は急速に収斂し，減衰力が標準のものは収斂が悪いことが確認できる．一方のロールレイトについては操舵時も路面入力の場合も減衰力が大きいもののほうが小さいものよりも収斂性が良いことが確認できる (図 7.9-7.10)．これは図 7.2，および図 7.4 のヨーレイトの周波数特性，および図 7.3，7.5 のロールレイトの周波数特性と合致した計算結果となる．この特徴を減衰力違いでの根軌跡を用いた説明を試みる．図 7.11 は図 7.1 右図に対し減衰係数  $C=2400$  Ns/m と  $C=7200$  Ns/m の点を赤△と黒▽で表示したものである．多入力の線形運動方程式の解は固有値による基本解の入力毎の線形結合であることに留意すればステア入力の支配根と路面入力の支配根は異なり図示の様にステア入力時は減衰係数変化に対し変化の小さいものが支配根となり，路面入力の際は減衰に対し変化の大きいものが支配根となっていると推測できる．

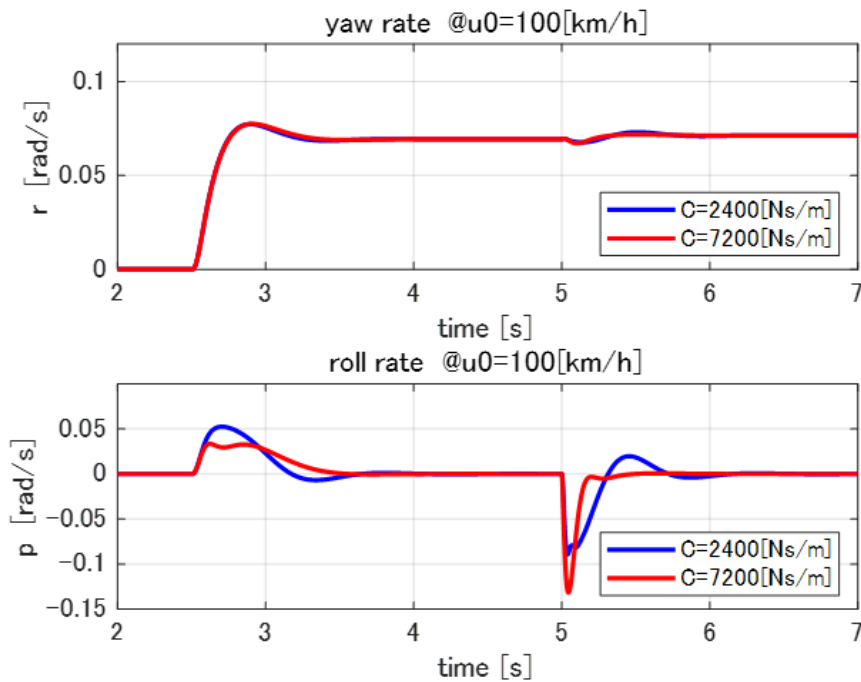


Fig. 7.6 Time response on different damping characteristics

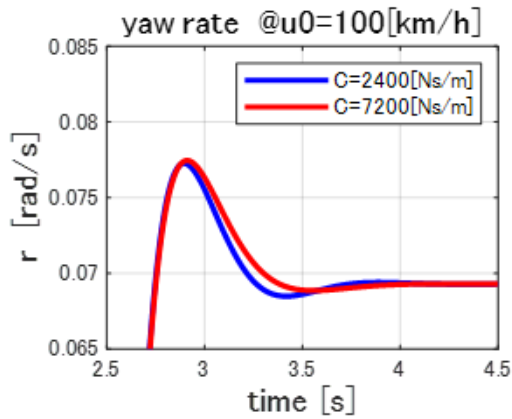


Fig. 7.7 Yaw response on different damping characteristics (steer input)

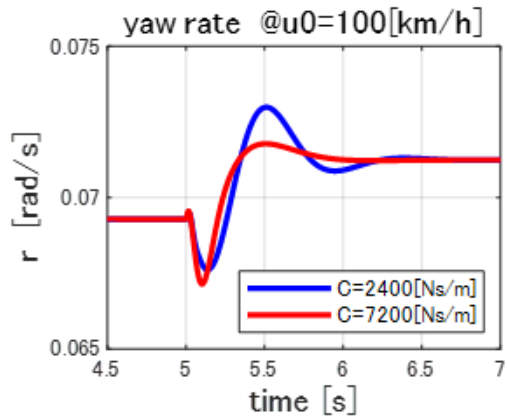


Fig. 7.8 Yaw response on different damping characteristics (road input)

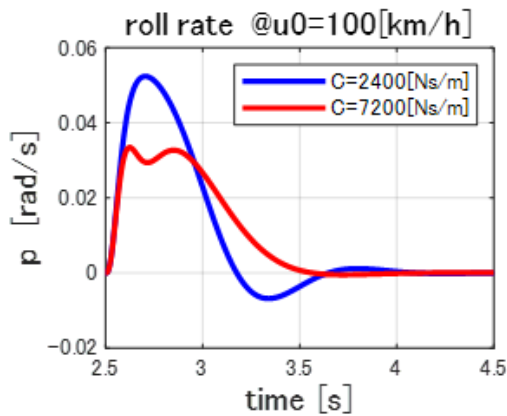


Fig. 7.9 Roll response on different damping characteristics (steer input)

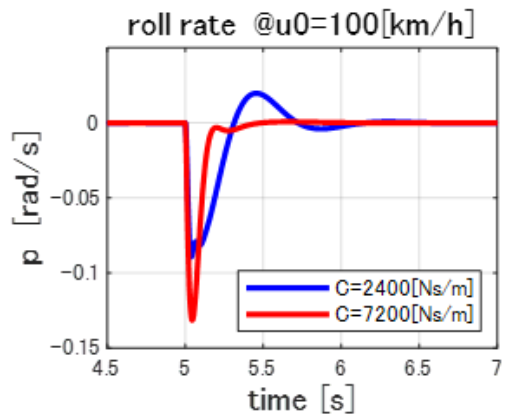


Fig. 7.10 Roll response on different damping characteristics (road input)

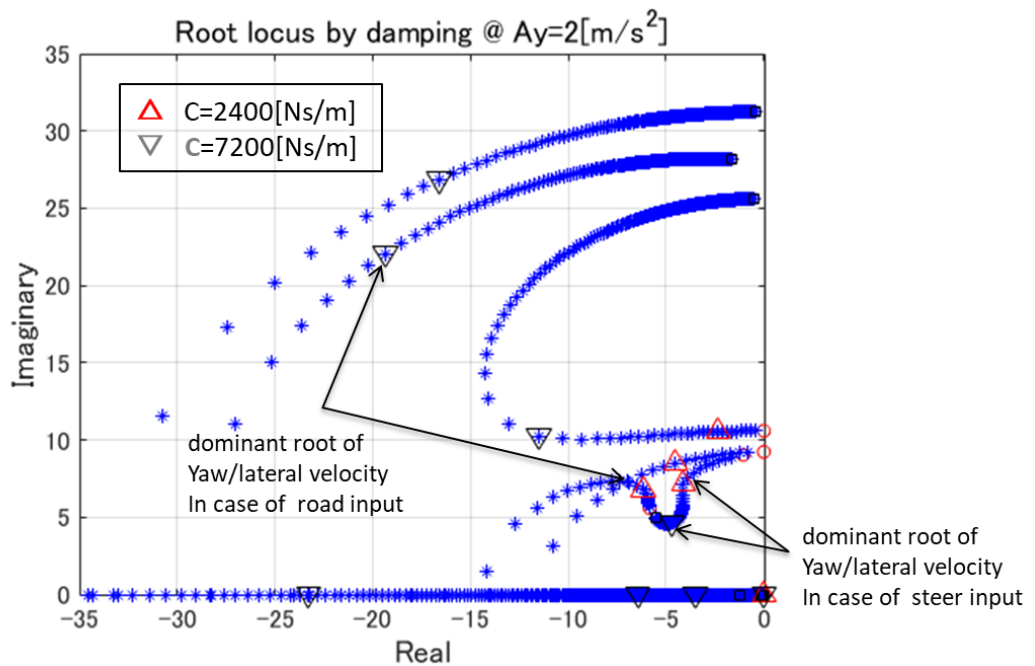


Fig. 7.11 Root Locus on different damping characteristics

また、この減衰特性違いでの路面入力に対するヨーレイト挙動は、路面入力に対するばね上のバウンス運動に類似した特性と捉えることができ、ばね上挙動をスカイフック制御<sup>40)</sup>する場合と同様の考え方、すなわち、ヨーレイト変化に対し低周波で大きい減衰係数、高周波で小さい減衰係数とすることでヨーレイト変化を効果的に抑えられることを示唆する結果である。

#### 7・4 旋回中の減衰力違いによる車両応答を伝達関数の極とゼロを用いた解析

前章で行った挙動解析に関し、操舵入力の場合と路面入力の場合とでヨー、ロールの挙動のしかたが違う点に関して伝達関数の極とゼロの関係を用いての説明を試みる。前章までは固有値という呼び方をしていたが伝達関数に関しては極という言い方を慣用的にするため、ここではそれを踏襲することにする。減衰係数  $C=2400$  Ns/m と  $C=7200$  Ns/m の場合について  $u=100$  km/h、横加速度  $A_y=2$  m/s<sup>2</sup> での操舵入力と路面入力それぞれによるロールの伝達関数から求めた極とゼロを図 7.12-7.13 に、同様にヨーの伝達関数から求めた極とゼロを図 7.14-7.15 にそれぞれ示す。図中の記号 p/b はピッチとバウンスに関する極であるがゼロにより相殺されており挙動は現れない。そのほかの極およびゼロについて詳しく見ていき、極とゼロの位置が近く極の影響が表れにくいと思われるものを除外した上で  $C=2400$  Ns/m に属するグループを紫色の枠で囲み、同様に  $C=7200$  Ns/m に属するグループを空色で囲んで分類した。図 7.12-7.15 の中で特徴的なことは、図 7.14 で  $C=7200$  Ns/m に対応する原点から遠い極  $s = -19.34 + 22.07i$  がゼロ  $s = -20.10 + 22.68i$  に近く、ゼロにより極の特性が現れにくくなっていると推定できることである。これは図 7.2 の操舵に対するヨーレイトのボード線図、図 7.4 の操舵の際のヨーの時間応答が減衰力違いによってもあまり大きな差が出てこない事実に対応すると考えられる。

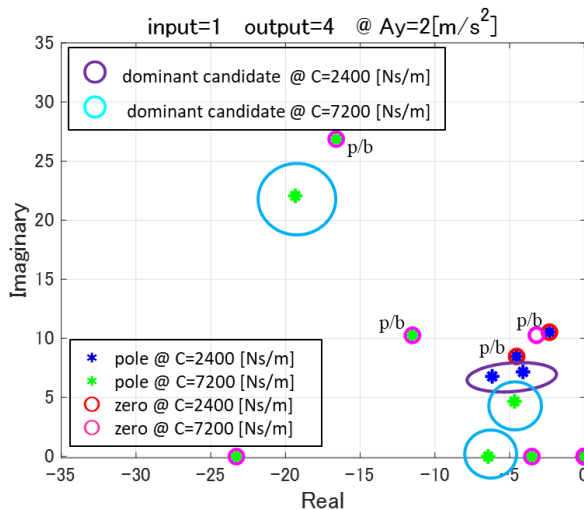


Fig. 7.12 Pole and zero of roll in case of steering input

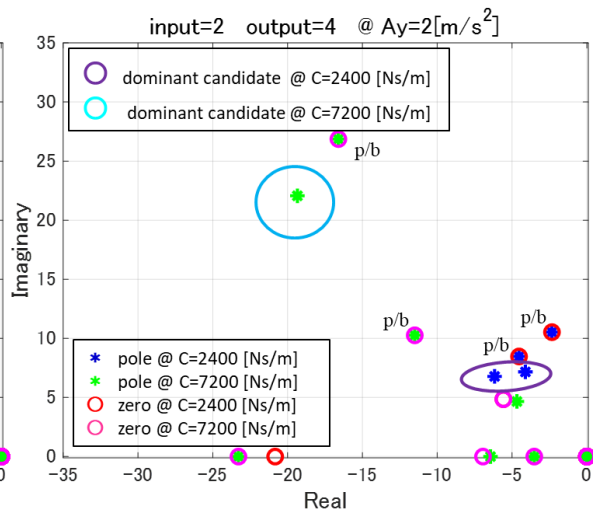


Fig. 7.13 Pole and zero of roll in case of road input

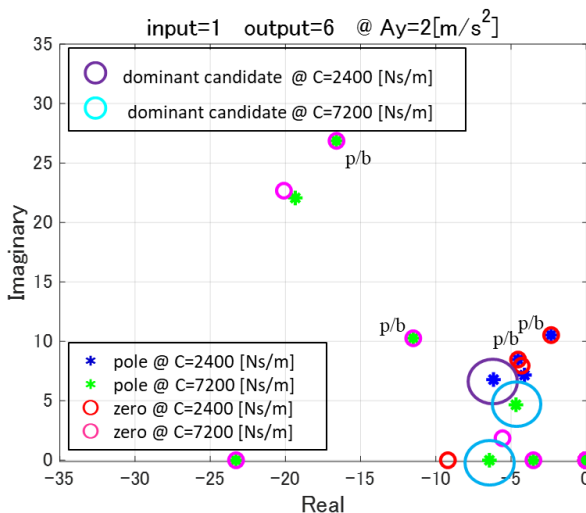


Fig. 7.14 Pole and zero of yaw in case of steering input

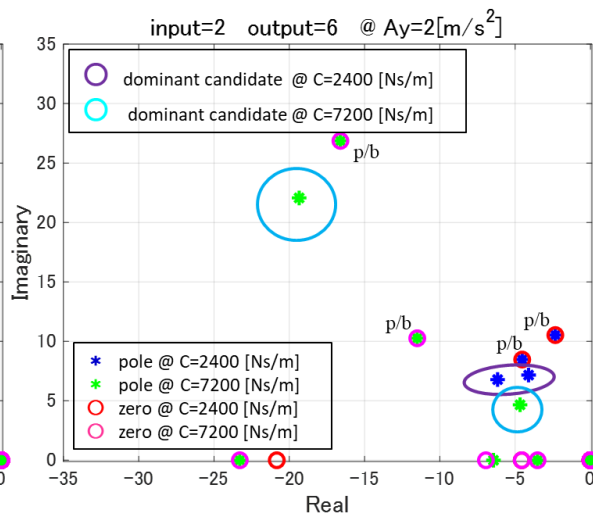


Fig. 7.15 Pole and zero of yaw in case of road input

このように線形化モデルにより、極ゼロ解析を行うことも可能となり、車両挙動の原理をより深く理解、解析できるようになった。

## 7・5 まとめ

上下運動と平面運動を統一的に扱うことが多自由度運動方程式の線形化の大きな目的であった。この章ではその代表例として減衰特性が異なる場合のロールとヨーの挙動について操舵時と路面外乱時に着目して比較解析した。操舵行為の本質は車両の進行方向を変更することであり、物理値で表現すれば操舵角に対するヨーレイトの出かたを制御することである。しかしながら車両チューニングの経験から減衰特性を変更しても操舵時のヨーレイトはほとんど変わらないことが知られている。一方で操舵時のロール挙動は減衰特性の変更で大きく変化する物理量であり一般ユーザーでも感じやすいためロールフィールの良し悪しが車両の操作性、安心感などに繋がる重要な指標として認識されている。また、路面外乱によるロール、ヨー挙動はそれぞれ減衰力の違いにより挙動が変化する。旋回中の車両が路面外乱により挙動が乱れることは特に横加速度が高い旋回中の場合は心理的負担が大きくなり望まない車両挙動変化として可能な限り挙動が小さくなる減衰特性とする。7章の解析結果ではこのように減衰特性違いによる操舵時、路面外乱におけるロールとヨーの挙動を根軌跡、極とゼロを用いて理論的に説明することが可能になった。

この結果に基づき6章の解析結果を再度考察する。6章での筋骨格数理モデルを用いた解析ではロールフィールを定量化し最適なロール姿勢があることが推測できる結果を得た。これはドライバーにとって最適なロール姿勢を減衰特性で実現できることを示唆する結果であり、操舵時のヨーレイトの変化にはあまり大きく寄与しない減衰特性をロールフィール向上と路面外乱感受性低下につながる減衰特性設計に振り分けてよい事を示唆する解析結果であると言える。

## 8. 結 論

車両運動を詳細に解析するためには非線形な多自由度運動方程式を用いる必要がある。しかしながら非線形構造のため見通しの良い結果が得られにくい。そのため簡易的な低次元モデルによる解析が未だに行われている。多自由度非線形モデルは数値計算による時系列解析が主体的となり車両開発の後期に実車試験の代替手法としての活用が主体となる。このため本研究では車両開発の初期段階から詳細な線形解析を実施できる環境を構築する目的で非線形多自由度運動方程式を線形化し本質的に非線形多自由度運動方程式と同様な挙動を示す線形モデルを提示した。これにより平面運動と上下運動を一元的に扱うことが可能になった。

次にこの線形モデルを用いて車両の様々な設計パラメータ違いによる車両挙動を根軌跡、周波数応答、モード解析などの線形解析手法の事例を示し車両開発の初期段階から詳しい性能解析を実施する事例を示した。モード解析においては運動方程式の線形化から得られるシステムの状態空間表現をそのまま用いて固有値、固有ベクトルからモード解析が実施できることを示し、従来困難だったフルビークルモデルの平面運動と上下運動の連成関係を示すことができた。

もう一つの非線形要素であるタイヤ特性に関しては、タイヤスリップ角による偏微分を行い等価コーナリングパワーの概念に基づいた解析ができる環境を提示した。さらに研究の過程でタイヤ緩和長の考察も加え線形モデル解析の補強材料の提供を行った。

車両運動の解析に当たり平面運動と上下運動の連成運動として減衰力違いでの操舵時のロールフィードの定量化研究を行った。操舵の本質はヨー挙動を発生させることであるが、付随してロール挙動が発生する。ロールフィードは一般ユーザーが車両の安定感を感じる重要な要素であり様々な先行研究がなされている。本研究では介護現場の筋負担解析などで実績のある筋骨格数理モデルを走行中の車両解析に初めて応用し、車両の減衰力特性違いで操舵時の首回りの筋負担の違いが解析から得られた。これにより物理値によるロールフィードの定量化の道筋をつけることができたと考えている。

最後に平面運動と上下運動の連成運動解析として減衰力違いでヨーとロールの挙動に与える影響の理論的解析を行った。操舵時と路面外乱時のヨーとロール挙動に関し減衰力違いの場合、操舵時のヨーは減衰力違いによる挙動に大きな変化はないが、ロール挙動には大きな違いが出る。一方で路面外乱時には減衰力違いでヨー、ロールともに大きな影響を受ける。本研究で実施した線形化の結果を応用し極一ゼロ解析により上記の違いを説明できることがわかった。

以上本研究で明らかになったことを以下にまとめる。

(1) ばね上6自由度、ばね下系、操舵系を含む多自由度非線形運動方程式を線形化することでサスペンションのばね特性、減衰特性を明示的に考慮可能な状態空間モデルを導出し車両の平面運動と上下運動を統一的に取り扱うことが可能となった。その結果車両設計の初期段階からフルビークルモデルに対し操縦安定性、乗り心地性の車両運動解析を固有値解析、周波数応答、極一ゼロ解析など線形解析手法を用いて詳細に検討できるようになった。

(2) モーションキャプチャシステムを実走行中の自動車に用いることで、運転時のドライバーの筋骨格数理モデルを構築することができた。これを用いて自動車のサスペンション減衰違いによる車両特性 (Sport モード / Comfort モード) 差でのドライバーの首回りの筋負担解析を行った結果から、運転操作としては Sport モードのほうが体を一定の姿勢に保ちやすく運転しやすいことが確認できた。これは従来から行われている駆動トルクの時間軸データの変化を用いて、自動車のロールフィードの官能評価と物理値を定量的に関連付けすることが出来たと考える。また、運転しやすい車両には適正なロール姿勢があることも推察される。

(3) 上下運動と平面運動を統一的に扱うことが多自由度運動方程式の線形化の大きな目的であった。解析事例として減衰特性違いの際のロールとヨーの挙動解析を行った。操舵入力に対するヨー応答はサスペンション減衰の変化に対して大きく変わらないことが示された一方で路面外乱に対してはサスペンション減衰の違いによりヨー応答が大きく変わることがわかった。この違いは根軌跡の極とゼロとの関係から理論的に示す事ができた。車両特性を変更する手段としてサスペンション減衰の可変機構は手軽で広く用いられており、操舵時のロールフィードと路面外乱によるヨー応答の最適化を両立する手段として有効であることが示唆された。

計算機の処理能力はこれからも向上し計算コストは今後も低下し続けると予想できる。本研究で提案した多自由度非線形運動方程式の線形化手法と線形解析手法および筋骨格数理モデルを用いたロー



ルフィールの定量化手法は単独での使用はもとよりシミュレーションでの両者の連成計算が可能となると考えられる。これにより実車を用いた走行試験を行う前にシミュレーション計算のみで車両モデルと筋骨格数理モデルで筋負担を計算し定量評価をすることで最適ロールフィールを実現する車両諸元の予測計算が可能になる。あるいは最適ロールフィールを実現するサスペンション等による最適ロール姿勢制御則の検討等も考えられる。これらの事前シミュレーション結果を利用し実車試験による筋骨格数理モデルを用いた解析・評価へ展開し開発行為を効率化する MBD 開発への発展が期待できる。またさらには、シャーシ領域の統合制御技術を検討していく上ではタイヤの 3 方向力を最適に制御していく必要があり、制御則構築のためには線形の状態方程式表現が必要となる。本研究で得られた状態方程式表現は入力行列を適当に選ぶことによりタイヤの 3 方向力を取り込むことが可能であるため、直ちに協調制御の検討が可能な表現形式となっている。

これらの数理情報工学的アプローチの動機付けに基づき今後も継続研究していく予定である。

## 作成プログラム

### 1) 多自由度非線形方程式 (緩和長有り)

```
Remove["Global`*"]

r1={{1,0,0},{0,Cos[phi[t]],Sin[phi[t]]},{0,-Sin[phi[t]],Cos[phi[t]}};
r2={{Cos[the[t]],0,-Sin[the[t]]},{0,1,0},{Sin[the[t]],0,Cos[the[t]}};
r3={{Cos[psi[t]],Sin[psi[t]],0},{-Sin[psi[t]],Cos[psi[t]],0},{0,0,1}};
r1i={{1,0,0},{0,Cos[phi[t]],-Sin[phi[t]]},{0,Sin[phi[t]],Cos[phi[t]}};
r2i={{Cos[the[t]],0,Sin[the[t]]},{0,1,0},{-Sin[the[t]],0,Cos[the[t]}};
r3i={{Cos[psi[t]],-Sin[psi[t]],0},{Sin[psi[t]],Cos[psi[t]],0},{0,0,1}};
rt2b=r1.r2;
rb2t=r2i.r1i;
rb2g=r3i.(r2i.r1i);
(* rd2t={{Cos[delta],[-Sin[delta],0},{Sin[delta],Cos[delta],0},{0,0,1}}; *)

tend=5.00;
tstep=0.01;

(***** Parameters *****)
g=9.80665*1;
gdummy=9.80665;

(* To give dummy road slope *)
angleslope=-5.7/180*Pi*0;
rslope={{Cos[angleslope],0,Sin[angleslope]},{0,1,0},{-Sin[angleslope],0,Cos[angleslope]}};

gx=Part[rslope.{0,0,g},1];
gy=Part[rslope.{0,0,g},2];
gz=Part[rslope.{0,0,g},3];

Fz0fradj = 1e-9;
Fz0fladj = 1e-9;
Fz0rladj = 1e-9;
Fz0rradj = 1e-9;

t0=3.0;
alpha= 0.0175*0.55*4*1*UnitStep[t-t0]*0;
(*
alpha= 0.0175*0.55*4*Ramp[t-t0]/(tend-t0)*1;
*)

deltafr=1/10000000*1+delta[t];
deltafl=1/10000000*1+delta[t];
```

Z0base=0.02\*UnitStep[t-t0]\*1;

Z0fr=Z0base;

Z0fl=Z0base;

Z0rl=Z0base;

Z0rr=Z0base;

Iztire=1.0;

u0=100.0/3.6;

(\*\*\*\*\* end of Parameters \*\*\*\*\*)

Fz0nomfr=(lnom/(lfnom+lnom)\*(m+4\*m1))/2\*gdummy;

Fz0nomfl=(lnom/(lfnom+lnom)\*(m+4\*m1))/2\*gdummy;

Fz0nomrl=(lfnom/(lfnom+lnom)\*(m+4\*m1))/2\*gdummy;

Fz0nomrr=(lfnom/(lfnom+lnom)\*(m+4\*m1))/2\*gdummy;

ut=Part[rb2t. {u[t],v[t],w[t]},1];

vt=Part[rb2t. {u[t],v[t],w[t]},2];

wt=Part[rb2t. {u[t],v[t],w[t]},3];

pt=Part[rb2t. {p[t],q[t],r[t]},1];

qt=Part[rb2t. {p[t],q[t],r[t]},2];

rt=Part[rb2t. {p[t],q[t],r[t]},3];

w2fr=Part[ {u[t],v[t],w[t]}+Cross[ {p[t],q[t],r[t]}, { lf, -tf,0} ],3];

w2fl=Part[ {u[t],v[t],w[t]}+Cross[ {p[t],q[t],r[t]}, { lf, tf,0} ],3];

w2rl=Part[ {u[t],v[t],w[t]}+Cross[ {p[t],q[t],r[t]}, {-lr, tr,0} ],3];

w2rr=Part[ {u[t],v[t],w[t]}+Cross[ {p[t],q[t],r[t]}, {-lr,-tr,0} ],3];

u1frt=Part[ {ut,vt,wt}+Cross[ {pt,qt,rt}, { lf, -tf, -h1f} ],1];

u1flt=Part[ {ut,vt,wt}+Cross[ {pt,qt,rt}, { lf, tf, -h1f} ],1];

u1rlt=Part[ {ut,vt,wt}+Cross[ {pt,qt,rt}, {-lr, tr, -h1r} ],1];

u1rrt=Part[ {ut,vt,wt}+Cross[ {pt,qt,rt}, {-lr,-tr, -h1r} ],1];

v1frr=Part[ {ut,vt,wt}+Cross[ {pt,qt,rt}, { lf, -tf, -h1f} ],2];

v1flr=Part[ {ut,vt,wt}+Cross[ {pt,qt,rt}, { lf, tf, -h1f} ],2];

v1rlr=Part[ {ut,vt,wt}+Cross[ {pt,qt,rt}, {-lr, tr, -h1r} ],2];

v1rrr=Part[ {ut,vt,wt}+Cross[ {pt,qt,rt}, {-lr,-tr, -h1r} ],2];

w1fr=Part[rt2b. {u1frr,v1frr,z1frr'[t]},3];

w1fl=Part[rt2b. {u1flr,v1flr,z1flr'[t]},3];

w1rl=Part[rt2b. {u1rlr,v1rlr,z1rlr'[t]},3];

w1rr=Part[rt2b. {u1rrr,v1rrr,z1rrr'[t]},3];

u0frr=Part[ {ut,vt,wt}+Cross[ {pt,qt,rt}, { lf, -tf, -h0f} ],1];

u0flr=Part[ {ut,vt,wt}+Cross[ {pt,qt,rt}, { lf, tf, -h0f} ],1];

u0rlr=Part[ {ut,vt,wt}+Cross[ {pt,qt,rt}, {-lr, tr, -h0r} ],1];

u0rrt=Part[{ut,vt,wt}+Cross[{pt,qt,rt},{-lr,-tr,-h0r}],1];

v0frt=Part[{ut,vt,wt}+Cross[{pt,qt,rt},{lf,-tf,-h0f}],2];

v0flt=Part[{ut,vt,wt}+Cross[{pt,qt,rt},{lf,tf,-h0f}],2];

v0rlt=Part[{ut,vt,wt}+Cross[{pt,qt,rt},{-lr,tr,-h0r}],2];

v0rrt=Part[{ut,vt,wt}+Cross[{pt,qt,rt},{-lr,-tr,-h0r}],2];

(\* in case of accounting ignoring drag and delta compensation \*)

betafr=v0frt/u0frt-deltafr;

betafl=v0flt/u0flt-deltafl;

betarl=v0rlt/u0rlt;

betarr=v0rrt/u0rrt;

(\* road contact force \*)

Fz0frt=-Kt(z1frt[t]-Z0fr)

Fz0flt=-Kt(z1flt[t]-Z0fl)

Fz0rlt=-Kt(z1rlt[t]-Z0rl)

Fz0rrt=-Kt(z1rrt[t]-Z0rr)

Fzfrt=-Kt(z1frt[t]-Z0fr)-m1\*gz;

Fzflt=-Kt(z1flt[t]-Z0fl)-m1\*gz;

Fzrlt=-Kt(z1rlt[t]-Z0rl)-m1\*gz;

Fzrrt=-Kt(z1rrt[t]-Z0rr)-m1\*gz;

(\*\*\*\*\* Fpy \*\*\*\*\*)

dfz=(Fz0-Fz0nom)/Fz0nom;

Shy=(PHY1+PHY2\*dfz)+PHY3\*gamma;

Svy=Fz0\*(PVY1+PVY2\*dfz)+(PVY3+PVY4\*dfz)\*gamma;

betat=beta+Shy;

Cy=PCY1;

Dy=(PDY1+PDY2\*dfz)\*((1-PDY3\*gamma^2)\*Fz0);

BCDy=PKY1\*Fz0nom\*Sin[2\*ArcTan[Fz0/(PKY2\*Fz0nom)]]\*(1-PKY3\*Abs[gamma]);

By=BCDy/(Cy\*Dy);

Ey=(PEY1+PEY2\*dfz)\*(1-(PEY3+PEY4\*gamma)\*Sign[beta]);

(\* Fpy[beta\_,gamma\_,Fz0\_,Fz0nom\_] = Dy\*Sin[Cy\*ArcTan[betat\*By-Ey\*(betat\*By-ArcTan[betat\*By])]]+Svy;\*)

Fpy[beta\_,gamma\_,Fz0\_,Fz0nom\_,PCY1\_,PKY1\_]=Dy\*Sin[Cy\*ArcTan[betat\*By-Ey\*(betat\*By-ArcTan[betat\*By])]]+Svy;

(\*\*\*\*\* Fcy \*\*\*\*\*)

dfz=(Fz0-Fz0nom)/Fz0nom;

Shys=RHY1+RHY2\*dfz;

Svys=Dvys\*Sin[RVY5\*ArcTan[RVY6\*sst]]

betat=beta+Shy;

sst=sx+Shys;

```

Dy=(PDY1+PDY2*dfz)*((1-PDY3*gamma^2)*Fz0);
Cys=RCY1;
Dvys=Dy*(RVY1+RVY2*dfz+RVY3*gamma)*Cos[ArcTan[RVY4*betat]]
Bys=RBY1*Cos[ArcTan[RBY2*(betat-RBY3)]];
Eys=REY1+REY2*dfz

Gysn=Cos[Cys*ArcTan[Bys*sst-Eys*(Bys*sst-ArcTan[Bys*sst])]];
Gysd=Cos[Cys*ArcTan[Bys*Shys-Eys*(Bys*Shys-ArcTan[Bys*Shys])]];
Gys=Gysn/Gysd;
Fcy[beta_,sx_,gamma_,Fz0_,Fz0nom_,PCY1_,PKY1_]=Fpy[beta,gamma,Fz0,Fz0nom,PCY1,PKY1]*Gys+Sv
ys;

(***** dFcy *****)
dFcy[beta_,sx_,gamma_,Fz0_,Fz0nom_,PCY1_,PKY1_]=D[Fcy[beta,sx,gamma,Fz0,Fz0nom,PCY1,PKY1],bet
a];

(***** Fpx *****)
dfz=(Fz0-Fz0nom)/Fz0nom;
Shx=(PHX1+PHX2*dfz);
Svx=Fz0*(PVX1+PVX2*dfz)
sxt=sx+Shx;

Cx=PCX1;
Dx=(PDX1+PDX2*dfz)*((1-PDX3*gamma^2)*Fz0);
BCDx=Fz0*(PKX1+PKX2*dfz)*Exp[PKX3*dfz];
Bx=BCDx/(Cx*Dx);
Ex=(PEX1+PEX2*dfz+PEX3*dfz^2)*(1-PEX4*Sign[sxt]);
Fpx[sx_,gamma_,Fz0_,Fz0nom_]=Dx*Sin[Cx*ArcTan[sxt*Bx-Ex*(sxt*Bx-ArcTan[sxt*Bx])]]+Svx;

(***** Fcx *****)
dfz=(Fz0-Fz0nom)/Fz0nom;
Shxb=RHX1;
betas=beta+Shxb;

Cxb=RCX1;
Bxb=RBX1*Cos[ArcTan[RBX2*sxt]];
Exb=REX1+REX2*dfz

Gxnb=Cos[Cxb*ArcTan[Bxb*betas-Exb*(Bxb*betas-ArcTan[Bxb*betas])]];
Gxbd=Cos[Cxb*ArcTan[Bxb*Shxb-Exb*(Bxb*Shxb-ArcTan[Bxb*Shxb])]];
Gxb=Gxnb/Gxbd;
Fcx[beta_,sx_,gamma_,Fz0_,Fz0nom_]=Fpx[sx,gamma,Fz0,Fz0nom]*Gxb;

(*****Relaxation Length *****)
SigmaA[Fz0_,Fz0nom_,gamma_]=PTY1*Sin[2*ArcTan[Fz0/(PTY2*Fz0nom)]]*(1-
PKY3*Abs[gamma])*R0tire;
(*
dataSigma=Table[{Fz0,SigmaAT[Fz0]},{Fz0,100,7000,100}]
g41=ListLinePlot[dataSigma,PlotRange->All,GridLines->Automatic,Frame->True]

```

\*)

(\*\*\*\*\*Calculate Tire Dynamics \*\*\*\*\*)

Retire[R0\_,Fz0\_,Fz0nom\_,Kt\_]=R0-  
Fz0nom/Kt\*(DREFF\*ArcTan[BREFF\*Fz0/Fz0nom]+FREFF\*Fz0/Fz0nom);

(\* \*)

RLtirefr=R0tire+(z1 frt[t]-Z0fr);  
RLtirefl=R0tire+(z1 flt[t]-Z0fl);  
RLtirerl=R0tire+(z1 rlt[t]-Z0rl);  
RLtirerr=R0tire+(z1 rrt[t]-Z0rr);

Retirefr=Retire[R0tire,Fz0frt,Fz0nomfr,Kt];  
Retirefl=Retire[R0tire,Fz0flt,Fz0nomfl,Kt];  
Retirerl=Retire[R0tire,Fz0rlt,Fz0nomrl,Kt];  
Retirerr=Retire[R0tire,Fz0rrt,Fz0nomrr,Kt];

omg0=u0/R0tire;

Rdelta[deltat\_]={{Cos[deltat],Sin[deltat],0},{-Sin[deltat],Cos[deltat],0},{0,0,1}};  
u0frd=Part[Rdelta[deltafr].{u0frt,v0frt,0},1];  
u0fld=Part[Rdelta[deltafl].{u0flt,v0flt,0},1];  
u0rld=Part[Rdelta[0.0].{u0rlt,v0rlt,0},1];  
u0rrd=Part[Rdelta[0.0].{u0rrt,v0rrt,0},1];

Fy[beta\_,sx\_,Fz0\_]=Fcy[beta,sx,gamma,Fz0,Fz0nom,PCY1Front,PKY1Front]/.Sign[beta\_]->1.0;  
Fx[beta\_,sx\_,Fz0\_]=Fcx[beta,sx,gamma,Fz0,Fz0nom];  
dFy[beta\_,sx\_,Fz0\_]=dFcy[beta,sx,gamma,Fz0,Fz0nom,PCY1Front,PKY1Front]/.Sign'[beta\_]->0.0;

(\*

<< Param\_MFtire\_KIT\_P7\_Math.m

\*)

<< Param\_MFtire\_55000\_Math.m

FyT[beta\_,sx\_,Fz0\_]=Fy[beta,sx,Fz0]/.Tparam;  
FxT[beta\_,sx\_,Fz0\_]=Fx[beta,sx,Fz0]/.Tparam;  
SigmaAT[Fz0\_]=SigmaA[Fz0,Fz0nom,gamma]/.Tparam;

(\*

Cpfr = dFcy[betafr,0,0,Fz0frt+eps,Fz0nomfr,PCY1Front,PKY1Front]/.Sign'[beta\_]->0.0;  
Cpfl = dFcy[betafl,0,0,Fz0flt+eps,Fz0nomfl,PCY1Front,PKY1Front]/.Sign'[beta\_]->0.0;  
Cprl = dFcy[betarl,0,0,Fz0rlt+eps,Fz0nomrl,PCY1Rear,PKY1Rear]/.Sign'[beta\_]->0.0;  
Cpr = dFcy[betarr,0,0,Fz0rrt+eps,Fz0nomrr,PCY1Rear,PKY1Rear]/.Sign'[beta\_]->0.0;

\*)

eps=0.000000001;  
Fyfrd = FyT[betafr,0,0,Fz0frt+eps];

```

Fyfld = FyT[betafl,0.0,Fz0flt+eps];
Fyrl = FyT[betarl,0.0,Fz0rlt+eps];
Fyrr = FyT[betarr,0.0,Fz0rrt+eps];

(*)
Cpfr = 55000.0;
Cpfl = 55000.0;
Cprl = 60000.0;
Cprr = 60000.0;
Fyfrd = Cpfr*betafr;
Fyfld = Cpfl*betafl;
Fyrl = Cprl*betarl;
Fyrr = Cprr*betarr;
*)
Fxfrd=0.0;
Fxfld=0.0;
Fxrld=0.0;
Fxrld=0.0;

(* Taking into account Relaxation Length *)
lamdafrX=0.1;
lamdaflX=0.1;
lamdarlX=0.1;
lamdarrX=0.1;
eqFxfrr=FxfrrRX'[t] == u0/lamdafrX*(-FxfrrRX[t] + Fxfrd);
eqFxfll=FxfllRX'[t] == u0/lamdaflX*(-FxfllRX[t] + Fxfld);
eqFxrll=FxrllRX'[t] == u0/lamdarlX*(-FxrllRX[t] + Fxrld);
eqFxrrr=FxrrrRX'[t] == u0/lamdarrX*(-FxrrrRX[t] + Fxrld);

eqFyfr=FyfrRX'[t] == u0/lamdafr*(-FyfrRX[t] + Fyfrd);
eqFyfl=FyflRX'[t] == u0/lamdafl*(-FyflRX[t] + Fyfld);
eqFyrl=FyrlRX'[t] == u0/lamdarl*(-FyrlRX[t] + Fyrl);
eqFyrr=FyrrRX'[t] == u0/lamdarr*(-FyrrRX[t] + Fyrrd);

(* compensate delta angle *)
Fxfrr = FxfrrRX[t]*Cos[deltafr]-FyfrRX[t]*Sin[deltafr];
Fxfll = FxfllRX[t]*Cos[deltafl]-FyflRX[t]*Sin[deltafl];
Fxrll = FxrllRX[t];
Fxrll = FxrllRX[t];

Fyfr = FxfrrRX[t]*Sin[deltafr]+FyfrRX[t]*Cos[deltafr];
Fyfl = FxfllRX[t]*Sin[deltafl]+FyflRX[t]*Cos[deltafl];
Fyrl = FyrlRX[t];
Fyrr = FyrrRX[t];

Fz1fr=-K2f(Zfr[t]-Z1fr[t])-C2f(w2fr-w1fr);
Fz1fl=-K2f(Zfl[t]-Z1fl[t])-C2f(w2fl-w1fl);
Fz1rl=-K2r(Zrl[t]-Z1rl[t])-C2r(w2rl-w1rl);

```

$$Fz1rr = -K2r(Zrr[t] - Z1rr[t]) - C2r(w2rr - w1rr);$$

(\* \*\*\*\*\* Apply Yella Logic \*\*\*\*\* \*)

$$Fx0ttl = Fxfrt + Fxflt + Fxrlt + Fxrtr;$$

$$Fy0ttl = Fyftr + Fyflt + Fyrlt + Fyrrt;$$

$$Fx1frm = Fxftr - Fx0ttl * m1 / (m + 4 * m1);$$

$$Fx1flm = Fxflt - Fx0ttl * m1 / (m + 4 * m1);$$

$$Fx1rlm = Fxrlt - Fx0ttl * m1 / (m + 4 * m1);$$

$$Fx1rrm = Fxrtr - Fx0ttl * m1 / (m + 4 * m1);$$

$$Fy1frm = Fyftr - Fy0ttl * m1 / (m + 4 * m1);$$

$$Fy1flm = Fyflt - Fy0ttl * m1 / (m + 4 * m1);$$

$$Fy1rlm = Fyrlt - Fy0ttl * m1 / (m + 4 * m1);$$

$$Fy1rrm = Fyrrt - Fy0ttl * m1 / (m + 4 * m1);$$

$$Fz1frm = (Fz1fr - Fx1frm * \cos[\phi[t]] * \sin[\theta[t]] + Fy1frm * \sin[\phi[t]]) / (\cos[\phi[t]] * \cos[\theta[t]]);$$

$$Fz1flm = (Fz1fl - Fx1flm * \cos[\phi[t]] * \sin[\theta[t]] + Fy1flm * \sin[\phi[t]]) / (\cos[\phi[t]] * \cos[\theta[t]]);$$

$$Fz1rlm = (Fz1rl - Fx1rlm * \cos[\phi[t]] * \sin[\theta[t]] + Fy1rlm * \sin[\phi[t]]) / (\cos[\phi[t]] * \cos[\theta[t]]);$$

$$Fz1rrm = (Fz1rr - Fx1rrm * \cos[\phi[t]] * \sin[\theta[t]] + Fy1rrm * \sin[\phi[t]]) / (\cos[\phi[t]] * \cos[\theta[t]]);$$

$$Fx1fr = \text{Part}[rt2b, \{Fx1frm, Fy1frm, Fz1frm\}, 1];$$

$$Fx1fl = \text{Part}[rt2b, \{Fx1flm, Fy1flm, Fz1flm\}, 1];$$

$$Fx1rl = \text{Part}[rt2b, \{Fx1rlm, Fy1rlm, Fz1rlm\}, 1];$$

$$Fx1rr = \text{Part}[rt2b, \{Fx1rrm, Fy1rrm, Fz1rrm\}, 1];$$

$$Fy1fr = \text{Part}[rt2b, \{Fx1frm, Fy1frm, Fz1frm\}, 2];$$

$$Fy1fl = \text{Part}[rt2b, \{Fx1flm, Fy1flm, Fz1flm\}, 2];$$

$$Fy1rl = \text{Part}[rt2b, \{Fx1rlm, Fy1rlm, Fz1rlm\}, 2];$$

$$Fy1rr = \text{Part}[rt2b, \{Fx1rrm, Fy1rrm, Fz1rrm\}, 2];$$

$$Fzg = m * \text{Part}[rt2b, \{gx, gy, gz\}, 1];$$

$$Fyg = m * \text{Part}[rt2b, \{gx, gy, gz\}, 2];$$

$$Fzg = m * \text{Part}[rt2b, \{gx, gy, gz\}, 3];$$

$$Mx0frm = Fyftr * R0tire;$$

$$Mx0flm = Fyflt * R0tire;$$

$$Mx0rlm = Fyrlt * R0tire;$$

$$Mx0rrm = Fyrrt * R0tire;$$

$$My0frm = -Fxftr * R0tire;$$

$$My0flm = -Fxflt * R0tire;$$

$$My0rlm = -Fxrlt * R0tire;$$

$$My0rrm = -Fxrtr * R0tire;$$

$$Mx0ttl = Mx0frm + Mx0flm + Mx0rlm + Mx0rrm;$$

$$My0ttl = My0frm + My0flm + My0rlm + My0rrm;$$

$$Mx0ttl = \text{Part}[rt2b, \{Mx0ttl, My0ttl, 0\}, 1];$$



My0ttl=Part[rt2b. {Mx0ttlm,My0ttlm,0},2];  
Mz0ttl=Part[rt2b. {Mx0ttlm,My0ttlm,0},3];

Mxg= Fyg\*(h1f+h1r)/2;  
Myg= -Fxg\*(h1f+h1r)/2;  
(\* sign fixed 2017.01.11 \*)

Fx=(Fx1fr+Fx1fl+Fx1rl+Fx1rr-Fxg)\*1;  
Fy=(Fy1fr+Fy1fl+Fy1rl+Fy1rr-Fyg)\*1;  
Fz=(Fz1fr+Fz1fl+Fz1rl+Fz1rr-Fzg)\*1;  
Mx=( -Fz1fr tf + Fz1fl tf + Fz1rl tr - Fz1rr tr + 1\*(h1f Fy1fr + h1f Fy1fl + h1r Fy1rl + h1r Fy1rr)+Mx0ttl\*1+Mxg\*1 )\*1;  
My=( -Fz1fr lf - Fz1fl lf + Fz1rl lr + Fz1rr lr - 1\*(h1f Fx1fr + h1f Fx1fl + h1r Fx1rl + h1r Fx1rr)+My0ttl\*1+Myg\*1 )\*1;  
Mz=( +Fy1fr lf + Fy1fl lf - Fy1rl lr - Fy1rr lr)\*1+ 1\*(tf Fx1fr - tf Fx1fl - tr Fx1rl + tr Fx1rr)\*1+Mz0ttl\*1 )\*1 ;

(\* \*\*\*\*\* End of Yella Logic \*\*\*\*\* \*)  
(\* edited 2016.10.16 \*)

eqdelta=delta"[t]-(Ks\*alpha-(Fyfrt+Fyflt)\*ksi-Cs\*delta'[t]-Ks\*delta[t])/Is==0;

eqs2fr=z1 frt"[t]-(-Fz1 frm+Fzfrt)/m1==0;  
eqs2fl=z1 flt"[t]-(-Fz1 flm+Fzflt)/m1==0;  
eqs2rl=z1 rlt"[t]-(-Fz1 rlm+Fzrlt)/m1==0;  
eqs2rr=z1 rrt"[t]-(-Fz1 rrm+Fzrrt)/m1==0;

eqZfr= Zfr'[t]-w2fr==0;  
eqZfl= Zfl'[t]-w2fl==0;  
eqZrl= Zrl'[t]-w2rl==0;  
eqZrr= Zrr'[t]-w2rr==0;

eqZ1fr=Z1 fr'[t]-w1 fr==0;  
eqZ1fl=Z1 fl'[t]-w1 fl==0;  
eqZ1rl=Z1 rl'[t]-w1 rl==0;  
eqZ1rr=Z1 rr'[t]-w1 rr==0;

Cdrag=5.0\*0;  
eqx=m(u'[t]+q[t] w[t]-v[t] r[t])==Fx-Cdrag\*u[t]^2;  
eqy=m(v'[t]+u[t] r[t]-p[t] w[t])==Fy;  
eqz=m(w'[t]+p[t] v[t]-u[t] q[t])==Fz;

eqmx=p[t] Ix-r'[t] Jxz+q[t] r[t](Iz-Iy)-p[t] q[t] Jxz==Mx;  
eqmy=q[t] Iy+p[t] r[t] (Ix-Iz)+(p[t]^2-r[t]^2)Jxz==My;  
eqmz=r'[t] Iz-p[t] Jxz+p[t] q[t](Iy-Ix)+q[t] r[t] Jxz==Mz;

eqphi=phi'[t]==p[t]+q[t] Tan[the[t]]Sin[phi[t]]+r[t] Tan[the[t]]Cos[phi[t]]



```

g11=ListLinePlot[ts11,PlotRange->All,GridLines->Automatic,Frame->True,PlotLabels-
>{"Fxfrd","Fxfld","Fxrld","Fxrrd"}]
g12=ListLinePlot[ts12,PlotRange->All,GridLines->Automatic,Frame->True,PlotLabels-
>{"RLtirefr","RLtirefl","RLtierre","RLtirerr"}]
g13=ListLinePlot[ts13,PlotRange->All,GridLines->Automatic,Frame->True,PlotLabels-
>{"utfr","utfl","utrl","utrr"}]
g14=ListLinePlot[ts14,PlotRange->All,GridLines->Automatic,Frame->True,PlotLabels-
>{"u0frd","u0fld","u0rld","u0rrd"}]

```

```

bbb=Transpose[Catenate[Table[{u[t],v[t],w[t],p[t],q[t],r[t],phi[t],the[t],psi[t],z1 frt[t],z1 flt[t],z1 rlt[t],z1 rrt[t],F
z0frt,Fz0flt,Fz0rlt,Fz0rrt,Fzfrt,Fzflt,Fzrlt,Fzrrt,betafr,betafl,betarl,betarr,Fyfrt,Fyflt,Fyrlt,Fyrrt,Fxfrt,Fxflt,Fxrl
t,Fxrrt,X[t],Y[t],Z[t],FyfrRX[t],FyflRX[t],FyrlRX[t],FyrrRX[t],FxfrrRX[t],FxfllRX[t],FxrllRX[t],FxrllRX[t],delt
a[t]}/.sol,{t,0,tend,tstep}]/.AMatrixParam/.Tparam]];

```

```

aaa=Transpose[Join[{ttt}, bbb]] // TableForm

```

```

(*
Export["out_jt.csv", aaa]
Export["out_z0.csv", aaa]
*)

```

## 2) 多自由度非線形方程式の線形化 (緩和長無し)

```
Remove["Global`*"]
r1={{1,0,0},{0,Cos[phi],Sin[phi]},{0,-Sin[phi],Cos[phi]}};
r2={{Cos[the],0,-Sin[the]},{0,1,0},{Sin[the],0,Cos[the]}};
r3={{Cos[psi],Sin[psi],0},{-Sin[psi],Cos[psi],0},{0,0,1}};
r1i={{1,0,0},{0,Cos[phi],-Sin[phi]},{0,Sin[phi],Cos[phi]}};
r2i={{Cos[the],0,Sin[the]},{0,1,0},{-Sin[the],0,Cos[the]}};
rt2b=r1.r2;
rb2t=r2i.r1i;
```

(\* g=0; \*)

```
ut=Part[rb2t.{u,v,w},1];
vt=Part[rb2t.{u,v,w},2];
wt=Part[rb2t.{u,v,w},3];
```

```
pt=Part[rb2t.{p,q,r},1];
qt=Part[rb2t.{p,q,r},2];
rt=Part[rb2t.{p,q,r},3];
```

```
w2fr=Part[{u,v,w}+Cross[{p,q,r},{lf,-tf,0}],3];
w2fl=Part[{u,v,w}+Cross[{p,q,r},{lf,tf,0}],3];
w2rl=Part[{u,v,w}+Cross[{p,q,r},{-lr,tr,0}],3];
w2rr=Part[{u,v,w}+Cross[{p,q,r},{-lr,-tr,0}],3];
```

```
u1frt=Part[{ut,vt,wt}+Cross[{pt,qt,rt},{lf,-tf,-h1f}],1];
u1flt=Part[{ut,vt,wt}+Cross[{pt,qt,rt},{lf,tf,-h1f}],1];
u1rlt=Part[{ut,vt,wt}+Cross[{pt,qt,rt},{-lr,tr,-h1r}],1];
u1rrt=Part[{ut,vt,wt}+Cross[{pt,qt,rt},{-lr,-tr,-h1r}],1];
```

```
v1frt=Part[{ut,vt,wt}+Cross[{pt,qt,rt},{lf,-tf,-h1f}],2];
v1flt=Part[{ut,vt,wt}+Cross[{pt,qt,rt},{lf,tf,-h1f}],2];
v1rlt=Part[{ut,vt,wt}+Cross[{pt,qt,rt},{-lr,tr,-h1r}],2];
v1rrt=Part[{ut,vt,wt}+Cross[{pt,qt,rt},{-lr,-tr,-h1r}],2];
```

(\*

```
y1frt=z1frt;
dy1frt=dz1frt=y2frt;
dy2frt=ddz1frt;
```

```
w1fr=Part[rt2b.{u1frt,v1frt,dz1frt},3];
w1fl=Part[rt2b.{u1flt,v1flt,dz1flt},3];
w1rl=Part[rt2b.{u1rlt,v1rlt,dz1rlt},3];
w1rr=Part[rt2b.{u1rrt,v1rrt,dz1rrt},3];
```

\*)

```
dy1frt=y2frt;
```

dy1flt=y2flt;  
dy1rlt=y2rlt;  
dy1rrt=y2rrt;

w1fr=Part[rt2b.{u1frt,v1frt,y2frt},3];  
w1fl=Part[rt2b.{u1flt,v1flt,y2flt},3];  
w1rl=Part[rt2b.{u1rlt,v1rlt,y2rlt},3];  
w1rr=Part[rt2b.{u1rrt,v1rrt,y2rrt},3];

u0frt=Part[{ut,vt,wt}+Cross[{pt,qt,rt},{lf,-tf,-h0f}],1];  
u0flt=Part[{ut,vt,wt}+Cross[{pt,qt,rt},{lf,tf,-h0f}],1];  
u0rlt=Part[{ut,vt,wt}+Cross[{pt,qt,rt},{-lr,tr,-h0r}],1];  
u0rrt=Part[{ut,vt,wt}+Cross[{pt,qt,rt},{-lr,-tr,-h0r}],1];

v0frt=Part[{ut,vt,wt}+Cross[{pt,qt,rt},{lf,-tf,-h0f}],2];  
v0flt=Part[{ut,vt,wt}+Cross[{pt,qt,rt},{lf,tf,-h0f}],2];  
v0rlt=Part[{ut,vt,wt}+Cross[{pt,qt,rt},{-lr,tr,-h0r}],2];  
v0rrt=Part[{ut,vt,wt}+Cross[{pt,qt,rt},{-lr,-tr,-h0r}],2];

(\* in case of accounting ignoring drag and delta compensation \*)

betafr=v0frt/u0frt;  
betafl=v0flt/u0flt;  
betaarl=v0rlt/u0rlt;  
betarr=v0rrt/u0rrt;

(\* road contact force \*)

(\* y1frt=z1frt; \*)

(\*

Fz0frt=-Kt(y1frt-Z0fr)

Fz0flt=-Kt(y1flt-Z0fl)

Fz0rlt=-Kt(y1rlt-Z0rl)

Fz0rrt=-Kt(y1rrt-Z0rr)

Fzfrt=-Kt(z1frt-Z0fr)-m1 g;

Fzflt=-Kt(z1flt-Z0fl)-m1 g;

Fzrlt=-Kt(z1rlt-Z0rl)-m1 g;

Fzrrt=-Kt(z1rrt-Z0rr)-m1 g;

\*)

Fzfrt=-Kt(y1frt-Z0fr)-m1 g;

Fzflt=-Kt(y1flt-Z0fl)-m1 g;

Fzrlt=-Kt(y1rlt-Z0rl)-m1 g;

Fzrrt=-Kt(y1rrt-Z0rr)-m1 g;

```

(***** Fpy *****)
(*
dfz=(Fz0-Fz0nom)/Fz0nom;
Shy=(PHY1+PHY2*dfz)+PHY3*gamma;
Svy=Fz0*(PVY1+PVY2*dfz)+(PVY3+PVY4*dfz)*gamma;
betat=beta+Shy;

Cy=PCY1;
Dy=(PDY1+PDY2*dfz)*((1-PDY3*gamma^2)*Fz0);
BCDy=PKY1*Fz0nom*Sin[2*ArcTan[Fz0/(PKY2*Fz0nom)]]*(1-PKY3*Abs[gamma]);
By=BCDy/(Cy*Dy);
Ey=(PEY1+PEY2*dfz)*(1-(PEY3+PEY4*gamma)*Sign[beta]);
Fpy[beta_,gamma_,Fz0_,Fz0nom_] = Dy*Sin[Cy*ArcTan[betat*By-Ey*(betat*By-ArcTan[betat*By])]]+Svy;

eps=0.00000001;
Fyfrd = Fpy[betafr,0,Fz0frt+eps,Fz0nomfr];
Fyfld = Fpy[betafl,0,Fz0flt+eps,Fz0nomfl];
Fyrld = Fpy[betarl,0,Fz0rlt+eps,Fz0nomrl];
Fyrrd = Fpy[betarr,0,Fz0rrt+eps,Fz0nomrr];
*)

deltafr=d1;
deltafl=d1;

Fyfrd = -Cpfr*(betafr-deltafr);
Fyfld = -Cpfl*(betafl-deltafl);
Fyrld = -Cprl*betarl;
Fyrrd = -Cpr*betarr;

Fxfrd=0;
Fxfld=0;
Fxrld=0;
Fxrrd=0;

(* compensate delta angle *)

Fxfrt = Fxfrd*Cos[deltafr]-Fyfrd*Sin[deltafr];
Fxflt = Fxfld*Cos[deltafl]-Fyfld*Sin[deltafl];
Fxrft = Fxrld;
Fxrrt = Fxrrd;

Fyfrt = Fxfrd*Sin[deltafr]+Fyfrd*Cos[deltafr];
Fyflt = Fxfld*Sin[deltafl]+Fyfld*Cos[deltafl];
Fyrft = Fyrld;
Fyrrt = Fyrrd;

(*
Fxfrt = Fxfrd;
Fxflt = Fxfld;

```

Fxrlt = Fxrld;  
Fxrrt = Fxrdd;

Fyfrt = Fyfrd;  
Fyflt = Fyfld;  
Fyrlt = Fyrlld;  
Fyrrt = Fyrrdd;  
\*)

(\*  
Fz1fr=-K2f(Zfr-Z1fr)-C2f(w2fr-w1fr);  
Fz1fl=-K2f(Zfl-Z1fl)-C2f(w2fl-w1fl);  
Fz1rl=-K2r(Zrl-Z1rl)-C2r(w2rl-w1rl);  
Fz1rr=-K2r(Zrr-Z1rr)-C2r(w2rr-w1rr);  
\*)  
Fz1fr=-K2f\*ZRfr-C2f\*dZRfr;  
Fz1fl=-K2f\*ZRfl-C2f\*dZRfl;  
Fz1rl=-K2r\*ZRrl-C2r\*dZRrl;  
Fz1rr=-K2r\*ZRrr-C2r\*dZRrr;

(\* \*\*\*\*\* Apply Yella Logic \*\*\*\*\* \*)

Fx0ttl=Fxfrt+Fxflt+Fxrlt+Fxrdd;  
Fy0ttl=Fyfrt+Fyflt+Fyrlt+Fyrrd;

Fx1frm=Fxfrt-Fx0ttl\*m1/(m+4\*m1);  
Fx1flm=Fxflt-Fx0ttl\*m1/(m+4\*m1);  
Fx1rlm=Fxrlt-Fx0ttl\*m1/(m+4\*m1);  
Fx1rrm=Fxrdd-Fx0ttl\*m1/(m+4\*m1);

Fy1frm=Fyfrt-Fy0ttl\*m1/(m+4\*m1);  
Fy1flm=Fyflt-Fy0ttl\*m1/(m+4\*m1);  
Fy1rlm=Fyrlt-Fy0ttl\*m1/(m+4\*m1);  
Fy1rrm=Fyrrd-Fy0ttl\*m1/(m+4\*m1);

Fz1frm=(Fz1fr - Fx1frm\*cos[phi]\*sin[the] + Fy1frm\*sin[phi])/(cos[phi]\*cos[the]);  
Fz1flm=(Fz1fl - Fx1flm\*cos[phi]\*sin[the] + Fy1flm\*sin[phi])/(cos[phi]\*cos[the]);  
Fz1rlm=(Fz1rl - Fx1rlm\*cos[phi]\*sin[the] + Fy1rlm\*sin[phi])/(cos[phi]\*cos[the]);  
Fz1rrm=(Fz1rr - Fx1rrm\*cos[phi]\*sin[the] + Fy1rrm\*sin[phi])/(cos[phi]\*cos[the]);

Fx1fr=Part[rt2b. {Fx1frm,Fy1frm,Fz1frm},1];  
Fx1fl=Part[rt2b. {Fx1flm,Fy1flm,Fz1flm},1];  
Fx1rl=Part[rt2b. {Fx1rlm,Fy1rlm,Fz1rlm},1];  
Fx1rr=Part[rt2b. {Fx1rrm,Fy1rrm,Fz1rrm},1];

Fy1fr=Part[rt2b. {Fx1frm,Fy1frm,Fz1frm},2];  
Fy1fl=Part[rt2b. {Fx1flm,Fy1flm,Fz1flm},2];  
Fy1rl=Part[rt2b. {Fx1rlm,Fy1rlm,Fz1rlm},2];  
Fy1rr=Part[rt2b. {Fx1rrm,Fy1rrm,Fz1rrm},2];

Fxg=Part[rt2b.{0,0,m g},1];  
 Fyg=Part[rt2b.{0,0,m g},2];  
 Fzg=Part[rt2b.{0,0,m g},3];

Mx0frm=Fyfrt\*R0tire;  
 Mx0flm=Fyflt\*R0tire;  
 Mx0rlm=Fyrlt\*R0tire;  
 Mx0rrm=Fyrrt\*R0tire;

My0frm=-Fxfrt\*R0tire;  
 My0flm=-Fxflt\*R0tire;  
 My0rlm=-Fxrft\*R0tire;  
 My0rrm=-Fxrrt\*R0tire;

Mx0ttl=Mx0frm+Mx0flm+Mx0rlm+Mx0rrm;  
 My0ttl=My0frm+My0flm+My0rlm+My0rrm;

Mx0ttl=Part[rt2b.{Mx0ttl,My0ttl,0},1];  
 My0ttl=Part[rt2b.{Mx0ttl,My0ttl,0},2];  
 Mz0ttl=Part[rt2b.{Mx0ttl,My0ttl,0},3];

Mxg= Fyg\*(h1f+h1r)/2;  
 Myg= -Fxg\*(h1f+h1r)/2;  
 (\* sign fixed 2017.01.11 \*)

Fx=Fx1fr+Fx1fl+Fx1rl+Fx1rr-Fxg;  
 Fy=Fy1fr+Fy1fl+Fy1rl+Fy1rr-Fyg;  
 Fz=Fz1fr+Fz1fl+Fz1rl+Fz1rr-Fzg;  
 Mx=( -Fz1fr tf + Fz1fl tf + Fz1rl tr - Fz1rr tr + (h1f Fy1fr + h1f Fy1fl + h1r Fy1rl + h1r Fy1rr)+Mx0ttl+Mxg );  
 My=( -Fz1fr lf - Fz1fl lf + Fz1rl lr + Fz1rr lr - (h1f Fx1fr + h1f Fx1fl + h1r Fx1rl + h1r Fx1rr)+My0ttl+Myg );  
 Mz=( (+Fy1fr lf + Fy1fl lf - Fy1rl lr - Fy1rr lr)+ (tf Fx1fr - tf Fx1fl - tr Fx1rl + tr Fx1rr)+Mz0ttl );

(\* \*\*\*\*\* End of Yella Logic \*\*\*\*\* \*)  
 (\* edited 2016.10.16 \*)

(\* dy2frt=ddz1frt; \*)  
 (\*  
 ddz1frt=(-Fz1frm+Fzfrt)/m1;  
 ddz1flt=(-Fz1flm+Fzflt)/m1;  
 ddz1rlt=(-Fz1rlm+Fzrlt)/m1;  
 ddz1rrt=(-Fz1rrm+Fzrrt)/m1;  
 \*)  
 dy2frt=(-Fz1frm+Fzfrt)/m1;  
 dy2flt=(-Fz1flm+Fzflt)/m1;  
 dy2rlt=(-Fz1rlm+Fzrlt)/m1;  
 dy2rrt=(-Fz1rrm+Fzrrt)/m1;

ksi=0; (\* ksi =  $\xi$  \*)  
 dd1=d2;  
 dd2=(-Ks\*d1-Cs\*d2)/Is+Ks/Is\*alpha-(Fyfrt+Fyflt)\*ksi/Is;





```
(*Export["jacobM0L23.tsv",jacobM0L] *)
```

```
BB1=D[ff2[u_,v_,w_,p_,q_,r_,phi_,the_,psi_,ZRfr_,ZRfl_,ZRrl_,ZRrr_,y1frt_,y1flt_,y1rlt_,y1rrt_,y2frt_,y2flt_,y2rlt_,y2rrt_,d1_,d2_],{{alpha}}]
```

```
BB1M=BB1//MatrixForm
```

```
(* Export["BB1.pdf", BB1M, "PDF"]*)
```

```
(* Export["BB1.m", BB1M, "Text"] *)
```

```
BB2=D[ff2[u_,v_,w_,p_,q_,r_,phi_,the_,psi_,ZRfr_,ZRfl_,ZRrl_,ZRrr_,y1frt_,y1flt_,y1rlt_,y1rrt_,y2frt_,y2flt_,y2rlt_,y2rrt_,d1_,d2_],{{Z0fr,Z0fl,Z0rl,Z0rr}}]
```

```
BB2M=BB2//MatrixForm
```

```
(* Export["BB2.pdf", BB2M, "PDF"]*)
```

```
(* Export["BB2.m", BB2M, "Text"] *)
```

```
BB12=D[ff2[u_,v_,w_,p_,q_,r_,phi_,the_,psi_,ZRfr_,ZRfl_,ZRrl_,ZRrr_,y1frt_,y1flt_,y1rlt_,y1rrt_,y2frt_,y2flt_,y2rlt_,y2rrt_,d1_,d2_],{{alpha,Z0fr,Z0fl,Z0rl,Z0rr}}]
```

```
BB12M=BB12//MatrixForm
```

```
(* Export["BB12.pdf", BB12M, "PDF"]*)
```

```
(* Export["BB12.m", BB12M, "Text"] *)
```

### 3) タイヤパラメータ (Cp=55000)

Tparam={PCX1->1.3178,  
PDX1->1.0455,  
PDX2->0.063954,  
PDX3->0,  
PEX1->0.15798,  
PEX2->0.41141,  
PEX3->0.1487\*0.25,  
PEX4->3.0004\*0.13755,  
PKX1->23.181,  
PKX2->-0.037391,  
PKX3->0.80348,  
PHX1->0,  
PHX2->0,  
PVX1->0,  
PVX2->0,

RBX1->13.276,  
RBX2->-13.778,  
RCX1->1.0,  
REX1->0,  
REX2->0,  
RHX1->0,

PCY1Front->1.2676\*1.2,  
PCY1Rear->1.2676\*1.1,  
PDY1->0.90031,  
PDY2->-0.16748,  
PDY3->-0.43989,  
PEY1->-0.3442,  
PEY2->-0.10763,  
PEY3->0.11513,  
PEY4->-6.9663,  
PKY1Front->-24.558\*0.975,  
PKY1Rear->-38.968\*0.946,  
PKY2->3.2658,  
PKY3->-0.0054467,  
PHY1->0,  
PHY2->0,  
PHY3->0,  
PVY1->0,  
PVY2->0,  
PVY3->0,  
PVY4->0,

RBY1->7.1433,  
RBY2->9.1916,  
RBY3->-0.027856,

RCY1->1.0,  
REY1->0,  
REY2->0,  
RHY1->0,  
RHY2->0,  
RVY1->0,  
RVY2->0,  
RVY3->0,  
RVY4->0,  
RVY5->0,  
RVY6->0,

BREFF -> 0,  
DREFF -> 0,  
FREFF -> 0,

PTY1-> 2.1439,  
PTY2-> 1.9829,

Fz0nom->4750.0,  
gamma->0.0};

#### 4) 車両パラメータ

AMatrixParam={

(\*

u0->50.0,

g->9.80665,

\*)

m->1250.0,

m1->30.0,

Ix->680.0,

Iy->1920.0,

(\*

Iz->2300.0,

\*)

Jxz->-18.0,

h0f->0.48,

h0r->0.48,

h1f->0.16,

h1r->0.16,

Cpfl->55000.0,

Cpfr->55000.0,

Cprl->60000.0,

Cpr-r->60000.0,

lf->1.0183,

lr->1.5617,

tf->0.765,

tr->0.75,

Iz->2581.41,

(\*Iz=Izt+4\*Iztire+2\*m1\*(lf\*lf+tf\*tf)+2\*m1\*(lr\*lr+tr\*tr);\*)

K2f->50000.0,

K2r->22500,

C2f->3600.0\*1.0,

C2r->3600.0\*1.0,

Is->0.05,

Cs->4.0,

Ks->126.633,

```
ksi->0.0,  
Kf->98000,  
SteerRatio->1.0,
```

```
R0tire->0.32,
```

```
Kt->265000.0,
```

```
lfnom->1.04,
```

```
lrnom->1.54,
```

```
lamdafr->0.3*1.0,
```

```
lamdafl->0.3*1.0,
```

```
lamdarl->0.3*1.0,
```

```
lamdarr->0.3*1.0
```

```
};
```

## 文 献

- 1) 自動車検査登録情報協会：最新の自動車保有台数調査,(2017)  
<https://www.airia.or.jp/publish/statistics/number.html>.
- 2) ㈱クロス・マーケティング：自動車に関する実態調査,(2017) [https://www.cross-m.co.jp/\\_file/ja/article/1331/pdf/](https://www.cross-m.co.jp/_file/ja/article/1331/pdf/).
- 3) 樋口実, 種子田和宏, 芝端康二, 皆川正明, ばね上挙動が車両運動性能に与える影響 (第1報) - 動的なロール挙動と操舵応答特性-, 自動車技術論文集, Vol.33, No.4, (2002), pp.121-126
- 4) 酒井英樹, 穂積仁, 杉山瑞穂, ロール特性が車両運動に及ぼす影響, 自動車技術前刷集, No.125-05, (2005), pp.13-18
- 5) 皆川正明, 車体のロールを考慮に入れた3自由度車両モデルのコンセプト, 自動車技術論文集, Vol.39, No.4, (2007), pp.17-22
- 6) 藤岡健彦, 山本真規, 自動車の断面一輪モデルとその特性, 自動車技術前刷集 20105075, No.91-10, (2010), pp.19-24,
- 7) 山本真規, 藤岡健彦：車両パラメータのロール・平面連成運動への影響およびパラメータ間の相互関係, 自動車技術前刷集 20155142, No.31-15S, (2015), pp.753-758,
- 8) Abe, M., A Theoretical Analysis on Vehicle Cornering Behaviors in Acceleration and in Braking, *Vehicle System Dynamics*, 15:sup1, (1986), pp.1-14
- 9) 芝端康二, 島田和彦, 泊辰弘, ヨーモーメント制御による車両運動性能の向上について, 自動車技術, Vol.47, (1993), No.12, pp.54-60
- 10) 亘理厚：機械振動, (1996), pp.95-97, pp.117-124, 丸善
- 11) 金井喜美雄, フライトコントロール, (1985), pp.37-47, 槇書店
- 12) 加藤寛一郎, 大屋昭男, 柄沢研治, 航空機力学入門, (1982), pp.1-14, 東京大学出版会
- 13) 安部正人, 大沢洋, 自動車の運動性能向上技術, (1998), pp.25, 朝倉出版
- 14) CarSim, [https://www.carsim.com/products/supporting/vehiclesim/vs\\_commands.php](https://www.carsim.com/products/supporting/vehiclesim/vs_commands.php)
- 15) 株式会社ブリヂストン編, 自動車用タイヤの基礎と実際, (2008), pp.141, 東京電機大学出版局
- 16) 三瓶満司, 厳密な線形化とそのけん引車両の軌道制御への応用, 計測と制御, Vol.31, No.8, (1992), pp.851-858
- 17) 三瓶満司, 状態方程式の厳密な線形化 <http://www.sl.sc.e.titech.ac.jp/SCHPPUBLIC/lecture/statelin.pdf>
- 18) Pacejka, H., B., *Tyre and Vehicle Dynamics Third Edition*, (2012), Butterworth-Heinemann
- 19) 安部正人, 自動車の運動と制御[第2版,] (2012), pp.117-121, 東京電機大学出版局,
- 20) 酒井英樹, ロール運動が操舵過渡応答に及ぼす影響, 自動車技術前刷集, No.20185366, (2018), pp.1-6
- 21) 高橋俊道, 過渡的な鉛直荷重変動を考慮したタイヤコーナリング特性のモデル化に関する研究, 機械学会論文集 (C編), Vol.74, No.745, (2008-9), pp.2221-2228
- 22) Karnopp, D., Crosby, M. J., Harwood, R. A.: Vibration control using semi-active force generators, *Journal of Engineering for Industry, ASME J. Eng.*, Vol.96, No.2, (1974), pp.619-626,
- 23) 山本泰 他, 視覚・動揺感受性に基づく操舵過渡応答性能の向上 (第2報), 自動車技術前刷集, No.20065025, (2006), pp.5-9
- 24) 古平 貴大 他, 視覚・動揺感受性に基づく操舵過渡応答性能の向上 (第3報), 自動車技術前刷集, No.20065692, (2006), pp.1-4
- 25) 田尾光規 他, 意のままの走りを実現する車両運動特性に関する研究, 自動車技術前刷集, No.20175156, (2017), pp.850-855
- 26) 吉岡透 他, G-Vectoring 制御による人が感じる車両運動性能向上効果に関する分析, 自動車技術前刷集, No.20165250, (2016), pp.1321-1326
- 27) 岡本裕司, 筋電位測定による自動車の乗り心地評価, 東京大学生産技術研究所 生産研究, (2010), Vol.62, No.3, pp.267-270
- 28) Kaito Watanabe, Using a Musculoskeletal Mathematical Model to Analyze Fatigue of the Muscles in the Lower Limbs during Different Motions, *TSME ICoME*, (2016)
- 29) 尾林史章, ドライバーの挙動の計測と運転に対する集中力の評価指標の提案, 電子情報通信学会技術研究報告, 110 巻, 150 号, (2010), pp.37-42
- 30) Zajac, F.E.: Muscle and tendon: properties, models, scaling, and application to biomechanics and motor control. In: Bourne, J.R. (Ed.), *CRC Critical Reviews in Biomedical Engineering*, Vol. 19. CRC Press, Boca Raton, (1989), pp.359-411.

- 
- <sup>31)</sup> A.V. Hill: The heat of shortening and the dynamic constants of muscle. Proc. Roy. Soc., vol.126, (1938),pp.136-195
- <sup>32)</sup> Delp S., Loan P., Hoy M., Zajac F. E., Fisher S., Rosen J.:An interactive graphics-based model of the lower extremity to study orthopaedic surgical procedures, IEEE Trans. on Biomedical Engineering, 3 (8) , (1990), pp.757-767
- <sup>33)</sup> Delp, S.L., Loan, J.P.:A computational framework for simulating and analyzing human and animal movement, IEEE Computing in Science and Engineering. vol. 2,(2000), pp. 46-55
- <sup>34)</sup> Crowninshield, R. D. ,Brand, R. A.:A physiologically based criterion of muscle force prediction in locomotion. Journal of Biomechanics vol.14,(1981), pp.793-801
- <sup>35)</sup> Kaufman, K.R., An, K.N., Litchy, W.J., Chao, E.Y.S.: Physiological prediction of muscle forces- II. Application to isokinetic exercise. Neuroscience vol.40,(1991), pp.793-804
- <sup>36)</sup> Frank C. Anderson, Marcus G. Pandy : Static and dynamic optimization solutions for gait are practically equivalent, Journal of Biomechanics 34(2001), pp.153-161
- <sup>37)</sup> 坂井建雄, プロメテウス 解剖学アトラス解剖学総論／運動器系 第2版,(2011),pp.236-399, 医学書院
- <sup>38)</sup> 和田直己, 「走る」ーチーター (Acinonyx jubatus) の高速走行ー, 哺乳類学会 2011 年度大会シンポジウム記録, 52(1),(2012), pp.95-101
- <sup>39)</sup> 佐々木和郎, 肩凝りの定義およびメカニズム, 全日本鍼灸学会雑誌, 44 卷 4 号, (1994)
- <sup>40)</sup> 永井正夫, アクティブサスの制御と制御理論, 計測自動制御学会, Vol.32, No.4,(1993), pp.290-295



---

## 謝辞

大学院博士後期課程在学の3年間は所属研究室の見坐地一人教授，機械工学科の景山一郎教授に終始厳しくも温かく研究指導，アドバイスをいただいた。論文をまとめる際には角田和彦教授からも助言をいただき当初結果の羅列に過ぎなかったものをどうにか論文の体裁にまとめ上げることができた。研究を進めるに当たり非線形運動方程式の構築では部下の水口祐一郎君，Yella Sandeep 君の力を借りた。筋骨格数理モデルの構築では部下の鈴木達朗君，新木亮汰君，元見坐地研大学院生の渡辺開人君に車両の準備，計測，データのまとめをしてもらった。所属研究室の学部生，大学院生には有形無形の支援をしてもらった。社会人大学院生として日本大学の学生になることに対し（株）ショーワ 元開発本部長の平田肇氏には多大なご理解をいただいた。改めて皆様に深く御礼申し上げます。

最後に妻智香子は私を側面から支え，子どもたちは私を励ましてくれた。改めて感謝します。