論文の内容の要旨

氏名：杉　田　和　優

博士の専攻分野の名称：博士（理学）

論文題名：Multiple-brane Solutions and Singular Gauge Transformations in Open String Field Theory（開弦の場の理論における多重ブレーン解と特異なゲージ変換）

1. 導入

素粒子をよく記述する理論である標準模型には重力が含まれていない．また，重力の古典論である一般相対論を量子化して得られる理論には，消去できない発散が存在する．これは素粒子を点として扱うことに起因する発散である．このため，素粒子を点ではなく，1次元の拡がりを持った弦であると考える弦理論は，重力の量子論の候補である．しかし，弦理論は現在，結合定数に関する摂動論的な展開に基づいた定式化しか確立されていない．そこで，弦理論の非摂動論的な定式化を目指す試みの一つとして，弦の場の理論が提案されている．本論文は，開弦の場の理論における運動方程式の解析的な古典解の構成を目的とする論文である．

2. ボソン的 cubic 型開弦の場の理論

この章では，ボソン的 cubic 型開弦の場の理論に関して概説する．弦の場の理論は，弦のあらゆる状態の重ね合わせとして定義される弦場 Ψ を力学変数として記述される．まずはじめに，この理論の無限小ゲージ変換の下で不変な作用を構成する．この作用から導かれる運動方程式は以下となる：

$$Q\Psi + \Psi^2 = 0. \tag{1}$$

ここで，Q は BRST 演算子である．この運動方程式は弦場 Ψ について非線形なため，厳密解を求めることは一般に困難である．そこで，形式的に必ず運動方程式を満たす，pure ゲージ型解と呼ばれる解を考える．pure ゲージ型解とは，自明な解 $\Psi = 0$ に対して，有限なゲージ変換

$$0 \xrightarrow{U} U^{-1}(Q+0)U = U^{-1}QU, \tag{2}$$

を施して得られる解である．ここで，弦場 U はゲージパラメータである．自明な真空 $\Psi = 0$ は，開弦の端が貼り付くことのできる，D25 ブレーンという高次元の膜状の物体が，1枚存在する状態を記述する．正則なゲージ変換は状態を変えないため，pure ゲージ型解 $U^{-1}QU$ は自明な真空と等価である．しかし，ゲージ変換が特異性を持つ場合には，pure ゲージ型解は自明な真空とは異なる解を記述することになる．

ここで，扱う弦場として，解の構成に適した特別な弦場のみを考えることにする．その弦場は K，B，c と表され，積と BRST 演算子 Q の演算の下で閉じる．弦場 K，B，c を用いて，pure ゲージ型に書くことのできる解として，タキオン真空解が存在する．この解は，不安定な D25 ブレーンが存在する状態からより安定な状態への遷移である，タキオン凝縮という現象の結果として得られる解であり，D25 ブレーンが存在しない状態を記述する．タキオン凝縮やタキオン真空解の解析は非摂動論的な取り扱いを必要とするため，弦の場の理論を用いた解析が本質的に重要となる．タキオン真空解は以下のゲージパラメータ U_1 を用いて，pure ゲージ型に書けることが知られている：

$$U_1 = Bc + cB\frac{-K}{1-K}. \tag{3}$$

タキオン真空解は非自明な解であるため，この解を pure ゲージ型に書く際に用いられるゲージパラメータ U_1 によるゲージ変換は，特異なゲージ変換であるといえる．

また，U_1 によるゲージ変換の逆変換も特異なゲージ変換である．$U_1 Q {U_1}^{-1}$ と表される解は，D25 ブレーン2枚分のエネルギーを持った励起を表すダブルブレーン解となることが知られており，Murata と Schnabl によって最初に構成された．しかし，このダブルブレーン解には特異性を持つ弦場 $1/K$ が含まれており，K_ϵ 正則化と呼ばれる操作を解に対して行わなければならない．また，この正則化の後には，強い意味での運動方程式が成り立つかどうか，つまり，解自身と運動方程式の内積をとって0になるかどうかを確認する必要がある．

多重ブレーン解として，Murata と Schnabl が構成したものとは別に，Erler と Maccaferri によって構成された解（EM 解）が存在する．EM 解は開弦の端の境界条件を変える演算子を用いて構成されており，この演算子によって境界条件を変えられた，境界のある共形場理論によって記述される真空を表す．

3. 特異なゲージ変換と EM 解

この章では，Murata と Schnabl による多重ブレーン解の構成方法と，EM 解 Ψ_{EM} を合わせた新たな多重ブレーン解 $\Psi_{\mathrm{EM}+1}$ を構成する．その解は，${U_1}^{-1}$ をパラメータとする特異なゲージ変換により以下のように表される：

$$\Psi_{\mathrm{EM}} \xrightarrow{{U_1}^{-1}} \Psi_{\mathrm{EM}+1} \coloneqq U_1(Q+\Psi_{\mathrm{EM}}){U_1}^{-1}. \tag{4}$$

この解には，ダブルブレーン解と同様に，特異性をもった弦場 $1/K$ が含まれているため，正則化が必要である．また，強い意味での運動方程式が成り立つことも確認できる．

${U_1}^{-1}$ による特異なゲージ変換は，タキオン真空解 ${U_1}^{-1}QU_1$ とダブルブレーン解 $U_1Q{U_1}^{-1}$ の関係より，解のエネルギーを D25 ブレーン 1 枚分増やすことが予想される．実際，解 $\Psi_{\mathrm{EM}+1}$ のエネルギーは EM 解 Ψ_{EM} のエネルギーより D25 ブレーン 1 枚分増えていることを確認した．また，この特異なゲージ変換が D25 ブレーンを 1 枚増やすことの傍証を得るために，EM 解 Ψ_{EM} として D24 ブレーンを表す解に選び，特異なゲージ変換によって得られる解 $\Psi_{\mathrm{EM}+1}$ のタキオン場の配位を計算した．ただし，このような EM 解を構成する際には，境界条件を変更する演算子として，Neumann 境界条件と Dirichlet 境界条件を変換する演算子を用いることになる．この結果，EM 解の記述する D24 ブレーンに加えて，ゲージ変換に起因する D25 ブレーンが存在していることが確かめられた．

4. Modified cubic 型超開弦の場の理論

この章では，２章で議論した理論を超弦に拡張した，modified cubic 型超開弦の場の理論について概説する．この理論の作用は，ボソン的 cubic 型開弦の場の理論の作用と形が同じである．そのため，これらの理論では，ゲージ対称性や運動方程式も同じ形をしている．両者の相違点は，modified cubic 型超開弦の場の理論は picture 変更演算子を用いて構成されている点である．

この理論の運動方程式の解として知られているもののなかに，タキオン真空解とハーフブレーン解がある．タキオン真空解は pure ゲージ型に書くと，ボソン的開弦の場の理論と同じ式で与えられることが知られており，そのエネルギーは D9 ブレーン 0 枚分のエネルギーとなる．ハーフブレーン解は，解が持つ物理的意味が明らかではないが，超弦の場の理論に特有の弦場 G を用いており，興味深い解である．このハーフブレーン解は D9 ブレーンの半分のエネルギーを持つ．またハーフブレーン解も以下のゲージパラメータ $U_{1/2}$ を用いて，pure ゲージ型解として ${U_{1/2}}^{-1}QU_{1/2}$ と書ける：

$$U_{1/2} = Bc + cB\frac{-G}{1-G}. \tag{5}$$

5. 多重ハーフブレーン解

この章では，modified cubic 型超開弦の場の理論の運動方程式の新たな解として，多重ハーフブレーン解を構成する．まず，タキオン真空解とゲージ等価な pure ゲージ型解 $\Psi_{0/2}$ を，$U_{1/2}$ をパラメータとするゲージ変換によって構成する：

$${U_{1/2}}^{-2}Q{U_{1/2}}^2 \eqqcolon \Psi_{0/2} \xleftarrow{{U_{1/2}}^2} 0. \tag{6}$$

つぎに，この解 $\Psi_{0/2}$ に対して，${U_{1/2}}^{-1}$ をパラメータとするゲージ変換を 3 回施した解を考える:

$$\Psi_{0/2} \xrightarrow{({U_{1/2}}^{-1})^3} \Psi_{3/2} \coloneqq U_{1/2}Q{U_{1/2}}^{-1}. \tag{7}$$

この解には特異性をもつ弦場 $1/G$ が現れる．この特異な弦場 $1/G$ に対して，新たに G_ϵ 正則化と呼ぶ正則化を導入し，強い意味での運動方程式が成り立つことを確認した．ハーフブレーン解のエネルギーから，この解 $\Psi_{3/2}$ は D9 ブレーンの 3/2 枚分のエネルギーを持つことが予想できるが，実際に，このことを確かめることができた．

6. Berkovits による超開弦の場の理論

この章では，超開弦の場の理論のなかで，Berkovits によって構成された，picture 変更演算子を使用しない理論について概説する．この理論の作用は上記の 2 つの理論とは形が異なっている．また，弦場が属する空間も異なっている．作用に関しては，Wess–Zumino–Witten 模型と呼ばれる 2 次元共形場理論の作用において，空間座標に関する微分 $(\partial_z, \partial_{\bar{z}})$ を弦の場の理論における微分 (Q, η_0) に置き換えることで，この理論の作用と同じ形となる．ただし，η_0 は η ゴーストのゼロモードであり，BRST 演算子 Q と共に弦の場の理論における微分と解釈できる．したがって，弦場 g に対して，運動方程式は

$$\eta_0(g^{-1}Qg) = 0, \tag{8}$$

であり，ゲージ変換は

$$g \xrightarrow{(\Omega,\Lambda)} g' \coloneqq \Omega g \Lambda, \quad (Q\Omega = 0,\ \eta_0\Lambda = 0), \tag{9}$$

となる．ここで，ゲージパラメータの組みを (Ω, Λ) と書いた．

この理論において，タキオン真空解 g_0 は Erler によって構成された．また，${g_0}^{-1}Qg_0$ は cubic 型開弦の場の理論における，タキオン真空解 ${U_1}^{-1}QU_1$ と一致する．このタキオン真空解のエネルギーを作用より計算すると，D9 ブレーン 0 枚のエネルギーとなることが確かめられる．また，タキオン真空解は弦場 K，B，c，γ^{-1} を使用するゲージパラメータ Ω_1：

$$\Omega_1 \coloneqq Q\left((1 + qc\gamma^{-1})\frac{B}{K}\right), \quad (q \in \mathbb{C}), \tag{10}$$

と上記の U_1 を用いて，形式的に pure ゲージ型解に書くことができる：

$$\Omega_1 U_1 = g_0 \xleftarrow{(\Omega_1, U_1)} 1. \tag{11}$$

7. Berkovits による超開弦の場の理論におけるダブルブレーン解

この章では，前章のタキオン真空解 g_0 に対して，$(1, {U_1}^{-1})$ をゲージパラメータとするゲージ変換を 2 回施すことによって得られる解 g_2：

$$g_0 \xrightarrow{(1,{U_1}^{-1})^2} g_2 \coloneqq g_0 {U_1}^{-2}, \tag{12}$$

について議論する．${g_2}^{-1}Qg_2$ は，cubic 型開弦の場の理論における，ダブルブレーン解 $U_1 Q {U_1}^{-1}$ と一致すると考えられる．しかし，この解 g_2 の，作用から計算されるエネルギーは数値的にも評価が困難となるため，ブレーンの枚数に結びつく，gauge invariant observable (GIO) と呼ばれる量を計算することにする．この解 g_2 に対する GIO を計算すると，ダブルブレーン解の場合に期待される値となることが確かめられた．

8. まとめと今後の課題

本論文では，特異なゲージ変換を用いて以下の 3 つの多重ブレーン解を構成した．第一に，ボソン的 cubic 型開弦の場の理論における，EM 解に D25 ブレーンが重ねられた解，第二に，modified cubic 型超開弦の場の理論における，多重ハーフブレーン解，そして第三に，Berkovits による超開弦の場の理論における，ダブルブレーン解である．今後の課題は，上記の解は物理的には不安定であるため，安定な多重ブレーン解を構成することである．また，関連して，D ブレーンの持つチャージを計算することも挙げられる．