

論文審査の結果の要旨

氏名：鈴木 隆 史

博士の専攻分野の名称：博士（理学）

論文題名：剛性を持つ粒子のツイスター形式

審査委員：（主査） 教授 出口 真 一

（副査） 教授 二瓶 武 史 短期大学部教授 山田 賢 治

元教授 仲 滋 文

我々が知るすべての物質は原子から構成され、原子は原子核とそれを取り巻く電子から成る。電子は基本粒子であるが、原子核は陽子と中性子から成る複合粒子であり、さらに陽子と中性子はクォークという基本粒子3個から成る複合粒子である。1個のクォークと1個の反クォーク（クォークの反粒子）から構成される粒子は広く中間子と呼ばれるが、そのような粒子に対する力学的模型として1970年代初頭に南部と後藤により弦模型が定式化された。南部-後藤の弦模型は散乱振幅の双対性を導くという興味深い性質を持つが、一方でクォークと反クォークの間に働く力の特徴である漸近的自由性を再現することが出来ない。このような状況において、1986年にPolyakovは、南部-後藤の作用積分に弦が描く世界面の外曲率から成る項を加え、新たな弦模型を提唱した。この模型においては、実際に漸近的自由性を導くことが出来る。外曲率項の付加は、弦に剛性を持たせることを意味するため、Polyakovの弦模型は剛性を持つ弦模型とも呼ばれる。

Polyakovが剛性を持つ弦模型を提唱した直後に、Pisarskiはこれを粒子の場合に簡略化した「剛性を持つ粒子模型」を考察し、この模型も漸近的自由性を導くことを示した。剛性を持つ粒子模型の作用積分は、粒子が描く世界線の長さに世界線の曲率から成る項を加えて定義される。剛性を持つ粒子模型は、作用積分に含まれる質量パラメーターがゼロの無質量粒子模型と、ゼロではない有質量粒子模型に分類される。1980年代末から1990年代初頭にかけて、Plyushchayはこれらの模型を研究し、無質量粒子模型は整数スピンの粒子と半整数スピンの粒子を記述し、有質量粒子模型は整数スピンの粒子のみを記述することを示した。しかし、近年この結論に異を唱える研究もある。このような背景のもと、本論文の提出者は無質量粒子模型と有質量粒子模型の作用積分をツイスターと呼ばれる複素ベクトルを用いて書き直し、それを基に模型の古典および量子力学的性質を考察している。その中で、粒子のスピン量子数が取り得る値を再考すると共に、ツイスター理論で知られる技法を適用して4次元時空における任意の階数のスピナー場とそれが満たす場の方程式を導いている。

本論文は、全6章から構成されている。それらの概要と評価は以下の通りである。

第1章では、学位論文の序論として、剛性を持つ粒子模型が提唱されるに至る歴史的背景に加え、剛性を持つ粒子模型の作用積分とそれに基づく従来の研究内容が紹介されている。また、これらを前提として、次のような本論文で扱う課題が挙げられている。(1) 剛性を持つ粒子模型をツイスター変数で表現し、見通しの良い議論を展開する。(2) 得られたツイスター形式に基づいて、剛性を持つ粒子の正準形式を考察し正準量子化を実行する。(3) 量子化の結果を踏まえ、粒子のスピン量子数が取り得る値を求める。また、従来の研究で得られた結果と比較・検討する。(4) ツイスター理論の技法を用いて、剛性を持つ粒子のツイスター形式で得られる波動関数から4次元時空上のスピナー場を導き、それが場の方程式を満たすことを示す。以上に加えて、(5) 剛性を持つ粒子模型を変形することで、ローレンツ・ディラック方程式(放射反作用を受ける荷電粒子の運動方程式)を与える2種類のラグランジアンを構成する。

第2章は7節から成っており、剛性を持つ無質量粒子のツイスター形式の定式化に先立ち、ツイスターで書かれたスピンを持つ無質量粒子の作用積分(ゲージ化された白藤作用)とそれに基づく正準形式および正準量子化が論じられている。具体的には、量子化の過程において第1種拘束条件に基づく連立微分方程式が得られ、その解として運動量スピナーと時空座標で書かれた平面波解が導かれている。また同時に、スピン(ヘリシティ)量子数の取り得る値は整数と半整数の何れも許されることが示されている。提出者は、この平面波解の線形結合を取り、時空座標を複素座標に解析接続することで正振動数スピナー場を定義し、これがペンローズ変換の形に書けることを示している。これは、本論文で注目すべき点の1つである。また、負振動数場に対しても同様の考察を行っている。さらに提出者は、スピナー場の母関数を定義し、それを基にしてス

スピナー場の新たな表式を導いている。

第3章は7節から成っており、剛性を持つ無質量粒子のツイスター形式が定式化されている。提出者は先ず、剛性を持つ無質量粒子のラグランジアンと等価な1次形式のラグランジアンを与え、そこから得られる4つの代数的拘束条件をスピナー変数を用いることで矛盾無く解いている。この解を1次形式のラグランジアンに代入すると、スピナー変数に関して4次式のラグランジアンが求まるが、これは多少複雑な形をしているため、実際の扱いには不向きである。そこで提出者は、特殊な位相変換を施して4次式のラグランジアンをスピナー変数に関する2次式に書き直している。このような変換を見出したことは、提出者の工夫として見るべきものがある。結果として得られる2次式のラグランジアンは簡潔な形をしており、扱いも容易である。さらに提出者は、このラグランジアンから定まる作用積分をツイスターで表現し、それがゲージ化された白藤の作用積分に一致することを示している。第2章で示されたように、この作用積分で記述される粒子のスピン量子数は整数値または半整数値を取ることから、提出者は剛性を持つ無質量粒子モデルは整数スピンの粒子と半整数スピンの粒子を記述すると結論している。これは、Plyushchay が過去の研究で得た結論に一致している。

第4章は8節から成っており、剛性を持つ有質量粒子のツイスター形式が定式化されている。初めに提出者は、無質量粒子の場合と同様に、剛性を持つ有質量粒子のラグランジアンと等価な1次形式のラグランジアンを与えている。このラグランジアンは、無質量粒子の場合と異なり2つの代数的拘束条件を与えるが、それらは運動量スピナーを用いて矛盾無く解かれている。提出者はこの解を1次形式のラグランジアンに代入し、新たなスピナー変数を定義することで、スピナー変数に関して2次式のラグランジアンを導いている。さらに、これをツイスターで表現し、付随する条件式をラグランジアンに組み入れることで、2個のツイスターで書かれた $U(1) \times U(1)$ ゲージ対称性を持つ有質量粒子のラグランジアンを得ている。このように、有質量粒子のツイスター形式では2個のツイスターが必要になるが、このことは過去の関連する研究と整合している。ここで求められたラグランジアンは既知のものとは異なるため、提出者は適切なゲージ条件を課して、このラグランジアンに基づく正準形式と正準量子化を詳しく論じている。特に、パウリ・ルバンスキーベクターの解析から、粒子の質量はスピン量子数に依存して定まることが示されており、本研究で得られたツイスター形式は、従来の有質量粒子のツイスター形式には無い興味深い性質を有することがわかる。また提出者は、量子化の過程で導かれる波動関数(ツイスター関数)のペンローズ変換を行うことで4次元時空における任意の階数のスピナー場を導き、それが場の方程式(ディラック・フィールド・パウリ方程式)を満たすことを示している。ただし、ペンローズ変換における積分領域など明確にするべき事項が残されており、その点において提出者の今後の研究が望まれる。さらに提出者は、ツイスター関数に課される条件式を用いて、剛性を持つ有質量粒子モデルは整数スピンの粒子のみを記述することを証明している。これは Plyushchay が導いた結論に一致しており、Deriglazov と Nersessian の論文(2014年)にある「スピン 1/2 の粒子も記述する」という主張を否定するものである。

第5章は7節から成っており、剛性を持つ粒子モデルの研究で得られた知見に基づいて、ローレンツ・ディラック方程式を与えるラグランジアンが構成されている。ローレンツ・ディラック方程式は、放射反作用を受ける荷電粒子が従う古典力学的な方程式であり、1892年に Lorentz が導いた式を 1938年に Dirac が相対論的に再定式化したものである。この方程式を与えるラグランジアンを論じた文献はこれまでにもあるが、そこでは限られた状況のみを扱うなど、不満足な点も多い。これに対して提出者は、ローレンツ・ディラック方程式と剛性を持つ有質量粒子の運動方程式の共通点に着目し、剛性を持つ有質量粒子のラグランジアンを変形して外部電磁場との結合項を加えることにより、実際にローレンツ・ディラック方程式を与えるラグランジアンを2種類構成している。このような研究はこれまでに無く、本研究の成果の1つとして注目に値する。このようなラグランジアンが得られたことで、放射反作用を受ける荷電粒子の解析力学が考察できると共に、放射反作用の量子論に対する新たな手法がもたらされる可能性がある。

第6章は結論に充てられており、そこでは本論文で論じられた事柄と研究成果、そして今後の課題がまとめられている。特に提出者は、本論文で扱ってきたラグランジアンの幾つかを、オストログラドフスキーの定理の視点から再考察することを課題として挙げている。

以上のように提出者は、剛性を持つ粒子のツイスター形式を初めて定式化し、それを基にして粒子のスピン量子数の可能な値を導いた。また、ツイスター理論で知られる技法を用いて、従来の剛性を持つ粒子の研究では成されなかった4次元時空におけるスピナー場とそれが従う場の方程式の導出を行った。さらに、ローレンツ・ディラック方程式を与えるラグランジアンを構成し、放射反作用を受ける粒子の研究に新たな方向性を見出した。このような成果は、当該研究分野の発展に寄与するところが少なくない。

このことは、本論文の提出者が自立して研究活動を行い、又はその他の高度な専門的業務に従事するに必要な能力及びその基礎となる豊かな学識を有していることを示すものである。

よって本論文は、博士(理学)の学位を授与されるに値するものと認められる。

以 上

平成29年10月19日