

個別輸送システムにおける輻輳現象の
モデル化と解析に関する研究

平成29年1月

日本大学大学院理工学研究科博士後期課程
電気工学専攻

田 川

目次

第1章	序論	1
1.1	研究背景	1
1.1.1	新交通システム	2
1.1.2	個別輸送システム	3
1.2	研究目的	7
1.3	本論文で使った記号一覧	8
第2章	個別輸送システムのモデル	10
2.1	まえがき	10
2.2	合流部モデル	10
2.3	インターチェンジモデル	11
第3章	待ち台数制限を設けた連結走行する個別輸送システム合流部の解析	13
3.1	まえがき	13
3.2	到来車両	14
3.3	合流制御方式	15
3.4	状態定義と定式化	15
3.4.1	状態推移	15
3.4.2	状態のリラベル	17
3.5	解析	18
3.5.1	の場合	20
3.5.2	の場合	21
3.5.3	の場合	21
3.5.4	の場合	22
3.5.5	出力車両	23
3.6	数値計算例	25
3.7	まとめ	33
第4章	待ち時間制限を設けた個別輸送システムインターチェンジの解析	34
4.1	まえがき	34
4.2	到来車両	35
4.3	合流制御方式	36

4.4	状態定義と定式化	37
4.4.1	状態定義	37
4.4.2	合流待ち時間	38
4.4.3	推移確率	38
4.5	解析	41
4.5.1	平均待ち台数, 平均通過遅れ時間および平均待ち時間	41
4.5.2	迂回率	45
4.6	数値計算例	46
4.7	まとめ	51
第5章	結論	52
	謝辞	54
	参考文献	55

第1章 序論

1.1 研究背景

交通システムは、我々の社会活動を維持するために不可欠な社会基盤であり、移動手段の多様化や利便性が動機となって大きく発展してきた [1]。現在、都市における交通手段には、鉄道、バス、飛行機、船舶、自動車、自転車などさまざまな種類があり、それぞれの特性にあった活用がなされてきている。徒歩は、歩く歩道のような連続輸送設備が設けられている場合、移動距離に制限があり、せいぜい 2km までである。鉄道やバスなどの公共交通機関は、大量の乗客を路線に沿って輸送する能力はあるが、ドア・ツー・ドアのように柔軟な対応は困難である。多数の乗客は異なった発着地と目的地に対応するため、路線間の乗り換え、さらに交通手段の乗り換えを行わなければならない。しかし、都市の発達に伴い多様化し、モビリティが要求されるようになり、交通需要も増大している。さらに、高齢化社会に伴って、交通弱者を含む、誰でも利用しやすい交通システムとすることが不可欠である。その結果、都市における交通は、急速な都市化による交通需要の増大の大部分を自動車による輸送に大きく依存し、20 世紀は車社会とも言われている。自動車の増大は、都市交通において大気汚染、交通渋滞、交通事故、騒音、振動などの交通環境問題が深刻化しており、地球環境問題などの一因ともなっている [2]。

1960 年代に自動車交通による社会問題が深刻化していた米国は世界で最初に都市交通問題を認識し、住宅都市開発省が作成した報告書”Tomorrow’s Transportation”[3]において新しい都市交通システムの必要性を指摘した。当時のアメリカ大統領 Lyndon B. Johnson は、この報告書の最初に次の言葉を残している。

「これからの 40 年のうちに、われわれの都市を完全に更新しなければならない。もし、そうしなければ大きな不幸があるのみである。健康、教育、職業を得る機会、それに住宅が必要とされている。それに、これら必要とされるもののどれひとつを取り上げて、われわれが大量輸送システムを構築するまでは、これらを充足させることはできない。」 [4]

この言葉が本論文で対象とするような新交通システムの必要性を世界に訴えかけ、各々の先進国で新交通システムの研究が開始されたのである。

Table 1.1: Classification name of the Automated Guideway Transit system in U.S.A..

AGT	Automated Guideway Transit 新交通システムの総称
SLT	Shuttle/Loop Rapid Transit SLT の路線は単線の往復路線か単純なループ線かのどちらかである。大型の車両があらかじめ作成されたスケジュールに従って運転される。駅は路線にオンライン駅を設置され、路線の分岐合流もないシステムである。
GRT	Group Rapid Transit GRT は SLT と同様に乗り合い制であるが、車両はやや小型になり、オンライン駅に加えて側線上に設置されたオフライン駅を持つ。路線形状も SLT より複雑になり分岐が多用され、スケジュール運転だけでなくデマンド運転も可能となる。
PRT	Personal Rapid Transit PRT は乗合をせず、自動運転のタクシーのようなものであり、デマンドに応じて目的地に直行するシステムである。路線形状は密なネットワーク状となり、すべてオフライン駅が設けられる。

1.1.1 新交通システム

新交通システムとは、広義には、最新の技術開発により従来の交通機関とは異なった新しい機能・特性を有した交通手段（AGT、モノレール、リニアモーターカー等）および、既存の交通手段をソフトの大幅な改革によって発展させた新しい交通システム（ライトレール、デマンドバス等）の総称であり、主に中量輸送を対象としたものである。また狭義には、上記のうち AGT（Automated Guideway Transit）を指す場合が多い [1]。Table 1.1 には具体的な AGT の分類を示す [5]。

AGT とは、一般的には「高架上などの専用軌道を小型軽量のゴムタイヤ付車両がガイドウェイに沿って走行する中量輸送システム」をいい、コンピュータ制御により無人運転も可能なシステムである。AGT は案内軌道に併設された給電線より給電しモーターで走行する。したがって、架線がないため沿線の美観を損ねにくい。また車輪にゴムタイヤを使用する方式が多く、走行による外部への騒音や振動が少なく、摩擦力の大きさを生かした急勾配路線も可能となる。さらに、無人運転を前提に開発され、専用軌道を走行するため、バスや路面電車のように定時性の低下がなく、地下鉄建設が必要なほど需要がない都市や地域における中量輸送システムとして着目されている。

また、AGT の概念はアメリカで生まれたものであり、その契機となったのは、都市内の交通需要には、従来の交通システムでは十分カバーすることができない分

野があるという問題意識があったからである。そのため、AGTは、大量型の鉄道と少量型のバスとの中間的な需要に対応する交通手段として位置づけられ、建設コストも高架鉄道や地下鉄に比較すると安価である。すなわち、AGTは徒歩では遠いけれどバスを使うほどではない地域、あるいは鉄道ほどの需要はないがバスでは力不足という地域に適している。前者向けとして、少人数で利用するタクシータイプの個別輸送システムのPRT (Personal Rapid Transit) が、後者向けは小規模な軌道交通システムであるGRT (Group Rapid Transit) が開発された [6]。

1.1.2 個別輸送システム

本論文で対象とする輸送システムの一つである個別輸送システム (Personal Rapid Transit, PRT) は、少人数乗り、自動運転を基本とするタクシータイプのAGTである。PRTの歴史は古く、日本においても1970年代にCVS (Computer-controlled Vehicle System) の開発が行われた [7]。CVSは東村山実験場において実車による低速および高速走行実験が行われ [8, 9]、現在、運用されているPRTの設計や運行制御において技術的な基礎が確立された。近年、ITS (Intelligent Transportation Systems) などの進歩とも関連し、再び研究開発が行われている。特にUAE (アラブ首長国連邦) のマスダール・シティでは先端エネルギー技術を駆使してゼロ・エミッションのエコシティを目指し、PRTの一種である2gettherePRTと呼ばれるシステムの開発およびテスト走行実験が行われている [10]。また、Cookら [11] やBlyら [12] は、イギリスのヒースロー空港で運用されているULTra (Urban Light Transport) [13, 14] において乗客満足度調査を行った結果、PRTへの高い評価を獲得し、その実用性を明らかにした。

PRTは、専用軌道 (ガイドウェイ) を小型車両がコンピュータ制御により自動運転のタクシーのようなものであり、デマンドに応じて乗換えせずにノンストップで目的地に直行する乗り物である。このような特徴を実現するため、他の新交通システムと異なる特徴は、軌道ネットワークと自動運転制御方式である。

軌道ネットワーク

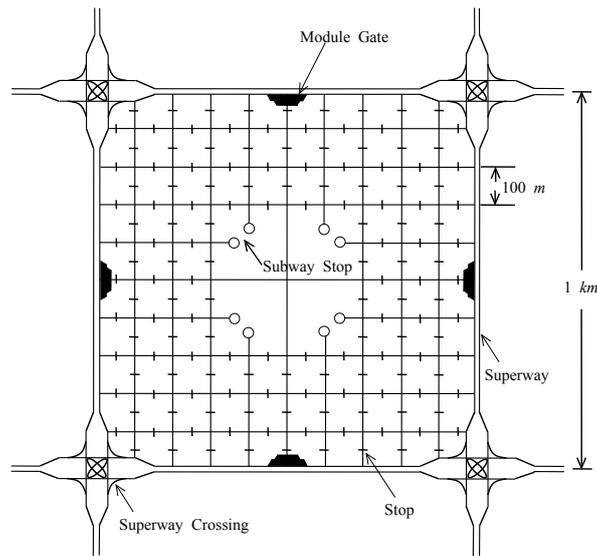


Fig. 1.1: Conceptual picture of CVS network.

PRTシステムを実現するためのネットワーク構成を、日本で開発された CVS[7, 8, 9] の例を用いて説明する。CVS の軌道ネットワークは基本的には Fig.1.1 のように構成される。ガイドウェイまたは CVS ウェイと呼ばれる専用軌道には、約 1 km 間隔の大きなメッシュで張り巡らされるスーパーウェイ（Superway, 高速路）ネットワークと、最小 100 m 間隔のメッシュで張り巡らされるパス（Path, 低速路）ネットワークがあり、これらが重なりあった二重構造となっている。この二重構造を構成する形態を Fig.1.2 に示す。

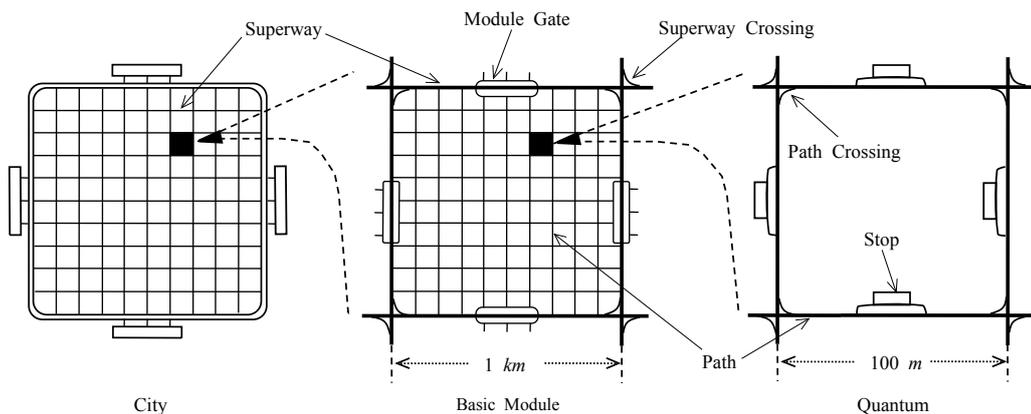


Fig. 1.2: Architecture of CVS network.

パスネットワークの1メッシュはカンタム (Quantum) と呼び、スーパーウェイネットワークの1メッシュはモジュール (Module) と呼ばれる。パスとスーパーウェイが構成する最小単位がベイシックモジュール (Basic Module) である。さらに、このベイシックモジュールによってシティ (City) と呼ばれる全体のシステムが構成される。ベイシックモジュールの中間にスーパーウェイとパスを結ぶモジュールゲート (Module Gate) と呼ばれるインターチェンジが設置される。このインターチェンジは本研究の第4章の対象としている。また、スーパーウェイでの車両は最高 km/h の速度で走行し、スーパーウェイ同士の交差部 (Superway Crossing) は立体交差にしている。これに対して、パスでは最高 km/h の速度で走行し、交差部 (Path Crossing) はすべて平面交差となっている。

駅 (Stop) は、スーパーウェイ上には設けず、カンタム各辺の一ヶ所に、オフライン駅の形式で配置される。したがって、駅は通過車線であるパス (本線) から分岐した側線に設けられた側線駅である。PRT システムでは、このようなネットワークにより、デマンド運行、面的な輸送等の特徴を実現されることになる。また、CVS で使用される車両サイズなどの規格を以下の Table 1.2 に示す。

Table 1.2: Specifications of CVS.

CVS 車両の基本仕様		
寸法	全長 (m)	
	全幅 (m)	
	全高 (m)	
性能	走行速度 (km/h)	
	常用最大加減速度 (g)	
	緊急制動減速度 (g)	
	車頭間隔 (s)	

自動運転制御方式

PRT に代表される個別輸送システムの軌道はネットワーク状に敷設され、小型車両によるデマンド運行を基本とする。その場合、自動車交通に見られるような交通事故、渋滞などを引き起こすことなく車両群を効率的に運行させることが重要となる。これを実現するための基本的な方法として点追従制御 (Point-follower control) と車両追従制御 (Vehicle-follower control) が提案されている。

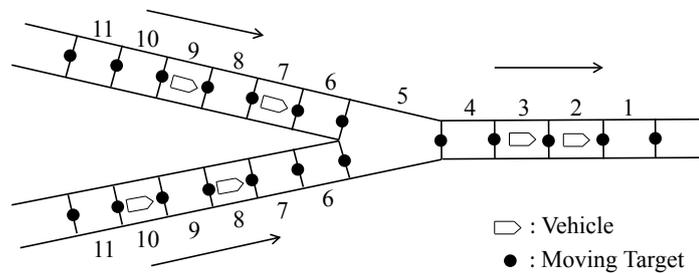


Fig. 1.3: Synchronous control.

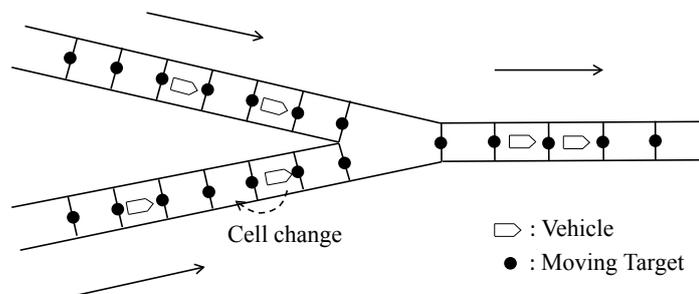


Fig. 1.4: Quasi-synchronous control.

(1) 点追従制御 (Point-follower control) [15, 16]

この制御方式の基本的な考え方は、計算機内において仮想のセルを軌道上に走行させ、デマンドが発生したときに空いているセルを割り当てるというものである。ただし、一般にセルの前端をムービングターゲット (Moving Target, MT) と呼ぶため、この制御方式は点追従制御といわれている。個々の車両は割り当てられたセルの動きに追従するように制御さえすれば他の車両を考慮に入れなくても安全に目的の駅に到着できるという利点を持つ。合流点で一緒になるセルには同一番号を付し、番号が同じセルは一つと見なして1車両だけを割り当てるようにすれば合流点で競合を回避できる。このようにルート上のすべての合流点で同期するようにセルを割り当てる方法を”同期制御 (Synchronous control)”という (Fig.1.3)。この方法ではネットワークが大規模になるとルート上のすべての合流点で同期のとれた空いたセルを見つけることが困難となり、駅での待ち時間が増大する。

そこで、駅を発車する時点では単に空いたセルを割り当て、合流点の手前で必要に応じてセルの乗換えを行う方法を”準同期制御 (Quasi-synchronous control)”という (Fig.1.4)。

(2) 車両追従制御 (Vehicle-follower control) [17]

この制御方式では、前述のセルのような追従すべき目標は与えられず、自ら先行車の走行状態に応じて速度制御を行う。先行車との間隔が十分ある状態では、区間毎にあらかじめ定められた速度で走行するように制御される。もし、先行車にある程度接近した場合には、間隔制御に切り換えられる。このように、車両追従制御では、各車両がある程度の自立性を持っているため、駅を発車する段階で途中のすべての合流点での同期をとることは困難である。したがって、この方式では合流点の手前で同期をとる準同期制御が適している。ただし、本論文では対象としない。

1.2 研究目的

個別輸送システム (Personal Rapid Transit, PRT) の軌道ネットワークにおいて、混雑した状況が発生しやすい合流部は、システムの円滑な運行を妨げるボトルネックになる。したがって、本研究では、PRT システムのボトルネックとなる合流部やインターチェンジを対象にしている。このようなシステム全体の設計において、合流部やインターチェンジにおける効率的な合流制御方式を検討することは、システムを実現する立場からも重要な課題である。

合流部に関する問題は、既に数多くの研究が行われている [19, 20, 21, 22, 23]。しかし、これらの研究では Gap Acceptance Model に代表されるように走行する車両間の Gap に他の車両を合流させるものである。本論文第 2 章の合流部では、台の車両が別々に走行するのではなく、場合によっては列車編成の状態で行走する。このような車両運行制御方式を行う理由は、路線側の容量が限られている中で、PRT の輸送能力を向上させるためである。第 3 章では、各車両が別々に走行するだけでなく連結して走行する場合も考慮した輸送システム合流部を解析し、待ち台数制限と車両挙動の基礎的関係を検討する。さらに、異なる待ち台数制限を設けており、両路線の制限台数の値が互いに影響し合う相互関係が存在することなどを明らかにする。

また、一般的に合流部は PRT システム全体の中の一つのサブシステムとして考えられる。さらに、軌道ネットワーク内に複数の合流部が存在し、高速路および低速路の重なり合った二重構造となっている。ネットワーク全体の輻輳解析を行うことは、システムを実現する立場からも重要な課題であると考えられる。したがって、第 4 章では、インターチェンジのモデルを検討する。インターチェンジに関する研究では、インターチェンジの形態から、高速路同士 [24, 25, 26]、低速路同士 [27]、および高速路と低速路とのインターチェンジ [28, 29] の 3 種類が報告されている。高速路と低速路とのインターチェンジは、一般的に立体交差であり、合流部においては高速路上の車両が低速路上の車両よりも優先される点が他のインターチェンジと異なる特徴であり、本論文のインターチェンジモデルとして扱う。従来研究では、数理モデルの構築が困難などの理由から、低速路から高速路

への合流のみを考慮したインターチェンジモデルであり、高速路から低速路への合流は考慮されていない。すなわち、高速路上には直進希望車しか到来しないものとしている。しかし、実際のインターチェンジでは、高速路から低速路への合流を希望する分岐希望車も存在するため、この点を考慮しなければ実際の輻輳現象を明らかにしたことはない。そこで、本論文の第4章において、隠れマルコフ連鎖の手法を用いてインターチェンジの数理モデルを構築し、平均待ち台数などについて検討する。

1.3 本論文で使用した記号一覧

各章の共通記号

- : システムの単位時間（相連続する移動セルの時間間隔）
- : 推移確率行列
- : 平衡状態確率分布
- : 状態を定義する確率変数
- : 平衡状態において状態 i となる確率
- : トラヒック密度（traffic density）

第3章

- : Line1 上の Zone1 に車両が到来する確率
- : Line2 上の Zone2 に車両が到来する確率
- : Line1 上の Zone1 に車両が到来しない確率
- : Line2 上の Zone2 に車両が到来しない確率
- : Line1 の制限台数
- : Line2 の制限台数
- : 状態番号
- : Line i における Zone j の平均待ち台数
- : Line i における Zone j の平均通過遅れ時間
- : Zone j から車両が1台で出力される確率
- : Zone j から1台で出力される車両台数の割合
- : 合流部から1台で出力される車両台数の割合

第4章

- : 副線に車両が到来する確率
- : 副線に車両が到来しない確率

- : 副線に到来した車両が分岐希望車である確率
- : 副線に到来した車両が直進希望車である確率
- : 本線に到来した車両が分岐希望車である確率
- : 本線に到来した車両が直進希望車である確率
- : 本線に車両が到来しない確率
- : 制限待ち回数
- : 合流待ち時間内に待ち行列へ後続車両が到来するか否かの観測回数
- : 合流待ち時間が t となる確率
- : CP 上の平均合流待ち時間
- : 状態 0 の場合に n 回の計測中に m 台の後続車両が到来する確率
- : 状態 i の場合に n 回の計測中に m 台の後続車両が到来する確率
- : 状態 0 の場合に合流待ち時間内に待ち行列へ m 台の後続車両が到来する確率
- : 状態 i の場合に合流待ち時間内に待ち行列へ m 台の後続車両が到来する確率
- : λ の確率母関数
- : 状態 i から状態 j への推移確率
- : λ の確率母関数
- : λ の確率母関数
- :
- :
- :
- :
- : 待ち回数を制限した場合の平均待ち台数
- : 待ち回数を制限しない場合の平均待ち台数
- : 副線上の全車両の平均通過遅れ時間
- : 車両が待ち行列に加わってから CP 上に到達するまでの「待ち時間」の平均
- : 直進希望車の平均通過遅れ時間
- : 分岐希望車の平均通過遅れ時間
- : CP 上の車両を除いた平均待ち台数
- : 直進希望車の迂回率
- : 分岐希望車の迂回率

第2章 個別輸送システムのモデル

2.1 まえがき

本章では、本論文で扱う二つのモデルの概略について述べる。

合流部に関する研究では、前章の1.2節に述べたように、路線側の容量が限られている中で、車両運行制御を行うことによりPRTの輸送能力を向上させることが重要となる。したがって、以下の2.2節において本研究で扱う合流部モデルを説明する。

さらに、1.1.2節に示したように、PRTシステムネットワーク内に複数の合流部が存在し、高速路と低速路を結ぶモジュールゲートと呼ばれるインターチェンジに関する輻輳解析を行うことは重要な課題である。したがって、2.3節に本研究で扱うインターチェンジモデルについて説明する。

2.2 合流部モデル

個別輸送システムの車両走行の制御方式には、前述したように基本的に点追従制御(Point-follower control)と車両追従制御(Vehicle-follower control)の二つがある[37]。点追従制御は、車両の運行制御をつかさどる地上計算機が仮想的な移動セルを発生し、実際の車両はこのセルの前端を追従するように制御される。この移動セルの前端をムービングターゲット(Moving Target, MT)と呼ぶ。車両追従制御は、点追従制御のような追従すべき指標は与えられず、先行車との間隔が十分にあるときは、ある定められた速度に制御される(Command velocity control mode)。先行車にある程度接近したときは、間隔制御(Space control mode)に切り換えられる。前述の点追従制御の移動セルの長さも間隔制御の考え方により決定される。

本論文でも軌道ネットワーク上を走行する車両の運行制御方式は、点追従制御とする。移動セルの時間間隔あるいは、MTの発生時間間隔を τ とし、システムの単位時間とする。

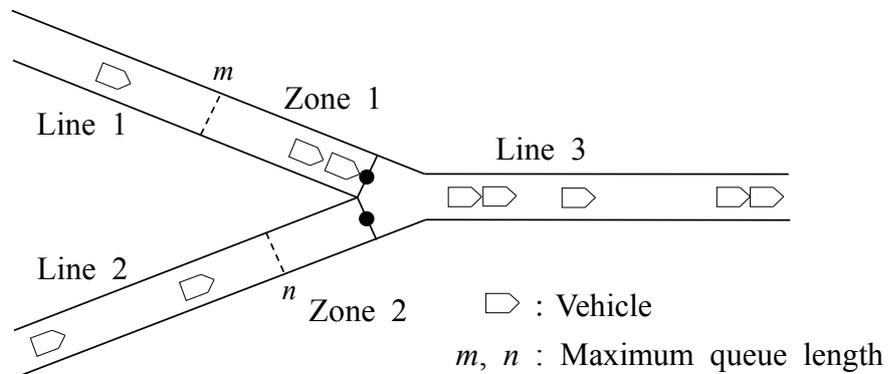


Fig. 2.1: Schematic diagram of a merging section.

Fig.2.1 に本論文で扱う合流部モデルの概略図を示す。図のように，Line1 または Line2 に 1 台で到来した車両は，Line3 の車線容量を等価的に増加させるために反対側の Line に到来する車両と連結する。Line1, Line2 の各 Zone は，連結を行う車両が待つ空間であり，操作空間 (maneuvering zone) [27, 28] と呼ばれる。このとき，Zone1 で待つことができる車両の最大数を m 台，Zone2 の最大待ち台数を n 台とする。以後，この最大待ち台数を制限台数と呼ぶことにする。さらに，制限台数を超える場合，待ち行列先頭車両は，連結されずに 1 台で Line 3 に流出させる。

2.3 インターチェンジモデル

PRT では，車両の運行をつかさどる地上計算機が仮想的な点 (Moving Target, MT) を発生する [37]。実際の車両は，この MT を追従するように制御される。このとき車両が追従すべき MT を決定することを「割り付ける」と呼ぶことにする。また，1 つの MT に割り付けることができる車両は 1 台である。各車両は MT に割り付けられ軌道上を走行する。Fig.2.2 に本論文で扱うインターチェンジの概略図を示す。高速路である本線 (Main Line) と低速路である副線 (Sub Line) が立体交差している。ただし，本線と副線では，車両の走行速度が異なるため，MT の間隔も異なるが，便宜上図中の MT 間の距離は時間距離で示している。合流点 M から等距離に車両の到来を検出するチェックポイント (Check Point) CP をそれぞれ本線，副線に設置する。また，両路線ともに到来する車両は，分岐希望車と直進希望車の二種類とする。分岐希望車は，分岐点 D (または，CP) から側線 (Off Line 1 または Off Line 2) を通り，本線あるいは副線に合流する。直進希望車は，CP をそのまま直進する。また，詳しくは 4.3 節で述べるが CP において車両の競合が発生した場合は，本線を優先路とし，副線側の車両を CP で待たせるものとする。すなわち，車両の運行制御方式は点追従制御 (Point-follower

control) で、かつ MT 乗り換えを許す準同期制御方式 (Quasi-synchronous control) とする。

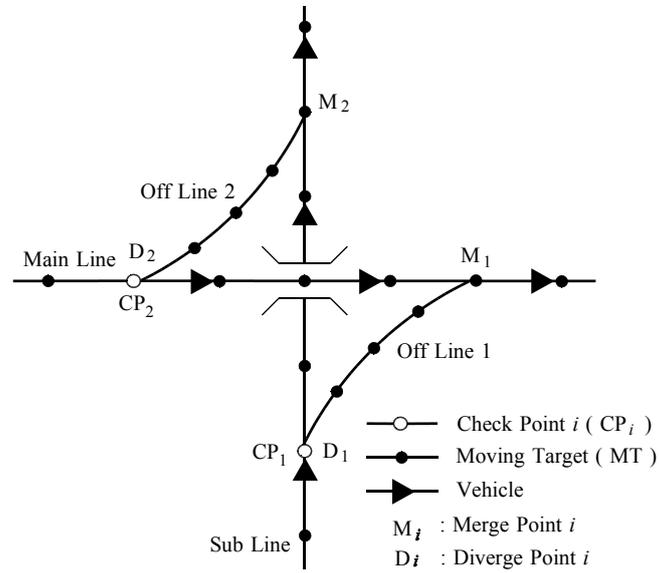


Fig. 2.2: Schematic diagram of the PRT grade separated interchange.

第3章 待ち台数制限を設けた連結走行する個別輸送システム合流部の解析

3.1 まえがき

本章では、待ち台数制限を設けた場合の連結が可能な輸送システムの合流部における車両挙動を解析する。具体的には、個別輸送システム (Personal Rapid Transit System) や大規模 FMS(Flexible Manufacturing System) における AGVS(Automated Guided Vehicle System) を想定している。

車両の合流に関する問題は、一般道路交通も含め、既に数多くの研究が行われている [24, 25, 30, 31, 32]。一般的に合流制御戦略は、空間的制約 [33, 34]，時間的制約 [27, 28, 35]，および両方を合わせたもの [36] の三種類が考えられる。しかし、これらの研究ではいずれの方式も走行する車両間のギャップに他の車両を合流させるものである。

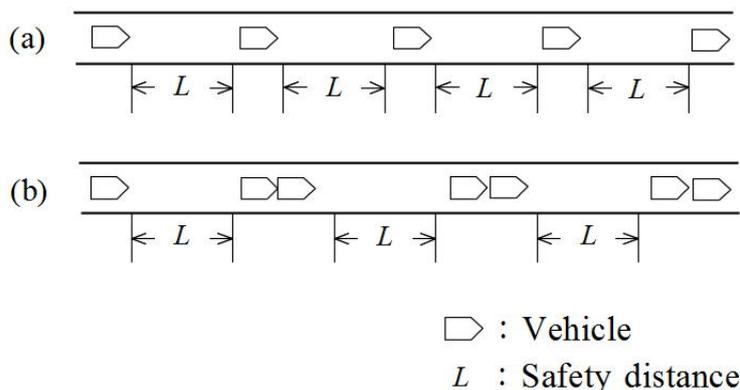


Fig. 3.1: The traffic capacity of line increased by connected vehicles.

本論文の合流部は、1台の車両が別々に走行するのではなく、場合によっては列車編成の状態で行くシステムである。フランスで開発された ARAMIS では、車両が軌道上で約 300mm の間隔で電子的制御によって相互に結合され、列車編成の状態を保って走行する [5]。このような車両運行制御方式を行う理由は、Fig.3.1

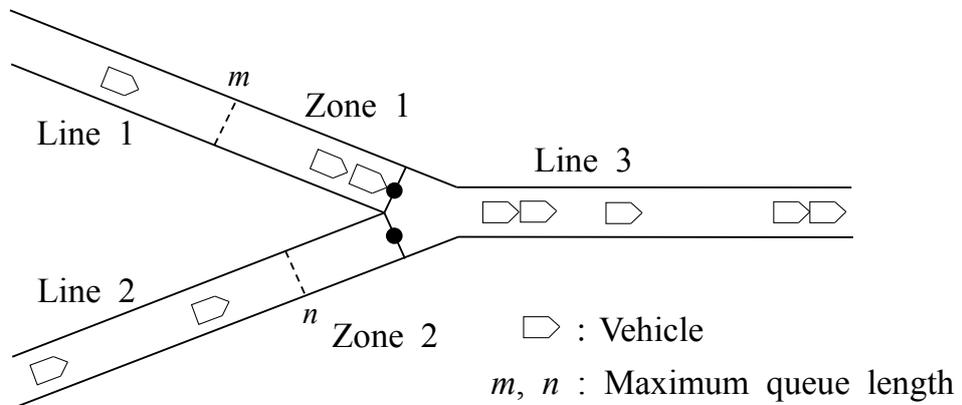


Fig. 3.2: Schematic diagram of a merging section.

に示すように車線容量を等価的に増加させることができるため、これによって乗客へのサービスも向上する。Fig.3.1(a)の車両は連結されておらず、すべての車両間隔が安全距離となっている。これに対し、ARAMISに代表されるPRTシステムでは、車両同士を連結するため、Fig.3.1(b)に示すように、車線容量を増加させることができる。また、AGVSにおいて、合流点でのAGV同士を連結することにより運搬効率の改善も考えられる。

合流部において車両を連結させるとき、たまたま合流部に同時に到来した車両同士を連結させる方法の他に、1台で合流部に到来した車両は他の車両が到来するまで待たせる方法も考えられる。しかし、後者の方法をとるとき、旅行時間の観点からすれば待っている車両を無制限に待たせてしまうことは好ましくない。このため、車両の待ち台数に制限（制限台数）を設ける。

本章では、このような合流部モデル（Fig.3.2）の待ち台数の制限と車両挙動の関係に関する基礎的な検討を行う。さらに、一方の制限台数をとした場合や無限大とした特別な場合についても解析的に明らかにする。

3.2 到来車両

ここでは、基本的な車両挙動を検討するために合流部に到来する車両は連結されておらず個々の車両が別々に到来するものと仮定する。車両が到来するか否かは、システムの単位時間（最小車頭間隔）ごとに観測する。時間内には最大1台の車両しか到来しない。合流部の入力である車両の到来確率を以下のように仮定する。Line1に時間内に車両が到来する確率、すなわちMTに車両が割り付けられている確率をとし、割り付けられていない確率を

る。同様に Line2 に 時間内に車両が到来する確率を とし、到来しない確率を とする。

3.3 合流制御方式

本論文における合流制御方式は、第 3.1 節でも述べたように出力路線の車線容量を等価的に増加させるために Line1 あるいは Line2 に 1 台で到来した車両は、反対側の Line に到来する車両と連結する。このため、それぞれの Zone で待つことになる。場合によっては 1 台で流出される。以下の合流部における車両の合流制御戦略を用いる。

1. 両方の Zone に車両が存在すれば、車両同士を連結し、直ちに Line3 に流出させる。
2. どちらか一方の Line に形成された待ち行列が制限台数未満ならば、他方の Zone に車両が到来するまでこれらの車両を待たせる。
3. どちらか一方の Line に形成された待ち行列が制限台数以上になる場合は、待ち行列の先頭車両を 1 台で Line3 に流出させる。

3.4 状態定義と定式化

本合流部の数理モデルの構築には、マルコフ連鎖の手法を用いる。本合流部モデルでは、Zone , Zone の両方に待ち行列が形成される。したがって、マルコフ連鎖の状態を , の 2 つの確率変数を用い、 は Zone の待ち台数を表し、 は Zone の待ち台数を表すことにする。すなわち、マルコフ連鎖の状態を状態と定義する。このように定義することにより、合流部の状況と状態番号が 1 対 1 に対応しているため、システムの状態変化の把握が容易である。そして、マルコフ連鎖の状態は 各時点に着目し、任意の から次の の時点までは、変化しないものとする。

3.4.1 状態推移

時間内に到来する車両は最大 1 台であることを考慮すれば、任意の状態から次の状態への推移は、その推移の特徴に着目して以下の【1】から【3】の三つのグループに大別できる。

【1】状態 からの推移

1. Zone , Zone 共に車両が到来した場合は、到来した 2 台が連結され直ちに Line3 に流入するため、状態 に推移する。(確率:)

2. Zone のみに車両が到来した場合は、この車両が待つことになり、状態に推移する。(確率：)
3. Zone のみに車両が到来した場合は、この車両が待つことになり、状態に推移する。(確率：)
4. Zone , Zone 共に車両が到来しなかった場合は、状態 に推移する。(確率：)

【2】状態 からの推移

1. Zone , Zone 共に車両が到来した場合は、Zone の先頭車両と新たに Zone に到来した車両が連結され直ちに Line3 に流入する。Zone の待ち台数は台のままなので、状態 に推移する。(確率：)
2. Zone のみに車両が到来した場合は、連結される車両がなく、Zone の待ち台数が1台増加する。よって、状態 に推移する。ただし、 の場合は制限台数により Zone の先頭車両が1台で Line3 に流入するため状態に推移する。(確率：)
3. Zone のみに車両が到来した場合は、Zone の先頭車両と新たに Zone に到来した車両が連結され Line3 に流入する。Zone の待ち台数が1台減少するため、状態 に推移する。(確率：)
4. Zone , Zone 共に車両が到来しなかった場合は、待ち台数の変化はなく、状態 に推移する。(確率：)

【3】状態 からの推移

1. Zone , Zone 共に車両が到来した場合は、Zone の先頭車両と新たに Zone に到来した車両が連結され Line3 に流入する。Zone の待ち台数は 台のままなので、状態 に推移する。(確率：)
2. Zone のみに車両が到来した場合は、Zone の先頭車両と新たに Zone に到来した車両が連結され Line3 に流入する。Zone の待ち台数が1台減少するため、状態 に推移する。(確率：)
3. Zone のみに車両が到来した場合は、連結される車両がなく、Zone の待ち台数が1台増加する。よって、状態 に推移する。ただし、 の場合は制限台数により Zone の先頭車両が1台で Line3 に流入するため状態に推移する。(確率：)
4. Zone , Zone 共に車両が到来しなかった場合は、待ち台数の変化はなく、状態 に推移する。(確率：)

Table 3.1: State transition of the Markov chain model.

Present State	Next State			
Probability				

以上の状態推移を表にまとめれば、Table 3.1 となる。ただし、表中の p_1 と q_1 は、制限台数による推移を考慮するためのクロネッカーの δ である。したがって、 $i < n$ のときは $p_1 = 1$, $q_1 = 0$ のときは $p_1 = 0$ となる。逆に、 $i = n$ あるいは $i > n$ のとき、 $p_1 = 0$, $q_1 = 1$ となる。

3.4.2 状態のリラベル

定義したマルコフ連鎖の状態 i を次式により、新たな状態番号 j にリラベルする。

$$(3.1)$$

また、後のために逆に j から i の値は、それぞれ

$$\begin{aligned} & ; \\ & ; \end{aligned} \tag{3.2}$$

$$\begin{aligned} & ; \\ & ; \end{aligned} \tag{3.3}$$

によって算定できる。

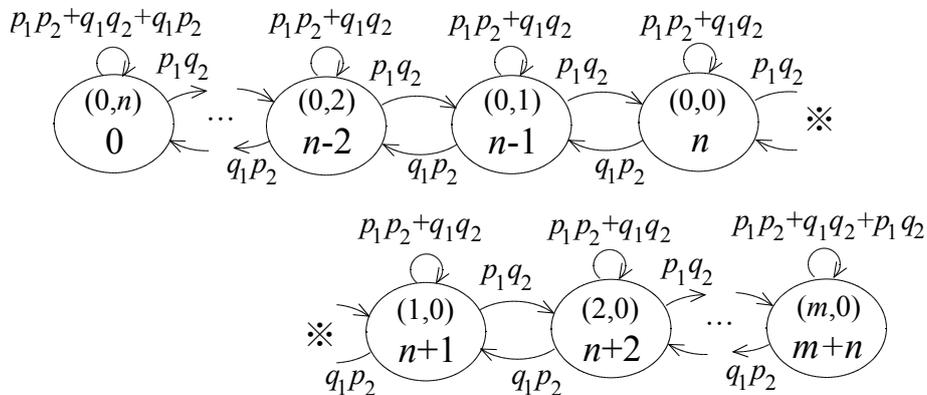


Fig. 3.3: State transition diagram of the Markov chain model.

次に、Table 3.1 から本マルコフ連鎖モデルの状態推移図を描けば、Fig.3.3 となる。ここで、Fig.3.3 の状態内の の数字は、リラベルする前の状態 である。Fig.3.3 の状態 を用いて、マルコフ連鎖の推移確率行列 は、

$$\begin{matrix}
 & \vdots & \vdots & \ddots & \ddots & \ddots \\
 & & \dots & & & \\
 & & & \ddots & & \vdots
 \end{matrix} \tag{3.4}$$

となる。この (3.4) 式の行列の外側の数字は状態 を表しており、行列の各要素は行番号の状態から 後に列番号の状態に推移する確率を表している。(3.4) 式から明らかなように推移確率行列 は3重対角行列となっている。

3.5 解析

ここで、平衡状態確率分布 を

$$\tag{3.5}$$

と定義し、 と確率の正規化条件である

$$\tag{3.6}$$

を連立方程式として解けば、各平衡状態確率 は、解析的に求まり、以下の (3.7), (3.8) 式を得る。

$$\tag{3.7}$$

(3.8)

ただし、(3.7), (3.8) 式において ρ であり、待ち行列理論におけるトラフィック密度（利用率）に相当する [41]。

以上のように (3.7), (3.8) 式で、すべての平衡状態確率が得られたので、Zone および Zone のそれぞれの平均待ち台数 L , L' を期待値の定義式により求める。ただし、一般的に $L = \sum_{n=0}^{\infty} n P_n$ と考えて導出する。

まず、(3.2) 式を利用して、Zone の平均待ち台数 L を求める。Zone の待ち台数は、状態 n （待ち台数 台）から状態 $n+1$ （待ち台数 台）であることから

(3.9)

となる。上式の結果は、待ち行列理論において、ケンドールの記号による $M/M/1$ と表記された待ち行列システムの平均待ち行列長の式 [41] に Zone 側の制限台数 N に関する N が係数として掛かった形の式になっている。なお、 $M/M/1$ 型の待ち行列システムというのは、ポアソン到着、且つ指数サービスで窓口 1 個であり、待ち行列制限が N までに制限されている。

次に、同様に (3.3) 式を利用して、Zone の平均待ち台数 L' を求める。Zone の待ち台数は、状態 n （待ち台数 台）から状態 $n-1$ （待ち台数 台）であり、Zone 側とは待ち台数の増加に対し、推移確率 μ と λ が逆になる。したがって、 L' を求める際には、 L を求めたときのトラフィック密度 ρ の逆数である ρ' を用いて、

(3.10)

となる。上式も Zone 側の制限台数 N に関する N が L の平均待ち行列長の式に係数として掛かったものになっている。すなわち、本モデルの L と L' の間には、このように制限台数 N , N' が他方の平均待ち行列長に影響を及ぼすような相互関係があることがわかる。さらに、それぞれの平均待ち時間 W , W' はリトルの公式 [38] より、

(3.11)

(3.12)

で求められる。以上のように、本モデルの解析は、待ち行列システム [42] や一次元乱歩の解析に帰着できることがわかる。ただし、の待ち行列制限は、本モデルにおいて、制限台数やに相当する。

次に、いくつかの特別な場合に対する平均待ち台数や平均待ち時間を以下に与える。

3.5.1 の場合

この条件ではとなるため、であることを考慮すれば、平衡状態確率は、

$$\text{---} \quad (3.13)$$

$$(3.14)$$

となる。上式は、すべての状態確率が (3.13) 式の値である等確率分布となっている。したがって、Zone の平均待ち台数は、

$$\text{---} \quad (3.15)$$

となる。同様に Zone の平均待ち台数は、

$$\text{---} \quad (3.16)$$

となる。の条件における平均待ち台数は、(3.15), (3.16) 式のように、それぞれの Zone の制限台数のみに依存し、車両の到来確率には無関係であることがわかる。さらに、それぞれの平均待ち時間は、とすれば、

$$(3.17)$$

$$(3.18)$$

で求められる。そして、以降では待ち台数の制限と車両挙動の関係を明らかにするため、三つの特別な場合についての検討を行う。

まず、本章では、流入する2路線に解析の便宜上、Line1, Line2 と名前を付けて区別している。しかし、本来この2路線に区別はない。したがって、ここでは Zone の制限台数に着目して検討する。

3.5.2 の場合

制限台数 の場合は、Fig.3.3 の状態推移図において、状態 以降が無くなり、状態 から状態 までとなる。したがって、平衡状態確率は、(3.7) 式および(3.13) 式に を代入すれば得られる。さらに、それぞれの Zone の平均待ち台数は、(3.9), (3.10), (3.16) 式に を代入することにより、

$$(3.19)$$

$$(3.20)$$

$$(3.21)$$

が得られる。また、Zone の一方のみに待ち行列が形成されるため、(3.20), (3.21) 式は、形式的には の平均待ち行列長の式と一致した形になっている。

3.5.3 の場合

制限台数 の場合、Fig.3.3 の状態 は状態 となる。したがって、平衡状態確率は、(3.7) 式および(3.13) 式にすべての が を入れ替えれば得られる。さらに、Zone1 および Zone2 のそれぞれの平均待ち台数 , を期待値の定義式より求める。ただし、 と の条件に分けて導出する。

まず、 の場合、期待値の定義式より、 , は、それぞれ、

$$(3.22)$$

$$(3.23)$$

で与えられる。さらに、その平均通過遅れ時間 , はリトルの公式 [38] より、

$$(3.24)$$

$$(3.25)$$

で求められる。

次に、 の条件ではすべての状態確率の値が (3.13) 式の に等しい等確率分布となる。したがって、 Zone1 の平均待ち台数 は、

$$\frac{\lambda}{\mu} \quad (3.26)$$

となる。この結果から の条件における平均待ち台数 は、

$$\frac{\lambda}{\mu} \quad (3.27)$$

で与えられ、 のみに依存し、車両の到来頻度には無関係であることがわかる。また、 の場合は、 となり文献 [40] の結果と一致する。さらに、平均通過遅れ時間 は、 より、

$$\frac{\lambda}{\mu} \quad (3.28)$$

で求められる。

3.5.4 の場合

次に、制限台数 の場合、 Fig.3.3 の状態 以降も状態が無限に存在することになる。したがって、待合室に制限のない 待ち行列システムと等価な状態推移図となる。 の場合は、状態数が無限に存在するため、の発散条件が存在する。すなわち、 が解の存在条件である。また、平衡状態確率は、 (3.7) 式に を代入することにより得られる。そして、各 Zone の平均待ち台数 , は、 (3.9), (3.10) 式に を代入すれば、

$$\frac{\lambda}{\mu} \quad (3.29)$$

$$\frac{\lambda}{\mu} \quad (3.30)$$

となる。(3.29) 式の は、 待ち行列システムの平均待ち行列長の式 [41] に が掛かった形であり、 (3.9) 式と同様に Zone の制限台数 が関係することになる。また、 (3.30) 式において、 の条件は の条件であることから、分母の が負となるために分子にも負符号が付くことになる。

3.5.5 出力車両

ここでは、本合流部での合流制御戦略が車両を連結することであることから、連結されて合流部を出力した車両と1台のみで出力された車両について検討を行う。まず、Zone から1台で出力される確率を P_{out} で表すことにする。1台で出力されるのは、待ち台数が制限台数であり、かつそのLineのみに車両が到来した場合である。したがって、 P_{out} は(3.8)式の P_{out} を、 P_{out} は(3.7)式の P_{out} を用いて、それぞれ

$$P_{out} = \frac{P_{out}}{P_{out}} \quad (3.31)$$

$$P_{out} = \frac{P_{out}}{P_{out}} \quad (3.32)$$

となる。また、Line1とLine2を区別せず、合流部から1台で出力される車両の割合を

$$\frac{\text{合流部から1台で出力された台数}}{\text{合流部への到来台数}}$$

と定義すれば、

$$P_{out} = \frac{P_{out}}{P_{out}} \quad (3.33)$$

で求められる。ただし、上式は $P_{out} < 1$ の条件における値である。 $P_{out} > 1$ の条件における P_{out} は、(3.13)、(3.14)式を用いれば、次式のように求められる。

$$P_{out} = \frac{P_{out}}{P_{out}} \quad (3.34)$$

上式から明らかなように、この条件では制限台数 N 、 P_{out} が、ある値に固定されているとき、1台で合流部から出力される車両の割合は、車両が到来しない確率 P_{out} に比例することがわかる。さらに、 $P_{out} < 1$ 、 $P_{out} > 1$ と $P_{out} < 1$ の場合における出力車両について、以下に示す。

まず、 $P_{out} < 1$ の場合は、(3.33)式に $P_{out} < 1$ を代入することにより、

$$P_{out} = \frac{P_{out}}{P_{out}} \quad (3.35)$$

となる。また、 $P_{out} > 1$ の条件では、(3.34)式に $P_{out} > 1$ を代入して、

$$P_{out} = \frac{P_{out}}{P_{out}} \quad (3.36)$$

となる。次に、 の場合は、(3.33)式の を に入れ替えることにより、

$$\frac{\dots}{\dots} \quad (3.37)$$

となる。また、 の条件では、(3.34)式の を に入れ替えて、

$$\frac{\dots}{\dots} \quad (3.38)$$

となる。さらに、 の場合は、(3.33)式に を代入して、

$$\frac{\dots}{\dots} \quad (3.39)$$

となる。上式から明らかなように、この場合の は制限台数に無関係な値となる。

次に、本合流部での合流制御戦略では、車両を連結することにより車線容量を向上させることが目的としたため、車両の連結率について検討する。連結率 を

$$\frac{\text{連結して出力した台数}}{\text{合流部への到来台数}}$$

と定義すれば、1台で合流部から出力される台数の割合 はすでに求めたため、1からその値を引くことにより連結率を求める。したがって、連結率は、 から

$$\frac{\dots}{\dots} \quad (3.40)$$

となり、連結率が1に近づくほどLine3の車線容量も増加する。また、車線容量は単位距離内に走行可能な車両台数ですから車長および安全距離がわかれば求めることができる。安全距離を ，車長を とすれば、1台のみで走行する路線では単位距離当たり 台となる。連結率が のときの車線容量は、すべての車両が1台のみで走行する場合に比べ、

$$\frac{\dots}{\dots} \text{ 倍}$$

となる。ここで、PRTの一つであり、わが国で開発されたCVSの一般的なデータを参考にして車線容量を計算する。走行速度 km/h、車長 m、車頭間隔1秒のPRTの一般的なデータを参考にすれば、連結率が の場合に車線容量は、1台のみで走行する場合に比べ、約 倍に増加する。

3.6 数値計算例

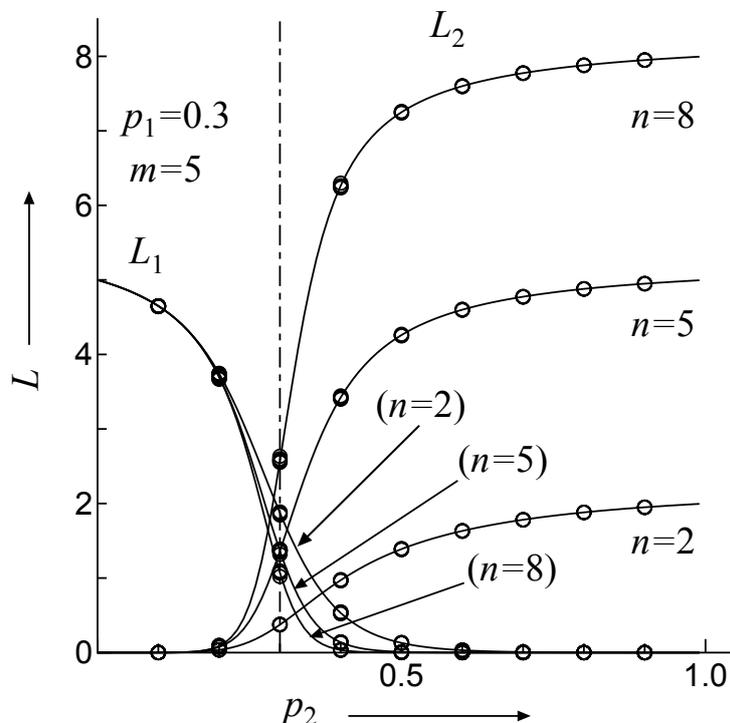


Fig. 3.4: Numerical example of the mean queue length.

ここでは、数値例により、それぞれの Zone の制限台数 と平均待ち台数の関係などを明らかにする。

Fig.3.4 に、一定とした場合の に対する平均待ち台数の数値例を示す。ただし、Zone の制限台数 に対して、Zone の制限台数 と変化させた。また、図中の一点鎖線は の条件を示し、○印はシミュレーション結果を示す。シミュレーションは、ごとに MT を発生させ、一様乱数を用いて確率的に MT に車両を割り当てることにより行った。一様乱数生成のアルゴリズムは周期が長く、生成速度が高速である松本・西村の「Mersenne Twister 法」[39]を採用した。乱数の初期値を変え、50万 のシミュレーションを 5 回行った。シミュレーション値と理論値は、よく一致しており数理モデルの妥当性を確認できた。 に対して は単調減少、 は単調増加しており、 における は制限台数 に、 における は制限台数 にそれぞれ近づく。また、 における 5 回のシミュレーション結果は初期値により異なる値を取っている。この結果は、 近傍での分散が大きくなることを意味している。さらに、 の値は、 で一定であっても図中の で示したように の影響を受けて変化することがわかる。これは、 と の間には (3.9), (3.10) 式からも明らかのように両路線の制限台数の値が互いに影響し合うような相互関係があるためであり、他方の制限台数が大きくなるほど平均待ち台数は減少する。

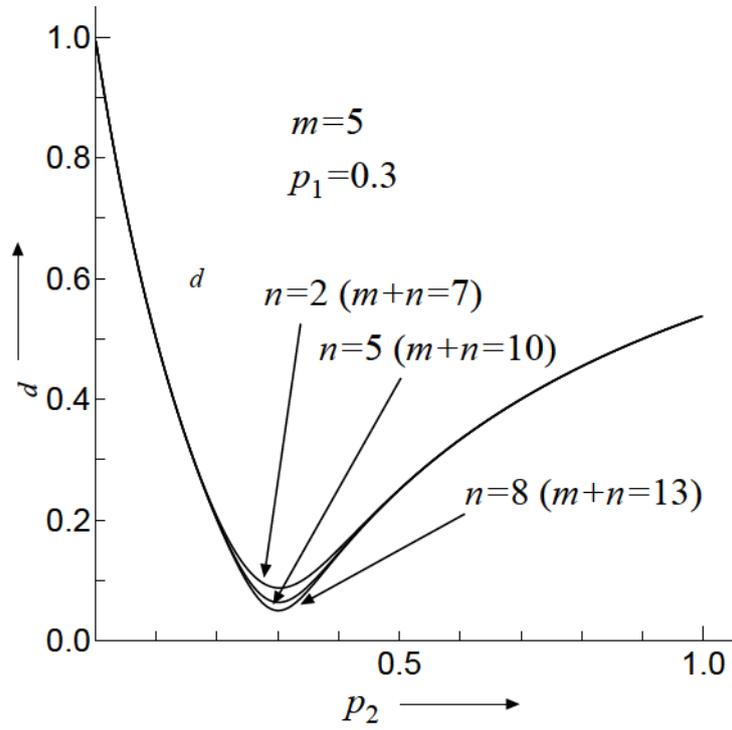


Fig. 3.5: Numerical example of p_2 versus ε_d with $m = 5$.

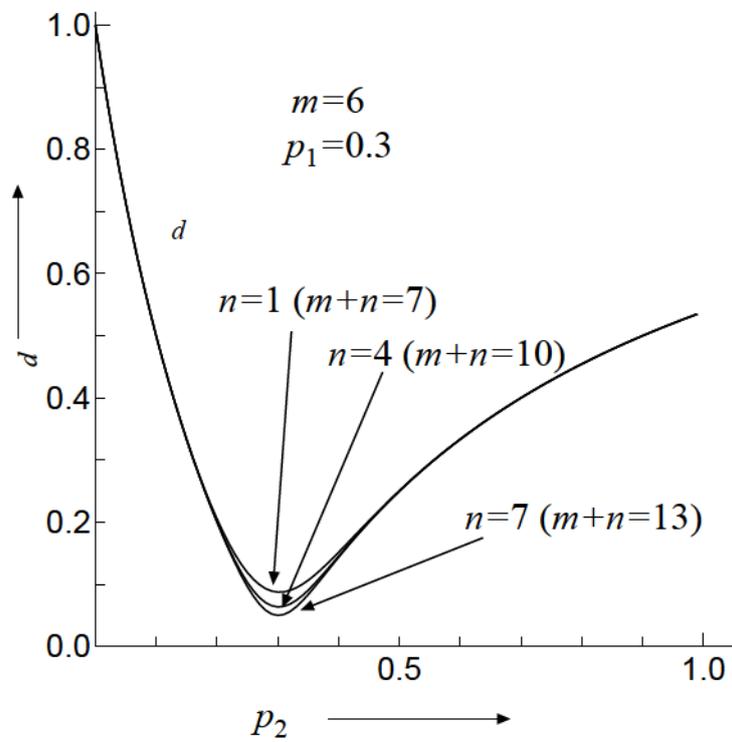


Fig. 3.6: Numerical example of p_2 versus ε_d with $m = 6$.

次に、Fig.3.4と同じ条件で1台で合流部から出力された車両の割合 ε_d を Fig.3.5 に示す。図から明らかなように $p_1 = p_2$ 付近で ε_d は最小となる。また、(3.33), (3.34) 式から明らかなように、 ε_d はそれぞれの Zone の制限台数 m, n の和に依存する。したがって、Fig.3.6 に $m = 6$ 一定とした場合の他の数値例でも ε_d の値は同じ結果となる。すなわち、Fig.3.5 と Fig.3.6 の各 ε_d は、図中の () で示したように $m + n$ によって、その値が決まる。

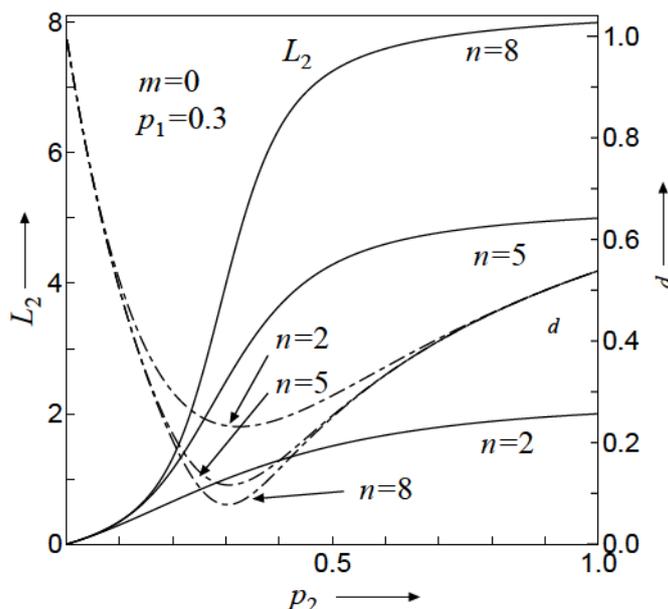


Fig. 3.7: Numerical example of L_2 and ε_d with special case of $m = 0$.

さらに、三つの特別な場合についての数値計算例を以下に示す。

始めに、制限台数 $m = 0$ とした場合の数値計算例を Fig.3.7 に示す。Zone2 の平均待ち台数 L_2 と 1 台で合流部から出力される車両の割合 ε_d を制限台数 n をパラメータにとり示してある。図中で、 L_2 を実線、 ε_d を一点鎖線で示した。 p_2 に対して L_2 は、Fig.3.4 と同様に単調増加となる。ただし、 $m = 5$ の Fig.3.4 では、 $p_2 \leq 0.2$ で L_2 がほぼ 0 であるのに対し、 $m = 0$ では $p_2 \leq 0.2$ でも Zone2 に待ち行列が形成される。これは、 $m = 0$ のために Zone2 に車両が到来したとき、同時に Zone1 に車両が到来しなければ Zone2 の車両が待つことになるためである。また、 $p_1 = p_2$ では $L_2 = n/2$ となり、 ε_d はこの場合も $p_1 = p_2$ 付近で最小となっている。

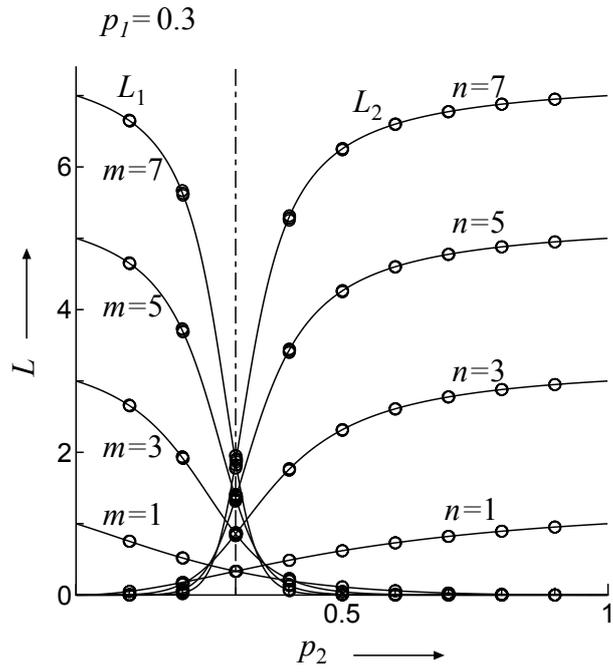


Fig. 3.8: Numerical example of the mean queue length with

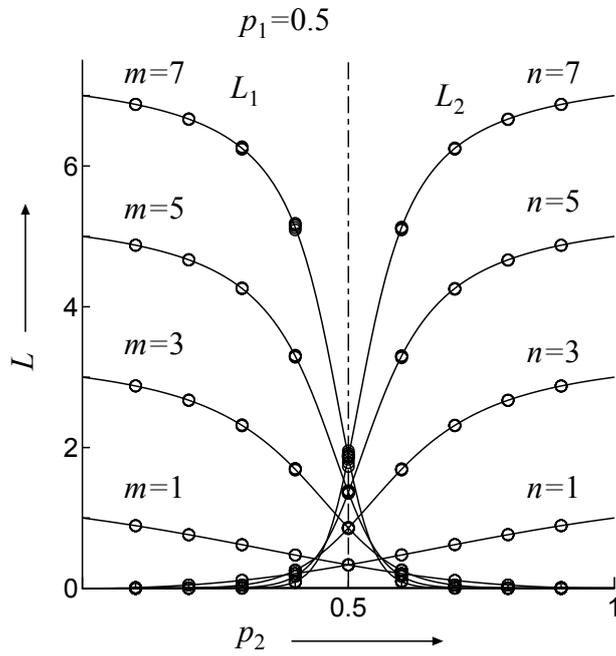


Fig. 3.9: Numerical example of the mean queue length with

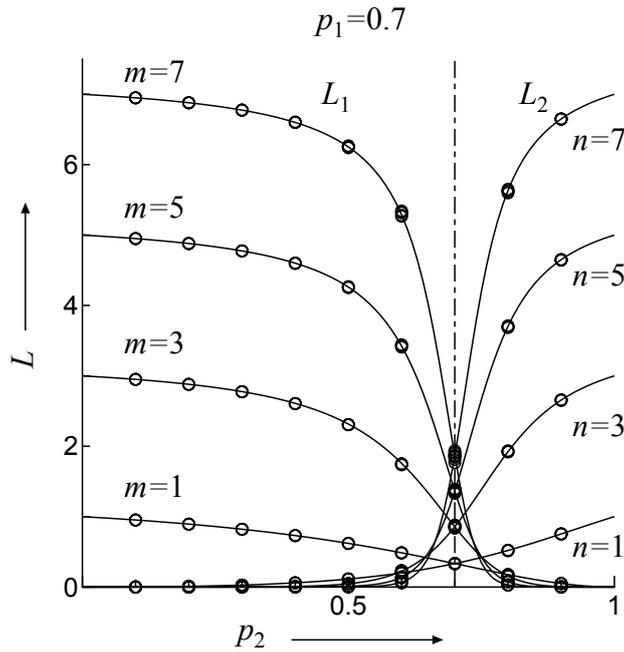


Fig. 3.10: Numerical example of the mean queue length with

次に、制限台数 n とした場合の数値計算例を Fig.3.8 に示す。Fig.3.8 に、それぞれの Zone における平均待ち台数 L を示す。Line1 の到来確率 p_1 一定とし、Line2 の到来確率 p_2 に対する L を、 m をパラメータとして示してある。また、図中の一点鎖線は $p_1 = p_2$ の条件を示す。 p_1 における L および p_2 における L は共に制限台数 n に近づく。 p_1 と p_2 の交点は $p_1 = p_2$ であり、そのときの平均待ち台数 L の値は前節の (3.27) 式で与えられる。 L に対して、 L は単調減少、 L は単調増加となる。さらに、制限台数 n が増加するほど変化が急峻になっている。また、図中の一点鎖線で示したように、 p_1 における L の 5 回のシミュレーション結果がほぼ同じ値であるのに対し、 p_2 における L の 5 回のシミュレーション結果は初期値により異なる値を取っている。この結果は、制限台数 n が増加するほど L 近傍での分散が大きくなることを意味している。ここでは、Fig.3.9 や Fig.3.10 において、 p_1 および p_2 の例を示したが、他の値でも同様な結果となることを確認している。

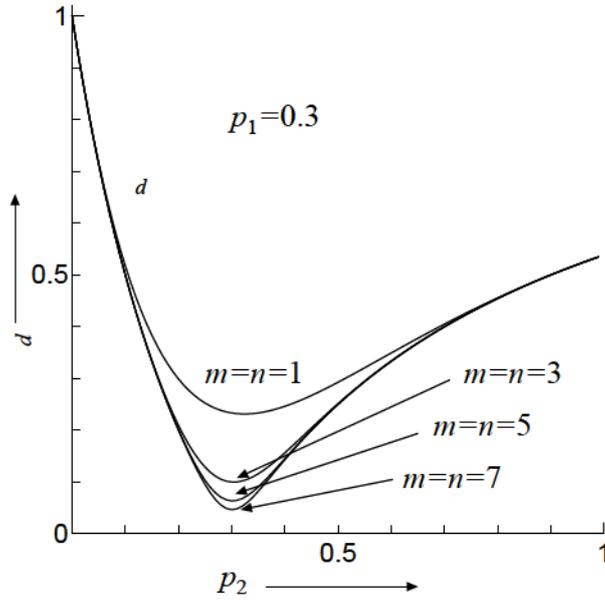


Fig. 3.12: Numerical example of p_2 vs. ε_d .

そこで、合流部から1台で出力される車両の割合である(3.37), (3.38)式の ε_d を、Line2の到来確率 p_2 を横軸にとり、Fig.3.12およびFig.3.13に示す。Fig.3.12は、制限台数 m, n をパラメータとし、Fig.3.13は、Line1の到来確率 p_1 をパラメータとしている。Fig.3.12から1台で出力される車両の割合を10%以下にするためには、最低でも $m = n = 3$ 以上にしなければならないことがわかる。例えば、 $m = n = 5$ では約 $0.25 < p_2 < 0.35$ の範囲であれば1台で出力される車両の割合を10%以下に抑えることができる。

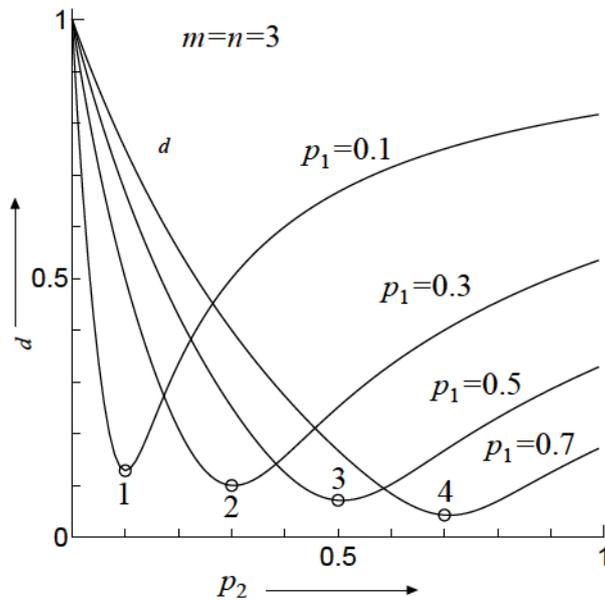


Fig. 3.13: Numerical example of p_2 vs. ε_d .

次に、Fig.3.13において、 p_1 の到来頻度が増加すれば小角度が経るようになり、それぞれの $p_1 = p_2$ となる。若干の変動でも、 $p_1 < p_2$ の範囲内で車両が待つことがあれば待つことは可能である。また、 $m = n = 3$ である平均待ち台数 L_1 と L_2 の頻度（到来頻度）は同じである。これは、到来頻度を考慮される。極端に、1台で合

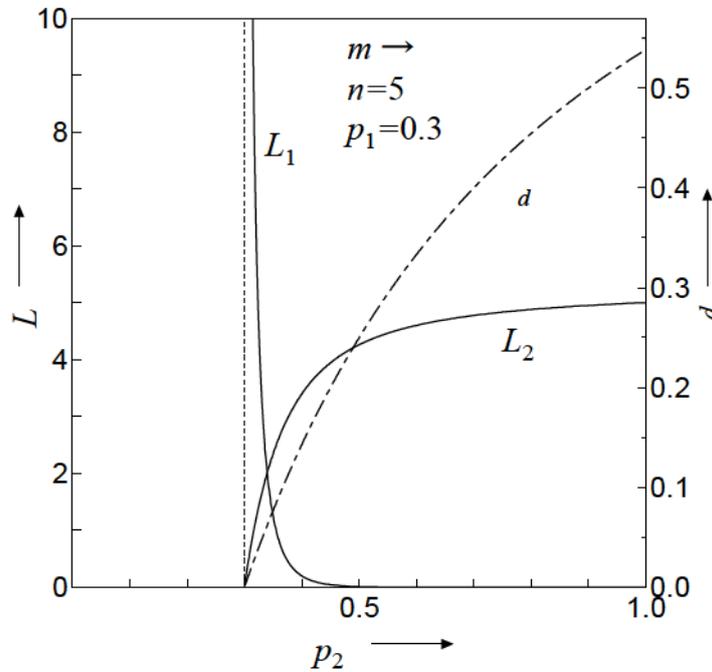


Fig. 3.14: Numerical example of L_1 , L_2 and ε_d with special case of $m \rightarrow \infty$.

最後に、 $m \rightarrow \infty$ とした場合の数値計算例を Fig.3.14 に示す。 $n = 5$, $p_1 = 0.3$ 一定とした場合の L_1 , L_2 を実線、 ε_d を一点鎖線でそれぞれ示してある。他の場合と異なり、 $m \rightarrow \infty$ では、発散条件が存在する。3.5.4 節で述べたように、 $p_1 < p_2$ が解の存在条件である。したがって、図のように $p_2 \leq 0.3$ では、解が存在しない。図中の破線は、Zone1 の平均待ち台数 L_1 の漸近線を表している。また、 ε_d は、他の場合と異なり $p_1 = p_2$ で 0 となる。これは、 L_1 が発散しているために Zone2 に車両が到来したとき、必ず Zone1 に車両が存在するので、1台で合流部を出力する車両が無くなるためである。また、制限台数を設けない路線（ここでは Line1）において平均待ち台数 (L_1) は、 $0.3 < p_2 \leq 0.5$ の比較的狭い範囲で $0 \rightarrow \infty$ まで急

激に変化する。他の数値例は示していないが同様の結果となることを確認している。さらに、(3.29), (3.30) 式を用いて、

$$\frac{\dots}{\dots} \quad (3.42)$$

を得る。この の値は、右辺の分子、分母の関係から 未満であり、(3.29), (3.30) 式を用いたので、 の条件である。そして、この値を再び、(3.29) 式あるいは(3.30) 式に代入することにより、

$$\frac{\dots}{\dots} \quad (3.43)$$

が得られる。この結果から平均待ち台数は、制限台数のみ（ここでは ）に依存し、車両の到来確率には無関係であることがわかる。ただし、Fig.3.14 から明らかなように、車両の到来確率 が(3.42) 式よりも小さい値（ に近づく）へ若干でも変動したとき、制限がない路線側の待ち台数が Fig.3.4 などの両路線ともに制限がある場合に比べて急激に増加することがわかる。

3.7 まとめ

本章で得られた成果をまとめると以下ようになる。

- (1) 車両が連結して走行する輸送システム合流部において、マルコフ連鎖の手法を用いて数理モデルを構築し、平衡状態確率分布および各 Line の平均待ち台数を解析的に求めた。
- (2) 各 Line の平均待ち台数の式と 待ち行列システムとの対応関係や両路線の制限台数の値が互いに影響し合う相互関係が存在することなどを明らかにした。特に、各 Line の制限台数が同じ場合、一方の制限台数を とした場合や無限大とした特別な場合についても解析的に明らかにすることができた。
- (3) マルコフ連鎖の手法を用いて合流部の数理モデルを構築し、平衡状態確率分布を解析的に求めた。この結果から、各 Line の平均待ち台数や平均通過遅れ時間などの車両挙動に関する諸量を求めることができた。
- (4) シミュレーションによる数値計算例と解析解を比較することで、構築した数理モデルの妥当性を確認した。各 Line の車両到来確率が等しいとき、1 台で出力される車両の割合が最小になり、制限台数と 1 台で出力される車両の割合との関係を定量的に明らかにした。
- (5) 今回の解析から制限台数 が無限の場合にのみ、待ち行列長の発散条件が存在し、制限台数を設けない路線側の平均待ち台数の式が 待ち行列システムと類似の結果となることもわかった。

第4章 待ち時間制限を設けた個別輸送システムインターチェンジの解析

4.1 まえがき

本章では、副線の通過車両に待ち時間制限を設けた個別輸送システムインターチェンジの解析を行う。PRTの軌道ネットワーク内でボトルネックとなる場所について、事前に検討を行っておくことは、システムを実現させるためにも重要な課題である。一般的にPRTの軌道ネットワークは、都市間を結ぶ高速路と都市内に敷設される低速路を組み合わせた形になっている。したがって、インターチェンジの形態としては、高速路同士、低速路同士、および高速路と低速路の3種類が考えられる。本章のモデルでは、車両の優先度を考慮したインターチェンジを扱う。

まず、高速路同士のインターチェンジは一般に立体交差であり、二路線に優先度の差はない。Brown[24]やMcGinley[25, 26]は、シミュレーションにより運行制御アルゴリズムの検討を行っている。本論文で扱うインターチェンジと同じ構造のモデルを扱っているが、解析解の導出には至っていない。さらに、前述したように二路線に優先度の差がないモデルであるため、本論文では検討対象としない。

次の低速路同士のインターチェンジは、一般にスペース上の制約や建設コストの点から平面交差が普通である。このインターチェンジについては、栗原ら[27]による具体的な合流制御アルゴリズムに基づく解析がある。前述する第2.3節のMT乗り換えの回数を制限（時間的制約）し、マルコフ連鎖の手法を用いて定式化することにより、システムの評価尺度となる平均通過遅れ時間、迂回率およびスループットなどを導出している。ただし、高速路同士の場合と同様に二路線に優先度の差がないため、本論文では検討対象としない。

最後の高速路と低速路とのインターチェンジは、一般的に立体交差であり、高速路上の車両が低速路上の車両よりも優先される点が他の2つのインターチェンジと異なる特徴であり、本章の対象モデルである。浜松ら[29]は、待ち台数を制限（空間的制約）した場合の解析をマルコフ連鎖の手法を用いて行った。また、異なる場所に待ち行列を形成する2つのモデルを比較検討し、それぞれの特徴を明らかにしている。さらに、佐藤ら[28]も文献[27]のアルゴリズムに基づく合流制御

(時間的制約)を行った場合のトラフィック解析を行い、主に平面交差と立体交差の特性比較を行っている。上述の文献 [29], [28] は、低速路から高速路への合流のみを考慮したインターチェンジモデルであり、高速路から低速路への合流は考慮されていない。すなわち、高速路上には直進希望車しか到来しないものとしている。これは、高速路上の分岐希望車と直進希望車の両方を考慮した場合、低速路上の分岐希望車と直進希望車の待ち時間分布が異なってしまい数理モデルの構築が困難となることが理由の一つである。このため、文献 [29], [28] で用いられているモデル化の手法を本章のモデルに適用することはできない。しかし、実際のインターチェンジでは、高速路から低速路への合流を希望する分岐希望車も存在するため、この点を考慮しなければ実際の輻輳現象を明らかにしたことはない。

本章では、優先路である高速路から低速路への合流も考慮した場合のインターチェンジ (Fig.4.1) の数理モデルを構築し、システム評価の指標となる平均待ち台数や平均通過遅れ時間などの諸量を解析的に求め、後述する制限待ち回数の効果を明らかにする。

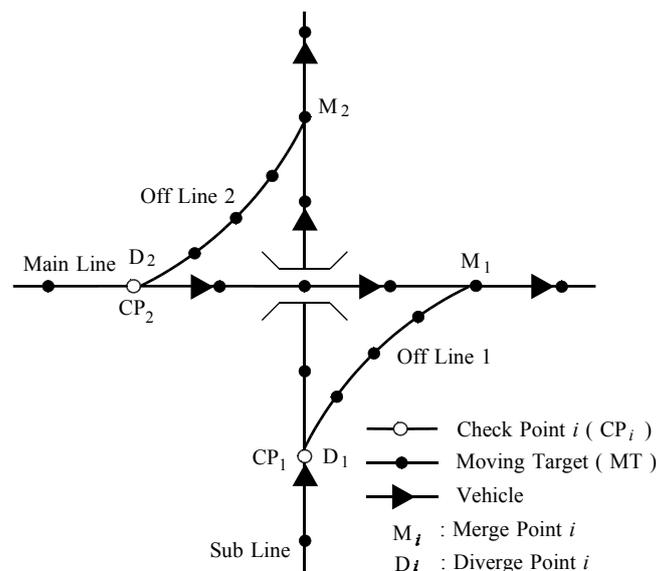


Fig. 4.1: Schematic diagram of the PRT grade separated interchange.

4.2 到来車両

準同期制御方式を採用した場合の車両の MT 乗り換えの様子を Fig.4.2 に示す。図は、横軸に時間を取り、縦軸に各時刻における MT の位置を示したものである。図中の Δt は、相連続する MT の時間間隔である。時刻 t において MT に割り付けられていた副線上の車両は、時刻 $t + \Delta t$ で合流点に到達する。本線上にも時刻 $t + \Delta t$ で

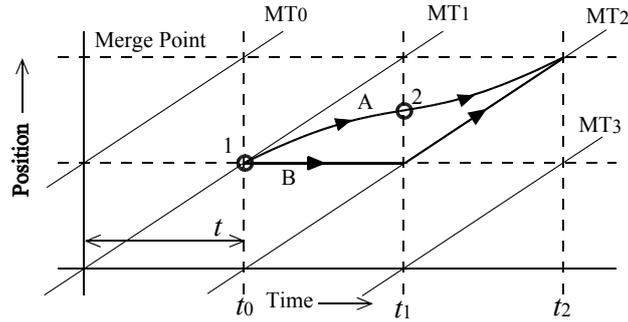


Fig. 4.2: An example of trajectories for a merging vehicle.

合流点に到達する車両がいる場合には、副線上の車両は減速し、点1,2を通りMTに乗り換える。このとき、本線上では減速は行われぬ。以上の車両挙動は、仮想的に点1で合流不可と判定されて時刻 t_0 から t_1 まで停止し、 t_1 で合流可となりMTに乗り換えたと考え得る。これは、曲線Aを通りMTに乗り換えても、曲線Bのような動きをしても車両が合流点に到達する時刻は変わらないからである。ここで、解析の便宜上、 $t_1 - t_0$ をシステムの単位時間とする。

本モデルへの入力である車両の到来確率を以下のように仮定する。副線に車両が到来する確率、すなわちCPの手前に到来する任意のMTに車両が割り付けられている確率を P_{CP} とする。任意のMTに車両が割り付けられているか否かは、それ以前に到来したMTに車両が割り付けられていたか否かには無関係な独立事象であるとする。逆に副線に車両が到来しない確率は、 $1 - P_{CP}$ とする。また、到来した車両が分岐希望車である確率を P_{D} 、直進希望車である確率を P_{S} とする。次に、本線は優先路のため車両が待つことはない。このため、本線側では単に直進希望車が到来する確率を P_{S} 、分岐希望車が到来する確率を P_{D} 、到来しない確率を $1 - P_{S} - P_{D}$ とする。

4.3 合流制御方式

前節のMT乗り換えで説明したようにモデル化の便宜上 Fig.4.2の曲線Bのように考えるが、一般にPRTでは、客の乗降を行う駅以外で車両が完全に停止することは想定されていない。Fig.4.1のCPで車両を待たせる以外にもM-Dの側線で分岐希望車を、M-Dで直進希望車を待たせる方法も考えられる。しかし、待ち行列の先頭車両は迂回することはできないために待ち時間が長くなるとほぼ停止してしまう可能性もある。したがって、本論文では、迂回の自由度を持たせ、待ち時間をある程度抑えるために文献[29]と同様にCP上から待ち行列を形成するものとする。ただし、CP上の車両のMT乗り換えは、最大 N 回までとし、これを超える場合は直進希望車は分岐させ、分岐希望車は直進させて迂回する。この

S 回を制限待ち回数と呼ぶことにする。

4.4 状態定義と定式化

インターチェンジの数理モデルを隠れマルコフ連鎖 (embedded Markov chain) の手法 [43] を用いて構築する。隠れマルコフ連鎖を構築する際の仮定を以下に示す。

1. 各事象は、システムの単位時間ごとの時点においてのみ生起する。
2. 同一事象が、同一時点に生起することはない。
3. 異なる事象は、同一時点に生起することが許される。

本モデルでは、副線上の待ち行列長に制限はない。したがって、待ち台数に基づいて状態量を定義した場合、有限マルコフ連鎖の手法を適用することができない [44]。さらに、後で詳しく述べるが、通常の待ち行列問題における客のサービス時間分布に相当する時間分布が複雑な分布である。

4.4.1 状態定義

本モデルでは、システムの機能上、CP に到来した車両の MT の乗り換え回数、すなわち、CP に車両が到来したときから合流可と判定されるまでの時間が計測される。

CP に到来した分岐希望車は、CP にも同時に直進希望車が到来したとき、衝突を避けるために CP 上で“待つ”ことになる。また、CP に直進希望車が到来したときは、CP に同時に分岐希望車が到来したとき CP 上で“待つ”ことになる。ここで、副線に到来した車両が、待ち行列に加わり CP 上の先頭車両となるまでの時間を一般的な待ち行列理論と同様に「待ち時間」と呼び、これに対して CP 上で車両が“待つ”時間を「合流待ち時間」と呼ぶことにする。

以上のことから、CP 上の車両の合流待ち時間の分布が、一般的な待ち行列モデルにおける客のサービス時間分布に相当することは明らかである。ただし、CP 上の待ち車両には、分岐希望車と直進希望車の二種類がある。このため車両の種類により合流待ち時間の分布が異なることと、制限待ち回数のために合流待ち時間が打ち切られるために合流待ち時間分布 (サービス時間分布) は、単純な幾何分布とはならない。しかし、森村ら [45] の著書にあるようにサービス時間が一般分布となる場合であってもサービスの終了時点のみに着目したとき、サービス時間内の到着数の分布がサービス開始前の過去の状況に無関係でありさえすれば、離散時点の隠れマルコフ連鎖として表現できる。このことから、合流待ち時間終了時点における副線上の待ち台数に基づいて状態量を定義する。具体的には、CP を車両が離れた直後の時点で状態の観測を行う。したがって、観測時間間隔は一定とならない。観測時点において待ち台数が n 台であるとき、状態 n と定義する。

4.4.2 合流待ち時間

CP に任意の車両が到来したとき、合流待ち時間が t_{wait} となる確率 P_{wait} を考える。前述したように、CP への到来車両は、分岐希望車か直進希望車のどちらかである。

まず、CP へ分岐希望車が到来した場合、CP に車両が到来しないか、分岐希望車が到来したときは、CP 上で待つことはない。同様に、CP へ直進希望車が到来した場合は、CP に車両が到来しないか、直進希望車が到来したときは、CP 上で待つことはない。

次に、CP に到来した分岐希望車が i 台待つのは、CP 上に直進希望車が連続して i 台到来する場合である。すなわち、連続する i 個の MT に直進希望車が割り付けられていて、 $(i+1)$ 番目の MT には車両が割り付けられていないか分岐希望車が割り付けられている場合である。同様に、CP に到来した直進希望車が j 台待つのは、CP 上に連続して分岐希望車が j 台到来し、 $(j+1)$ 番目の MT には車両が割り付けられていないか直進希望車が割り付けられている場合である。さらに、制限待ち回数を L 回としているので、 L 回待った後、合流不可と判定された車両は直進もしくは分岐して迂回する。

以上のことから、合流待ち時間が t_{wait} となる確率 P_{wait} は、

(4.1)

で与えられる。ここで、平均合流待ち時間 \bar{t}_{wait} は、期待値の定義式から次式となる。

(4.2)

4.4.3 推移確率

本モデルの状態推移は、合流待ち時間内に待ち行列へ到来する車両台数と CP を離れる車両台数（この場合は 1 台）によって記述できる。しかし、合流待ち時間内に待ち行列へ後続車両が到来するか否かの観測回数は、CP 上に待ち車両が存在するかどうかで異なる。そこで、以下では状態 S_i と状態 S_{i+} とに区別して説明する。

【1】状態 S_0 の場合

1. 状態 S_0 では、CP 上に待ち車両が存在しない。このため、1 台目の車両が CP に到来し、何 i かの合流待ち時間を経験した後に CP を離れ、この時点で次の状態が決定される。

2. この1台目の車両の到来時点と合流待ち時間の計測開始時点が一致することは明らかである。
3. 計測開始時点で1台目の車両が到来しているので、前述した仮定(2)から後続車両の到来は起こらない。したがって、合流待ち時間が t であるとすれば、この間に待ち行列へ後続車両が到来するか否かの観測は n 回行われることになる。

ここで、 n 回の計測中に m 台の後続車両が到来する確率を P_m とすれば、 P_m は、

$$P_m = \binom{n}{m} p^m (1-p)^{n-m} \quad (4.3)$$

で算定できる。

上の議論では、合流待ち時間を t とした。状態の推移確率を求めるには、合流待ち時間内に待ち行列へ m 台の後続車両が到来する確率 P_m を求める必要がある。 P_m は(4.1)式と(4.3)式を用いて、

$$P_m = \binom{n}{m} p^m (1-p)^{n-m} \quad (4.4)$$

で求めることができる。

【2】状態 0 の場合

1. 状態 0 では、CP上の車両を X 、その直後の車両を Y とする。
2. 車両 X が合流可と判定され、車両 Y がCP上の車両となった時点で待ち台数が n 台になったとする。この時、車両 Y は待ち台数 n に含まれている。
3. 次の状態は、車両 Y がCPを離れた時点で決定される。車両 Y がCP上にいる時間が合流待ち時間である。したがって、合流待ち時間の計測は、状態 0 からの推移と同様にCPに車両 Y が移動した時点から始まる。
4. ただし、車両 Y がCP上の車両となる事象と後続車両が到来するか否かという事象は互いに異なる事象である。よって、仮定(3)から、状態 0 の場合と異なり、合流待ち時間を t とすれば、この間に後続車両が到来するか否かの観測は n 回行われることになる。

この n 回の観測中に m 台の後続車両が到来する確率 P_m は、(4.3)式と同様に考えて、

$$P_m = \binom{n}{m} p^m (1-p)^{n-m} \quad (4.5)$$

で算定できる。さらに、 P_{i+1} を求めた場合と同様に、合流待ち時間内に i 台の後続車両が到来する確率 P_{i+1} は、(4.4) 式と同様に次式で与えられる。

$$(4.6)$$

以上で、合流待ち時間内に待ち行列へ i 台の車両が到来する確率 P_i および P_{i+1} が求められた。

次に、この P_i 、 P_{i+1} を用いて状態 i から状態 $i+1$ への推移確率 $P_{i \rightarrow i+1}$ を求める。

【1】状態 i から状態 $i+1$ への推移確率

1. 合流待ち時間内に到来する後続車両の台数を n 台とする。すなわち、 i 台の待ち台数の後ろに n 台の車両が加わり、CP 上の車両が待ち行列から離れた状況が状態 $i+1$ である。よって、 P_{i+1} となる。
2. このとき、 i 台の車両が到来する確率 P_i と推移確率 $P_{i \rightarrow i+1}$ は等しくなければならない。したがって、 $P_{i \rightarrow i+1} = P_i$ である。
3. ここで P_{i+1} と置き換えることにより、 $P_{i+1} = P_i$ の関係が得られる。
4. 推移確率 $P_{i \rightarrow i+1}$ を i 台の車両が到来する確率 P_i で表すことができた。

【2】状態 $i+1$ から状態 $i+2$ への推移確率

1. 合流待ち時間内に到来する後続車両の台数は n 台とする。
2. 状態 $i+1$ では CP 上に車両が存在しないため、1 台目の車両が CP に到来し、合流待ち時間を経験したこの車両が CP を離れたときに状態 $i+2$ が決定される。
3. この間に i 台の車両が到来しているので、待ち台数は i 台となり、 P_{i+1} である。このことから直ちに $P_{i+1 \rightarrow i+2} = P_{i+1}$ が求まる。

以上のように、推移確率 $P_{i \rightarrow i+1}$ を P_i 、 P_{i+1} を用いて表すことができ、隠れマルコフ連鎖モデルの推移確率行列 P は、

$$(4.7)$$

$$P = \begin{pmatrix} P_0 & P_1 & P_2 & \dots & \dots & \dots \\ 0 & P_1 & P_2 & \dots & \dots & \dots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \ddots & \ddots \end{pmatrix}$$

のようになる。

4.5 解析

平均待ち台数 L などを確率母関数の手法 [46] を用いて解析的に求める。

4.5.1 平均待ち台数, 平均通過遅れ時間および平均待ち時間

前章で得られた隠れマルコフ連鎖が平衡状態にあるとき, 状態 n である確率を π_n で表す。この $G(z)$ の母関数を次式のように定義する。

(4.8)

また, 母関数の性質から, 以下の (4.9) 式と (4.10) 式が成立する。

(4.9)

(4.10)

次に, 具体的に平均待ち台数 L を求めていく。 π_0 は平衡状態確率であるから, 前章で求めた推移確率 p_{01} を用いれば,

(4.11)

が成立する。推移確率 p_{01} は具体的に (4.7) 式で与えられている。したがって, (4.8) 式に (4.11) 式を代入すれば L を具体的に求めることができ,

—

(4.12)

となる。上式において、 $\Gamma(x)$ は、それぞれ $\Gamma(x)$ の母関数である。そして、(4.12) 式を整理すると、 $\Gamma(x)$ は次式となる。

$$\Gamma(x) = \int_0^{\infty} t^{x-1} e^{-t} dt \quad (4.13)$$

まず、 $\Gamma(x)$ は(4.3), (4.4) 式より、

$$\Gamma(x) = \int_0^{\infty} t^{x-1} e^{-t} dt \quad (4.14)$$

と表される。 $\Gamma(x)$ についても同様に求めると

$$\Gamma(x) = \int_0^{\infty} t^{x-1} e^{-t} dt \quad (4.15)$$

と表される。

次に、(4.10) 式の関係を利用するため、(4.13) 式を $\Gamma(x)$ について微分すると

$$\frac{d}{dx} \Gamma(x) = \int_0^{\infty} t^{x-1} e^{-t} \ln t dt \quad (4.16)$$

が得られる。ここで、上式右辺の $\int_0^{\infty} t^{x-1} e^{-t} \ln t dt$ を求めるため、(4.13) 式の両辺の \rightarrow の極限をとる。ロピタルの定理を用い、(4.9) 式の関係を利用すれば

$$\frac{d}{dx} \Gamma(x) = \int_0^{\infty} t^{x-1} e^{-t} \ln t dt \quad (4.17)$$

$$\Gamma(x) = \int_0^{\infty} t^{x-1} e^{-t} dt \quad (4.18)$$

となる。次に、上式において未知である $\Gamma(x)$, $\Gamma'(x)$, $\Gamma''(x)$ をそれぞれ求める。

まず, $A(1)$ は (4.14) 式より,

(4.19)

となる。次に, \dots は (4.1), (4.14) 式より,

(4.20)

となる。さらに, \dots についても同様に, (4.15) 式より, \dots は \dots を用いて次式で表せる。

(4.21)

以上で, すべての値が得られたので, (4.18) 式に代入することにより, \dots は次式となる。

(4.22)

\dots が求まったので, 次に, 平均待ち台数 \dots を求める。 \dots は (4.10) 式から, \dots に対する $\rightarrow 1$ の極限值として求めることができる。したがって, (4.16) 式の両辺の $\rightarrow 1$ の極限をとり, (4.10) 式の関係を利用すれば,

(4.23)

となる。しかし, 上式の \dots が未知であるので, さらに以下で, これらを求める。

まず, \dots は \dots と同様に

(4.24)

となる。また、 \bar{N}_w は \bar{N}_w , \bar{N}_w を用いて次式で表せる。

(4.25)

よって、平均待ち台数 \bar{N}_w は、最終的に

(4.26)

のように得られる。ただし、上式において、簡単のため、 \bar{N}_w , \bar{N}_w ,
および \bar{N}_w とした。ここで、待ち回数を制限しない場合は、(4.26)
式において \bar{N}_w とすれば、

(4.27)

となる。また、副線上の全車両の平均通過遅れ時間 \bar{N}_w は、リトルの公式[38]より、
(4.28)

で与えられる。

次に、4.4.1で述べた待ち行列に加わってから CP 上に到達するまでの「待ち時間」の平均 \bar{N}_w を求める。副線上の全車両の平均通過遅れ時間 \bar{N}_w は、CP 上の平均合流待ち時間 \bar{N}_w と平均待ち時間 \bar{N}_w の和である。したがって、

(4.29)

で求められる。さらに、副線上の車種別の平均通過遅れ時間を求める。直進希望車の平均通過遅れ時間を \bar{N}_w , 分岐希望車の平均通過遅れ時間を \bar{N}_w で表す。直進希望車も分岐希望車も待ち行列に加わってから CP 上に到達するまでの平均待ち時間 \bar{N}_w は同じであり、CP 上での合流待ち時間のみが異なっている。したがって、

(4.30)

(4.31)

でそれぞれ与えられる。この車種別の平均通過遅れ時間 \bar{N}_w , \bar{N}_w と全車両の平均通過遅れ時間 \bar{N}_w は、次の関係が成立する。

(4.32)

次に、CP 上の車両を除いた平均待ち台数 \bar{n}_w を求める。 \bar{n}_w は、(4.22) 式を用いて

$$\bar{n}_w = \frac{\lambda \bar{w}}{\mu} \quad (4.33)$$

となる。ここで、上式より、 \bar{n}_w と \bar{n}_c の差は、

$$\bar{n}_w - \bar{n}_c = \frac{\lambda \bar{w}}{\mu} - \frac{\lambda \bar{w}_c}{\mu} \quad (4.34)$$

であり、(4.22) 式の \bar{n}_c 内と等しい値である。この値は、トラフィック密度 (traffic density) ρ であり、(4.2) 式と比較して

$$\bar{n}_w - \bar{n}_c = \frac{\lambda \bar{w}}{\mu} - \frac{\lambda \bar{w}_c}{\mu} \quad (4.35)$$

となる。上式右辺の \bar{n}_w は、CP 上の平均合流待ち時間 \bar{w} 内に副線に連続して到来する車両台数の期待値である。すなわち、時間 \bar{w} で CP 上の車両が 1 台出力されるのに対し、時間 \bar{w}_c 内に平均して \bar{n}_c 台以上の車両が連続して到来すれば、待ち行列長は増え続けることを意味している。したがって、 $\bar{n}_w > \bar{n}_c$ が本モデルの発散条件であり、 $\bar{n}_w > \bar{n}_c$ が解の存在条件となる。

4.5.2 迂回率

副線に到来する直進希望車と分岐希望車の迂回率 (detour rate) をそれぞれ α 、 β で表すものとする。迂回率を

$$\text{迂回率} = \frac{\text{迂回した直進 分岐 希望車の台数}}{\text{副線に到来する直進 分岐 希望車の台数}}$$

と定義する。まず、副線上の直進希望車が迂回することになるのは、 \bar{n}_c 回待った後で直進不可と判定された場合である。これは、CP に \bar{n}_c 台以上の分岐希望車が連続して到来する状況であり、その生起確率は

$\rho^{\bar{n}_c}$ である。また、CP に直進希望車が到来する確率は $1 - \rho$ である。したがって、直進希望車が迂回する確率は $\rho^{\bar{n}_c} (1 - \rho)$ となる。同様に副線上の分岐希望車が迂回する確率は $\rho^{\bar{n}_c} (1 - \rho)$ となる。以上のことから、直進希望車の迂回率 α および分岐希望車の迂回率 β は、定義より、

$$\alpha = \frac{\rho^{\bar{n}_c} (1 - \rho)}{1 - \rho} \quad (4.36)$$

$$\beta = \frac{\rho^{\bar{n}_c} (1 - \rho)}{1 - \rho} \quad (4.37)$$

となる。

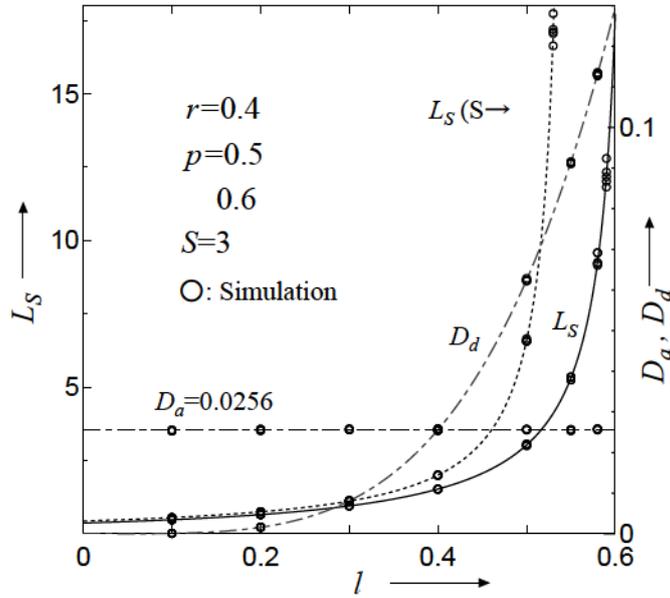


Fig. 4.3: Numerical examples of L_S , D_a and D_d with $r = 0.4$.

4.6 数値計算例

Fig.4.3 に本線の直進希望車の到来確率 l に対する平均待ち台数 L_S と迂回率 D_a , D_d を示す。本線の分岐希望車の到来確率 $r = 0.4$, 副線の到来確率 $p = 0.5$, 副線の分岐希望車の割合 $\alpha = 0.6$ および制限待ち回数 $S = 3$ とした。図中で L_S を実線で, D_a , D_d を一点鎖線で示す。 r は一定であるため, (4.36) 式より $D_a = 0.0256$ の一定値である。また, 参考のために待ち回数を制限しない $S \rightarrow \infty$ の L_S ((4.27) 式) を点線で示してある。さらに, 図中の○印はシミュレーション結果であり, シミュレーションは, Δt ごとに MT を発生させ, 一様乱数を用いて確率的に MT に車両を割り付けることにより行った。一様乱数生成のアルゴリズムは周期が長く, 生成速度が高速である松本・西村の「Mersenne Twister 法」[39]を採用した。一様乱数の初期値を変え, $5 \times 10^6 \Delta t$ のシミュレーションを 5 回行った。シミュレーション値と理論値は, よく一致しており構築した数理モデルの妥当性を確認できた。ここで, 本線の直進希望車到来確率 $l = 0.5$ のとき, $S = 3$ の平均待ち台数 L_S は合流待ち時間を制限しない $S \rightarrow \infty$ の場合に比べ, 半分以下の約 46% に減少している。このとき, 副線の直進希望車の迂回率 D_a は前述の通り約 2.6% で, 分岐希望車の迂回率 D_d は約 6.3% である。若干の迂回率を犠牲にして平均待ち台数を減少させている。すなわち, 平均待ち台数と迂回率はトレードオフの関係にある。

また, Fig.4.3 以外では, Fig.4.4, Fig.4.5 および Fig.4.6 に本線の分岐希望車の到来確率 $r = 0.3, 0.5, 0.6$ の条件において本線の直進希望車の到来確率 l に対する平均待ち台数 L_S と迂回率 D_a , D_d を示す。

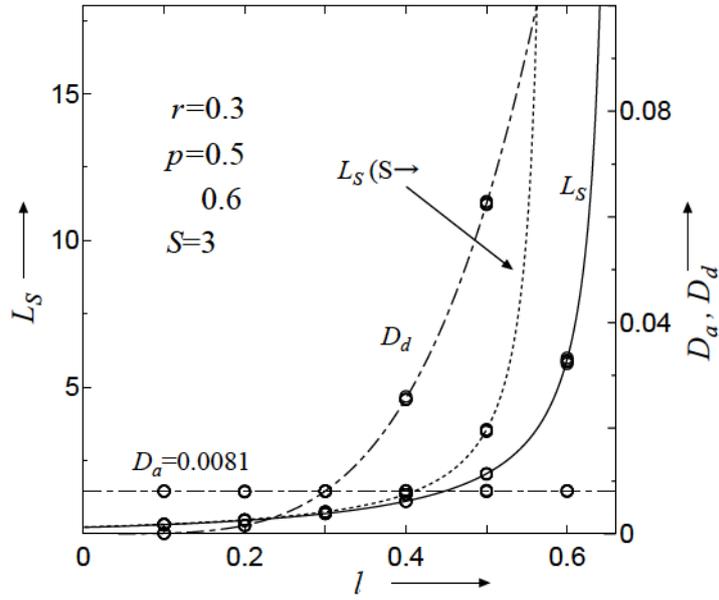


Fig. 4.4: Numerical examples of L_S , D_a and D_d with $r = 0.3$.

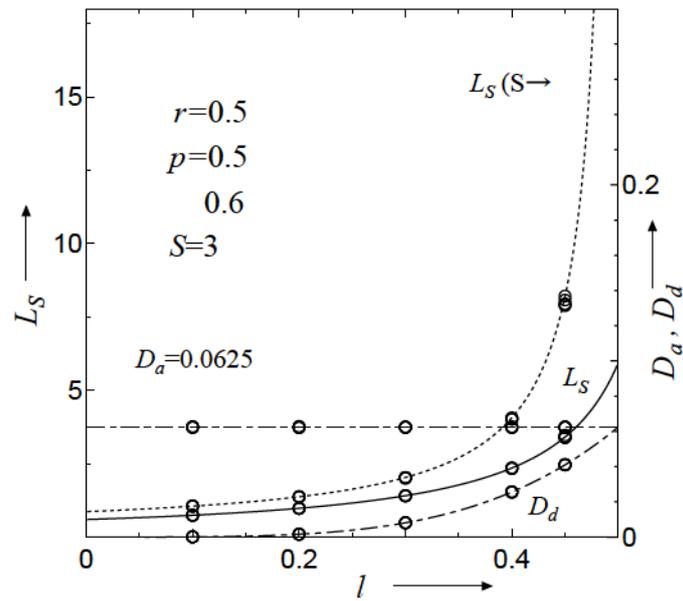


Fig. 4.5: Numerical examples of L_S , D_a and D_d with $r = 0.5$.

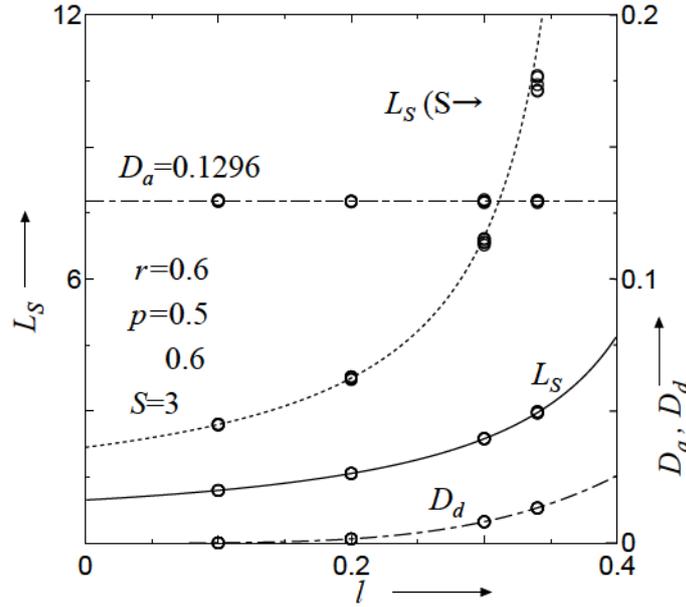


Fig. 4.6: Numerical examples of L_S , D_a and D_d with $r = 0.6$.

Fig.4.4 では、本線の直進希望車到来確率 $l = 0.5$ のとき、 $S = 3$ の平均待ち台数 L_S は合流待ち時間を制限しない $S \rightarrow \infty$ の場合に比べ、約 58% に減少している。このとき、副線の直進希望車の迂回率 D_a は約 0.8% で、分岐希望車の迂回率 D_d は約 6.2% である。Fig.4.5 では、本線の直進希望車到来確率 $l = 0.4$ のとき、平均待ち台数 L_S は合流待ち時間を制限しない $S \rightarrow \infty$ の場合に比べ、約 58% に減少している。このとき、副線の直進希望車の迂回率 D_a は約 6.2% で、分岐希望車の迂回率 D_d は約 2.6% である。さらに、Fig.4.6 では、合流待ち時間を制限しない $S \rightarrow \infty$ の場合 $l = 0.4$ で L_S が発散している。しかし、平均待ち台数 L_S は合流待ち時間を制限した場合は $l = 0.4$ まで許容できることがわかる。 $l = 0.3$ のとき、副線の直進希望車の迂回率 D_a は約 13% で、分岐希望車の迂回率 D_d は約 0.8% である。平均待ち台数 L_S は合流待ち時間を制限しない $S \rightarrow \infty$ の場合に比べ、約 34% に減少している。

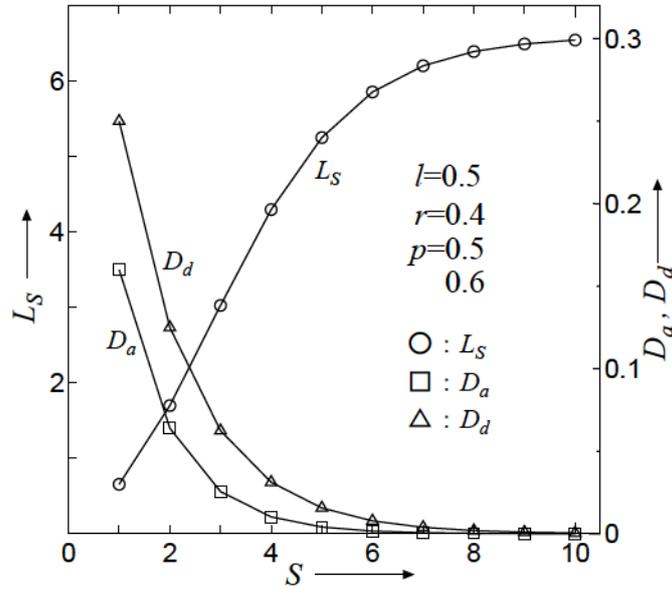


Fig. 4.7: Numerical examples of L_S , D_a and D_d with $l = 0.5$, $r = 0.4$, $p = 0.5$.

そこで、制限待ち回数 S の効果を検討するため、Fig.4.7に S に対する平均待ち台数 L_S と迂回率 D_a , D_d の数値例を示す。 $l = 0.5$, $r = 0.4$, $p = 0.5$, $\alpha = 0.6$ とした。ここで S は離散値であるが、グラフの見易さを考慮して各値を直線で結んでいる。図から明らかなように、 $S = 10$ の場合は D_a , D_d 共にほぼ0となっており、平均待ち台数は、制限を設けない $S \rightarrow \infty$ の場合とほぼ等しい結果となっていることがわかる。すなわち、待ち台数をある程度抑えるためには、制限待ち回数 S を数回に設定する必要がある。

ここで、副線の直進希望車の迂回率 D_a を $x \times 100\%$ 以下に抑えるための制限待ち回数 S は (4.36) 式から

$$S \geq \lceil \log_r x \rceil - 1 \quad (4.38)$$

で与えられる。同様に、分岐希望車の迂回率 D_d を $x \times 100\%$ 以下に抑えるための制限待ち回数 S は、(4.38) 式の r を l に置き換えることで与えられる。一例として、Fig.4.7において D_a , D_d の両方を 10% 以下に抑えるためには、制限待ち回数 S を 3 以上にしなければならないことがわかる。

また、Fig.4.7 以外の例として、Fig.4.8 および Fig.4.9 の数値例を示す。

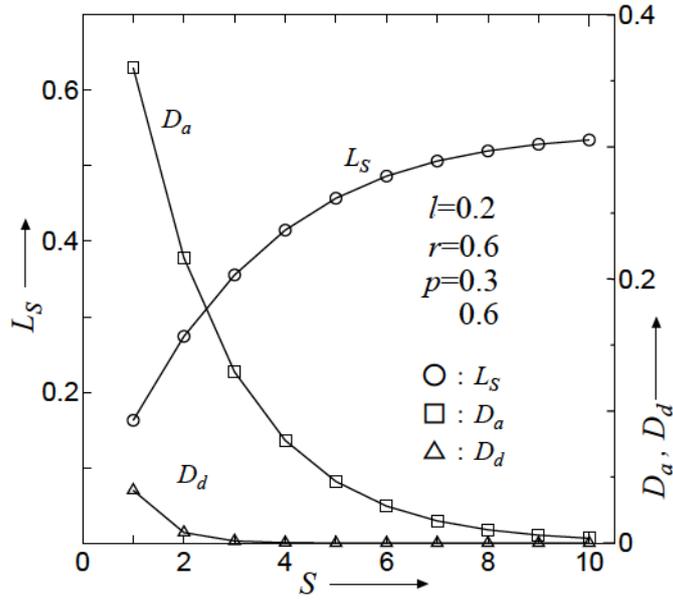


Fig. 4.8: Numerical examples of L_S, D_a and D_d with $l = 0.2, r = 0.6, p = 0.3$.

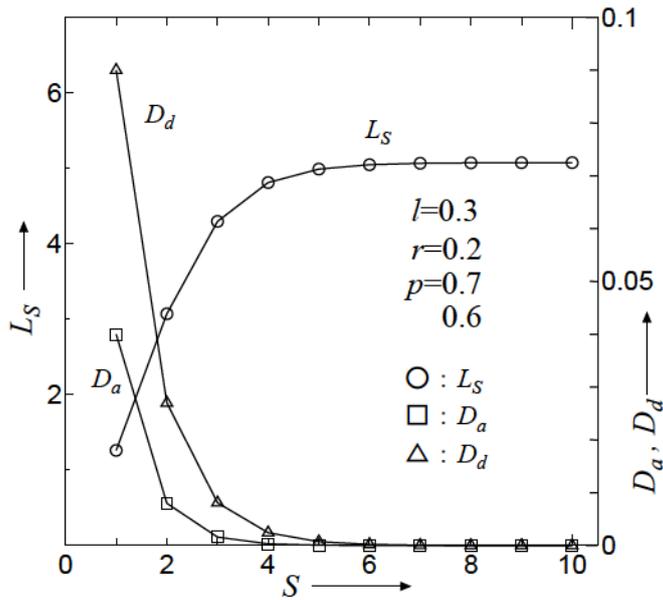


Fig. 4.9: Numerical examples of L_S, D_a and D_d with $l = 0.3, r = 0.2, p = 0.7$.

Fig.4.8では、 $l = 0.2, r = 0.6, p = 0.3, \alpha = 0.6$ とした。この図において D_a を 10% 以下に抑えるためには、制限待ち回数 S を 4 以上にしなければならないことがわかる。また、Fig.4.9では、 $l = 0.3, r = 0.2, p = 0.7, \alpha = 0.6$ とした。この図において D_a, D_d の両方を 5% 以下に抑えるためには、制限待ち回数 S を 4 以上にしなければならないことがわかる。

4.7 まとめ

本章で得られた成果をまとめると以下ようになる。

- (1) 個別輸送システムのインターチェンジにおいて、本線から副線に合流する車両も考慮した数理モデルを隠れマルコフ連鎖の手法を用いて構築した。
- (2) 解析には、確率母関数を用いることにより、平均待ち台数や平均待ち時間などのシステム評価の指標となる諸量を解析的に求めることができた。
- (3) シミュレーション結果と比較することにより数理モデルの妥当性を確認した。これらの結果、PRTシステムの設計や制御方式の検討に際して有用な資料を提供することができた。さらに、PRTシステムのネットワーク全体を対象にした詳細なシミュレーションにおける各種パラメータの設定やシミュレーション結果の整理にも役立てることができる。
- (4) 本章では平均待ち台数を減少させるために待ち回数に制限を設けたが、それにより迂回が発生する。しかし、少しの迂回により、大幅に平均待ち台数を減少させられることを定量的に明らかにし、具体的に制限待ち回数の値を検討するための手がかりを示すことができた。

第5章 結論

本論文では、個別輸送システムのボトルネックとなる合流部やインターチェンジにおいて、それぞれの数理モデルを構築し、輻輳現象の解析を行った。

その成果をまとめると以下のとおりである。

- (1) 各車両が別々に走行するだけでなく連結して走行する場合も考慮した輸送システム合流部を解析し、待ち台数制限と車両挙動の基礎的關係を検討した。(第3章)
- (2) 各Lineの平均待ち台数の式と待ち行列システムとの対応關係や両路線の制限台数の値が互いに影響し合う相互關係が存在することなどを明らかにした。また、一方の制限台数をとした場合や無限大とした特別な場合についても解析的に明らかにすることができた。(第3章)
- (3) 各Lineの車両到来確率が等しいとき、1台で出力される車両の割合が最小になり、制限台数と1台で出力される車両の割合との關係を定量的に明らかにした。そして、今回の解析から制限台数が無限の場合にのみ、待ち行列長の発散条件が存在し、制限台数を設けない路線側の平均待ち台数の式が待ち行列システムと類似の結果となることもわかった。(第3章)
- (4) 個別輸送システムのインターチェンジにおいて、本線から副線に合流する車両も考慮した数理モデルを隠れマルコフ連鎖の手法を用いて構築した。(第4章)
- (5) 解析には、確率母関数を用いることにより、平均待ち台数や平均待ち時間などのシステム評価の指標となる諸量を解析的に求めることができた。(第4章)
- (6) 本論文では平均待ち台数を減少させるために待ち回数に制限を設けたが、それにより迂回が発生する。しかし、少しの迂回を許すことにより、大幅に平均待ち台数を減少できることを定量的に明らかにし、具体的に制限待ち回数の値を検討するための手がかりを示すことができた。(第4章)

また、今後は、以下のような項目に関して、さらに検討する必要がある。

- (1) 第3章の連結走行する個別輸送システム合流部において、軌道ネットワークを考えた場合、合流部からの出力は、次の合流部の入力となっている。し

たがって、今後の課題として、連結されて出力する車両や1台のみで出力する車両の合流部からの出力時間間隔分布などについても検討が必要である。

- (2) 第4章のインターチェンジモデルにおいて、4.3で述べたように分岐点以降で車両を待たせる方法も考えられる。ただし、待ち行列が異なる2個所に形成され、それぞれの待ち行列が互いに独立ではないため、本章で用いた隠れマルコフ連鎖によるモデル化の手法を適用することはできない。したがって、分岐点以降で車両を待たせる制御方式について詳細な検討を行う必要がある。

さらに、本論文で得られた結果は、次のようなシステムへの応用も期待される。

- (1) 個別輸送システム以外では、生産システムにおいて、工場や倉庫の無人化[18]に有用なAGVS (Automated Guided Vehicle System) もまた本論文で想定している輸送システムの一つであり、本論文の成果を応用することができる。
- (2) AGVS 運用上の問題点としては、同一の搬送系内に複数のAGVが走行している場合、AGV間での干渉が発生することが挙げられる。合流部でのブロッキングやデッドロックといった車両同士の干渉は、生産システムのスケジューリングに影響を与えるため、生産効率の低下や製造コストの増大につながる。したがって、本研究の結果からAGVシステム合流部の設計や評価に対して有益な資料を提供することができる。

謝辞

本研究の遂行，また本論文の作成にあたり，研究の考え方，方法，まとめ方など全てにおいて，長期にわたって厳しくも優しいご指導ならびにご鞭撻をいただいた，日本大学理工学部電気工学科 浜松 芳夫特任教授に厚く御礼申し上げます。特に，筆者が日本に留学して以来，研究内容から研究の方法論，留学生活に至るまで，5年もの長きにわたり終始変わらぬお世話をいただきました。ここに，深甚な万謝をささげる次第であります。

日本大学理工学部電気工学科 星野 貴弘助教には，研究や生活全般において大変お世話になりました。研究者としてのあり方などを含め，たくさんの事を教えていただきました。心から深く感謝いたします。

本論文をまとめるにあたり，貴重なご指導ならびに的確なご助言を賜りました日本大学理工学部電気工学科 塩野 光弘教授，日本大学理工学部応用情報工学科 泉 隆教授，茨城大学工学部知能システム工学科 坪井 一洋教授に謹んで感謝の意を表します。

また，日常の議論を通じて多くの知識や示唆を頂いた本学博士前期課程2年の安盛 貴之君・鈴木 聡太郎君，および博士前期課程1年の久保 良介君，太田 祐貴君，張 征陽君の皆様感謝いたします。

そして，私の就職先である株式会社ハイシンクジャパンの社長 小笠原 睦之様，業務管理本部総務・人事グループ・人事採用担当 橋野 幸成様，柴田 淳子様には，中途採用にもかかわらず学業を優先させ，いつも親切なご指導，ご鞭撻をいただきましたことを心から感謝の意を表します。また，研究以外で留学生としての私をご支援いただいた日本大学理工学部駿河台校舎の学生課および教務課のご担当いただいた方々に深く感謝いたします。

最後に，就学時において常に精神的支えとなり，応援していただいた家族，並びに常に私を温かく見守ってくれた両親に深く感謝いたします。特に妻に関しては，留学中の間，辛い場面や苦しい場面において常に良き理解者となり，最も近い場所で励まし，支えてくれました。ここに，博士論文をまとめるにあたり，妻 汝 テイ および 娘 羽 萱 への感謝の意へと変えさせていただきます。

参考文献

- [1] 塚口博司・塚本直幸・日野泰雄:「交通システム」, 国民科学社, pp.96-223 (1996)
- [2] 都市交通研究会:「新しい都市交通システム」, 山海堂, pp.1-180 (1997)
- [3] U. S. Department of Housing and Urban Development Tomorrow's: "Transportation – New Systems for the Urban Future", (1968)
- [4] 機械振興協会経済研究所:「明日の輸送—アメリカの場合—」, (1970)
- [5] 井口雅一・山下恭生:「新交通システム」, pp.47-56, 朝倉書店 (1985)
- [6] 佐藤信之:「モノレールと新交通システム」, pp.128-133, グランプリ出版 (2004)
- [7] 井口雅一・石井威望・越正毅:「わが国における個別輸送機関(CVS)の開発計画について」, 日本機械学会誌, Vol.75, No.640, pp.738-746 (1972)
- [8] 石井威望:「CVS(Computer-controlled Vehicle System)」, 電子通信学会誌, Vol.56, No.12, pp.1656-1659 (1973)
- [9] 石井威望・井原広一・四宮文人・刈谷志津郎・深畑晋作:「CVSスーパーウェイ計算機制御システム」, 日立評論, Vol.56, No.12, pp.1211-1216 (1974)
- [10] K.Mueller and S.P.Sgouridis: "Simulation-based analysis of personal rapid transit systems: service and energy performance assessment of the Masdar City PRT case", *J. Adv. Transp.*, Vol.45, No.4, pp.252-270 (2011)
- [11] Chris Cook, Davina Fereday, Martin Lowson, Richard Teychenne: "Passenger Response to a PRT System", *Transportation Research Board Paper 04-3058* (2004)
- [12] P.H.Bly, J.C.Hammersley and M.Lowson: "Evaluation of Passenger Satisfaction with the Heathrow PRT system", *Proceeding of 14th International Conference on Automated People Movers and Automated Transit Systems*, pp.127-142 (2013)
- [13] Martin Lowson: "Engineering the ULTra System", *Ingenia*, Issue.13, pp.6-12, Aug (2002)
- [14] Martin Lowson: "A New Approach to Effective and Sustainable Urban Transport", *Transportation Research Board Paper 03-2140* (2003)

- [15] D.F.Wilkie: “ A moving cell control scheme for automated transit systems ”, *Transp. Sci.*, 4, 4, pp.347-364 (1970)
- [16] R.K.Boyd and M.P.Lukas: “ How to run an automated transportation system ”, *IEEE Trans. Syst. Man. & Cybern.*, SMC-2, 3, pp.331-341 (1972)
- [17] R.J.Caudill and W.L.Garrard: “ Vehicle-Follower Longitudinal Control for Automated Transit Vehicles ”, *ASME J. Dynamic Systems, Measurement, and Control*, 99, pp.241-248 (1977)
- [18] 篠塚元雄・吉谷明次:「自動倉庫・搬送システム」, 情報処理, Vol.25, No.4, pp.317-325 (1984)
- [19] H.Mine and T.Mimura: “ Highway merging problem with acceleration area ”, *Transpn. Sci.*, 3, 3, pp.205-213 (1969)
- [20] W.J.Gray, P.Wang and M.Scott: “ An M/G/1-type queuing model with service times depending on queue length ”, *Appl. Math. Modelling*, Vol. 16, 12, pp.652-658 (1992)
- [21] T.Hoshino, K.Tsuboi and Y.Hamamatsu: “ Analysis of Traffic Congestion by Considering Merging on Entry Lines in Transportation System ”, *IEEJ Trans. IA.*, Vol.131-D, No.8, pp.1059-1067 (2011) (in Japanese)
星野貴弘・坪井一洋・浜松芳夫:「輸送システムにおける複数流入路での合流に伴う輻輳現象の解析」, 電学論誌 D, **131**, 8, pp.1059-1067 (2011)
- [22] T.Hoshino, K.Tsuboi, K.Yamanaka and Y.Hamamatsu: “ Operation of Vehicles in AGV System and Method for Analyzing the Operation ”, *IEEJ Trans. IA.*, Vol.129-D, No.2, pp.173-183 (2009) (in Japanese)
星野貴弘・坪井一洋・山中一雄・浜松芳夫:「自動搬送システムの運行制御とその解析手法」, 電学論誌 D, **129**, 2, pp.173-183 (2009)
- [23] T.Hoshino, K.Inoue, K.Tsuboi and Y.Hamamatsu: “ A Study of a Merging Section of PRT System with Bulk Arrival and its Control Strategy ”, *IEEJ Trans. IA.*, Vol.128-D, No.1, pp.48-55 (2008) (in Japanese)
星野貴弘・井上康介・坪井一洋・浜松芳夫:「集団到着を考慮した個別輸送システム合流部の解析と制御戦略」, 電学論誌 D, **128**, 1, pp.48-55 (2008)
- [24] S.J.Brown, Jr. : “ Merge control in automated transit system networks ”, *A.S.M.E Publication*, 73-ICT-109, pp.1-12 (1973)
- [25] F.J.McGinley: “ An intersection control strategy for a short-headway P.R.T. network ”, *Transportation Planning and Technology*, Vol 3, No.1, pp.45-53 (1975)

- [26] F. J. McGinley : “ A survey of quasi-synchronous P.R.T. interchange control algorithms ”, *Transportation Planning and Technology*, 3, pp.233-245 (1977)
- [27] M. Kurihara, I. Kaji, Y. Hamamatsu and K. Nakada: “ Traffic Analysis of PRT Gradecrossed Intersection ”, *The IEICE Trans.*, Vol.J66-A, No.9, pp.836-843 (1983) (in Japanese)
 栗原正仁・加地郁夫・浜松芳夫・中田勝啓:「個別軌道輸送システム平面交差点のトラヒック解析」, 信学論, J66-A, No.9, pp.836-843 (1983)
- [28] K. Satou, M. Kurihara, I. Kaji and Y. Hamamatsu: “ Control Algorithm and Traffic Analysis of P.R.T. Gradeseparated Interchange ”, *The IEICE Trans.*, Vol.J67-A, No.9, pp.904-911 (1984) (in Japanese)
 佐藤公成・栗原正仁・加地郁夫・浜松芳夫:「個別軌道輸送システムにおける立体交差同期制御方式とそのトラヒック解析」, 信学論, J67-A, No.9, pp.904-911 (1984)
- [29] Y. Hamamatsu, M. Kurihara, K. Nakada and I. Kaji : “ Analysis of Vehicle Behavior on a PRT Intersection Model with Vehicles Passing Straight Ahead Through the Intersection ”, *The IECE Trans.*, Vol.J66-A, No.8, pp.717-724 (1983) (in Japanese)
 浜松芳夫・栗原正仁・中田勝啓・加地郁夫:「直進車を考慮した PRT 十字路モデルの車両挙動の解析」, 信学論, J66-A, No.8, pp.717-724 (1983)
- [30] R.J.Troutbeck and S.Kako: “ Limited priority merge at unsignalized intersections ”, *Transpn. Res. A*, Vol.33, pp.291-304 (1999)
- [31] R.Lord-Attivor and M.Jha: “ Modeling Gap Acceptance And Driver Behavior At Stop Controlled(Priority) Intersections in Developing Countries ”, *Proceedings of the AMERICAN CONFERENCE on APPLIED MATHEMATICS (AMERICAN-MATH'12)*, Harvard, Cambridge, USA, pp.29-38 (2012)
- [32] R.Cowan: “ The Uncontrolled Traffic Merge ”, *J. Appl. Prob.*, Vol.16, pp.384-392 (1979)
- [33] E.Sekine and Y.Hamamatsu: “ A Merging Control of Vehicles on PRT System and Analysis of Double Queues ”, *Trans. IEEJ*, Vol.119-D, No.12, pp.1543-1548 (1999) (in Japanese)
 関根栄子・浜松芳夫:「個別輸送システムの車両の合流制御と2重待ち行列の解析」, 電学論誌 D, 119, 12, pp.1543-1548 (1999)
- [34] C.Kai, R.Matsuda, Y.Yano and Y.Hamamatsu: “ An Analysis of Double Queues on PRT System and a Control Strategy for Merging ”, *IEEJ Trans. IA.*, Vol.125, No.6, pp.645-651 (2005) (in Japanese)

- 曹凱・松田隆太・矢野陽平・浜松芳夫：「個別輸送システムの車両の合流制御と2重待ち行列の解析と合流制御戦略」, 電学論誌 D, 125, 6, pp.645-651 (2005)
- [35] Y. Hamamatsu, T.Yoneyama and S.Kikuchi: “ Analysis of Vehicle Behavior under Waiting Time Limit at an Intersection of the Automated People Mover ”, *The IEICE Trans.*, Vol.J72-A, No.8, pp.1253-1259 (1989) (in Japanese)
浜松芳夫・米山忠暉・菊池慎也：「待ち時間を制限した個別軌道輸送システム十字路における車両挙動の解析」, 信学論, J72-A, No.8, pp.1253-1259 (1989)
- [36] Y. Hamamatsu, K. Nakada, I. Kaji and O. Doi: “ Modeling and Analysis of an Intersection on AGT ”, *The IEICE Trans.*, Vol.J64-A, No.10, pp.835-842 (1981) (in Japanese)
浜松芳夫・中田勝啓・加地郁夫・土肥修：「個別軌道輸送システム十字路付近のモデル化とその解析」, 信学論, J64-A, No.10, pp.835-842 (1981)
- [37] S.Araya: “ New Transportation System and Automatic Vehicle Control ”, *Journal of IECE*, **64**, 1, pp.43-49 (1981)(in Japanese)
荒屋真二：「新交通システムと自動運転制御」, 信学誌, **64**, 1, pp.43-49 (1981)
- [38] S.Stidham: “ A Last Word on ”, *Operations Research*, **22**, 2, pp.415-421 (1974)
- [39] M.Matsumoto and T.Nishimura: “ Mersenne Twister: A 623-dimensionally equidistributed uniform pseudorandom number generator ”, *ACM Trans. on Modeling and Computer Simulation*, 8, 1, pp.3-30 (1998)
- [40] T.Hoshino, C.Tian, T.Komuro, K.Tsuboi and Y.Hamamatsu: “ A Model for Merging Sections in Transportation Systems and Its Analysis ”, *IEEJ Trans. IA.*, Vol.135, No.2, pp.155-161 (2015) (in Japanese)
星野貴弘・田川・小室孝文・坪井一洋・浜松芳夫：「輸送システム合流部のモデル化とその解析」, 電学論誌 D, Vol.135, No.2, pp.155-161 (2015)
- [41] 牧野都治：「待ち行列の応用」, pp.36-45, 森北出版 (1992)
- [42] 宮沢政清：「待ち行列の数理とその応用」, pp.131-174, 牧野書店 (2006)
- [43] T. Meisling : “ Discrete-time queuing theory ”, *J. of Opns. Res.*, 6, pp.96-105 (1958)
- [44] J. G. Kemeny and J. L. Snell : “ Finite Markov Chains ”, Springer-Verlag (1976)
- [45] 森村英典・大前義次：「応用待ち行列理論」, 日科技連出版社, pp.166-169 (2000)
- [46] 森村英典・高橋幸夫：「マルコフ解析」, 日科技連出版社, pp.269-270 (1991)