

## 論文審査の結果の要旨

氏名：岡 野 論

博士の専攻分野の名称：博士（理学）

論文題名：Twistor formulation of a massive spinning particle

（スピンをもつ有質量粒子のツイスター形式）

審査委員：（主査） 教授 出口 真 一

（副査） 教授 二 瓶 武 史 元教授 仲 滋 文

我々の身近にある物体や遠く離れた天体などの巨視的な対象は古典力学（または単に力学）で記述され、分子、原子、素粒子などの微視的な対象は量子力学で記述される。対象がもつエネルギー、運動量、軌道角運動量は、古典力学と量子力学の両方に共通する物理量であり、古典力学で定義されるこれらの物理量は、量子化という手続きを経て、量子力学においては演算子として表現される。一方、電子や光子などの素粒子は、それらの軌道角運動量とは無関係なスピンと呼ばれる固有の角運動量をもつ。スピンは質量や電荷などと共に素粒子を特徴付ける重要な物理量である。

さて、通常の議論では、スピンは量子力学において行列として表現されるが、古典力学的な物理量としては想定されていない。これは、スピンに関して古典力学と量子力学の対応関係が完全ではないことを意味する。そこで、古典力学においてスピン自由度の力学変数を付与し、量子化の手続きを経てスピンを導き出すという研究が様々なアプローチで行われてきた。このような流れの一環として、本論文では、ツイスターと呼ばれる複素ベクトルを2組用いてスピンをもつ有質量粒子の古典力学的モデルを構成し、その量子化を実行することで任意のスピンをもつ有質量粒子の量子力学を定式化している。ツイスターを用いた有質量粒子の記述は、1970年代後半にペンローズ達によって論じられている。しかし、その時点では力学的な視点からの考察が行われておらず、ツイスターを用いた有質量粒子の作用積分とそれに基づく古典力学および量子化は、2000年代に入ってから研究されている。本論文において提出者は、これらの過去の研究で不明な点や不満足な点を再考察すると共に、局所ゲージ不変な新しい作用積分を提案し、それを基にスピンをもつ有質量粒子の古典力学と量子化を研究している。

本論文は、全6章と補遺から構成されている。それらの概要と評価は以下の通りである。

第1章では、学位論文の導入としてツイスター理論の紹介がなされた後、複数個のツイスターを用いた有質量粒子の記述とそれに伴うツイスター間の対称性が、参考文献を交えて端的に述べられている。また、このような記述に基づいて2000年代に行われた力学的視点からの考察と、そこにおける問題点が指摘されている。さらに、これらの内容を前提として、次のような本論文の3つの目的が挙げられている。(1) 3個以上のツイスターを用いた有質量粒子の記述は、2個のツイスターを用いた有質量粒子の記述に帰着することを証明する。(2) スピンをもつ有質量粒子の作用積分を構成するに当たり、ツイスターがもつ対称性にゲージ原理を適用し、必要な拘束条件を系統的に取り入れる。(3) 正準量子化を実行し、その結果を吟味することでツイスター間の対称性の物理的意味を明らかにする。

第2章は2節からなっており、ツイスターを用いた有質量粒子の記述と、それに関連する1つの定理が与えられている。第1節では、ペンローズ達が論じた $n$ 個のツイスターを用いた有質量粒子の記述が説明されており、第2節では「特別なユニタリー変換を行うと、 $n \geq 3$ の場合の運動量の表式が $n=1$ または $n=2$ の場合の表式に帰着する」という定理が証明されている。この定理は、有質量粒子が実質上2個のツイスターで記述されることを意味しているが、このことは従前の研究で指摘されておらず、提出者が初めて示した極めて重要な結果である。この定理により、ペンローズ達が提案してきた3個のツイスター間の対称性をハドロンのフレーバー対称性に同一視するというアイディアは否定されることになる。

第3章は3節からなっており、スピンをもつ有質量粒子のゲージ化されたツイスター形式が論じられている。第1節では、スピンをもつ無質量粒子の作用積分を2つのツイスターからなる系に対して拡張し、さらに質量殻条件を組み入れることで、有質量粒子を記述する作用積分を構成している。こ

ここで考えられた質量殻条件は従前の研究で採用されたものに類似しているが、世界線パラメータに依存する位相因子を含む点が異なり、このことは後の議論で重要になる。提出者は、このように定義された作用積分が、ツイスターと補助変数の大域的  $U(1)$  変換と大域的  $SU(2)$  変換のもとで不変であることに注目している。第 2 節において提出者は、ゲージ原理に従い、作用積分が局所的  $U(1)$  変換と局所的  $SU(2)$  変換のもとで不変になるようにパラメータ空間上のゲージ場を導入し、さらに 1 次元チャーレン・サイモン項を加えることで、新たな作用積分を構成している。しかし、この作用積分はスピンをもたない有質量粒子のみを記述するため、第 3 節において  $SU(2)$  対称性を非線形に実現することで、スピンをもつ有質量粒子が記述できるように作用積分を修正している。これは、本研究において工夫された点の 1 つである。この作用積分には、ゲージ対称性の反映として必要な拘束条件が組み込まれている。

第 4 章は 4 節からなっており、第 3 章第 3 節で与えられた作用積分に基づく正準形式と量子化、そしてペンローズ変換に充てられている。また、 $SU(2)$  対称性の物理的意味が明らかにされている。第 1 節では、正準形式で得られる多数の拘束条件の適切な線形結合を取り、それらを第 1 類と第 2 類に分類してディラック括弧を定義している。このとき、ツイスター間のディラック括弧は複雑になるため、本研究では新たなツイスターを上手く定義して簡潔なディラック括弧を導いている。このような準備の後、第 2 節では、ツイスターと補助変数を対応する演算子に置き換えることで量子化を行っている。このとき、第 1 類拘束条件は、ツイスター関数が満たす一連の固有値方程式になるが、ツイスター関数の 1 価性から固有値は特定の値に定まる。第 3 節では、ツイスター関数のペンローズ変換によりミンコフスキー空間における任意の階数のスピノル場が導かれており、実際に質量殻条件を用いることで、この場が一般化されたディラック・フェルツ・パウリ方程式を満たすことが示されている。これまでに有質量粒子に対するペンローズ変換の詳細は殆ど知られていないが、本論文における考察により、多少なりとも明確になった部分がある。第 4 節では、ペンローズ変換で得られる 1 階のスピナー場に注目して、ツイスター間の  $SU(2)$  対称性の物理的意味が調べられている。提出者は、通常のディラック方程式との対応関係と 1 階のスピナー場の離散変換を吟味して、 $SU(2)$  対称性は粒子と反粒子の間の連続対称性であると結論している。これは  $SU(2)$  対称性に関するペンローズ達のアイディアを否定するものであるが、提出者の考察は単なる代数的な考察ではなく、力学的模型に基づいている。

第 5 章は 6 節からなっており、作用積分が時空座標とスピナー変数で書き換えられた後、それを基に正準形式と量子化などが論じられている。第 1 節では実際に作用積分の書き換えが行われているが、そこでは質量殻条件として、便宜のために 4 次の実数型条件が採用されている。第 2 節では時空座標とスピナー変数で書かれた作用積分に基づき正準形式が展開されており、第 3 節では量子化が行われている。そこでは時空座標と運動量スピナーを対角化する表示が選ばれており、一連の固有値方程式の解として平面波型のスピナー波動関数が導かれている。第 4 節ではこの解の線形結合を取り、時空座標を複素座標に解析接続することで正振動数場を定義し、さらにこれがペンローズ変換の形に書けることが示されている。また、負振動数場に対しても同様の考察が行われている。ただし、この節で行われた操作の一部は形式的であり、今後更なる検討が必要である。第 5 節ではスピナー波動関数の母関数が扱われており、それを基にしてスピナー波動関数の新たな表式が導かれている。第 6 節では  $SU(2)$  対称性に関する考察が再度行われており、第 4 章の結論に一致する結果が得られている。

第 6 章はまとめと今後の課題に充てられており、そこでは本論文で行なわれてきた事柄と研究成果、そして今後の課題がまとめられている。本論文では、自由粒子のみが扱われてきたが、それに対して提出者は、本研究の枠組を粒子間の相互作用がある場合や、外場との相互作用がある場合に拡張することを課題の 1 つに挙げている。また、本論文においては拘束条件の中で質量殻条件のみが人為的に与えられるが、この条件もゲージ対称性に基づいて導出することを課題として挙げている。

以上のように提出者は、ツイスターを用いた有質量粒子の記述に関する有益な定理を証明すると共に、ゲージ理論の考えを適用することで新たな作用積分を構成し、従前の研究で不満足であった部分を解決した。また、この作用積分に基づいてスピンをもつ有質量粒子の古典力学と量子化を研究し、これまでに不明であった  $SU(2)$  対称性の意味を明らかにした。このような成果は、当該研究分野の発展に寄与するところが少なくない。

このことは、本論文の提出者が自立して研究活動を行い、又はその他の高度な専門的業務に従事するために必要な能力及びその基礎となる豊かな学識を有していることを示すものである。

よって本論文は，博士（理学）の学位を授与されるに値するものと認められる。

以 上

平成28年 9月 3日