

気体ボース・アインシュタイン凝縮体中渦度 4 量子渦の
崩壊ダイナミクスの密度依存性

平成 28 年 1 月
日本大学大学院理工学研究科博士後期課程
量子理工学専攻
柴山 均

目次

第 1 章	序論	1
1.1	はじめに	1
1.2	研究背景	2
1.2.1	超流動 He と中性原子気体ボース凝縮体生成	2
1.2.2	ボース・アインシュタイン凝縮体中の量子渦	3
1.2.3	ボース・アインシュタイン凝縮体中への量子渦生成	3
1.2.4	渦度 4 量子渦の研究	5
1.3	本研究の目的および概要	5
第 2 章	ボース・アインシュタイン凝縮の原理	7
2.1	ボース粒子の波動関数	7
2.2	箱形ポテンシャル中のボース凝縮体	8
2.3	3 次元調和ポテンシャル中のボース凝縮体	10
2.4	平均場理論	11
2.5	ボース凝縮体の秩序変数	13
2.6	磁気トラップに捕獲されたボース凝縮体の振る舞い	14
第 3 章	ボース・アインシュタイン凝縮体生成	17
3.1	ボース・アインシュタイン凝縮体の生成手順	17
3.2	磁気光学トラップ	18
3.2.1	ドップラー冷却の原理	18
3.2.2	磁気光学トラップ	19
3.2.3	磁気光学トラップの実験系	21
3.2.4	二重磁気光学トラップシステム	22
3.3	偏光勾配冷却	22
3.4	光ポンピング	23
3.5	光学系と真空系	23
3.5.1	凝縮体生成に必要なレーザー光とその光学系	23
3.5.2	二重磁気光学トラップのための真空系	28
3.6	磁気トラップ	31

3.6.1	磁気トラップの原理	31
3.6.2	QUIC 磁気トラップ	33
3.7	蒸発冷却	39
3.8	生成されたボース凝縮体の観測方法	40
3.9	QUIC 磁気トラップから解放したボース凝縮体の時間発展	41
3.10	凝縮体生成のためのコンピュータ制御系	43
第 4 章	量子渦	44
4.1	量子渦の原理	44
4.1.1	循環の量子化	44
4.1.2	直線状の量子渦	45
4.1.3	位相幾何学的方法による量子渦生成	46
4.1.4	渦度 4 量子渦の崩壊モードの Y 方向凝縮体密度依存性	50
4.2	QUIC 磁気トラップ中ボース凝縮体への量子渦生成	52
4.2.1	断層撮像による渦観測	55
4.2.2	渦が形成されたスピン反転途中の時間を調査	58
4.2.3	光双極子力を用いた Y 方向凝縮体膨張の抑制	59
4.3	凝縮体 Y 方向密度依存性による渦度 4 量子渦の崩壊ダイナミクス調査	60
4.3.1	Y 方向凝縮体原子密度をコントロールしない場合の an_Y の捕獲時間	60
4.3.2	Y 方向凝縮体原子密度をコントロールした場合の an_Y の捕獲時間	63
第 5 章	まとめと今後の課題	69
付録 A	Hough 変換	70
付録 B	光双極子力	69
参考文献		74

第 1 章 序論

1.1 はじめに

渦は我々の身近に存在し、さまざまな物理系において確認されている。たとえば、海の渦潮やカップのコーヒーにミルクを入れかき回したとき、台風や竜巻など水中や気体中もっと大きな視点で宇宙空間の渦巻銀河などのさまざまな系で見られている。多種多様な渦が存在するが、中心に渦芯構造を持ち、その周りに回転する流れを持つという点は共通であると考えられる。これらの渦は、流体力学や宇宙物理、気象学や地球科学など様々な分野で議論されている。たとえば、金星の南極の大気圏においてヨーロッパ程の大きさを持つ巨大な渦（竜巻）が観測されている。この渦は、2 層構造になっており常に変化しつつも渦構造を形成し続けていることが研究により明らかになった。この現象は、金星の大気のマカニズム解明につながると期待されている[1]。

また、ミクロな世界つまり量子力学の分野でも渦は盛んに議論されている。第 2 種超伝導では、量子化された磁束が渦糸状になって超伝導体中に侵入し、渦糸格子が形成されるなどの報告がある[2]。一方、超流動液体ヘリウム[3]や本研究で扱うボース・アインシュタイン凝縮体においても渦の研究は行われている。これらの渦は、1 粒子あたりの角運動量が量子化された渦であり、量子力学的特徴を持つ渦なので量子渦と呼ばれる。

古典的渦および量子力学的渦を評価する場合、循環を求めることが一般的である。この循環は $\Gamma = \oint_C \mathbf{v}(\mathbf{r}) \cdot d\mathbf{r}$ と定義され、渦芯を囲む閉曲線 C に沿って速度場 $\mathbf{v}_s(\mathbf{r})$ の周回積分で表される。つまりこの循環が大きいほどエネルギーの高い渦といえる。古典流体において Γ は連続的な任意の値をとることができる。それぞれの渦の循環は時間の経過とともに変動し、渦は生成消滅を繰り返す。しかし量子渦の循環は、 $\Gamma = (h/m)n$ となる（ここで h はプランク定数、 m は粒子の質量、 n は整数であり渦度と呼ぶ）。このように循環が量子化された渦を量子渦と呼ぶ[4]。

また、渦度 2 以上を持つ量子渦を多重渦量子渦と呼ぶ。この多重渦量子渦は渦度が大きくなるほどエネルギー的に不安定であり最終的には安定な渦度 1 の量子渦に分裂してしまう。ただし、分裂後の渦度 1 量子渦の配列には特徴的なパターンが存在する[5-17]。

本研究では、 ^{87}Rb 原子気体のボース・アインシュタイン凝縮体中に渦度 4 の量子渦を生成し、その崩壊ダイナミクスを明らかにすることである。渦度 4 量子渦は、凝縮体の軸方向（渦芯方向）原子密度に依存した複数の崩壊モードに従い 4 つの渦度 1 量子渦に分裂することが理論的に指摘されている[5, 6, 7, 8]。また、崩壊モードのない密度領域に軸方向密度をコントロールすることによって渦度 4 量子渦の崩壊が抑制できることを示唆している。本実験では、これらのダイナミクスを明らかにする。

1.2 研究の背景

1.2.1 中性原子気体ボース凝縮体の生成

ボース・アインシュタイン凝縮の理論はインド人物理学者の S. N. Bose が A. Einstein に「Planck の法則と光量子仮説」という論文を送ったことが始まりである[18]。この論文で Bose は光を粒子（光子）として扱い、この粒子同士は区別がつかないとして統計的に扱うと Planck の輻射式を導くことが可能であることを示した。Einstein はこの Bose の論文を学術雑誌に投稿するとともに、この統計の取り扱い方、つまり Bose 統計を原子系にも適用した。すると、ボース統計に従う粒子の集団においては、ある温度以下で突然、全粒子数に匹敵する大量の粒子が、最低エネルギー状態に落ち込むことが導き出された。

この予言は長らく数学上の話だけで実際には実現することは不可能と考えられていた。しかし、1927 年に発見された液体 ^4He のラムダ転移、および 1930 年代後半に発見されたラムダ温度 2.17 K 以下で出現する ^4He の超流動現象が、ボース凝縮に起因することが明らかにされた[19]。1947 年に Onsager により循環の量子化が示され[20]、1955 年に Feynman により量子渦の存在が予言された[21]。実際に 1961 年 Hall と Vinen によって超流動 ^4He で量子渦が観測された[22]。以降、量子渦は低温物理学における重要な研究対象となっている。

一方、相互作用の小さい原子気体によるボース凝縮の実験的研究は 1980 年代から開始された[23]。当初、スピン編極した水素原子気体を用いて実験が行われたが、ボース凝縮体生成の実現には至らなかった。しかしこの実験によって、ボース凝縮体生成に必要な不可欠な技術である蒸発冷却が考案され実用化された[24]。

また、1985年にはS. ChuらがNa原子を3次元的なレーザー冷却技術によって240 μK まで冷却することに成功した[25]。その後1987年に、磁場とレーザーを用いることにより原子を3次元的に捕獲する技術である磁気光学トラップ(MOT : Magneto-Optical Trap)が実現し[26]、1989 年には偏光勾配冷却(PGC : Polarization Gradient Cooling) が開発され[27]、さらに温度を一桁近く下げることができた。しかし、レーザーによる冷却では反跳限界温度以下まで原子を冷却することは難しく、また原子間衝突による加熱の影響で原子密度を上げるのが困難であるためボース凝縮体生成には至らなかった[28]。

1990年代になると、JILAのE. CornellとC. WiemanのグループとMITのW. Ketterleのグループは、既に関連されていたレーザー冷却、磁気トラップ[29]、蒸発冷却の技術を巧みに組み合わせることでボース凝縮の実現を目指した。そして、1995年の6月にJILAのグループがRb原子を用いてボース・アインシュタイン凝縮体生成に初めて成功し[30]、9月にはMITのグループがNa原子を用いてボース凝縮体の生成に成功した[31]。

1.2.2 ボース・アインシュタイン凝縮体中の量子渦

ボース・アインシュタイン凝縮体の大きな特徴は、巨視的なスケールで量子現象を観測できることである。ミクロな世界を記述する量子力学をマクロな世界に結びつけるという意味で、ボース・アインシュタイン凝縮体はとても重要であり、興味深い研究対象である。たとえば、超伝導や超流動は量子多体系・凝縮系に現れる代表的な巨視的量子現象であるが、ボース・アインシュタイン凝縮はこれらの現象の根幹にある物理機構である。量子渦はこれらの系に現れる典型的な励起状態である。

量子多体系・凝縮系に現れる量子現象のシミュレーターとしてボース凝縮体は有用である。たとえば、第 2 種超伝導体における下部臨界磁場と上部臨界磁場の間の領域は超伝導領域と量子化磁束（磁場が侵入した常伝導領域）の両方が存在する混合状態である。また、上部臨界磁場に近づくにつれ量子化磁束は増加する。この状態は、ボース凝縮体中に多数の渦が存在し渦の数が増加することにより渦どうしの間隔が狭くなり、最終的に渦と渦が重なり合うぐらい密になった状態に達した時の議論と類似する[32-37]。

一方、超新星爆発後に残る中性子星の内部構造が現在盛んに議論されており、ボース凝縮体もその内部構造の解明に一役買う可能性がある。中性子星の低密度領域では、中性子物質が超流動状態にあると考えられている[38]。回転する中性子星では、超流動中性子物質の中に、多数の量子渦が生じると理論的に予言されている[39,40]。このことから、量子渦を持つ凝縮体によって中性子星の低密度領域でのダイナミクスを明らかにする可能性がある。

このように、凝縮体中の量子渦は多岐にわたる量子現象のシミュレーターとしての役割を担っていく可能性がある。また、量子渦の時間発展を追いかけることによって超流動および超伝導状態のある物質の系全体の時間発展を追うプローブとしての役割を果たしていく可能性も大いに考えられる。

以上で述べた活用のためには、量子渦の物性を深く理解しておくことが必要不可欠であると考えられる。

1.2.3 ボース・アインシュタイン凝縮体中への量子渦生成

超流動液体ヘリウムなどで量子渦の研究は盛んに行われていたが、強い粒子間相互作用や不純物の影響、観測の難しさなどから、量子渦のダイナミクスを研究するのは困難であった。一方、1995年に実現されたボース凝縮体は、粒子間相互作用が弱い極めて純度の高い超流動体であり、多様な操作性および高い観測性を有するため、量子渦のダイナミクスを観測する理想的な系である。

現在、さまざまな方法によってボース凝縮体中への量子渦生成が実現された。最初に生成した方法は、**Dynamical Phase Imprinting** 法である[41, 42]。単一の磁気トラップに捕獲される二つの磁気状態にある凝縮体を用意し、磁気準位間の遷移を起こすレーザーおよびラ

ジオ波を照射する。このときレーザーを回転させながら照射すれば、準位間の遷移を通して原子に角運動量を与えられ、渦ができるという仕組みである。

また、回転する非対称型トラップでの量子渦生成の報告もある[43, 44]。これは回転容器中の超流動He と同じ発想で、楕円形にひずませた原子トラップを回転させることにより渦が生成される。光学スプーン方式と同様に、トラップの回転数を上げることで何本も渦糸を作ることができる。渦芯サイズと渦間距離が等しくなるような高回転領域での臨界現象も注目されている。

次に、凝縮体をレーザーによって直接かき混ぜ角運動量を与えることによって量子渦を生成する光学スプーンによる渦生成などの報告もある[45]。かき混ぜる角速度を上げると渦糸の数が増え、明瞭な渦糸の三角格子及び四角格子が観測された（図1.1参照）。

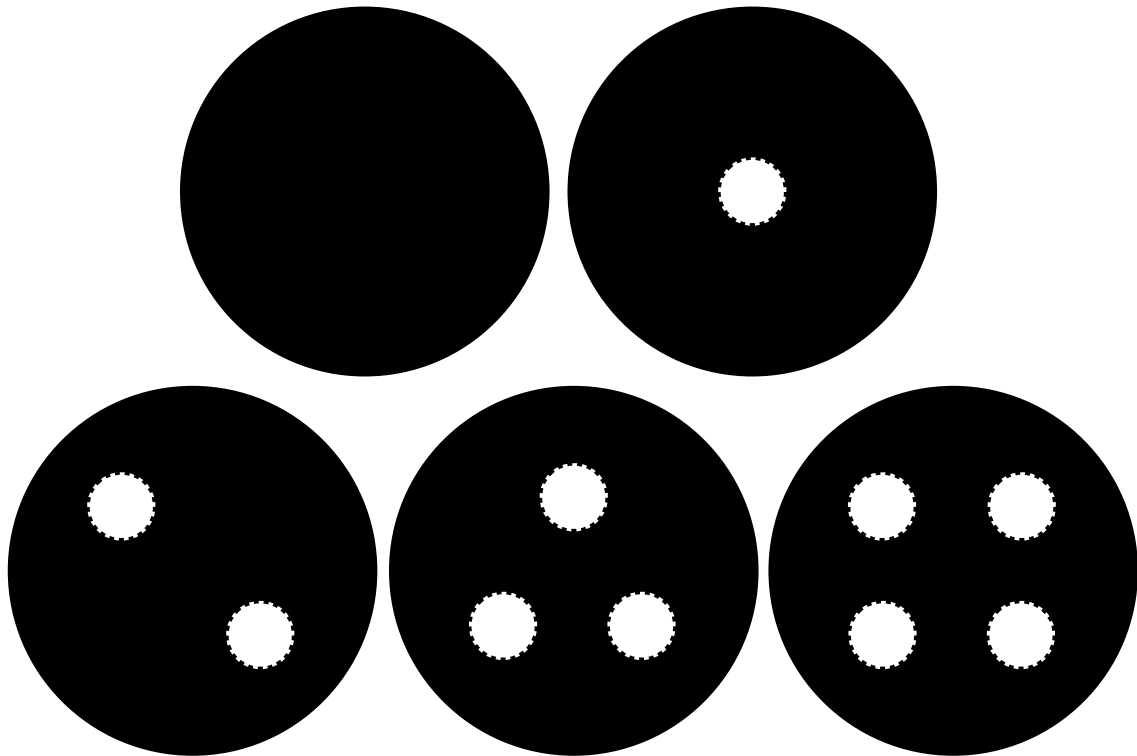


図 1.1 光学スプーン方式による渦生成[45]

そして、本研究で用いた位相幾何学的方法である[46,-58]。原子のスピン自由度を利用した生成方法である。磁気トラップの四重極磁場を利用して、場所によって異なる回転軸の周りに原子スピンを回転させ、凝縮体の位相に空間変化を与え量子渦を生成する方法である。本研究はこの方法に関連したものであり、詳細については後ほど説明する。この方法の特徴は、スピンF の原子を用いれば渦度 $2F$ の量子渦を作ることができるという点である。実際にLeanhardtらによって $F=1$ および 2 をもつNa 原子の凝縮体において渦度 2 と 4 の量子渦が生成されることが確認されている。

最後に超流動He ではすでに観測されている量子乱流[61]が、原子気体ボース凝縮体に2軸歳差回転を加えることにより実現し観測されている[59, 60]。

本実験では位相幾何学的方法を採用し、 ^{87}Rb ボース・アインシュタイン凝縮体中に渦度4量子渦を生成した。

1.2.4 渦度4量子渦の研究

ボース凝縮体中で生成された渦度4量子渦は、崩壊し渦度1量子渦4つに分裂する。しかし、回転する非対称型トラップや光学スプーン方式で生成された4つの渦が四角格子を形成するような配列を取らず、軸方向の凝縮体原子密度に依存し複数の配列構造を取ることが理論によって報告されており[5, 6, 7, 8]、京都大学のグループが2007年に初めて渦度1量子渦4つが直線配列構造を観測した。また、我々もQUIC磁気トラップ中で生成した凝縮体中に位相幾何学的方法によって渦度4量子渦を初めて生成し、直線配列構造を観測した[7]。しかし、直線配列構造以外の三角形配列構造や四角形配列構造の崩壊パターンは観測されていない。この理由は、渦生成後の軸方向密度をコントロールすることが難しいことや三角形配列構造や四角形配列構造の崩壊が起こる軸方向密度領域が非常に狭いことがあげられる。

また、渦度4量子渦は数ミリ秒で崩壊してしまうため、長時間保持しておくことが困難であった。optical plug[62]による渦度4量子渦の崩壊抑制は実現されているが、軸方向密度コントロールによる渦度4量子渦の崩壊抑制は実現できていない。

1.3 本研究の目的および概要

本研究の目的は、 ^{87}Rb ボース・アインシュタイン凝縮体中に渦度4量子渦を生成し、軸方向密度依存性による渦度4量子渦の崩壊ダイナミクスを調査することである。未観測である三角形配列構造の観測および高密度領域での直線配列構造の観測を目指す。

また、光双極子力を用いてボース凝縮体の軸方向原子密度をコントロールする。この操作によって渦崩壊をコントロールし、密度を光ポテンシャルによってコントロールすることによって、支配的崩壊パターンである直線配列構造の密度領域外に原子密度を調整し、渦度4量子渦の崩壊を遅らせることができないか調べた。さらに、高密度領域の直線配列構造が起きる密度領域にコントロールすることによって渦度4量子渦が直線配列構造によって崩壊するか調べた。

3つのパターンに分けて系統的な軸方向密度依存性による渦度4量子渦の崩壊ダイナミクス観測を行った。

パターン1

軸方向密度をコントロールした場合との比較のため、凝縮体の軸方向原子密度をコントロールしないときの渦度4量子渦のダイナミクス観測を行った。

結果、三角形配列構造を観測することができた。また、高密度領域および低密度領域での直線配列構造を観測した。

パターン 2

凝縮体の軸方向原子密度をコントロールしたときの渦度 4 量子渦のダイナミクス観測を行った。スピン反転後、光ポテンシャルを一定に保ち低密度の直線配列構造領域と高密度の直線配列構造領域の間に軸方向凝縮体原子密度を保持することによって渦度 4 量子渦の崩壊抑制できないか調査した。

結果、捕獲時間 10 ms の間に 60% 以上渦度 4 量子渦を崩壊させずに磁気トラップ中に保持して置くことができた。また、三角形配列構造をパターン 1 同様観測した。

パターン 3

スピン反転後、光ポテンシャルを引き続き増大させ、高密度領域の直線配列構造が起きる密度領域にコントロールすることによって意図的に渦度 4 量子渦が直線配列構造によって崩壊するか調査した。

結果、渦度 4 量子渦は捕獲時間 10 ms でほぼすべて高密度領域での直線配列構造に崩壊した。

光双極子力を用いることによって軸方向凝縮体密度をコントロールし、渦度 4 量子渦の崩壊を抑制できた。また、意図的に渦度 4 量子渦を崩壊させることにも成功した。多重渦度量子渦の特定の崩壊モードを選択的に誘起したのは本研究が初めてである。

第2章 ボース・アインシュタイン凝縮体の原理

本章では原子集団がボース・アインシュタイン凝縮を起こす条件を示す。その後、平均場理論から凝縮体の基底状態を表す Gross-Pitaevskii 方程式を導出し、凝縮体の振る舞いについて述べる[63, 64, 65, 66, 67]。

2.1 ボース粒子の波動関数

お互いを区別することができない、互いに相互作用のない理想的な粒子について考える。一般に量子力学では粒子の運動は粒子の位置 (\vec{r}) および時間 t に依存する複素関数(波動関数)で表わされる。異なる波動関数 $\phi_a(\vec{r}), \phi_b(\vec{r})$ は粒子の異なる運動状態を表す。 N 個の粒子の量子状態を表す波動関数は、それぞれの粒子 ($1, 2, \dots, N$) の位置 $\vec{r}_1, \vec{r}_2, \dots, \vec{r}_N$ の関数 $\phi(\vec{r}_1, \vec{r}_2, \dots, \vec{r}_N)$ として表わされる。系を簡単にするために2粒子系を考え、その波動関数を $\phi(\vec{r}_1, \vec{r}_2)$ と書く。ここで粒子の区別がつかないので、二つの粒子を入れ替えた波動関数 $\phi(\vec{r}_2, \vec{r}_1)$ は、元の波動関数 $\phi(\vec{r}_1, \vec{r}_2)$ と同じ状態を表していなければならない。よって

$$\phi(\vec{r}_1, \vec{r}_2) = e^{i\alpha} \phi(\vec{r}_2, \vec{r}_1) \quad (2.1)$$

となる。また、逆の状態を考えると

$$\phi(\vec{r}_2, \vec{r}_1) = e^{i\alpha} \phi(\vec{r}_1, \vec{r}_2) \quad (2.2)$$

となる。これら二つが同時に成り立たなければならないため

$$e^{2i\alpha} = 1, e^{i\alpha} = \pm 1 \quad (2.3)$$

が得られるので

$$\phi(\vec{r}_1, \vec{r}_2) = \pm \phi(\vec{r}_2, \vec{r}_1) \quad (2.4)$$

とならなければならない。

この波動関数は粒子の入れ替えについて式(2.4)で符号が+の場合に対称、-の場合に反対称となる。ここで対称なときがボース粒子系、反対称のときがフェルミ粒子系に対応する。

2.2 箱形ポテンシャル中のボース凝縮体

一辺の長さ L の立方体体積 V の箱の中に N 個の理想的なボース粒子が入っているものとする。このときの粒子の固有エネルギーは、プランク定数 \hbar 、質量 m とその波動関数の波数ベクトルの大きさ k を用いて

$$\epsilon(k) = \frac{\hbar^2 k^2}{2m} \quad (2.5)$$

で表わされる。エネルギー ϵ_i を持つボース粒子の分布関数は、

$$f(\epsilon_i) = \frac{1}{\exp[\beta(\epsilon_i - \mu)] - 1} \quad (2.6)$$

$$\beta = \frac{1}{k_B T} \quad (2.7)$$

として与えられる(ここで k_B はボルツマン定数、 μ は化学ポテンシャル)。 μ は

$$N = \sum_{i=1}^{\infty} \frac{1}{\exp[\beta(\epsilon_i - \mu)] - 1} = \sum_{i=1}^{\infty} f(\epsilon_i) \quad (2.8)$$

を満たすように決定される。化学ポテンシャルはボース粒子において通常負の値になる。単位エネルギーあたりの状態数である状態密度を $D(\epsilon)$ と書くと、粒子数 N は全状態の和を積分で置き換えて

$$N = \int_0^{\infty} D(\epsilon) f(\epsilon) d\epsilon \quad (2.9)$$

と表わせる。エネルギー ϵ_i が ϵ 以下の状態の数 $N(\epsilon)$ は、 k 空間における半径 $\sqrt{2m\epsilon}/\hbar$ の球の体積を 1 状態あたりの占有体積 $(2\pi)^3/V$ で割り

$$N(\epsilon) = \frac{4\pi}{3} \left(\frac{\sqrt{2m\epsilon}}{\hbar} \right)^3 = \frac{V}{6\pi^2} \left(\frac{\sqrt{2m\epsilon}}{\hbar} \right)^3 \quad (2.10)$$

と与えられるので状態密度は

$$D(\epsilon) = \frac{dN(\epsilon)}{d\epsilon} = \frac{V}{4\pi^2} \left(\frac{2m}{\hbar^2} \right)^{3/2} \epsilon^{1/2} \quad (2.11)$$

と求められる。ここで式(2.9)を用いて粒子数 N を計算する場合に、粒子数 N を $\epsilon = 0$ にある粒子数 $N_0 = f(0)$ とそのほかの粒子 N' にわけて

$$\begin{aligned} N &= N_0 + N' \\ &= \frac{1}{\exp(-\beta\mu) - 1} + \int_0^{\infty} \frac{D(\epsilon) d\epsilon}{\exp[\beta(\epsilon - \mu)] - 1} \end{aligned} \quad (2.12)$$

とする。ここで式(2.9)において $\epsilon \rightarrow 0$ で $D(\epsilon) \rightarrow 0$ となるため、 $\epsilon = 0$ の状態の原子数を求めることができないためである。式(2.12)の積分部分

$$\begin{aligned}
N' &= \int_0^\infty \frac{D(\epsilon)d\epsilon}{\exp[\beta(\epsilon - \mu)] - 1} \\
&= \frac{V}{4\pi^2} \left(\frac{2m}{\hbar^2} \right)^{3/2} \int_0^\infty \frac{\epsilon^{1/2} d\epsilon}{\exp[\beta(\epsilon - \mu)] - 1}
\end{aligned} \tag{2.13}$$

はボース凝縮をしているとすると $\mu = 0$ となり

$$N' = \frac{V}{4\pi^2} \left(\frac{2m}{\hbar^2} \right)^{3/2} \int_0^\infty \frac{\epsilon^{1/2} d\epsilon}{\exp[\beta\epsilon] - 1} \tag{2.14}$$

と書ける。ここで積分公式

$$\int_0^\infty \frac{x^p dx}{\exp[x] - 1} = \Gamma(p+1)\zeta(p+1) \tag{2.15}$$

(ここで Γ はガンマ関数、 ζ はツェータ関数) を用いて計算すると

$$\begin{aligned}
N' &= \frac{V}{4\pi^2} \left(\frac{2m}{\hbar^2} \right)^{3/2} \beta^{3/2} \Gamma\left(\frac{1}{2} + 1\right) \zeta\left(\frac{1}{2} + 1\right) \\
&= \frac{V}{\lambda_{dB}^3} \zeta\left(\frac{3}{2}\right)
\end{aligned} \tag{2.16}$$

となる。ただし、 $\zeta(3/2) = 2.612 \dots$ である。このとき

$$\lambda_{dB} = \frac{h}{\sqrt{2\pi m k_B T}} \tag{2.17}$$

は熱的ドブロイ波長とよばれる。これは原子の波動関数の空間的な広がりを示す。式(2.12)へ(2.16)を代入する。すると粒子数 N は

$$N = N_0 + N' = \frac{1}{\exp(-\beta\mu) - 1} + \frac{V}{\lambda_{dB}^3} \zeta\left(\frac{3}{2}\right) \tag{2.18}$$

となる。この式の中で N_0 がマクロな数になるためには $N > N'$ となる必要がある。式(2.18)は

$$\rho_{ps} \equiv \frac{N}{V} \lambda_{dB}^3 \tag{2.19}$$

とおくと

$$N > \frac{V}{\lambda_{dB}^3} \zeta\left(\frac{3}{2}\right) \leftrightarrow \rho_{ps} > \zeta\left(\frac{3}{2}\right) \sim 2.612 \tag{2.20}$$

と表わされる。 ρ_{ps} は位相空間密度とよばれ、原子の波動関数の広がりを一辺とする立方体中に入っている平均原子を表わしている。 ρ_{ps} が式(2.20)を満たすとき、最低エネルギー状態の数はマクロとなる。この現象をボース・アインシュタイン凝縮と呼ぶ。

ボース凝縮の条件式(2.20)を温度について書き表わすと

$$T < \frac{h^2}{2\pi m k_B} \left(\frac{N}{V \zeta(3/2)} \right)^{2/3} \equiv T_c \tag{2.21}$$

となる。 T_c はアインシュタイン凝縮温度(転移温度)と呼ばれる。また、ボース凝縮を起こす

原子数の温度依存性は式(2.16)、(2.18)、(2.21)から

$$N_0 = N - N' = N \left(1 - \frac{N'}{N} \right) = N \left[1 - \left(\frac{T}{T_c} \right)^{\frac{3}{2}} \right] \quad (2.22)$$

となる。

2.3 3次元調和ポテンシャルの中のボース凝縮体

三次元調和ポテンシャルの中の粒子を考える。ポテンシャル中の粒子の振動周波数を ω_i ($i = x, y, z$) とし

$$V(x, y, z) = \frac{m}{2} (\omega_x^2 x^2 + \omega_y^2 y^2 + \omega_z^2 z^2) \quad (2.23)$$

と記述する。このとき粒子のエネルギー準位 $\epsilon(n_x, n_y, n_z)$ は

$$\epsilon(n_x, n_y, n_z) = \left(n_x + \frac{1}{2} \right) \hbar \omega_x + \left(n_y + \frac{1}{2} \right) \hbar \omega_y + \left(n_z + \frac{1}{2} \right) \hbar \omega_z \quad (2.24)$$

と書ける。この場合のエネルギー ϵ 以下の状態数 $N(\epsilon)$ は半径 ϵ/\hbar の球の体積の1/8に占有体積 $\omega_x \omega_y \omega_z$ で状態が分布しているので

$$N(\epsilon) = \frac{1}{\hbar^3 \omega_x \omega_y \omega_z} \int_0^\epsilon d\epsilon_1 \int_0^{\epsilon - \epsilon_1} d\epsilon_2 \int_0^{\epsilon - \epsilon_1 - \epsilon_2} d\epsilon_3 = \frac{\epsilon^3}{6 \hbar^3 \omega_x \omega_y \omega_z} \quad (2.25)$$

と求められる。これを用いると状態密は

$$D(\epsilon) = \frac{dN(\epsilon)}{d\epsilon} = \frac{\epsilon^2}{2 \hbar^3 \omega_x \omega_y \omega_z} \quad (2.26)$$

と求まる。 $\epsilon = 0$ 以外の粒子数は

$$\begin{aligned} N' &= \int_0^\infty \frac{D(\epsilon) d\epsilon}{\exp[\beta(\epsilon - \mu)] - 1} \\ &= \frac{1}{2 \hbar^3 \omega_x \omega_y \omega_z} \int_0^\infty \frac{\epsilon^2 d\epsilon}{\exp[\beta(\epsilon - \mu)] - 1} \end{aligned} \quad (2.27)$$

となる。ここで粒子系がボース凝縮を起こしているとし、 $\mu = 0$ とすると、積分公式

$$\int_0^\infty \frac{x^p dx}{\exp[x] - 1} = \Gamma(p+1) \zeta(p+1) \quad (2.28)$$

を用いて

$$\int_0^\infty \frac{\epsilon^2 d\epsilon}{\exp[\beta\epsilon] - 1} = \frac{1}{\beta^3} \Gamma(3) \zeta(3) = \frac{2}{\beta^3} 1.202 \dots \quad (2.29)$$

から

$$N'(\epsilon) = \frac{1}{\beta^3 \hbar^3 \omega_x \omega_y \omega_z} \zeta(3) = \frac{(k_B T)^3}{\hbar^3 \omega_x \omega_y \omega_z} \zeta(3) \quad (2.30)$$

となり、ボース凝縮のとき $N > N'$ なので

$$N > \frac{(k_B T)^3}{\hbar^3 \omega_x \omega_y \omega_z} \zeta(3) \quad (2.31)$$

が条件として得られる。これを温度に関して書きなおすと

$$T < \frac{\hbar \bar{\omega}}{k_B} \left(\frac{N}{\zeta(3)} \right)^{1/3} \sim \frac{\hbar \bar{\omega}}{k_B} \left(\frac{N}{1.202} \right)^{1/3} = T_c \quad (2.32)$$

となる。ここで ω_i ($i = x, y, z$) の幾何平均 $(\omega_x \omega_y \omega_z)^{1/3}$ を $\bar{\omega}$ としている。さらに位相空間密度でボ

ース凝縮体の条件を表わすと、位相空間密度は ρ_{ps} は

$$\rho_{ps} > \zeta(3) \sim 1.202 \quad (2.33)$$

と求められる。これは箱形ポテンシャル中での(2.20)と比べて小さく、ボース凝縮が発生しやすいことがわかる。

2.4 平均場理論

前節では理想のボース粒子を考えたが、我々が扱う原子は互いに相互作用をする。ボース粒子間に相互作用がある場合、平均場理論の導入が必要であるため、本節では平均場理論について考えていく。

まず、考えているボース粒子の場の演算子を $\hat{\Psi}(\mathbf{r})$ とおく。第二量子化により相互作用する系のハミルトニアンを記述すると、

$$\begin{aligned} \hat{H} = & \int d\mathbf{r} \hat{\Psi}^\dagger(\mathbf{r}) \left[-\frac{\hbar^2}{2M} \nabla^2 + V(\mathbf{r}) \right] \hat{\Psi}(\mathbf{r}) \\ & + \frac{1}{2} \int d\mathbf{r} \int d\mathbf{r}' \hat{\Psi}^\dagger(\mathbf{r}) \hat{\Psi}^\dagger(\mathbf{r}') U(\mathbf{r}, \mathbf{r}') \hat{\Psi}(\mathbf{r}') \hat{\Psi}(\mathbf{r}) \end{aligned} \quad (2.34)$$

となる。 M は原子の質量である。 $V(\mathbf{r})$ は外部ポテンシャルを表すが、ここでは原子気体を捕獲するためのトラップポテンシャルを念頭に置いている。 $U(\mathbf{r}, \mathbf{r}')$ は位置 \mathbf{r} と \mathbf{r}' にいる原子間の相互作用を表している。想定する系は非常に希薄であるとして、ここでは接触型ポテンシャル

$$U(\mathbf{r}, \mathbf{r}') = g \delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}'), \quad g = \frac{4\pi \hbar^2 a}{M} \quad (2.35)$$

を用いる。十分低温では S 波散乱のみが効き、相互作用の強さは S 波散乱長 a により記述される。本論文では斥力相互作用する原子を考えているので、以後、 $a > 0$ に限定して話をすすめていく。

式 (2.34) より、 $\hat{\Psi}$ に対するハイゼンベルグの運動方程式は

$$i\hbar \frac{\partial \hat{\Psi}(\mathbf{r}, t)}{\partial t} = [\hat{\Psi}(\mathbf{r}, t), \hat{H}] = \left(-\frac{\hbar^2}{2M} \nabla^2 + V(\mathbf{r}) \right) \hat{\Psi} + g \hat{\Psi}^\dagger \hat{\Psi} \hat{\Psi} \quad (2.36)$$

となる。系の大部分が凝縮状態にあるとすると、場の演算子は凝縮部分 $\zeta(\mathbf{r})\hat{a}_0$ と非凝縮部分（ゆらぎ部分） $\hat{\phi}(\mathbf{r})$ に分けて

$$\hat{\Psi}(\mathbf{r}) = \zeta(\mathbf{r})\hat{a}_0 + \hat{\phi}(\mathbf{r}) \quad (2.37)$$

と書ける。 $\zeta(\mathbf{r})$ は基底状態の一粒子波動関数で、 \hat{a}_0 はこの状態に対する消滅演算子である。マクロな数の粒子が基底状態に凝縮していることから、 \hat{a}_0 は凝縮粒子数の平方根 $\sqrt{N_0}$ で置き換えることができ、

$$\begin{aligned} \hat{\Psi}(\mathbf{r}) &= \Psi(\mathbf{r}) + \hat{\phi}(\mathbf{r}) \\ \Psi(\mathbf{r}) &\equiv \zeta(\mathbf{r})\sqrt{N_0} \end{aligned} \quad (2.38)$$

と表される。 $\Psi(\mathbf{r})$ は凝縮体の波動関数で、凝縮相を特徴づける秩序変数となる。非凝縮成分の統計平均は $\langle \hat{\phi}(\mathbf{r}) \rangle = 0$ であり $\Psi(\mathbf{r})$ は場の演算子の統計平均 $\langle \hat{\Psi}(\mathbf{r}) \rangle$ に等しい。

十分低温で大多数の原子が凝縮状態にある場合、 $\hat{\phi}$ は Ψ に比べて十分小さく、その寄与は無視できる。このとき、式 (2.36) は凝縮体の運動方程式

$$i\hbar \frac{\partial \Psi}{\partial t} = \left(-\frac{\hbar^2}{2M} \nabla^2 + V(\mathbf{r}) + g|\Psi|^2 \right) \Psi \quad (2.39)$$

となる。この式は Gross-Pitaevskii(GP)方程式と呼ばれる。また粒子数密度も同様に、

$$n(\mathbf{r}) = \langle \hat{\Psi}^\dagger(\mathbf{r})\hat{\Psi}(\mathbf{r}) \rangle \approx |\Psi(\mathbf{r})|^2 \quad (2.40)$$

と近似できる。系が定常な場合は、化学ポテンシャル μ に応じて位相の時間変化が決まる。位相分布を $\Psi(\mathbf{r}, t) = e^{-i\mu t/\hbar}\Psi(\mathbf{r})$ と分離して GP 方程式を書き直せば定常状態を求める式

$$\mu\Psi = \left(-\frac{\hbar^2}{2M} \nabla^2 + V(\mathbf{r}) + g|\Psi|^2 \right) \Psi \quad (2.41)$$

が得られる。また定常ではなくても、凝縮体の時間変化が主に $e^{-i\mu t/\hbar}$ と書ける場合は、 $\Psi(\mathbf{r}, t) \rightarrow e^{-i\mu t/\hbar}\Psi(\mathbf{r}, t)$ と書き直し、GP 方程式を

$$i\hbar \frac{\partial \Psi}{\partial t} = \left(-\frac{\hbar^2}{2M} \nabla^2 + V(\mathbf{r}) + g|\Psi|^2 - \mu \right) \Psi \quad (2.42)$$

と書いたほうが扱いやすい。これは、熱浴と粒子をやりとりできる場合に相当し、式 (2.34) の代わりに

$$\hat{K} \equiv \hat{H} - \mu\hat{N} = \hat{H} - \mu \int d\mathbf{r} \hat{\Psi}^\dagger(\mathbf{r})\hat{\Psi}(\mathbf{r}) \quad (2.43)$$

を用いて考えたことになる。この場合、化学ポテンシャル μ は、粒子数の規格化条件

$$\int d\mathbf{r} |\Psi|^2 = N \quad (2.44)$$

により決まる。

2.5 ボース凝縮体の秩序変数

ボース凝縮を起こした系では、秩序変数として巨視的波動関数

$$\Psi(\mathbf{r}, t) = \sqrt{n_0(\mathbf{r})} \exp(i\varphi(\mathbf{r}, t)) \quad (2.45)$$

が出現する。これは場所および時間に依存する複素関数であり、その振幅は凝縮体密度 n_0 を与え、 φ は凝縮体のコヒーレントな位相である。ボース凝縮が起こる前は各粒子の物質波の位相はランダムであるが、ボース凝縮が起こって単一の量子状態を占める結果、位相がそろい巨視的な波動性が現れる。ここで、式 (2.42) に式 (2.45) を代入し、実部と虚部に分けると、

$$\frac{\partial \sqrt{n_0}}{\partial t} = -\frac{\hbar}{2M} (2\nabla \sqrt{n_0} \nabla \varphi + \nabla^2 \varphi) \quad (2.46)$$

$$\hbar \frac{\partial \varphi}{\partial t} = -\frac{\hbar^2}{2M} \left((\nabla \varphi)^2 - \frac{\nabla^2 \sqrt{n_0}}{\sqrt{n_0}} \right) + \mu - g n_0 \quad (2.47)$$

となる。また GP 方程式 (2.42) より、凝縮体の時間変化は

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} = \frac{\partial (Mn)}{\partial t} = -\frac{\hbar}{2i} \nabla \cdot (\Psi^* \nabla \Psi - \Psi \nabla \Psi^*) \quad (2.48)$$

と書ける。式 (2.48) を流体における連続の方程式 $\partial \rho / \partial t + \nabla \cdot \mathbf{j}_s = 0$ と対応させると（ここで \mathbf{j}_s は質量の流速を表わす）、凝縮体の運ぶ運動量密度が

$$\mathbf{j}_s = \frac{\hbar}{2i} (\Psi^* \nabla \Psi - \Psi \nabla \Psi^*) \quad (2.49)$$

で表わせることが分かる。式 (2.45) を式 (2.49) に代入すると、

$$\mathbf{j}_s = \left(\frac{\hbar}{M} \right) M n \nabla \varphi \equiv M n \mathbf{v}_s \quad (2.50)$$

となる。右の等式が超流動速度 \mathbf{v}_s の定義式であり、超流動速度は位相の勾配で表わされる。このような速度場はポテンシャル流と呼ばれ、

$$\nabla \times \mathbf{v}_s = 0 \quad (2.51)$$

を満たす渦なし流である。

2.6 磁気トラップに捕獲されたボース凝縮体の振る舞い

アルカリ原子のように原子スピン F を持つ原子は、磁場により空間にトラップすることが可能である。ボース凝縮体を実現するような十分低温（～数十 nK）に冷やされた原子は磁場中をゆっくり移動し、原子スピンは磁場方位の変化に対して断熱的に振る舞う。そのため磁場が十分強ければ、原子スピンが磁場に平行な原子は平行な状態を、反平行な原子は反平行な状態を保って運動する。これを断熱定理と言う。断熱的かどうかの基準は、原子スピンの Larmor 歳差運動の 1 周期の間に原子が感じる磁場方位の変化が 2π に比べ小さいかどうかである。Zeeman エネルギー $V = \hbar \gamma_\mu \mathbf{F} \cdot \mathbf{B}$ を考慮すると、（ $\gamma_\mu > 0$ の場合）磁場に平行なスピンをもつ原子は磁場の弱い方がエネルギーは低くなる。したがって空間に磁場の極小点を作ればその周りに原子をトラップすることができる。このような状態は弱磁場シーキング状態（weak-field-seeking state : WFSS）と呼ばれる。逆に、磁場に反平行なスピンをもつ原子は強磁場シーキング状態（strong-field-seeking state : SFSS）と呼ばれ、より磁場の強い領域を好む。しかし自由空間では磁場の極大を作れないため (Earnshaw の定理)、磁場により SFSS をトラップすることはできない。

具体的な磁気トラップとしては、図 2.1 に示すような Ioffe-Prichard トラップ[43]が挙げられる。4 本の線電流が XY 方向に四重極磁場 $\mathbf{B}_\perp = B_\perp(\hat{x}\cos(-\theta) + \hat{y}\sin(-\theta))$ を作り、ヘルムホルツコイルが Z 方向の磁場 $\mathbf{B}_z = \hat{z}(B_0 + B''z^2/2)$ を作っている。Z 方向の閉じこめは XY 方向の閉じこめに比べて緩く、また、トラップの中心付近では $B_\perp \approx B'r$ と近似できて、

$$\mathbf{B}(\mathbf{r}) = \mathbf{B}_z + \mathbf{B}_\perp \approx \begin{pmatrix} B'r \cos(-\theta) \\ B'r \sin(-\theta) \\ B_0 \end{pmatrix} \quad (2.52)$$

と書ける。その強度は、 $B_0, B'' > 0$ として Z 依存性も含めて書くと

$$|\mathbf{B}(\mathbf{r})| \approx B_0 + \frac{1}{2} \left(\frac{B'^2}{B_0} r^2 + B'' z^2 \right) \quad (2.53)$$

となる。さらに原子気体は磁気トラップや光学トラップにより空中に捕獲されており、トラップポテンシャル $V(\mathbf{r})$ によって凝縮体の外形が決まる。そこでトラップポテンシャルが調和振動子型で表わされる場合に、凝縮体のサイズを決める特徴的な長さを導入しておく。簡単に、ここでは円筒対象な 2 次元調和振動子型トラップ

$$V(r, \theta, z) = \frac{1}{2} M \omega_{\text{HO}}^2 r^2 \quad (2.54)$$

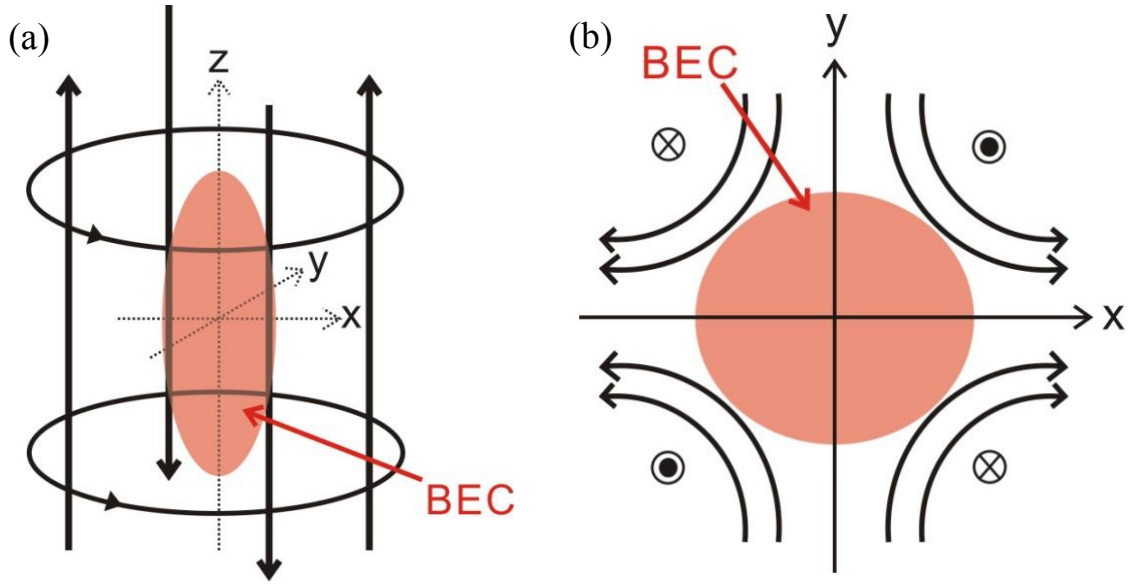


図 2.1 Ioffe-Prichard 磁気トラップの基本構成概念図。(a)：四本の Ioffe バー（直線）と軸方向曲率磁場生成コイル（円形のコイルペア）。(b)：X-Y 平面上の四重極磁場分布。

を考えることにする。 ω_{HO} はトラップ周波数と呼ばれ、トラップの閉じこめの強さを評価する際によく用いられる。

まず、GP 方程式 (2.42) の右辺第 3 項からわかるように、相互作用エネルギーは粒子数密度 $|\Psi|^2$ に比例して大きくなる。したがって粒子数密度が小さい場合（または g が小さい場合）は相互作用項を無視でき、凝縮体は理想気体のように振る舞う。基底状態での分布は調和振動子の基底状態としてよく知られた形

$$\Psi \propto \exp\left(-\frac{r^2}{4a_{\text{HO}}^2}\right) \quad (2.55)$$

となる。ただし、 a_{HO} は調和振動子ポテンシャルで決まる凝縮体の広がりサイズで

$$a_{\text{HO}} \equiv \sqrt{\frac{\hbar}{2M\omega_{\text{HO}}}} \quad (2.56)$$

と定義され、調和振動子長と呼ばれる。

一方、粒子数密度が大きくなると相互作用エネルギーは無視できなくなってくる。秩序変数の空間変化がその絶対値に比べて十分緩やかとみなせる場合は、相互作用項に対して運動エネルギー項が小さくなり、無視することができる。このような近似を Thomas-Fermi (TF) 近似と呼ぶ。このときの定常解は、 $V(\mathbf{r}) < \mu$ を満たす領域で

$$|\Psi(\mathbf{r})|^2 = \frac{1}{g} [\mu - V(\mathbf{r})] \quad (2.57)$$

と書け、それ以外の場所では $\Psi = 0$ である。具体的に調和振動子型トラップの形状を代入すると、

$$|\Psi(\mathbf{r})|^2 = n_0 \left[1 - \left(\frac{r}{R_{\text{TF}}} \right)^2 \right] \quad (2.58)$$

$$R_{\text{TF}} = \sqrt{\frac{2\mu}{M\omega_{\text{HO}}^2}} \quad (2.59)$$

となる。ただし、トラップの中心での粒子数密度を $n_0 = \mu/g$ とおいた。 R_{TF} は Thomas-Fermi 半径と呼ばれ、TF 近似での凝縮体の広がりを表わす。明らかに、 $r = R_{\text{TF}}$ の近傍では秩序変数の絶対値は小さく空間変化は大きいため、近似は悪くなる。しかし、トラップされている粒子数が十分多い場合は、式 (2.58) からずれるのは $R = R_{\text{TF}}$ のごく近傍だけで、そのほかの領域ではよい近似となる。

$a_{\text{HO}}, R_{\text{TF}}$ を前述のコヒーレンス長と比較すると、

$$gn_0 = \frac{\hbar^2}{2M\xi^2} = \frac{1}{2}M\omega_{\text{HO}}^2 R_{\text{TF}}^2 \quad \Rightarrow \quad R_{\text{TF}}\xi = 2a_{\text{HO}}^2 \quad (2.60)$$

という関係にある。 ^{23}Na や ^{87}Rb のボース凝縮体でよく用いられる実験状況下ではだいたい

$$\xi \lesssim a_{\text{HO}} \lesssim R_{\text{TF}} \quad (2.61)$$

という関係が成り立っている。したがって凝縮体の外形は式 (2.58) で表わされ、渦のある部分に半径 ξ の穴があいたような形となる。

第3章 ^{87}Rb ボース・アインシュタイン凝縮体生成

この章では、 ^{87}Rb ボース・アインシュタイン凝縮体の生成に関する原理と方法および実際に我々が構築した実験装置について述べる。さらに非凝縮原子集団と凝縮体のダイナミクスの違いの比較や凝縮体の原子数評価等を行う。

3.1 ボース・アインシュタイン凝縮体の生成手順

本節では ^{87}Rb ボース凝縮体生成の大まかな流れを簡単に述べる。本実験で行っている手法は、 ^{87}Rb 原子の凝縮体生成では標準的なものである[63, 64, 65, 66, 67, 68, 69]。

1. **磁気光学トラップ(MOT : Magneto-Optical Trap)**により、約 10^9 個の原子を超高真空内 (10^{-11} Torr) で捕獲しつつ $100\text{ }\mu\text{K}$ 程度まで冷却する。
2. **偏光勾配冷却(PGC : Polarization Gradient Cooling)**により原子集団をさらに数 $10\text{ }\mu\text{K}$ 程度まで冷却する。
3. 磁気トラップへの原子集団の移行効率を上げるため、**光ポンピング(Optical Pumping)**を行い原子を特定のスピン状態に偏極させる。
4. **磁気トラップ(MT : Magnetic Trap)**により原子集団を捕獲した後**断熱圧縮**する。
5. 磁気トラップ中に捕獲された原子集団にラジオ波(RF : Radio Frequency)を印加することで**蒸発冷却**を行い、運動エネルギーの大きな原子を選択的に磁気トラップから逃がし、残った原子集団の温度を下げる。
6. 磁気トラップを瞬間的に切り、原子集団を自由膨張および自由落下(TOF : Time of flight 法)を行い、吸収イメージング法で画像を取得する。このイメージング画像から原子集団の運動量分布や温度、原子数を評価する。

図 3.1 はこれらの過程を進めていくときの原子集団の温度と密度の変化を表わしている。以下の節で各々の過程について説明する。

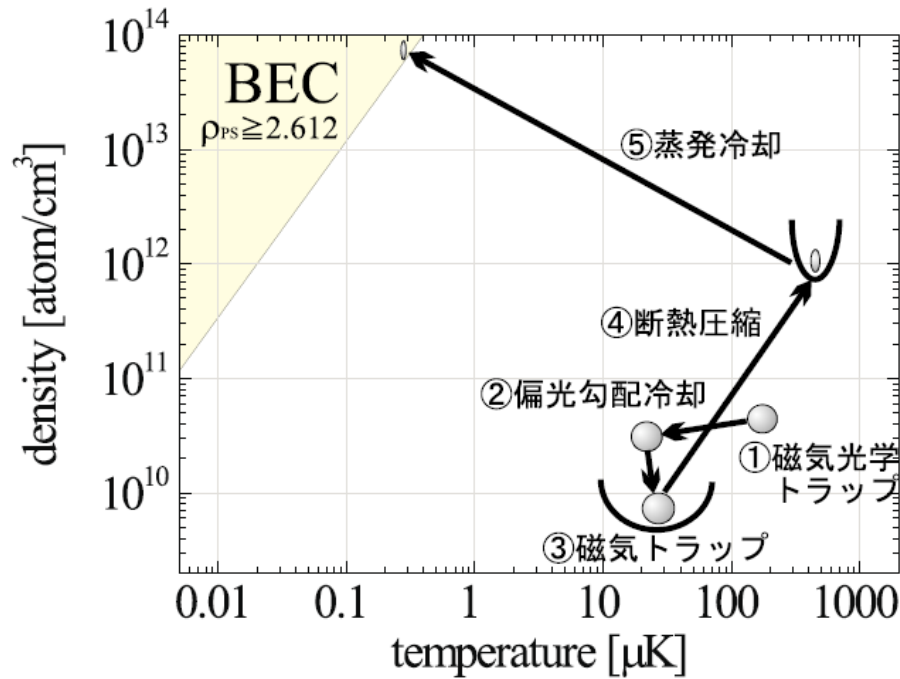


図 3.1 ボース凝縮体の生成手順および各過程における原子集団温度と密度[68]。

3.2 磁気光学トラップ

この節では、ボース凝縮体生成の第一段階である磁気光学トラップ (MOT: Magneto-Optical Trap) [71, 72]について説明する。磁気光学トラップは、レーザーと磁場を巧みに利用して原子を冷却かつ捕獲するテクニックで、レーザー冷却の世界ではもっともポピュラーな技術となっている。MOT の原理を説明する前に、ドップラー冷却について説明する。

3.2.1 ドップラー冷却の原理

ドップラー冷却とは、原子集団に原子の遷移周波数付近のレーザー光を照射し、原子集団のエネルギーを奪い冷却を行う技術である。光子の持つ運動量を原子に与え、原子の運動量を減少させることで冷却する。簡単のため二準位原子が一次元空間で運動しているとして冷却原理を説明する。図 3.2 のように原子の共鳴周波数を ω_A とし、原子は速度 \vec{V} で運動しているとする。この原子が一つの光子を吸収・放出する過程を考える。この原子に対して対向する二本のレーザー光を照射する。レーザー光の周波数は ω_L で原子の周波数に対して負の離調($\omega_L < \omega_A$) をもつとする。この原子は軸上を速度 \vec{V} で移動しているため、原子にとっては前後から照射されるレーザーの周波数がシフトする。原子の進行と同方向のレーザー光の周波数は、共鳴周波数から遠ざかる。反対に原子に対向する向きのレーザー光の周波数は共鳴周波数に近づく。これにより原子の進行に対向するレーザー光の吸収

確率が高くなる。光子を吸収した原子は光子の運動量を獲得し減速する。この原子はしばらくすると自然放出によって光子を放出し反跳運動量を受けるが、光子の放出は方向がランダムなので、吸収・放出が繰り返されると自然放出によって原子に与えられる運動量の平均は 0 となる。よって原子は対向するレーザーからより大きな運動量を受けつけ、減速することで冷却される。この原理はそのまま三次元に拡張でき、直行する 3 軸に沿う 3 組の軸上から対向するレーザー光を照射することで、原子を三次元的に冷却することができる。この手法はドップラー冷却と呼ばれる。最低到達温度 T_D は原子遷移の上準位の自然幅 Γ で決まる($k_B T_D = \hbar\Gamma/2$ 、 k_B はボルツマン定数)。本研究で使用する Rb 原子の場合は自然幅 $\Gamma = 6 \text{ MHz}$ から最低到達温度 $T_D = \hbar\Gamma/2k_B \sim 150 \text{ } \mu\text{K}$ となる。

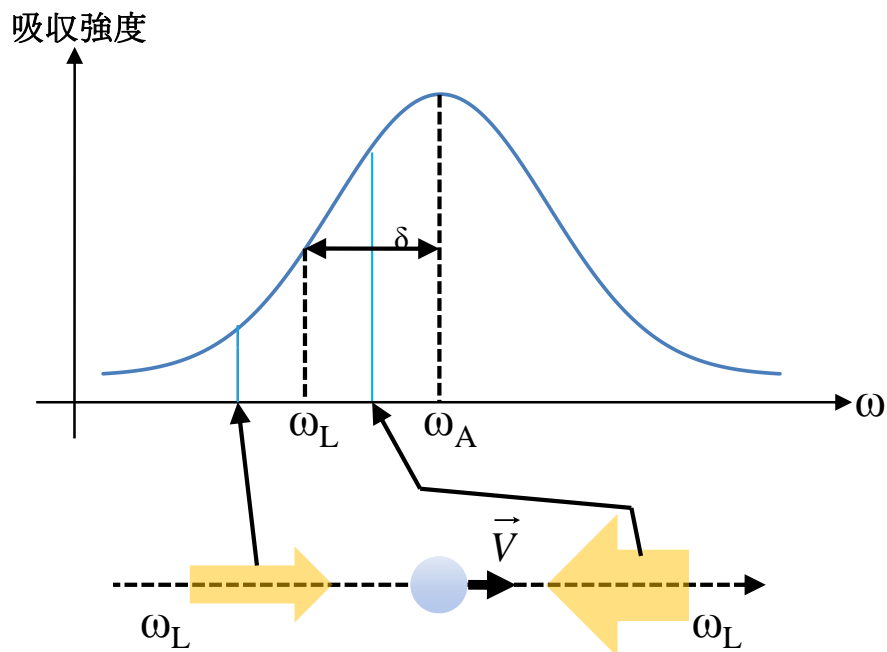


図 3.2 ドップラー冷却。レーザー光を前後か軸上に対向させて照射する。レーザー光は原子の共鳴周波数に対して負に離調をとっている。原子の進行に対向するレーザー光をよく吸収し減速される。

3.2.2 磁気光学トラップ

ドップラー冷却によって原子は冷却されるが、空間のある点を中心とした復元力が働くわけではないので時間が経てば冷却された原子は拡散してしまい長時間、特定の空間領域的に原子を捕獲し続けることはできない。そこで開発されたのが磁気光学トラップである。この方法は反ヘルムホルツコイルによる磁場とレーザー光の偏光により原子の受ける輻射圧に位置依存性を持たせることで原子を長時間捕獲することを可能としたものであり、原子冷却の実験において多用されている。図3.3 は磁気光学トラップの構成である。磁気光学

トラップの原理について説明する。ここでは簡単のために反ヘルムホルツコイルの中心軸をZ 軸として、この軸上のみ考えることにする。さらに簡単のため基底準位の全角運動量 $F = 0$ （磁気量子数 $m_F = 0$ ）、励起状態が $F = 1$ （ $m_F = \pm 1, 0$ ）の仮想的な原子を考える。磁場は原点付近では近似的に

$$B_z = bz \quad (b > 0) \quad (3.1)$$

でありゼーマンシフトは

$$\Delta E = g_F \mu_B m_F bz \quad (3.2)$$

となる。ここで g_F はランデの g 因子、 μ_B はボーア磁子である。位置による磁気副準位のゼーマンシフトを図 3.4 に示す。負に離調をとった 2 本の対向したレーザー光を入射した場合を考える。レーザー光の遷移選択則(σ_+ 円偏光は磁気量子数変化 $\Delta m_F = +1$ 、 σ_- 円偏光は $\Delta m_F = -1$)とゼーマンシフトによって $z < 0$ の領域では σ_- 偏光のレーザー光を、 $z > 0$ の領域では σ_+ 偏光のレーザー光を強く吸収する。よって輻射圧が常に中心に向くようになる。また、レーザーの周波数は原子の共鳴に対して負に離調しているのでドップラー冷却が同時に働く。これが磁気光学トラップ (MOT) の原理である。

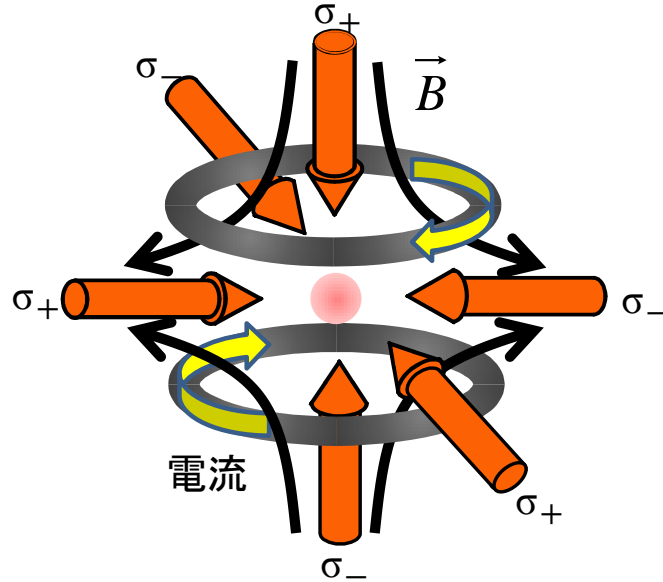


図 3.3 磁気光学トラップの構成図

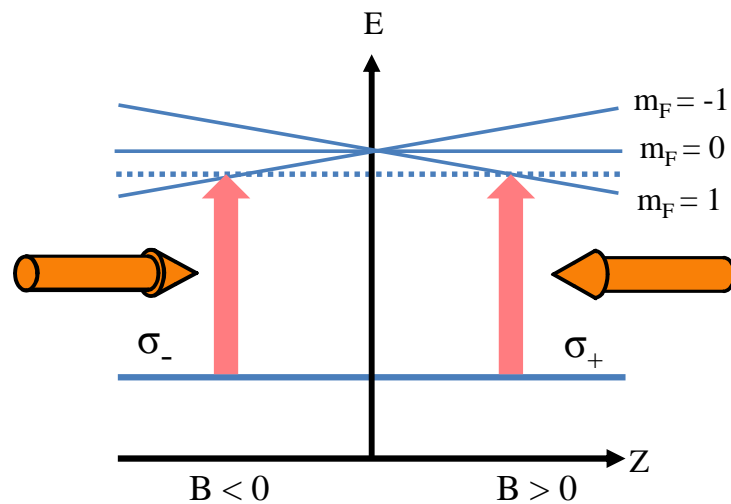


図 3.4 磁気光学トラップの原理

3.2.3 磁気光学トラップの実験系

我々の使用している磁気光学トラップについて述べていく。磁気光学トラップは閉じた 2 準位系でなければ冷却や捕獲を行うことができない。図 3.5 に ^{87}Rb 原子の D2 線の超微細構造とレーザー冷却の遷移を示す。実験では $F = 2 \rightarrow F' = 3$ の遷移を MOT 遷移として使用するが、 $F' = 2$ および 1 準位へ励起される確率もあり、それら準位へ励起された場合、冷却機構には寄与しない $F = 1$ 基底超微細準位への脱励起が生じる。そのため $F = 1 \rightarrow F' = 2$ という遷移にレーザー周波数を合わせたリポンプ光を照射し、磁気光学トラップを有効に働かせる。図 3.6 は実際に MOT に原子が捕獲されている様子である。中央ピンクに光っているのが冷却された原子集団である。

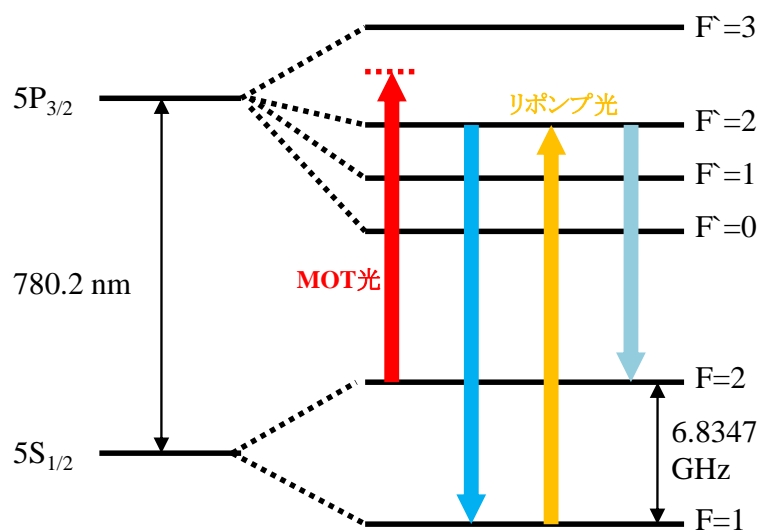


図 3.5 ^{87}Rb 原子の D2 線の超微細構造とレーザー冷却遷移[70]。



図 3.6 MOT 中の冷却原子集団の写真。写真中央のガラスセル内にある涙型のピンクの発光体が、MOT に捕獲された ^{87}Rb の冷却原子集団である。

3.2.4 二重磁気光学トラップシステム

我々はボース凝縮体を効率よく生成するためもっともポピュラーな方法である二重磁気光学トラップを採用した。この方法は、一度常温のRb 蒸気が充満している高真空中 (10^{-8} Torr) で一段階目の1stMOTを行い、十分に冷却された原子だけを超高真空 (10^{-11} Torr) に光 (プッシュ光) によって輸送し、その超高真空中で再度二段階目のMOT (2ndMOT) を行い 10^9 個以上の原子を捕獲し、ボース凝縮体を生成する方法である。なぜ、高真空中でボース凝縮体生成を行わないかという理由であるが、高真空環境だと常温原子との衝突によって、ボース凝縮体生成に必要な原子数をMOT 内に捕獲できず、蒸発冷却の最中に磁気トラップ内の原子が短時間のうちにロスしてしまうからである。そこで、常温のRb 蒸気のようなバックグラウンドガスの影響を受けにくい超高真空中でボース凝縮体を生成するのである。以下の節からの冷却や操作はすべて超高真空環境下で行う。

3.3 偏光勾配冷却

偏光勾配冷却 (polarization gradient cooling : PGC) [73, 74]は、原子集団の温度を磁気光学トラップの冷却限界温度以下に冷却する方法である。PGCは、磁気光学トラップを切り、原子集団を自由落下させている最中に離調を大きくとったMOTレーザー光を短時間照射 (本

実験では7.5 ms) することで実現される。原理的には原子が光を自然放出する際の反跳運動量に対応する温度まで冷却することができる (Rb原子の場合は10 μ K)。PGCを行う際に注意しなければならないのが磁場による影響である。地磁気程度 (約数百mG) の非常に小さな磁場でもPGCの妨げになるので、有効的にPGCを行うために環境磁場補正コイルを巻いて外部磁場を排除した。実際に東西 (片側5巻き)、南北 (片側8巻き)、上下 (片側8巻き) にヘルムホルツ配置のコイルを2ndMOT周りに設置した。実験中は常に電流を流しており、電流値は東西方向 : 0.40 A (西から東に0.20 G)、南北方向 : 0.40 A (北から南に0.17 G)、上下方向 : 0.26 A (上から下に0.14 G) である。この補正磁場によって原子集団が捕獲されている場所の外部磁場を可能な限り打ち消した。また、地磁気 (南から北への磁場) の影響を考慮するなら南北方向の補正磁場は逆方向 (南から北) にならなければおかしいのであるが、イオンポンプやチタンサブリメーションポンプ、さまざまな実験装置の生み出す磁場の影響によって南北方向の磁場の向きは北から南になったと考えられる。

3.4 光ポンピング

冷却された原子集団をボース凝縮体を生成する磁気トラップ中に移送する際、原子の磁気副準位をそろえる必要がある。磁気光学トラップや偏光勾配冷却を経て冷却されてきた原子は $F = 2$ 基底超微細準位の全ての磁気副準位 (磁気量子数 $m_F = -2, -1, 0, +1, +2$) を占めている。本研究の磁気トラップには原子のスピン状態 $F = 2, m_F = +2$ にある原子のみトラップする。そのままではスピン状態 $F = 2$ にある原子の五分の一しか捕獲することができない。そこで効率的に原子を磁気トラップに移送するために原子のスピン偏極を行い、原子のスピン状態を $F = 2, m_F = +2$ に全てそろえる。この時用いられるのが光ポンピングである。実験手法としては偏極磁場を印加し、 $F = 2 \rightarrow F' = 2$ に共鳴するポンピング光を原子集団に照射してスピンを偏極させる。実験では偏極磁場強度は約 2 G、ポンピング光は直径 2 cm、パワー600 μ mのレーザー光を400 μ s照射する。このスピン偏極操作によって効率的に磁気トラップに原子が捕獲される。

3.5 光学系と真空系

この節では、前節までに述べた各方法で使用される原子の遷移と、実際に構築した光学系の説明および、真空装置について述べる。

3.5.1 凝縮体生成に必要なレーザー光とその光学系

図3.7 は、本研究で使用する⁸⁷Rb のD2 線の超微細構造[70] とボース凝縮体生成に必要な全てのリポンプ光以外のレーザー光を示したものである。プローブ、プッシュ光については後ほど説明する。

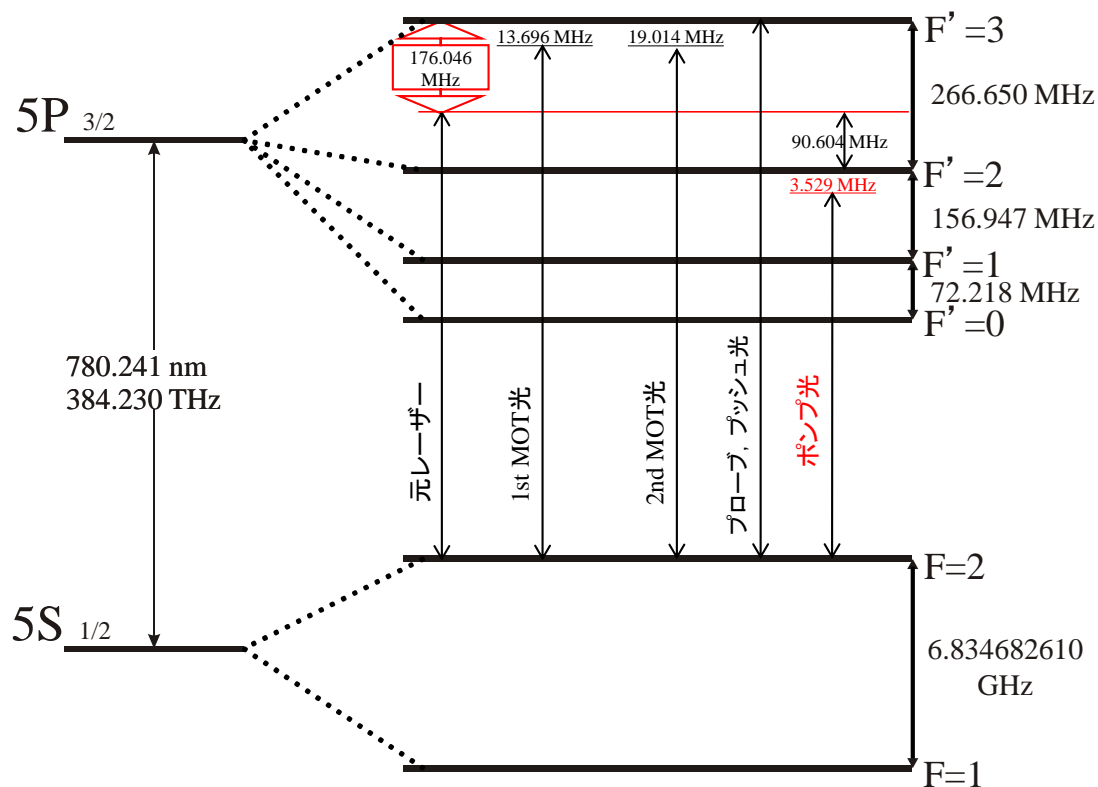


図3.7 ^{87}Rb 原子 $D2$ 線の超微細構造および本実験で用いているメインレーザーを光源とする各光の離調。

図3.8 は図3.7 で示したレーザー光を作るために構築した光学系の写真である。光源として2台のレーザーを使っている。一つはメインレーザーのToptica 社DLX110（図3.9参照）である。出力は約680 mWである。もうひとつがリポンプ光用の手作りの外部共振器型半導体レーザー（28.5 mW）である。メインレーザーは、偏光分光法を利用してレーザー周波数の制御をしており、リポンプレーザーは飽和吸収分光とゼーマン変調法を用いて周波数制御を行っている。メインレーザーから出力された光は、音響光学変調器（Acousto Optic Modulator : AOM図3.10参照）を用いることにより周波数シフトさせ所望の周波数を得ている。また、AOM は光スイッチやレーザー光パワーの調整にも使用されている。

また、ボース凝縮体を生成するためには原子を磁気トラップに捕獲した後 Rb 原子の共鳴遷移周波数に近い光を一切遮断する必要があり、そのためにメカニカルシャッターを使用する。安価で高速動作可能なメカニカルシャッターとして、ハードディスクのボイスコイルを利用したシャッターを製作した（図3.11）。1 ms 以下という高速でレーザービームを遮断可能である。（ハードディスクは秋葉原などに転がっている500円前後のものでも十分に使える。また、反応速度に個体差がある。）



図 3.8 構築した光学系の写真。実験中は外気にふれレーザーや各オプティクスが不安定になることや漏れ光によりボース凝縮体生成に影響を及ぼさないために、遮光ボックスで光学系全体を覆っている。



図 3.9 メインレーザーの写真。Toptica 社の DLX110。出力は 680 mW。

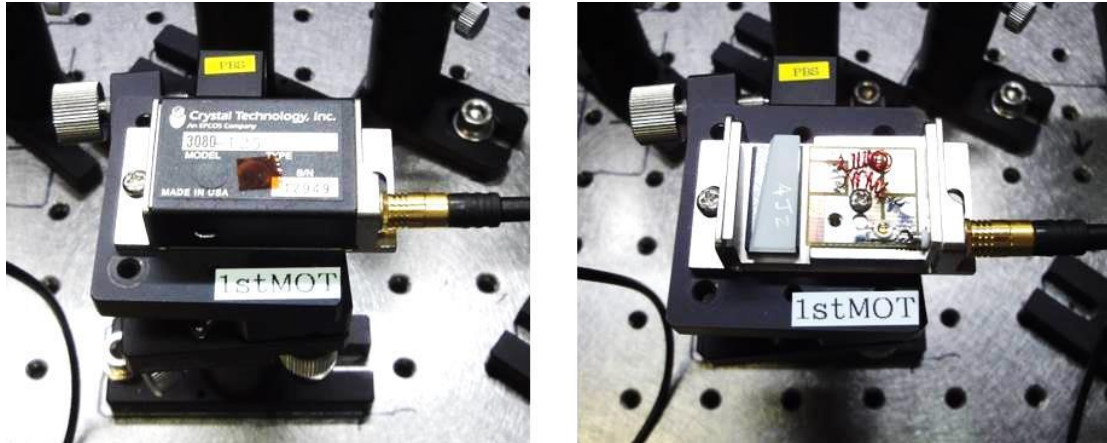


図 3.10 AOM の写真。通常は左写真のようにカバーを付けている。右図はカバーを外した写真。白い結晶に光を入射させ ± 1 次光を取り出す。

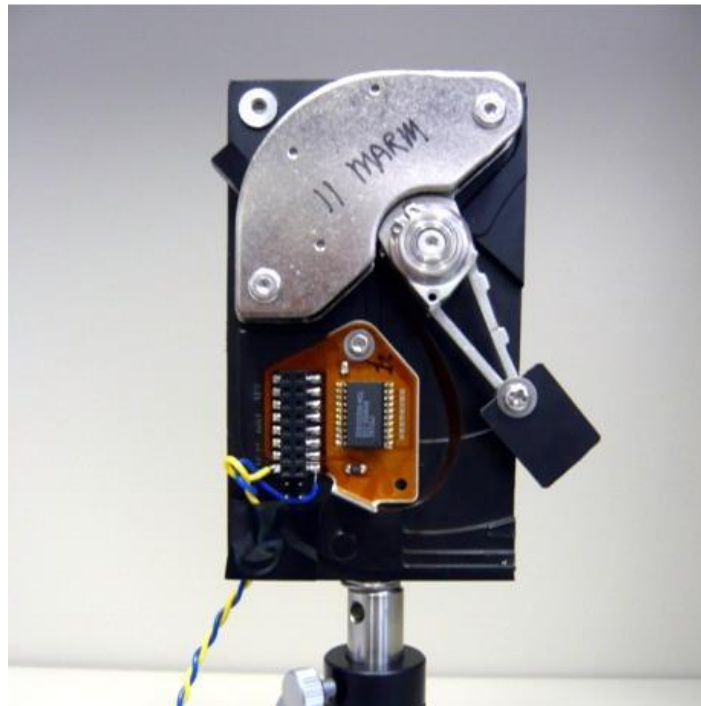


図 3.11 ハードディスクを利用したビーム遮断用のシャッター

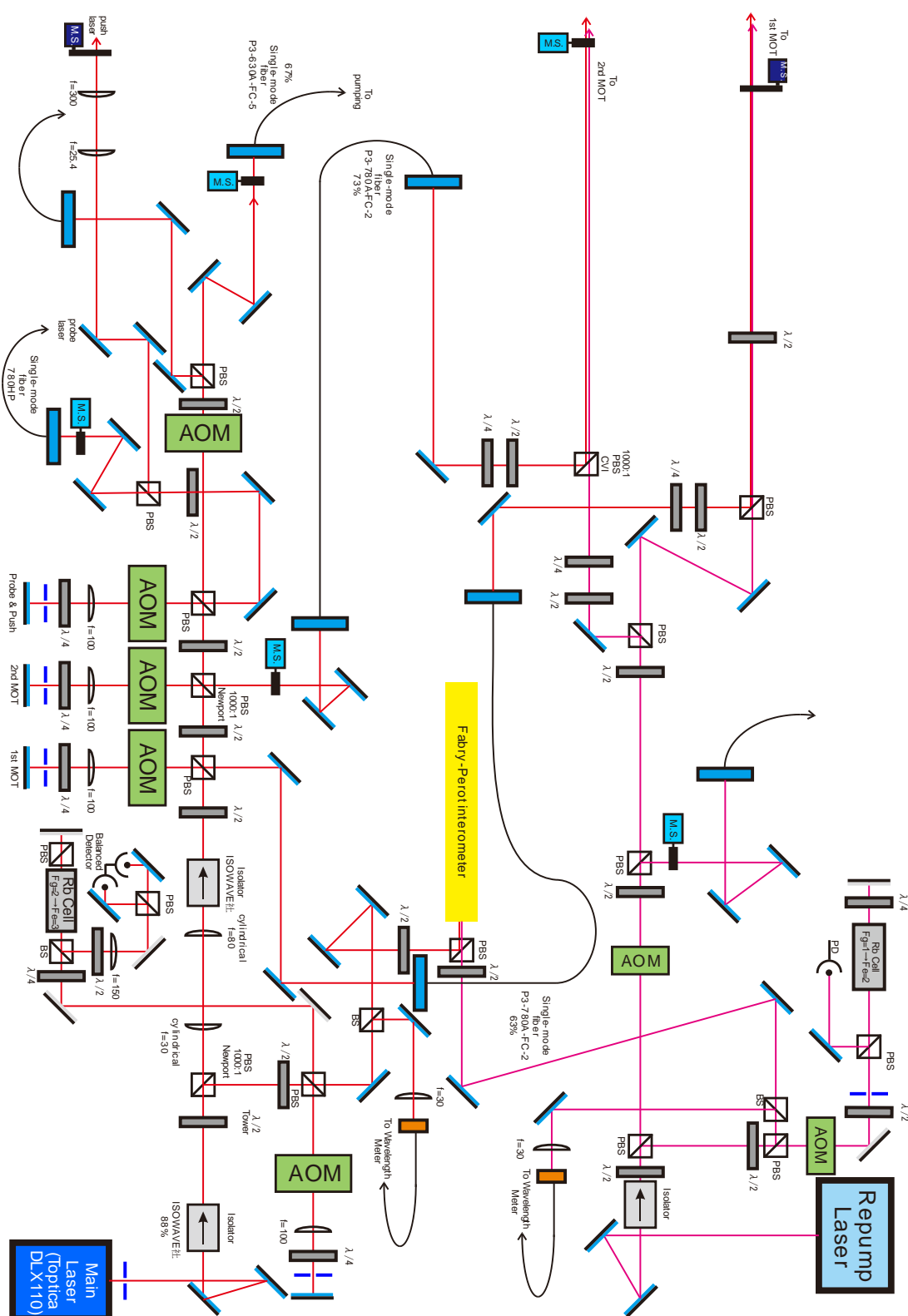


図3.12 ボース凝縮体生成のための光学系。ここで、 $\lambda/2$ ：半波長板、 $\lambda/4$ ：1/4波長板、PBS：偏光ビームスプリッター、BS：無偏光ビームスプリッター、AOM：音響光学変調器（図3.10参照）、MS：ビーム遮断用のシャッター（図3.11参照）。

図3.12は図3.8で示した構築した光学系の概略図である。メインレーザーから出射したビームは、アイソレーターを通過後2枚のシリンドリカルレンズによって簡単なビーム整形を行った。この整形によってAOMの回折効率や各シングルモードファイバーへのカップリング効率を上げることができた。また、シングルモードファイバーによって最終的なビーム整形を行い各ビームがガウス分布のプロファイルになった。ファイバーから出射された光の偏光は、楕円偏光である場合が多いため $\lambda/4$ および $\lambda/2$ を用いて直線偏光になるよう補正した。図3.13に各光のシングルモードファイバー入口及び出口のレーザーパワーとカップリング効率を示す。ファイバーから出たレーザー光は所望のビーム直径に形成し原子集団に照射した。

各レーザー光	入口(mW)	出口(mW)	効率(%)
1stMOT	99	63	63.6
2ndMOT	274	188	68.6
プローブ	32	20	62.5
ポンプ	1.92	1.29	67.2

図 3.13 各光のファイバー入口および出口でのレーザーパワーとカップリング効率

3.5.2 二重磁気光学トラップのための真空系

図3.14 は我々の使用している真空系の概略図（上から見た図）である。本装置は二重磁気光学トラップを行うために、2つの主要部分、1stMOTガラスセル（高真空領域： 10^{-8} Torr）と2ndMOT ガラスセル（超高真空領域： 10^{-11} Torr）から構成される。1stMOT より左側の金属チャンバー部には、試料となる気体Rb 原子の供給源としてRb ディスペンサー（図3.15 参照）が2本とりつけられている。ディスペンサーは、Rb とクロム塩と還元剤の混合物であり、電流を流すことによってRb のみを放出させることができるものである。これによりRb 原子の取り出し量を精密に制御でき、不純物の飛散が極めて少ないことから真空度の長期にわたる保持も可能となる。実験では2.5～6.5 A の電流を流した。高真空領域は排気速度40 l/s のイオンポンプで排気されており 10^{-8} Torr 程度の真空度を保っている。また、超高真空側である2ndMOT および凝縮体を生成するための領域では、排気速度70 l/s のイオンポンプおよびチタンサブリメーションポンプで 10^{-11} Torr 程度の真空度を保持している。

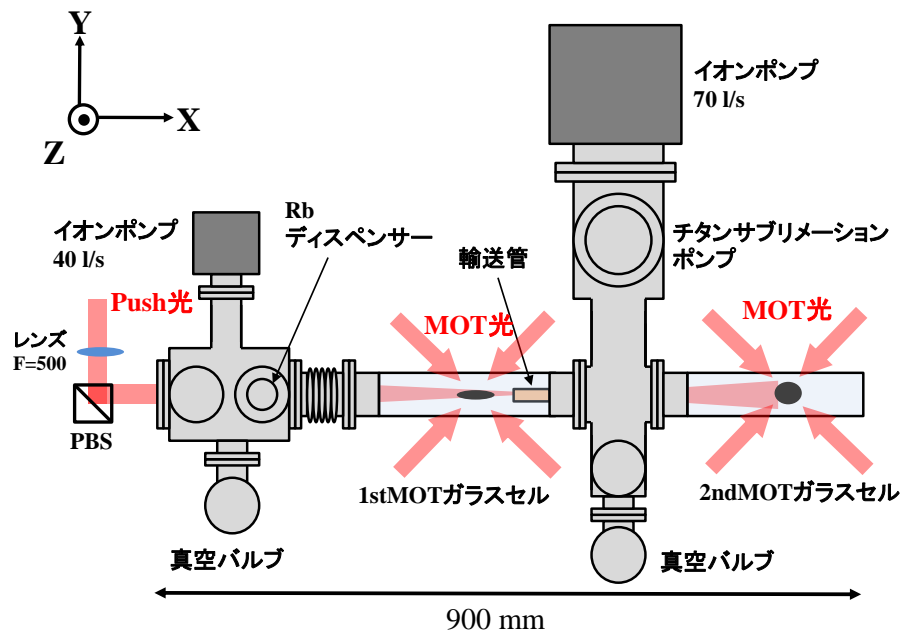


図 3.14 ニ重磁気光学トラップのための真空系を上から見た図とプッシュ光の光路。水色の部分がガラスセルであり、薄灰色の部分はステンレスである。中心のガラスセル部で 1stMOT を行い、右端のガラスセル部で 2ndMOT および凝縮体を生成する。イオンポンプは 2 台使用し、差動排気により、高真空（第 1MOT 部）および超高真空（第 2MOT 部）を生成している。

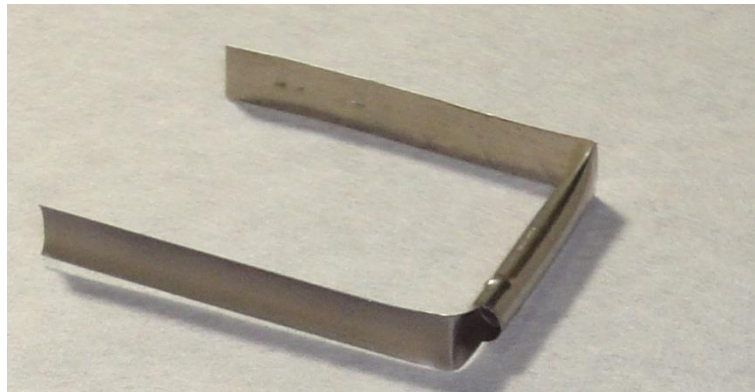


図 3.15 alvacet 社ディスペンサーの写真。 ^{87}Rb は 60 mg 封入されている。

1stMOTのガラスセルは、ステンレスチャンバー部とフレキシブル管で結合している。ガラスセル（材質：パイレックスガラス）は断面が四角（外側サイズ32×32mm、内側サイズ26×26mm）のガラス管の両端をバリアン社のガラスアダプター（FGA0150SP）に接続したものである。フランジを含む全長は285 mmであり、レーザーを入射する平面部（光学面）の長さは90 mmである。

1stMOT ガラスセルの右側には長さ 130 mm の輸送管が設置されている。輸送管は 1stMOT 側から長さ 50 mm の間が内径 $\phi 10$ mm、その後が内径 $\phi 18$ mm、長さ 80mm となっている。

これは 1stMOT で捕獲した ^{87}Rb 原子を輸送用プッシュ光で図 3.14 の右方向に押し出し、2ndMOT 領域に ^{87}Rb 原子を供給する際の輸送路である。また高真空領域と超高真空領域の粒子の流れを制限するための役割も担っている。図 3.14 の一番左側のフランジは、輸送用プッシュレーザー光および原子集団の撮像用プローブ光の導入のためのガラス窓である。

図3.14の1stMOTガラスセルから右側は、2ndMOTおよび凝縮体を生成するための領域である。図右端のガラスセル部には試料である ^{87}Rb 原子がほとんどないため、上述したように1stMOTで捕獲した ^{87}Rb 原子をプッシュレーザー光で押し出す事で2ndMOT領域に供給する。このガラスセルは、1stMOTガラスセル同様、外側一辺が32mmの四角形ガラス管（内側1辺26mm）である。フランジを含む全長は220mmであり、光学面の長さは117 mmである。

実際に構築した真空系の写真を図3.16に示す。実験中は遮光カーテンにより真空系全体を覆っている。また、各オプティクスおよび凝縮体生成に必要な実験装置を配置した後の写真を図3.17に示す。

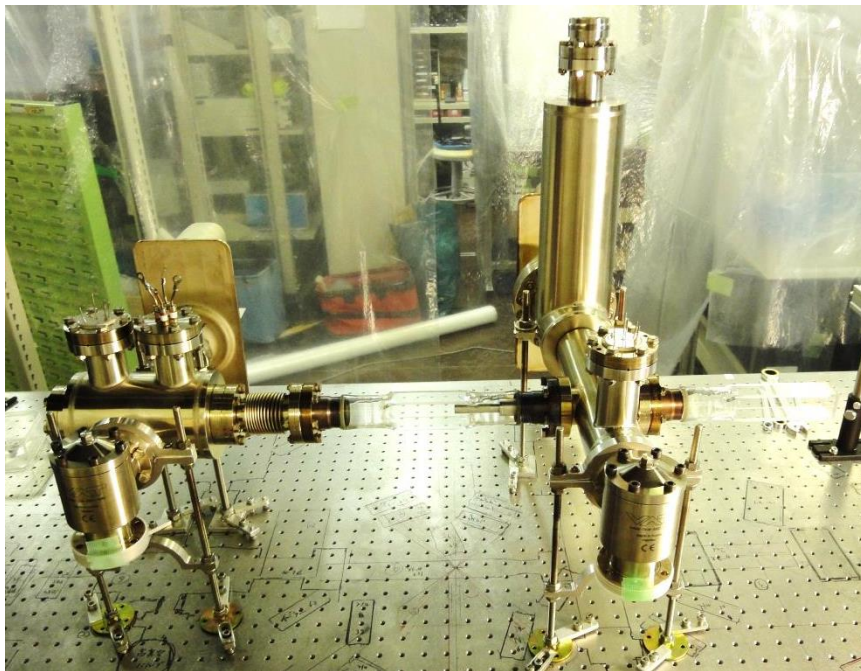


図 3.16 真空系の写真。左側のガラスセルが 1stMOT、右側のガラスセルが 2ndMOT と凝縮体が生成される場所である。

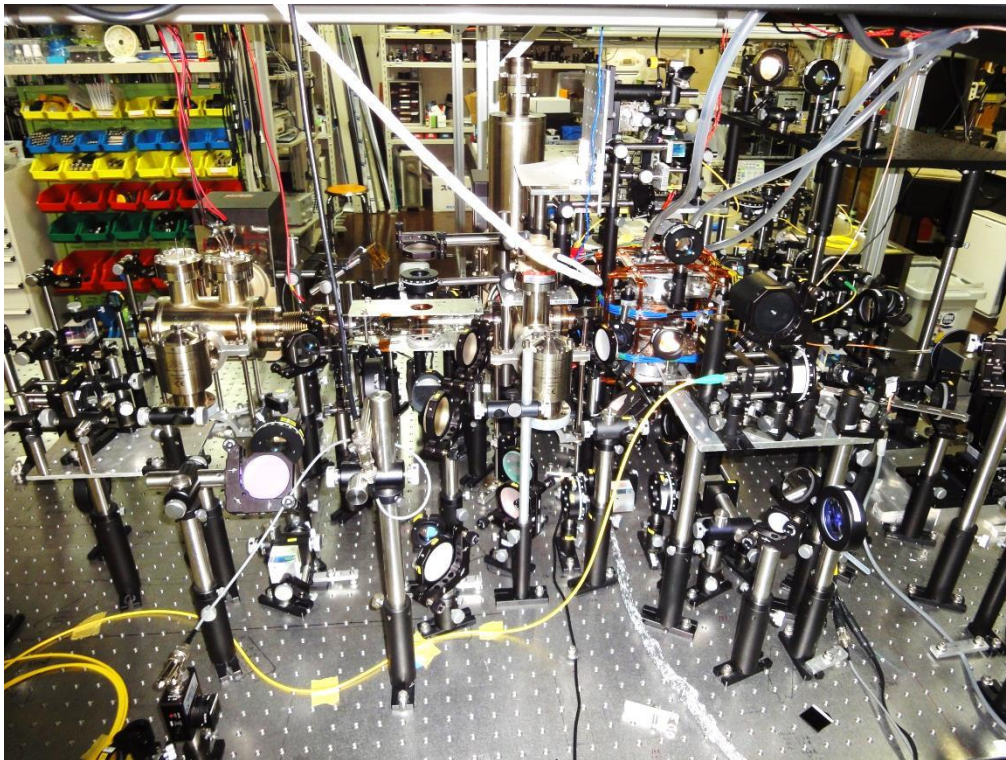


図 3.17 真空系および凝縮体生成に必要な各装置およびオプティクスを配置した写真。

3.6 磁気トラップ

この節では、まず磁気トラップの原理について説明し、我々の製作したIoffe-Prichard型磁気トラップであるQuadrupole-Ioffe configuration trap (QUIC Trap) について説明していく [75]。

3.6.1 磁気トラップの原理

磁気トラップとは、原子が持っているスピンの付随する磁気モーメント $\vec{\mu}$ と、外部磁場 \vec{B} との相互作用（ゼーマンシフト）を利用してポテンシャルを作り原子を空間的に閉じ込めるものである。ここで対象となる原子は既に前段階の冷却手法であるMOT、PGC によって冷却されており、原子雲を形成しているものとする。磁場との相互作用エネルギーは次式のようなになる。

$$U = -\vec{\mu} \cdot \vec{B} \quad (3.3)$$

式(3.3) から分かるように磁場 B が大きくなればなるほど、相互作用エネルギーは大きくな

る。原子の磁場に対する反応は磁気モーメント $\vec{\mu}$ によって決まり、もし $\vec{\mu}$ が正ならば原子は磁場のより強い領域へ導かれるような力を受ける。また、 $\vec{\mu}$ が負ならば反対に原子は磁場のより弱い領域へ導かれる力を受ける。このことから正の磁気モーメントをもつ状態を強磁場シーキング状態、負のものを弱磁場シーキング状態という。また、式 (3.3) は、以下のように変形できる。

また、式 (3.3) は、以下のように変形できる。

$$U = g_F \mu_B m_F |B| \quad (3.4)$$

ここで、 g_F は超微細準位の g 因子である。磁場の極小点もしくは極大点を作ることができれば原子を捕獲することが可能である。しかし、磁場の極大点を中空に作ることは原理的に不可能である。したがって、極小点で捕獲できる弱磁場シーキング状態の原子のみが磁場によって捕獲可能である。つまり磁気トラップの眼目は、磁場強度の三次元的な極小点を持つ磁場の配置を設計することにある。単純に考えてしまえば、MOTで使用する反ヘルムホルツコイルを使用すれば磁場の0 G 点を作ることができ問題解決のように思われる。しかし、0 G 点では、非断熱的なスピントリップ (マヨラナ遷移) があり磁気トラップからの原子のロスが生じる。簡単に言ってしまえばコップの底に穴が開いている状態であり、原子がそこから逃げて行ってしまいトラップの中に原子を長時間捕獲しておくことができない。このような原子ロスをなくすためには磁場の極小点が0 G でない必要がある。我々は以上のような条件を満たす磁場配置を実現する最もポピュラーな磁場形状である、Ioffe-Prichard 型磁気トラップを採用した。実験では、光ポンピングによって基底状態 $F=2$, $m_F=2$ にスピン編極した冷却原子集団を磁気トラップに移行する。

3.6.2 QUIC磁気トラップ

図3.18 に実際に製作した磁気トラップを示す。この磁気トラップは静磁場によって磁気ポテンシャルを形成するIoffe-Prichardトラップ[76, 77]の一種であるQUIC磁気トラップである。この形式を選んだ理由としては、低電流で所望の磁気ポテンシャルを形成可能であり、よって安価で製作することができるからである。いわば貧乏人用磁気トラップといえるであろう。次の小節から我々の使用しているQUIC Trap について詳しく述べていく。

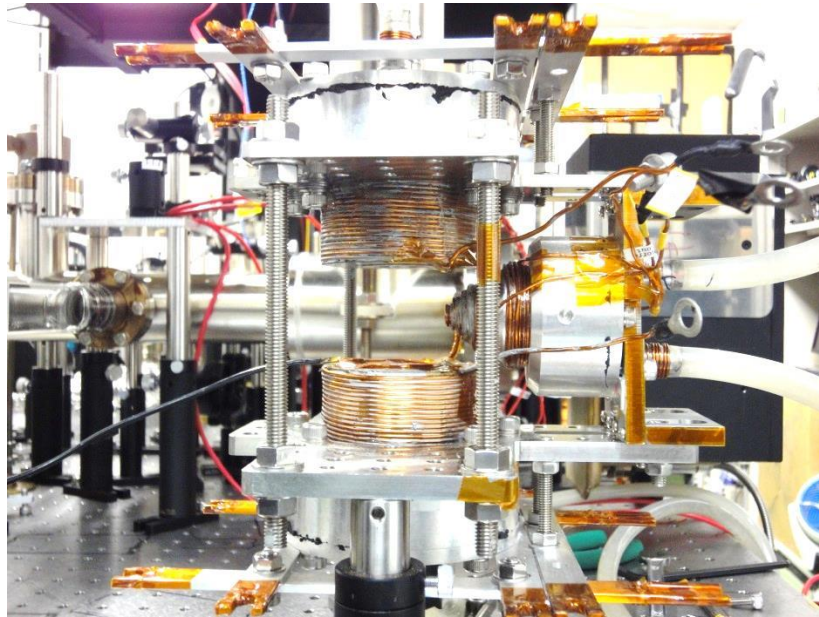


図 3.18 QUIC 磁気トラップの写真。

四重極コイルとIoffeコイル

QUIC 磁気トラップ は四重極磁場を発生させる四重極コイルペアと、原子集団の圧縮と0磁場をなくすためのIoffe コイルから構成される。各コイルは小型の旋盤を利用した自作のコイル巻き機を使用して製作した。実際に作成した四重極コイルとIoffe コイルの写真を図3.19 に示す。

次に、各コイルについて述べていく。四重極コイルは、 $\phi 1.8 \text{ mm}$ のホルマール線を使用し、180 巻き（18 段、10 層）した。内径が34 mm、外径70 mm、コイルの厚さが35 mmである。Ioffeコイルは $\phi 1.4 \text{ mm}$ のホルマール線を161巻きした。このコイルはMOT 用レーザー光を遮らないようにするために、先端部をテーパ状にしている。内径が6 mm、直径が30 mm、厚さが36 mm である。各コイルとも熱伝導性を向上させるため、各層の接着にアテムコ社の高熱伝導性ボンド（アテムコボンド568）を使用した。

また、実験でQUIC磁気トラップを起動する際、25 A 近くの電流を約20 s 間流し続けるためコイルが発熱する。コイルの温度が大きく変動すると、コイルの膨張により磁場が大

大きく変化してしまう。そのため、各コイルはアルミ製の冷却器に取り付け、水を循環させる。水の循環および冷却はチラー（ユラボ社、FC600S）によって行い、任意の温度（実験では15℃で使用）でコイルを冷却する。ただし、冷却器とコイルの接触面積が小さく、冷却効率は良いとはいえない。特に冷却器との接触面積の少ないIoffeコイルは水冷だけでは冷却が十分ではなかったため、エアープンプを使用して冷却風をコイルに当てることにより冷却効率を向上させた。

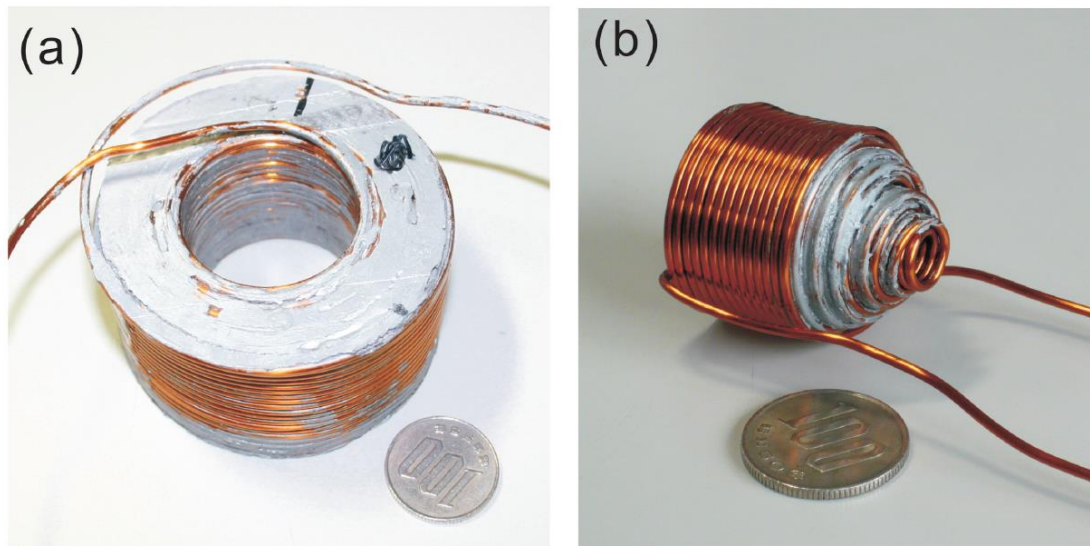


図 3.19 QUIC 磁気トラップの写真。

QUIC磁気トラップの磁場分布

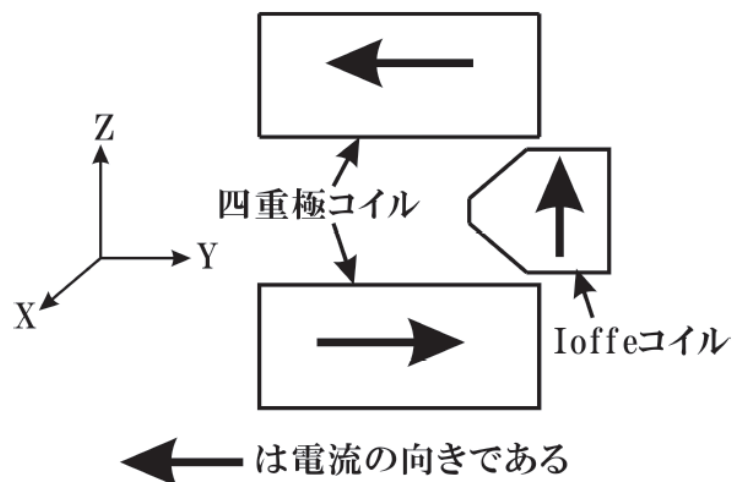


図 3.20 QUIC 磁気トラップの各コイルの電流の向き。

図3.18 の写真のように各コイルを組み合わせコイルに電流を流し、ガウスメーター

(Lakeshore 社のModel421) によって磁場分布を測定した。コイル間隔の詳しい説明は次に述べるとして、まず各コイルどのような方向に電流を流すのかを図3.20 に示しておく。

安定化電源KIKUSUI PAD36-60LA を使用して各コイルに電流を25 A 流した。Y 方向(図3.20 参照) の磁場を測定した結果が図3.21 である。測定は1 mmごとに行なった。四重極コイルのみの場合の磁場勾配は131.6 G/cmであった。極小点はもちろん0 Gである。Ioffeコイルにも電流を流したときの磁場曲率は205 G/cm² であり、0 磁場とのOff Set つまり極小点は2.56 G であった。また、この時のX 方向の磁場勾配は180 G/cm であった。次に、図3.21 の四重極磁場とQUIC磁気トラップの作る磁場の極小点の位置に注目してほしい。四重極磁場の極小点の位置から8 mmほど極小点の位置がシフトしている。QUIC磁気トラップに用いている四重極コイルは2ndMOTの四重極磁場にも利用する。つまり、冷却原子集団の位置からQUIC磁気トラップに移行する際、原子集団が8 mm移動したところに捕獲されることになる。これは、QUIC磁気トラップの特徴である。

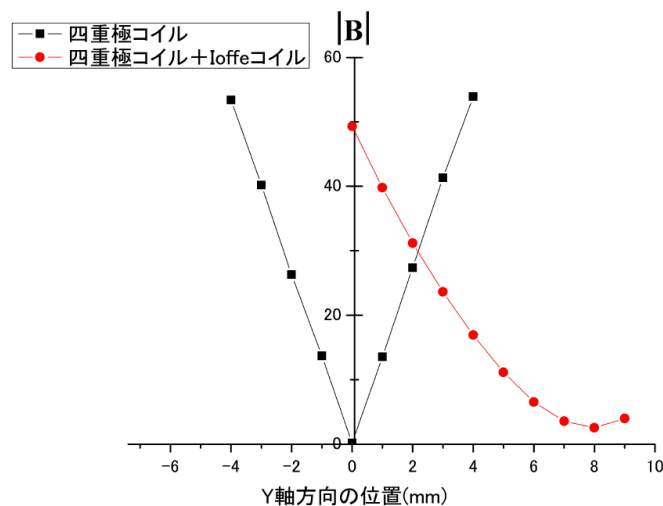


図3.21 四重極コイルおよびQUIC 磁気トラップの磁場強度Y軸位置依存性。四重極コイル、Ioffeコイルともに25 Aの電流を流した。また磁場強度|B|の単位はG（ガウス）である。

QUIC磁気トラップと真空系配置

実際に真空系にインストールしたのが図3.22の概略図である。ガラスセルと各コイル間距離、コイル自体の大きさを示したものである。概略図からわかる通り、ガラスセルに触れるすれすれまでコイルを近付けた。その理由は、より急峻な磁気ポテンシャルを築くためには、なるべく各コイル特にIoffeコイルが四重極コイルの中心軸に近いことが望ましいからである。

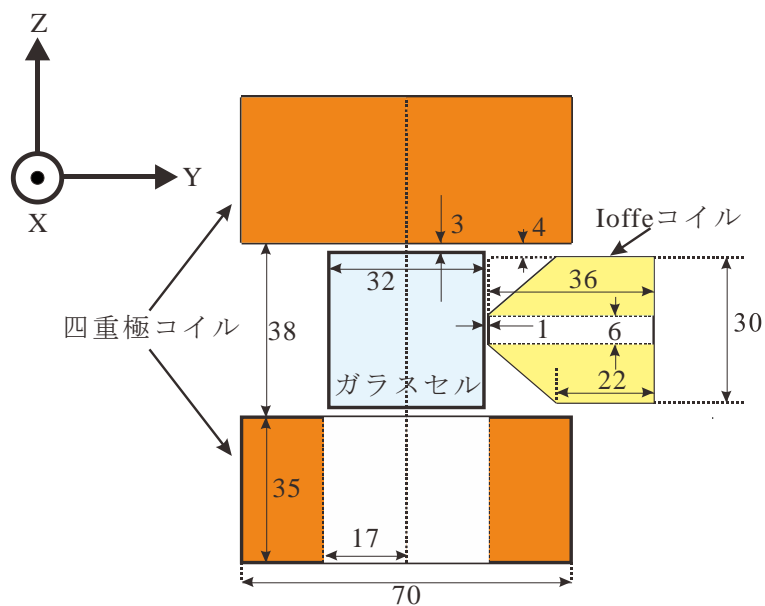


図3.22 QUIC 磁気トラップを真空系に設置した概略図。数値の単位はすべてmm(ミリメートル)である。

断熱圧縮までのQUIC磁気トラップの電流動作

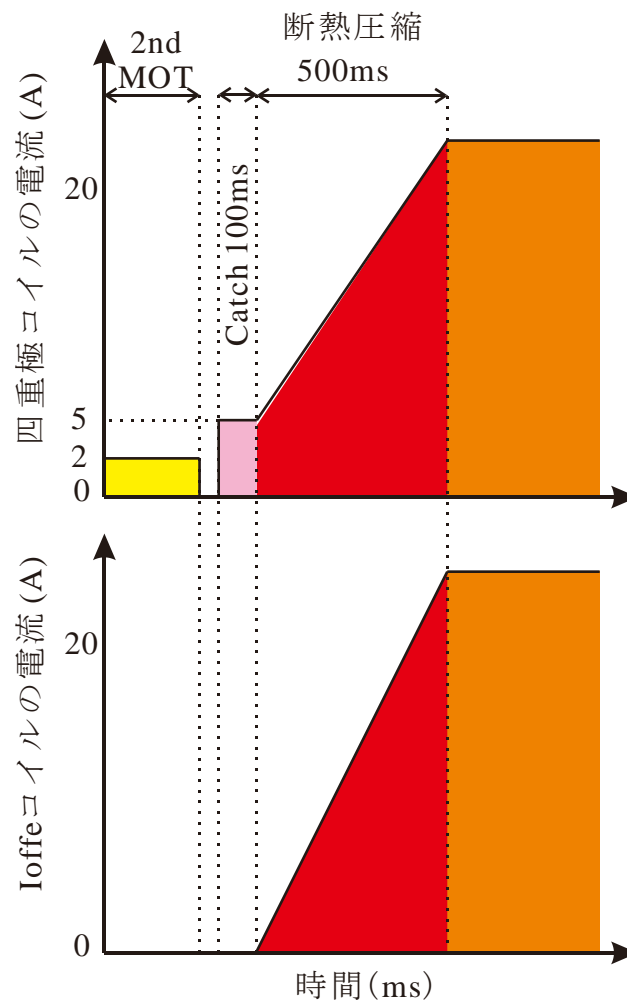


図3.24 断熱圧縮までの四重極コイルとIoffeコイルに流す電流の変化。

図3.24 に、我々の行った断熱圧縮までの四重極コイルとIoffe コイルに流す電流変化についてまとめた。断熱圧縮前は四重極コイルは2ndMOT の反ヘルムホルツコイルとして使われるので、2 Aほどの電流が流れている。その後PGC や光ポンピングなどのため一旦電流を遮断にしたあと、緩やかな磁気ポテンシャルのみで冷却原子集団の捕獲を行う(図のCatch) 。Catch では、四重極コイルに5 A の電流を流し、100 ms 間捕獲する。そのあと、四重極コイルとIoffe コイルの電流を同時に500 ms かけて線形的に上げていき断熱圧縮を行う。最終的に四重極コイルは20.00 A (13.50 V)、Ioffe コイルは23.50 A (11.00 V) まで電流を上げる。

この後、QUIC Trap 中に捕獲された原子集団にrf 波を印加し蒸発冷却を行うことによりボース凝縮体を生成する。

3.7 蒸発冷却

熱的原子の速度分布はMaxwell-Boltzman 分布しているため、この分布の速度の大きい原子だけを取り除くことができれば原子集団の平均エネルギーが下がり冷却される。これは、カップの中のコーヒーが次第に冷めていくのに似た原理である[78]。

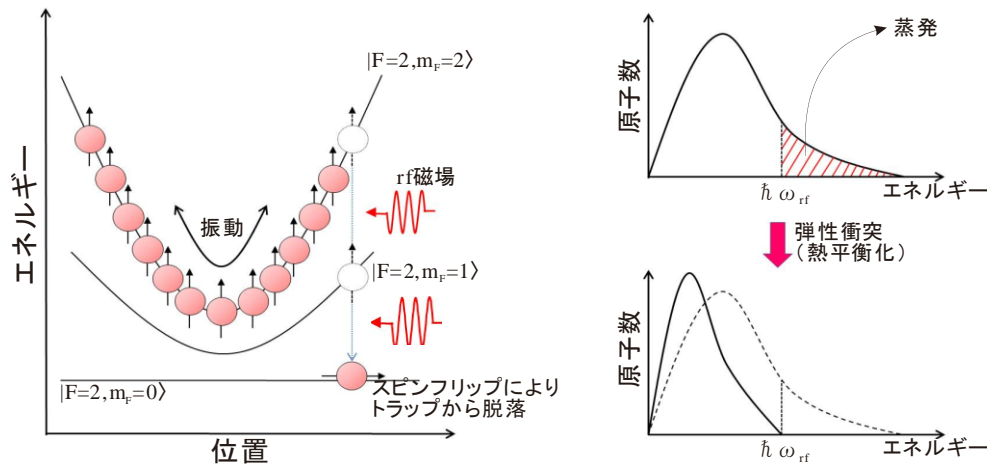


図3.25 蒸発冷却の原理。

図に実際の実験で用いられるrf 波を印加する蒸発冷却の原理を示す[79]。磁気トラップ中の原子はトラップ振動数で振動を繰り返し、温度の高い原子ほどトラップの外側まで分布している。このとき、 $m_F = 2$ 準位と $m_F = 1$ 準位および $m_F = 0$ 準位のエネルギー差はゼーマンシフトによるものであり、当然磁場強度の大きな外側に行くほどエネルギー差が大きくなる。ここにエネルギー差に等しいrf 波を印加すると、スピン共鳴によって温度の高い原子にのみ $m_F = 2 \rightarrow m_F = 1 \rightarrow m_F = 0$ の遷移が誘起される。 $m_F = 0$ に遷移した原子は磁場による束縛力を受けないのでトラップの外に追い出される。よって低速の原子（温度の低い原子）のみが磁気トラップ中に残ることになる。残された原子はトラップ内で互いに弾性衝突を繰り返し次第に熱平衡化するが、エネルギー保存則から平衡温度は高速原子を蒸発した分だけ減少する。蒸発冷却はこの一連の過程を繰り返すことで、原子数を犠牲にして温度を下げていく冷却手法である。

実験では、rf 波の周波数をはじめの7 s で16 MHz から6 MHz まで掃引し、次の7 s で2 MHz まで周波数を下げ、さらに次の6 s 間で約0.6 MHz まで周波数を下げていった。合計20 s 間の蒸発冷却によりボース凝縮体を生成した。ボース凝縮体の生成されるrf 周波数は原子数や磁気トラップの最低磁場強度によって異なり、ボース凝縮体がほぼピュアで生成されるrf 周波数はQUIC Trap の電流値が四重極:20.00 A、Ioffe:23.50 A のときは0.6 MHz 付近である。

3.8 生成されたボース凝縮体の観測方法

蒸発冷却により十分に冷却された原子集団の場合、通常分光法による観測ではスペクトルの線幅が自然幅となってしまう線幅から原子の運動量分布等の情報を得ることは出来ない。そこで用いられる観測法がTOF 法及び吸収イメージング法である[82,83]。

TOF (Time of flight 法) とは原子の運動量分布を空間中の密度分布として測定する観測法である。図3.21 はTOF 及び吸収イメージング法を示している。まず、ある任意の時刻 $t=0$ で原子集団を磁気トラップの磁場を切ることによりトラップから解放し、任意の時間原子集団を時間発展させ、原子に共鳴したレーザー光を原子集団に照射する。すると原子は光を吸収するので透過光強度が減少し、レーザー光 (プローブ光) 中に原子集団の影が出来る。

(この時原子集団は共鳴光を照射されるため飛散しまう。) この影を冷却CCDカメラ上に結像・撮影し、撮影した画像 (吸収イメージ) の影の濃さから原子の密度分布を逆算する。この原子の密度分布から運動量分布がわかる。また透過光強度から光学密度を求めることができる。光学密度(Optical Density : OD) とは1 原子当たりの吸収断面積 σ と密度分布をプローブ光方向に積分したものの積で与えられ、次式で定義される。

$$OD(x,y) = \sigma \int_{-\infty}^{\infty} n(x,y,z) dz = -\ln \frac{I(x,y)}{I_0(x,y)} \quad (3.5)$$

$n(x,y,z)$ は密度分布、 $I(x,y)$ は原子通過後の透過光強度、 $I_0(x,y)$ は入射光強度である。

本実験では、3 方向からイメージングを行い原子集団及びボース凝縮体を観測した。使用した CCD カメラは、ビットラン株式会社の冷却 CCD カメラ (BS-40 : X, Z 方向のイメージング用、BU-51LN : Y 方向のイメージング用) を使用した。

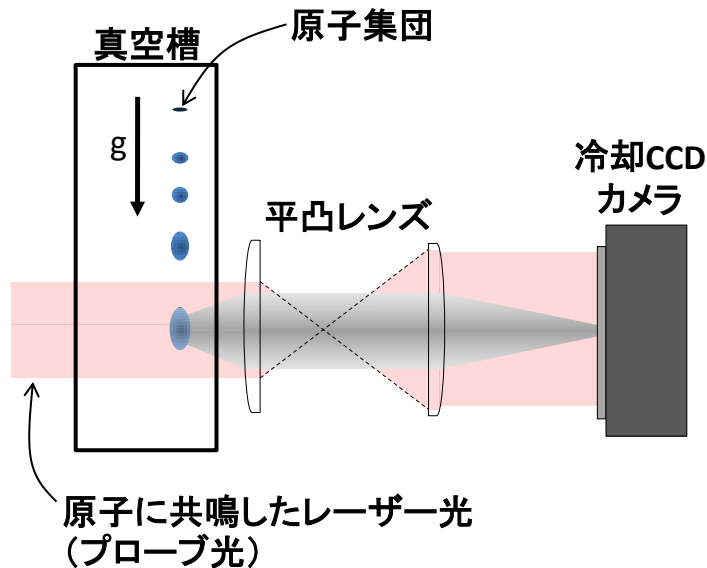


図3.26 吸収イメージング法の概念図。

3.9 QUIC 磁気トラップから解放したボース凝縮体の時間発展

以上の節で述べた操作を行い、TOF と吸収イメージング法を行って観測したのが図3.27である。図3.14及び図3.20 に示した座標のX 方向およびY 方向から共鳴光を照射し、CCD カメラによる撮影を行った。X 方向イメージングをみると、磁気トラップから解放されたボース凝縮体は、時間に伴い横方向の楕円から縦方向の楕円に変わっていることがわかる。これは非等方的なトラップポテンシャル中にあったボース凝縮体の平均場エネルギーが解放された結果であり、明らかにボース凝縮体の特徴を表しているものと言える。また、図3.28 に観測した非凝縮原子集団と凝縮体の光学密度をプロットしたものを示す。(a) の非凝縮原子集団は全体としてなだらかなガウス型の関数となっているが、(b) の凝縮体は細いピークの部分だけになっている。

以上のことから ^{87}Rb 原子気体のボース凝縮体が生成されたことが分かる。ちなみに我々が生成している凝縮体に含まれる典型的な原子数は約 1×10^6 個である。本研究でのQUIC 磁気トラップ電流は、四重極：20.00 A、Ioffe：23.50 Aである。トラップ周波数は、動径方向：225 Hz、軸方向：16 Hzであった。トーマス-フェルミ直径は、動径方向：120 μm 、軸方向：8 μm である。

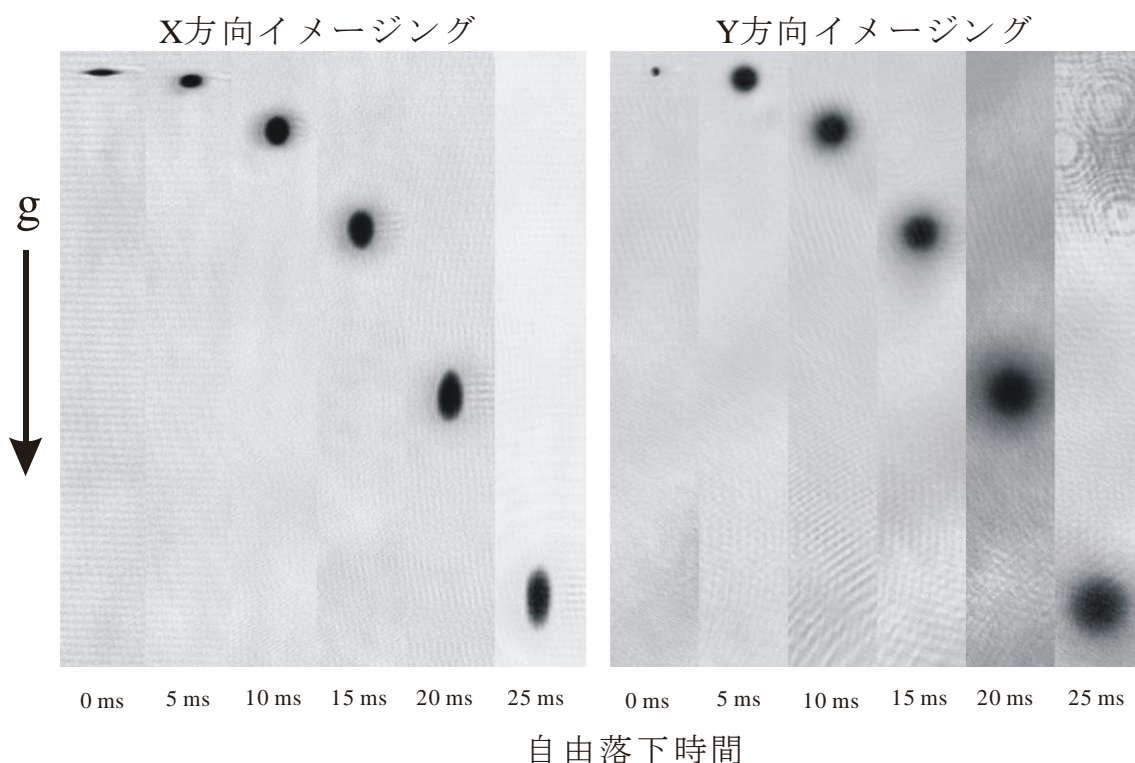


図3.27 2 方向からの吸収イメージングによる、QUIC磁気トラップ から解放したボース凝縮体の時間発展。

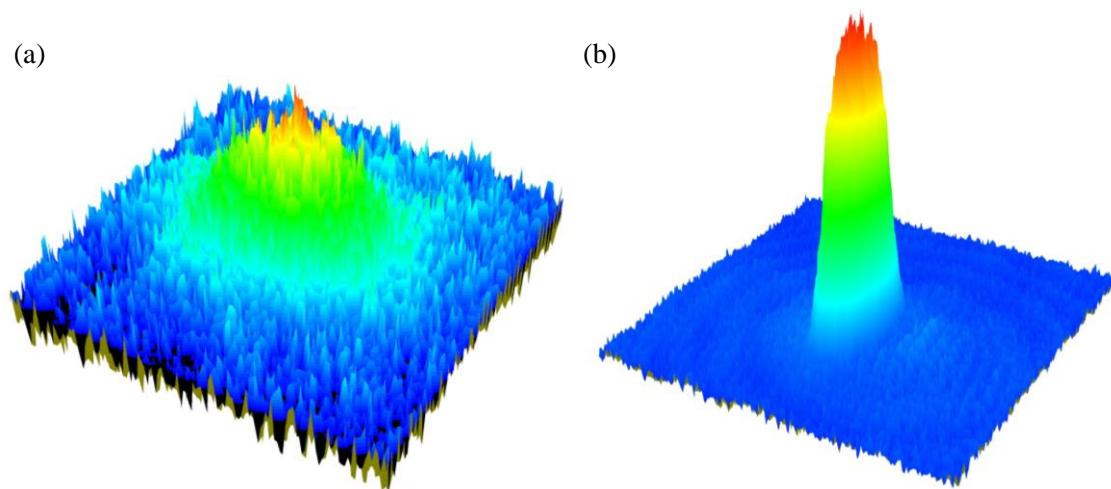


図3.28 非凝縮原子集団と凝縮体の光学密度分布。(a)TOF20 ms の非凝縮体。(b) 図3.27の自由落下時間25 ms の凝縮体。

3.10 凝縮体生成のためのコンピューター制御系

AOM、メカニカルシャッター、電源、ファンクションジェネレータ、FET 等をコンピュータコントロールするためのハードウェアとソフトウェアを開発した（図 2.29）。32 チャンネルの TTL 出力ボード（インターフェース社、PCI-2760C）、16 チャンネルの任意電圧（0V ～10V）出力ボード（インターフェース社、PCI-3346A）を Windows2000 動作のコンピューターに増設した。制御ソフトウェアは Visual Basic 6.0 を使用して開発した。各チャンネルの信号は BNC ケーブルを介し、各実験装置に送られた。



図3.29 コンピューターのコントロール系の写真

第4章 量子渦

4.1 量子渦

4.1.1 循環の量子化

速度場が $\mathbf{v}(\mathbf{r})$ で与えられた流体中で、ある閉曲線 C に沿った線積分を

$$\Gamma = \oint_C \mathbf{v}(\mathbf{r}) \cdot d\mathbf{r} \quad (4.1)$$

で表す。式 (4.1) を循環という。これは日常生活で現れる竜巻や浴槽の線を抜いたときの回転的な流れを考えるとわかりやすい。その渦の中心部を渦芯といい、その渦芯を取り囲む閉曲線 C の周りで循環を求めると、状況に応じて大小さまざまな値が得られる。循環は渦の強さを表す量であり、この循環が大きいほど強い渦といえる。古典的な流体中では、 Γ は連続的な任意の値をとることができる。そしてそれぞれの渦の循環は時間の経過とともに変動し、渦は生成・消滅を繰り返す。しかしボース凝縮系では古典的な流体とは異なる。式 (2.24) で示したように、超流動速度場 $\mathbf{v}_s(\mathbf{r})$ は $\mathbf{v}_s(\mathbf{r}) = (\hbar/m)\nabla\phi$ で与えられるポテンシャル流れであるから、流体中の単連結領域 (C で囲まれた部分が流体で隙間なく埋められた状態) での循環は 0 である。しかし、超流体が存在しない領域を囲む多重連結領域 (流体中を貫く渦芯を囲む領域) での循環は単連結領域とは異なる。巨視的波動関数が空間座標 \mathbf{r} の 1 価関数であるため、閉曲線 C を 1 周したときの位相差 $\Delta\phi$ が 2π の整数倍に限られることを考慮すると、

$$\begin{aligned} \Gamma &= \frac{\hbar}{m} \oint_C \nabla\phi \cdot d\mathbf{r} = \frac{\hbar}{m} 2\pi n = \frac{h}{m} n = \kappa n \\ &\quad (n = 0, \pm 1, \pm 2, \dots) \end{aligned} \quad (4.2)$$

となり、循環は循環量子 $\kappa = h/m$ を単位として量子化される。ここで n は渦度である。このように循環が量子化された渦を量子渦という。

この循環の量子化の考えは、Onsager によって初めて導入された[4]。彼は回転する円筒容器中の超流体を考え、流体が占める領域を一連の同心円筒領域に分け、全系の角運動量が与えられているとき、エネルギーを最小とする構造を考察した。この考察で、単連結である各同心円筒領域内では $\mathbf{v} = 0$ であるが、隣接する円筒領域の境界では h/m による循環

の量子化を考えた。さらに Feynman が Onsager のアイデアを発展させ、量子渦糸の概念を提出した[]。渦糸とは 1 本の直線状に渦度が集中している状態である。

実際に超流動流体の循環の量子化の観測は、Vinen によって行われた[84–86]。彼らは、多重連結領域をつくるために、液体ヘリウムを入れた半径 0.2 cm の円筒容器の中心軸に半径 12.5 μm の導線を張り、中心軸に静磁場を印加、銅線に交流電流を流し、銅線をローレンツ力により振動させた。銅線が何らかの循環を持つ回転流を持っていれば、互いに直交する 2 つの振動モードの縮退が解け、うなり振動が生じるため、そのうなりを生じる振動の差を観測し銅線の循環を観測した。その結果、確かに回転流の循環が $\kappa = h/m$ によって量子化されていることが示された。

4.1.2 直線状の量子渦

超流動流体に渦が存在するのは、例えば、流体中に針金を 1 本張り多重連結領域を作る場合やトーラス容器中の場合が考えられる。しかし、この他にも超流動流体が自発的に渦糸を生成し多重連結領域となることによって渦が存在することができる。この直線状の量子渦について考えることで渦の実像を理解する。1 本の十分に長い直線状の渦糸が Z 軸上にあるときの超流動速度場 $\mathbf{v}_s(\mathbf{r})$ は、円柱座標 (r, θ, z) を用いて

$$\mathbf{v}_s(\mathbf{r}) = \frac{\kappa}{2\pi r} n \mathbf{e}_\theta \quad (4.3)$$

と与えられる。 \mathbf{e}_θ は円周に沿った単位ベクトルである。ここで、経路の半径 r を小さくしていくと、超流動速度場は明らかに $r = 0$ で発散し、この点は特異点になる。通常、この特異点を回避するために、渦芯部分では超流動が壊れ秩序変数はゼロになっている。凝縮体自体が多重連結な構造をとることで、量子渦は存在できる。また、この壊れた領域に渦度も集中しているので式 (2.25) と矛盾しない。渦度はわき出しも吸い込みもないので、このような特異点は単独では存在せずに線としてつながり渦糸となる。さらに渦糸はとぎれることがなく、それ自身で閉じるか容器の端で終わるかのどちらかである。

半径 R の円筒容器の中心軸上に 1 本の渦糸が存在しているとする。渦に伴うエネルギーは、渦によって誘起される超流動速度場の運動エネルギーで与えられる。渦に沿った方向の単位当たりのエネルギーは、

$$E = \int \frac{1}{2} \rho_s v_s^2 dr = \frac{\rho_s}{2} \int_a^R \left(\frac{\Gamma}{2\pi r} \right)^2 2\pi r dr = \frac{\rho_s \Gamma^2}{4\pi} \ln \left(\frac{R}{a} \right) \quad (4.4)$$

となる。 a は渦糸近傍の半径である。 $r = 0$ で速度場は発散するが、ここでは密度ゼロなので E は有限にとどまっている。ここで式 (4.4) の Γ^2 に注目する。これは式(4.2)の $n = 2$ の渦が 1 本存在するよりも、 $n = 1$ の渦が 2 本存在するほうが、エネルギーが低いということを示している。

また、量子渦は、巨視的波動関数という秩序変数の位相がつくる位相欠陥である[51]。位相欠陥とは秩序変数の連続的な変形では消去できない欠陥なので、量子渦は一度生成されると容易には消滅しない安定的な渦である。この安定性は、位相欠陥の渦ではない古典的な渦とは違う点である。

4.1.3 位相幾何学的方法による量子渦生成[8, 49]

まず初めに、 $F = 1$ の原子スピンを持ったアルカリ原子気体を考える。ここでの各座標軸や極角を図 4.1 に示す。この時の凝縮体の秩序変数は 3 つの成分を持っており、次のように表せる。

$$\begin{pmatrix} \Psi_{+1} \\ \Psi_0 \\ \Psi_{-1} \end{pmatrix} \quad (4.5)$$

また式(4.1)のとき、それぞれの秩序変数の振幅は

$$F_y = \begin{pmatrix} +1 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix} \quad (4.6)$$

であり、基底ベクトルは、 $|+1\rangle, |0\rangle, |-1\rangle$ である。ここで、別の基底ベクトル $|x\rangle, |y\rangle, |z\rangle$ を次式のように定義する。

$$F_x|x\rangle = F_y|y\rangle = F_z|z\rangle = 0 \quad (4.7)$$

この時、これらの基底ベクトルは次式のような関係がある。

$$\begin{aligned} |+1\rangle &= -\frac{1}{\sqrt{2}}|x\rangle + i|z\rangle \\ |0\rangle &= |y\rangle \\ |-1\rangle &= +\frac{1}{\sqrt{2}}|x\rangle - i|z\rangle \end{aligned} \quad (4.8)$$

ここで Y 軸が一様なバイアス磁場 $\hat{\mathbf{B}}$ と平行な方向にあるとき弱磁場シーキング状態（ここでは図 3.7 の $m_F = -1$ の状態）の秩序変数は

$$\begin{pmatrix} \Psi_{+1} \\ \Psi_0 \\ \Psi_{-1} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ \varphi \end{pmatrix} \quad (4.9)$$

である。また式(4.9)のときの秩序変数を次式のように表すこともできる。

$$\Psi_x = i\Psi_z = \frac{\varphi}{\sqrt{2}} \quad (4.10)$$

式(4.10)をベクトル形式で記述すると

$$\Psi = \frac{\varphi}{\sqrt{2}}(\hat{\mathbf{x}} - i\hat{\mathbf{z}}) \quad (4.11)$$

となる。ここで、一様なバイアス磁場が $\hat{\mathbf{B}} = (\sin \beta \cos \alpha, \cos \beta, \sin \beta \sin \alpha)$ の方向を向いているとすると、弱磁場シーキング状態（ $m_F = -1$ の状態）では（4.11)式より

$$\Psi = \frac{\varphi}{\sqrt{2}} e^{i\gamma} (\hat{\mathbf{m}} - i\hat{\mathbf{n}}) \quad (4.12)$$

となる。ここで $\hat{\mathbf{m}} = (\cos \beta \cos \alpha, -\sin \beta, \cos \beta \sin \alpha)$ 、 $\hat{\mathbf{n}} = (-\sin \alpha, 0, \cos \alpha)$ 、 $\gamma = n\phi$ である。図 4.1 の単位ベクトル $\hat{\mathbf{l}} = -\hat{\mathbf{m}} \times \hat{\mathbf{n}}$ はスピンの偏極と平行の方向である。

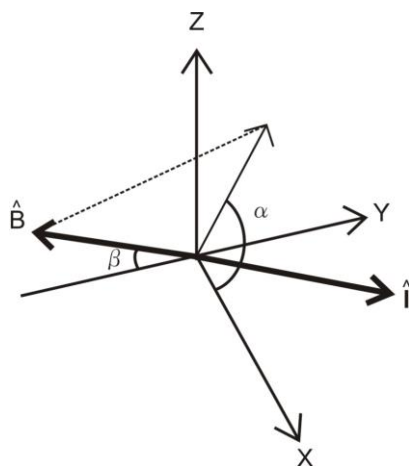


図 4.1 各座標軸と極角 α, β 。

式(4.8)、式(4.12)より、基底ベクトル $|+1\rangle, |0\rangle, |-1\rangle$ での振幅は

$$\begin{aligned}
\Psi_1 &= \frac{\varphi}{2}(1 - \cos \beta)e^{-i\alpha+i\gamma} \\
\Psi_0 &= -\frac{\varphi}{\sqrt{2}}\sin \beta e^{i\gamma} \\
\Psi_{-1} &= \frac{\varphi}{2}(1 + \cos \beta)e^{i\alpha+i\gamma}
\end{aligned} \tag{4.13}$$

となる。ここで $\alpha = -\phi$ 、 $\beta = \pi/2$ とすると式(4.13)より図 4.2 になる。ここで、 ϕ は方位角方向である。図 4.2 の構造は、 $B_y = 0$ での Ioffe-Pritchard トラップが作る四重極磁場と同じ構造であり、Ioffe-Pritchard トラップに捕獲されたボース凝縮体についても同様に考えることができる。

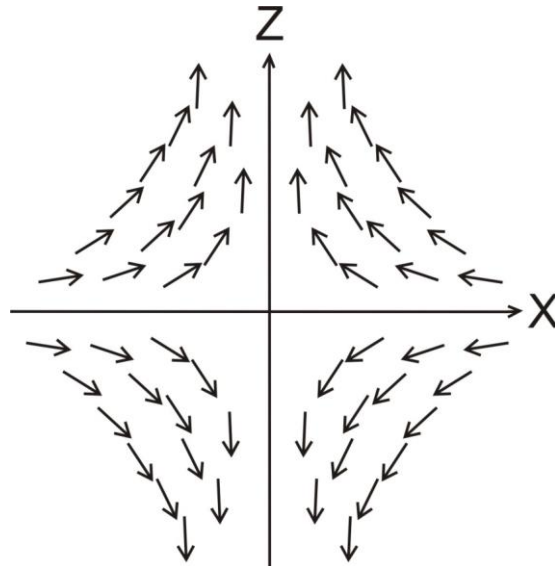


図 4.2 スピン構造。

Ioffe-Pritchard トラップに捕獲された原子集団の原子スピンは円形コイルの磁場方向にほぼ揃った状態、 $-Y$ 方向を向いた状態となる (図 4.3 (a))。この状態を始状態とする。ここで、円形コイルによって発生した磁場を B_0 とする。このとき、 $\gamma = -\alpha = \phi$ 、 $\beta = 0$ なので、式 (4.13) より

$$\begin{pmatrix} \Psi_{+1} \\ \Psi_0 \\ \Psi_{-1} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ \varphi \end{pmatrix} \tag{4.14}$$

となる。量子渦を凝縮体中に生成するには $-Y$ 方向に向いている原子スピンを $+Y$ 方向に断

熱的に反転する必要がある。これを行うために外部から磁場を印加し、凝縮体に印加されている磁場を $\mathbf{B}_0 \rightarrow 0 \rightarrow -\mathbf{B}_0$ と変化させる。 $B_y = 0$ のとき、 $\gamma = -\alpha = \phi$ 、 $\beta = \pi/2$ なので、式 (4.13) より

$$\begin{pmatrix} \Psi_{+1} \\ \Psi_0 \\ \Psi_{-1} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{\varphi}{2} e^{2i\phi} \\ -\frac{\varphi}{\sqrt{2}} e^{i\phi} \\ \frac{\varphi}{2} \end{pmatrix} \quad (4.15)$$

となる。スピンの方向は図 4.3 (b)である。このとき、凝縮体には Ioffe バーで発生された四重極磁場のみが印加されている。この四重極磁場によりスピンの回転軸が図 4.3 で示されるように局所的に異なる。よって、原子スピンの $+Y$ 方向を向いている $B_y = -B_0$ のとき、 $\gamma = -\alpha = \phi$ 、 $\beta = \pi$ なので、

$$\begin{pmatrix} \Psi_{+1} \\ \Psi_0 \\ \Psi_{-1} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \varphi e^{2i\phi} \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \quad (4.16)$$

となる。図 4.3 (c)のように原子スピンは $+Y$ 方向に揃っているが、四重極磁場により途中でスピンの回転の仕方が異なるために、終状態では場所によって凝縮体の位相に差が生じる。よって式 (4.16) のように渦度 2 の量子渦を生成することができる。渦度は $2|m_F|$ で与えられるため、我々が用いている Rb 原子は $|2,2\rangle$ なので、渦度 4 の量子渦が生成されることがわかる。

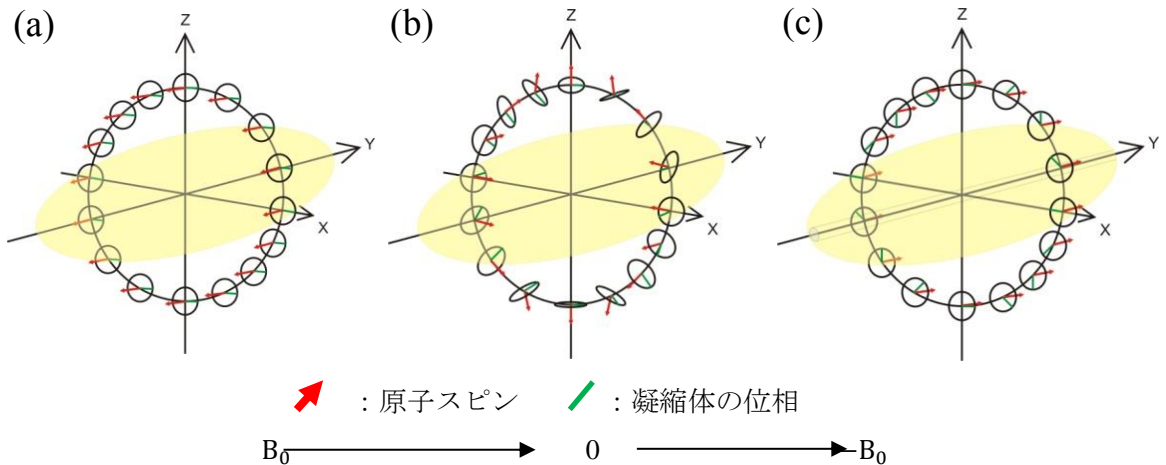


図 4.3 $F=1$ のときの始状態から終状態までの原子スピンと凝縮体の位相。

位相幾何学的方法で重要になってくるのが四重極磁場である。この四重極磁場が印加されているため原子集団の原子スピンは場所によって異なる回転をし、図 4.4 のように磁場反転後は局所的に位相に差が生じる。また、四重極磁場中心と、ボース凝縮体の中心が一致している必要がある。渦は、四重極磁場の中心で生成されるため、極端な場合、四重極磁

場の中心がボース凝縮体の分布の外側にあれば渦はできないからである。この 2 点は、位相幾何学的方法で量子渦を生成するにあたって、とても重要になってくる。

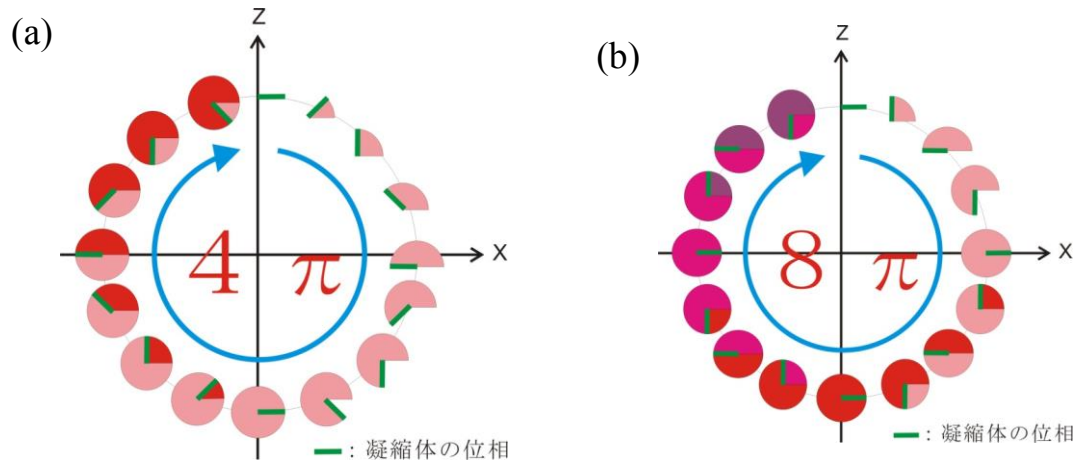


図 4.4 磁場反転後の凝縮体の位相。(a)：渦度 2 のとき。(b)：渦度 4 のとき。

4.1.4 渦度 4 量子渦の崩壊モードの Y 方向凝縮体密度依存性

渦度 4 量子渦は不安定であり渦度 1 量子渦 4 つに分裂する。その後 4 つの渦が配列する配列構造には複数の崩壊モードが存在することが理論的に指摘されている[3,4,5]。この崩壊は凝縮体の軸方向(Y 方向)密度に依存して複数存在する。

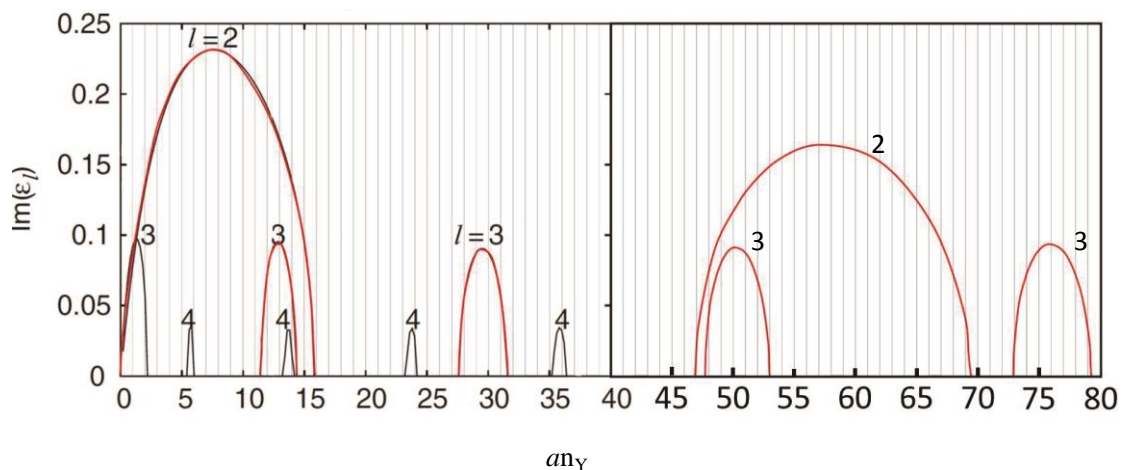


図 4.5 各崩壊モードの軸方向密度依存性[5, 6, 7, 8]。

図 4.5 は軸方向凝縮体原子密度(n_Y)に対する各崩壊モードを示したグラフである。ここで、 l は渦度 4 のダイナミクスを調べるために使用される Bogoliubov 理論から得られる負のエネルギーモードの角運動量である[5, 6, 7, 8]。横軸は n_Y に s 波散乱長 $a(5.05 \times 10^{-9} \text{m})$ をかけて無次元化した値である。

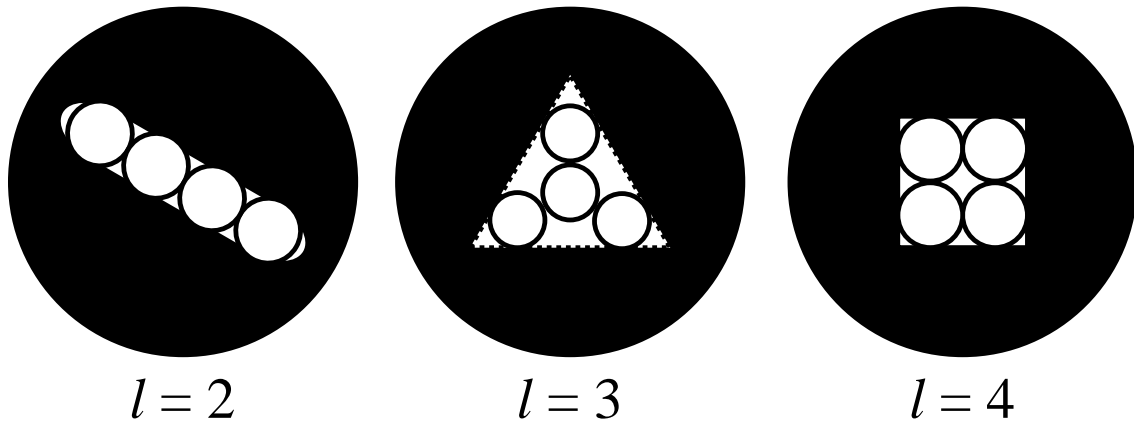


図 4.6 各崩壊モードによる渦度 1 量子渦の配列構造[5]。

図 4.6 に各崩壊モードによる渦度 4 が 4 つの渦度 1 に崩壊後形成する配列を示す。 $l=2$ モードは直線配列構造を、 $l=3$ モードは三角形配列構造を、 $l=4$ モードは四角形配列構造を形成する。各密度領域に凝縮体 Y 方向密度が存在することによって各分裂構造が引き起こされる。

先行研究として、京都大学のグループが渦度 4 量子渦の直線配列構造を $an_Y = 0 \sim 16$ (以下: 第 1 $l=2$ モード領域) の領域で観測している[7]。しかし、それ以外の観測報告はなく本研究では、 $an_Y = 47 \sim 69$ の高密度領域 (以下: 第 2 $l=2$ モード領域) での直線配列構造の観測に成功した。また、三角形配列構造である $an_Y = 12 \sim 14$ を第 2 $l=3$ モード領域、 $an_Y = 28 \sim 31$ を第 3 $l=3$ モード領域、 $an_Y = 48 \sim 53$ を第 4 $l=3$ モード領域とする。各 $l=3$ 崩壊モードに起因していると考えられる三角形配列構造を観測することにも成功した。

4.2 QUIC 磁気トラップ中ボース凝縮体への量子渦生成

我々は4.1.3節で述べた位相幾何学的方法を用いて Ioffe-Pritchard 型磁気トラップの一種である QUIC トラップ中ボース凝縮体への量子渦の生成に成功した。QUIC 磁気トラップに捕獲された ^{87}Rb ボース凝縮体中 ($F = 2, m_F = 2$) での渦度 4 の量子渦生成は初めてのことである。実験装置を図 4.7 に示す。Ioffe コイルと同軸に 9 巻きの渦生成コイルを設置し、Ioffe コイルの磁場の向きとは逆方向に任意の磁場を印加することで磁気トラップに捕獲されたボース凝縮体の原子スピンを反転させた。この渦生成コイルはボース凝縮体の位置で電流 1 A あたり約 0.286 G の磁場が Y 方向に発生する。QUIC トラップが形成する Y 方向極小磁場 B_0 が約 -0.9 G なので、スピン反転に必要な磁場 1.8 G 程度を発生させるために、渦生成コイルに流す電流値を 6.30 A とした。 -0.9 G \rightarrow $+0.9$ G まで磁場を変化させる。そして、磁場が $+0.9$ G になった後、すぐさま磁気トラップと渦生成コイルの電源を切り、凝縮体を自由落下させ Y 方向 (図 4.7 参照) にイメージングした画像を図 4.8 に示す。図 4.8 で示された凝縮体の真ん中に量子渦を特徴づける密度欠陥を観測することができた。このような方法で磁気トラップ中ボース凝縮体へ量子渦を生成することに成功した。

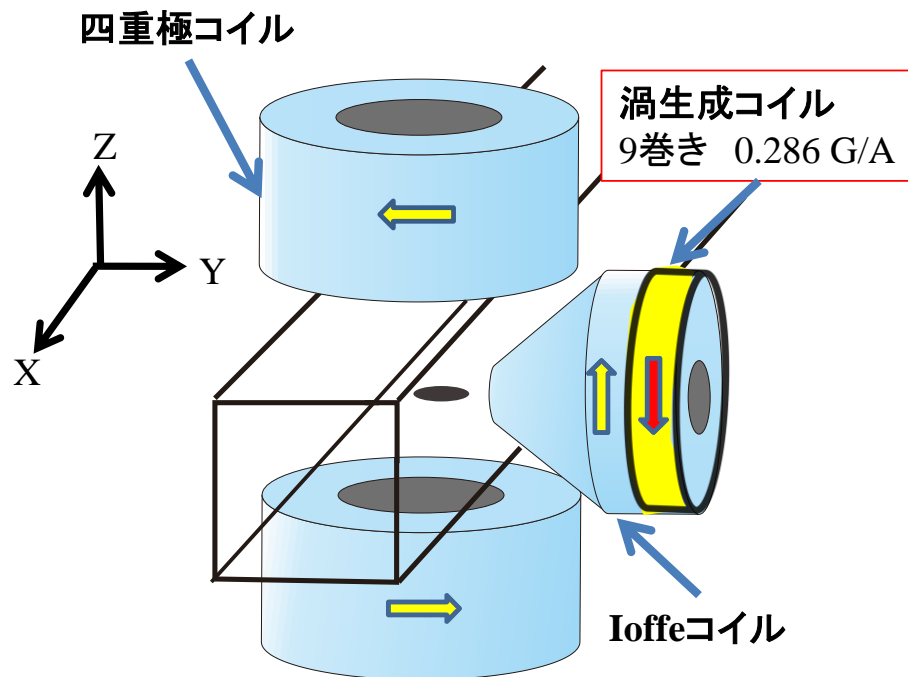


図 4.7 QUIC Trap と渦生成コイル。黄色で示された 9 巻きのコイルが渦生成コイルである。

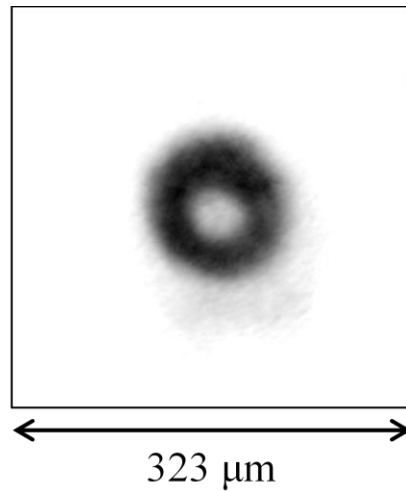


図 4.8 スピン反転後凝縮体をトラップから解放、自由落下 20 ms 後の Y 方向イメージングによる渦度 4 量子渦を持つ凝縮体のイメージング画像。

$-0.9 \text{ G} \rightarrow +0.9 \text{ G}$ まで磁場を線型的に変化させる時間をスピン反転時間とする。スピン反転時間 4 ms から安定した渦生成が可能であった。スピン反転時間 3 ms 以降は断熱的なスピン反転ができなかったため明瞭な渦を観測することはできなかった。X 方向からの観測により他成分の凝縮体が観測できているため、ゼロ磁場を通過したのち凝縮体がスピントリップを起こし分裂したと考えられる。また、反転時間は 22 ms まで渦が観測できた。

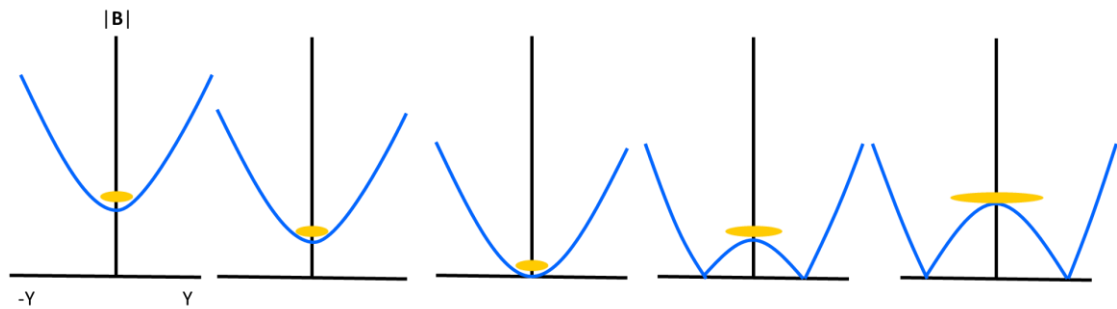


図 4.9 スピン反転による磁気トラップのポテンシャル変化。

磁気トラップ中で位相幾何学的方法を用いて生成された量子渦は磁気トラップ中に長時間捕獲することはできないことがすでに MIT の Leanhardt らの実験により観測されている [ref]。それは、式 (2.27) から分かるように磁気トラップにおいては磁場 B_0 を反転する際に Y 方向の磁場分布は大きく変化する。ここで原子スピンの反転させるによる磁気トラップポテンシャルの変化を図 4.9 に示す。このスピン反転による磁気ポテンシャルの変形によ

り凝縮体は Y 方向に膨張する。この膨張によって磁気トラップで捕獲された量子渦の長時間観測は難しい。実際に X 方向からイメージングを行い、磁気トラップの Y 方向ポテンシャル形状の変化によって捕獲された凝縮体が時間と共に Y 軸方向に膨張する様子を観測した。図 4.8 はスピン反転後、磁気ポテンシャルおよびスピン反転磁場を一定に保ち各時間経過後のトラップ中での凝縮体の X 方向イメージング画像である。さまざまな捕獲時間における磁気トラップ中での凝縮体を X 方向 (図 4.7 参照) からイメージングした画像を図 4.10 に示す。スピン反転後、図 4.10 より凝縮体が Y 軸方向に膨張していることがわかる。このことから、渦芯が傾くまたはうねることにより観測できなかったのか、渦が既に崩壊したのか 2 つの可能性が考えられる。より詳細な渦観測を行うため断層撮像を用いて詳細な凝縮体中渦の観測を行った。

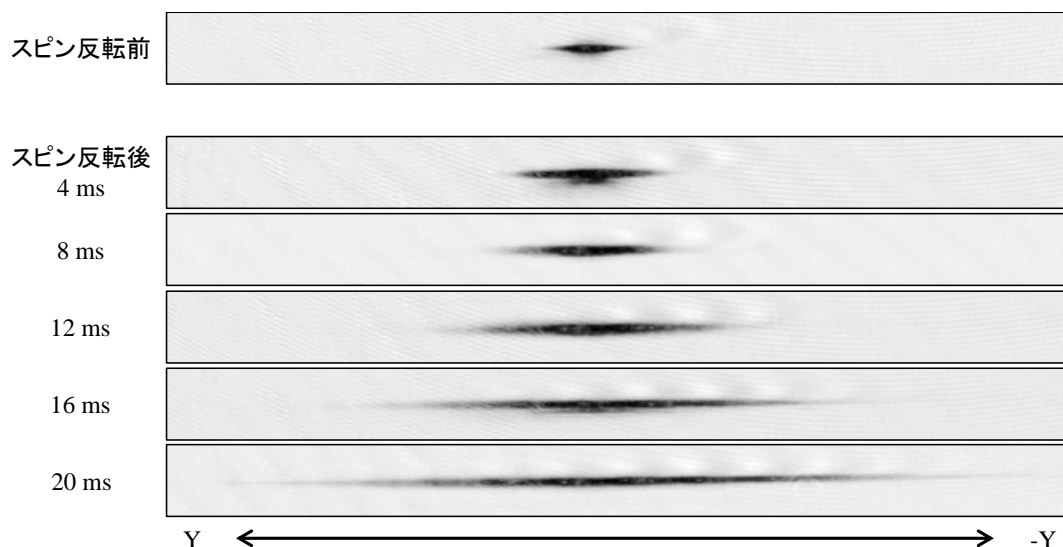


図 4.10 スピン反転後各時間における磁気トラップ中でのボース凝縮体の X 方向イメージング画像。

4.2.1 断層撮像による渦観測

前節で述べたように、スピン反転による磁気ポテンシャルの変化によって渦形成後の凝縮体は Y 方向に膨張する。この膨張によって凝縮体中の量子渦を長時間観測することができなかった。そこで図 4.9 のように、膨張した凝縮体の一部を抜き出して観測する断層撮像を行った[87, 88]。スピン反転後任意の時間磁気トラップ中で捕獲し、トラップから解放後自由落下 20 ms で異なる部分を切り出した。断層撮像により明瞭な渦を観測することができた (図 4.11(f)参照)。

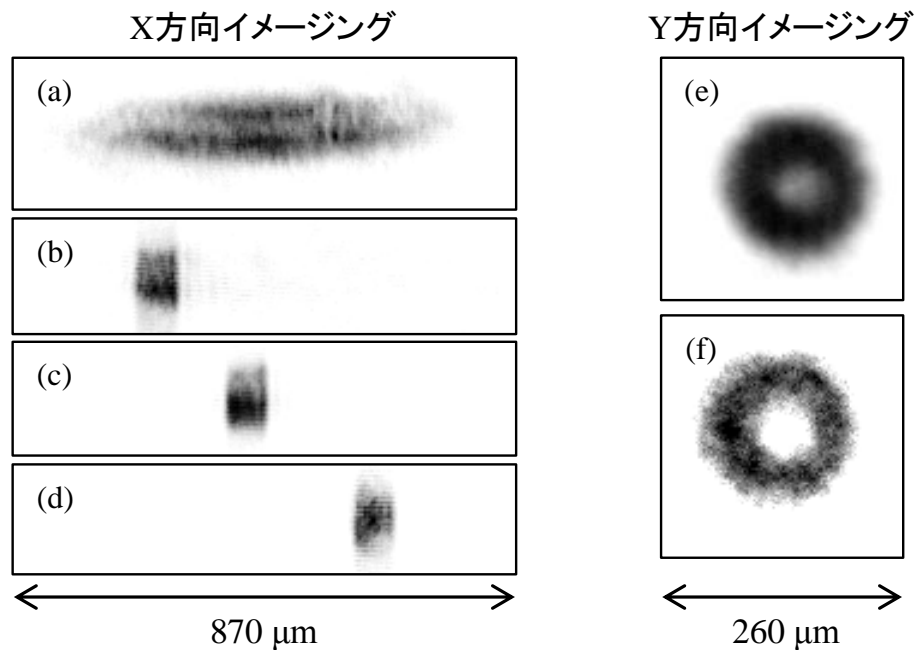


図 4.11 渦形成後の凝縮体の各方向イメージング画像。(a): 断層撮像をしない X 方向吸収イメージング画像。(b)-(d): 断層撮像を行った X 方向イメージング画像。(e): (a)凝縮体の Y 方向イメージング画像。(f): (c)凝縮体の Y 方向イメージング画像。(a)-(f)の自由落下時間は 20 ms。

この断層撮像は、3 種の光を使って行った。 ^{87}Rb 原子 D_2 線の超微細構造に対する各光の遷移を図 4.12 に示す。渦を形成した凝縮体は基底状態である $F = 2$ に存在する。ポンプ光によって凝縮体を $F = 1$ にすべて遷移させる。その後、抜き出したい部分にシリンドリカルレンズによってシート状に形成したりポンプ光 (図 4.13 参照) を照射し再び $F = 2$ に遷移させる。そして、プローブ光によって吸収イメージングを行い切り出した部分を CCD カメラによって撮像する。各光の照射タイミングを図 4.14 に示す。断層撮像は約 220 μs の間に行った。切り出した凝縮体の幅は約 40 μm から 80 μm である。リポンプ光の焦点距離および

強度を調整することによって切り出す幅を変えた。この幅は、渦が明瞭に確認できるように調整した。

4.3 節以降の画像データは、断層撮像によって凝縮体の Y 軸方向の中心部分を切り出して密度欠陥を観測し、崩壊ダイナミクスの調査を行った。

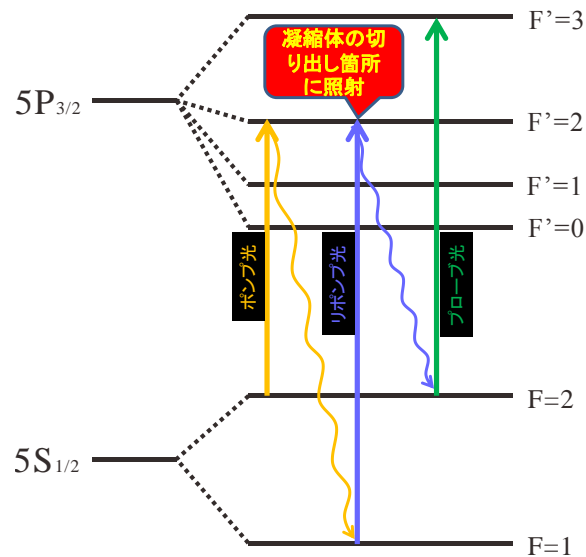


図 4.12 ^{87}Rb 原子 D_2 線の超微細構造に対する断層撮像に用いた 3 本の光

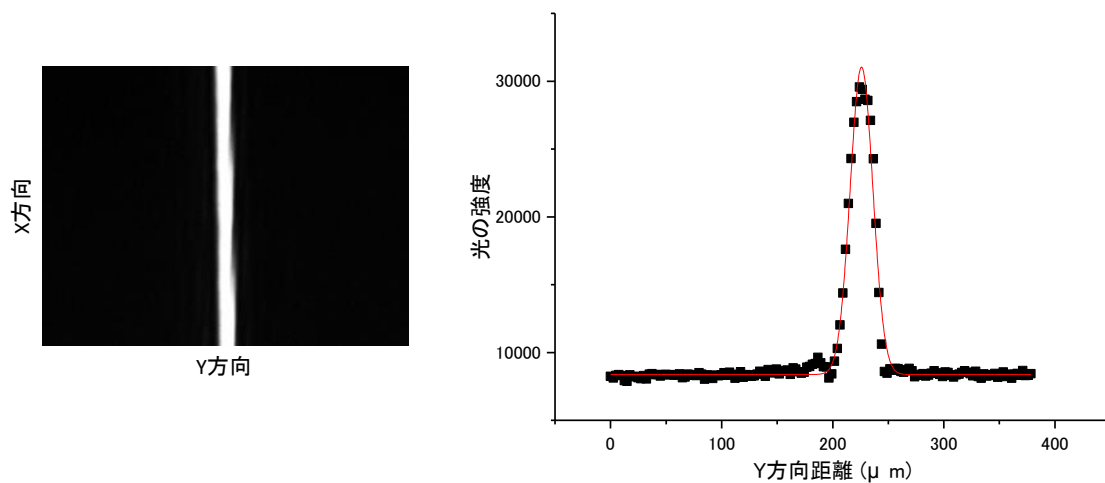


図 4.13 断層撮像に用いた $F = 300$ のシリンドリカルによってシート状に形成したリポンプ光。(左) 焦点でのシート状リポンプ光の CCD カメラによる連続撮像画像。(右) 焦点でのリポンプ光の Y 方向強度分布、ガウス関数によってフィット。

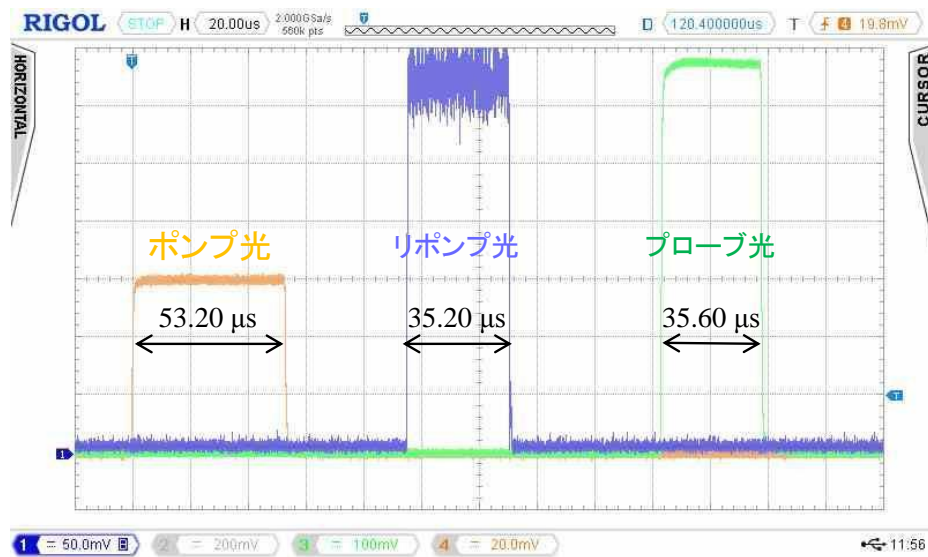


図 4.14 断層撮像に用いた 3 本の光の照射タイミング及び照射時間

4.2.2 渦が形成されたスピン反転途中の時間を調査

スピン反転中に凝縮体中に渦は形成されている。渦の崩壊ダイナミクスを調査する上では、渦が生まれた時間を正確に知ることは大切である。図 4.15 はスピン反転 8 ms の途中 4 および 5 ms で磁気トラップから解放したときの X, Y 方向のイメージング画像である。途中 4 ms から渦は形成されているが図 4.15(a)からもわかるとおり明瞭な渦を観測することはできなかった。また、この画像は、図 4.15(b)の右端の凝縮体のみを断層撮像によって抜き出したものである。図 4.15(b)に示したようにスピンの向きが Y 方向に完全に向いていないため 5 つの射影成分が生まれたと考えられる。また、図 4.15(c),(d)からわかるように反転途中 5 ms から明瞭な量子渦を観測することができた。よって、この反転途中 5 ms を捕獲時間 0 ms として今後の議論をしていく。

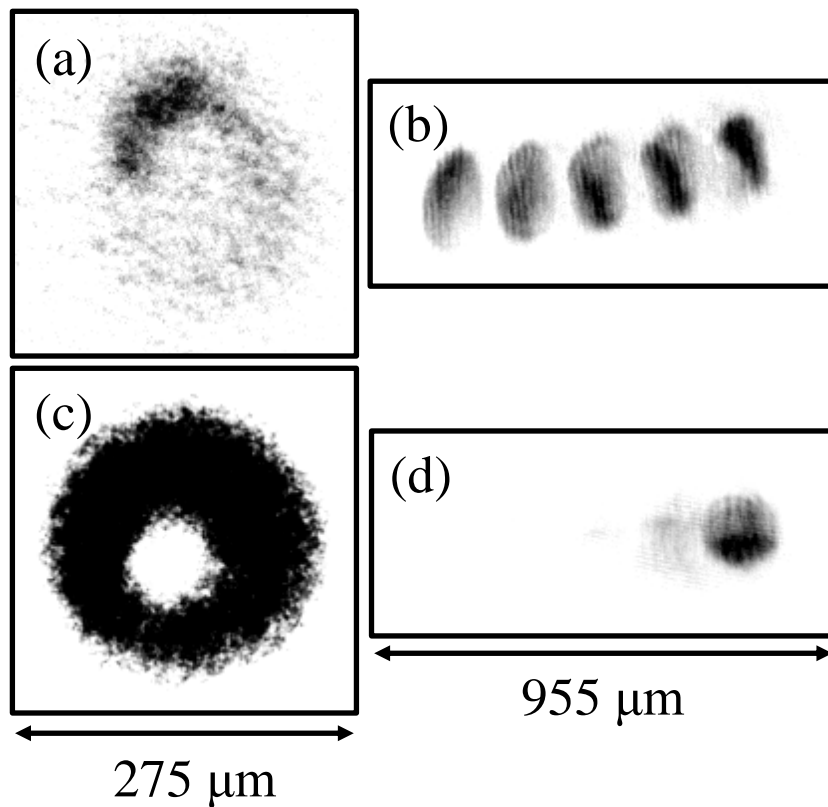


図 4.15 スピン反転途中 4 および 5 ms での X, Y 方向イメージング画像。(a): スピン反転途中 4 ms で解放した断層撮像を用いた Y 方向イメージング画像。(b): スピン反転途中 4 ms で解放した X 方向イメージング画像。左から磁気量子数 $m_F = -2, -1, 0, +1, +2$ である。(c): スピン反転途中 5 ms で解放した断層撮像を用いた Y 方向イメージング画像。(d): スピン反転途中 5 ms で解放した X 方向イメージング画像。(a)-(d): 自由落下時間 20 ms。

4.2.3 光双極子力を用いた Y 方向凝縮体膨張の抑制

光双極子力（付録 B を参照）[93-99]を用いてスピン反転による凝縮体の Y 方向膨張の抑制を行った。図 4.16 は光ポテンシャルなしとありの場合のトラップから解放後 20 ms での凝縮体の X 方向イメージング画像である。光ポテンシャルがない場合は、捕獲時間の経過と共に Y 方向に膨張していく。しかし、光ポテンシャルがある場合は Y 方向への膨張を抑制できていることがわかる。光ポテンシャルは、1064 nm の YVO₄ レーザーを用いた。動径方向からシート状のレーザー光を入射し、磁気トラップに捕獲された凝縮体に集光した。量子渦観測は断層撮像法を用いて行った。

以下の実験では、光ポテンシャルを使うことによって Y 方向の密度をコントロールし Y 方向密度依存性による凝縮体中渦の崩壊ダイナミクス調査を行った。

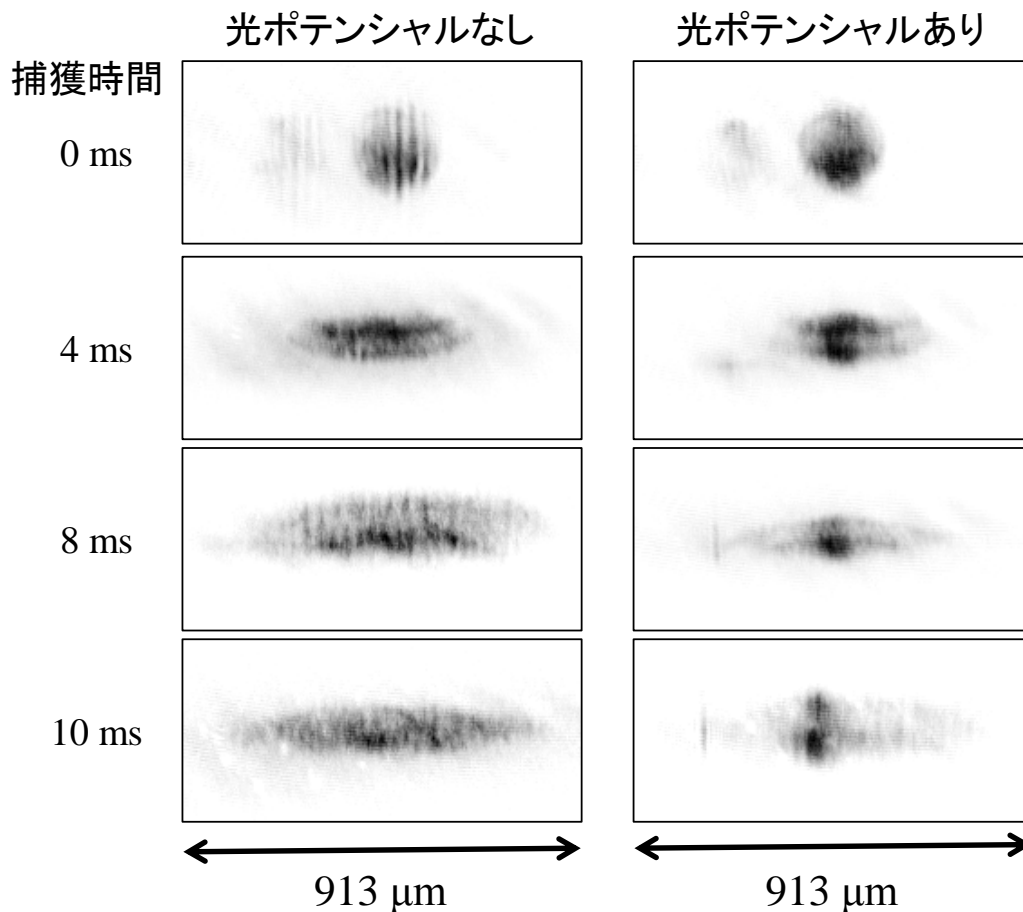


図4.16 光ポテンシャルなしおよびありでの渦形成後の X 方向イメージングの捕獲時間依存性。自由落下時間は 20 ms で固定。光ポテンシャルありの場合は、レーザーパワーはスピン反転と同期して立ち上げた後一定（100 mW）にした。

4.3 凝縮体 Y 方向密度依存性による渦度 4 量子渦の崩壊ダイナミクス調査

4.3.1 Y 方向凝縮体原子密度をコントロールしない場合の an_Y の捕獲

時間依存性および各崩壊モード観測

量子渦生成における Y 方向磁場反転は 8 ms かけて行った。量子渦のダイナミクスの観測のため、渦生成後凝縮体を磁気トラップに捕獲し続けた。磁場反転途中 5 ms の時点で明確な量子渦が確認できたため、この時点を捕獲開始時間とした。図 4.17 に軸方向凝縮体原子密度の捕獲時間依存性を示す。縦軸は、 n_Y に s 波散乱長 a (5.05×10^{-9} m) [89] をかけて無次元化した値である。捕獲時間と共に n_Y が減少していることがわかる。これは、前節でも述べたが磁場反転によって磁気トラップの Y 方向磁場分布が変形し、凝縮体が Y 方向に膨張するためである。

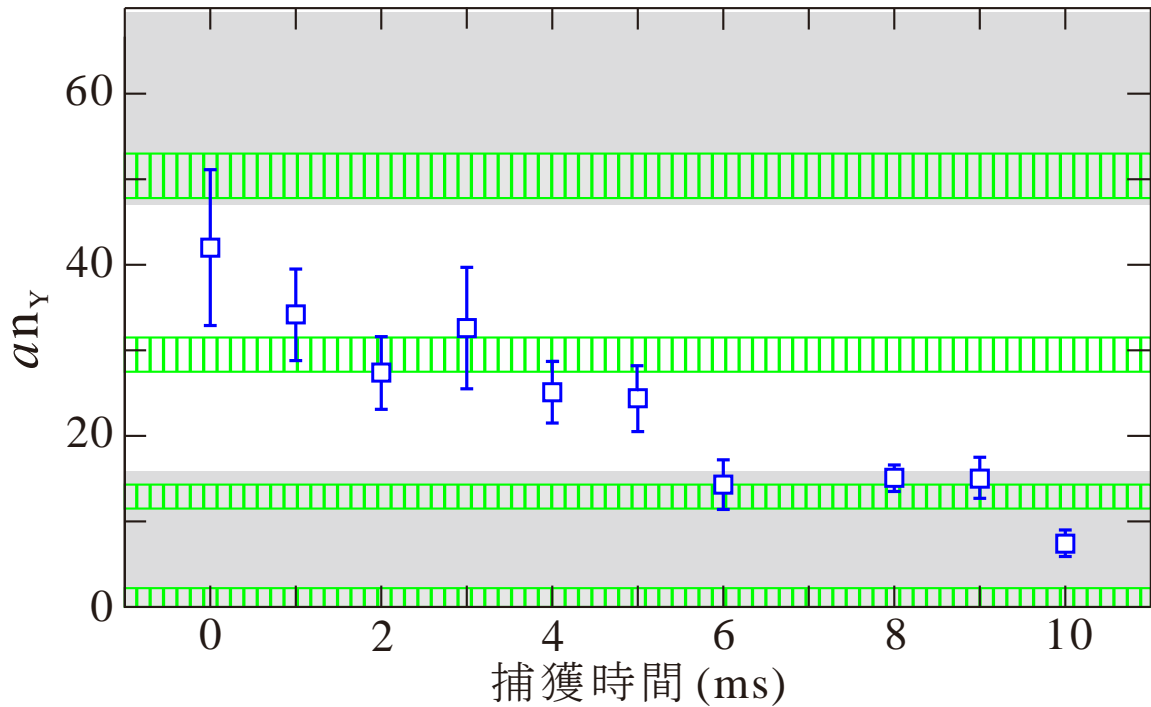


図 4.17 an_Y の捕獲時間依存性。Y 方向凝縮体原子密度をコントロールしない場合（光ポテンシャルなし）。 : $l=3$ モード崩壊領域。 : $l=2$ モード崩壊領域。エラーは 1σ で表記した。

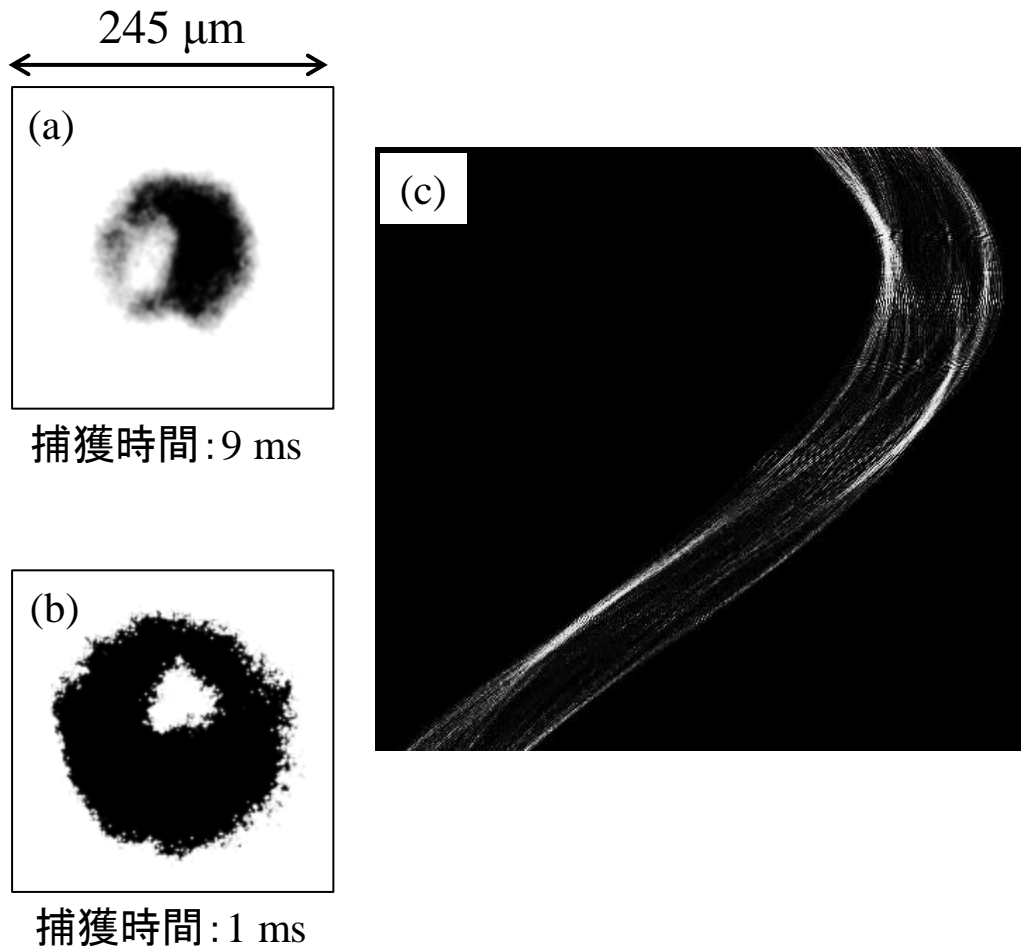


図 4.18 光ポテンシャルなしでの直線および三角形配列構造のイメージング画像。Hough 変換による(b)イメージング画像の三角形評価。(a)：直線配列を形成した渦度 4 量子渦の画像。(b)：三角形配列を形成した渦度 4 量子渦の画像。(c)：(b)の三角形配列の hough 変換による評価。(a), (b)：自由落下時間 20 ms。断層撮像あり。

捕獲時間 1 ms から直線配列構造（図 4.18 (a)）及び三角形配列構造（図 4.18 (b)）が観測された。直線配列構造は密度欠陥の長軸および短軸の比が 1 対 2 以上である画像を直線配列構造とした。また、三角形配列構造は Hough 変換によって評価した（Hough 変換については付録 A を参照）[90]。図 4.18(c)は、Hough 変換によって(b)の画像データの直線抽出を行った結果である。白のピークが 3 つ出現したことから、この密度欠陥が三角形であると判別できた。各捕獲時間での直線配列および三角形配列構造の割合を図 4.19 に示す。これは、各捕獲時間での 10 から 20 の連続データ中の $l=2$ および $l=3$ モード崩壊と評価された割合である。

捕獲時間 1 ms の直線配列構造は第 2 $l=2$ モード領域に起因して引き起こされたと考えら

れる。これには2つの理由が考えられる。1つ目は、図4.17の捕獲時間1 msのエラーを 2σ まで考えても第 $1l=2$ モード領域に存在しないことである。2つ目は、図4.15(a)に示したように捕獲時間1 msから渦が形成されている。よって捕獲時間1 msでの an_Y は第 $2l=2$ モード領域または付近に存在していると考えられる。この2つの理由から第 $2l=2$ モード領域の崩壊である。図4.19の捕獲時間6 msまでの直線配列構造に崩壊した要因はほぼ第 $2l=2$ モード領域に起因した崩壊である。また、捕獲時間5 msまで直線配列構造の割合が徐々に増加した。これは、第 $2l=2$ モード領域によって分裂した4つの渦度1量子渦が直線配列するのに時間を要したと考えられる。もう一つの理由としては、スピン反転による動径方向の磁気トラップポテンシャルの変化によって凝縮体が時間によって膨張収縮を繰り返す集団振動が生まれた。この振動によって直線配列構造が増加したのではないかと考えられる。

一方6 ms以降は、捕獲時間と共に直線配列構造が増加し、捕獲時間10 msではほぼ100%となった。これは、 n_Y が第 $1l=2$ 領域に存在したためである。

次に三角形配列構造は、捕獲時間1, 2 msおよび8 msで観測された。1および2 msで観測された三角形配列構造は第4および $3l=3$ モード領域での崩壊に起因していると考えられ、8 msの場合は第4、3、 $2l=3$ モードのいずれかの領域での崩壊に起因していると考えられる。各捕獲時間において約10%程度三角形配列構造が観測された。観測される割合が低かった理由は、崩壊モード領域が狭く、崩壊頻度も低いため観測される割合が低いと考察できる。

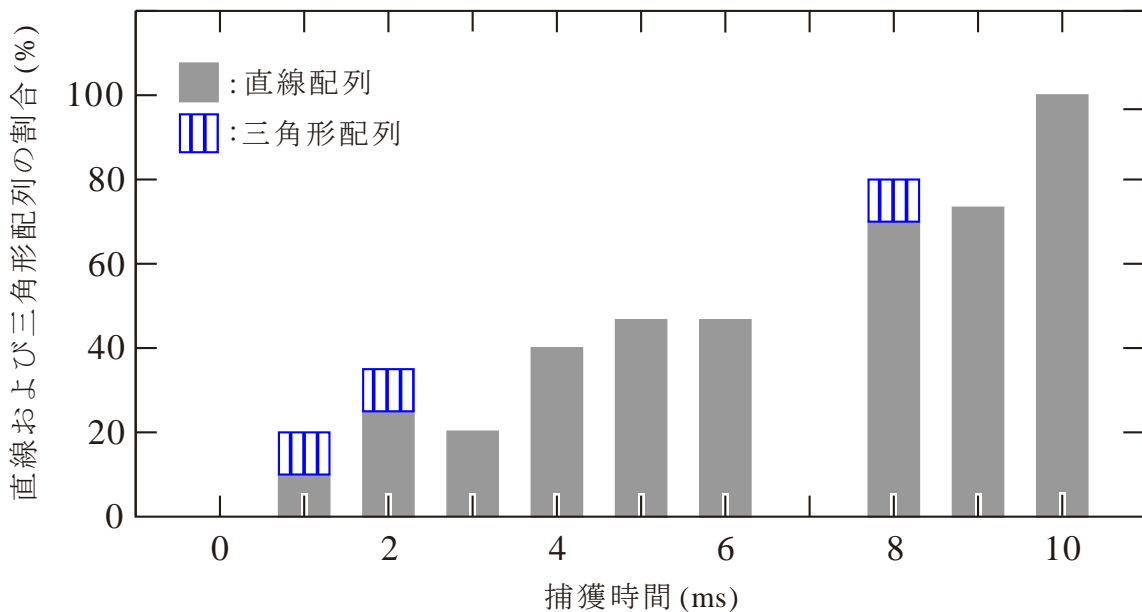


図4.19 Y方向凝縮体原子密度をコントロールしない場合（光ポテンシャルなし）の直線および三角形配列の観測割合捕獲時間依存性。

4.3.2 Y 方向凝縮体原子密度をコントロールした場合の an_Y の捕獲時間

光ポテンシャル一定の場合

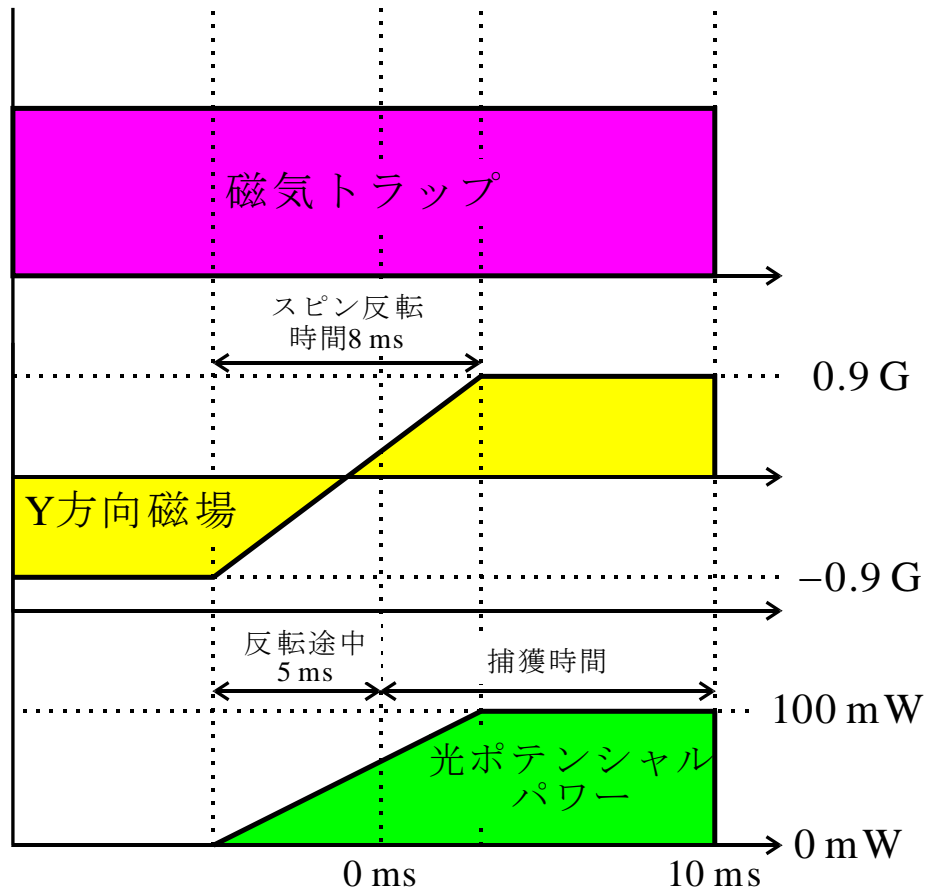


図 4.20 渦生成時 Y 方向凝縮体原子密度をコントロールした場合（光ポテンシャル一定）のタイムチャート。

図 4.20 に光ポテンシャルがある場合の渦生成時のタイムチャートを示す。スピン反転磁場と同期してレーザーパワーを立ち上げスピン反転後、レーザーパワーを一定に保った。光双極子力によって磁気トラップ中での凝縮体の Y 方向膨張を抑制し、Y 方向凝縮体原子密度を一定に保った。Y 方向凝縮体密度の捕獲時間依存性を図 4.21 に示す。ほぼ第 $1\ l=2$ 及び第 $2\ l=2$ の間に捕獲時間 10 ms の間保持しておくことができた。捕獲時間 1 ms と 6 ms では an_Y が増大し、第 $2\ l=2$ 崩壊モードに入った。これは、凝縮体の軸方向密度振動によって生じたと考えられる。この振動は、凝縮体の軸方向膨張抑制のため付加した光ポテンシャルによって生じたと予想される。

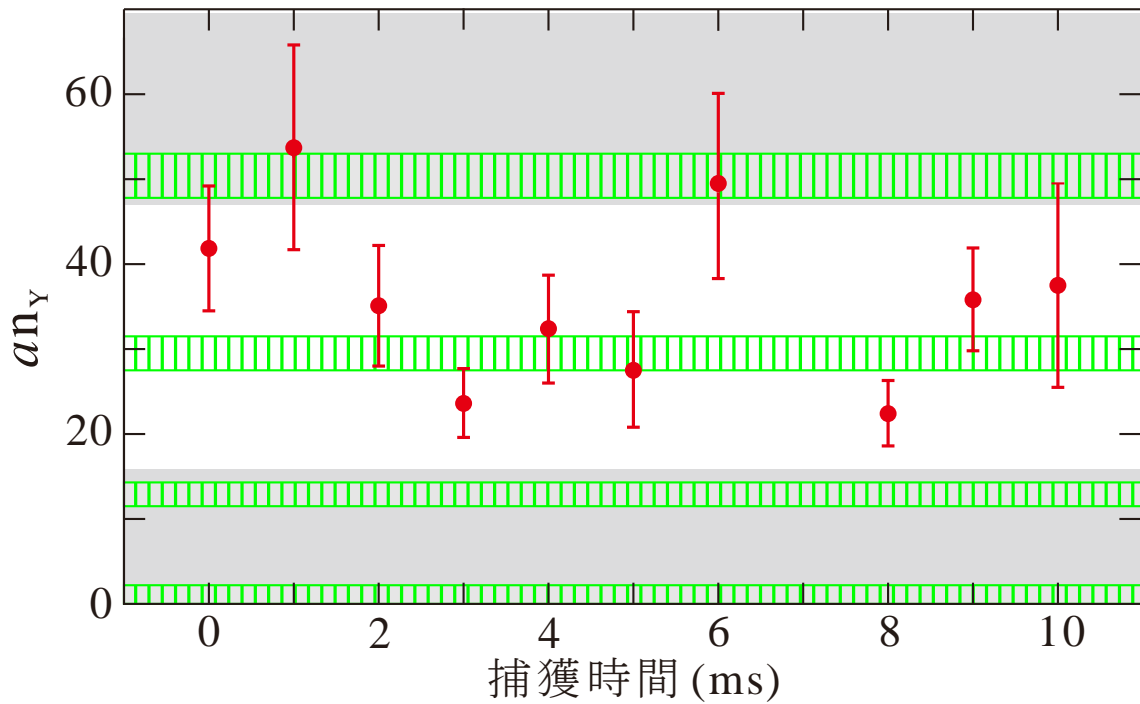


図 4.21 an_Y の捕獲時間依存性。Y 方向凝縮体原子密度をコントロールした場合（スピン反転後のレーザーパワー一定）。□□□ : $l=3$ モード崩壊領域。□ : $l=2$ モード崩壊領域。エラーは 1σ で表記した。

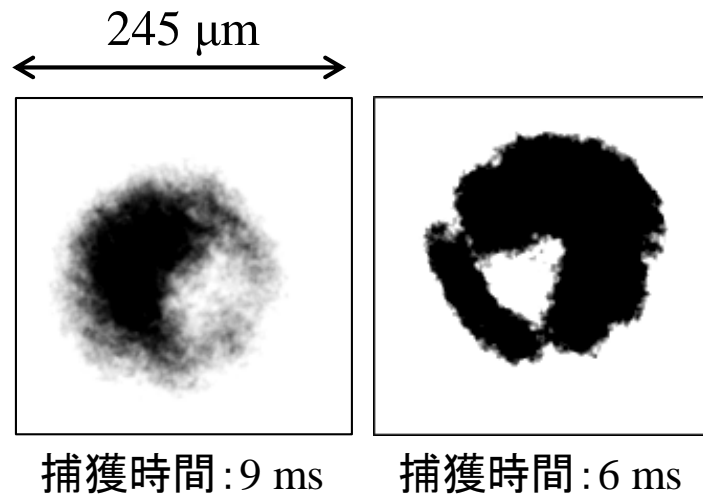


図 4.22 光ポテンシャルあり（スピン反転後のレーザーパワー一定）の直線および三角形配列の断層撮像を用いたイメージング画像。自由落下時間 20 ms。

図 4.22 に光ポテンシャル一定の場合に観測された直線配列構造および三角形配列構造を示す。また、各捕獲時間での直線配列および三角形配列構造の割合を図 4.23 に示す。これは、各捕獲時間での 10 から 20 の連続データ中の $l=2$ および $l=3$ モード崩壊と評価された割

合である。

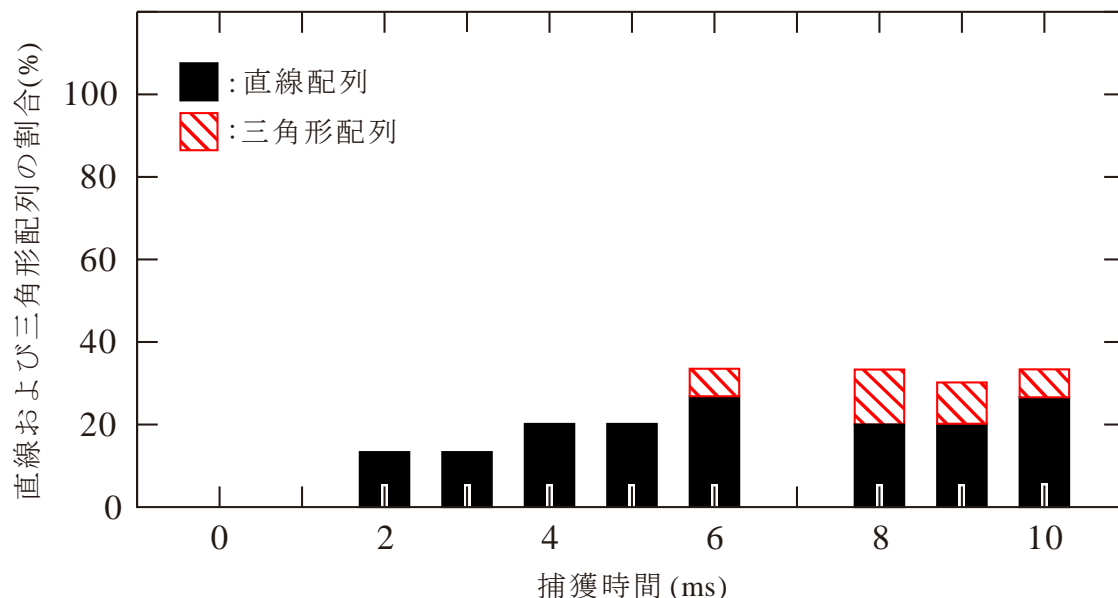


図 4.23 Y 方向凝縮体原子密度をコントロールした場合（スピン反転後のレーザーパワー一定）の直線および三角形配列の観測割合捕獲時間依存性。

捕獲時間 2 ms から 10 ms の間で $l = 2$ モード崩壊が観測された（図 4.23 参照）。これらは、光ポテンシャルなしの場合と同様の議論から第 2 $l = 2$ 領域で崩壊したと考えられる。捕獲時間 2 および 6ms で第 2 $l = 2$ 領域に入ったが、その影響による直線配列構造の増大はほぼ見られなかった。これは、Y 方向の密度変動により第 2 $l = 2$ 領域に原子密度が留まっている時間が短かったため崩壊が起きなかったのではないかと考えられる。また、捕獲時間 0 ms~5 ms では、光ポテンシャルあり、なしで an_Y の時間変化はほぼ同様なので直線配列構造が観測される確率は同じはずである。しかし、光ポテンシャルなしの場合に比べシート構造が最初に観測された捕獲時間に 1 ms の遅れがあり、さらに 4, 5 ms での直線配列構造出現確率が 1/2 程度あった。これは、光ポテンシャルがある場合の方が、 $l = 2$ モード崩壊が起きにくいことを示している。この理由は明らかでない。一つの可能性として凝縮体の Y 方向の原子密度振動が $l = 2$ モード崩壊を抑制するのではないかと考えられる。しかし、三次元凝縮体に関するこのような振動のある場合の研究はまだなされておらず理論研究が望まれる。

三角形配列構造は、捕獲時間 6~10 ms で $l = 3$ モード崩壊が観測された。これらはいずれも an_Y の時間変化から第 3 および 4 $l = 3$ 崩壊モード領域に起因すると考えられる。光なしの場合は、短い捕獲時間で $l = 3$ モード崩壊による三角形配列構造が観測されたが、光ありの場合は、捕獲時間 6 ms 以降で $l = 3$ モード崩壊が観測された。これは、短い捕獲時間での Y 方向の凝縮体密度変化が大きかったため $l = 3$ モード崩壊領域に an_Y がとどまっている時間が短く、 $l = 3$ モード崩壊が形成されにくかったと考えられる。また、 $l = 2$ モード崩壊の場合と同様、Y 方向原子密度の振動が崩壊を抑制した可能性も考えられる。

スピン反転終了後も光ポテンシャルを引き続き増大

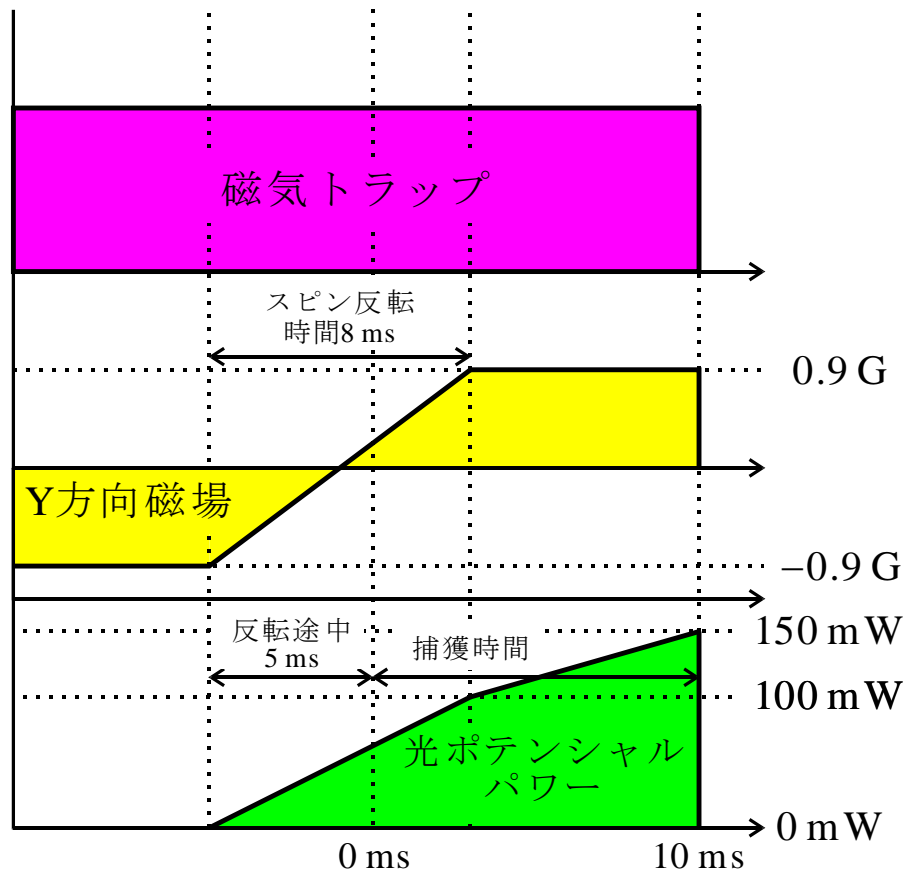


図 4.24 渦生成時 Y 方向凝縮体原子密度をコントロールした場合（スピン反転後も光ポテンシャルを増大させる）のタイムチャート。

図 4.24 にスピン反転終了後も光ポテンシャルパワーを増大させた場合のタイムチャートを示す。スピン反転磁場と同期してレーザーパワーを立ち上げスピン反転後もレーザーパワーを増大させた。光双極子力によって磁気トラップ中での凝縮体の Y 方向膨張を抑制し、凝縮体原子密度を第 2 $l=2$ 崩壊モード領域に（ほぼ）保持し続けた時の渦度 4 量子渦の崩壊ダイナミクスを調査した。

Y 方向凝縮体密度の捕獲時間依存性を図 4.25 に示す。捕獲時間 1, 2 ms の an_Y は、第 2 $l=2$ 崩壊モード領域より低くなった。これが生じた一つの理由として、光ポテンシャルが磁場反転に伴う凝縮体の軸方向膨張を抑制しきれなかった可能性がある。さらに、光ポテンシャル付加により凝縮体に軸方向振動が生じた可能性も考えられる。しかし、磁場反転後も光ポテンシャルレーザーのパワーを引き続き 150 mW まで線型的に上げることによって an_Y を第 2 $l=2$ 崩壊モード領域にほぼ保持することができた。

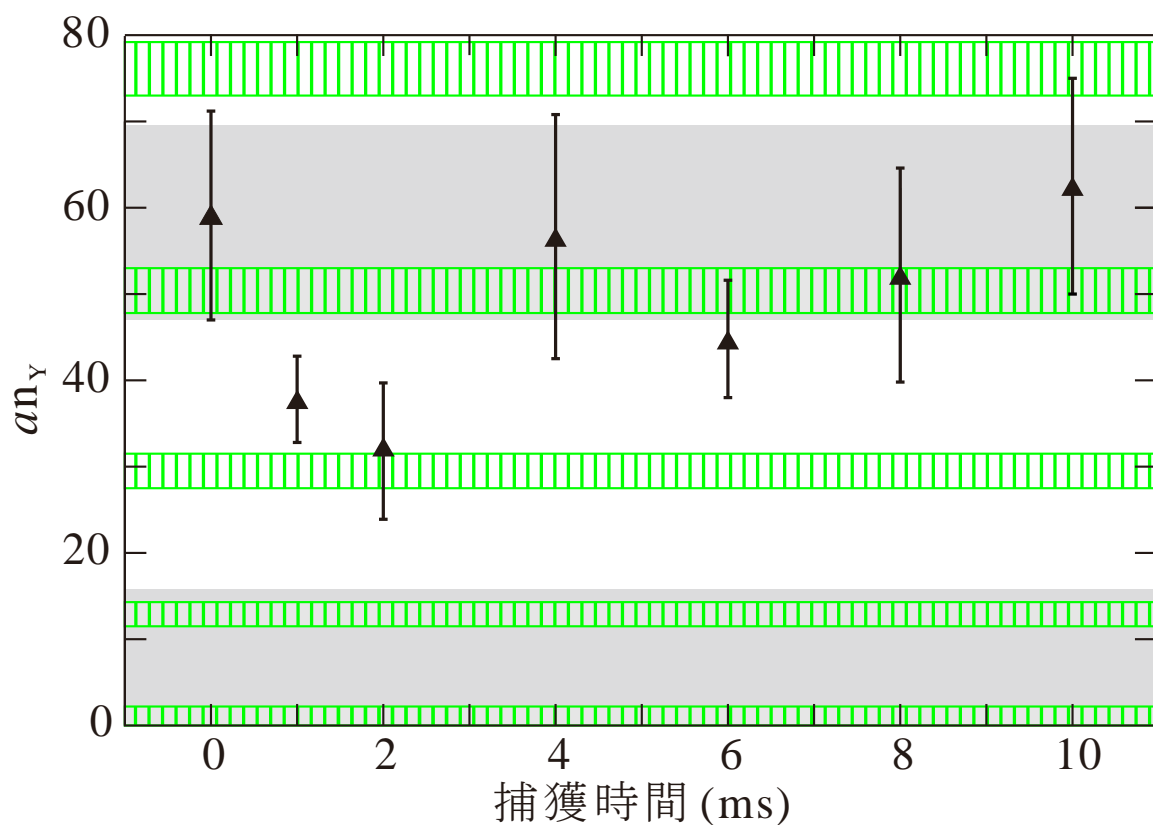


図 4.25 an_{axial} の捕獲時間依存性。Y 方向凝縮体原子密度をコントロールした場合（レーザーパワーをスピン反転後も増大させた場合）。■: $l=3$ モード崩壊領域。
■: $l=2$ モード崩壊領域。エラーは 1σ で表記した。

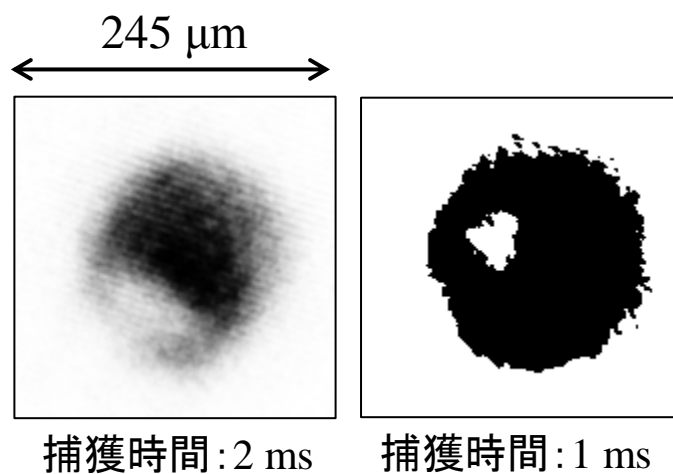


図 4.26 光ポテンシャルあり（スピン反転後もレーザーパワー増大）の直線および三角形配列の断層撮像を用いたイメージング画像。自由落下時間 20 ms。

図 4.26 に観測された直線配列構造および三角形配列構造を示す。また、各捕獲時間での直線配列および三角形配列構造の割合を図 4.27 に示す。これは、各捕獲時間での 20 の連続

データ中の $l=2$ および $l=3$ モード崩壊と評価された割合である。

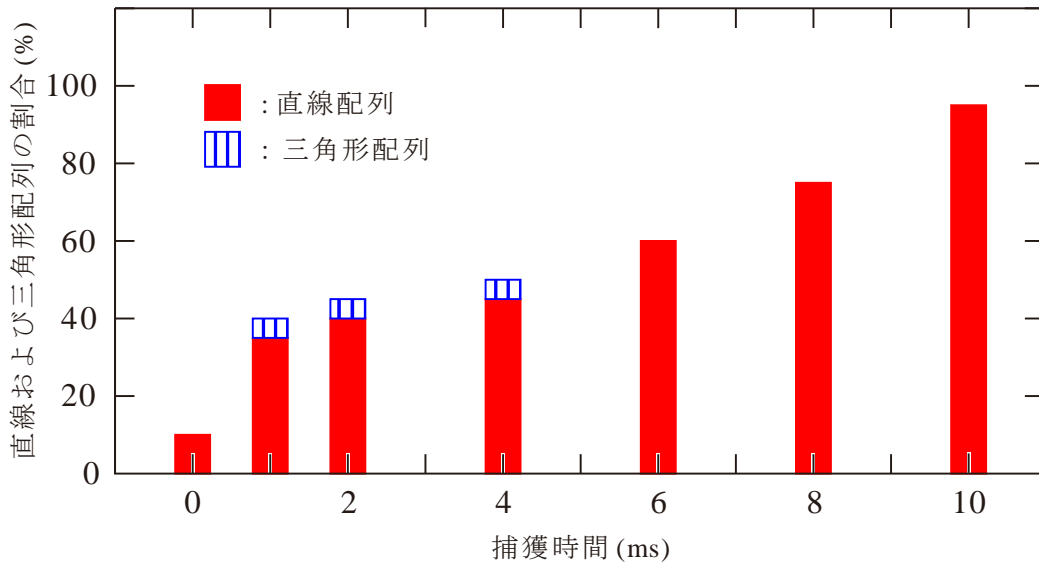


図 4.27 Y 方向凝縮体原子密度をコントロールした場合（レーザーパワーをスピン反転後も増大させた場合）の直線および三角形配列の観測割合捕獲時間依存性。

捕獲時間 0 ms から直線配列が観測された(図 4.27 参照)。図 4.25 からわかるとおり、これらはすべて第 $2l=2$ モードに起因すると考えられる。10 ms 以内でほぼすべての渦度 4 量子渦が $l=2$ モード崩壊した。これらは、図 4.25 に示されている各捕獲時間での an_Y の統計誤差を 2σ まで考慮しても、第 $2l=2$ 崩壊モードに起因する。

捕獲時間 0 ms~1 ms で直線配列構造の数の増加の割合が他の箇所比べて急激であった(図 4.27)。これは、捕獲時間 0 ms での anz が、第 $2l=2$ 崩壊モードにおける崩壊確率のピーク $an_Y=56\sim59$ (図 4.5 参照) にあったためと考えられる。

捕獲時間 0 ms~1 ms と比較すると捕獲時間 1~4 ms で観測された直線配列構造の増大は少なかった。これは、 an_Y が捕獲時間 1, 2 ms で第 $2l=2$ 崩壊モード領域および第 $1l=2$ 崩壊モード領域の間にあったためであると考えられる。また、10%程度の観測された直線配列構造の数の増加は、捕獲時間-1~0 ms の間で起きた渦度 4 量子渦の崩壊に起因している可能性がある。つまり、崩壊によって生じた 4 つの単一渦度量子渦が直線状に配列するのに数 ms の時間を要する場合があります an_Y が崩壊の窓から外れていても直線配列が増大する可能性があるのではないかと考える。

シート構造が観測された割合は、捕獲時間 6 ms から 10 ms にかけて線型的に増え、10 ms でほぼすべての渦度 4 量子渦が崩壊した。これは、 an_Y を捕獲時間 4 ms 以降、第 $2l=2$ 崩壊モード領域にほぼ保持し続けたからであると考えられる。

また、三角形配列構造は捕獲時間 1~4 ms で $l=3$ モード崩壊による三角配列構造が観測された。捕獲時間 1 ms で観測された三角配列構造は、いずれも第 $4l=3$ 崩壊モード領域によって生じたと考えられる。一方、捕獲時間 2, 4 ms で観測された三角配列構造は、いずれも第 4 および $3l=3$ 崩壊モード領域によって生じたと考えられる。

第5章 まとめと今後の課題

本研究では、 ^{87}Rb ボース・アインシュタイン凝縮体中の渦度 4 量子渦の Y 方向凝縮体原子密度依存性による崩壊ダイナミクスの観測を行った。渦形成後の Y 方向凝縮体原子密度を系統的に評価し、各崩壊モード領域における渦崩壊ダイナミクスを観測した。

未観測であった三角形配列構造を初めて観測し、Hough 変換を用いて直線抽出を行い画像データの密度欠陥から三角形配列を評価した。また、第 $2l=2$ モード領域における直線配列構造を初めて観測した。京都大学のグループが直線配列構造を第 $1l=2$ モード領域で観測しているが、本研究においては第 $2l=2$ モード領域での直線配列構造を初めて観測した。

光双極子力を用いて凝縮体密度コントロールを行った。光ポテンシャルをスピン反転後一定に保った場合、第 $2l=2$ モードおよび第 $1l=2$ モード領域の間に Y 方向凝縮体原子密度を保つことで、捕獲時間 10 ms の間に崩壊した渦度 4 量子渦の割合は 30% 程度であった。光双極子力による密度コントロールを行わない場合、渦度 4 量子渦は 10 ms 程度で崩壊してしまうが、密度をコントロールすることによって渦度 4 量子渦を崩壊させず長時間保つことに成功した。これは、ボース凝縮体の内部自由度である原子密度をコントロールすることで多重渦度量子渦の崩壊抑制に成功した初めての例であり、多重渦度量子渦ダイナミクスの長時間観測や、より高次の量子渦を生成する vortex pumping[91]などの発展研究につながる成果であると考えられる。また、Y 方向凝縮体原子密度コントロールをより正確に行うことができれば、観測されていない $l=4$ モードの崩壊を観測できるのではないかと考えられる。

また、ボース凝縮体の Y 方向凝縮体原子密度が非常に高い場合における渦度 4 量子渦の崩壊ダイナミクスに関する研究も行った。本研究では、捕獲時間 10 ms で渦度 4 量子渦は第 $2l=2$ モード崩壊によってほぼ 100%、直線配列構造に崩壊した。多重渦度量子渦の特定の崩壊モードを選択的に誘起したのは本研究が初めてである。

最後に、本研究は $F=2, m_F=2$ 成分の ^{87}Rb ボース凝縮体中での渦度 4 量子渦生成を行ったが、磁気トラップ中でなく光双極子力のみで凝縮体を捕獲する（光トラップ）ことによって ^{87}Rb ボース凝縮体の持つ内部自由度（5 成分）をフルに生かすことができる。たとえば、 $F=2, m_F=2$ 成分および $F=2, m_F=-2$ 成分の凝縮体を光トラップ中に保持し、渦生成を行うと同じ角運動量を持った対抗する渦を形成する。このような系は、渦の崩壊ダイナミクスに大きな変化が起こることが理論的に予測されている[92]。つまり、対向超流動などの新しい研究分野に発展できる。

付録 A. Hough 変換

Hough 変換は、画像から直線、円、任意形状図形などを抽出する手法である。Hough 変換における抽出対象図形は直線である[100, 101]。ある図形画素(x,y)があるとき、Hough 変換では、次式が用いられる。

$$\rho = x \cos \theta + y \sin \theta \quad (\text{A.1})$$

図 A.1 に示すように、点 (x,y) を通る直線 L に xy 座標系の原点から垂線を引いたときの角度 θ と垂線の長さ ρ を用いている。図形画素(x, y)を検出する度に式 A.1 の x と y に代入する。これは $\theta\rho$ 空間の曲線を表し、その曲線が座標(x, y)を通るすべての直線を ρ と θ で表したものに对应する。

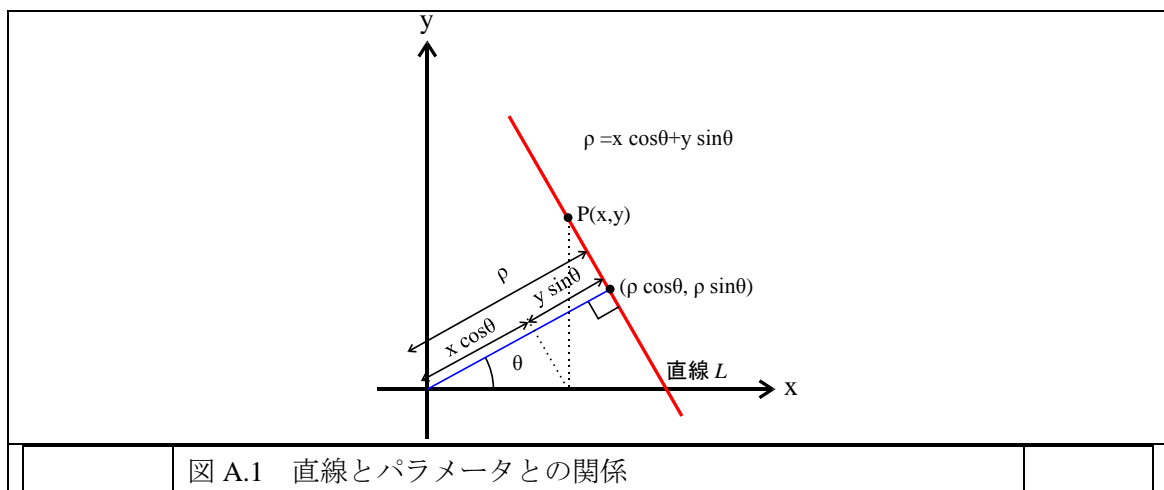
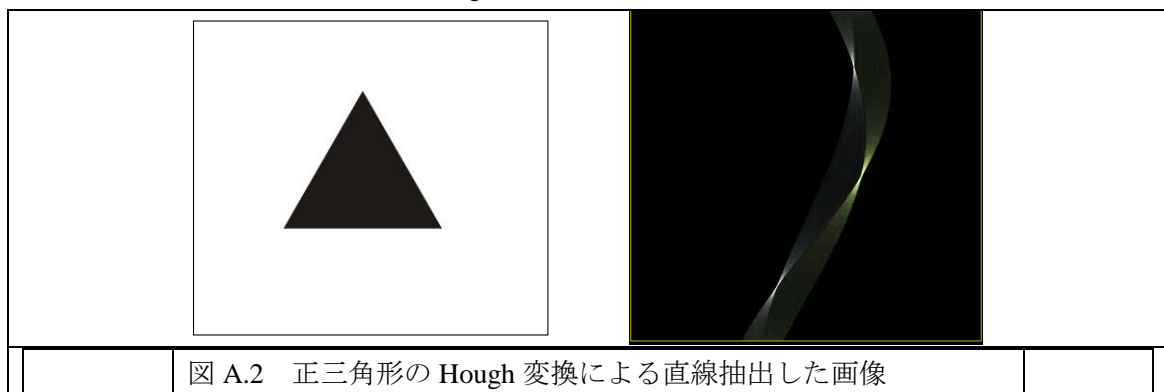


図 A.2 に正三角形の直線抽出 Hough 変換によって直線抽出を行った結果を示す。



三角形の Hough 変換による直線抽出の場合は 3 つの交点ができる。凝縮体の密度欠陥から三角形配列を評価する場合も同様に、3 つの交点が見れたときを三角形配列構造とした。

付録 B. 交差型光トラップによるボース凝縮体の捕獲

磁気トラップ中のボース凝縮体は、そのトラップポテンシャルの性質から特定の磁気副準位にある凝縮体しか捕獲することができない。今後内部自由度のあるボース凝縮体を用いた発展的な研究を行うために光トラップの開発を行った。光トラップのポテンシャルは、原子の全ての基底準位に対してほぼ同様に築かれる。これにより、光トラップ中のボース凝縮体は内部自由度を持つことが可能となる。

本研究では、スピノールボース凝縮体中への多重渦量子渦形成に向けた交差型光トラップによるボース凝縮体の捕獲およびボース凝縮体のスピン操作を行った。

B.1 光双極子力ポテンシャルと原子

光の中に原子がある場合、光の電磁場を $\mathbf{E}(\mathbf{r}, t) = \hat{\mathbf{e}}E(\mathbf{r})\exp(-i\omega t) + \text{c.c}$ とすると原子は双極子モーメント $\mathbf{p}(\mathbf{r}, t) = \hat{\mathbf{e}}p(\mathbf{r})\exp(-i\omega t) + \text{c.c}$ を誘起する ($\hat{\mathbf{e}}$ は単位偏光ベクトル、c.c は複素共役) [102]。このとき電気双極子の大きさは

$$\mathbf{p} = \alpha \mathbf{E} \quad (\text{B.1})$$

と表わせる。 α は感受率で、光の周波数 ω に依存する。このとき電気双極子と電場による相互作用によって

$$U_{\text{dip}} = -\frac{1}{2} \langle \mathbf{p} \mathbf{E} \rangle = -\frac{1}{2\epsilon_0 c} \text{Re}(\alpha) I \quad (\text{B.2})$$

となるポテンシャル U_{dip} が築かれる。光を原子が吸収する確率は

$$P_{\text{abs}} = \langle \mathbf{p} \mathbf{E} \rangle = \frac{\omega}{\epsilon_0 c} \text{Im}(\alpha) I \quad (\text{B.3})$$

となる。周波数が ω の光子のエネルギーは $\hbar\omega$ であり、単位時間当たりの光子の散乱レートは

$$\Gamma_{sc}(\mathbf{r}) = \frac{P_{\text{abs}}}{\hbar\omega} = \frac{1}{\hbar\epsilon_0 c} \text{Im}(\alpha) I(\mathbf{r}) \quad (\text{B.4})$$

となる。原子の感受率 α は

$$\alpha = \frac{e^2}{m_e} \frac{1}{\omega_0^2 - \omega^2 - i\omega\Gamma_\omega} \quad (\text{B.5})$$

$$\Gamma_{\omega} = \frac{e^2 \omega^2}{6\pi\epsilon_0 m_e c^3} \quad (\text{B.6})$$

と書けるので

$$\frac{e^2}{m_e} = \frac{6\pi\epsilon_0 c^3 \Gamma_{\omega}}{\omega^2} \quad (\text{B.7})$$

となり

$$\alpha = 6\pi\epsilon_0 c^3 \frac{\Gamma_{\omega}/\omega_0^2}{\omega_0^2 - \omega^2 - i\omega\Gamma_{\omega}} \quad (\text{B.8})$$

と書ける。 Γ_{ω} は古典的モデルでは減衰レートであるが、原子の共鳴周波数における自然放出レート Γ を用いて

$$\Gamma = \left(\frac{\omega_0}{\omega}\right)^2 \Gamma_{\omega} \quad (\text{B.9})$$

とあらわされ、感受率 α は

$$\alpha = 6\pi\epsilon_0 c^3 \frac{\Gamma/\omega_0^2}{\omega_0^2 - \omega^2 - i\left(\omega^3/\omega_0^2\right)\Gamma} \quad (\text{B.10})$$

となる。以上の式からポテンシャル $U_{\text{dip}}(\mathbf{r})$ を求めると

$$U_{\text{dip}}(\mathbf{r}) = -\frac{3\pi c^2}{2\hbar\omega_0^3} \left(\frac{\Gamma}{\omega_0 - \omega} + \frac{\Gamma}{\omega_0 + \omega} \right) I(\mathbf{r}) \quad (\text{B.11})$$

$$\Gamma_{\text{sc}}(\mathbf{r}) = \frac{3\pi c^2}{2\hbar\omega_0^3} \left(\frac{\omega}{\omega_0} \right)^3 \left(\frac{\Gamma}{\omega_0 - \omega} + \frac{\Gamma}{\omega_0 + \omega} \right)^2 I(\mathbf{r}) \quad (\text{B.12})$$

となる。光の離調を $\delta = \omega - \omega_0$ と表わすと、 $|\delta| \ll \omega_0$ を満たすようなときには

$$U_{\text{dip}}(\mathbf{r}) = -\frac{3\pi c^2}{2\hbar\omega_0^3} \frac{\Gamma}{\delta} I(\mathbf{r}) \quad (\text{B.14})$$

$$\Gamma_{\text{sc}}(\mathbf{r}) = \frac{3\pi c^2}{2\hbar\omega_0^3} \left(\frac{\Gamma}{\delta} \right)^2 I(\mathbf{r}) \quad (\text{B.15})$$

となる。式(B.14)を見ると、 U_{dip} には原子スピンに依存する部分がなく、原子の超微細構造や磁気副準位によらない。そのため、原子スピンに自由度をもたせるトラップポテンシ

ャルである。

また、式(B.14)から $\delta < 0$ のとき $U_{\text{dip}} < 0$ となり引力ポテンシャルが、 $\delta > 0$ のとき $U_{\text{dip}} > 0$ となり斥力ポテンシャルが築かれる。光強度が大きく、離調が小さなレーザー光を用いれば光トラップポテンシャルを大きくすることができる。しかし、このような条件だと原子がレーザー光を吸収しやすくなり結果として原子集団が加熱されやすくなる。離調を大きくしていくと(B.14)からポテンシャル $1/\delta$ に比例して下がっていくが、散乱レートは(B.15)から $1/\delta^2$ に比例して下がっていく。このことから散乱レートを低く抑えてトラップポテンシャルを大きくするために、離調を大きくし光強度を強くすればよいことがわかる。

本研究では、1064 nm の YVO₄ レーザーを使用し ⁸⁷Rb の D2 線から負に離調した光つまり引力ポテンシャルを用いてボース凝縮体を捕獲および渦生成後の凝縮体の密度コントロールに用いた。

参考文献

- [1] I. Garate - Lopez, R. Hueso, A. Sánchez - Lavega, J. Peralta, G. Piccioni, P. Drossart, *Nature Geoscience* **6**, 254-257 (2013)
- [2] Alexander Grigorenko, Simon Bending, Tsuyoshi Tamegai, Shuuichi Ooi & Mohamed Henini, *Nature* **414**, 728-731 (2001).
- [3] W. F. VINEN, *Nature* **181**, 1524–1525 (1958)
- [4] L. Onsager, *Nuovo Cimento Suppl.* **6**, 249 (1949).
- [5] Y. Kawaguchi, and T. Ohmi, *Phys. Rev. A* **70**, 043610 (2004).
- [6] T. Ishoshima, *J. Phys. Soc. Jpn.* **77** 094001 (2008).
- [7] T. Isoshima, M. Okano, K. Kasa, J. A. M. Huhtamäki, M. Kumakura, and Y. Takahashi, *Phys. Rev. Lett.* **99**, 200403 (2007).
- [8] 川口由紀 博士論文 「アルカリ原子のボース・アインシュタイン凝縮体における量子数 4 を持った渦の動力学」 京都大学 (2005).
- [9] J. Christensson¹, S. Bargi¹, K. Kärkkäinen¹, Y. Yu, G. M. Kavoulakis, M. Manninen, S. M. Reimann, *New Journal of Physics*. **010**, 033029 (2008).
- [10] T. P. Simula, S. M. M. Virtanen, and M. M. Salomaa, *Phys. Rev. A* **065**, 033614 (2002).
- [11] J. Ruostekoski, *Phys. Rev. A* **070**, 041601(R) (2002).
- [12] Z. F. Xu, P. Zhang, C. Raman, L. You, *Phys. Rev. A* **078**, 043606 (2008).
- [13] P. Kuopanportti, E. Lundh, J. A. M. Huhtamäki, V. Pietila, M. Möttönen, *Phys. Rev. A* **081**, 023603 (2010).
- [14] P. Kuopanportti, M. Möttönen, *Phys. Rev. A* **081**, 033627 (2010).
- [15] P. Engels, I. Coddington, P. C. Haljan, V. Schweikhard, and E. A. Cornell, *Phys. Rev. Lett.* **90**, 170405 (2003).
- [16] T. P. Simula, A. A. Penckwitt, and R. J. Ballagh, *Phys. Rev. Lett.* **92**, 060401 (2004).
- [17] M. Möttönen, Ville Pietila, S. M. M. Virtanen, *Phys. Rev. Lett.* **99**, 250406 (2007).
- [18] S. N. Bose, *Nature* **141**, 74 (1938).
- [19] P. Kapitza, S. N. Bose, *Z. Phys.* **26**, 178 (1924).
- [20] L. Onsager, *Nuovo Cimento Suppl.* **6**, 249 (1949).
- [21] R. P. Feynman, *Progress in Low Temperature Physics*, vol.1 pp. 17-52 (1955).
- [22] W. F. VINEN, *Proc. Roy. Soc. A* **260** 218 (1961).
- [23] T. J. Greytak: in *Bose-Einstein Condensation*, edited by A. Gri-n, D. W. Snoke, and S. Stringari (Cambridge University Press, Cambridge, UK, 1995) p. 131.
- [24] N. Masuhara, J. C. Doyle, J. C. Sandberg, et al., *Phys. Rev. Lett.* **61**, 935 (1988).
- [25] S. Chu, L. Hollberg, J. E. Bjorkholm, A. Cable, and A. Achkin, *Phys. Rev. Lett.* **55**, 48

- (1985).
- [26] E. L. Raab, M. Prentiss, A. Cable, S. Chu, and D. E. Pritchard, *Phys. Rev. Lett.* **59**, 2631 (1987).
 - [27] J. Dalibard and C. Cohen-Tannoudji, *J. Opt. Soc. Am.* **B 6**, 2023 (1989).
 - [28] C. Wallace, T. Dineen, K. Tan, T. Grove, and P. Gould, *Phys. Rev. Lett.* **69**, 897 (1992).
 - [29] A. Migdall, J. Prodan, W. D. Phillips, T. H. Bergeman, and H. J. Metcalf, *Phys. Rev. Lett.* **54**, 2596 (1985).
 - [30] M. H. Anderson, J. R. Ensher, M. R. Matthews, C. E. Wieman, and E. A. Cornell, "Observation of Bose-Einstein Condensation in a Dilute Atomic Vapor," *Science* **269**, 198 (1995).
 - [31] K. B. Davis, M.-O. Mewes, M. R. Andrews, N. J. van Druten, D. S. Durfee, D. M. Kurn, and W. Ketterle, *Phys. Rev. Lett.* **75**, 3969 (1995).
 - [32] G. B. Hess and W. H. Fairbank, *Phys. Rev. Lett.* **19**, 216 (1967).
 - [33] L. J. Campbell and W. H. Fairbank, *Phys. Rev. B* **020**, 1886 (1979).
 - [34] E. J. Yarmchuck and R. E. Packard, *J. Low Temp. Phys.* **46**, 479 (1982).
 - [35] K. Kasamatsu, M. Tsubota, and M. Ueda, *Phys. Rev. A* **66**, 053606 (2002).
 - [36] U.W. Fischer and G. Baym, *Phys. Rev. Lett.* **90**, 140402 (2003).
 - [37] G.M. Kavoulakis and G. Baym, *New Jour. Phys.* **5**, 51.1 (2003).
 - [38] P. B. Demorest, T. Pennucci, S. M. Ransom, M. S. E. Roberts & J.W. T. Hessels, *Natur* **467**, 1081 (2010)
 - [39] K. Oyamatsu, *Nucl. phys.* **A561**, 431 (1993).
 - [40] G.Watanabe *et al.*, *Phys. Rev. C* **68**, 035806 (2003).
 - [41] J. E. Williams and M. J. Holland, *Nature* **401**, 568 (1999).
 - [42] M. R. Matthews, B. P. Anderson, P. C. Haljan, D. S. Hall, C. E. Wieman, and E. A. Cornell, *Phys. Rev. Lett.* **83**, 2498 (1999).
 - [43] E. Hodby, G. Hechenblaikner, S. A. Hopkins, O. M. Marag'o, and C. J. Foot, *Phys. Rev. Lett.* **88**, 010405 (2002).
 - [44] P. C. Haljan, I. Coddington, P. Engels, and E. A. Cornell, *Phys. Rev. Lett.* **87**, 210403 (2001).
 - [45] K. W. Madison, F. Chevy, W. Wohlleben, and J. Dalibard, *Phys. Rev. Lett.* **84**, 806 (2000).
 - [46] S. N. Bose, "Plancks Gesetz und Lichtquantenhypothese," *Z. Phys.* **26**, 178 (1924).
 - [47] M. Nakahara, T. Isoshima, K. Machida, S. Ogawa, and T. Ohmi, *Physica B* **284**, 17 (2000).
 - [48] A. E. Leanhardt, A. Görlitz, A. P. Chikkatur, D. Kielpinski, Y. Shin, D. E. Pritchard, and W. Ketterle, *Phys. Rev. Lett.* **89**, 190403 (2002).
 - [49] T. Isoshima, M. Nakahara, T. Ohmi, and K. Machida, *Phys. Rev. A* **61**, 063610 (2000).
 - [50] S.-I. Ogawa, M. Möttönen, M. Nakahara, T. Ohmi, and H. Shimada, *Phys. Rev. A* **66**, 013617 (2002).

- [51] A. E. Leanhardt, Y. Shin, D. Kielpinski, and W. Ketterle, *Phys. Rev. Lett.* **90**, 140403 (2003).
- [52] Y. Shin, M. Saba, M. Vengalattore, T. A. Pasquini, C. Sanner, A. E. Leanhardt, M. Prentiss, D. E. Pritchard, and W. Ketterle, *Phys. Rev. Lett.* **93**, 160406 (2004).
- [53] 柴山均 修士論文 日本大学 (2010).
- [54] M. Kumakura, T. Hirofumi, M. Okana, Y. Takahashi, and T. Yabuzaki, *Phys. Rev. A* **73** 063605 (2006).
- [55] 塚田明誉 修士論文 日本大学 (2013).
- [56] T. Kuwamoto, H. Usuda, S. Tojo, and T. Hirano: *J. Phys. Soc. Jpn.* **79** 034004 (2010).
- [57] H. Shibayama, Y. Yasaku, and T. Kuwamoto: *J. Phys. B: At. Mol. Opt. Phys.* **44** 075302 (2011).
- [58] 薄田隼人 修士論文「位相幾何学的方法を用いた Bose-Einstein 凝縮体の量子渦形成」学習院大学 (2006).
- [59] 著 坪田誠, 西森拓「非線形化学シリーズ 1 量子渦のダイナミクス/砂丘と風紋の動力学」培風館 (2008).
- [60] E. A. L. Henn, J. A. Seman, G. Roati, K. M. F. Magalhães, and V. S. Bagnato, *Phys. Rev. Lett.* **103**, 045301 (2009).
- [61] Michikazu Kobayashi and Makoto Tsubota, *Phys. Rev. Lett.* **97**, 065302 (2005).
- [62] S. Moulder, S. Beattie, R. P. Smith, N. Tammuz, and Z. Hadzibabic: *Phys. Rev. A* **86** 013629 (2012).
- [63] C. J. Pethick and H. Smith, “Bose-Einstein Condensation in Dilute Gases,” (Cambridge University Press, 2002).
- [64] 著 久我隆弘「量子光学(朝倉物性物理シリーズ)」朝倉書店 (2003).
- [65] Pierre Meystre 著、盛永篤郎訳「原子光学」シュプリンガー・フェアラーク東京(2003).
- [66] 久我隆弘著「レーザー冷却とボーズ凝縮」岩波(2003).
- [67] パリティ編集委員会 編 勝本信吾 監修 パリティブックス「レーザー冷却がひらく原子波の世界」丸善(2003).
- [68] 鳥井寿夫 博士論文「ルビジウム原子気体のボース・アインシュタイン凝縮体の生成および原子波干渉計への応用」東京大学 (2000).
- [69] 伊東健一 修士論文「ルビジウム原子気体のボースアインシュタイン凝縮生成」学習院大学 (2001)
- [70] D. A. Steck, "Rubidium 87 D Line Data" <http://steck.us/alkalidata/rubidium87numbers.1.6.pdf> (2002)
- [71] A. Ashkin and J. M. Dziedzic, *Phys. Rev. Lett.* **54**, 1245 (1985).
- [72] A. Ashkin, *Science* **210**, 1081-1088 (1980).
- [73] P. D. Lett *et al.*, *Phys. Rev. Lett.* **61**, 169 (1988).
- [74] J. Dalibard and C. Cohen-Tannoudji, *J. Phys. B*, **18**, 1661 (1985).

- [75] T. Esslinger, I. Bloch, and T. W. Hänsch, *Phys. Rev. A* **58**, R2664 (1998).
- [76] D. E. Pritchard, *Phys. Rev. Lett.* **51**, 1336 (1983).
- [77] V. S. Bagnato *et al.*, *Phys. Rev. Lett.* **58**, 2194 (1987).
- [78] H. H. Hess, *Phys. Rev. B* **34** 3476 (1986).
- [79] T. W. Hijmans *et al.*, *J. Opt. Soc. Am. B* **6**, 2235 (1989)
- [80] 大下眞二郎著「電気回路」 共立出版株式会社(2004).
- [81] 藤井信夫著「なっとくする電子回路」講談社(1994).
- [82] K. Toyoda *et al.*, *J. Phys. Soc. Jpn.* **71** 1445-1449 (2002).
- [83] L. V. Hau *et al.*, *Phys. Rev. A* **58**, R54 (1998).
- [84] 山田一雄・大見哲巨著 新物理学シリーズ 28「超流動」培風館 (1995).
- [85] 安部龍蔵・斯波弘行著 超低温の物性物理 培風館(1986)
- [86] 日本物理学会編集 「ボース・アインシュタイン凝縮から高温超伝導」 日本評論社 (2003)
- [87] M. R. Andrews, C. G. Townsend, H.-J. Miesner, D. S. Durfee, D. M. Kurn, and W. Ketterle: *Science* **275** 637 (1997).
- [88] M. Okano *et al.*, *J. Low Temp. Phys.* **148**, 447 (2007).
- [89] A. Widera *et al.*, *New J. Phys.* **8** 152 (2006).
- [90] R. O. Duda and P. E. Hart: *Comm. ACM.* **15** 11 (1972).
- [91] Z. F. Xu, P. Zhang, C. Raman, and L. You, *Phys. Rev. A* **78**, 043606 (2008).
- [92] S. Ishino, M. Tsubota, and H. Takeuchi: *Phys. Rev. A* **88** 063617 (2013).
- [93] S. Chu, J. E. Bjorkholm, A. Ashkin, A. Cable, *Phys. Rev. Lett.* **57**, 314(1986)
- [94] J. D. Miller, R. A. Cline, and D. J. Heinzen, *Phys. Rev. A* **47**, R4567 (1993).
- [95] S. J. M. Kuppens, K. L. Corwin, K. W. Miller, T. E. Chupp, and C. E. Wieman, *Phys. Rev. A* **62**, 013406 (2000).
- [96] D. M. Stamper-Kurn, M. R. Andrews, A. P. Chikkatur, S. Inouye, H.-J. Miener, J. Stenger, and W. Ketterle, *Phys. Rev. Lett.* **80**, 2027 (1998)
- [97] H. Schmaljohann, M. Erhard, J. Kronjäger, M. Kottke, S. van Staa, L. Cacciapuoti, J. J. Arlt, K. Bongs, and K. Sengstock, *Phys. Rev. Lett.* **92**, 040402 (2004)
- [98] H. Schmaljohann, M. Erhard, J. Kronjäger, M. Kottke, S. van Staa, L. Cacciapuoti, J. J. Arlt, K. Bongs, and K. Sengstock, *Phys. Rev. Lett.* **92**, 040402 (2004)
- [99] H. Ming, and W. A. van Wijngaarden, *Can. J. Phys.* **85**, 247-258 (2007)
- [100] 酒井幸市著 「デジタル画像処理の基礎と応用」 CQ出版 (2003)
- [101] 谷口慶治編 「画像処理工学ー基礎編」 共立出版 (1996)
- [102] 小島忠宣 小島和子共訳 「光の量子論」 内田老鶴圃 (1994)