

# 衝撃波型背景時空における Bi-local 場

平成 27 年 1 月

日本大学大学院理工学研究科博士後期課程

物理学専攻

神田 直大

## 目次

1	導入	2
2	衝撃波型背景時空	4
3	Bi-local 場模型 (Minkowski 時空)	7
4	Bi-local 場模型 (曲がった時空)	14
5	時空の特異性を取り除く正準変換	18
6	衝撃波型背景時空での bi-local 場模型の散乱振幅	21
7	まとめと今後の課題	29
7.1	まとめ . . . . .	29
7.2	今後の課題 . . . . .	30
付録 A	記法	33
付録 B	衝撃波型背景時空	34
B.1	計量 1 . . . . .	34
B.2	計量 2 . . . . .	36
付録 C	Aichelburg-Sexl ブースト	38
付録 D	振幅の導出に用いる公式	40

# 1 導入

超高エネルギー領域での粒子の相互作用は、低エネルギーの物理にはない興味深い粒子的特徴が現れる。とりわけ、プランクエネルギーに近い粒子間の相互作用においては、重力もまた効果的な役割を果たすものと考えられている。近年注目を浴びている、衝撃波型重力による粒子の散乱過程の問題は、このような認識の下に、1985年に T. Dray と G. 't Hooft [1] によって行われた議論に始まっている。一般に、超高エネルギーの粒子は、静止質量が無視できるため、光速度で運動する粒子として振舞う。1971年に P. C. Aichelburg と R. U. Sexl [2] は、このような Minkowski 時空において光速度で運動する粒子が衝撃波型重力の源になることを厳密に示し、't Hooft の議論はこの背景の下になされたものである。このような観点に立った、超高エネルギーの粒子を源とする重力場と入射粒子の衝撃波型重力による散乱過程の解析は、入射粒子を扱う理論として古典論 [3][4]、場の理論 [5]、また弦理論 [6] 等の多くの研究がある。この他に、このような超高エネルギーでの散乱機構に基づく重力波の放射の問題なども将来の観測に向けた興味ある問題となっている [7][8]。

よく知られている様に、重力場は時空の歪みで表現される為、このような粒子散乱過程は、衝撃波型背景時空の下での粒子散乱と捉えることもできる。付け加えれば、この時空構造は弦理論を含む時空のある種の極限である pp-wave 背景と類似していることから、このような散乱の研究は、弦理論を基に 4 次元のゲージ場力と余剰次元の重力を結びつける AdS 双対ゲージ理論の立場からも興味を持たれている [9][10]。従って観点を変えると、AdS 双対ゲージ理論を追求する方向に対しても、衝撃波型背景時空の粒子を研究する方向から、何らかの示唆をもたらすことが期待できると言える。

さて、衝撃波型重力による散乱過程の研究の多くは、局所場に対応する入射粒子を想定している。弦モデルでの試みもあるが、これらは弦が衝撃波時空を通るときの内部状態の変化を調べたものであり、弦の散乱自体は調べられていない。本研究の目的は弦に類似した構造を持ち、力学的により簡単な bi-local 場の散乱理論を取り上げ、この衝撃波型重力下による bi-local 場の散乱を調べることである [11]。bi-local 場とは歴史的には、1948年に湯川によって提唱された非局所場の理論の試みの一つである [12]。その後の非局所場の理論の発展に伴い [13][14]、bi-local 場の力学的背景である bi-local 場モデルは相対論的な束縛状態を記述する有効な手段の一つとしても用いられるようになった。今日では、bi-local 場モデルは弦モデルの一つである開弦のプロトタイプとして理解されており [15]、弦モデルに比べて時空次元への制限が現れない点で、より扱いやすい側面を持つモデルとして

受け止められている。しかしながら、曲がった時空の下でこれらの模型の定式化を考えると、bi-local 場模型と弦模型との間には本質的な違いが現れる。実際、弦は近接的な力で形成された一次元連続体であるため曲がった時空に埋め込むことは自然にできる。一方で bi-local 場模型の場合は、平坦な時空では二粒子が粒子間の距離に依存する遠隔力で束縛状態を形成する構造を持つが、これを曲がった時空に埋め込む際には、遠隔力を伝える粒子間の距離が自明ではなくなるからである。

次章において、我々は先ず Aichelburg-Sexl により定式化され、't Hooft により超高エネルギー粒子の散乱に適用された衝撃波型時空について解説する。次いで第 3 章において Minkowski 時空における bi-local 場模型について現在の標準的な定式化に従って説明し、その後第 4 章において bi-local 場模型を曲がった時空へと埋め込むことを試みる。特に具体的な曲がった時空としては、本論文の目的に従って衝撃波型背景時空を扱い、それが表す衝撃波型重力下での bi-local 場模型を考える。弦理論の場合に類似して、bi-local 場模型も各粒子の運動を記述する時間的パラメータの任意性から模型を特徴付ける二つの拘束条件が現れる。これは bi-local 場模型の波動方程式と補助条件の意味を持ち、これらを後の計算で必要とされる形に帰着させる為の、いくつかの近似についても議論する。二つの拘束条件には、正準形式への移行、正準量子化の手順を経た後も、衝撃波型時空の構造から生じる特異性が残っている。第 5 章ではこれらの特異性を除く正準変換を求め、この変換そのものが相互作用の一面を表すことを議論する。

第 6 章において、本論文の主題である衝撃波型時空における bi-local 場の散乱問題を議論する。その際、衝撃波型重力が光的な時間方向に特異性を持つことから、波動方程式を光的時間を用いた Schrödinger 型方程式に帰着させた上で、摂動計算を実行する。具体的には、遷移行列の表現をいくつかの適切な近似の範囲で計算可能な形に導き、異なる特徴を持つ幾つかの状態間での遷移行列要素を評価して、bi-local 場模型の持つ非局所場としての特性がどの様に反映されるかを検証する。最後に第 7 章において、まとめと今後の課題について述べる。付録においては本文を補足する意味で付録 A では本論文で用いた記法のまとめを載せる。付録 B では衝撃波型背景時空の導出について解説する。付録 C では Aichelburg-Sexl ブーストについて解説し、付録 D において第 6 章における散乱振幅の計算において本論文中で用いた公式についてまとめる。

## 2 衝撃波型背景時空

衝撃波型背景時空とは，光的座標

$$\begin{aligned} x^+ &= \frac{1}{\sqrt{2}}(x^0 + x^3), & x^- &= \frac{1}{\sqrt{2}}(x^0 - x^3), \\ x_{\perp} &= (x^1, x^2), \end{aligned} \quad (2.1)$$

の下で (付録 A)，エネルギー・運動量テンソル  $T_{\mu\nu}$  が  $--$  成分 ( $T_{--}$ ) のみ値を持ち，その他の成分は全てゼロになってしまうような状況の下で作られる時空構造を指している。この時の時空計量の構造は，概略図 1 に示した特異性の壁を持つような形状に現れる。図 1 では  $x^-$  が増大する方向に進む粒子は， $x^- = 0$  の近傍で衝撃を受ける。この時空は衝撃波型背景時空と呼ばれる。

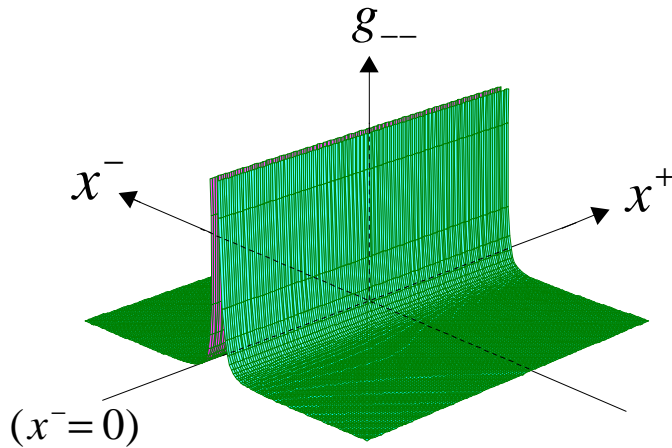


図 1  $\bar{x}^- = \frac{1}{\sqrt{2}}(x^0 - x^3)$  方向に特異性を持つ衝撃波型背景計量

そのような状況を実現する例として一方向に進む電磁場がある場合や [16]，光速度運動する流体の場合 [17][18][19][20]，光速度運動する点粒子の場合等が調べられて [1][3][4]，特に光速度運動する点粒子の場合は  $\delta$ -関数型衝撃波を生じることが明らかにされた。

光速運動は静止質量がゼロの粒子に限らず，有限質量であっても超高エネルギーであれば実現される。そこで 1985 年に T. Dray と G. 't Hooft は，超高エネルギーの粒子散乱に衝撃波型背景時空の考えを取り入れ，この時空にテスト粒子 (点粒子) を導入して，この衝撃波型背景時空による粒子散乱の解析を行った (図 2)。

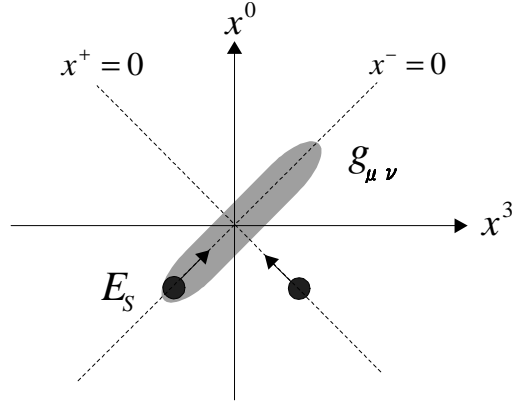


図 2 衝撃波型背景重力による点粒子の相互作用

その後 't Hooft に引き続いて、テスト粒子をスカラー場としたものや [5]、弦にしたもの [6] の解析が行われてきた。

さて、この衝撃波型背景時空の計量は、

$$ds^2 = -2dx^+dx^- + f(x_\perp)\delta(x^-)d^2x^- + d^2x_\perp \quad (2.2)$$

という形の線素をしている (付録 B)。 $f(x_{(i)\perp})$  は光的な粒子を源とする Einstein の重力場方程式の解として

$$\begin{aligned} f(x_{(i)\perp}) &= f_0 - 2Q \log\left(\frac{r}{r_0}\right), \\ r &= \sqrt{(x^1)^2 + (x^2)^2} = \sqrt{x_\perp^2}, \\ Q &= \frac{4\sqrt{2}E_S}{E_P^2}, \\ E_P &\equiv \sqrt{\frac{\hbar c^5}{G}} \simeq 1.22 \times 10^{28} \text{eV} \simeq 1.3956 \times 10^9 \text{J}, \end{aligned} \quad (2.3)$$

の形に求まる [2]。ここで  $f_0$ ,  $r_0$  は定数であり、 $f(x_{(i)\perp})$  を通して  $f_0 = f(r_0)$  の関係で決められている。また  $E_S$  は重力源となっている粒子の持つエネルギーの意味であり、 $E_P$  はプランクエネルギーである。重力源となっている粒子のエネルギー  $E_S$  がプランクエネルギー程度 ( $E_S \sim E_P$ ) であるとき、 $Q$  はおよそ  $Q \sim E_P^{-1}$  程度の量である。

また計量は具体的に書くと

$$(g_{\mu\nu}) = \begin{pmatrix} 0 & -1 & 0 & 0 \\ -1 & f(x_\perp)\delta(x^-) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (2.4)$$

のように表される。またこの逆行列は

$$(g^{\mu\nu}) = \begin{pmatrix} -f(x_{\perp})\delta(x^{-}) & -1 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (2.5)$$

と求まる。これまでになされた研究においては、衝撃波型背景時空の効果が非常に小さいことに起因して、テスト粒子のエネルギーをプランクエネルギー程度にしなければこの効果を見ることは困難であった。本研究ではテスト粒子を bi-local 場を選ぶ。これによって bi-local 場にある結合定数  $\kappa$  と bi-local 場の運動エネルギー  $P$  との間でうまくエネルギーを振り分けることによって bi-local 場の運動エネルギーをプランクエネルギーまで持っていかななくても、衝撃波の影響を観測できる可能性を探る。

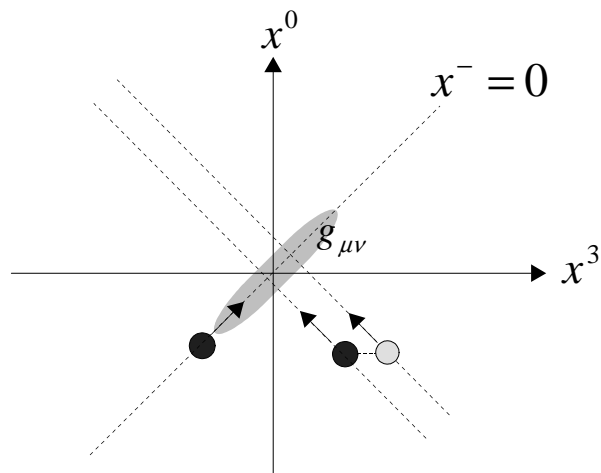


図 3 衝撃波型背景重力による bi-local 場の相互作用

### 3 Bi-local 場模型 (Minkowski 時空)

bi-local 場は 1947 ~ 1949 年にかけて湯川によってなされた非局所場の理論の一つとして提唱された [12][13]。これは場の理論における発散を回避するための試みの一つとして始められたもので、波動関数  $\Phi(x^\mu)$  を時空の一点による関数ではなく、二点に依存する関数  $\Phi(x^\mu, y^\nu)$  とみなさなければならないという提案である。初期の頃においてはクライン・ゴールドン方程式にボルンによる相反性の原理を設定するという形で進められたが、このようにして作られた非局所場の理論は多くの問題点を含んでいた [14]。その後相反性の原理を取り外し、現実の粒子の質量スペクトルを再現するような模型へと改良することが湯川・高林・後藤らによってなされた。こうして現代的な意味での、力学的模型としての bi-local 場模型が 1950 年頃までに登場した。これは相対論的な二体の束縛状態を表す模型であった。このようにして導かれた bi-local 場模型において、二粒子間の相互作用を共変的な調和振動子型ポテンシャルに選ぶことにより、Regge 軌跡が導かれることが知られており、この意味でクォーク模型に基づいたメソンの有効理論としても用いられてきた。またその後高林によって、bi-local 場模型を拡張し multi-local 場模型へと一般化する議論等が行われ、構成粒子数に対するある種の極限の下で、有質量の場合の南部・後藤作用をこれが導くことが示された [21][22][23]。このことから bi-local 場模型は、弦模型のプロトタイプとしても用いられてきている [15][24]。以下では bi-local 場模型について見ていくことにする。

自由粒子の作用は

$$S = -m \int ds \quad (3.1)$$

のように与えられる。ここで  $d^2s = -(dx^0)^2 + (dx^1)^2 + (dx^2)^2 + (dx^3)^2$  であり

$$\begin{aligned} ds &= -\sqrt{+(dx^0)^2 - (dx^1)^2 - (dx^2)^2 - (dx^3)^2} \\ &= -\sqrt{-\eta_{\mu\nu}\dot{x}^\mu\dot{x}^\nu}d\tau \end{aligned} \quad (3.2)$$

である。ここで計量は  $\text{diag}(\eta_{\mu\nu}) = (-1, 1, 1, 1)$  としている (付録 A)。自由粒子が二つの場合には単純に足しあげるだけで

$$S = -m_1 \int ds_1 - m_2 \int ds_2 \quad (3.3)$$



となる。今、この二粒子が束縛状態を作っているとする。そのような一つの模型として、粒子の質量  $m_1, m_2$  がそれぞれ二粒子間の距離に依っているとす。

$$S = - \int ds_1 m_1(\bar{x}^2) - \int ds_2 m_2(\bar{x}^2) \quad (3.4)$$

これは二粒子は互いに離れようとするとその質量が増すようなものであるとしよう。ここでこの作用を書き直す。簡単のため  $m_1$  と  $m_2$  は等しいとする。

$$\begin{aligned} S &= - \int \sqrt{-\dot{x}_{(1)}^2} m(\bar{x}^2) d\tau - \int \sqrt{-\dot{x}_{(2)}^2} m(\bar{x}^2) d\tau \\ &= -\frac{1}{2} \int d\tau \left\{ -\frac{1}{e_{(1)}} \dot{x}_{(1)}^2 + m^2(\bar{x}^2)e_{(1)} \right\} - \frac{1}{2} \int d\tau \left\{ -\frac{1}{e_{(2)}} \dot{x}_{(2)}^2 + m^2(\bar{x}^2)e_{(2)} \right\} \\ &= \frac{1}{2} \int d\tau \left\{ \frac{1}{e_{(1)}} \dot{x}_{(1)}^2 - m^2(\bar{x}^2)e_{(1)} \right\} + \frac{1}{2} \int d\tau \left\{ \frac{1}{e_{(2)}} \dot{x}_{(2)}^2 - m^2(\bar{x}^2)e_{(2)} \right\} \end{aligned} \quad (3.5)$$

ここで最後の行において作用を開いた。 $m^2(\bar{x}^2) = V_0(\bar{x}^2)$  とおくと作用は

$$S = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^2 \int d\tau \left\{ \frac{1}{e_{(i)}(\tau)} \dot{x}_{(i)}^2 - V_0(\bar{x}^2)e_{(i)}(\tau) \right\} \quad (3.6)$$

となる。これが通常用いられている Minkowski 時空の下での bi-local 場模型の基礎となる力学系を与える作用である。ここで  $\tau$  は時間発展的なパラメータである。 $e_{(i)}(\tau)$  は  $\tau$  空間の 1 脚子 (einbein) であり、 $\tau$  の尺度を変えるものである。 $x_{(i)}^\mu(\tau)$  は二粒子それぞれの座標であり、 $\dot{x}_{(i)}^\mu$  は  $\dot{x}_{(i)}^\mu = dx_{(i)}^\mu/d\tau$  の意味である。また  $V_0(\bar{x}^2)$  は二粒子間の相互作用である。作用の普遍性を保つ要請から、この相互作用は二粒子について同時刻に起こるものとされる。

さて、 $e_{(i)}(\tau)$  の変分  $\delta S/\delta e_{(i)} = 0$  をとると二つの拘束条件

$$H_i \equiv p_{(i)}^2 + V_0 = 0, \quad (i = 1, 2) \quad (3.7)$$

が得られる。ここで  $p_{(i)\mu}$  は

$$p_{(i)\mu} = \frac{\delta S}{\delta x_{(i)}^\mu} = \frac{1}{e_{(i)}} \dot{x}_{(i)\mu}, \quad (i = 1, 2) \quad (3.8)$$

であり、 $x_{(i)}^\mu$  の共役運動量である。この二つの拘束条件を和と差をとるという形で書き換えると

$$\frac{1}{4}H \equiv \frac{1}{2}(H_1 + H_2) = \frac{1}{4}P^2 + \bar{p}^2 + V_0(\bar{x}^2) = 0, \quad (3.9a)$$

$$T \equiv \frac{1}{2}(H_1 - H_2) = P \cdot \bar{p} = 0, \quad (3.9b)$$

と書くことができる。ここで  $P^\mu$  は重心運動量,  $\bar{p}^\mu$  は相対運動量であり, それぞれ重心座標  $X^\mu$ , 相対座標  $\bar{x}^\mu$  に共役な変数である。これらは  $x_{(i)}^\mu$ ,  $p_{(i)\mu} = \frac{\delta S}{\delta x_{(i)}^\mu}$  から

$$\begin{aligned} X^\mu &= \frac{1}{2} (x_{(1)}^\mu + x_{(2)}^\mu), & P^\mu &= p_{(1)}^\mu + p_{(2)}^\mu, \\ \bar{x}^\mu &= x_{(1)}^\mu - x_{(2)}^\mu, & \bar{p}^\mu &= \frac{1}{2} (p_{(1)}^\mu - p_{(2)}^\mu), \end{aligned} \quad (3.10)$$

のように作られる。拘束条件からこの系の質量  $M$  は

$$M^2 = -4(\bar{p}^2 + V_0(\bar{x}^2)) \quad (3.11)$$

である。

こうして作られた拘束条件  $H = 0$ ,  $T = 0$  の交換関係 (ここでは Poisson 括弧をとる。量子論の場合には交換関係をとる) をとってみると

$$\{H, T\}_{\text{P.B.}} = -2P_\mu \bar{x}^\mu \frac{\partial V_0(\bar{x}^2)}{\partial \bar{x}^2} = 0 \quad (3.12)$$

であり, 一般に

$$P_\mu \bar{x}^\mu = 0 \quad (3.13)$$

が導かれる。さらにこれと  $T$  との交換関係をとると

$$\{T, P_\mu \bar{x}^\mu\}_{\text{P.B.}} = P^\mu P_\mu = 0 \quad (3.14)$$

より

$$P^2 = 0 \quad (3.15)$$

が導かれる。これは質量がゼロである運動しか許されないということになる。そこでこれを回避する方法として以下のような処方が通常用いられる。

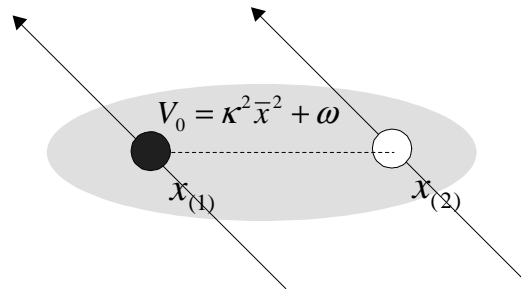


図 4  $\bar{x}$  に比例する力で相互作用する 2 粒子

先ず，相互作用  $V_0(\bar{x}^2)$  の形を

$$V_0(\bar{x}^2) = \kappa^2 \bar{x}^2 + \omega \quad (3.16)$$

に決めてしまう (図 4)。ここで  $\omega$  はエネルギーの二乗の次元を持つ定数である。次にこれらの系を正準量子化の手順に則って量子化する。

$$[\bar{x}^\mu, \bar{p}^\nu] = i\eta^{\mu\nu}, \quad [X^\mu, P^\nu] = i\eta^{\mu\nu}. \quad (3.17)$$

また，ポテンシャルの形が調和振動子型であればいつでもできるように，相対運動に関しては数演算子

$$\bar{x}^\mu = \frac{1}{\sqrt{2\kappa}}(a^{\dagger\mu} + a^\mu), \quad \bar{p}^\mu = i\sqrt{\frac{\kappa}{2}}(a^{\dagger\mu} - a^\mu), \quad (3.18)$$

$$a^\mu = \frac{1}{\sqrt{2\kappa}}(i\bar{p}^\mu + \kappa\bar{x}^\mu), \quad a^{\mu\dagger} = \frac{1}{\sqrt{2\kappa}}(-i\bar{p}^\mu + \kappa\bar{x}^\mu), \quad (3.19)$$

を用いて表す。数演算子を使えば，相対運動についての量子化は

$$[a^\mu, a^{\nu\dagger}] = \eta^{\mu\nu} \quad (3.20)$$

である。この時，波動方程式は

$$H|\Phi\rangle = \left( P^2 + \frac{1}{\alpha'} a^\dagger \cdot a + m_0^2 \right) |\Phi\rangle = 0 \quad (3.21)$$

であり，質量演算子は

$$M^2 = - \left( \frac{1}{\alpha'} a^\dagger \cdot a + m_0^2 \right) \quad (3.22)$$

である。ここで  $\alpha' = \frac{1}{8\kappa}$ ，  $m_0^2 = 4\omega + 16\kappa$  である。そして補助条件は期待値の意味で取り扱う [25]。

$$\langle \Phi | T | \Phi \rangle = \langle \Phi | P^\mu \bar{p}_\mu | \Phi \rangle = 0 \quad (3.23)$$

この場合

$$P^\mu a_\mu |\Phi\rangle = 0, \quad (3.24a)$$

$$P^\mu a_\mu^\dagger |\Phi\rangle = 0, \quad (3.24b)$$

のいずれかの条件が成立すればいい。このようにした結果

$$[H, P^\mu a_\mu] |\Phi\rangle = 0, \quad (3.25a)$$

または

$$[H, P^\mu a_\mu^\dagger]|\Phi\rangle = 0, \quad (3.25b)$$

であり、いずれの場合も拘束条件の代数は閉じており、確かにゼロ質量の条件のようなものは導かれない。これは量子電気力学の Gupta-Bleuler 形式に似た取り扱いを補助条件に対して行ったというわけである。どちらの補助条件を用いるかは第ゼロ成分目の扱いによる。実は、このような非局所場を考えると、因果律とユニタリ性が破れてしまう恐れがあるが、補助条件の存在はこれを防ぐためにある。以下においてそれぞれの第ゼロ成分目の定義の場合について、補助条件の役割はどういうものなのかを具体的に調べる。

$$1) \quad a_0|0\rangle = 0$$

もし、第ゼロ成分目の真空状態を

$$a_0|0\rangle = 0 \quad (3.26)$$

で定義したとする。この場合量子化  $[a_0, a_0^\dagger] = -1$  から

$$\|a_0^\dagger|0\rangle\|^2 = -1 \quad (3.27)$$

となる。一般に

$$|n_0\rangle = \frac{1}{\sqrt{n_0!}}(a_0^\dagger)^{n_0}|0\rangle, \quad (3.28)$$

$$\langle n_0|n_0\rangle = (-1)^{n_0}, \quad (3.29)$$

であり、第ゼロ成分の励起状態からは負ノルムの状態が生じてしまう。これは状態空間が不定計量になっていることを意味している。この時  $-a_0^\dagger a_0$  の固有値は負であり、そのため  $M^2$  の固有値は常に負になることが分かる。ところで今とっている計量では  $P^2 < 0$  は時間的である。従って波動方程式より  $P^\mu$  の固有値は時間的であることが保障され、因果律の問題はない。しかし、負ノルムの状態の発生からユニタリ性は破れている可能性がある。そこで  $P^\mu a_\mu|\Phi\rangle = 0$  の形の補助条件 (3.24a) をとったとする。こうすると重心運動の静止系において

$$P^0 a_0|\Phi\rangle = 0 \quad (3.30)$$

となる。これは任意の  $|\Phi\rangle$  において相対運動の第ゼロ成分が励起状態を含んでいないことを意味している。あるいはこれは第ゼロ成分の励起を防ぐ条件になっており、従ってゴー

スト状態の発生を防ぐ条件であり，この条件によりユニタリ性の問題は防がれる。

$$2) \ a_0^\dagger |0\rangle = 0$$

次に第ゼロ成分目の真空状態を

$$a_0^\dagger |0\rangle = 0 \quad (3.31)$$

で定義したとする。この場合は

$$\|a_0^\dagger |0\rangle\|^2 = 1 \quad (3.32)$$

であり，ユニタリ性の問題はない。一般に

$$|n_0\rangle = \frac{1}{\sqrt{n_0!}} (a_0)^{n_0} |0\rangle, \quad (3.33)$$

$$\langle n_0 | n_0 \rangle = 1, \quad (3.34)$$

である。しかし質量演算子は

$$\begin{aligned} M^2 &= - \left( \frac{1}{\alpha'} a^\dagger \cdot a + m_0^2 \right) \\ &= - \frac{1}{\alpha'} \left( a_0^\dagger \cdot a_0 + a_i^\dagger \cdot a_i \right) - m_0^2 \\ &= - \frac{1}{\alpha'} \left( -a_0 \cdot a_0^\dagger - 1 + a_i^\dagger \cdot a_i \right) - m_0^2 \end{aligned} \quad (3.35)$$

である。今の場合  $a_0 a_0^\dagger$  の固有値は  $n_0$  であり，従って質量演算子は

$$M^2 = \underbrace{\frac{1}{\alpha'} (a_0 \cdot a_0^\dagger + 1)}_{>0} - \underbrace{\left( \frac{1}{\alpha'} a_i^\dagger \cdot a_i + m_0^2 \right)}_{<0} \quad (3.36)$$

であり，時間的・空間的なもの両方の解が含まれてしまい，空間的であった場合因果律が破れてしまう。この場合は補助条件として (3.24b) の  $P^\mu a_\mu^\dagger |\Phi\rangle = 0$  というものをとる。すると，先ず時間的であった場合，静止系で考えてみると  $P^0 a_0^\dagger |\Phi\rangle = 0$  となり，これは第ゼロ成分の励起状態の存在を防ぐ条件になっている。次に空間的であった場合， $P^0 = 0$  という系を考えてみると， $P^i a_i^\dagger |\Phi\rangle = 0$  という条件が得られる。これは具体的に書くと

$$\begin{aligned} P^i a_i^\dagger |\Phi\rangle &= P^i \cdot \left[ \frac{1}{\sqrt{2\kappa}} (-i\bar{p}_i + \kappa\bar{x}_i) \right] |\Phi\rangle \\ &= P^i \cdot \left[ \frac{1}{\sqrt{2\kappa}} \left( -\frac{\partial}{\partial \bar{x}^i} + \kappa\bar{x}_i \right) \right] |\Phi\rangle = 0 \end{aligned} \quad (3.37)$$

であり，これから

$$|\Phi\rangle \propto e^{\frac{\kappa}{2}\bar{x}_i^2} \quad (3.38)$$

となる。これは相対座標  $\bar{x}$  を実数とする範囲において規格化できる状態が存在しないことを意味しており，従って空間的な場合，解は存在できないことになる。結果としてこの条件により，時間的な場合にはゼロ成分目の励起状態が取り除かれ，また空間的な場合には  $\bar{x}$  を実数とする範囲において，規格化できる解が存在しないことになる。ただしこの場合には， $M^2 = 0$  という状態が発生し得り，この可能性は補助条件からは取り除けない。そこで  $M^2 = 0$  という状態が起きないように  $M^2$  を調節する必要がある。

これらをまとめると

真空	$a_0 0\rangle = 0$	$a_0^\dagger 0\rangle = 0$
補助条件	$P^\mu a_\mu \Phi\rangle = 0$	$P^\mu a_\mu^\dagger \Phi\rangle = 0$

表 1 第ゼロ成分目の真空の定義と補助条件

である [26]。従って (3.24a) , (3.24b) どちらの補助条件をとるのはゼロ成分目の真空の定義により，補助条件はそこでの非物理的な状態の発生を防ぐ役割がある。本研究においては，以降 (3.24a) の方をとることにする。

## 4 Bi-local 場模型 (曲がった時空)

次に, 曲がった時空に bi-local 場模型を埋め込むことを考える。曲がった時空における相対論的二粒子系の作用を

$$S = \int d\tau \frac{1}{2} \sum_{i=1}^2 \left\{ g_{\mu\nu} \frac{\dot{x}_{(i)}^\mu \dot{x}_{(i)}^\nu}{e_{(i)}(\tau)} - V(x_{(1)}, x_{(2)}) e_{(i)}(\tau) \right\} \quad (4.1)$$

のように与える。Minkowski 時空の場合の作用に対して二箇所修正を行っている。一つは内積を一般計量によるものとした。もう一つは相互作用の部分である。相互作用はスカラー量であり, また二粒子の座標にも依らなければならない。すなわち bi-scalar 量である。また計量を Minkowski 時空にとったときには通常の bi-local 場模型の相互作用の形を再現してほしい。そのような条件を満たすもっとも簡単なものとして, DeWitt により与えられた測地的距離の 2 乗の  $\frac{1}{2}$  と呼ばれるべき量 [27]

$$\sigma(x_{(1)}, x_{(2)}) = \frac{\Delta_{21}}{2} \int_{\gamma, \sigma_1}^{\sigma_2} d\sigma g_{\mu\nu}(x) \frac{\partial x^\mu}{\partial \sigma} \frac{\partial x^\nu}{\partial \sigma}, \quad (\Delta_{21} = \sigma_2 - \sigma_1) \quad (4.2)$$

を用いて, 相互作用を

$$V(x_{(1)}, x_{(2)}) = 2\kappa^2 \sigma(x_{(1)}, x_{(2)}) + \omega \quad (4.3)$$

のようにおく。これは曲がった時空においては, 座標  $x_{(1)} = x(\sigma_1)$  と  $x_{(2)} = x(\sigma_2)$  の間の相互作用が, その間の測地線に沿って行われるとしたということである (図 5)。計量を Minkowski 時空に戻せば

$$V(x_{(1)}, x_{(2)}) = \kappa^2 \bar{x}^2 + \omega, \quad (g_{\mu\nu} \rightarrow \eta_{\mu\nu}), \quad (4.4)$$

となり, 共变的調和振動子の形に確かに戻る。 $\sigma(x_{(1)}, x_{(2)})$  は  $\sigma$  変換について不変でないように見えるが, これは  $\sigma_1, \sigma_2$  における境界条件を既に課したためである。また,  $\sigma(x_{(1)}, x_{(2)})$  は  $\tau$  を含んでおらず, このことから二粒子間の相互作用は同時刻に起こっているものとなっている。

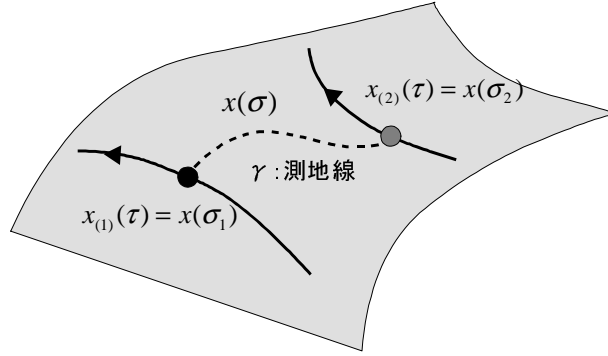


図 5 曲がった時空に埋め込まれた測地線  $\gamma$  に沿って  
相互作用する 2 粒子系

このようにして作られた作用を，衝撃波型背景時空に持ち込む。ここからは，計量  $g_{\mu\nu}$  は一般計量ではなく衝撃波型背景時空の計量であるとする。

そのようにとると  $\sigma(x_{(1)}, x_{(2)})$  は具体的には

$$\sigma(x_{(1)}, x_{(2)}) = \frac{\Delta_{21}}{2} \int_{\gamma, \sigma_1}^{\sigma_2} d\sigma \left\{ -2x^{+'}x^{-'} + f(x_{\perp})\delta(x^{-})(x^{-'})^2 + x_{\perp}'^2 \right\} \quad (4.5)$$

と書かれる。ここでプライム  $'$  はパラメータ  $\sigma$  での微分を意味している。また， $\kappa^{-1}$  は考えている bi-local 場模型の拡がりのおおよその大きさである。以下では  $\kappa \lesssim E_P$  程度であることを仮定する。これは，例えばハドロンの拡がりと比較して十分に小さいものであり，言い換えると，二粒子は非常に強く結合されているということである。

(4.5) 式の右辺から， $\sigma(x_{(1)}, x_{(2)})$  は  $\sigma$  についての微分のみを含んでおり，従って  $\sigma(x_{(1)}, x_{(2)})$  は  $\sigma$  についての関数であり， $\tau$  は定数として含んでいることが分かる。

ここで，(4.5) 式を  $x^+$  について変分すると  $x^-$  についての運動方程式

$$x^{-''} = 0 \quad (4.6)$$

が得られる。これより  $x^-$  は直線であることが分かる。すなわちこの解は

$$x^-(\sigma) = -\frac{\bar{x}^-}{\Delta_{21}}(\sigma - \sigma_1) + x_{(1)}^- \quad (4.7)$$

である。これを  $\sigma$  で微分すると

$$x^{-'} = -\frac{1}{\Delta_{21}}\bar{x}^- \quad (4.8)$$

が得られる。これを元の (4.5) 式に代入すると

$$\sigma(x_{(1)}, x_{(2)}) = -\bar{x}^+\bar{x}^- + \frac{\Delta_{21}}{2} \int_{\gamma, \sigma_1}^{\sigma_2} d\sigma \left\{ f(x_{\perp})\delta(x^{-})(x^{-'})^2 + x_{\perp}'^2 \right\} \quad (4.9)$$



となる。さらに、この右辺第二項を最小の量にすることを考える。 $x^-$  は  $\sigma$  の関数として既に求まっているので、これを行うためには  $x_\perp$  についての変分のみを考えれば十分である。この変分の結果  $x_\perp(\sigma)$  についての運動方程式として

$$x''_\perp = \frac{1}{2}(\partial_\perp f)_0 \delta(x^-)(x^-')^2 = -Q \left( \frac{x_\perp}{r^2} \right)_0 \delta(x^-)(x^-')^2 \quad (4.10)$$

が得られる。ここで  $(\dots)_0$  は  $x^-(\sigma_0) = 0$  となるような値  $\sigma = \sigma_0$  における値を採っているという意味である。これはただちに積分することができる。この際に規格化として  $x_\perp$  が

$$\int_{\gamma, \sigma_1}^{\sigma_2} d\sigma x'_\perp = -\bar{x}_\perp \quad (4.11)$$

を満たすように不定積分をすると、 $x_\perp(\sigma)'$  が

$$x_\perp(\sigma)' = -\frac{\bar{x}_\perp}{\Delta_{21}} + \frac{1}{2}(\partial_\perp f)_0 x^-' \{ \theta(x^-(\sigma)) - \langle \theta \rangle \} \quad (4.12)$$

と得られる。ここで

$$\langle \theta \rangle = \int_{\gamma, \sigma_1}^{\sigma_2} \frac{d\sigma'}{\Delta_{21}} \theta(x^-) \quad (4.13)$$

の意味である。 $x'^2_\perp$  は

$$x'^2_\perp = -\frac{1}{\Delta_{21}} x'_\perp \cdot \bar{x}_\perp + \frac{1}{2}(f')_0 x^-' (\theta - \langle \theta \rangle) + \frac{1}{2} \{ x'_\perp - (x'_\perp)_0 \} \cdot (\partial_\perp f)_0 x^-' (\theta - \langle \theta \rangle) \quad (4.14)$$

と求まる。(4.12) からはまた

$$x'_\perp - (x'_\perp)_0 = Q \left( \frac{x_\perp}{r^2} \right)_0 \frac{\bar{x}^-}{\Delta_{21}} \{ \theta(x^-) - \theta(0) \} \quad (4.15)$$

と書ける。これを用いると、区間  $[\sigma_1, \sigma_2]$  における  $x'^2_\perp$  の積分として

$$\frac{\Delta_{21}}{2} \int_{\gamma, \sigma_1}^{\sigma_2} d\sigma x'^2_\perp = \frac{1}{2} \bar{x}_\perp^2 - \frac{1}{2} \left( \frac{Q}{r} \right)_0^2 \bar{x}^- \int_{\gamma, \sigma_1}^{\sigma_2} d\sigma x^-' \theta(x^-) \{ \theta(x^-) - \langle \theta \rangle \} \simeq \frac{1}{2} \bar{x}_\perp^2 + O(Q^2) \quad (4.16)$$

と求まる。(4.16) の最後において、 $Q^2$  以下の微小量が無視した。これはプランクエネルギーの逆二乗以下の微小量が無視するということである。

一方で (4.9) 式右辺の  $\delta(x^-)$ -関数による項は,  $x_{(1)}^-$  と  $x_{(2)}^-$  の間に  $x^-(\sigma_0) = 0$  となる  $\sigma_0$  が存在するとすると

$$\frac{\Delta_{21}}{2} \int_{\gamma, \sigma_1}^{\sigma_2} d\sigma f(x_{\perp}) \delta(x^-) (x^{-'})^2 = -\frac{\bar{x}^-}{2} (f)_0 [\theta(x^-)]_1^2 \quad (4.17)$$

となる。ここで  $(f)_0$  は近似的に

$$(f)_0 \simeq f \left( X_{\perp} - \bar{x}_{\perp} \frac{X^-}{\bar{x}^-} \right) + O(Q^2) \quad (4.18)$$

と書くことができる。これは, 例えば  $x_{(1)}^- < 0$ ,  $0 < x_{(2)}^-$  とするとき区間  $[\sigma_1, \sigma_0]$  と区間  $[\sigma_0, \sigma_2]$  において  $x_{\perp}(\sigma_0)$  は

$$x_{\perp}(\sigma_0) = X_{\perp} + \frac{\bar{x}_{\perp}}{\Delta_{21}} \left( \frac{\sigma_1 + \sigma_2}{2} - \sigma_0 \right) - (\partial_{\perp} f)_0 \frac{x^{-'}}{\Delta_{21}} (\sigma_2 - \sigma_0)(\sigma_0 - \sigma_1) \quad (4.19)$$

と書かれる。また  $x^-(\sigma_0) = 0$  より

$$\frac{1}{\Delta_{21}} \left( \frac{\sigma_1 + \sigma_2}{2} - \sigma_0 \right) = -\frac{X^-}{\bar{x}^-} \quad (4.20)$$

が得られるので, 最終的に

$$x_{\perp}(\sigma_0) = X_{\perp} - \bar{x}_{\perp} \frac{X^-}{\bar{x}^-} + O(Q) \quad (4.21)$$

を得られることに困っている。

これらより相互作用  $V(x_{(1)}, x_{(2)})$  は

$$V(x_{(1)}, x_{(2)}) \simeq \kappa^2 (\bar{x}^2 - \bar{x}^- (f)_0 [\theta(x^-)]_1^2) + \omega \quad (4.22)$$

と求まる。但しここでも  $O(Q^2)$  以下の微小量を見捨てている。

## 5 時空の特異性を取り除く正準変換

Minkowski 時空での bi-local 場模型の時と同様に, (4.1) 式を  $e_{(i)}$  について変分することによって, 二つの拘束条件

$$\begin{aligned} H_i &\equiv g^{\mu\nu} p_{(i)\mu} p_{(i)\nu} + V \\ &= -2p_{(i)+} p_{(i)-} + p_{(i)\perp}^2 - f(x_{(i)\perp}) \delta(x_{(i)}^-) p_{(i)+}^2 + V = 0, \quad (i = 1, 2) \end{aligned} \quad (5.1)$$

を得る。ここで  $p_{(i)\mu}$  は

$$p_{(i)\mu} = \frac{\delta S}{\delta x_{(i)}^\mu} = \frac{1}{e_{(i)}} g_{\mu\nu} \dot{x}_{(i)}^\nu, \quad (i = 1, 2) \quad (5.2)$$

で定義される座標  $x_{(i)}^\mu$  に共役な運動量である。衝撃波型重力の計量が  $\delta$ -関数型の特異点を持っていたことに由来し, 導かれた拘束条件の中にも  $\delta$ -関数型の特異点が含まれている。そのままで問題は無いが, 後に摂動を行う事を考えるとこの特異点を取り除いておいた方が扱いやすい。この特異性は

$$U \equiv \exp \left[ -i \frac{1}{2} \left\{ \sum_{i=1}^2 f(x_{(i)\perp}) p_{(i)}^- \theta(x_{(i)}^-) \right\} \right] \quad (5.3)$$

による正準変換の演算子を用いて

$$\tilde{H}_i = U H_i U^\dagger, \quad (i = 1, 2) \quad (5.4)$$

とおくことにより取り除くことができる。  $U$  は  $x_{(i)}^-$  を通して時間に依存するため, 大域的な変換ではなく, 相互作用の一部を正準変換の演算子に移した意味を持ち,  $S$ -行列の計算においては自明でない役割を果たす。この変換で各変数は

$$U \begin{Bmatrix} p_{(i)}^+ \\ p_{(i)}^- \\ p_{(i)\perp} \end{Bmatrix} U^\dagger = \begin{Bmatrix} \tilde{p}_{(i)}^+ \\ \tilde{p}_{(i)}^- \\ \tilde{p}_{(i)\perp} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} p_{(i)}^+ - \frac{1}{2} f(x_{(i)\perp}) \delta(x_{(i)}^-) p_{(i)}^- \\ p_{(i)}^- \\ p_{(i)\perp} - A(x_{(i)\perp}) \theta(x_{(i)}^-) p_{(i)}^- \end{Bmatrix}, \quad (5.5)$$

$$U \begin{Bmatrix} x_{(i)}^- \\ x_{(i)}^+ \\ x_{(i)\perp} \end{Bmatrix} U^\dagger = \begin{Bmatrix} \tilde{x}_{(i)}^- \\ \tilde{x}_{(i)}^+ \\ \tilde{x}_{(i)\perp} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} x_{(i)}^- \\ x_{(i)}^+ + \frac{1}{2} f(x_{(i)\perp}) \theta(x_{(i)}^-) \\ x_{(i)\perp} \end{Bmatrix}, \quad (5.6)$$

と変換される。ただしここで  $A(x_\perp)$  は

$$A(x_\perp) = -\frac{1}{2} (\partial_\perp f(x_\perp)) = Q \frac{x_\perp}{r^2} \quad (5.7)$$

である。拘束条件 (5.4) を  $\tilde{H} = 4(\tilde{H}_1 + \tilde{H}_2)$ ,  $\tilde{T} = \tilde{H}_1 - \tilde{H}_2$  と書き換えると,

$$\begin{aligned}\tilde{H} &= 4 \left( \frac{1}{2} \sum_{i=1}^2 \{-2p^+ p^- + (p_\perp - A\theta p^-)^2\}_{(i)} + \tilde{V} \right) \\ &= \left\{ P^2 + 4(\bar{p}^2 + \tilde{V}) \right\} + 2 \sum_{i=1}^2 (-\{p_\perp, A\} + A^2 p^-)_{(i)} (\theta p^-)_{(i)},\end{aligned}\quad (5.8a)$$

$$\begin{aligned}\tilde{T} &= \sum_{i=1}^2 (-1)^{i-1} \{-2p^+ p^- + (p_\perp - A\theta p^-)^2\}_{(i)} \\ &= 2P \cdot \bar{p} + \sum_{i=1}^2 (-1)^{i-1} (-\{p_\perp, A\} + A^2 p^-)_{(i)} (\theta p^-)_{(i)},\end{aligned}\quad (5.8b)$$

を得る。ここで相互作用  $\tilde{V}$  は

$$\begin{aligned}\tilde{V} &= V(x_{(i)}^-, \tilde{x}_{(i)}^+, x_{\perp(i)}) = \kappa^2 (\bar{x}^2 - \bar{x}^- [\{(f)_0 - f\} \cdot \theta]_1^2) + \omega \\ &\simeq \kappa^2 \bar{x}^2 + \omega\end{aligned}\quad (5.9)$$

である。(5.9) の最後の部分で,  $(f)_0 - f \propto Q$  また  $[\theta]_1^2 \propto \kappa^{-1}$  であることから,  $[\{(f)_0 - f\} \cdot \theta]_1^2$  は  $Q$  の高次の項であると見なして無視をした。また差分項である  $\sum_{i=1}^2 (-1)^{i-1} (\{p_\perp, A\} \theta p^-)_{(i)}$  は,  $\frac{1}{2} [\theta]_1^2 \sum_i (\{p_\perp, A\} p^-)_{(i)}$  と  $\frac{1}{2} (\sum_i \theta_{(i)}) [\{p_\perp, A\} p^-]_1^2$  という項になるが, 何れも  $Q$  の高次の項であるため同様の理由により無視する。結果として拘束条件  $\tilde{H}$ ,  $\tilde{T}$  は  $A^2 (\propto Q^2)$ , また  $\kappa^{-1} Q$  以下の微小量は無視するという精度において

$$\tilde{H} = P^2 + 4(\bar{p}^2 + \kappa^2 \bar{x}^2) + \omega + \Delta M^2, \quad (5.10)$$

$$\tilde{T} = P \cdot \bar{p}, \quad (5.11)$$

となる。ここで  $\Delta M^2$  は

$$\Delta M^2 = -2 \sum_{i=1}^2 (\{p_\perp, A\} \theta p^-)_{(i)} \quad (5.12)$$

である。

さて,  $q$ -数の理論においては拘束条件はそれぞれ, 波動方程式  $\tilde{H}|\tilde{\Phi}\rangle = 0$  と補助条件  $\langle \tilde{\Phi} | \tilde{T} | \tilde{\Phi} \rangle = 0$  と解釈する。ここでも通常の Minkowski 時空のときのように, 期待値の意味で補助条件を扱うこととする。また, ここでも相対自由度の部分については演算子法で

記述することにすれば，波動方程式と補助条件はそれぞれ

$$(P^2 + \alpha'^{-1} a^\dagger \cdot a + m^2 + \Delta M^2) |\tilde{\Phi}\rangle = 0, \quad (5.13a)$$

$$\hat{P} \cdot a |\tilde{\Phi}\rangle = 0, \quad \left( \hat{P}^\mu = \frac{P^\mu}{\sqrt{-P^2}} \right), \quad (5.13b)$$

のように表せる。ここで Minkowski 時空の場合と同様に， $\alpha' = \frac{1}{8\kappa}$ ， $m_0^2 = 4\omega + 16\kappa$  である。

$\Delta M^2 = 0$  としてしまう場合には，この方程式 (5.13a)，(5.13b) は自由状態の場合の bi-local 場模型と同じ形となり，両式は両立する。一方で  $\Delta M^2 \neq 0$  であった場合には二式はそのままでは両立しない。このような場合，一般にはこの  $\Delta M^2$  の部分をこの両立性を崩さないような物理的状态へと射影するという操作が行われる [29]。射影する方法としては，一つは補助条件を満たすような物理的状态への射影演算子  $I$  を用意した時 (但し  $I^2 = I$ )， $I\Delta M^2 I = [\Delta M^2]I$  を満たすようなものとして定義される。もう一つの方法としては  $\Delta M^2$  の中の座標  $x_{(i)}^\mu$  を射影するというやり方がある。この場合には，例えば

$$[L] = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} d\theta e^{i\theta N} L e^{-i\theta N}, \quad \left( N = (\hat{P} \cdot a^\dagger)(\hat{P} \cdot a) \right), \quad (5.14)$$

$$I = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} e^{i\theta N} d\theta, \quad (5.15)$$

という操作を用いて

$$[x_{(i)}^\mu] = \left( X^\mu + \frac{P_\nu S^{\nu\mu}}{P^2} \right) + (-1)^{i-1} \left( \eta^{\nu\mu} - \frac{P^\mu P^\nu}{P^2} \right) \bar{x}_\nu, \quad \left( S^{\nu\mu} = i a^{\dagger[\nu} a^{\mu]} \right) \quad (5.16)$$

などと計算される。

## 6 衝撃波型背景時空での bi-local 場模型の散乱振幅

衝撃波型重力下で bi-local 場模型の散乱問題は，波動方程式 (5.13a) により取り扱うことが出来る。その際のより便利な方法は， $T^- = X^-$  というように光的時間と，その共役運動量である  $P^+ = i\frac{\partial}{\partial T^-}$  を用いることである。このような表示の下，波動方程式 (5.13a) は

$$i\frac{\partial}{\partial T^-}|\tilde{\Phi}(T^-)\rangle = \frac{1}{2\alpha'P^-}\{\alpha'(P_\perp^2 + m_0^2) + a^\dagger \cdot a + \alpha'[\Delta M^2]\}|\tilde{\Phi}(T^-)\rangle \quad (6.1)$$

$$= (\tilde{H}_0 + \Delta\tilde{H})|\tilde{\Phi}(T^-)\rangle \quad (6.2)$$

と Schrödinger 型の方程式に表せる。ここで

$$\tilde{H}_0 = \frac{1}{2\alpha'P^-}\{\alpha'(P_\perp^2 + m_0^2) + a^\dagger \cdot a\}, \quad (6.3)$$

$$\Delta\tilde{H} = \frac{1}{2P^-}[\Delta M^2], \quad (6.4)$$

である。ここで  $[\dots]$  は，(5.14) 式による物理的状態への射影を表す。ここから先ず， $S$ -行列を計算することを考える。

この散乱過程において， $\left|\frac{\bar{p}^-}{P^-}\right| \simeq 0$  となるような状況を考えてみる。このとき  $p_{(i)}^- \simeq \frac{1}{2}P^-$  と近似してしまう。さらに  $\theta_{(i)} = \theta(x_{(i)}^-) \simeq \theta(X^-)$ ， $[\theta]_1^2 \sim \kappa^{-1}$  などの近似も行える。 $\{p_\perp, A\} = -\frac{i}{2}[p_\perp^2, f]$  であることに注意すれば，この様な近似の下で  $\Delta\tilde{H}$  は

$$\Delta\tilde{H} = -\frac{1}{2}\left[\sum_i\{p_\perp, A\}_{(i)}\right]\theta(X^-) = \frac{i}{2}[\tilde{H}_0, f_{12}]P^-\theta(X^-) \quad (6.5)$$

と表せる。但しここで

$$f_{12} = \sum_{i=1}^2 f_i = 2f_0 - 2Q \log\left(\frac{r_1 r_2}{r_0^2}\right) \quad (6.6)$$

である。この様な設定の下， $\{\tilde{\Phi}\}$  空間における時刻  $T_1^-$  から  $T_2^-$  への“時間遷移演算子”(あるいは  $U$ -行列) は形式的に

$$\hat{T} \exp\left\{-i\int_{T_1^-}^{T_2^-} dT^-(\tilde{H}_0 + \Delta\tilde{H})\right\} \quad (6.7)$$

のように求められる。ここで  $\hat{T}$  は時間順序演算子であり、 $\Delta M^2$  が  $X^-$  依存性を持つために必要となるもので、指数の肩にある  $T^-$  に効いている。これから  $\{\Phi = U^\dagger \tilde{\Phi}\}$  空間における  $S$ -行列が

$$S = \lim_{\substack{T_2^- \rightarrow +\infty \\ T_1^- \rightarrow -\infty}} e^{iT_2^- H_0} U_2^\dagger e^{-iT_2^- \tilde{H}_0} \left( \hat{T} e^{-i \int_{T_1^-}^{T_2^-} dT^- (\Delta \tilde{H})_D} \right) e^{iT_1^- \tilde{H}_0} U_1 e^{-iT_1^- H_0} \quad (6.8)$$

$$= \lim_{\substack{T_2^- \rightarrow +\infty \\ T_1^- \rightarrow -\infty}} U_2^\dagger \left( \hat{T} e^{-i \int_{T_1^-}^{T_2^-} dT^- (\Delta \tilde{H})_D} \right) U_1 \quad (6.9)$$

と求められる。ここで  $U$  の添え字 1, 2 は、それぞれ正準変換の演算子 (5.3) 式において  $X^- = T_1^-, T_2^-$  としたという意味である。また

$$(\Delta \tilde{H})_D = e^{i\tilde{H}_0 T^-} \Delta \tilde{H} e^{-i\tilde{H}_0 T^-} \quad (6.10)$$

であり、添え字 D はこれが Dirac 表示 (相互作用表示) の形であることを表している。さて、 $[P^-, S] = 0$  であることに注意すれば、 $\langle \Phi_b | S - 1 | \Phi_a \rangle \propto \delta(P_b^- - P_a^-)$  となることが分かる。そのため状態  $|\Phi_i\rangle = |\phi_i(\bar{x})\rangle \otimes |P_{\perp i}\rangle \otimes |P_i^-\rangle$ , ( $i = a, b$ ) の間において、遷移行列  $T_{ba}$  は

$$\langle \Phi_b | S | \Phi_a \rangle = \langle \Phi_b | \Phi_a \rangle + 2\pi i \delta(P_b^- - P_a^-) T_{ba} \quad (6.11)$$

と定義できる。ここで重心運動の状態については  $P$ -表示をとり相対運動の状態については  $|\phi_i(\bar{x})\rangle$  と書いた。

時刻  $T_1^-, T_2^-$  についての極限  $T_1^- \rightarrow -\infty, T_2^- \rightarrow +\infty$  において、 $U_1 \rightarrow 1$  ( $T_1^- \sim -\infty$ )、また  $U_2 \rightarrow e^{-\frac{i}{2} \sum_i (f p^-)_i}$  ( $T_2^- \sim +\infty$ ) となる事に注意すると、 $T$ -行列は

$$T_{ba} = -\frac{i}{2\pi} \langle P_{\perp b} | \otimes \langle \phi_b | \left[ U_2^\dagger \left( T e^{-i \int_{T_1^-}^{T_2^-} dT^- (\Delta \tilde{H})_D} \right) U_1 \right] | \phi_a \rangle \otimes | \Phi_{\perp a} \rangle \quad (6.12)$$

と求まる。ここで  $U_2^\dagger$  を具体的に書くと

$$U_2^\dagger = e^{\frac{i}{2} P^- \left\{ f_0 - Q \log \left( \frac{r_1 r_2}{r_0^2} \right) \right\}} e^{-i Q \bar{p}^- \log \left( \frac{r_1}{r_2} \right)}, \quad (6.13)$$

$$r_i = \sqrt{\left( X_{\perp} + (-1)^{i-1} \frac{1}{2} \bar{x}_{\perp} \right)^2}, \quad (i = 1, 2) \quad (6.14)$$

と表される。 $T_{ba}$  の具体形は  $(\Delta \tilde{H})_D$  についての摂動論から求められる。注意すべきは、(6.13) 式を  $T_{ba} = T_{ba}^{(0)} + T_{ba}^{(1)} + T_{ba}^{(2)} + \dots$  のように書いた時、正準変換の演算子  $U_i$  の

中にも相互作用の一部が含まれているために、 $T_{ba}^{(0)}$  にも相互作用の効果が現れるということである。ここで  $T^{(n)} \sim O((\Delta\tilde{H})^n)$  の意味である。そこでここでは  $T_{ba}^{(0)}$  について評価をすることにする。これを具体的に行う為には、状態を具体的に決めなければならない。そこで、重心運動の状態については  $P$ -表示をとり、相対運動の状態  $|\phi_i(\bar{x})\rangle$  については以下の [1] ~ [3] を代表として  $T$ -行列を計算する。

考える状態は、[1]  $|\phi_a\rangle, |\phi_b\rangle$  共に振動子の基底状態の場合、[2]  $|\phi_a\rangle =$  光的振動子の励起状態、 $|\phi_b\rangle =$  基底状態の場合、[3]  $|\phi_a\rangle =$  基底状態、 $|\phi_b\rangle = \bar{x}_\perp$  の固有状態の場合の 3通りである。

### [1] 基底状態間での遷移

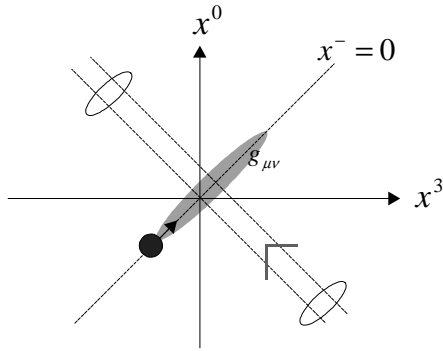


図 6 基底状態間での遷移

相対運動の始状態と終状態が、共に基底状態である場合 (図 6)

$$\begin{aligned} |\phi_a\rangle &= |0_-\rangle \otimes |0_\perp\rangle, \\ |\phi_b\rangle &= |\bar{0}_-\rangle \otimes |0_\perp\rangle, \end{aligned} \quad (6.15)$$

について考える。ここで  $|0_\perp\rangle$  は

$$a_\perp |0_\perp\rangle = 0, \quad \langle 0_\perp | 0_\perp \rangle = 1, \quad (6.16)$$

のように定義される。また  $|0_-\rangle, |\bar{0}_-\rangle$  は

$$\begin{aligned} a^- |0_-\rangle &= a^{-\dagger} |0_-\rangle = 0, \\ \langle \bar{0}_- | a^+ &= \langle \bar{0}_- | a^{+\dagger} = 0, \\ \langle \bar{0}_- | 0_-\rangle &= 1, \end{aligned} \quad (6.17)$$

と定義される。この場合

$$\bar{x}^- |0_-\rangle = \bar{p}^- |0_-\rangle = 0 \quad (6.18)$$

となるので (6.13) 式は

$$T_{ba}^{(0)} = \frac{e^{\frac{i}{2} f_0 P_a^-}}{2\pi i} \int \frac{d^2 X_\perp}{(2\pi)^2} e^{-i(P_{\perp b} - P_{\perp a}) \cdot X_\perp} \langle 0_\perp | e^{-\frac{i}{2} P_a^- Q \log\left(\frac{r_1 r_2}{r_0^2}\right)} | 0_\perp \rangle \quad (6.19)$$

のようになる。ただし  $P_{\perp b} \neq P_{\perp a}$  であり、また

$$\langle X_\perp | P_\perp \rangle = \frac{e^{i P_\perp \cdot X_\perp}}{2\pi} \quad (6.20)$$



であることを使った。ここで (6.19) 式の右辺において  $r_1, r_2$  の中の  $X_\perp$  は既に  $c$ -数であることに注意すれば

$$\langle 0_\perp | e^{-\frac{i}{2} P_a^- Q \log\left(\frac{r_1 r_2}{r_0^2}\right)} | 0_\perp \rangle = e^{-\frac{i}{2} P_a^- Q \log\left(\frac{X_\perp^2}{r_0^2}\right)} \left[ 1 - i\pi\alpha' P_a^- Q \delta^{(2)}(X_\perp) + \dots \right] \quad (6.21)$$

と展開できる (付録 D)。この展開の第二項の効果を評価するためには,  $\log\left(\frac{X_\perp^2}{r_0^2}\right)$  の部分について何らかの正則化が必要である。この項は結果として,  $O(\alpha' P^- Q)$  程度の大きさの補正を (6.19) 式において生じる。これが束縛状態の構造から, あるいは bi-local 場模型の非局所性からくる補正である。また bi-local 場模型を点粒子に戻してしまうような極限である zero slope 極限 ( $\alpha' \rightarrow 0$ ) をとると, (6.19) 式は

$$\lim_{\alpha' \rightarrow 0} T_{ba}^{(0)} = \frac{e^{\frac{i}{2} f_0 P_a^- r_0^2} \pi \Gamma(1 - \frac{i}{2} P_a^- Q)}{(2\pi)^3 i \Gamma(\frac{i}{2} P_a^- Q)} \left\{ \frac{4}{r_0^2 (P_{\perp b} - P_{\perp a})^2} \right\}^{1 - \frac{i}{2} P_a^- Q} \quad (6.22)$$

となる。但しここで次の公式

$$\int d^2 X_\perp e^{i\Delta P_\perp \cdot X_\perp - iB \log\left(\frac{X_\perp^2}{r_0^2}\right)} = r_0^2 \frac{\pi \Gamma(1 - iB)}{\Gamma(iB)} \left( \frac{4}{r_0^2 \Delta P_\perp^2} \right)^{1 - iB} \quad (6.23)$$

を用いた。

この結果は  $e^{\frac{i}{2} f_0 P_a^-}$  という因子を除いて 't Hooft によって得られていた衝撃波型重力の下での点粒子の遷移振幅に一致している [3]。ここで  $f_0$  は,  $f = f(x_\perp)$  から  $f_0 = f(r_0)$  と定められる定数であった。これから, 't Hooft が与えた点粒子の場合の振幅とは, ここで用いた正準変換の演算子 (5.3) 式に起因するものであるとすることができる。

次に  $T_{ba}^{(1)}$  を計算することを考える。(6.5) 式は  $f_{12}$  を  $f_{12} \rightarrow f_{12} e^{-\epsilon T^-}$ , ( $\epsilon = +0$ ) のように置き換えたとき

$$-i \int_{T_1^-}^{T_2^-} dT^- (\Delta \tilde{H})_D = -\frac{i}{2} \int_{T_1^-}^{T_2^-} dT^- \frac{d}{dT^-} (f_{12})_D P^- \theta(T^-) = \frac{i}{2} f_{12} P^- \quad (6.24)$$

と書くことができる。これを用いると  $T_{ba}^{(1)}$  は

$$\begin{aligned} T_{ba}^{(1)} &= \frac{1}{2(2\pi)} \langle P_{\perp b} | \otimes \langle 0_\perp | U_2^\dagger f_{12} P_a^- | 0_\perp \rangle \otimes | P_{\perp a} \rangle \\ &= \frac{e^{\frac{i}{2} f_0 P_a^- r_0^2}}{2\pi} \int \frac{d^2 X_\perp}{(2\pi)^2} e^{-i(P_{\perp b} - P_{\perp a}) \cdot X_\perp} \langle 0_\perp | e^{-\frac{i}{2} P_a^- Q \log\left(\frac{r_1 r_2}{r_0^2}\right)} \left\{ f_0 - Q \log\left(\frac{r_1 r_2}{r_0^2}\right) \right\} | 0_\perp \rangle \\ &= i f_0 P_a^- T^{(0)} + 2i P_a^- e^{\frac{i}{2} f_0 P_a^-} \frac{\partial}{\partial P_a^-} \left( e^{-\frac{i}{2} f_0 P_a^-} T^{(0)} \right) \end{aligned} \quad (6.25)$$

のように  $T_{ba}^{(0)}$  を用いて書くことができる。

また,  $S$ -行列のユニタリ性は補助条件の扱いに関わるが, これを仮定して光学定理を用いると, 基底状態にある粒子の全断面積は

$$\sigma_{\text{TOT}}(a) = \frac{2}{\text{Flux}} \text{Im} \int \frac{d^2 X_{\perp}}{(2\pi)^3 i} \times \left[ e^{\frac{i}{2} P^- f_0} \langle 0 | e^{-\frac{i}{2} P^- Q \log\left(\frac{r_1 r_2}{r_0^2}\right)} | 0 \rangle - 1 \right] \quad (6.26)$$

と求まる。ここで  $r_i$  は (6.14) 式と同じである。

## 2 コヒーレント状態と基底状態間での遷移

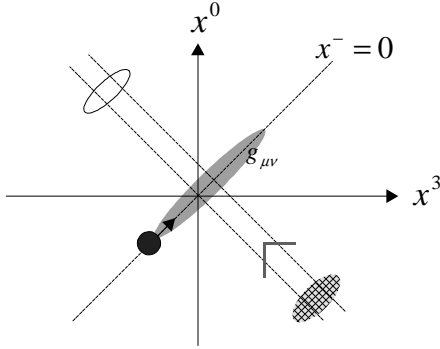


図 7 コヒーレント状態と基底状態間での遷移

次の場合として相対自由度の状態が

$$\begin{aligned} |\phi_a\rangle &= |z_a, \bar{z}_a\rangle \otimes |0_{\perp}\rangle, \\ |\phi_b\rangle &= |\bar{0}_{-}\rangle \otimes |0_{\perp}\rangle, \\ z_a &= \sqrt{\frac{\kappa}{2}} \bar{x}_a^- + \frac{i}{\sqrt{2\kappa}} \bar{p}_a^-, \\ \bar{z}_a &= z_a^* = \sqrt{\frac{\kappa}{2}} \bar{x}_a^- - \frac{i}{\sqrt{2\kappa}} \bar{p}_a^-, \end{aligned} \quad (6.27)$$

である場合について考えてみる (図 7)。ここで  $|z, \bar{z}\rangle$  は  $(\bar{x}^-, \bar{p}^-)$  の固有状態であり, その固有値は  $(\bar{x}_a^-, \bar{p}_a^-)$  である。

$|z, \bar{z}\rangle$  はまたコヒーレント状態にもなっており

$$|z, \bar{z}\rangle = e^{-za^{+\dagger} + \bar{z}a^+} |0_{-}\rangle \quad (6.28)$$

のような形である。これは

$$\begin{aligned} a^- |z, \bar{z}\rangle &= z |z, \bar{z}\rangle, \\ a^{-\dagger} |z, \bar{z}\rangle &= \bar{z} |z, \bar{z}\rangle, \end{aligned} \quad (6.29)$$

を満たす。これから直接

$$\begin{aligned} \bar{x}_a^- |z_a, \bar{z}_a\rangle &= \frac{1}{\sqrt{2\kappa}} (a^{-\dagger} + a^-) |z_a, \bar{z}_a\rangle \\ &= \frac{1}{\sqrt{2\kappa}} (\bar{z}_a + z_a) |z_a, \bar{z}_a\rangle \\ &= \bar{x}_a^- |z_a, \bar{z}_a\rangle, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\bar{p}^- |z_a, \bar{z}_a\rangle &= i\sqrt{\frac{\kappa}{2}} (a^{-\dagger} - a^-) |z_a, \bar{z}_a\rangle \\
&= i\sqrt{\frac{\kappa}{2}} (\bar{z}_a - z_a) |z_a, \bar{z}_a\rangle \\
&= \bar{p}_a^- |z_a, \bar{z}_a\rangle,
\end{aligned}$$

と  $|z_a, \bar{z}_a\rangle$  が  $(\bar{x}^-, \bar{p}^-)$  の固有状態であることが確認できる。また  $|z, \bar{z}\rangle$  の共役表現は

$$\langle z, \bar{z}| = \langle \bar{0}_- | e^{-z^* a^- + \bar{z}^* a^{-\dagger}} \quad (6.30)$$

である。この様な表現の下で単位演算子  $I$  は

$$I = \int \frac{d^2 z}{\pi} e^{-|z|^2} \int \frac{d^2 \bar{z}}{\pi} e^{-|\bar{z}|^2} |z, \bar{z}\rangle \langle -z, -\bar{z}| \quad (6.31)$$

と書ける。

bi-local 場模型は異なる時刻  $x_{(i)}^-$ , ( $i = 1, 2$ ) と運動量  $p_{(i)}^-$ , ( $i = 1, 2$ ) の二粒子からなる。 $|T_a^-| \sim \infty$  の極限の下で  $\bar{x}_a^-$  の効果は消えてしまうため, ここで  $\bar{x}_a^- = 0$  ととってしまうても一般性を失うことはない。この下で (6.13) 式は

$$\begin{aligned}
T_{ba}^{(0)} &= \frac{e^{\frac{i}{2} f_0 P_a^-}}{2\pi i} \langle P_{\perp b} | \otimes \langle \bar{0}_- | e^{-\frac{i}{2} P_a^- Q \log\left(\frac{r_1 r_2}{r_0^2}\right)} e^{-i Q \bar{p}^- \log\left(\frac{r_1}{r_2}\right)} |z_a, \bar{z}_a\rangle \otimes |P_{\perp a}\rangle \\
&= \frac{e^{\frac{i}{2} f_0 P_a^-}}{2\pi i} \int \frac{d^2 X_{\perp}}{(2\pi)^2} e^{-i \Delta P_{\perp} \cdot X_{\perp}} \langle 0_{\perp} | e^{Q \bar{p}^- \log\left(\frac{r_1}{r_2}\right)} e^{-\frac{i}{2} P_a^- Q \log\left(\frac{r_1 r_2}{r_0^2}\right)} |0_{\perp}\rangle \\
&= \frac{e^{\frac{i}{2} f_0 P_a^-}}{2\pi i} \int \frac{d^2 X_{\perp}}{(2\pi)^2} e^{-i \Delta P_{\perp} \cdot X_{\perp}} e^{-\frac{i}{2} P_a^- Q \log\left(\frac{X_{\perp}^2}{r_0^2}\right)} \\
&\quad \times \left[ 1 - i\pi \alpha' P_a^- Q \delta^{(2)}(X_{\perp}) + 2\alpha' \frac{(Q \bar{p}_a^-)^2}{X_{\perp}^2} + \dots \right] \quad (6.32)
\end{aligned}$$

となる。(6.32) 式の形から分かるように,  $\boxed{1}$  の場合と異なり,  $O(\alpha' P_a^- Q)$  程度の補正項の他に  $O(\alpha' (Q \bar{p}_a^-)^2)$  の程度の補正項がある。一見したところ, この第三項は無視できる大きさに思える。しかし  $|\bar{p}_a^-| \gtrsim Q^{-\frac{1}{2}}$  となるような場合においては, この項は第二項と競合するような大きさとなる。この場合も  $\boxed{1}$  の場合と同様に (6.25) を用いることによって, (6.32) から  $T_{ba}^{(1)}$  を求めることができる。また (6.32) 式において  $|\phi_a\rangle$  を  $|\phi_b\rangle$  へと置き換えたものは,  $\bar{p}_a^- \rightarrow \bar{p}_b^-$  とすれば容易に得られる。

### 3 基底状態と $\bar{x}_\perp$ の固有状態の重ね合わせの間での遷移

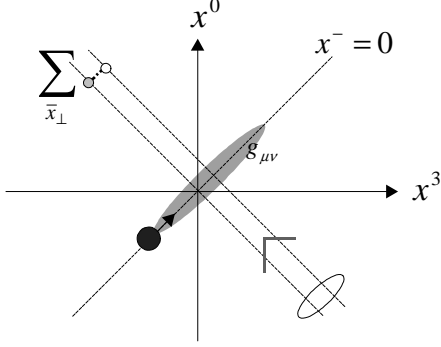


図 8 基底状態と  $\bar{x}_\perp$  の固有状態の重ね合わせの間での遷移

最後に相対自由度の状態が

$$\begin{aligned} |\phi_a\rangle &= |0\rangle \otimes |0_\perp\rangle, \\ |\phi_b\rangle &= |\bar{0}\rangle \otimes |\bar{x}_\perp b\rangle, \end{aligned} \quad (6.33)$$

となっている場合について考える (図 8)。

ここで  $|\bar{x}_\perp b\rangle$  は  $\bar{x}_\perp$  の固有状態であり、

$$\begin{aligned} \bar{x}_\perp |\bar{x}_\perp b\rangle &= \bar{x}_\perp b |\bar{x}_\perp b\rangle, \\ \langle \bar{x}_\perp b | \bar{x}_\perp c \rangle &= \delta^{(2)}(\bar{x}_\perp b - \bar{x}_\perp c), \end{aligned} \quad (6.34)$$

を満たす。具体的には  $|\bar{x}_\perp b\rangle$  は

$$|\bar{x}_\perp b\rangle = \sqrt{\frac{\kappa}{\pi}} e^{-\frac{1}{2}\kappa\bar{x}_\perp^2} e^{-\frac{1}{2}a_\perp^{\dagger 2} + \bar{x}_\perp b \sqrt{2\kappa} a_\perp^\dagger} |0_\perp\rangle \quad (6.35)$$

と書ける。このとき  $T_{ba}^{(0)}$  は

$$\begin{aligned} T_{ba}^{(0)} &= e^{\frac{i}{2}f_0 P_a^-} \int \frac{d^2 X_\perp}{2\pi i} \frac{e^{-\frac{i}{2}\Delta_{ba} P_\perp \cdot X_\perp}}{(2\pi)^2} \langle \bar{x}_\perp b | e^{-\frac{i}{2}P_a^- Q \log\left(\frac{r_1 r_2}{r_0^2}\right)} |0_\perp\rangle \\ &= e^{\frac{i}{2}f_0 P_a^-} \int \frac{d^2 X_\perp}{2\pi i} \frac{e^{-\frac{i}{2}\Delta_{ba} P_\perp \cdot X_\perp}}{(2\pi)^2} \sqrt{\frac{\kappa}{\pi}} e^{-\frac{1}{2}\kappa\bar{x}_\perp^2} e^{-\frac{i}{2}P_a^- Q \log\left(\frac{r_1 r_2}{r_0^2}\right)}_b \end{aligned} \quad (6.36)$$

となる。 $(\dots)_b$  は  $\bar{x}_\perp = \bar{x}_\perp b$  についての値を採るという意味である。

ここで (6.36) において、 $\bar{x}_\perp b$  についても積分を行い、終状態において  $\bar{x}_\perp$  の全ての固有状態について和をとった場合を考えてみる。これは終状態として標準ケットを選んだようなものである。これを行う為に、鞍点法を用いる。鞍点法を用いると  $\bar{x}_\perp b$  についての積分の部分は近似的に

$$\int d^2 \bar{x}_\perp e^{-\frac{1}{2}\kappa\bar{x}_\perp^2} e^{-\frac{i}{2}P_a^- Q \log\left(\frac{r_1 r_2}{r_0^2}\right)}_b \simeq e^{-\frac{i}{2}P_a^- Q \log\left(\frac{X_\perp^2}{r_0^2}\right)} \frac{2\pi\kappa^{-1}}{1 + \frac{2i\alpha' Q P_a^-}{X_\perp^2}} \quad (6.37)$$

と評価できる。従って  $T_{ba}^{(0)}$  を  $\bar{x}_\perp b$  についての積分をすると

$$T_{*a}^{(0)} = \sqrt{\frac{\kappa}{\pi}} \int \frac{d^2 \bar{x}_\perp}{2\pi\kappa^{-1}} T_{ba}^{(0)} \simeq e^{\frac{i}{2}f_0 P_a^-} \int \frac{d^2 X_\perp}{2\pi i} \frac{e^{-\frac{i}{2}\Delta_{ba} P_\perp \cdot X_\perp}}{(2\pi)^2} \frac{e^{-\frac{i}{2}P_a^- Q \log\left(\frac{X_\perp^2}{r_0^2}\right)}}{1 + \frac{2i\alpha' Q P_a^-}{X_\perp^2}} \quad (6.38)$$

となる。ここで今の場合

$$\frac{1}{1 + \frac{2i\alpha'QP_a^-}{X_\perp^2}} \simeq 1 - \frac{2i\alpha'QP_a^-}{X_\perp^2} \quad (6.39)$$

とできるので, (6.38) の右辺分母に現れた  $\frac{2i\alpha'QP_a^-}{X_\perp^2}$  は  $T_{*a}^{(0)}$  において  $O(\alpha'QP_a^-)$  程度の大きさの補正を与えることが分かる。

## 7 まとめと今後の課題

### 7.1 まとめ

ここで我々は、調和振動子型ポテンシャルによる相対論的二体の束縛状態である bi-local 場模型と光速度で運動する点粒子により作られる衝撃波型重力との相互作用による散乱問題を扱い、散乱過程において束縛状態の効果がどのように反映されてくるのかを調べた。これを行うために、先ず bi-local 場模型を曲がった時空のもとへと埋め込むことを試みた。衝撃波型重力の計量が  $\delta$ -関数型の特異性を持つために、この計量下での bi-local 場模型から導かれる拘束条件も  $\delta$ -関数型の特異性を持ってしまう。しかし適切な正準変換を行うことにより、発散を伴う特異性は取り除かれることが示された。次いで  $O(1/E_p^2)$  以下の微小量を無視する近似を行い、考えている模型を、重力相互作用の一部を外部ポテンシャルとして持つ Minkowski 時空の bi-local 場模型に帰着させることができた。その際、正準変換のユニタリ演算子が時間に依存する為、衝撃波型重力の相互作用による状態の遷移において、ユニタリ演算子自体も相互作用の一部を荷うことが明らかとなった。結果として、衝撃波型背景時空における bi-local 場模型は正準変換によって始状態と終状態が繋げられるポテンシャル散乱の問題に帰着されることが分かった。そこで得られた bi-local 場模型の波動方程式を基に、代表的な始状態と終状態の間でのポテンシャル散乱の  $S$ -行列を評価し、bi-local 場模型が持つ非局所構造の効果を調べた。

具体的には、重心運動の状態については  $P$ -表示をとり、相対運動の状態については代表的な 3 通りの始状態と終状態の間の bi-local 場模型の散乱を計算した。一つ目は始状態、終状態共に基底状態にある場合についてである。この場合、束縛状態の効果というのは 't Hooft によって得られていた遷移振幅に対して  $\alpha' P^{-Q}$ , ( $Q \simeq O(1/E_p)$ ) 倍程度の大きさで現れるということが分かった。さらに zero slope 極限 ( $\alpha' \rightarrow 0$ ) において、't Hooft によって既に得られていた遷移振幅を再現することも分かった。この際 't Hooft によって得られていた振幅は、ここで用いた正準変換の演算子のみから得られるという構造があることも分かった。また一次の遷移振幅への補正  $T_{ba}^{(1)}$  は、単純な操作によって  $T_{ba}^{(0)}$  から得られることも分かった。

二つ目の場合は、始状態が光的振動子のコヒーレント状態であり、終状態が基底状態である場合について調べた。この場合は非局所構造からくる補正は 't Hooft の振幅の  $\alpha' P^{-Q}$  倍および  $\alpha'(Q\bar{p}^-)^2$  倍程度の大きさとして現れる。 $|\bar{p}^-| \gtrsim Q^{-\frac{1}{2}}$  であるならば、これらの補正項は同程度の寄与となる。

最後に始状態は基底状態にあり，終状態は  $\bar{x}_\perp$  の固有状態の重ね合わせであるような場合について計算した。非局所構造からくる補正は，この場合も 't Hooft の振幅の  $\alpha'QP^-$  倍程度の大きさを与える。

結果として，'t Hooft によって得られていた振幅は，本論文で用いた正準変換の演算子に起因する構造があることが明らかになった。また bi-local 場模型の非局所効果は，'t Hooft が与えた点粒子の振幅に対して， $\alpha'QP_a^-$  あるいは  $\alpha'(Q\bar{p}_a^-)^2$  倍程度の補正を加えるものであり，ここで考えている近似の範囲 ( $Q^2 \simeq 0, \kappa^{-1}Q \simeq 0, \alpha' \rightarrow 0$ ) で散乱振幅において大きな効果は与えないことが分かった。

## 7.2 今後の課題

今後の課題として，拘束条件の取り入れ方や，近似に依らぬ定式化の検討は重要である。本論文では，拘束条件は射影を用いて取り入れたが，これは模型に修正を加えることになり，他の方法での解析も必要である。第 5 章の終わりでも述べたとおり，物理的状态を射影によって  $\Delta\tilde{H}$  から取り出すというやり方は一通りには定まらず，その結果も一般には物理的状态の取り出し方に依存している。高次の計算をするにあたっては，より合理的な物理的状态の取り出し方を見つけることが重要である。これらは今後の興味ある課題である。また本研究を通じて我々は， $\alpha'$  が zero slope 極限 ( $\alpha' \rightarrow 0$ ) に従うような小さい量であると仮定した摂動計算に基づいて，散乱振幅を計算した。しかし第 6 章で示したように， $T_{ba}^{(1)}$  は  $T_{ba}^{(0)}$  のある種の微分で求まる為，すべての補正を足し上げた非摂動効果が求まることも期待され，今後の検証すべき興味ある方向を与えている。しかし一方で，散乱振幅への補正が  $\alpha'$  に比例する形で現れることは，あるいは infinite slope 極限 ( $\alpha' \rightarrow \infty$ ) をとることが散乱振幅の増大につながる可能性も示唆される。ただし，このような極限で散乱振幅を求める場合においては，本研究で行ったのとは異なる近似の下で計算を再度行う必要がある。この極限 ( $\alpha' \rightarrow \infty$ ) はまた，図 9 の様に bi-local 場のスピンの異なる状態が同一質量に縮退する高階スピン重力の構造を想起させ，この下での解析によるこの方向の展開はプレーン理論の立場からも興味深い。この他にも，ここでは bi-local 場模型による計算を行ったが，これを拡張しバリオンを想定する tri-local 場模型等で行った場合には，散乱振幅にどのような違いが現れるのかについて調べることも，今後の重要な課題であると言える。

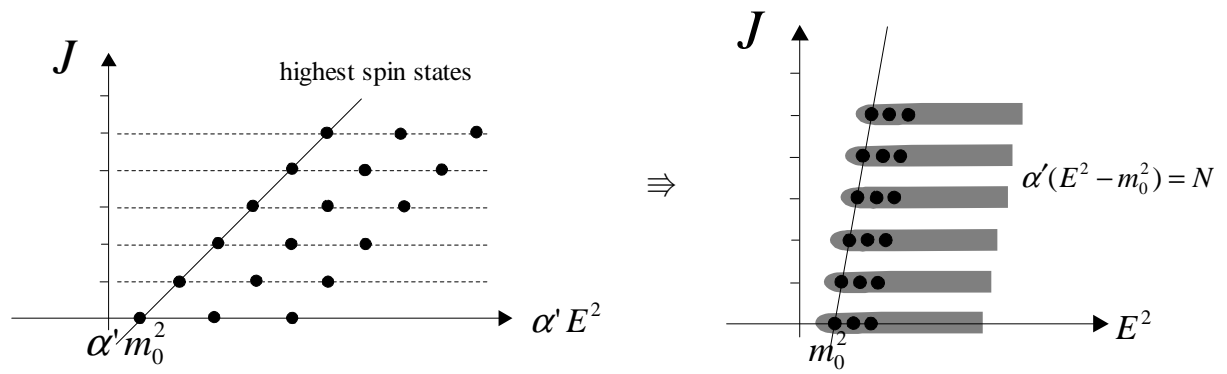


図 9 Infinite slope 極限 ( $\alpha' \rightarrow \infty$ ) の模式図



## 謝辞

本論文をまとめるにあたり，大変熱心な御指導と数多くの御助言を頂きました仲滋文先生に，心から感謝を致します。仲先生には博士後期課程3年より2年間に渡って，研究面に留まらず，本当に多くの面で御指導，励ましを頂きました。他研究室から移って来ました私がこのような研究ができましたのは，本当に仲先生の御指導のおかげです。ありがとうございました。

また本研究に関する様々な御助言，御指摘を下さいました，素粒子論研究室の藤川和男先生，出口真一先生，二瓶武史先生，三輪光嗣先生，学位審査におきまして，多研究室であるにもかかわらず主査を引き受けて下さいました，藤井柴麻見先生に深く感謝致します。研究室の先輩であります豊田陽己先生，高梨宇宙先生にも多くの御助言，励ましを頂きました。ここに御礼申し上げます。

また，大学院での研究生活において様々な御助言を下さいました先輩方，梅津光一郎氏，鈴木隆史氏，野手順一氏にも大変お世話になりました。ありがとうございます。

大学院，研究室での生活を始めとし，本当に多くの面で相談に乗り，励まし，支えて下さいました，首藤健太氏，江成隆之氏，岡野諭氏，研究室の後輩である勝木陽久氏，佐竹良平氏をはじめとした多くの同期の友人，後輩に深く感謝致します。

最後に，学部1年生の時より10年間の長きにわたって私を支えて下さいました，両親，家族に心から感謝致します。

## 付録 A 記法

本論文中においては特に断らない限り  $c = \hbar = 1$  とした。また自然単位系を用いているが重力定数  $G$  に関しては、明示的に記している。

Minkowski 時空の計量は

$$(\eta_{\mu\nu}) = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (\text{付録 A.1})$$

と採っている。

光的座標  $x^+$ ,  $x^-$ ,  $x_\perp$  は

$$x^+ = \frac{1}{\sqrt{2}}(x^0 + x^3), \quad x^- = \frac{1}{\sqrt{2}}(x^0 - x^3), \quad (\text{付録 A.2})$$

$$x_\perp = (x^1, x^2), \quad (\text{付録 A.3})$$

と定義している。

光的座標においては Minkowski 時空の計量は

$$(\eta_{\mu\nu}) = \begin{pmatrix} 0 & -1 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (\text{付録 A.4})$$

となる。また光的座標においては、衝撃波型重力場の計量は

$$(g_{\mu\nu}) = \begin{pmatrix} 0 & -1 & 0 & 0 \\ -1 & f(x_\perp)\delta(x^-) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad (\text{付録 A.5})$$

である。この逆行列は

$$(g^{\mu\nu}) = \begin{pmatrix} -f(x_\perp)\delta(x^-) & -1 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad (\text{付録 A.6})$$

である。

## 付録 B 衝撃波型背景時空

### B.1 計量 1

以下のような線素を考える。

$$d^2s = -2dx^+dx^- + F(x^+, x^-, x_\perp)(dx^-)^2 + (dx_\perp)^2 \quad (\text{付録 B.1})$$

ここから計量の各成分は

$$g_{-+} = -1, \quad g_{+-} = -1, \quad g_{--} = F(x^+, x^-, x^i), \quad g_{11} = 1, \quad g_{22} = 1, \quad (\text{付録 B.2a})$$

であり, これ以外は 0 である。この逆行列は

$$g^{-+} = -1, \quad g^{+-} = -1, \quad g^{++} = -F(x^+, x^-, x^i), \quad g^{11} = 1, \quad g^{22} = 1, \quad (\text{付録 B.2b})$$

であり, これ以外は 0 である。また行列式は

$$\det(g) = -1 \quad (\text{付録 B.3})$$

である。

ここからは簡単の為,  $A_{,b} = \partial_b A = \frac{\partial}{\partial x^b} A$  また  $A^{,b} = \partial^b A = \frac{\partial}{\partial x_b} A$  の意味で表す。

Christoffel 記号

$$\Gamma_{\nu\sigma}^\mu = g^{\mu\lambda}\Gamma_{\lambda\nu\sigma} \quad (\text{付録 B.4})$$

$$\Gamma_{\mu\nu\sigma} = \frac{1}{2}(g_{\mu\nu,\sigma} + g_{\nu\mu,\sigma} - g_{\nu\sigma,\mu}) \quad (\text{付録 B.5})$$

$$\Gamma_{\mu\nu\sigma} = \Gamma_{\mu\sigma\nu}$$

$$\Gamma_{\mu\nu\sigma} + \Gamma_{\nu\mu\sigma} = g_{\mu\nu,\sigma} \quad (\text{付録 B.6})$$

$$\Gamma_{\mu\alpha}^\alpha = \frac{1}{2}(\log g)_{,\mu} \quad \text{etc.}$$

は、この計量から具体的に計算すると

$$\Gamma_{--}^+ = -\frac{1}{2}(F_{,-} - FF_{,+}) \quad (\text{付録 B.7a})$$

$$\Gamma_{-+}^+ = -\frac{1}{2}F_{,+} = \Gamma_{+-}^+ \quad (\text{付録 B.7b})$$

$$\Gamma_{--}^- = +\frac{1}{2}F_{,+} \quad (\text{付録 B.7c})$$

$$\Gamma_{-i}^+ = -\frac{1}{2}F_{,i} = \Gamma_{i-}^+ \quad (\text{付録 B.7d})$$

$$\Gamma_{--}^i = -\frac{1}{2}F_{,i} \quad (\text{付録 B.7e})$$

のみが残る。ただし  $i = 1, 2$  である。これ以外は全て 0 になる。

次に Ricci tensor

$$\begin{aligned} R_{\mu\nu} &= R_{\mu\alpha\nu}^\alpha \\ &= \Gamma_{\mu\nu,\alpha}^\alpha - \Gamma_{\mu\alpha,\nu}^\alpha + \Gamma_{\mu\nu}^\alpha \Gamma_{\alpha\beta}^\beta - \Gamma_{\mu\beta}^\alpha \Gamma_{\alpha\nu}^\beta \\ R_{\mu\nu} &= R_{\nu\mu} \quad \text{etc.} \end{aligned} \quad (\text{付録 B.8})$$

について考える。今考えている計量では  $\det(g) = -1$  であったので、 $\Gamma_{\mu\alpha}^\alpha$  は

$$\Gamma_{\mu\alpha}^\alpha = \frac{1}{2}(\log g)_{,\mu} = 0 \quad (\text{付録 B.9})$$

となるため、今の場合 Ricci tensor は

$$R_{\mu\nu} = \Gamma_{\mu\nu,\alpha}^\alpha - \Gamma_{\mu\beta}^\alpha \Gamma_{\nu\alpha}^\beta \quad (\text{付録 B.10})$$

と簡単になる。これを具体的に計算すると、残るのは

$$R_{--} = \frac{1}{2}(FF_{,++} - F_{,i}^i) \quad (\text{付録 B.11a})$$

$$R_{+-} = -\frac{1}{2}F_{,++} = R_{-+} \quad (\text{付録 B.11b})$$

$$R_{-i} = -\frac{1}{2}F_{,i+} = R_{i-} \quad (\text{付録 B.11c})$$

のみである。これ以外は全て 0 になる。

Riici scalar は

$$\begin{aligned} R &= g^{\mu\nu} R_{\mu\nu} \\ &= F_{,++} \end{aligned} \quad (\text{付録 B.12})$$

となる。

これらから，Einstein の重力場方程式

$$R_{\mu\nu} - \frac{1}{2}Rg_{\mu\nu} = \frac{8\pi G}{c^4}T_{\mu\nu} \quad (\text{付録 B.13})$$

の各成分を計算する ( $\kappa = \frac{8\pi G}{c^4}$  とする。またここでは  $c$  を明示的に表した)。結果は表 2 のようになる。

$\mu \nu$	$R_{\mu\nu} - \frac{1}{2}Rg_{\mu\nu} = \kappa T_{\mu\nu}$	
+	+	$\kappa T_{++} = 0$
-	-	$F,^i_i = -2\kappa T_{--}$
1	1	$F,_{++} = -2\kappa T_{11}$
2	2	$F,_{++} = -2\kappa T_{22}$
-	+	$\kappa T_{-+} = 0$
1	+	$\kappa T_{1+} = 0$
2	+	$\kappa T_{2+} = 0$
1	-	$F,_{1+} = -2\kappa T_{1-}$
2	-	$F,_{2+} = -2\kappa T_{2-}$
2	1	$\kappa T_{21} = 0$

表 2 Einstein の重力場方程式の各成分

これをまとめると

$$\kappa T_{\mu+} = 0 \quad (\text{付録 B.14a})$$

$$F,^i_i = -2\kappa T_{--} \quad (\text{付録 B.14b})$$

$$F,_{++}\delta_{ij} = -2\kappa T_{ij} \quad (\text{付録 B.14c})$$

$$F,_{i+} = -2\kappa T_{i-} \quad (\text{付録 B.14d})$$

である。ただし  $i, j = 1, 2$  である。

## B.2 計量 2

$F$  として  $F = F(x^-, x^i)$  ととってみる。この場合，残る方程式は (付録 B.14b) のみで

$$F,^i_i = -2\kappa T_{--} \quad (\text{付録 B.15})$$

である。エネルギー・運動量テンソル  $T_{\mu\nu}$  は  $--$  成分  $T_{--}$  のみゼロではないことが、(付録 B.14a)~(付録 B.14d) より分かる。このような状況の時空を衝撃波型背景時空という(第2章)。  $F$  は形式的に

$$F(x^-, x^i) = -2\kappa(\partial_i \partial^i)^{-1} T_{--} \quad (\text{付録 B.16})$$

と求まる。  $T_{--}$  が与えられれば(付録 B.16) より、  $F(x^-, x^i)$  が求まる。

## 付録 C Aichelburg-Sexl ブースト

この節では  $c$ ,  $\hbar$  を明示的に示す。

計量が  $g_{\mu\nu}$  の曲がった時空における点粒子のラグランジアン密度  $\mathcal{L}$  は

$$\mathcal{L} = -Mc \int d\tau \frac{ds}{d\tau} \delta^{(4)}(x - x(\tau)), \quad (ds = \sqrt{-dx^\mu g_{\mu\nu} dx^\nu}), \quad (\text{付録 C.1})$$

のように表される。ここで  $M$  は考えている点粒子の静止質量であり,  $\tau$  は時間発展を表すパラメータである。

さて, Minkowski 時空におけるエネルギー・運動量密度テンソル  $T^{\mu\nu}$  は

$$T^{\mu\nu} = 2 \frac{\delta}{\delta g_{\mu\nu}(x(\tau))} \mathcal{L} \Big|_{g_{\mu\nu}=\eta_{\mu\nu}} = Mc \frac{dx^\mu}{ds} \frac{dx^\nu}{d\tau} \Big|_{\frac{d\tau}{dx^0}} \delta^{(3)}(\mathbf{x} - \mathbf{x}(t)) \quad (\text{付録 C.2})$$

で与えられる。この時  $ds$  は

$$ds = c dt \sqrt{1 - \beta^2}, \quad \left( \beta = \left| \frac{d\mathbf{x}}{dx^0} \right| \right), \quad (\text{付録 C.3})$$

となっている。ここで  $x^3(t) = \beta x^0$ ,  $x^1(t) = x^2(t) = 0$  となるようなブーストを考えると,  $T^{\mu\nu}$  は

$$T^{\mu\nu} = \frac{E_S}{c} u(\beta)^\mu u(\beta)^\nu \delta(x^3 - \beta x^0) \delta(x^1) \delta(x^2), \quad (Mc^2 = E_S \sqrt{1 - \beta^2}), \quad (\text{付録 C.4})$$

のようになる。ただし  $d\tau = dx^0$  とした。また

$$E_S = \frac{Mc^2}{\sqrt{1 - \beta^2}}, \quad u^\mu = \frac{dx^\mu}{dx^0}, \quad (\text{付録 C.5})$$

であり,  $E_S$  は考えている粒子のエネルギーである。

$E_S$  を特定の値に固定したまま

$$M \rightarrow 0, \quad \beta \rightarrow 1, \quad (\text{付録 C.6})$$

という極限をとれる。ここで  $P_S$  は考えている粒子の運動量である。この極限を Aichelburg-Sexl ブーストと言う [2]。この極限により, 分散関係は  $E_S = cP_S$  となり, またエネルギー・運動量密度テンソルは

$$T^{\mu\nu} = \sqrt{2} P_S e_+^\mu e_+^\nu \delta(x^-) \delta^{(2)}(x^i), \quad \left( e_\pm^\mu = \frac{1}{\sqrt{2}} (e_0^\mu \pm e_3^\mu) \right), \quad (\text{付録 C.7})$$

となる。この  $T^{\mu\nu}$  はほとんどの成分が 0 である。0 でないのはただ

$$T_{--} = e_{-\mu} T^{\mu\nu} e_{-\nu} = \sqrt{2} P_S \delta(x^-) \delta^{(2)}(x_\perp) \quad (\text{付録 C.8})$$

成分のみである。

一方で，計量

$$\begin{aligned} d^2 s &= -2dx^+ dx^- + F(x^-, x_\perp) (dx^-)^2 + (dx_\perp)^2, \\ (x_\perp &= (x^1, x^2)), \end{aligned} \quad (\text{付録 C.9})$$

の下での Einstein の重力場方程式は (付録 B.15) 式であり， $T_{--} = cT_{--}$  とする時，(付録 B.16) 式より  $F(x^-, x_\perp)$  は

$$\begin{aligned} F(x^-, x_\perp) &= -\frac{16\pi G}{c^4} \Delta^{-1} T_{--} \\ &= -\frac{16\pi G}{c^4} \sqrt{2} c P_S \delta(x^-) \Delta^{-1} \delta^{(2)}(x_\perp), \end{aligned} \quad (\text{付録 C.10})$$

となる。ここで  $\Delta = \partial_\perp^2$  の意味である。

ここで  $\delta$ -関数型衝撃波を考え (第 2 章)， $F(x^-, x_\perp)$  を

$$F(x^-, x_\perp) = \delta(x^-) f(x_\perp) \quad (\text{付録 C.11})$$

のように書くことにする。公式

$$\Delta \log \left( \frac{r}{r_0} \right) = +2\pi \delta^{(2)}(x_\perp) \quad (\text{付録 C.12})$$

を使うと ( $r = \sqrt{x_\perp^2}$ ,  $r_0$ : 定数)， $f(x_\perp)$  は

$$f(x_\perp) = f_0 - \frac{8\sqrt{2}\hbar c P_S}{E_P^2} \log \left( \frac{r}{r_0} \right) \quad (\text{付録 C.13})$$

$$= f_0 - \frac{8\sqrt{2}\hbar E_S}{E_P^2} \log \left( \frac{r}{r_0} \right), \quad \left( E_P = \sqrt{\frac{\hbar c^5}{G}} \right), \quad (\text{付録 C.14})$$

という形に定まる。ここで  $E_P$  はプランクエネルギーである。従って  $F(x^-, x_\perp)$  は

$$\begin{aligned} F(x^-, x_\perp) &= \delta(x^-) f(x_\perp) \\ &= \delta(x^-) \left( f_0 - \frac{8\sqrt{2}\hbar E_S}{E_P^2} \log \left( \frac{r}{r_0} \right) \right) \end{aligned}$$

と求まる。(付録 C.14) 式が本論文中で用いた衝撃波型背景計量に現れた  $f(x_\perp)$  ((2.3) 式) である。



## 付録 D 振幅の導出に用いる公式

本論文中 (6.21) 式の計算を具体的に見ていく。  
規格化として

$$\langle \bar{x}_\perp | 0_\perp \rangle = \sqrt{\frac{\kappa}{2}} e^{-\frac{1}{2}\kappa \bar{x}_\perp^2} \quad (\text{付録 D.1})$$

のようにとる。この時、期待値  $\langle 0_\perp | e^{-\frac{i}{2}P_a^- Q \log\left(\frac{r_1 r_2}{r_0^2}\right)} | 0_\perp \rangle$  は

$$\langle 0_\perp | e^{-\frac{i}{2}P_a^- Q \log\left(\frac{r_1 r_2}{r_0^2}\right)} | 0_\perp \rangle = \int d^2 \bar{x}_\perp f(X_\perp, \bar{x}_\perp) \left(\frac{\kappa}{\pi}\right) e^{-\kappa \bar{x}_\perp^2} \quad (\text{付録 D.2})$$

とできる。ここで  $f(X_\perp, \bar{x}_\perp)$  は  $e^{-\frac{i}{2}P_a^- Q \log\left(\frac{r_1 r_2}{r_0^2}\right)}$  についての  $c$ -数の関数であり

$$\left[ e^{-\frac{i}{2}P_a^- Q \log\left(\frac{r_1 r_2}{r_0^2}\right)} \right]_{c\text{-数}} = f(X_\perp, \bar{x}_\perp) = \int d^2 k \tilde{f}(X_\perp, k) e^{+ik\bar{x}_\perp} \quad (\text{付録 D.3})$$

の意味である。(付録 D.3) 式の形の Fourier 積分を (付録 D.2) の右辺に代入すれば

$$\begin{aligned} (\text{付録 D.2}) \text{ の右辺} &= \int d^2 k \tilde{f}(X_\perp, k) \left(\frac{\kappa}{\pi}\right) \int d^2 \bar{x}_\perp e^{-\kappa \bar{x}_\perp^2 + ik\bar{x}_\perp} \\ &= \int d^2 k \tilde{f}(X_\perp, k) e^{-\frac{1}{4\kappa} k^2} \\ &= e^{-\frac{1}{4\kappa} (-i\partial_y)^2} \int d^2 k \tilde{f}(X_\perp, k) e^{iky} \Big|_{y_i=0} \\ &= e^{-\frac{1}{4\kappa} (-i\partial_y)^2} e^{-\frac{i}{2}P_a^- Q \log\left(\frac{r_1(y_i)r_2(y_i)}{r_0^2}\right)} \Big|_{y_i=0} \end{aligned} \quad (\text{付録 D.4})$$

のように計算できる。但しここで

$$r_1(y_i) = \sqrt{\left(X_\perp + \frac{1}{2}y\right)^2}, \quad r_2(y_i) = \sqrt{\left(X_\perp - \frac{1}{2}y\right)^2}, \quad (\text{付録 D.5})$$

である。 $e^{-\frac{1}{4\kappa} (-i\partial_y)^2}$  の部分を

$$e^{-\frac{1}{4\kappa} (-i\partial_y)^2} = 1 + \frac{1}{4\kappa} \Delta_{y_i}^2 + \dots \quad (\text{付録 D.6})$$

のように展開して計算すると，

$$\langle 0_{\perp} | e^{-\frac{i}{2} P_a^- Q \log\left(\frac{r_1 r_2}{r_0^2}\right)} | 0_{\perp} \rangle = e^{-\frac{i}{2} P_a^- Q \log\left(\frac{x_{\perp}^2}{r_0^2}\right)} \left[ 1 - i\pi\alpha' P_a^- Q \delta^{(2)}(X_{\perp}) \cdots \right] \quad (\text{付録 D.7})$$

を得る。これが本論文中 (6.21) 式で用いた結果である。ここで公式

$$\Delta \log\left(\frac{r}{r_0}\right) = +2\pi\delta^{(2)}(x_{\perp}) \quad (\text{付録 D.8})$$

を使った。

## 参考文献

- [1] T. Dray and G. 't Hooft, “The Gravitational Shock Wave of a Massless Particle”, Nucl. Phys. **B 253** (1985) 173-188.
- [2] P. C. Aichelburg and R. U. Sexl, “On the Gravitational field of a massless particle”, Gen. Rel. Grav. **2** (1971) 303-312.
- [3] G. 't Hooft, “Graviton dominance in ultra-high-energy scattering”, Phys. Lett. **B 198** (1987) 61-63.
- [4] H. Nastase, “On high energy scattering inside gravitational backgrounds”, arXiv: hep-th/0410124v2 26 Oct 2004.
- [5] C. Klimčík, “Quantum field theory in gravitational shock wave background”, Phys. Lett. **B 208** (1988) 373-380.
- [6] D. Amati and C. Klimčík, “Strings in a Shock wave background and Generation of curved geometry from flat-space string theory”, Phys. Lett. **B 210** (1988), 92-96.
- [7] A. Gruzinov and G. Veneziano, “Gravitational Radiation from Massless Particle Collisions”, arXiv:1409.455v1 [gr-qc] 16 Sep 2014.
- [8] M. Maggiore, *Gravitational Waves” volume 1: theory and experiments*, (2008).
- [9] D. Berenstein, J. Maldacena and H. Nastase, “Strings in flat space and pp wave from N=4 Super Yang Mills”, arXiv:hep-th/02020213v3 26 Feb 2002.
- [10] A. Jevicki, K. Jin and Q. Ye, “Collective Dipole Model of AdS/CFT and Higher Spin Gravity”, arXiv: 1106.3983v3 [hep-th] 29 Sep 2011.
- [11] N. Kanda and S. Naka, “Bi-Local Field in Gravitational Shock Wave Background”. to be published in Prog. Theor. Exp. Phys. (2015).
- [12] H. Yukawa, “Reciprocity in Generalized Field Theory”, Prog. Theor. Phys. **3**, (1948) (L)205-206.
- [13] H. Yukawa, “Possible Types of Nonlocalizable Fields”, Prog. Theor. Phys. **3**, (1948) (L)452-453; “On the Radius of the Elementary Particle”, Phys. Rev. **76**, (1949) (L)300-301; “Quantum Theory of Non-Local Fields. Part I. Free Fields”, Phys. Rev. **77**, (1949) 219-226; “Quantum Theory of Non-Local Fields. Part II. Irreducible Fields and their Interaction”, Phys. Rev. **80**, (1950) 1047-1052.
- [14] O. Hara and H. Shimazu, “On Yukawa’s Theory of Non-local Field”, Prog. Theor.

- Phys. **5**, (1950) (L)1055-1056.
- [15] T. Gotō, S. Naka and K. Kamimura, “On the Bi-Local Model and String Model”, Prog. Theor. Phys. Suppl. **67**, (1979) 69-114.
- [16] A. Peres, “Null Electromagnetic Field in General Relativity Theory”, Phys. Rev. **118**, (1969) 1105-1109.
- [17] R. C. Tolman, *Relativity Thermodynamics and Cosmology*, Oxford. (1934).
- [18] W. B. Bonnor, “The Gravitational Field of Light”, Comm. Math. Phys. **13**, (1969) 163-174.
- [19] W. B. Bonnor, “Charge Moving with the Speed of Light in Einstein-Maxwell Theory”, Int. Jour. Theor. Phys. **3**, No. 1 (1970) 57-65.
- [20] W. B. Bonnor, “Spinning Null Fluid in General Relativity”, Int. Jour. Theor. Phys. **3**, No. 4 (1970) 257-266.
- [21] T. Takabayasi, “Bilocal Wave Equation for Baryons Lying on Linear Trajectories and Its Extension to a Linear Chain Model”, Prog. Theor. Phys. **48**, (1972) 1718-1741.
- [22] T. Takabayasi, “Multilocal Theory and Relativistic String”, Prog. Theor. Phys. **60**, (1978) (L)323-325.
- [23] T. Takabayasi, “Multilocal Models and String Theory”, Prog. Theor. Phys. **60**, (1978) (L)636-638.
- [24] O. Hara, S. Ishida and S. Naka, *Extended Objects and Bound Systems*, Proceedings of the Karuizawa International Symposium, 1992, eds. (World Scientific, Singapore, 1992)
- [25] T. Takabayasi, “Oscillator model for particles underlying unitary symmetry”, Nuovo. Cim. **33**, (1964) 668-672.
- [26] 後藤 鉄男, “拡がりをもつ素粒子像”, 物理学選書, 岩波書店 (1978).
- [27] B. S. DeWitt, *Dynamical Theory of Groups and Fields in Relativity, Group and Topology*, Lectures Delivered at Les Houches 1963 (Gordon and Breach, Science Publishers, Inc.), p735.
- [28] J. L. Synge, *Relativity: The General Theory*, North-Holland Publishing Company, Amsterdam (1960), p47. 本論文で用いた DeWitt の定義による  $\sigma(x_{(1)}, x_{(2)})$  は, J. L. Synge による “世界関数” に同じである。
- [29] S. Naka and H. Kakuhata, “Elimination Of Redundant Variables In A Partially Supersymmetric Bilocal Model”, Prog. Theor. Phys. **71**, (1984) 648-655.