

不確かさを含む機械系に対するモデリングを
統合した制御器設計手法の研究

平成27年1月

日本大学大学院理工学研究科博士後期課程

機械工学専攻

中 川 清 春

目次

第1章 序論	1
1.1 研究背景と論文テーマ	
1.2 制御対象物の構造的誤差	
1.3 有界でありながら予測の困難な振動問題	
1.4 曲げねじれの連成振動の制御の取り組みと現状	
1.5 論文の構成	
第2章 低次元化物理モデル作成法	7
2.1 はじめに	
2.2 低次元化物理モデル作成法	
2.3 集中定数系物理モデル作成法	
2.4 柔軟体の運動と振動モデルの作成	
2.5 まとめ	
第3章 制御系設計	23
3.1 はじめに	
3.2 多自由度系の運動方程式と状態方程式	
3.3 H_∞ 制御理論	
3.4 H_∞ 制御の解	
3.5 ロバストサーボ系の設計	
3.6 まとめ	
第4章 モデリングを統合した制御器設計	44
4.1 はじめに	
4.2 制御対象	
4.3 制御対象物のモデリングすべき状態の選定	
4.4 モデリングポイントの選定	
4.5 アクチュエータモデルの作成	
4.6 制御対象モデルの作成	
4.7 構造的誤差を考慮した制御系設計	
4.8 一般化プラントの作成	
4.9 誤差パラメータの決定	
4.10 重み関数の選定	
4.11 まとめ	

第5章 柔軟ロボットアームへの適用	57
5.1 はじめに	
5.2 実験装置概要	
5.3 制御対象構造物	
5.4 ノミナルモデルの低次元化物理モデル作成	
5.5 変動モデルの低次元化物理モデル作成	
5.6 構造的誤差を考慮した制御系設計	
5.7 シミュレーション結果	
5.8 構造的誤差を考慮した H_∞ 制御器による制御実験	
5.9 まとめ	
第6章 昇降・走行搬送システムの適用	98
6.1 はじめに	
6.2 実験装置概要	
6.3 制御対象構造物	
6.4 ノミナルモデルの低次元化物理モデル作成	
6.5 変動モデルの低次元化物理モデル作成	
6.6 構造的誤差を考慮した制御系設計	
6.7 シミュレーション結果	
6.8 まとめ	
第7章 結言	127
参考文献	131
著者論文目録	135
謝辞	137

第 1 章

序論

1.1 研究背景と論文テーマ

1.1.1 研究背景

近年、機械の省エネルギー化、効率化が重要な課題となっている。機械の効率を上げる方法として、機械を軽量化し、機械を稼働させるエネルギーを低減させることが有効である。しかしながら、機械を軽量化するために、構造を薄くしていくと、剛性は低下し、機械が柔軟性を有するようになる。柔軟な機械系の問題点として、振動の発生があげられる。機械に発生する振動は、安全性の問題のみならず、機械の作業効率の低下の要因となる。そのため、柔軟機械系には運動の制御のみならず、振動の制御が必要となる。前述のような、物理的な変化が発生する機械システムは、ペイロードを搬送する柔軟な機械系が該当する。例としては、長腕のロボットアームや昇降・走行搬送装置などである。

柔軟な機械系の運動と振動の制御を行う場合は、運動と振動双方を考慮した制御設計用の動力学的モデルを作成し、このモデルを基に制御器を導出することとなる。しかし、柔軟な機械系の制御は剛体機械系の制御と比較して困難である。

一般に機械制御においては、実機のダイナミクスとモデル化されたダイナミクス間の誤差が避けられない。そのため、制御器設計においては、そのような誤差の存在があっても制御器が安定を保つ、いわゆる、「ロバスト性」が必須とされている。そのような設計を行うためには、誤差自体の特性がある程度把握できている必要がある。剛体機械系、あるいは単純な振動系であれば、その把握は必ずしも困難ではないが、運動と振動を同時に制御する必要がある柔軟な機械系では、運動、振動それぞれの誤差のみならず両者の連成も変動するため、その把握は容易ではない。これが柔軟な機械系の制御が困難となる理由である。

この問題に対しては、これまで主として制御系設計のほうから対策が試みられてきた。モデルの変動を何らかの関数の形で考慮する手法、モデルの変動を確率的に考慮する手法、有界なモデル変動のみ考慮する手法などである。これらの手法のうち、本研究で想定する柔軟機械系の制御に最も適しているのが、3番目の手法である。なぜなら、柔軟な機械系におけるモデル変動は、確定的かつ有界でありながら、前述のように、何らかの関数として表されるほど単純ではないからである。しかしながら、この制御系設計手法においては、誤差の定式化についての一般的、抽象的な定義は存在するが、様々な変動、誤差を含む柔軟機械系に対し、どのようにモデル化するべきかという点が必ずしも十分に検討されていなかった。言い換えれば、正確な動特性を同定しようとするこれまでのモデリング研究と、誤差を含む対象を制御しようとする制御設計手法との間に一種のミスマッチがある。それを考慮した制御器を設計することができれば、高い制御効果を発揮することが期待される。

1.1.2 論文テーマ

本研究の目的は、有界なモデル変動が存在する柔軟機械系を対象に、モデリングを含めた制御器導出のスキームを提示することである。

本スキームの流れの概要は以下のとおりである。

1. 柔軟な機械系を解析し、制御対象のパラメータ変化について標準状態と最大変動状態を選定する。
2. 選定した2つの状態について振動特性を正確に表現可能な低次元化物理モデル作成法にてモデリングする。
3. 作成した変動の前後、2つのモデルを用いて、その差を有界な変動と見積もる。
4. その見積もられた変動量を組み込んだ制御系を構築し、 H_∞ 制御理論を用いて運動と振動の制御器を導出する。

上記スキームは、柔軟機械系の誤差、変動を一括して考慮でき、単一の制御器で様々な変動状態を制御可能である。有界なモデル変動のみ考慮する手法について、一般的な制御器導出のスキームを提案するものである。

本研究では、提案手法を3次元2リンク柔軟ロボットアーム及び柔軟昇降・走行搬送装置に適用し、その有効性を検証している。

1.2 制御対象物の構造的誤差

構造的誤差を制御系に組込む制御理論に H_∞ 制御理論が手法として存在している。 H_∞ 制御理論は構造的誤差を外乱として制御器に組込むことが可能である。これにより、制御対象物に構造的な変動が発生した場合においても、その安定性が保証されるものとなっている。しかし、 H_∞ 制御に代表されるポストモダン制御は、理論が難解であり、実際問題への適用方法が不明であることが指摘されている。特に、制御対象物の構造的な誤差をどのように見積もり、制御系に組込む手法についての議論は少ない。どのように構造的誤差をモデリングし、制御系に組み込み実際問題に適応するその具体的な手法、スキームは提案事例が少ない。例えるならば、制御理論において、構造的誤差を入れるための器は、確立されているが、その器に何をどのように入れるのかが不明な状態である。有効な道具（ここでは、誤差を考慮する器）がありながら、使用方法が不明なため、有効な道具となり得てないのが現状である。そこで、本研究では、制御理論に用意されている器に対して、「何を」、「どうやって」入れるのか、その一般的な手法を提案するものとなっている。

1.3 有界でありながら予測の困難な振動問題

機械系は、その設計時において想定されたスペックが存在する。ペイロード

を輸送する装置であれば、そのペイロードの最大質量は有界である。もし、機械系が剛体であれば、ペイロードが機械系に与える影響はペイロードの質量を変数とした関数で予測するなど比較的容易に予測できる。しかし、機械系が柔軟な場合、振動が発生することとなる。さらに、柔軟な系においては、曲げ振動のみでなく、ねじれ振動も発生し、それらが複雑に連成することとなる。この連成振動はペイロードの質量のみでなく、慣性の影響も受けて変動するものである。そのため、この連成振動の変化をペイロードの質量を変数とした関数で表現することは困難である。変動は有界であり、最大変動状態は確定的であるが、その変動パターンは未知である。このような不確かな曲げとねじれの連成振動が、柔軟な機械系の振動制御を困難にしている一因となっている。

1.4 曲げねじれの連成振動の制御の取り組みと現状

現在、柔軟なロボットアームや曲げねじれ連成振動に対する研究は盛んに行われている⁶⁾⁻¹²⁾。吉田、五島ら⁷⁾は、曲げ振動とねじれ振動が生じる柔軟構造物の位置決め及び振動制御のために、2重テンドン機構を用いて、回転軸の直接駆動より少ないトルクで良好な制御が出来ることを示している。羅、坂和ら⁸⁾は、フレキシブルロボットアームの先端に剛体を付加させ、その剛体の回転運動によって発生する曲げ・ねじれ連成振動について考察している。この報告では、1リンクフレキシブルアームを Euler-Bernoulli モデルで表し、それに最適制御理論を適用させ、運動制御と、連成振動の制御を行っている。前川、川村ら⁹⁾¹⁰⁾は、LQG 制御理論を適用した2リンクフレキシブルロボットアームを作成し、それにアームの姿勢変動とアームの先端にペイロードを付加させた場合のコントローラの安定性について考察している。この論文では、2リンクロボットアームの姿勢変動や先端付加質量によって、コントローラの安定性がどのように変化するかについて考察している。下本、宮浦ら¹¹⁾は柔軟アームに H_∞制御理論を適用している。これでは、減衰係数に変動がある場合を考慮して、構造的な不確かさを考慮した H_∞制御器を作成し、減衰係数に変動がある場合でも安定なコントローラの作成方法を提案している。このように、ロボットアームに生じる曲げねじれ連成振動やアームの先端に生じる付加質量の影響を考慮した研究は多数報告されている。

しかし、現状において、曲げとねじれの連成振動を扱った研究のほとんどが、特定の個々の機械を制御対象にしている。柔軟機械系を対象とした、一般的な手法を提案したものは、ほぼ存在していない。本研究で提案する手法は、不確かな曲げねじれの連成振動が発生する機械に対しても適用可能である。提案する手法の手順にそって制御系を設計すれば、特定の個々の機械ではなく、一般的な柔軟機械系に適応し、制御器を導出可能である。

1.5 論文の構成

第2章では、本論文で使用する低次元化物理モデルについて述べる。本論文では、背戸らが提案した低次元化物理モデルを用いる。本研究では、この物理モデルを運動を表現するモデルと振動を表現するモデルとで個々に作成し、それを結合することで運動と振動を同時に表現する物理モデルを作成する。そこで、この章では振動を表す物理モデル作成方法として用いる低次元化物理モデル作成法について説明する。その後、運動と振動を同時に表現する物理モデルについて説明する。

第3章では、制御系設計手法について述べる。本研究では、 H_∞ 制御を用いることで、制御対象に物理的な変動が生じた場合においても、安定した制御を実現している。 H_∞ 制御に外乱として、制御対象構造物の物理的変動のパラメータ変動量を組み込むことで、構造的な変動量（構造的誤差）を考慮した制御器を導出している。さらに、ロボットアームや、搬送装置は、その運用の特性上、外部から外乱が加わることが想定される。そのような場合においても、制御性能が大幅に劣化することを防止するために、外乱抑圧も考慮した制御器を導出し、制御の安定性を高めている。

第4章では、有界なモデル変動が発生する柔軟機械系に対する、変動を考慮したロバストサーボ制御器の導出方法について、モデリングから制御器の導出方法までを統合的に述べる。まず、物理的変動のある制御対象構造物に対して、モデリングすべき状態の選定方法を述べる。次に第2章で述べた低次元化物理モデルにモデル化するとき、制御を効率的に行う留意点、手法について説明する。そして、作成したモデルを使用し、制御器に物理的変動量を構造的誤差として、組込む手法を示す。さらに、機械系の基本性能である目標値追従性能を満たすための、積分特性のある、ローパスフィルタを導入し、振動の制御と同時に運動の制御の目的も満たす手法について述べる。一般的な、柔軟機械系に対して、モデリング、物理的変動の考慮、サーボ制御性能の考慮を統合した一般手法の提案をここで行うものである。

第5章では、第4章で提案した手法を3次元2リンク柔軟ロボットアームに適用し、その有効性を検証する。柔軟ロボットアームは、軸が回転する動きが主であり、回転の動力をもつ制御対象の一般的な例として選定した。柔軟ロボットアームは、関節角が変動することで、その姿勢が変動し、それに伴い振動特性が変動する。特に3次元的な動きをする柔軟ロボットアームは、振動特性に曲げ振動及びねじれ振動が混在し、その振動特性の変化は一様ではない。そのため、関節角可動範囲内という有界な条件の中ではあるものの、非常に複雑な振動特性の変動が発生し、その特性の変動を関節角の関数などで表現するこ

とは困難である。そのため、3次元柔軟ロボットアームのような、姿勢の変動する機械系に対しては、想定されるどの姿勢に対しても、安定した運動と振動の制御を可能とする制御器が求められる。そのような、制御対象に対して本提案手法を適用し、モデリング及び制御器導出方法を具体的に示し、導出した制御器の有効性をシミュレーションと制御実験で検証する。

第6章では、柔軟な昇降・走行搬送装置に本研究の提案手法を適用し、その有効性を検証する。第5章のロボットアームが回転運動であったのに対し、柔軟な昇降・走行搬送装置は、並進的な動きをする制御対象の一般的な例として選定した。昇降・走行搬送装置はその運用の特性上、ペイロードの質量や、ペイロード搭載昇降エレベータの位置が変動する。その変動に伴い振動特性も変動する。さらに、一般的にペイロードは、特定のものではないことが多い。また、ペイロードの搭載の仕方も搭載ペイロードの形状によりまちまちである。よって、このような機械系の場合、ペイロードの質量及びペイロード搭載時の昇降エレベータの重心位置が一定ではない。そのため、柔軟な昇降・走行搬送装置は、その装置の運用上想定されたスペックの範囲内という有界な変動の中ではあるものの、その変動は、不確定要素が複数存在し、その状態を正確に予想することは困難である。そのため、このような装置の運動と振動の制御を安定して行うためには、その変動に対し対応できる制御器であることが必要である。そのような、制御対象に対して本提案手法を適用し、導出した制御器の有効性をシミュレーションで検証する。

第7章では、研究成果をまとめ、今後の課題を述べる。

第 2 章

低次元化物理モデル作成法

2.1 はじめに

コントローラを作成するにあたりそのコントローラ的设计の有効性を高めるには、制御対象物の特性を正確に表現する物理モデルが必要不可欠となる。一般にモデルとは、「注目している対象物に生じるある現象をうまく説明するために導入された模型みたいなもの」と定義されるが、近年、この物理モデルの作成が制御における重大な課題のひとつとなり、この物理モデルの精度が低い場合、作成したコントローラが不安定になり事故が生じる可能性も考えられることから、高精度なモデリング手法が求められてきている。

振動を制御することを考える場合、その制御対象が柔軟な平板構造物であるならば、対象は無限の自由度を持っている。詳細な物理モデルを作成することを考えると、この平板構造物の持つ無限の自由度全てを表現することのできる物理モデルを作成すべきである。しかし、自由度全てをモデリングすることはほぼ不可能であり、また多大な労力・時間を有することとなる。さらに、物理モデルの状態変数が多くなることは、コントローラの肥大化につながり、これも現実的ではない。そこで考えられたのが、制御モデルの低次元化である。これは、制御対象とする範囲のみを物理モデルに作成するということである。つまり、無限自由度を有する平板構造物の振動モード形を物理パラメータを用いて有限な低次元化モデルを作成したあと、そのモデルに従い制御系を設計していくということである。しかし、低次元化モデルを作成した場合、低次元化によって打ち切られた高次モードが低次元化コントローラによって励起され、スピルオーバと呼ばれる不安定振動を引き起こす。さらに、センサなどで制御対象を計測する際などには、ノイズなどの誤差が含まれてしまうので、制御対象とモデルとの間にモデル化誤差が生じてしまう。最近では、このようなスピルオーバやモデリングの際のモデル化誤差などに対して、コントローラが不安定になることを回避する方法としてロバスト制御理論などが登場してきている。この物理モデルと制御系設計が上手くかみ合うことで、よりよい制御が可能となる。

本研究では、この物理モデルを運動を表現するモデルと振動を表現するモデルとで個々に作成し、それを結合することで運動と振動を同時に表現する物理モデルを作成する。そこで、この章では振動を表す物理モデル作成方法として用いる低次元化物理モデル作成法について説明する。その後、運動と振動を同時に表現する物理モデルについて説明する。

2.2 低次元化物理モデル作成法

2.2.1 モード座標系と制御系設計における正準系の関係

一般に、励振力を受ける減衰を有する多自由度系の運動方程式は以下のような形で示される。

$$(-\Omega^2 M + k)x = 0 \quad (2-1)$$

M : 質量行列 C : 減衰行列 K : 剛性行列

x : 変位ベクトル f : 力ベクトル

モード解析によれば N 自由度系のシステムは N 個の 1 自由度系システムに非連成化できる。まず、外力が作用しない不減衰固有方程式を解いて固有振動数を要素とする固有振動行列 Ω とそれに対応する固有ベクトル Φ を求める。

$$(-\Omega^2 M + k)x = 0 \quad (2-2)$$

N 自由度においては、固有ベクトルは N 個存在する。列ベクトル Φ を不減衰固有振動数 ω の小さい順に左から並べていけば、N 行 N 列の固有モード行列 Φ が形成される。

$$\Phi = [\phi_1 \ \phi_2 \ \cdots \ \phi_{N-1} \ \phi_N] \quad (2-3)$$

この固有モード行列は、物理座標系とモード座標系との変換に用いられるが、一般には各固有ベクトルは振幅の大きさの絶対値ではなく各質点での振幅の比で表されている。

次に、この系に正弦波状の外力が作用していると仮定し、外力、変位ベクトルを以下のようにおく。

$$x = x_0 e^{j\omega t}, \quad f = f_0 e^{j\omega t} \quad (2-4)$$

x_0 : 変位ベクトル x の複素振幅

f_0 : 力ベクトルの f 複素振幅

固有モード行列 Φ を用いて物理座標系の変位ベクトル x_0 をモード座標系の変位ベクトル ξ に変換すると、以下のようなになる。

$$x_0 = \Phi \xi \quad (2-5)$$

式(2-1)に式(2-4)及び式(2-5)を代入し、 Φ^T を左から乗ずると以下のようなになる。

$$(-\omega^2 \Phi^T M \Phi + j\omega \Phi^T C \Phi + \Phi^T K \Phi) \xi = \Phi^T f_0 \quad (2-6)$$

固有モード行列に関する直交性から $\Phi^T M \Phi$ と $\Phi^T K \Phi$ は次のような対角行列になる。ここで、 $\Phi^T M \Phi$ 、 $\Phi^T K \Phi$ をそれぞれモード質量行列、モード剛性行列と呼ぶ。

$$\Phi^T M \Phi = \begin{bmatrix} m_1 & & & \\ & \ddots & & 0 \\ & & m_i & \\ & 0 & & \ddots \\ & & & & m_N \end{bmatrix} \quad (2-7)$$

$$\Phi^T K \Phi = \begin{bmatrix} k_1 & & & \\ & \ddots & & 0 \\ & & k_i & \\ & 0 & & \ddots \\ & & & & k_N \end{bmatrix} \quad (2-8)$$

ここで、 m_i 、 k_i はそれぞれ*i*次モード質量、モード剛性と呼ばれる。ところが、減衰行列 C については固有ベクトルの直交性が証明されていないのでこの性質が利用できない。そこで、次のように減衰行列が比例減衰(質量行列と剛性行列の線形和)として表せると仮定する。

$$C = \alpha M + \beta K \quad (2-9)$$

ただし、 α 、 β は任意に設定される係数である。そしてこの場合、次のようになる。

$$\Phi^T C \Phi = \begin{bmatrix} C_1 & & & \\ & \ddots & & 0 \\ & & C_i & \\ & 0 & & \ddots \\ & & & & C_N \end{bmatrix} \quad (2-10)$$

ここで、 C_i は*i*次モード成分と呼ばれる。式(2-6)より*i*次モード変位 ζ_i は次のようになる。

$$\zeta_i = \frac{\phi_i^T G_i(\omega)}{m_i \Omega_i^2} f_0 \quad (2-11)$$

ここに、 G_i は*i*次の伝達関数であり、次のようになる。

$$G_i(\omega) = \frac{1}{1 - \left(\frac{\omega}{\Omega_i}\right)^2 + j2\zeta_i \left(\frac{\omega}{\Omega_i}\right)} \quad (2-12)$$

ただし、

$$\Omega_i = \sqrt{\frac{k_i}{m_i}}, \quad \zeta_i = \frac{c_i}{2m_i \Omega_i}$$

である。従って、式(2-5)は式(2-11)を用いて次のように表すことができる。

$$x = \sum_{i=1}^N \frac{\phi_i \phi_i^T G_i(\omega)}{m_i \Omega_i^2} f_0 \quad (2-13)$$

これより、a点を励起するときのb点の応答振幅は、

$$\frac{x_b}{f_a} = \sum_{i=1}^N \frac{1}{M_{bi}^a \Omega_i^2} G_i(\omega) \quad (2-14)$$

となる。ここで、 M_{bi}^a は次のように表される。

$$M_{bi}^a = \frac{m_i}{\phi_{bi} \phi_{ai}} \quad (2-15)$$

式(2-14)のように、N自由度系のシステムがN個の1自由度系システムに非連成化され、物理座標系における応答はN個の1自由度系の応答の線形な和として表現される。次に、この周波数応答領域における表現を制御系設計における状態空間で考える。

式(2-6)は、一般にi次モード変位 ξ_i について次の非連成化された運動方程式としておくことができる。

$$m_i \ddot{\xi}_i + c_i \dot{\xi}_i + k_i \xi_i = \phi_i^T f \quad (i=1, \dots, N) \quad (2-16)$$

ここで、状態変数ベクトルを次のようにおく。

$$\dot{\eta}_i = \left\{ \dot{\xi}_i \quad \xi_i \right\}^T \quad (2-17)$$

従って、a点への制御力としてuを入力した場合の状態方程式及びb点におけるi次モードによる物理変位 y_i の出力方程式は次のようになる。

$$\begin{aligned} \dot{\eta}_i &= A_i \eta_i + B_i u \\ y_i &= C_i \eta_i \end{aligned} \quad (2-18)$$

ここに、 A_i 、 B_i 、 C_i は以下のように定義した行列である。

$$A_i = \begin{bmatrix} -\frac{c_i}{m_i} & -\frac{k_i}{m_i} \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \quad (2-19)$$

$$B_i = \begin{bmatrix} \phi_{ai} \\ m_i \\ 0 \end{bmatrix} \quad (2-20)$$

$$C_i = [0 \quad \phi_{bi}] \quad (2-21)$$

すなわち、モード座標系においてもN個の1自由度系の状態方程式としても表現できることがわかる。

ここで、N自由度系全体の状態ベクトルを次のようにおく。

$$\eta = \{ \eta_1 \quad \dots \quad \eta_i \quad \dots \quad \eta_N \}^T \quad (2-22)$$

状態方程式及び出力方程式は以下のようになる。

$$\begin{aligned} \dot{\eta} &= A\eta + Bu \\ y &= C\eta \end{aligned} \tag{2-23}$$

ここに、 A 、 B 、 C は以下のように定義した行列である。

$$A = \begin{bmatrix} A_1 & & & 0 \\ & \ddots & & \\ & & A_i & \\ 0 & & & \ddots & \\ & & & & A_N \end{bmatrix}$$

$$B = \begin{bmatrix} B_1 \\ \vdots \\ B_i \\ \vdots \\ B_N \end{bmatrix}$$

$$C = [C_1 \ \dots \ C_i \ \dots \ C_N]$$
(2-24)

すなわち、物理座標系からモード座標系へと座標変換を行うことが、状態空間表現における正順系への変換に対応していることがわかる。すなわち、図 2-1 に示すように制御力 u を入力したい時の変位出力は励起された N 個のモードの物理変位の和となっている。

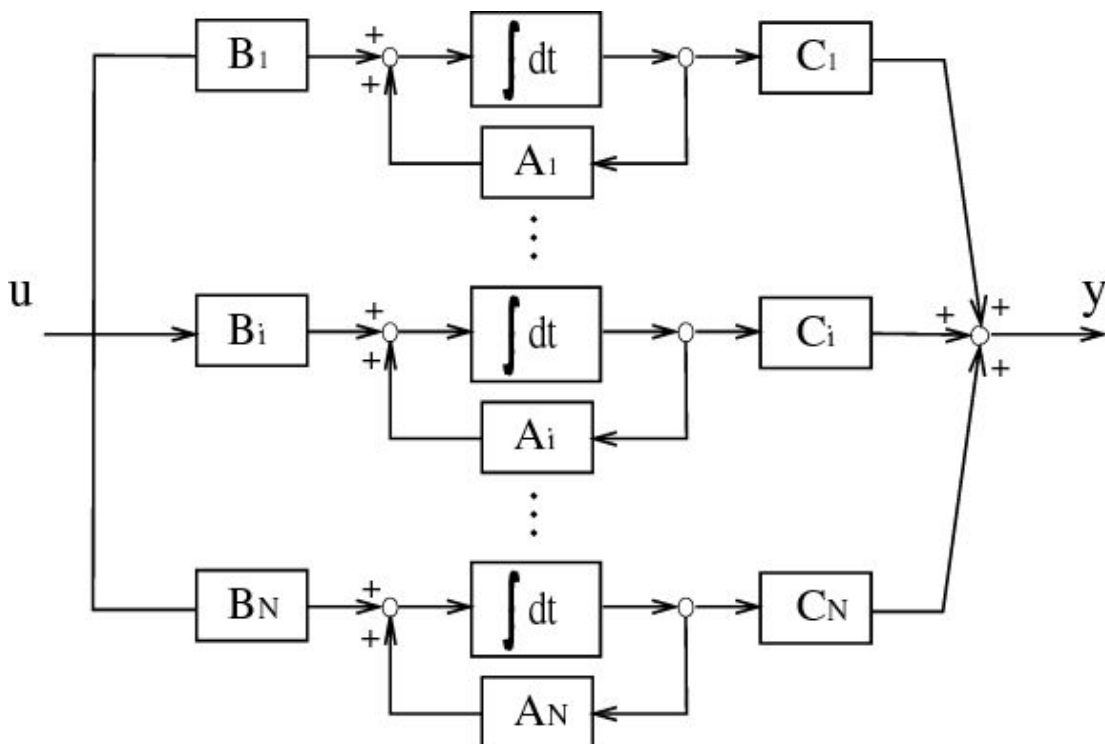


Fig.2-1 N 自由度系構造物の正準系表現 M

2.2.2 等価質量の同定

ここでは、物理モデルを作成するうえで必要となる等価質量を同定する法方法を述べる。図 2-2 に示す N 自由度系における i 次モードの固有ベクトルを

$$x_i^T = \{x_1 \ x_2 \ \cdots \ x_i \ \cdots \ x_N\}$$

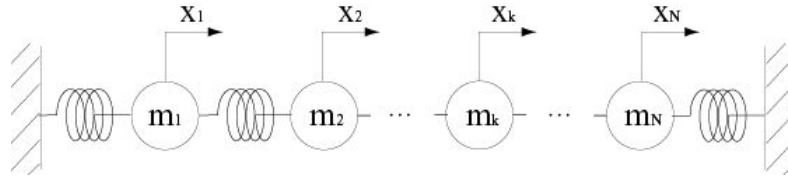


Fig.2-2 i 次モードで振動する N 自由度系モデル

とすると、各質点の速度は $\rho x_1, \rho x_2, \dots, \rho x_i, \dots, \rho x_N$ (ここで ρ は係数) となるので、この状態で運動している系全体の運動エネルギー T_{all} は以下のようなになる。

$$T_{all} = \frac{1}{2} \rho^2 (m_1 x_1^2 + m_2 x_2^2 + \cdots + m_i x_i^2 + \cdots + m_N x_N^2) \quad (2-25)$$

一方、モード解析においては図 2-2 の自由度系を図 2-3 に示す N 個の 1 自由度系の集合と考える。

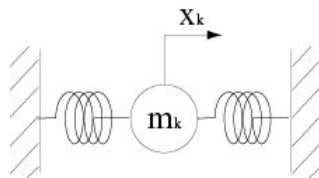


Fig.2-3 i 次モード k 点における 1 自由度系モデル

ここで、図 2-3 の質点 k が図 2-2 の i 点と全く同じ運動をしていると考えると、その時の運動方程式は次のようになる。

$$T_k = \frac{1}{2} M_k (\rho x_k)^2 \quad (2-26)$$

ただし、 M_k は j 点で眺めた i 次モードの k 点における等価質量と定義する。 $T_{all} = T_k$ とおけば、式(2-25)、(2-26)から等価質量 M_k は次式で表される。

$$M_k = m_1 \left(\frac{x_1}{x_k} \right)^2 + m_2 \left(\frac{x_2}{x_k} \right)^2 + \cdots + m_k \left(\frac{x_k}{x_k} \right)^2 + \cdots + m_N \left(\frac{x_N}{x_k} \right)^2 \quad (2-27)$$

この式から以下の 2 項目がわかる。

- (1) あるモードの振動の腹(モードの最大振幅点)では, その時の等価質量が最小となる. この位置は外乱に最も影響されやすく, 制振装置を設置すれば最大効果がえられる.
- (2) あるモードの振動の節(モードの振幅が 0 の点)では, そのモードの等価質量は無限大となる. つまり, 振動の節では外力干渉を受けることがない.

2.2.3 等価質量の同定法

多自由度系の振動制御を行ううえで, 使用する動吸振器やアクチュエータの設計をするが, ここでは, この際に必要となる物理モデルにおける等価質量同定法について 2 通りの方法を述べる. 1 つはモード解析法から直接求める方法であり, もう 1 つは測定点の等価質量が小さいほどその点の感度が高く, 質量を付加することにより固有振動数が敏感に変化することを利用した一種の感度解析法である質量感応法と言う方法である.

(1) 固有ベクトル法

式(2-27)をマトリクス表示すると以下のようになる.

$$M_k = \begin{Bmatrix} \frac{x_1}{x_k} \\ \frac{x_k}{x_k} \\ \frac{x_N}{x_k} \end{Bmatrix}^T \begin{bmatrix} m_1 & & & 0 \\ & \ddots & & \\ & & m_k & \\ 0 & & & \ddots \\ & & & & m_N \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \frac{x_1}{x_k} \\ \frac{x_k}{x_k} \\ \frac{x_N}{x_k} \end{Bmatrix} \quad (2-28)$$

つまり, 質点 k の固有モード成分で正規化した固有ベクトルを質量マトリックスに前後から乗ずれば, k 点の等価質量が得られる. この値は運動エネルギーの釣り合いから導かれた物理量である. 従って, 固有ベクトル k の x 番目の成分を 1 として正規化したベクトルを x_k と質量マトリックス M の下記の演算により得られるモード質量は, k 点での物理的な意味が付加された等価質量を表す. このような考え方で等価質量を求める方法を固有ベクトル法という.

$$M_k = x_k^T M x_k \quad (2-29)$$

この式(2-29)を用いれば, 固有モード上の任意の点の等価質量を同定することができる.

(2) 質量感応法(1 自由度質量感応法)

振動系が集中定数もしくは離散値系で表されるならば, 前述の固有ベクトル

法によって簡単に等価質量を求めることができる。連続系のままで質量を同定するにはこの方法では適切ではない。

その時に便利なのが、対象とする構造物のアクチュエータ設置場所などの任意点に既知の質量を付加し、固有振動数の変化から対象とするモードの任意点における等価質量を求める質量感応法である。

ここで述べる1自由度質量感応法とは、付加質量を取り付けた点で1自由度にモデル化し、その点の等価質量を求める方法である。図2-4に本手法原理を示す。この場合*i*次モードの*k*点の等価質量 M_{ki} は式(2-30)で表される。

$$M_{ki} = \Delta m_{ki} \frac{\omega_{ki}^2}{\Omega_k^2 - \omega_{ki}^2} \quad (2-30)$$

ここで、 ΔM_{ki} は*i*次モードの*k*点に付加された既知の質量、 Ω_k はもとの振動系の*i*次の固有振動数、 ω_{ki} は*k*点に Δm_{ki} が付加されたことにより変化した*i*次モードの固有振動数を表す。

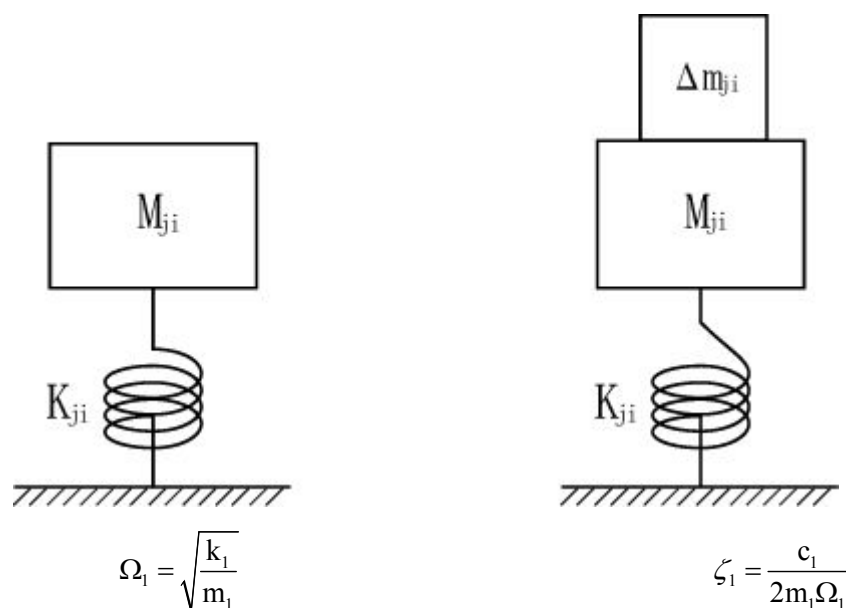


Fig.2-4 1自由度感応法の原理

この方法の使用に際しては、付加質量の選定に注意を要する。それは、付加質量が小さすぎれば固有振動数の変化も微小なので等価質量の同定に誤差が生じやすくなり、逆に付加質量が大きすぎれば隣接するモード間の連成の影響により誤差が生じたり、対象とするモードが変化して正しい値を得ることが困難になる。そこで、付加質量は小さすぎず固有振動数に変化が出るものにするのが重要である。また、計測器の周波数分解能も高くしておくことが誤差を小さくするのに有効である。

この選定は経験的要素が大きく左右するので、経験にあまり左右されない方

法を次に示す。それは、数種類の付加質量を対象となる構造物に取り付けることによりモード間の連成による影響を打ち消す方法である。もしモード間の連成の影響があるならば、付加質量が大きくなるに従い算出される等価質量も大きくなる。そこで、付加質量を横軸、算出された等価質量を縦軸にとり、この関係をプロットしてモード間の連成の度合いを明らかにし、かつ付加質量が0の時の等価質量を読めば、それが求めたい等価質量となる。

2.3 集中定数系物理モデル作成法

ここでは、本研究に用いた集中定数系物理モデルの作成法について述べる。この低次元化物理モデル作成法の要点は、最大効果を得るため振動モード形の解析よりえられたモード形で振動の腹である最大振幅点にセンサを配置する。ここでは図 2-6 に示す一定固定梁を例にして説明する。この作成法の手順は以下のとおりである。

- (1) 振動制御対象の弾性構造物の振動モード形を解析する。
- (2) 制御のための低次元化の次数を決定する。(ここでは2次モードまで)
- (3) それぞれのモードでの最大振幅点(振動の腹)をセンサの配置場所とする。
- (4) その場所を質点とする集中定数系物理モデルを作成する。(この例では2自由度物理モデル)
- (5) 各質量、バネ定数などの物理定数を求める。(この例では M_1 , M_2 , K_1 , K_2)

本手法では、弾性構造物を分布定数系として有限要素法や伝達マトリックス法解析によって固有振動数と振動モード形を求めたあと、作成する低次元化物理モデルの次数と同じ数の集中質量をもつ物理モデルを仮定し集中定数系の固有モードを集中質量の条件を満足させるような固有モードに修正するものである。

2.3.1 物理座標系とモード座標系の関係

ここでは、制御系設計のために低次元化したモデルをモード座標系から物理座標系へ変換することについて述べる。まず、図 2-6 の2自由度系の物理モデルを例にとって説明する。

物理座標系とモード座標系の対応を図 2-7 に示す。減衰が無視できれば質量連成の無い2個の質点を有する集中定数系の運動方程式は式(2-1)により物理座標系で次のように表される。

$$\begin{bmatrix} M_1 & 0 \\ 0 & M_2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{x}_1 \\ \ddot{x}_2 \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} K_1 + K_2 & -K_2 \\ -K_2 & K_2 + K_3 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} f_1 \\ f_2 \end{Bmatrix} \quad (2-31)$$

ここで、 M_1 、 M_2 及び K_1 、 K_2 は、それぞれ図 2-7 における質量及びバネ定数であり、 x_1 、 x_2 は変位である。

いま分布定数系の 1 次の振動モード系から抽出された点 1 と点 2 における

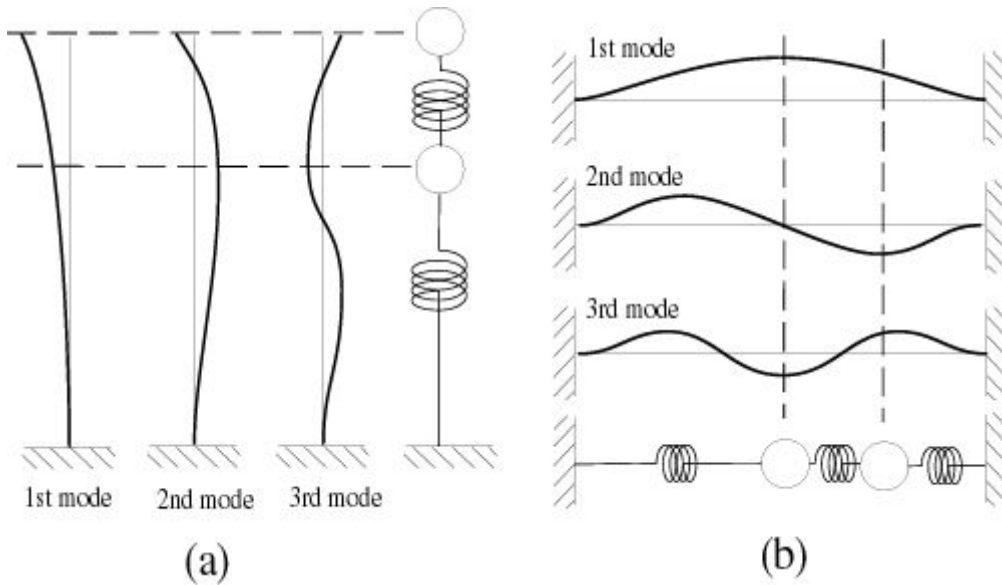


Fig.2-5 低次元化物理モデルの概念

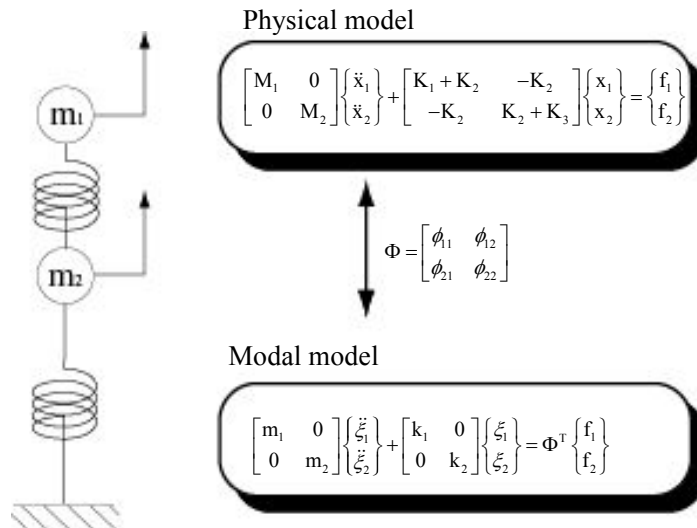


Fig.2-6 物理座標系とモード座標系の対応

固有モード成分を ϕ_{11} 、 ϕ_{21} 、同様に 2 次の振動モード系のそれを ϕ_{12} 、 ϕ_{22} とすれば固有モード行列は次のように表される。

$$\Phi = \begin{bmatrix} \phi_{11} & \phi_{12} \\ \phi_{21} & \phi_{22} \end{bmatrix} \quad (2-32)$$

モード座標系の運動方程式は式(1-5)の1次変換を用いて式(2-17)に対応した以下の式になる。

$$\begin{bmatrix} m_1 & 0 \\ 0 & m_2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{\xi}_1 \\ \ddot{\xi}_2 \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} k_1 & 0 \\ 0 & k_2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \xi_1 \\ \xi_2 \end{Bmatrix} = \Phi^T \begin{Bmatrix} f_1 \\ f_2 \end{Bmatrix} \quad (2-33)$$

このように質量連成の無いN個の集中定数系モデルでは、質量行列が対角行列になる。これが集中定数系が成立するための条件である。ところが、分布定数系から集中定数系への低次元化を図る際、式(2-7)、式(2-8)を満足しつつ質量行列Mが対角化するような固有モード行列Φが見出せていないため物理モデルが作成できないのである。

そこで、分布定数系の固有モードから任意モード成分を抽出して、その成分を集中定数系の固有モードとするためのモード修正法について考察する。

2.3.2 誤差関数の感度を用いた固有モードの修正法

モード質量を単位行列にするように正規化した固有モードを正規モードと呼ぶことにする。正規モードを用いれば式(2-7)の右辺は単位行列Iとなり、物理系の質量行列M、剛性行列Kは次のように表せる。

$$M = (\Phi^T)^{-1} \Phi^{-1} = (\Phi \Phi^T)^{-1} \quad (2-34)$$

$$K = (\Phi^T)^{-1} \Omega^2 \Phi^{-1} \quad (2-35)$$

Mの逆行列をとると式(2-34)は次のようになる。

$$\Phi \Phi^T = M^{-1} \quad (2-36)$$

ところが、Φは分布定数系の振動モードから任意に抽出された固有モード成分で作られているので、式(2-36)の右辺は対角行列とはならない。つまり、集中定数系の条件は成立しないのである。式(2-36)は次のようになる。

$$M^{-1} = \begin{bmatrix} \frac{1}{M_1} & 0 \\ 0 & \frac{1}{M_2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \phi_{11}^2 + \phi_{12}^2 & \phi_{11}\phi_{21} + \phi_{12}\phi_{22} \\ \phi_{11}\phi_{21} + \phi_{12}\phi_{22} & \phi_{21}^2 + \phi_{22}^2 \end{bmatrix} \quad (2-37)$$

これより、以下の拘束条件を満たす必要がある。

$$\phi_{11}\phi_{21} + \phi_{12}\phi_{22} = 0 \quad (2-38)$$

そこで、次式のような誤差関数ε₁を定義する。

$$\varepsilon_1 = \phi_{11}\phi_{21} + \phi_{12}\phi_{22} \quad (2-39)$$

このε₁を0にするような固有ベクトルの修正を行うために、固有モードに対す

る誤差関数の感度行列を次のようにおく.

$$\left\{ \frac{\partial \varepsilon}{\partial \Phi} \right\} = \left\{ \begin{array}{cccc} \frac{\partial \varepsilon_1}{\partial \phi_{11}} & \frac{\partial \varepsilon_1}{\partial \phi_{21}} & \frac{\partial \varepsilon_1}{\partial \phi_{12}} & \frac{\partial \varepsilon_1}{\partial \phi_{22}} \end{array} \right\} \quad (2-40)$$

この $\phi_{11} \sim \phi_{22}$ の修正量を ϕ_{11} , ϕ_{12} , ϕ_{21} , ϕ_{22} とすると, $\varepsilon_1 \rightarrow 0$ には以下の式を解けばよい.

$$\left\{ \frac{\partial \varepsilon}{\partial \Phi} \right\} \left\{ \begin{array}{c} \delta \phi_{11} \\ \delta \phi_{21} \\ \delta \phi_{12} \\ \delta \phi_{22} \end{array} \right\} = -\varepsilon_1 \quad (2-41)$$

これを, 最小ノルム解を使った一般化逆行列によって修正量を求める.

$$\left\{ \begin{array}{c} \delta \phi_{11} \\ \delta \phi_{21} \\ \delta \phi_{12} \\ \delta \phi_{22} \end{array} \right\} = \left\{ \frac{\partial \varepsilon}{\partial \Phi} \right\} \left[\left\{ \frac{\partial \varepsilon}{\partial \Phi} \right\} \left\{ \frac{\partial \varepsilon}{\partial \Phi} \right\}^T \right]^{-1} (-\varepsilon_1) \quad (2-42)$$

この修正量を用いて誤差関数を 0 に収束させれば, 式(2-37)を満足する固有モードが得られ, この場合には 2 自由度の集中定数系モデルを作ることができる.

2.4 柔軟体の運動と振動の制御モデル作成法

2.4.1 運動と振動の相互の影響

前節まで説明した制御モデルは, 柔軟体の振動を表現し制御するためのモデルであった. これは, 建築構造物などのように固定面に設置された物体の振動を表すのに適している. ここでは制御の対象を広げ, 柔軟体の振動のみでなく運動も同時に表現し, 制御できるようなモデルの作成を考える.

ここで, 本研究で対象とする運動と振動が発生する柔軟体では, 次のような前提を設ける.

- 柔軟体の運動により振動が発生する.
- 運動によって発生する振動は, 柔軟体の運動自体には影響を与えることはない.

つまり, 柔軟体での運動と振動は相互に影響を与え合うわけではなく, 運動自体には振動の影響は作用しない. これは制御モデルを作る際の仮定ではあるが, 極めて拘束力の小さなもの以外は, 多くの機械系に対して適用できると考えられる.

この条件が実システムに適用出来るかどうかは, 静止した状態の柔軟体にインパルス加振などをしてみることで判断が出来る. もし加振後, 柔軟体の位

置や姿勢に加振前と比べてずれが生じているならば、それは振動が運動に影響を与えたことになる。逆に、加振の前後で変化がなければ、振動は運動に対して不干涉であり、ここで説明する制御モデルの作成法が適用できることになる。



Fig.2-7 制御対象での運動と振動の関係

2.4.2 制御モデル作成の概念

本研究で用いる柔軟体の運動と振動の制御のための制御モデルを作成するための概念図は図 2-7 のようになる。

この制御モデルの特徴として次のようなものが挙げられる。

- (1) 制御対象である運動をする柔軟体を、剛体と柔軟体が結合したモデルと考える。
- (2) 剛体部分のモデルで、制御対象の運動を表現する。
- (3) 柔軟体部分のモデルで、制御対象の運動によって発生する振動を表現する。その表現には、仮想の質点およびばねを用いる。
- (4) 振動を表す仮想の質点およびばねは、1 軸方向のみに振動する。
質点の個数は、制御したい振動モードの次数と同数となる。

また、柔軟体の振動が多軸方向に発生する場合は、図 2-8 のようにそれぞれの方
向に対して、振動を表す柔軟体モデルを作成することで対応できる。

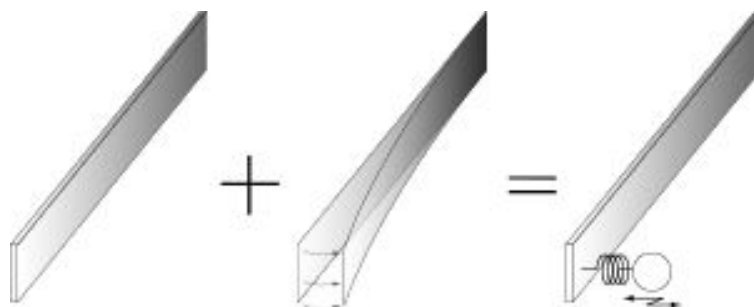


Fig.2-8 制御モデル作成の概念

このように、制御対象を運動と振動をそれぞれ分けてモデル化することにより、次のような利点が得られる。

- ・ 制御モデルの次数は、(運動の次数) + (対象振動モードの次数) という必要最低限の大きさで表現される。
- ・ 各パラメータは物理パラメータで表される。
- ・ 振動の表現には、前節の低次元化物理モデル作成法がそのまま適用できる。

これらの利点はすべて、「制御をするためのモデル」として適したものとなっている。

2.4.3 制御モデルのパラメータ

次に、運動と振動の制御のための制御モデルの各物理パラメータの決定法について説明する。

剛体モデル、柔軟体モデルの各パラメータは、次のように決定される。

- ・ 剛体モデル … 実際の制御対象物のパラメータをそのまま適用
- ・ 柔軟体モデル … 振動制御のための制御モデルの作成法である、低次元化物理モデル作成法を適用

剛体モデルに適用する実際の制御対象物のパラメータとは、制御対象の実質量や慣性モーメントを意味する。このようにすることで、剛体モデルでは制御対象物の運動を、発生する振動に関係なく表現することが出来る。また、柔軟体モデルは元々振動制御のために制御モデルであるので、剛体上で発生している振動を表現することが可能である。

ここで、この制御モデルのパラメータの決定法に関して注意しなければならない点がある。それは、作成される制御モデル全体の質量は、実際の制御対象物の質量よりも柔軟体モデルの質量分だけ重くなっているという点である。

これは制御モデルの方が実システムよりも、全体の運動エネルギーが増加していることを表しており、制御モデルと実システム間で矛盾が生じている。しかし、2.4.1 項で述べた制御モデルの前提条件より、柔軟体モデルは剛体モデ

ルには干渉をしない。それにより剛体モデルを制御するためには、そのパラメータは実システムのパラメータが適用できる。

あくまでもここで作成したモデルは「制御」に適用することを前提とした制御モデルであるので、このような力学的に厳密なパラメータとは、それぞれの値の持っている意味合いも異なってくる。

2.5 まとめ

本章において、分布定数系の構造物を低次元化物理モデル作成法により集中定数系のモデルに置き換える方法について紹介し、以下の知見を得た。

- (1) 低次元化の際に、最大振幅点、つまり振動の腹にセンサを配置することによりよい最適な制御効果を得ることができる。
- (2) その場所に質量を集約する集中定数系物理モデルの作成法を示した。この方法は、分布定数系の振動モード形と節の場所での集中定数系の振動モード系が対応するように、感度解析法を用いて固有モードの修正を行った後、集中定数系の物理定数を算出するものである。
- (3) この物理モデルの特徴は、モデル化した点とセンサの位置が一致するので、状態フィードバックに必要な状態量がセンサによって直接測定できることである。
- (4) 本手法では、振動モード形と質量を集約する点の等価質量がわかれば実施できるので、有限要素法などの数値解析法、実験モード解析法などの振動計測法のいずれでも可能であり、応用範囲が広く今後の発展性が期待できる。
- (5) 運動は振動に影響し、振動は運動に影響しないので、それぞれの物理モデルを別々に作成することができる。

第3章

不確かさを含む系に対する ロバスト振動制御

3.1 はじめに

制御系設計では、制御対象の挙動を伝達関数や微分方程式などの数学モデルで表現し、それらに対して制御系設計理論を用いて制御系を設計する。古典制御理論では、時間領域において制御対象を伝達関数で表し、LQ 制御理論に代表される現代制御理論では周波数領域において微分方程式を変形した状態方程式で表される。古典制御理論では、制御目標を安定性・速応性等に置かれ、周波数伝達関数がわかっているだけでよかった。それに対し、現代制御理論では最適性を求めるので、モデル作成に厳密性が求められる。しかし、実システムを性格に数学モデルで表現することは不可能であり、実システムとモデルとの間に誤差が生じてしまう。これをモデル化誤差といい、このモデルによって設計されたコントローラで実システムを制御するとき良好に制御できないことがある。この現象として、スプールオーバーやモデルの変動などがある。その他に、センサの観測雑音、センサの出力・制御力の時間遅れ、現象の非線形性などがある。このような問題に対し、誤差に対してコントローラの制御性能の劣化が少ないロバスト制御理論を用いる方法である。本来、ロバストとは「頑健」という意味で、この場合、「実在系に存在しうる様々な不安定要素による摂動に対しても閉ループ系の安定性を保ちうる」ということを意味している。このロバスト制御系の中でもっとも有名なものに H_∞ 制御がある。この理論は 1970 年代の終わりに G.Zames によって提唱された。それでは、制御系の平均的な性能をよくする最適設計のような評価関数よりも、最悪ケースを抑える H_∞ ノルムを評価関数に選ぶべきであると主張している。その後、1988 年に Doyle, Glover, Khargonecher, Francis ら 4 名の研究者の DGKF 論文によって状態空間の枠組みで H_∞ を解くことが示された。この成果により、 H_∞ 制御は制御系設計に際しては周波数領域の特性を考慮できる古典制御の考え方の延長線上に位置づけられ、しかも制御則の計算は状態空間でシステマティックに行えるようになった。さらに、MATLAB などの優れたソフトウェアパッケージのおかげで、制御則の計算も容易にできるようになり、理論だけでなく、実験例や実用例も多く報告された。

本章では、この H_∞ 制御理論について簡単に説明する。最初に、 H_∞ 制御で用いる制御問題について説明する。次に H_∞ 制御コントローラの解法問題として、状態フィードバック H_∞ 制御、出力フィードバック H_∞ 制御について説明する。そして H_∞ ロバストサーボコントローラの種類とその設計方法について説明する。

3.2 多自由度系の運動方程式と状態方程式

ここでは、制御対象の構造物を N 自由度バネ・マス系構造物とし、その多自由度モードの振動制御を行うことについて述べる。

まず N 自由度系の構造物の運動方程式は、次のように行列表示できる。

$$\mathbf{x} = \{x_1 \ x_2 \ \cdots \ x_i \ \cdots \ x_N\}^T \quad (3-1)$$

制御力を受ける減衰を有する構造物の運動方程式は、次のように行列表示できる。

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{x}} + \mathbf{C}\dot{\mathbf{x}} + \mathbf{K}\mathbf{x} = \mathbf{K}_f \mathbf{u} \quad (3-2)$$

式(3-2)を整理すると以下のようなになる。

$$\ddot{\mathbf{x}} = -\mathbf{M}^{-1}\mathbf{C}\dot{\mathbf{x}} - \mathbf{M}^{-1}\mathbf{K}\mathbf{x} + \mathbf{M}^{-1}\mathbf{K}_f \mathbf{u} \quad (3-3)$$

ここで、状態変数ベクトル \mathbf{X} を次のように定義する。

$$\mathbf{X} = \begin{Bmatrix} \dot{\mathbf{x}} \\ \mathbf{x} \end{Bmatrix}$$

この状態方程式より、式(3-3)の関係を状態方程式で表すと、

$$\dot{\mathbf{X}} = \mathbf{A}\mathbf{X} + \mathbf{B}\mathbf{u} \quad (3-4)$$

となる。ここで、各係数行列 \mathbf{A} 、 \mathbf{B} は以下のようなになる。

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} -\mathbf{M}^{-1}\mathbf{C} & -\mathbf{M}^{-1}\mathbf{K} \\ \mathbf{I} & \mathbf{0} \end{bmatrix}$$
$$\mathbf{B} = \begin{bmatrix} \mathbf{M}^{-1}\mathbf{K}_f \\ \mathbf{0} \end{bmatrix}$$

そこで、ここでは次のような制御側を考える。

$$\mathbf{u} = \mathbf{K}\mathbf{y} \quad (3-5)$$

この \mathbf{K} を求める際に H_∞ 制御理論を用いる。

3.3 H_∞ 制御理論

3.3.1 H_∞ 制御と評価関数

H_∞ 制御は、フィードバック制御によって適当な入力点から適当な出力点までの伝達関数の大きさがある値以下にしてやる制御である。この大きさを測るノルムとして、伝達関数の周波数応答の絶対最大値から定義される H_∞ ノルムというものが用いられる。具体的には図 3-1 のようなフィードバック系を考えたとき、

適当に定義された外部入力 w と制御量 z の間の閉ループ伝達関数 $G_{zw}(s)$ に対して

$$\|G_{zw}(s)\|_{\infty} < \gamma \quad (3-6)$$

とし、かつ閉ループ系を安定（内部安定）にする制御器 $K(s)$ を求める問題である。このような要求を満たす制御器を H_{∞} 制御器という。 H_{∞} 制御器を設計するためには、まず一般化プラントとなるものを求めておかななくてはならない。

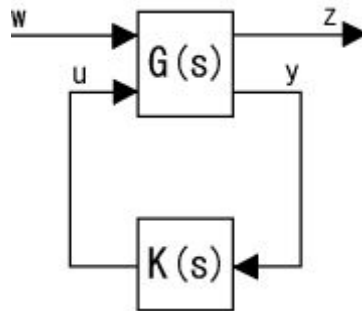


Fig.3-1 一般化プラントと制御器

すなわち、以上の問題を一般化し、図 3-1 ように H_{∞} ノルムを評価したい伝達関数の両端の信号を外部入力 w 、制御量 z とし、制御量を u 、観測量 y と置く。ここで、外部入力は参照信号や外乱、センサノイズ等制御系に外部から加わる入力で、制御量は制御偏差や制御入力、制御出力等、制御によって小さくしたい量を表している。そして、 $K=0$ とおいたときの入出力関係は

$$\begin{bmatrix} z \\ y \end{bmatrix} = \mathbf{G}(s) \begin{bmatrix} w \\ u \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} G_{11} & G_{12} \\ G_{21} & G_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} w \\ u \end{bmatrix} \quad (3-7)$$

を求める。次に共通の \mathbf{A} 行列を使い $G_{ij}(s)$ を実現し、

$$\begin{aligned} G_{11}(s) &= C_1 (s\mathbf{I} - \mathbf{A})^{-1} \mathbf{B}_1 + D_{11} \\ G_{12}(s) &= C_1 (s\mathbf{I} - \mathbf{A})^{-1} \mathbf{B}_2 + D_{12} \\ G_{21}(s) &= C_2 (s\mathbf{I} - \mathbf{A})^{-1} \mathbf{B}_1 + D_{21} \\ G_{22}(s) &= C_2 (s\mathbf{I} - \mathbf{A}) \mathbf{B}_2 + D_{22} \end{aligned} \quad (3-8)$$

とする。この関係を状態方程式と 2 本の出力方程式で表すと、以下のようなになる。

$$\begin{aligned} \dot{\mathbf{x}} &= \mathbf{A}\mathbf{x} + \mathbf{B}_1 w + \mathbf{B}_2 u \\ z &= C_1 \mathbf{x} + D_{11} w + D_{12} u \\ y &= C_2 \mathbf{x} + D_{21} w + D_{22} u \end{aligned} \quad (3-9)$$

$G(s)$ 、あるいは式(3-9)を一般化プラントという。

この一般化プラントに対して，図 3-1 のように制御側を

$$u = \mathbf{K}(s)y \quad (3-10)$$

とすると，式(3-6)の $G_{zw}(s)$ は一般化プラントのパラメータを使えば，

$$\mathbf{G}_{zw}(s) = \mathbf{G}_{11} + \mathbf{G}_{12}\mathbf{K}(\mathbf{I} - \mathbf{G}_{22}\mathbf{K})^{-1}\mathbf{G}_{21} \quad (3-11)$$

と表される．

制御目的は制御目的は外部入力 w に対して，制御量 z をなるべく小さくする制御器 \mathbf{K} を設計すればよいことになる．この $G_{zw}(s)$ の大きさの評価には H_∞ ノルムと呼ばれる周波数応答の最大絶対値を使う．評価に H_∞ ノルムを用いていることから H_∞ 制御と呼ばれる．

安定な伝達関数 $G_{zw}(s)$ の H_∞ ノルムは $\|G_{zw}(s)\|_\infty$ と書き，次式で定義される．

$$\|G_{zw}(s)\|_\infty = \sup_{0 \leq \omega < \infty} \bar{\sigma}\{G_{zw}(j\omega)\} \quad (3-12)$$

これは，図 3-2(a) のようなボード線図のゲインの最大値，または図 3-2(b) のようにベクトル線図の原点から最大値に等しい．

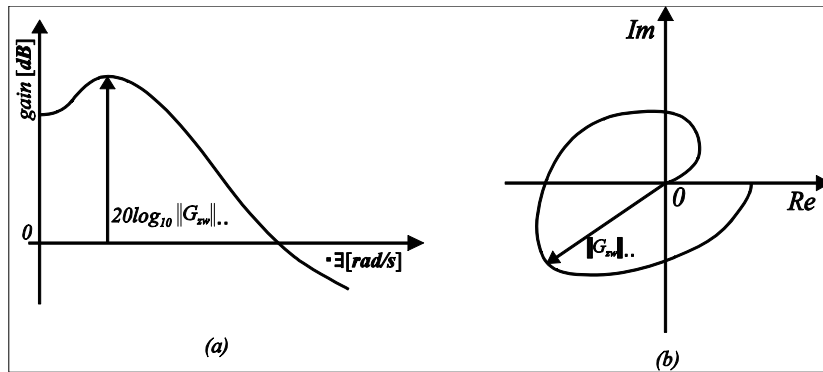


Fig.3-2 $G_{zw}(s)$ の H_∞ ノルム

また，2乗可積分な入力信号と出力信号のエネルギーとして

$$\|w\|_2 = \left\{ \int_0^\infty w^T(t)w(t)dt \right\}^{\frac{1}{2}} \quad (3-13)$$

$$\|z\|_2 = \left\{ \int_0^\infty z^T(t)z(t)dt \right\}^{\frac{1}{2}} \quad (3-14)$$

を定義すると， $G_{zw}(s)$ の H_∞ ノルムは

$$\|G_{zw}(s)\|_{\infty} = \sup_{\omega} \frac{\|z\|_2}{\|w\|_2} \quad (3-15)$$

と一致することが知られている。よって、ノルムは入出力のエネルギー比の最大値(最悪値)を意味することになる。

H_{∞} 制御の本質は、図 3-1 のフィードバック系において w から z までの伝達関数の大きさを H_{∞} ノルムの意味で最小化することであるが、それゆえ制御目的に合わせて w 及び z を選定し、一般化プラント $G(s)$ を上手く構成することで、多くの制御問題を定式化することが可能である。

3.3.2 外乱抑圧問題

w と z までの H_{∞} ノルムを最小にする H_{∞} 制御では、 w を実外乱、 z を外乱の影響を抑えたい物理量にとれば外乱抑圧制御そのものになる。特に、式(3-15)で示される H_{∞} ノルムの意味より、最悪外乱の影響を抑え込む制御系になることが期待できる。例として、図 3-3 において制御対象の入力端に加わる外乱 w を出力端 z で抑圧する問題を考える。 w から z まで

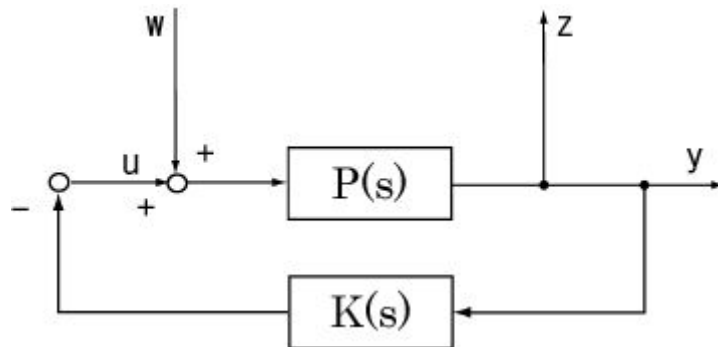


Fig.3-3 外乱抑圧制御

の伝達関数は

$$z = y = P(u + w), \quad u = Ky \quad (3-16)$$

の関係を z について解くと

$$z = (I - PK)^{-1} Pw \quad (3-17)$$

と求まる。したがって、図 3-3 の外乱抑圧問題は、なるべく小さな γ に対し、

$$\|(I - PK)^{-1} P\|_{\infty} < \gamma \quad (3-18)$$

を満たす制御器 K を求める問題として定式化できる。ただし、式(3-18)の評価は H_{∞} ノルムの定義より w から z までの伝達関数のゲイン(多入出力系ならば最大特異値)を全ての周波数帯域にわたって γ 以下に抑えることを意味し、一般的には

厳しい要求となる。

しかし、現実の問題ではこのようなことはほとんどの場合不必要で、実際には外乱 w の周波数スペクトルが大きな周波数帯域でのみ $(I-PK)^{-1}P$ を小さくできれば十分小さくできれば十分である。そこで、小さくした周波数帯域でのみ十分大きなゲインを持つ伝達関数 W_M を導入し、式(3-18)の代わりに、

$$\|W_M M\| < \gamma \quad (3-19)$$

とすると考えよう。ただし、 $M := (I-PK)^{-1}P$ とおいた。 M が 1 入出力系の場合を考えると、 H_∞ ノルムの定義より、式(3-19)は

$$|W_M(j\omega)| |M(j\omega)| < \gamma, \quad \forall \omega \quad (3-20)$$

に等価であるので、 $|W_M(j\omega)|$ が大きな周波数帯域で $|M(j\omega)|$ を特に小さくできることがわかる。

したがって、式(3-19)を満たす制御器 K を求めるには、 w から z までの伝達関数が $W_M M$ となるように構成した図 3-4 の一般化プラントを考え、その H_∞ ノルムを γ 未満とすればよい。なお、ここで用いた $W_M(s)$ は周波数重み(frequency weight)もしくは重み関数(weight function)と呼ばれ、 H_∞ 制御では、制御仕様を設計に反映させるための重要なパラメータとなり、制御系の良し悪しは重み関数の選択に大きく影響される。

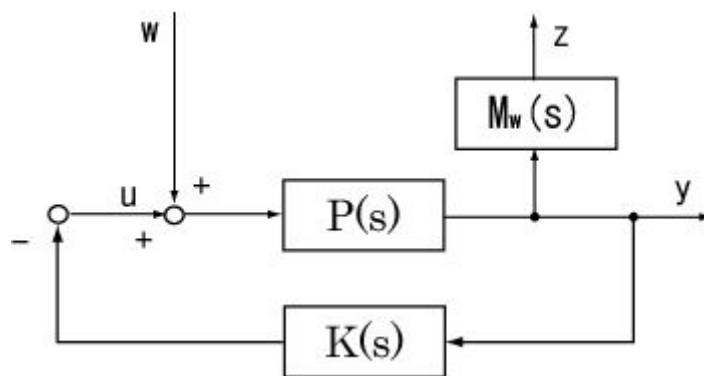


Fig.3-4 一般化プラント

3.3.3 ロバスト安定化問題

制御設計用のモデルは現実の制御対象の不確定な部分(不確かさ)を無視してモデル化されたもので、ノミナルモデルと呼ばれている。このノミナルモデルを制御対象とした閉ループ系、実際の系(不確かさを含んでいる系)を制御対象とした閉ループ系双方を安定にするように制御系を組むことは制御の基本である。この条件を満たされる場合をロバスト安定といい、条件が満たされるコントローラを設計することがロバスト安定化問題である。このロバスト安定化問題を陽に取り扱うことが H_∞ 制御の優れた点である。これは、ロバスト安定性を

保証する際に用いるスモールゲイン定理が H_∞ ノルム条件で記述されているからである。

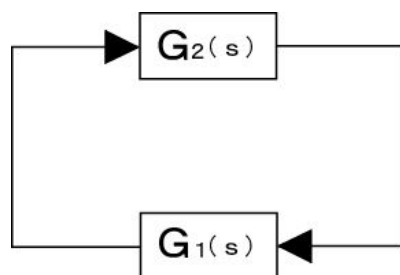


Fig.3-5 スモールゲイン定理

図 3-5 において、 $G_1(s)$ および $G_2(s)$ は安定でプロパな伝達関数とする。このとき、

$$\|G_1(s)G_2(s)\|_\infty < 1 \quad (3-21)$$

を満たすと、この閉ループは安定となる。これがスモールゲイン定理である。

不確かさの表現には大別して 2 つある。1 つは構造化されていない不確かさ(非構造的な不確かさ)で、これは不確かさの原因が明らかにされておらず、全体として漠然とした不確かさや、実機の周波数応答とモデルに基づくシミュレーション結果との差を不確かさと考える場合などがこれに当たる。例えば、低次元化モデル作成による高次モードの不安定振動、つまりスピルオーバー現象を非構造的な不確かさと考える。

もう 1 つは構造化された不確かさ(構造的誤差)で、これは不確かさの原因がある程度特定されており、制御対象全体と不確かさのかかわりあいの構造がはっきりしている場合である。例えば、本研究で考えているロボットアームが重さ不明な物体をつかむ場合では、つかむ物体の質量の変化によるモデルパラメータの変動がこの構造的な不確かさにあたる。一般には、パラメータに含まれる各種の物性定数(バネ定数、質量、慣性モーメント、摩擦係数など)は測定誤差、経年変化あるいは動作点変化や線形近似などのために常にいくらかの不確かさを含んでいる。このような不確かさは、その原因が明らかにされている。つまり、モデルのどの部分に関する不確かさであるという不確かさの構造がわかっているため、構造的な不確かさと呼ばれる。

3.3.4 非構造的な不確かさに関するロバスト安定化問題

ロバスト安定化について取り扱う場合、通常、実際の制御対象 $\tilde{P}(s)$ をノミナルモデル P から変動したもので表す。その表現方法には種々あるが、まず図 3-6(a) のように

$$\tilde{P}(s) = P(s) + \Delta_a(s) \quad (3-22)$$

と表現される場合を考える。この場合、 $\Delta_a(s)$ を加法的変動という。

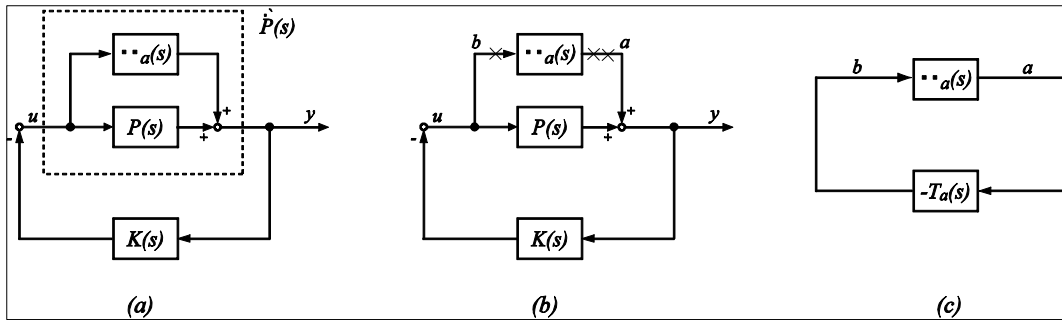


Fig.3-6 非構造的な不確かさの加法的変動とロバスト安定

また、図 3-6 のように

$$\tilde{P}(s) = [I + \Delta_m(s)]P(s) \quad (3-23)$$

と表現される場合には、 $\Delta_m(s)$ を出力端での乗法的変動という。

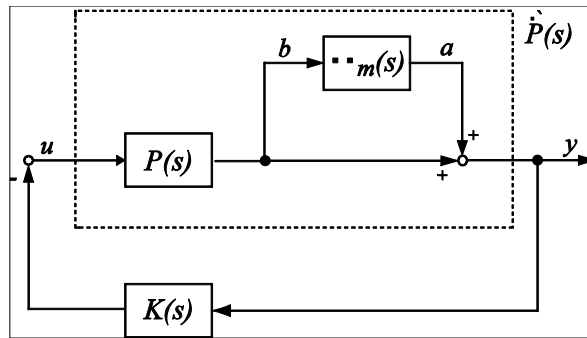


Fig.3-7 乗法的変動を持つ系

ロバスト安定な系を構成する場合、変動について何らかの情報が必要である。ここでは、 $\Delta_a(s)$ が安定でかつその大きさが既知なスカラー関数 $W_a(s)$ のゲインで押さえられ、

$$\tilde{\sigma}\{\Delta_a(j\omega)\} \leq |W_a(j\omega)| \quad : \forall \omega \quad (3-24)$$

となる場合を考える。このとき、図 3-6(a)の系のロバスト安定条件について考えてみる。3-6(b)のように×印と××印の点で $\Delta_a(s)$ を切り離し、a点からb点までの伝達関数を計算すると、

$$b = -(I + KP)^{-1}Ka \quad (3-25)$$

となる。よって、図 3-6(c)のように等価変換できる。ただし、

$$T_a(s) = (I + PK)^{-1}K = K(I + PK)^{-1} \quad (3-26)$$

ここで、図 3-6(c)にスモールゲイン定理を適用し、図 3-6(c)と図 3-5 を比較してみると $\Delta_a(s)$ 、 $T_a(s)$ が安定で、

$$\|-\Delta_a(s)T_a(s)\|_{\infty} < 1 \quad (3-27)$$

を満たせばロバスト安定である．この式は既知な $W_a(s)$ を使った

$$\|W_m(s)T(s)\|_\infty < 1 \quad (3-28)$$

を満たせば成立する．したがって， $T_a(s)$ が安定で式(3-27)が成り立つことがロバスト安定の条件となる．そこで，図 3-6(b)の××点でループを切り離し， Δ_a を $W_a I$ に置き換えて図 3-8 のような系を構成し，さらに等価的な外乱 w と制御力 z を定義する．すると， w ， z 間の閉ループ伝達関数は，

$$G_{zw}(s) = -W_a(s)T_a(s) \quad (3-29)$$

となるので，式(3.28)のロバスト安定化問題も図 3-6 において

$$\|G_{zw}(s)\|_\infty < 1 \quad (3-30)$$

とする等価的な外乱抑制問題となる．

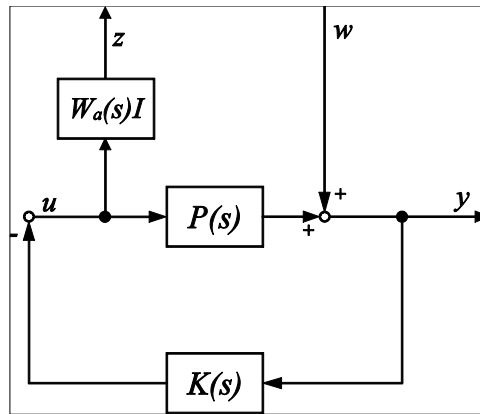


Fig.3-8 ロバスト安定と等価な H_∞ 制御問題

なお，式(3-28)は式(3-26)からわかるように $W_a(j\omega)$ が大きい周波数帯域で制御器 K のゲインを下げる必要があることを意味している．また，式(3-28)では Δ_a の位相条件を無視したスモールゲイン定理に基づいて導出されており，ロバスト安定のための十分条件に過ぎない．

乗法的変動の場合にも，

$$\bar{\sigma}\{\Delta_m(j\omega)\} \leq |W_m(j\omega)| \quad : \forall \omega \quad (3-31)$$

とすれば，ロバスト安定条件は図 3-8 で $\Delta_m=0$ とおいたときの a ， b 間の閉ループ伝達関数と考えることにより，

$$\|W_m(s)T(s)\|_\infty < 1 \quad (3-32)$$

となる．ここで，

$$T(s) = (I + PK)^{-1}PK = P(I + KP)^{-1}K \quad (3-33)$$

は相補感度関数と呼ばれている．

3.3.5 構造的不確かさに関するロバスト安定化問題

前項で説明したロバスト安定化問題は、制御対象の入出力特性(伝達関数)に注目した不確かさに対するものであったが、もうひとつの扱い方がある。

構造的不確かさを持つ系の一般的な形を以下に示す。

$$\dot{\mathbf{x}} = (\mathbf{A}_n + \Delta\mathbf{A})\mathbf{x} + (\mathbf{B}_n + \Delta\mathbf{B})\mathbf{u} \quad (3-34)$$

$$\mathbf{y} = (\mathbf{C}_n + \Delta\mathbf{C})\mathbf{x} + (\mathbf{D}_n + \Delta\mathbf{D}) \quad (3-35)$$

で、 $(\mathbf{A}_n, \mathbf{B}_n, \mathbf{C}_n, \mathbf{D}_n)$ が設計モデルを、 $(\Delta\mathbf{A}, \Delta\mathbf{B}, \Delta\mathbf{C}, \Delta\mathbf{D})$ がそれぞれ不確かさを意味する。次に、 $\Delta\mathbf{A}_{\max}$ を適当な行列の積に分解する。ここでは、

$$\Delta\mathbf{A} = \mathbf{I}_a \Delta_a \Delta\mathbf{A}_{\max}, \quad \|\Delta_a\| \leq 1$$

$$\Delta\mathbf{B} = \mathbf{I}_b \Delta_b \Delta\mathbf{B}_{\max}, \quad \|\Delta_b\| \leq 1 \quad (3-36)$$

$$\Delta\mathbf{C} = \mathbf{I}_c \Delta_c \Delta\mathbf{C}_{\max}, \quad \|\Delta_c\| \leq 1$$

$$\Delta\mathbf{D} = \mathbf{I}_d \Delta_d \Delta\mathbf{D}_{\max}, \quad \|\Delta_d\| \leq 1$$

とした。ここで \mathbf{I} は単位行列、 Δ_i は実変動行列、 $\Delta\mathbf{A}_{\max}$ 、 $\Delta\mathbf{B}_{\max}$ 、 $\Delta\mathbf{C}_{\max}$ 、 $\Delta\mathbf{D}_{\max}$ は式(3-36)で与えられる $\Delta\mathbf{A}$ 、 $\Delta\mathbf{B}$ 、 $\Delta\mathbf{C}$ 、 $\Delta\mathbf{D}$ の最大値である。このとき、式(3-34)、(3-35)は次のように変形できる。

$$\begin{aligned} \dot{\mathbf{x}} &= \mathbf{A}\mathbf{x} + \begin{bmatrix} \mathbf{I}_a & \mathbf{I}_b & \mathbf{0} & \mathbf{0} \end{bmatrix} \mathbf{w} + \mathbf{B}\mathbf{u} \\ \mathbf{z} &= \begin{bmatrix} \Delta\mathbf{A} \\ \mathbf{0} \\ \Delta\mathbf{C} \\ \mathbf{0} \end{bmatrix} \mathbf{x} + \begin{bmatrix} \mathbf{0} \\ \Delta\mathbf{B} \\ \mathbf{0} \\ \Delta\mathbf{D} \end{bmatrix} \mathbf{u} \\ \mathbf{y} &= \mathbf{C}\mathbf{x} + \begin{bmatrix} \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{I}_c & \mathbf{I}_d \end{bmatrix} \mathbf{w} + \begin{bmatrix} \mathbf{D} \\ \mathbf{0} \end{bmatrix} \mathbf{u} \end{aligned} \quad (3-37)$$

これより Δ_i を仮想外乱入力と重み付け出力を用いて閉ループ化表現に置き換えて一般化プラントに組み込み、全モードに対する、誤差ループの一巡伝達関数の H_∞ ノルムを 1 未満に対する制御器を求める。ここで、 $\Delta\mathbf{A}$ は状態量に、 $\Delta\mathbf{B}$ は制御入力に、 $\Delta\mathbf{C}$ は観測量に対する重みとして作用する。

3.3.6 混合感度問題

感度低減問題とロバスト安定化問題(ここでは加法的な不確かさに対する問題)などを混合したのが本問題である。このように、 $\mathbf{S}(s)$ の重み $\mathbf{W}_a(j\omega)$ は低周波帯域

で大きくとればよく，制御対象の不確定性を反映する $W_s(j\omega)$ は高周波帯域で大きくすればよい．したがって，低周波帯域で $S(s)$ を，高周波帯域で $T_s(s)$ を小さくする設計方針が導かれる．これは，式(3-20)と式(3-32)を組み合わせる双方を満たす制御器 \mathbf{K} を設計する問題となる．

混合感度問題は図 3-9 のように表され，等価的な外乱 w を 1 つにまとめて定式化するため， $w(=r)$ ， $z = (z_1^T, z_2^T)^T$ なる変数を定義すると，

$$z = \begin{bmatrix} W_s(s)S(s)/\gamma \\ -W_a(s)T_a(s) \end{bmatrix} w \quad (3-38)$$

となり，ロバスト安定化問題と感度低減問題を 1 つにまとめて，

$$\|G_{zw}\|_\infty = \left\| \begin{bmatrix} W_s(s)S(s)/\gamma \\ -W_a(s)T_a(s) \end{bmatrix} \right\|_\infty < 1 \quad (3-39)$$

とする H_∞ 制御問題となる．

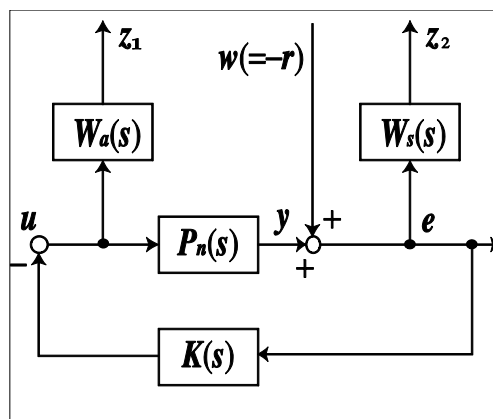


Fig.3-9 混合感度問題と重みの配置

3.4 H_∞ 制御の解

3.4.1 リカッチ方程式

$\mathbf{A}(n \times n)$ を実正方行列 \mathbf{R} ， \mathbf{Q} を実制御対象とする．このときリカッチ方程式は以下のようなになる．

$$\mathbf{XA} + \mathbf{A}^T \mathbf{X} + \mathbf{XR} \mathbf{X} + \mathbf{Q} = \mathbf{0} \quad (3-40)$$

実対象行列解 $\mathbf{X}(n \times n)$ を考えると，この解のうち，

$$\mathbf{A}_x = \mathbf{A} + \mathbf{R} \mathbf{X} \quad (3-41)$$

を安定にする \mathbf{X} を式の安定化解という。また、リカッチ方程式に対応させて、ハミルトン行列を、

$$\mathbf{H}_x = \begin{bmatrix} \mathbf{A} & \mathbf{R} \\ -\mathbf{Q} & -\mathbf{A}^T \end{bmatrix} \quad (3-42)$$

と定義する。ここで、 \mathbf{H}_x の1つの固有値を λ とすると、 $-\lambda$ も \mathbf{H}_x の固有値となる。よって、 \mathbf{H}_x が虚軸上に固有値を持たなければ、 \mathbf{H}_x は n 個の安定な固有値と n 個の不安定な固有値を持つ。 $\mathbf{A}_-(n \times n)$ をこの安定な固有値を持つ任意の実行列とし、対応する n 本の固有方程式を

$$\mathbf{H}_x \begin{bmatrix} \mathbf{X}_1 \\ \mathbf{X}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{X}_1 \\ \mathbf{X}_2 \end{bmatrix} \mathbf{A}_- \quad (3-43)$$

の形式にまとめる。このとき、 $\mathbf{X}_1(n \times n)$ が $\det|\mathbf{X}_1| \neq 0$ を満たせば、

$$\mathbf{H}_x \in \text{dom}(\text{Ric}) \quad (3-44)$$

と記述し、

$$\text{Ric}(\mathbf{H}_x) = \mathbf{X}_2 \mathbf{X}_1^{-1} \quad (3-45)$$

と定義する。すると、式の安定化解は、

$$\mathbf{X} = \text{Ric}(\mathbf{H}_x) \quad (3-46)$$

として求められ、 \mathbf{A}_x は \mathbf{A}_- と相似となる。式を \mathbf{H}_x がリカッチ変換 $\mathbf{H}_x \rightarrow \text{Ric}(\mathbf{H}_x)$ の値域(Domain)に入るといふ。個の条件は、リカッチ方程式が安定化解を持つ条件と等価である。

3.4.2 状態フィードバックによる H_∞ 制御問題の解

ここでは、すべての状態量が観測できる場合に実現できる状態フィードバックによる H_∞ 問題の解について述べる。

状態フィードバック則は、以下の式で表せる。

$$\mathbf{u} = \mathbf{K}\mathbf{x} \quad (3-47)$$

よって、式に示した一般化プラントは、次の式で表せる。

$$\begin{aligned} \dot{\mathbf{x}} &= \mathbf{A}\mathbf{x} + \mathbf{B}_1\mathbf{w} + \mathbf{B}_2\mathbf{u} \\ \mathbf{z} &= \mathbf{C}_1\mathbf{x} + \mathbf{D}_{12}\mathbf{u} \\ \mathbf{y} &= \mathbf{C}_2\mathbf{x} \end{aligned} \quad (3-48)$$

また、式を満たす制御器 \mathbf{K} は、リカッチ方程式を解くことにより求められる。

$$\mathbf{A}^T\mathbf{P} + \mathbf{P}\mathbf{A} + \mathbf{C}_1^T\mathbf{C}_1 - \mathbf{\theta}^T \Sigma^{-1} \mathbf{\theta} + \mathbf{P}\mathbf{B}_1\mathbf{B}_1^T\mathbf{P} = \mathbf{0} \quad (3-49)$$

ここで、

$$\Sigma = \mathbf{D}_{12}^T \mathbf{D}_{12}$$

$$\boldsymbol{\theta} = \mathbf{D}_{12}^T \mathbf{C}_1 + \mathbf{B}_2^T \mathbf{P}$$

である。このリカッチ方程式の解 \mathbf{P} より、フィードバックゲイン \mathbf{K} は次式で表される。

$$\mathbf{K} = -\boldsymbol{\Sigma}^{-1} \boldsymbol{\theta} \quad (3-50)$$

3.4.3 出力フィードバックによる H_∞ 制御問題の解

ここでは、すべての状態量が観測できない時に利用できる出力フィードバックによる H_∞ 標準問題の解について述べる。

解の存在性に関わる前提条件として以下の仮定 **A)**, **B)** を設定する。

A1) $(\mathbf{A}, \mathbf{B}_2)$ は可安定

A2) $m \geq p$ で \mathbf{D}_{12} ($m \times p$) は縦長フルランク

A3) $\mathbf{G}_{12}(s)$ は虚軸上に零点を持たない。すなわち

$$\text{rank} \left\{ \begin{bmatrix} \mathbf{A} - j\omega \mathbf{I} & \mathbf{B}_2 \\ \mathbf{C}_1 & \mathbf{D}_{12} \end{bmatrix} \right\} = n + p, \quad \forall \omega$$

が成立する。

また、その双対として

B1) $(\mathbf{A}, \mathbf{C}_2)$ は可検出

B2) $q \leq r$ で \mathbf{D}_{21} ($q \times r$) は横長フルランク

B3) $\mathbf{G}_{21}(s)$ は虚軸上に零点を持たない。すなわち

$$\text{rank} \left\{ \begin{bmatrix} \mathbf{A} - j\omega \mathbf{I} & \mathbf{B}_1 \\ \mathbf{C}_2 & \mathbf{D}_{21} \end{bmatrix} \right\} = n + q, \quad \forall \omega$$

が成立する。

A1), **B1)** の仮定がないと \mathbf{G} 全体の安定化はできない。この仮定は実際の制御対象が可安定、可検出で重み関数が安定であるということに等価である。**A2)**, **B2)** で $m \geq p$ は制御量数が操作量数より多いことを、 $q \leq r$ は外乱数が観測量より多いことを意味している。また、 $\mathbf{D}_{12} = \mathbf{G}_{12}(\infty)$, $\mathbf{D}_{21} = \mathbf{G}_{21}(\infty)$ からわかるように、 \mathbf{D}_{12} が列フルランク、 \mathbf{D}_{21} は行フルランクという仮定はそれぞれ \mathbf{G}_{12} , \mathbf{G}_{21} が無限遠で零点を持たないことに対応する。**A2)**, **B2)** の仮定がないと、式展開が複雑になる。さらに、**A3)**, **B3)** の仮定は理論構築に伴うスペクトル分解に必要である。

出力フィードバックによる H_∞ 標準問題の解は、次の2つのハミルトン行列と

関係している.

$$\mathbf{H}_\infty = \begin{bmatrix} \mathbf{A} & \gamma^{-2}\mathbf{B}_1\mathbf{B}_1^* - \mathbf{B}_2\mathbf{B}_2^* \\ -\mathbf{C}_1^*\mathbf{C}_1 & -\mathbf{A}^* \end{bmatrix} \quad (3-51)$$

$$\mathbf{J}_\infty = \begin{bmatrix} \mathbf{A}^* & \gamma^{-2}\mathbf{C}_1^*\mathbf{C}_1 - \mathbf{C}_2^*\mathbf{C}_2 \\ -\mathbf{B}_1\mathbf{B}_1^* & -\mathbf{A} \end{bmatrix} \quad (3-52)$$

$\|\mathbf{G}_{zw}\|_\infty < \gamma$ を満たす許容できる制御器が存在するための必要十分条件は, 次の 3 つの条件が成立するときである.

$$\mathbf{H}_\infty \in \text{dom}(\text{Ric}) \quad \text{かつ} \quad \mathbf{X}_\infty = \text{Ric}(\mathbf{H}_\infty) \geq 0$$

$$\mathbf{J}_\infty \in \text{dom}(\text{Ric}) \quad \text{かつ} \quad \mathbf{Y}_\infty = \text{Ric}(\mathbf{J}_\infty) \geq 0$$

$$\rho(\mathbf{X}_\infty\mathbf{Y}_\infty) < \gamma^2$$

ここで, ρ は最大固有値を表す. さらに, これらの条件が成立するとき, この ような制御器のひとつは

$$\mathbf{K}(s) = \begin{bmatrix} \hat{\mathbf{A}}_\infty & -\mathbf{Z}_\infty\mathbf{L}_\infty \\ \mathbf{F}_\infty & \mathbf{0} \end{bmatrix} \quad (3-53)$$

で与えられる. ここに,

$$\hat{\mathbf{A}}_\infty = \mathbf{A} + \gamma^{-2}\mathbf{B}_1\mathbf{B}_1^*\mathbf{X}_\infty + \mathbf{B}_2\mathbf{F}_\infty + \mathbf{Z}_\infty\mathbf{L}_\infty\mathbf{C}_2 \quad (3-54)$$

$$\mathbf{F}_\infty = -\mathbf{B}_2^*\mathbf{X}_\infty, \quad \mathbf{L}_\infty = -\mathbf{Y}_\infty\mathbf{C}_2^*, \quad \mathbf{Z}_\infty = (\mathbf{I} - \gamma^{-2}\mathbf{Y}_\infty\mathbf{X}_\infty)^{-1} \quad (3-55)$$

である.

3.5 ロバストサーボ系の設計

追従制御系や定値制御系を設計する場合, 定常偏差がなく, しかもそれがパラメータ変動に左右されないロバストサーボ系を設計する必要がある. ここでは, I 型のロバストサーボ系に H_∞ 制御理論を適用する方法について説明する. この ような問題は重み関数に虚軸上の不安定極をもつものを選ぶことにより, H_∞ 制 御問題として定式化される.

ロバストサーボ系を設計する方法として主なものとして 3 つある. 1 つ目が, 自由パラメータを用いる方法, 2 つ目が拡大系による方法, 3 つ目が重み関数を用いる方法である. ここでは, 3 つ目の重み関数を用いる方法でロバストサーボ系を設計する方法について説明する.

3.5.1 ロバストサーボ系の設計仕様

図 3-10 は虚軸上に極を持つ重み関数を用いた図となる．制御の目的は，a 点に入る実外乱の影響が b 点にできる限り現れないようにすることであり，重み関数 w_1 は外乱スペクトルから決められた．この場合，外乱がステップ状ならば $W_1 = W_1'/s$ ，角周波数 ω_0 の正弦波ならば $W_1 = W_1'/(s^2 + \omega_0^2)$ として不安定極を導入しないとして定常偏差が残る．

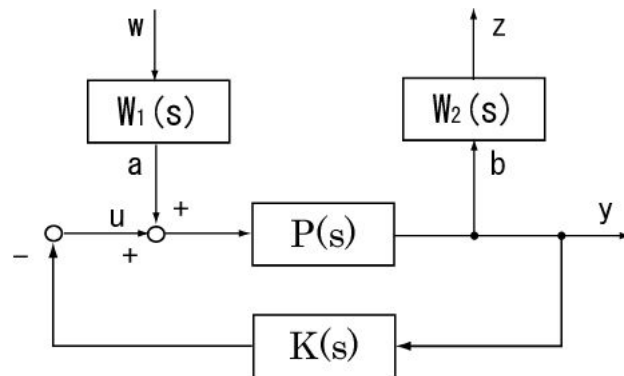


Fig.3-10 虚軸上に極のある重みを持つ制御系

ところが， W_1 の極 u から不可制御なので，仮定 **A1**の (A, B_2) 可安定の条件を満たさない．また，仮定 **A3**も成り立たないこともある．よって，この問題は標準問題とならない．目標値への追従を目的とする以下のロバストサーボ系の設計においても事情は同じである．

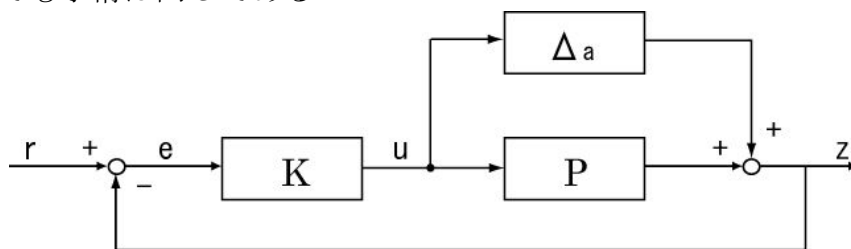


Fig.3-11 ロバストサーボ系の設計

図 3-11 の制御系を考える．ここで， $P(s)$ は制御対象のノミナルモデル， z_0 はサーボ系としての制御量， $u \in R^p$ は操作量， r は目標値とする．また， P は加法的変動を受けるもととして，

$$\tilde{P}(s) = P(s) + \Delta_a(s) \quad (3-56)$$

ただし

$$\bar{\sigma}\{\Delta_a(j\omega)\} \leq |W_a(j\omega)| \quad (3-57)$$

とする。ただし、 Δ_a は安定なものとする。

この制御系の感度関数と準相補感度関数はそれぞれ

$$S(s) = (I + PK)^{-1} \quad (3-58)$$

$$T_a(s) = K(I + PK)^{-1} \quad (3-59)$$

となり、ロバスト安定の条件は、

$$\|W_a(s)T_a(s)\|_\infty < 1 \quad (3-60)$$

となる。

以下、ロバスト安定、かつ、定常ロバストなロバストサーボ系の設計を考えていく。そこで、簡単のため目標値 r は各チャンネル同一であり、定数ベクトル r_0 と虚軸上に極をもつスカラ関数 $g(s)$ によって

$$r(s) = g(s)r_0 \quad (3-61)$$

と記述できるものとする。 $g(s)$ は目標値発生モデルと呼ばれる。このとき、全ての Δ_a に対して定常偏差が零、すなわち

$$e(t) = r(t) - z_0(t) \rightarrow 0 \quad (3-62)$$

とできるならば定常ロバストとなる。一方、 $\Delta_a \neq 0$ のとき e は

$$e(s) = (I + \tilde{P}K)^{-1} r(s) = \tilde{S}gr_0 \quad (3-63)$$

ただし、

$$\tilde{S}(s) = (I + \tilde{P}K)^{-1} \quad (3-64)$$

とあらわされる。ここで \tilde{S} は変動後の感度関数である。よって、式(3-64)が成り立つためには、 $e(s)$ が全ての Δ_a について安定、すなわち

$$\tilde{S}g \in RH_\infty \quad (3-65)$$

となることに等価となる。よって、 \tilde{S} の零点が不安定で g の極を相殺しなければならない。ところが、 \tilde{S} は

$$\tilde{S} = [I + (P + \Delta_a)K]^{-1} = S(I + \Delta_a T_a)^{-1} \quad (3-66)$$

と T_a を使ってあらわされる。また、ロバスト安定の条件式が成り立つと、

$\|\Delta_a T_a\|_\infty < 1$ より、定理 1.1 を使うと、

$$I + \Delta_a T_a \in RH_\infty, \quad (I + \Delta_a T_a)^{-1} \in RH_\infty \quad (3-67)$$

が成り立ち、 $(I + \Delta_a T_a)^{-1}$ は虚軸上に極も零点も持たない。よって、式(3-67)は

$$Sg \in RH_\infty \quad (3-68)$$

と等価となる。すなわち、ロバスト安定で、かつ、定常ロバストであるためには S の零点が g の極を相殺するように K を設計しなければならない。式(3-68)は Sg が安定であることを意味するので、有界な γ に対して

$$\|Sg\|_\infty < \gamma \quad (Sg/\gamma) \in BH_\infty \quad (3-69)$$

を達成することで H_∞ 制御問題として扱える。さらに、感度関数の整形をも目的として、一部の極として $g(s)$ の極を含む重み関数 W_a を導入すれば

$$\|W_a g\|_\infty < \gamma \quad (3-70)$$

としてもよい。

よって、ロバストサーボ系の設計仕様は混合感度問題として式(3-41)と同様

$$\left\| \begin{array}{c} W_s S / \gamma \\ -W_a T_a \end{array} \right\|_\infty < 1 \quad (3-71)$$

とおける。今までと異なるのは、 W_a が $j\omega$ 軸上の不安定極を持つ点である。以上の結論は乗法変動の場合にも同様である。

なお、式(3-68)あるいは式(3-71)を満たし、 (P, K) を内部安定にする制御器 K の存在定理を定理 2.2 を使って解析してみると、以下の命題を得る。

[命題]

式(3-68)を満たす安定化制御器 $K(s)$ が存在するためには次のような条件が必要である。

1. 制御入力 u の数 p は制御量 z_0 の数(サーボ系としての目標値の数)以上でなくてはならない
2. 制御対象 $P(s)$ は $g(s)$ の極と同じ零点(伝達零点)を持たない。
3. 制御対象 $P(s)$ は $g(s)$ の極と同じ零点(伝達零点)をもっていなければ、制

御器 $K(s)$ が $g(s)$ と同じ極を持たなければならない。

この第2項は従来の意味でロバストサーボ系の設計条件，第3項は内部モデル原理として知られており， $K(s)$ が持つ $g(s)$ の極を $g(s)$ の内部モデルという。

3.5.2 重み関数を用いた H_∞ サーボの設計理論

次に，実際に重み関数を用いた場合の H_∞ サーボ系について考える．ここで扱う一般化プラントは式と同様である．また， H_∞ 制御問題の前提条件も 3.3.6.3 で示したものと同様である．ここで，仮定 **A2)**，**B2)**は成り立っているものとする．

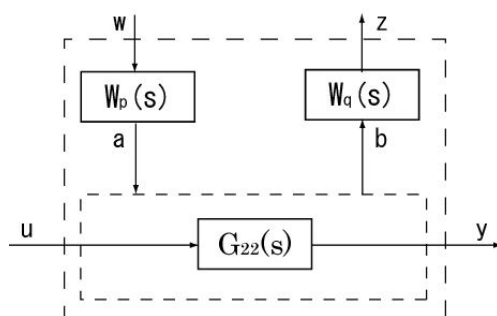


Fig. 3-12 虚軸上に極を持つ重みの配置

一方，前節で述べた例を一般化し，図 3-12 のように， w あるいは z に直接結合された重み関数 $W_p(s)$ ， $W_q(s)$ のどちらかが虚軸上の極を持つ一般化プラントを考える．ただし，点線で囲まれた部分の結合状態，すなわち，重みが実際の制御対象 G につながる位置は特に指定せず，後で述べる仮定を満たせばよいものとする．ただし， $W_p(s)$ ， $W_q(s)$ は最小実現と仮定しておく．このような重みの特徴は，以下のとおりである．

- ①-1 $W_p(s)$ は u からのパスを持たず u から不可制御である
- ①-2 $W_p(s)$ は w から直結されているので w から可制御である

および

- ②-1 $W_q(s)$ は y までのパスを持たず y から不可観測である
- ②-2 $W_q(s)$ は z に直結されているので z から可観測である

したがって，①-1 から $W_p(s)$ が $j\omega$ 極をもてば仮定 **A1)** が成り立たず，②-1 から $W_q(s)$ が $j\omega$ 極をもてば **B1)** は成り立たない．よって，一般化プラント G 全体の安定化は不可能となる．しかし， $W_p(s)$ と $W_q(s)$ は制御器の形に反映するが，実装はしない仮想のものである．したがって， G と K で構成される (G, K) が内部

安定であれば安定化の目的は達成される。たとえば、図 3-12 の $W_q(s)$ の状態は y からは可制御でないことは明らかである。よって、 $W_q(s)$ の不安定モードは可検出でないモードとして現れていることになる。この事実を用いることで、出力フィードバック H_∞ の解法と同様な方法でロバストサーボ系を設計することができる。すなわち、 $X = \text{Ric}\{H_x\}$ と Y_p を用いて、可解性のチェックができ、補償器のクラスも同様にあらわされる。ここで注意する点は、 A_p は安定でないので Y は $X = \text{Ric}\{H_x\}$ の安定化解とはなっていない点である。しかし、このモードは閉ループの外にある $W_p(s)$ の不安定モードであるので、閉ループ系の内部安定性には影響を与えていので、前述どおり安定性を確保することができ、制御器を導くことができる。

また、厳密な解を得る必要がない場合、重み関数の不安定極を微小に左半面に移動して解いてもよい。たとえば、ステップ状の目標値の場合、積分器の変わりに

$$W_r := \frac{1}{s + \varepsilon}$$

を用いる。すると、制御器は純粋な積分器を持たず、定常偏差は完全に 0 にはならないが、 ε が十分小さければ実用上あまり問題にならないことも多い。なお、 ε を小さな値にしすぎると、数値的に悪条件となり、解がうまく得られない場合があるので注意が必要である。

3.6 まとめ

本章では，柔軟ロボットアームの制御方法として採用する H_∞ 制御理論について説明し，以下の見地を得た．

- (1) 柔軟構造物の制御方法として「低次元化物理モデル作成法」を用いて作成したモデルでは，スピルオーバの発生する可能性がある．そこで，この制御理論を用いることで高次モードの感度を低減させることができ，スピルオーバ不安定の問題を回避することができる．
- (2) 構造的誤差を考慮した H_∞ 制御理論を用いることで，複数の制御対象モデルをひとつのコントローラで制御することが出来ることが考えられる．これは，従来の制御方法では，ひとつの制御対象に対してコントローラは一つしか作成することが出来なかったが，この方法では複数の制御対象をカバーするロバストなコントローラが作成できる．
- (3) 重み関数を用いた H_∞ サーボ制御器を適用することで，スピルオーバ，ロバスト性，サーボ特性すべての制御をひとつのコントローラで制御することが可能である．

第4章

モデリングを統合した 制御器設計

4.1 はじめに

ここでは、本研究で対象とする物理パラメータの変動する柔軟機械系について、制御対象をモデル化し、構造的誤差をどのように考慮し、一般化プラントに組み込むかを提示する。また、無視した高次モードの考慮、運動制御の考慮も行い、ロバストサーボ制御器を導出する一般手法について述べる。

本章では、制御対象機械系の例、構造モデリングすべき制御対象物の状態の選定、モデリングポイントをまず、述べる。次に、変動を考慮した H_∞ 制御器を作成する方法について説明する。これは、3.5.5 項で説明した構造的不確かさに関するロバスト安定化問題に基づいている。これは、制御対象の初期状態と最大変動時をそれぞれモデル化し、そのモデルのパラメータの差を構造的誤差として一般化プラントに組み込むことで、パラメータ変動を 3.2 節の H_∞ 標準問題として取り扱うことができ、内部安定性と式(3-6)を満たす制御器を求めることができる。この方法を用いて、本研究では構造的誤差を考慮した H_∞ 制御器を設計していく。

4.1.1 モデルの定義

本研究では、先に述べたとおりモデル化手法は、振動を正確に表現できる低次元化物理モデル作成法を採用し、制御理論には、誤差を組み込むことが可能な H_∞ 制御理論を採用している。

本研究では、制御対象の有界な変動に対して、変動の前と後、2つのモデルを作成し、その差を導出して、そのパラメータを誤差として制御系に組み込んでいる。以後、「ノミナルモデル」と「変動モデル」という用語を多用していくが、その2つのモデルは次のように定義する。

ノミナルモデル：制御対象物の最も標準的な状態

変動モデル：制御対象物が最も極端に変動した状態

4.1.2 手法の概要

本研究で提案するロバストサーボ制御器導出の概要、流れを図 4-1 に示す。本章では、図に示す流れにより、モデリングを統合した制御器の導出手法を解説していく。

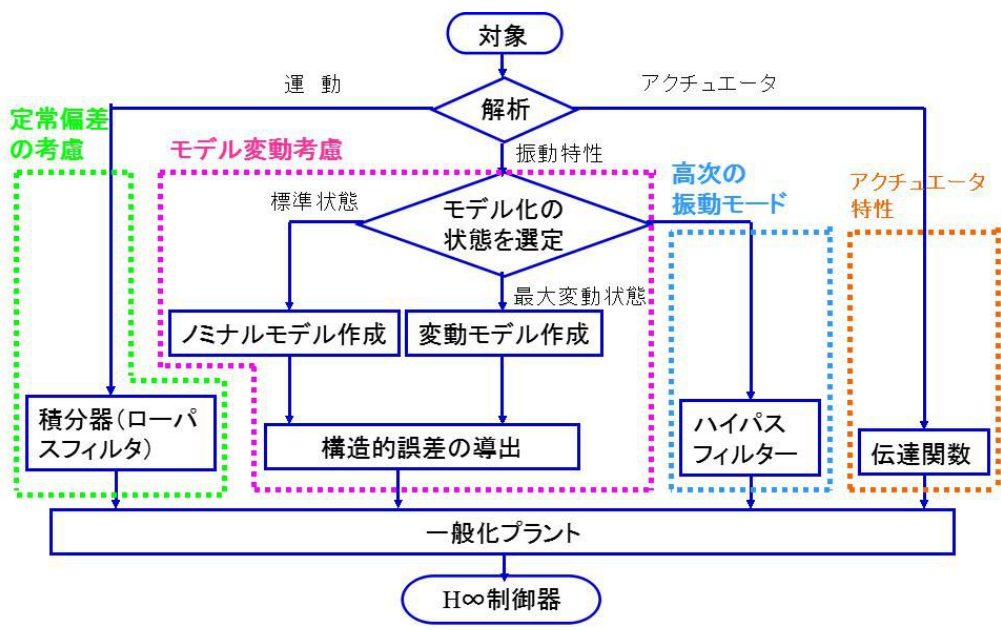


Fig.4-1 手法の概要

4.2 制御対象

本手法が有効な制御対象は、柔軟な機械系で次の要素があるものである。

1. 構造的変動があり、その変動の最大値が確定的（有界な変化）
2. 振動の変動が複雑で、その変動を関数などでの表現が困難な対象

単純な例としては、図 4-2 に示すような、柔軟なロボットアームなどである。このような、ペイロードを輸送する機械系は、輸送するペイロードはスペックの範囲内であり、有界な変動であるが、その質量、形状は不確定であり、モデルの変動を関数などで表現することは艱難である。本手法は、そのような制御対象に対して有効である。

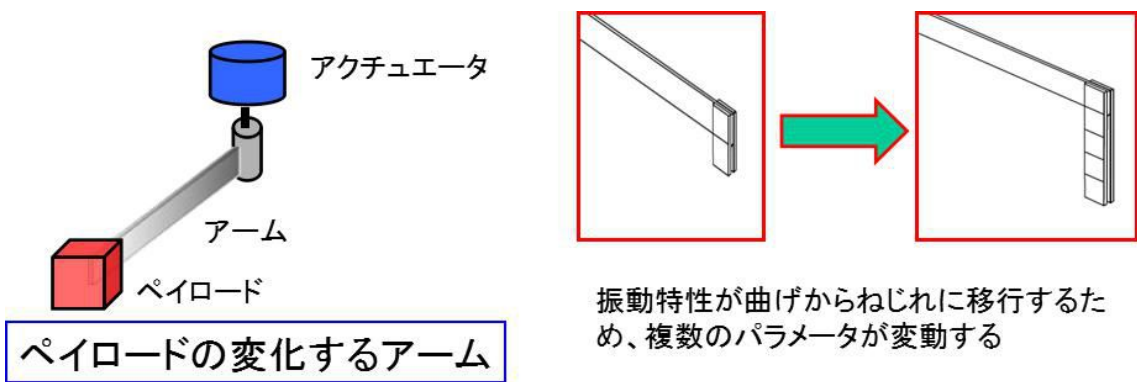


Fig.4-2 手法適用対象の機械系

手法を述べるにあたり、本章では、物理的変動の発生する最も単純な機械系

の例として、図 4-2 に示すような、アクチュエータ（サーボモータ）に平板を取付、その先端のペイロードが変化するものに適用する場合について解説していく。

4.3 制御対象物のモデリングすべき状態の選定

本研究では、制御対象物の物理的なパラメータの変動を考慮した制御器を導出する。そのため、制御対象物の想定される最大変動量を考慮する必要がある。本研究の手法では、構造的パラメータ変動を誤差として、制御器に組み込むことによってロバスト性を与えている。有界な変動を対象としているため、制御器にロバスト性を確保したい幅を決める必要がある。制御対象の異なる 2 つの状態を想定される最大変動量として制御器に組み込む、よって、機器の標準状態と最大変動状態を適切に選定する必要がある。まず、機器の標準状態を決定し、ノミナルモデルとする。そこから、想定される最大変動状態を変動モデルとして選定する。一般的な最大変動量は、搬送システムなどであれば、最大積載量のペイロードを搭載した状態であろう。シミュレーションや実験によって、最大変動ポイントを選定し、最適なモデリング状態の 2 つの状態を選定する。本章の例では、標準状態では、ペイロードの質量が最も小さく、かつペイロードの重心が、平板の剛心に近い位置にある状態を、標準状態として選定している。一方、ペイロードの質量が最大であり、ペイロードの重心が、平板の剛心から離れている場合を変動モデルとして選定している。実際の機械系に適応する場合は、標準状態と最大変動状態の選定には、いくつか状態で FEM 解析を行うなどし、決定することとなる。重要なポイントとして、考慮すべき変動量は、その機械系に起こるべき最大の物理的変動量であり、かつ必要最小限とすることである。変動量の見積もりが実際よりも小さい場合は、その変動量を超えたときに制御が不安定となることが懸念される。逆に、見積もるべき変動量より大きい量を選定すると、得られる制御性能は劣化する。一般に見積もる変動量の大きさと制御性能はトレードオフをなっている。そのため、考慮すべき変動量は、必要十分かつ最小限であることが望ましい。

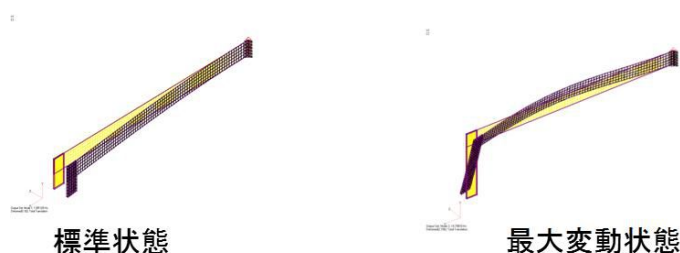


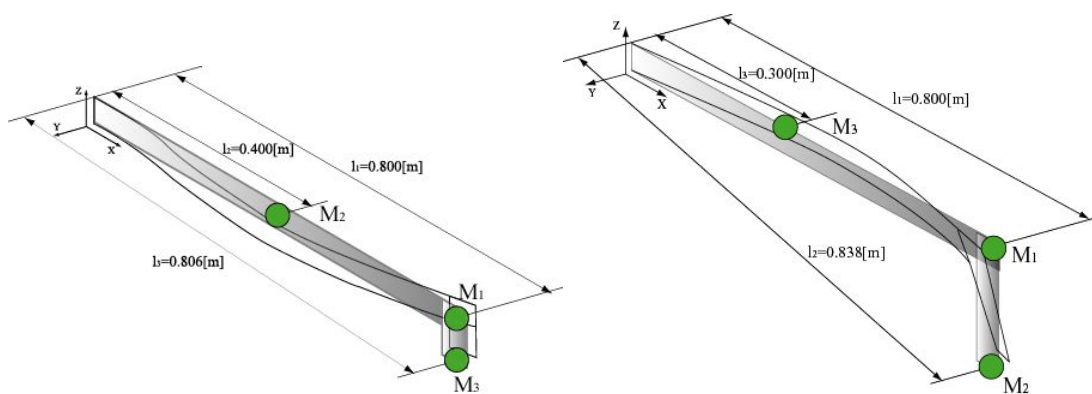
Fig.4-3 モデリングすべき状態の選定例

4.4 モデリングポイントの選定

制御対象物の標準状態と最大変動状態のモデリングすべき状態を選定したのち、それぞれ、モデリングポイントを選定する。低次元化物理モデルは、質点とバネにより、制御対象物を表現している。そのため、質点をどこに設定してモデリングするかが重要となる。

まず、制御対象の制御をしたい周波数帯を設定する。その選定には、機械が求める性能や、アクチュエータの性能を考慮した上で決定する。基本的に、振動を制御したいモード、ピークの数量分以上の質点数が必要となる。そのため、決定された周波数領域における振動のピーク数以上の質点の数量を選定する。質点の数量を増やせば、それだけ、問題は複雑化するため、質点の数量は必要最低限とするのが望ましい。また、本手法の特性上、ノミナルモデルと変動モデルの質点の数量は同一とする必要がある。

次に、取るべき質点の位置について、述べる。まず、取るべき質点の位置は、制御対象の柔軟機械システムの最も制御したいポイントに設置する。一般的に最も制御したい場所にセンサーも設置する。そのことから、優先的に制御したいポイントかつ、センサーの設置位置をモデリングポイントとすべきである。シミュレーションにおいても、効果を確認できるポイントはモデリングポイントであるため、第1のモデリングポイントは、最も制御したい重要ポイントとして選定する。以降の質点のポイントは、制御の効果、モデルの表現性から、基本的に各共振ピークの最大振幅ポイントとするのが妥当である。例外としては、最大振幅ポイントが重複する場合や、制御対象構造物のねじれが表現できない場合においては、その振動における2番目に大きな振動ポイントに設置する。また、ノミナルモデルと変動モデルで、質点のポイントを合わせる必要はない。センサーの設置位置の質点は、実際に制御を行う場合に動かすことができないため、同一とする制約を受けるが、他の質点の配置は、振動特性の表現を優先し、決定すれば良い。特に、制御対象構造物が曲げねじりの連成振動が発生する場合、重要な点は曲げと位相がことなるねじれ振動を適切にモデルに表現することである。振動のモデルは、モード系として数値化されるため、実空間の質点の位置の概念とは異なる。本章の制御対象物の例であれば、各モードの最大振幅点を取った場合は、図4-4に示すとおり、ノミナルモデルと変動モデルで、質点2と質点3の位置が入れ替わるが、振動の制御においてはモード座標で計算がなされるため、モード形状の表現としては、質点2と質点3の場所を入れ替えた状態で表現するのが適切である。次に、制御対象物の振動モード形と質点の選定を示す。



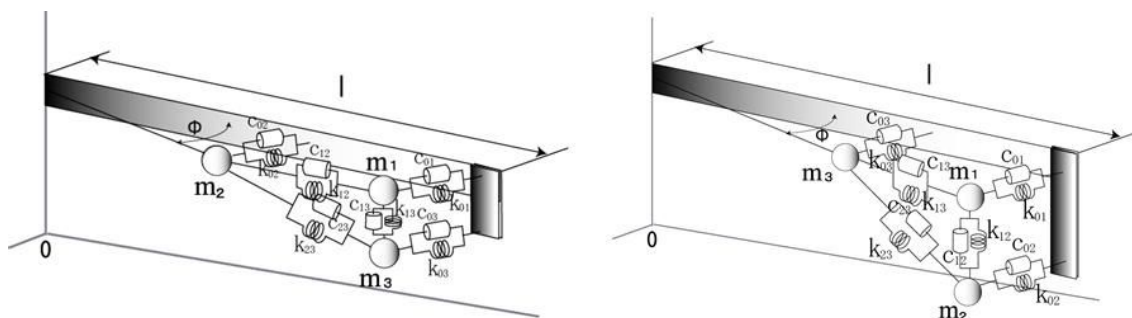
Modeling Point of Nominal Model

Modeling Point of Fluctuated Model

Fig.4-4 モデリングポイント

4.5 制御対象モデルの作成

第2章に示した手法を用いて、低次元化物理モデルを作成する。低次元化物理モデルの作成例を図4-5に示す。



Physical Model of Nominal Model

Physical Model of Fluctuated Model

Fig.4-5 低次元化物理モデル作成例

4.6 構造的誤差を考慮した制御系設計

本研究では、I型のロバストサーボ系を適用した H_∞ 制御器に構造的誤差を考慮した H_∞ コントローラを作成する。ノミナルモデルと変動モデルの両方を用いる。

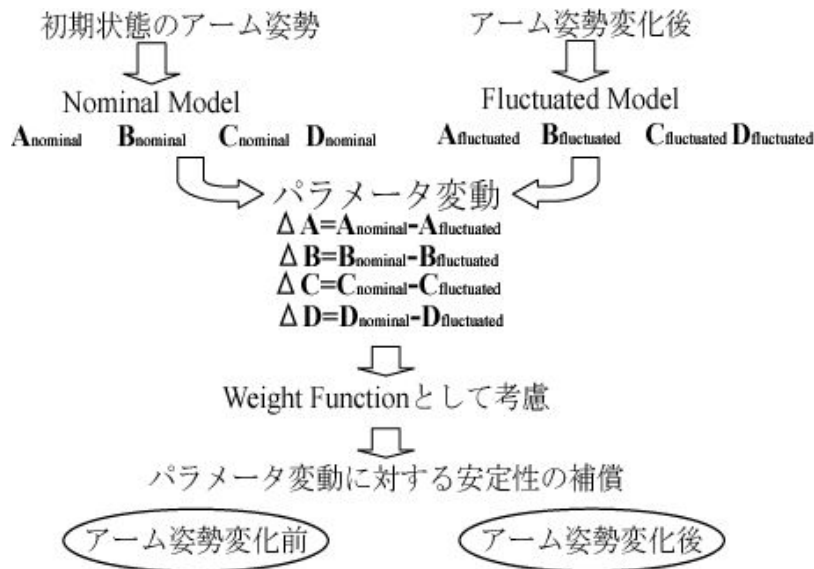


Fig.4-6 Outline of structured uncertainty

構造的誤差と非構造的誤差との関係について説明する。図4-6に構造的誤差を考慮した H_∞ 制御器の概要を示す。制御対象物の変動の前後では制御対象の振動特性やアクチュエータに作用する負荷などが変動している。その状態でそれぞれ物理モデルを作成すると、物理パラメータに変動が生じていることが確認できる。そのパラメータの変化量を制御系設計時に重み関数として組み込むことで H_∞ 制御理論の制御問題として扱うことができる。また、構造的誤差を用いる場合、周波数重み関数を用いずにパラメータ変動を用いて制御性能を決定することができる。ここでは、式(3-36)で示した誤差行列を用いると、以下のような式が成立する。

$$\begin{aligned}
 \Delta \mathbf{A} &= \mathbf{I}_a^{-1} \Delta \mathbf{A} \mathbf{I}_a \\
 \Delta \mathbf{B} &= \mathbf{I}_b^{-1} \Delta \mathbf{B} \mathbf{I}_b \\
 \Delta \mathbf{C} &= \mathbf{I}_c^{-1} \Delta \mathbf{C} \mathbf{I}_c \\
 \Delta \mathbf{D} &= \mathbf{I}_d^{-1} \Delta \mathbf{D} \mathbf{I}_d
 \end{aligned} \tag{4-1}$$

図4-7はこれらを考慮したブロック線図となる。これを H_∞ 制御理論の制御問題に置き換えて考えてみると、 $\Delta \mathbf{A}$ は3.2.2の外乱抑圧問題で説明した周波数重みとして、 $\Delta \mathbf{B}$ は相補感度関数として、 $\Delta \mathbf{C}$ は準相補感度関数として考えることが

できる。これは、コントローラ作成時にはロバスト性を持たせるだけでなく、制御性能を決定する重みとして用いることができる。

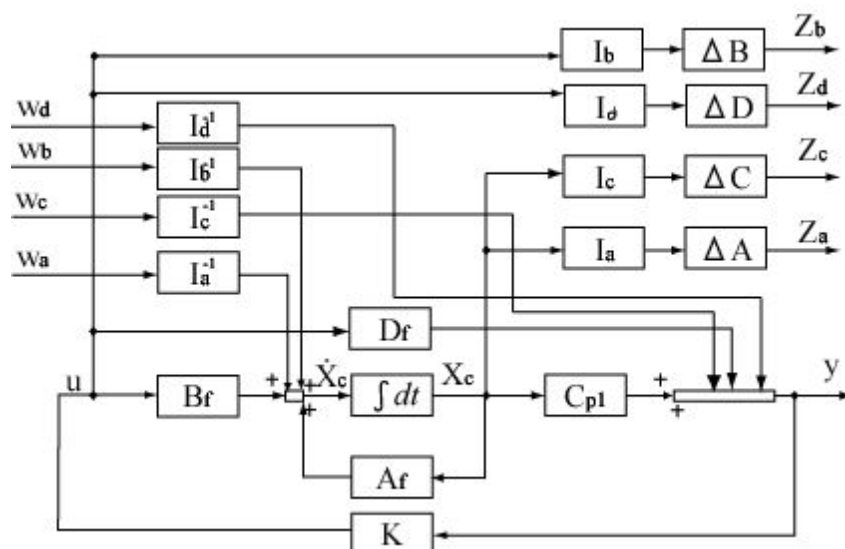


Fig.4-7 Brock diagram of structured uncertainty

また、作成する H_∞ 制御器は以下の目標を達成するように設計する。

1. 目標値への即応性及び定常偏差の改善
2. 制御対象に変動が生じた場合でも安定性を保つロバスト性
3. 制御対象物に衝撃が加わったことを想定した静止状態での外乱
4. 無視した高次モードに対するロバスト安定性

4.7 誤差パラメータの決定

ここでは、誤差関数の選定方法について説明する。本研究では、ノミナルモデルと変動モデルの2つを制御対象とし、低次元化物理モデル作成法を用いてそれぞれ物理モデルを作成した物理モデルに変化が生じるのは、システム行列 \mathbf{A} 、入力行列 \mathbf{B} 、出力行列 \mathbf{C} 、直達行列 \mathbf{D} である。本研究では、それらをシステム誤差行列 $\Delta\mathbf{A}$ 、入力誤差行列 $\Delta\mathbf{B}$ 、出力誤差行列 $\Delta\mathbf{C}$ 、直達誤差行列 $\Delta\mathbf{D}$ と呼ぶ。これらの誤差行列はノミナルモデルから変動モデルの差であり、以下のようになる。

$$\begin{aligned}
 \Delta\mathbf{A} &= \mathbf{A}_{\text{nominal}} - \mathbf{A}_{\text{fluctuated}} \\
 \Delta\mathbf{B} &= \mathbf{B}_{\text{nominal}} - \mathbf{B}_{\text{fluctuated}} \\
 \Delta\mathbf{C} &= \mathbf{C}_{\text{nominal}} - \mathbf{C}_{\text{fluctuated}} \\
 \Delta\mathbf{D} &= \mathbf{D}_{\text{nominal}} - \mathbf{D}_{\text{fluctuated}}
 \end{aligned}
 \tag{4-2}$$

4.8 重み関数の選定

重み関数は、非構造的誤差を考慮したハイパスフィルタと定常偏差を考慮した積分特性を持ったローパスフィルタを用いる例を示す。一般的な H_∞ 制御は建造物などレギュレータ制御に向いている制御であり、サーボ制御には向いていない。そのため、機械系に適用するためには、その欠点を補い、サーボ制御器として十分な性能を与える必要がある。そのため、本手法では、積分特性を持ったローパスフィルタを、目標値との誤差にかけることで、サーボ性能を引き上げ、一般的な機械系の要求水準を満たす性能を実現している。第5章、第6章の適用例で示すが、本手法により、比例制御を用いたサーボ制御と比較しても遜色のない性能を実現している。

ここで、ハイパスフィルタは制御対象の無視した高次モードを包含するように設計する。図4-8に重み関数の伝達特性線図の例を示す。一般的な柔軟構造物の運動と振動の制御を行う場合、例に示すフィルターで対応できるが、より高度な制御を目指す場合は、フィルターの種類、数を増やすなどすることも可能である。

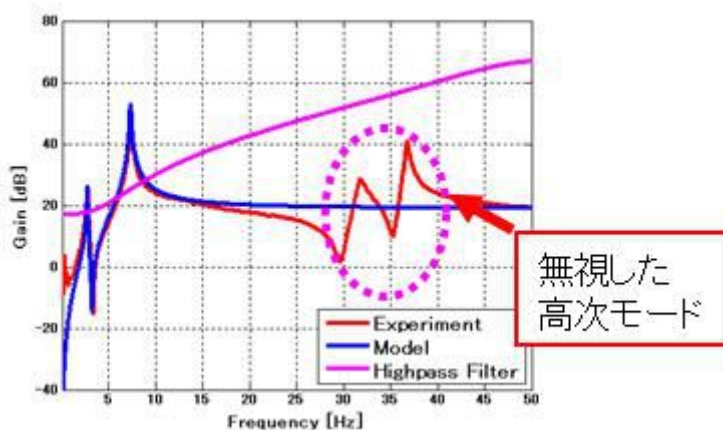


Fig.4-8 非構造的誤差の考慮

2 次のハイパスフィルタの伝達関数は以下のとおりである。

$$W_{se}(s) = \frac{k_{se}(s^2 + 2\zeta_{se1}\omega_{se1}s + \omega_{se1}^2)}{s^2 + 2\zeta_{se2}\omega_{se2}s + \omega_{se2}^2}$$

$$\omega_{se1} = 10 \times 2\pi [\text{rad/s}], \quad \omega_{se2} = 70 \times 2\pi [\text{rad/s}], \quad \zeta_{se1} = 0.76$$

$$\zeta_{se2} = 0.16, \quad k_{se} = 500$$
(4-3)

また，前述した運動の制御に関わる，定常偏差改善の積分特性を持ったローパスフィルタの例を図 4-9 に示す．

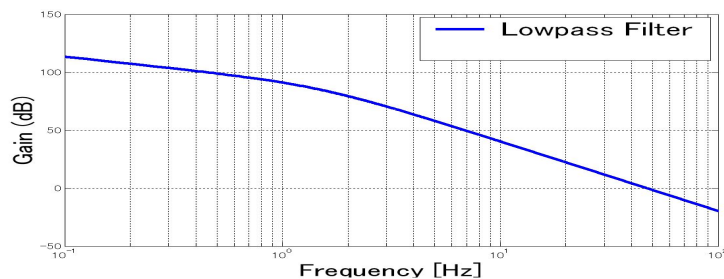


Fig.4-9 運動の制御の向上（定常偏差改善）

式(3-74)を用いた 3 次のローパスフィルタの伝達関数は以下のとおりである．

$$W_{sp}(s) = \frac{k_{sp} \omega_{sp}^2}{s^3 + (2\zeta_{sp} \omega_{sp} + \varepsilon)s^2 + (\omega_{sp}^2 + 2\zeta_{sp} \omega_{sp} \varepsilon)s + \omega_{sp}^2 \varepsilon} \quad (4-4)$$

$\omega_{sp} = 2.0 \times 2\pi [\text{rad/s}]$, $\zeta_{sp} = 0.50 [-]$, $\varepsilon = 10^{-6} [-]$, $k_{sp} = 3000 [-]$

4.9 アクチュエータ特性の考慮

本研究では，アクチュエータ特性を計測し，伝達関数をモデルに組み込んでいく．その例を図 4-10 に示す．

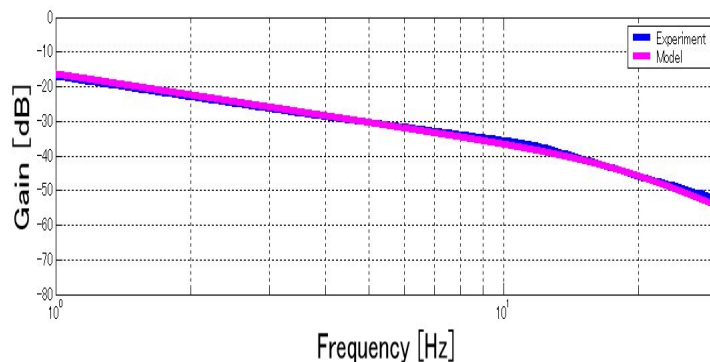


Fig.4-10 アクチュエータ特性の考慮

4.10 一般化プラントの作成

本章で解説した要素を一般化プラントに組み込み制御器を導出する。すなわち、制御対象モデル、構造的誤差（最大パラメータ変動）、非構造的誤差（ハイパスフィルタ）、定常偏差改善のための積分器（ローパスフィルタ）を一般化プラントに組み込むものである。

本研究では、パラメータの変動を用いて制御性能を決定する。ここでは、式(3-36)で示した誤差行列を用いる。ここで、この I_a^{-1} 、 I_b^{-1} 、 I_c^{-1} 、 I_d^{-1} を外乱 w に作用する重みとして、 I_a 、 I_b 、 I_c 、 I_d を抑えたい制御量 z に作用する重みとして配置し、この w から z までの一巡伝達関数が式(3-6)を持たすことで内部安定性を保つことができる。さらにここに、機械系に外力などの外乱が入力された場合に制御性能が劣化するのを防止するために、外乱などを想定し、モデルの等価質量の逆数を一般化プラントに組み込む。

図 4-11 に構造的誤差を考慮したモデルの運動と振動を制御するための H_∞ ロバストサーボ系のブロック線図を示し、その状態方程式と出力方程式を以下に示す。

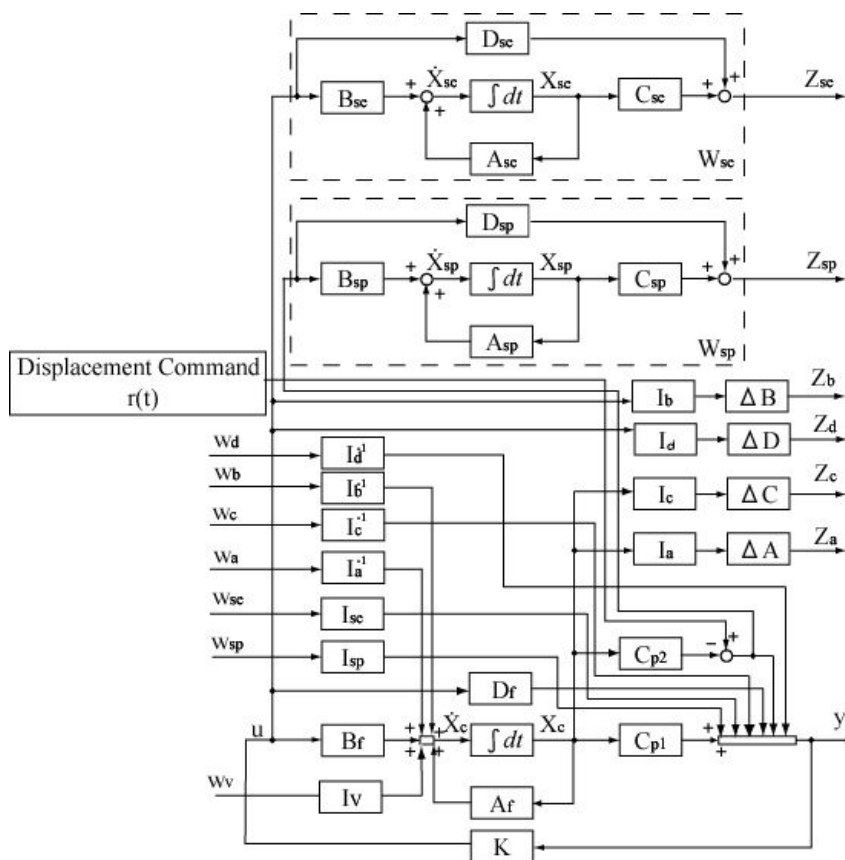


Fig.4-11 The block diagram of robust servo taking account of structured uncertainty

$$\begin{aligned}
\dot{\mathbf{X}}_f &= \mathbf{A}_f \mathbf{X}_f + \mathbf{I}_a^{-1} \mathbf{W}_a + \mathbf{I}_b^{-1} \mathbf{W}_b + \mathbf{B}_f \mathbf{u} \\
\dot{\mathbf{X}}_{sp} &= \mathbf{A}_{sp} \mathbf{X}_{sp} - \mathbf{B}_{sp} \mathbf{C}_{cp2} \mathbf{X}_f + \mathbf{B}_{sp} \mathbf{r} \\
\dot{\mathbf{X}}_{se} &= \mathbf{A}_{se} \mathbf{X}_{se} + \mathbf{B}_{se} \mathbf{u}
\end{aligned} \tag{4-5}$$

$$\begin{aligned}
\mathbf{Z}_a &= \Delta \mathbf{A} \mathbf{I}_a \mathbf{X}_f \\
\mathbf{Z}_b &= \Delta \mathbf{B} \mathbf{I}_b \mathbf{u} \\
\mathbf{Z}_c &= \Delta \mathbf{C} \mathbf{I}_c \mathbf{X}_f \\
\mathbf{Z}_d &= \Delta \mathbf{C} \mathbf{I}_d \mathbf{u} \\
\mathbf{Z}_{sp} &= \mathbf{C}_{sp} \mathbf{X}_{sp} - \mathbf{D}_{sp} \mathbf{C}_{cp2} \mathbf{X}_f + \mathbf{D}_{sp} \mathbf{r} \\
\mathbf{Z}_{se} &= \mathbf{C}_{se} \mathbf{X}_{se} + \mathbf{D}_{se} \mathbf{u}
\end{aligned} \tag{4-6}$$

$$\mathbf{y} = \mathbf{C}_f \mathbf{X}_f + \mathbf{D}_c \mathbf{u} + \mathbf{I}_d \mathbf{w}_d + \mathbf{I}_{sp} \mathbf{w}_{sp} + \mathbf{I}_{se} \mathbf{w}_{se} + \mathbf{r} \tag{4-7}$$

これらを一般化プラントにすると，以下のようになる．ここで，本研究で用いる制御系は厳密にプロパーなものとし， $\mathbf{D}_{11} = \mathbf{0}$ とする．

$$\begin{aligned}
\dot{\mathbf{X}} &= \mathbf{A}_{1z} \mathbf{X} + \mathbf{B}_{1z} \mathbf{W} + \mathbf{B}_{2z} \mathbf{u} \\
\mathbf{Z} &= \mathbf{C}_{1z} \mathbf{X} + \mathbf{D}_{12z} \mathbf{u} \\
\mathbf{Y} &= \mathbf{C}_{2z} \mathbf{X} + \mathbf{D}_{21z} \mathbf{W} + \mathbf{D}_{22z} \mathbf{u}
\end{aligned} \tag{4-8}$$

$$\mathbf{X} = [\mathbf{X}_f \quad \mathbf{X}_{sp} \quad \mathbf{X}_{se}]^T$$

$$\mathbf{W} = [\mathbf{W}_a \quad \mathbf{W}_b \quad \mathbf{W}_c \quad \mathbf{W}_d \quad \mathbf{W}_{sp} \quad \mathbf{W}_{se} \quad \mathbf{r}]^T$$

$$\mathbf{A}_{1z} = \begin{bmatrix} \mathbf{A}_f & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ -\mathbf{B}_{sp} \mathbf{C}_{cp2} & \mathbf{A}_{sp} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{A}_{se} \end{bmatrix}, \quad \mathbf{B}_{1z} = \begin{bmatrix} \mathbf{I}_a^{-1} & \mathbf{I}_b^{-1} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \mathbf{B}_{sp} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{B}_{2z} = \begin{bmatrix} \mathbf{B}_f \\ \mathbf{0} \\ \mathbf{B}_{se} \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{C}_{1z} = \begin{bmatrix} \Delta \mathbf{A} \mathbf{I}_a & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ \Delta \mathbf{C} \mathbf{I}_c & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ -\mathbf{C}_{p2} \mathbf{D}_{sp} & \mathbf{C}_{sp} & 0 \\ 0 & 0 & \mathbf{C}_{se} \end{bmatrix}, \quad \mathbf{D}_{12z} = \begin{bmatrix} 0 \\ \Delta \mathbf{B} \mathbf{I}_b \\ 0 \\ \Delta \mathbf{D} \mathbf{I}_d \\ 0 \\ \mathbf{D}_{se} \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{C}_{2z} = [\mathbf{C}_f \quad \mathbf{0} \quad \mathbf{0}], \quad \mathbf{D}_{21z} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & \mathbf{I}_c^{-1} & \mathbf{I}_d^{-1} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{D}_{22z} = \begin{bmatrix} \mathbf{D}_f \\ 0 \end{bmatrix}$$

上記一般化プラントより，第3章に示した手順に従い H_∞ ロバストサーボ制御器を導出する．

4.11 まとめ

本章では，構造的な不確かさを考慮した H_∞ 制御器の設計方法，モデリングから制御器の導出手法を示した．制御対象の物理的パラメータ変化を制御系設計にフィードバックすることで，制御対象物が物理的変化した場合でも制御器の安定性を保つことができると考えた．また，機械の基本的な性能である即応性に対して，ローパスフィルタを用いることで定常偏差なく速やかに目標値に追従させる．

これより，本研究で作成したコントローラは制御対象物に物理的変化が生じた場合でも不安定になることなく制御対象を良好に制御することができ，また機械に求められる基本的な仕様を全て満たすことができる．

第5章

ロボットアームへの適用

5.1 はじめに

ここでは、本研究の適用事例として、3次元2リンクフレキシブルロボットアームについて、モデリング、制御器設計、制御シミュレーション、制御実験までを述べる。ロボットアームは関節が稼動する以上、姿勢の変動に対してもロバストである必要がある。従来の方法ではロボットアームのひとつの姿勢のみのコントローラしか作成できず、姿勢が変動した場合の制御性能の変化については考慮されていない。これでは、ロボットアームの姿勢が変動した場合、コントローラが不安定になる可能性が生じてくる。そこで、本研究ではこの変動を考慮した制御系設計手法を用いて複数のアーム姿勢を同時に制御することのできる H_{∞} 制御器を作成する方法について説明する。

柔軟ロボットアームを第2章で説明した低次元化物理モデル作成法をもちいて2自由度集中定数系物理モデルに低次元化する。本研究では2つの物理モデルを用いる。一つ目は制御対象である柔軟ロボットアームの標準状態で肘関節がまっすぐの状態、もうひとつはアームの肘関節が90度曲がった状態である。本研究では、前者をノミナルモデル、後者を変動モデルと呼ぶ。

本章では、最初に本研究で用いる実験装置と制御対象の概要について説明する。

次に、物理モデルを作成する。その手順は、まず制御対象を低次元化物理モデル作成法を用いて低次元化し振動を表す物理モデルを導出する。次に、アクチュエータと平板を考慮した剛体モデルを作成する。その後、その2つを運動方程式上で結合させ運動と振動を表す物理モデルを導出する。最後に、作成したモデルの検証としてP制御を行い、物理モデルと制御対象の妥当性を検証する。

2つのロボットアームの状態をモデリング化した後、そのモデルのパラメータの差を構造的誤差として一般化プラントに組み込む。パラメータ変動を3.2節の H_{∞} 標準問題として取り扱うことができ、内部安定性と式(3-6)を満たす制御器を求めることができる。この方法を用いて、本事例は作成したノミナルモデルと変動モデルの2つを制御対象とし、この構造的誤差を考慮した H_{∞} 制御器を設計していく。

5.2 実験装置概要

図5-1は本事例で用いる実験装置図となっている。実験装置は柔軟な平板構造物と、それを駆動するアクチュエータとからなっている。アクチュエータと平板は直接取り付けられ、駆動力を平板に伝える機構となっている。本事例では

肩関節から肘関節までを構成している平板を 1ST リンクとし、肘関節から先の平板を 2ND リンクとしている。また、本研究ではアクチュエータとして AC サーボモータを、センサとして変位センサ、加速度ピックアップ、ポテンシオメータを使用している。使用する機材の仕様を以下に示す。



Fig.5-1 実験装置概要

- AC サーボコントロールユニット (肩関節)
 - 型式 ハーモニックドライブ社製 HA-655-2
 - 最大出力電流(rms) 7.3[A]
 - 連続出力電流(rms) 2.4[A]
 - 出力電圧 0~±10[V]
 - 制御方式 正弦波 PWM 方式
- AC サーボコントロールユニット (肘関節)
 - 型式 ハーモニックドライブ社製 HA-655-1
 - 最大出力電流(rms) 3.2[A]

- | | |
|-------------|------------|
| 連続出力電流(rms) | 1.0[A] |
| 出力電圧 | 0～±10[V] |
| 制御方式 | 正弦波 PWM 方式 |
- ハーモニックドライブ機能付き AC サーボモータ (肩関節)

形式	ハーモニックドライブ社製 FHA-25C
定格出力	110[W]
最大トルク	230[Nm]
最大回転数	28[Nm/s]
誘起電圧定数	2.6[V/pm]
 - ハーモニックドライブ機能付き AC サーボモータ (肘関節)

形式	ハーモニックドライブ社製 FHA-11C
定格出力	110[W]
最大トルク	11[Nm]
最大回転数	60[Nm/s]
誘起電圧定数	1.6[V/pm]
 - 加速度ピックアップ

型番	小野測器製 NP-2110
感度	0.16pC/(m/s ²)±2dB
静電容量	700pF±20%
周波数範囲	fc～20[kHz]±3[dB]
最大使用加速度	10000[m/s ²]
質量	0.6[g]
 - 加速度ピックアップ用チャージアンプ

型番	小野測器製 CH-1200
最大入力電荷	50000[pC]
周波数応答特性	加速度 0.2[Hz]～50[kHz]±3[dB] 速度 3.0[Hz]～3[kHz] ±0.5[dB] 変位 3.0[Hz]～500[Hz]±1[dB]
精度	加速度 ±2[%] 速度 ±3[%] 変位 ±5[%]
最大出力電圧	±5[V]
 - 変位センサ

型番(センサヘッド)	キーエンス製 LK-080
型番(アンプユニット)	キーエンス製 LK-2100
基準距離	80[mm]

測定範囲	$\pm 15[\text{mm}]$
分解能	$3[\mu\text{m}]$
電圧出力	$\pm 5[\text{V}](3[\mu\text{m}/\text{mV}])$
サンプリング周期	$512[\mu\text{s}]$

・ポテンショメータ

型番	日本電産コパル電子製 JC30S
有効電氣的回転角度	$343[\text{deg}] \pm 5[\text{deg}]$
機械的回転角度	$360[\text{deg}]$ 連続
分解度	理論的に無限小
関数精度	± 0.5
定格電力	$0.7[\text{W}]$

5.3 制御対象構造物

本事例では、制御対象の3次元2リンクフレキシブルアームとして柔軟な平板構造物を用いる。その概要を図5-2に示す。アームは2種類のステンレス版を肘関節で連結した構造となっている。アームの全体のパラメータは、長さ $L=1111\text{mm}$ 、質量 $W=3.2\text{Kg}$ となっている。平板構造物はステンレス製(sus303)でその寸法は、1stリンクが長さ $l_1=600\text{mm}$ 、幅 $b_1=60\text{mm}$ 、厚さ $t_1=4\text{mm}$ 、重さ $w_1=1.182\text{Kg}$ となっている。また、2ndリンクが長さ $l_2=400\text{mm}$ 、幅 $b_2=40\text{mm}$ 、厚さ $t_2=2\text{mm}$ 、重さ $w_2=0.239\text{Kg}$ となっている。また、肘関節は、長さ $l_h=111\text{mm}$ 、質量 $w_h=1.866\text{Kg}$ となっている。本研究では、最初の肘関節を伸ばした状態をノミナルモデル(nominal model)、アームの姿勢が再変動した状態の肘関節を90度曲げた状態を変動モデル(fluctuated model)と呼ぶ。

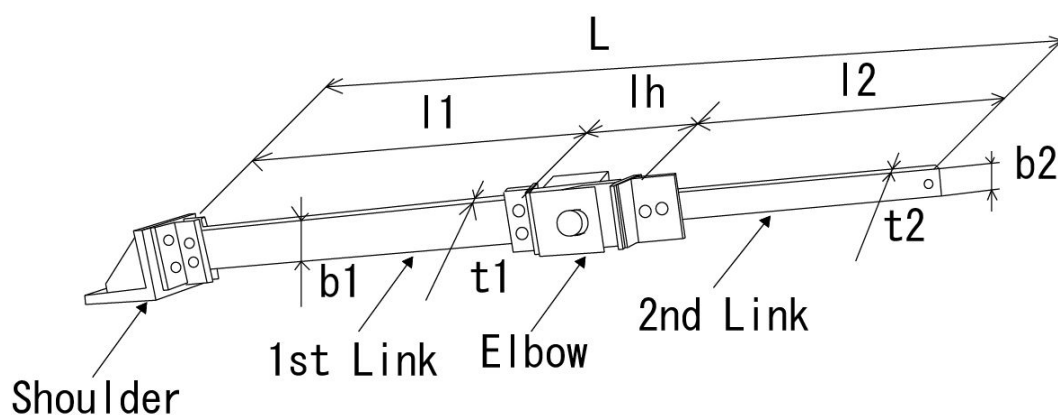
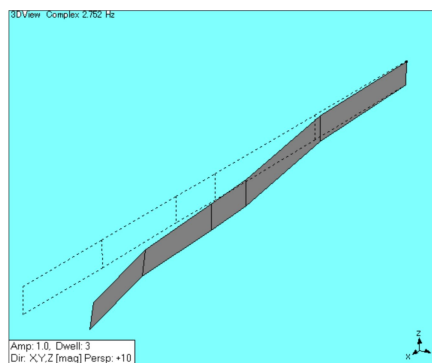


Fig .5-2 制御対象構造物

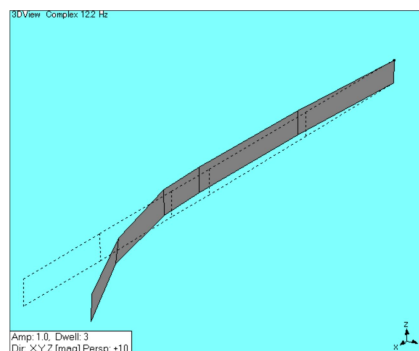
5.4 ノミナルモデルの低次元化物理モデル作成

5.4.1 実験モード解析

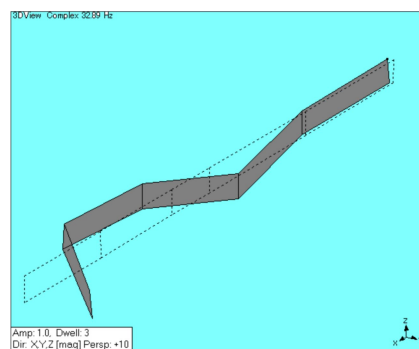
本事例では，制御対象の振動特性を得るため，FFT アナライザと MESCOOP を用いて実験モード解析を行った．その結果を図 5-3，に示す．これより，ノミナルモデルの制御対象モードを 2 次モードまでとした．



1st mode 2.752[Hz]
1st Bending mode



2nd mode 12.20[Hz]
2nd Bending mode



3rd mode 32.89[Hz]
3rd Bending mode

Fig.5-3 FEM results of nominal model

5.4.2 低次元化物理モデルの作成

本事例では, 制御対象である柔軟構造物を低次元化物理モデル作成法を用いて 2 自由度集中定数系物理モデルに低次元化する. 図 5-4 にノミナルモデルの質点配置個所の概要図を示す. この作成法の特徴として, モデルの質点を任意の位置に配置することがある. 本研究では, 制御効果を考慮にいれ, 手先と肘関節に質点を配置した.

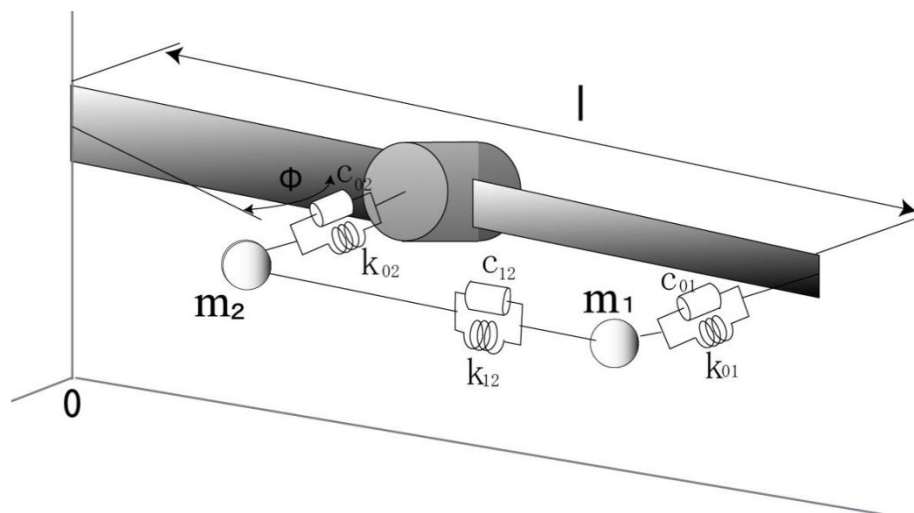


Fig.5-4 Modeling Point of Nominal Model

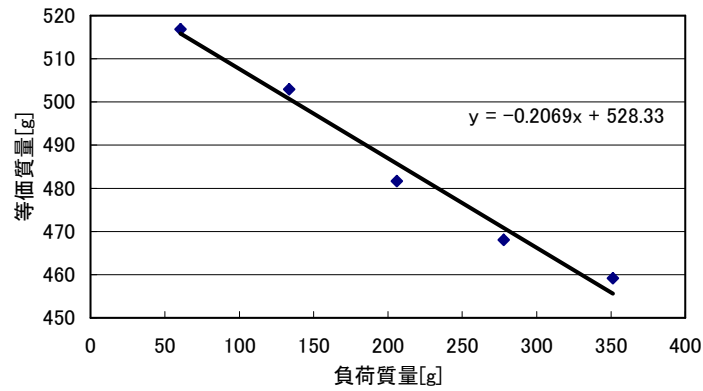
5.4.3 低次元化物理モデルのパラメータ同定

ここでは, 第 2 章で述べた固有モード修正法に基づき, 分布定数形の特徴を有する柔軟構造物を図に示した 2 自由度の集中定数系物理モデルへ同定する.

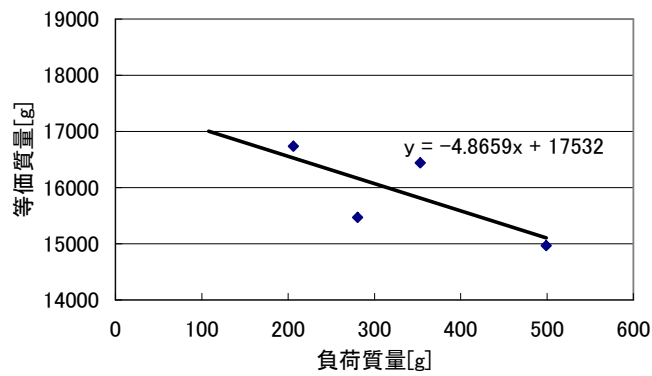
まず, 実験により求めた実験モード解析の結果を以下に示す. 実験モード解析は, 平板の先端に変位センサを固定し, 各質点をインパルス加振し測定した.

$$\Phi = \begin{bmatrix} 0.152 & 0.18 \\ 0.066 & -0.013 \end{bmatrix}$$

次に, 等価質量の結果を示す. 等価質量は質点に重りを付加し, 重りによる固有振動数の変化から式によって等価質量を算出する. 測定後, その点をグラフ化し, それらの点の近似直線を書き, その近似曲線の y 切片を等価質量とした.



(a)Mass1



(b)Mass2

Fig.5-5 Equivalent Mass of Nominal model

質点1, 質点2における1次, 2次モードの各固有成分を用いると, 固有モード成分 Φ は次のようにおくことができる.

$$\Phi = \begin{bmatrix} \phi_{11} & \phi_{12} \\ \phi_{21} & \phi_{22} \end{bmatrix} \quad (5-1)$$

そして, 式(4.2)を第2章の式(2.36)に代入すると次のようになる.

$$\mathbf{M}^{-1} = \begin{bmatrix} \frac{1}{M_1} & 0 \\ 0 & \frac{1}{M_2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \Delta_{11} & \varepsilon \\ \varepsilon & \Delta_{22} \end{bmatrix} \quad (5-2)$$

$$\Delta_{11} = \phi_{11}^2 + \phi_{12}^2$$

$$\Delta_{22} = \phi_{21}^2 + \phi_{22}^2$$

である. 集中質量の条件である \mathbf{M}^{-1} が対角行列になるためには, 以下の拘束条件を満たす必要がある.

そこで、以下のような誤差関数を定義する。

$$\varepsilon = \phi_1\phi_{21} + \phi_2\phi_{22} + \phi_3\phi_{23}$$

この関数 ε を 0 に収束させるような固有モードを修正すれば、拘束条件を満たすことができる。固有モードに対する誤差関数の感度行列は次のようになる。

$$\left[\frac{\partial \varepsilon}{\partial \Phi} \right] = [\phi_{21} \quad \phi_{22} \quad \phi_{11} \quad \phi_{12}] \quad (5-3)$$

また、固有モードの修正量を $\delta\Phi$ とすると、誤差関数を 0 に収束させるには次式を解けばよい。

$$\left[\frac{\partial \varepsilon}{\partial \Phi} \right] \{ \delta\phi_{11} \quad \delta\phi_{12} \quad \delta\phi_{21} \quad \delta\phi_{22} \}^T = -\{\varepsilon\} \quad (5-4)$$

これを、次の最小ノルム解を使った一般化逆行列によって修正量 $\delta\Phi$ を求める。

$$\{\delta\Phi\} = \left[\frac{\partial \varepsilon}{\partial \Phi} \right]^T \left(\left[\frac{\partial \varepsilon}{\partial \Phi} \right] \left[\frac{\partial \varepsilon}{\partial \Phi} \right]^T \right)^{-1} \{-\varepsilon\} \quad (5-5)$$

この修正量を用いて次のような修正を施す反復計算を繰り返せば誤差関数を 0 に収束させることができる。

$$\Phi + \delta\Phi \rightarrow \Phi \quad (5-6)$$

このようにして質量行列が対角化され、3 自由度系の集中定数モデルを作成することができる。

上記の方法によって計算された修正前後の固有モード行列 Φ と物理座標系へ変換した質量行列 \mathbf{M} と剛性行列 \mathbf{K} を以下に示す。

まず、修正前の各行列は、

$$\Phi = \begin{bmatrix} 0.152 & 0.18 \\ 0.066 & -0.013 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{M} = \begin{bmatrix} 23.5691 & -40.0649 \\ -40.0649 & 289.1003 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{K} = \begin{bmatrix} 1.4292 & -3.2482 \\ -3.2482 & 8.0817 \end{bmatrix} \times 10^5$$

となり、集中定数系の条件が満たされていないことがわかる。そこで、上記の Φ 、 \mathbf{M} 、 \mathbf{K} の値を初期値として式を用いて固有モードの修正を行った結果、次のように質量行列が対角化され、集中定数系の条件が満たされた。

$$\Phi = \begin{bmatrix} 1.3411 & -3.2886 \\ 0.5823 & 0.2375 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{M} = \begin{bmatrix} 0.0793 & 0 \\ 0 & 2.5284 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{K} = \begin{bmatrix} 0.4308 & -0.9365 \\ -0.9365 & 2.9288 \end{bmatrix} \times 10^3$$

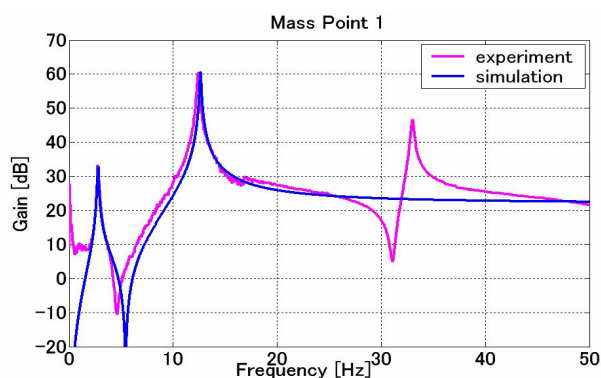
ここで、各物理パラメータは以下の値となる。

Data5-1 The physical parameters of nominal model

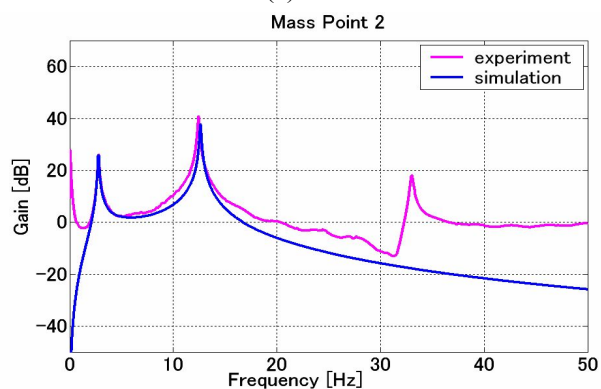
Mass[Kg]	Length[m]	Stiffness[kN/m]	Damping[Ns/m]
m1=0.0793	l01=1.11	k01=1.3673	c01=0.0925
m2=2.5284	l02=0.655	k02=3.02245	c02=1.6204
		k12= -0.9365	c12= -0.0313

5.4.4 低次元化物理モデルの有効性

以上の手順で得られた2自由度系物理モデルの妥当性を検証する。その確認方法として、2自由度集中定数系物理モデルの各質点をインパルス加振した際の質点1の周波数応答と、同条件での柔軟構造物の実測値の比較を行った。計測には、FFTアナライザーを使用した。これより、作成したモデルが制御対象である平板の振動特性を表現していることが確認できる。



(a)Point1



(b)Pint2

Fig.5-6 Comparison of simulation and experiment of nominal model

5.4.5 アクチュエータモデルの作成

本研究では振動モデルと別に、運動を表現するモデルを作成する。ここでさす

モデルとは、平板や重りが付加した際にアクチュエータに作用する慣性モーメントの変動を考慮したアクチュエータのモデルのことである。アクチュエータモデルの作成方法は、まず平板を振動しない状態に保ち、その状態でアクチュエータの伝達関数を求める。この伝達関数は、振動による慣性モーメントが作用していないので、剛体による慣性モーメントのみを計測することができる。また、このモデルについては、モデルに作用する遅れなども考慮して決定した。

アクチュエータの伝達特性は以下の式で同定した。また、図 5-7 は作成したアクチュエータのモデルと実機の応答の比較をした図である。

$$G_c(s) = \frac{\theta}{u} = \frac{K_p K_c \omega_c^2}{s(s^2 + 2\zeta_c \omega_c s + \omega_c^2)} \quad (5-7)$$

軸の変位	θ [rad]
モータの伝達関数	$G_c(s)$ [dB]
入力電圧	u [V]
減衰比	$\zeta_c (=0.45)$ [-]
ゲイン	$K_c (=1.6)$ [-]
ポテンシオメータの係数	$K_p (=350/15)$ [rad/V]
固有振動数	$\omega_c (=20 \times 2 \pi)$ [rad]

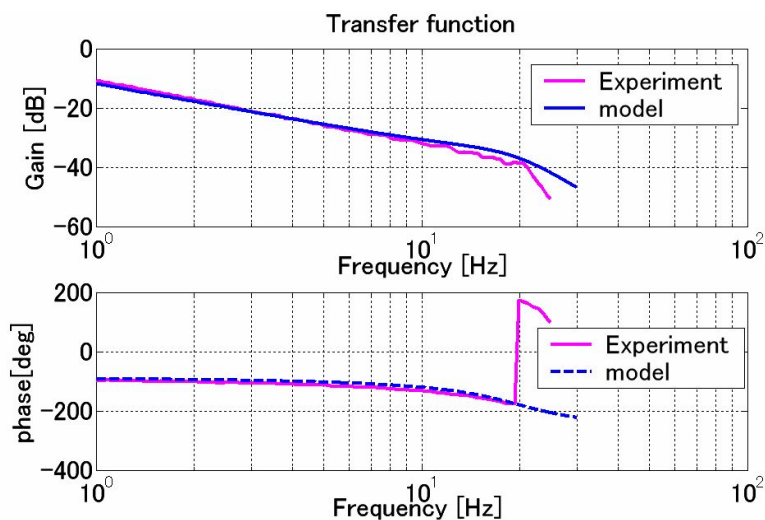


Fig.5-7 Frequency response of Actuator model

また、上式を逆ラプラス変換し、状態空間表現すると以下ようになる。ここで、アクチュエータの観測点は軸の角度とする。

$$\begin{aligned}\dot{x}_\theta &= \mathbf{A}_\theta x_\theta + \mathbf{B}_\theta u \\ y_\theta &= \mathbf{C}_\theta\end{aligned}\tag{5-8}$$

$$x_\theta = \{\ddot{\theta} \quad \dot{\theta} \quad \theta\}^T$$

$$\mathbf{A}_\theta = \begin{bmatrix} -2\zeta_c\omega_c & -\omega_c^2 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{B}_\theta = [K_p K_c \omega_c^2 \quad 0 \quad 0]^T$$

$$\mathbf{C}_\theta = [0 \quad 0 \quad 1]$$

5.4.6 アクチュエータモデルの検証

次に，作成したアクチュエータモデルの妥当性を検証した．検証方法は，P制御理論を用いて，軸の位置決め制御をシミュレーションと実験装置とを同条件で行うことで検証した．ここで，制御ブロック線図は以下のように表される．

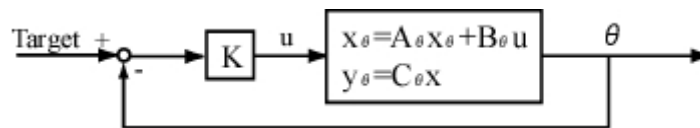


Fig.5-8 P-control theory

ここで，目標値を 30[deg]，ゲインを 10 としたときのシミュレーションと制御実験の結果を示す．これより，本研究で作成したアクチュエータモデルが実機の特性を表現できていることがわかる．

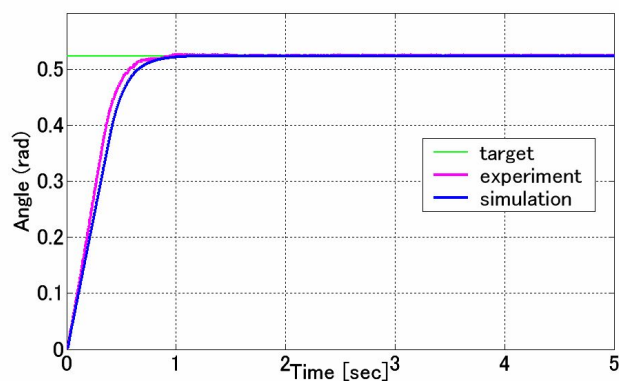


Fig.5-9 Step Response of nominal model

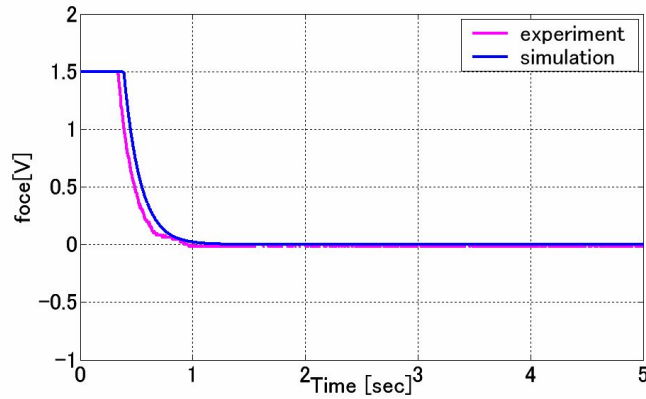


Fig.5-10 Control input value of nominal model

5.4.7 制御対象モデルの作成

次に，作成した振動モデルとアクチュエータのモデルとを組みあわせ，運動と振動を表現するモデルを作成する．物理モデルの概要図を図 5-11 に示す．

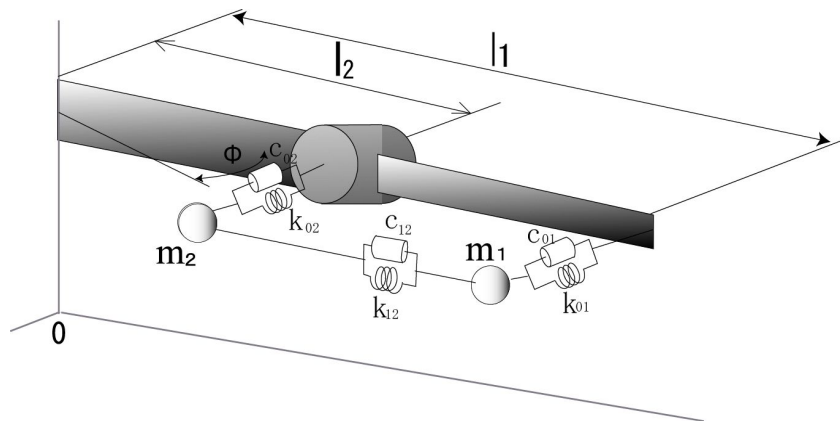


Fig.5-11 Physical Model of Nominal Model

この力学モデルにおいて，柔軟対の各質量・減衰係数・バネ定数・アクチュエータの減衰係数，制御力を概要図のようにおくと，運動方程式は以下のように表される．

$$\begin{aligned}
 m_1 l_1 \ddot{\phi}_1 = & -c_{01}(l_1 \dot{\phi}_1 - l_1 \dot{\theta}) - c_{12}(l_1 \dot{\phi}_1 - l_1 \dot{\phi}_2) \\
 & -k_{01}(l_1 \phi_1 - l_1 \theta) - k_{12}(l_1 \phi_1 - l_1 \phi_2)
 \end{aligned} \tag{5-9}$$

$$\begin{aligned}
 m_2 l_2 \ddot{\phi}_2 = & -c_{02}(l_2 \dot{\phi}_2 - l_2 \dot{\theta}) - c_{12}(l_2 \dot{\phi}_2 - l_2 \dot{\phi}_1) \\
 & -k_{02}(l_2 \phi_2 - l_2 \theta) - k_{12}(l_2 \phi_2 - l_2 \phi_1)
 \end{aligned} \tag{5-10}$$

ここで，

$$x_1 = l_1 \varphi_1$$

$$x_2 = l_2 \varphi_2$$

とおき，上式を整理すると

$$\begin{aligned} \ddot{x}_1 = & -\frac{c_{01} + c_{12}}{m_1} \dot{x}_1 + \frac{c_{12}l_1}{m_1l_2} \dot{x}_2 + \frac{c_{01}l_1}{m_1} \dot{\theta} \\ & -\frac{k_{01} + k_{12}}{m_1} x_1 + \frac{k_{12}l_1}{m_1l_2} x_2 + \frac{k_{01}l_1}{m_1} \theta + \frac{f}{m_1} \end{aligned} \quad (5-11)$$

$$\begin{aligned} \ddot{x}_2 = & \frac{c_{12}l_2}{m_2l_1} \dot{x}_1 - \frac{c_{02} + c_{12}}{m_2} \dot{x}_2 + \frac{c_{02}l_2}{m_2} \dot{\theta} \\ & + \frac{k_{12}l_2}{m_2l_1} x_1 - \frac{k_{02} + k_{12}}{m_2} x_2 + \frac{k_{02}l_2}{m_2} \theta + \frac{f}{m_2} \end{aligned} \quad (5-12)$$

これより，ノミナルモデルの状態方程式は以下ようになる．ここで，観測点は質点1の加速度と根元の角度となっている．また，本研究では，実機とモデルを比較した結果，慣性モーメントなどの影響によりモデル制御対象周波数内に誤差が確認されたため，本来は0であるはずのD行列をあえて付加し，D行列のパラメータを調整することにより，モデルの精度を向上させている．

$$\dot{\mathbf{x}}_c = \mathbf{A}_c \mathbf{x}_c + \mathbf{B}_c \mathbf{u}$$

$$\mathbf{y}_c = \mathbf{C}_c \mathbf{x}_c + \mathbf{D}_c \mathbf{u} \quad (5-13)$$

$$\mathbf{x}_c = \left\{ \ddot{\theta} \quad \dot{x}_1 \quad \dot{x}_2 \quad \dot{\theta} \quad x_1 \quad x_2 \quad \theta \right\}^T$$

$$\mathbf{A}_c = \begin{bmatrix} \mathbf{A}_{11} & \mathbf{A}_{12} \\ \mathbf{A}_{21} & \mathbf{A}_{22} \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{A}_{11} = \begin{bmatrix} -2\zeta\omega_n & 0 & 0 & -\omega_n^2 \\ 0 & -\frac{c_{01} + c_{12}}{m_1} & \frac{c_{12}l_1}{m_1l_2} & \frac{c_{01}l_1}{m_1} \\ 0 & \frac{c_{12}l_2}{m_2l_1} & -\frac{c_{02} + c_{12}}{m_2} & \frac{c_{02}l_2}{m_2} \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{A}_{12} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ -\frac{k_{01} + k_{12}}{m_1} & \frac{k_{12}l_1}{m_1l_2} & \frac{k_{01}l_1}{m_1} \\ \frac{k_{12}l_2}{m_2l_1} & -\frac{k_{02} + k_{12}}{m_2} & \frac{k_{02}l_2}{m_2} \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{A}_{21} = \mathbf{I}(4,4), \mathbf{A}_{22} = \mathbf{0}(4,3)$$

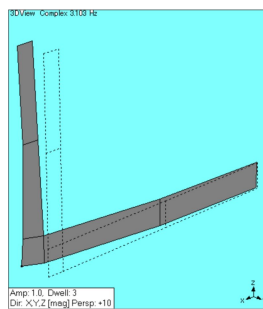
$$\mathbf{B}_c = [\mathbf{K}_p \mathbf{K} \omega_n^2 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0]^T$$

$$\mathbf{C}_c = \begin{bmatrix} & \mathbf{A}_c(2,:) \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad \mathbf{D}_c = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}$$

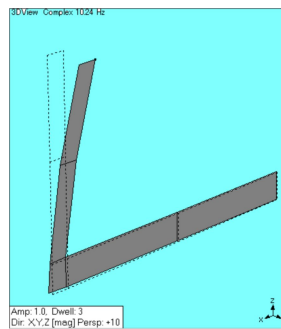
5.5 変動モデルの低次元化物理モデル作成

5.5.1 実験モード解析

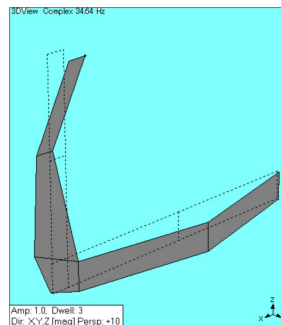
変動モデルもノミナルモデルと同様に振動特性を得るために実験モード解析を行った。解析結果を図 5-12 に示す。



1st mode 3.103[Hz]
Bending mode



2nd mode 10.26[Hz]
Torsional mode



3rd mode 34.64[Hz]
1st Bending-Torsional coupled mode

Fig.5-12 FEM Results of Fluctuated Model

5.5.2 低次元化物モデルの作成

変動モデルもノミナルモデルと同様に2自由度集中定数系物理モデルに低次元化する．図5-13に変動モデルの質点配置個所の概要図を示す．本研究では，実験モード解析より得られた振動モード形に基づき，手先と肘に質点を配置した．

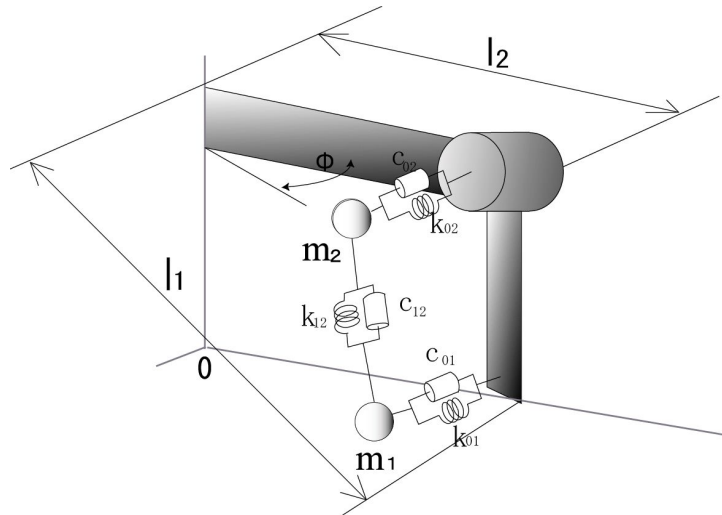
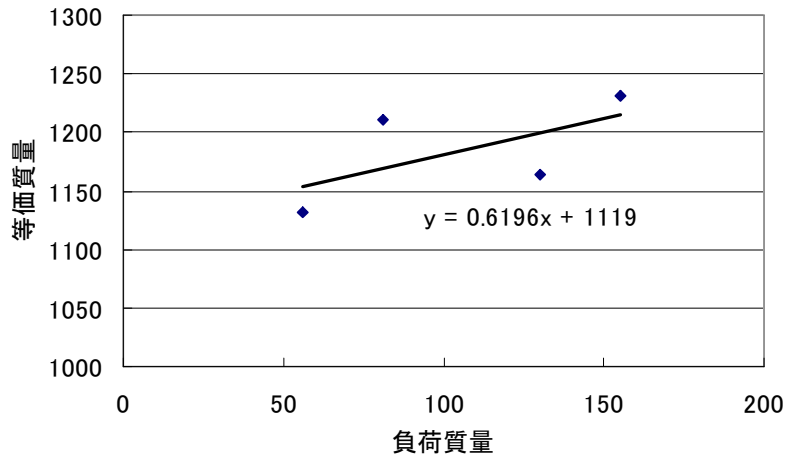


Fig.5-13 Modeling Point of Fluctuated Model

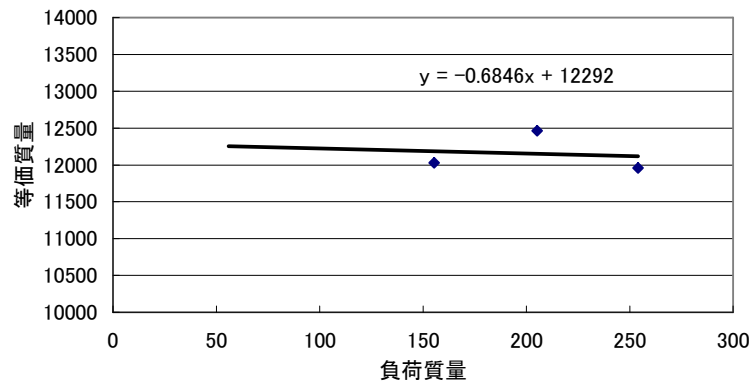
5.5.3 低次元化物理モデルのパラメータ同定

変動モデルもノミナルモデルと同様に低次元化物理モデル作成法を用いて，2自由度集中定数系物理モデルに低次元化した．物理パラメータを導く方法はノミナルモデルと同様なので，ここでは結果だけを説明する．

各質点での等価質量は以下のとおりである．



(a)Mass1



(b)Mass2

Fig.5-14 Equivalent Values of Fluctuated Model

次に、変動モデルの修正前後の固有モード行列 Φ と物理座標系へ変換した質量行列 \mathbf{M} と剛性行列 \mathbf{K} を以下に示す。

まず、修正前の各行列は、

$$\Phi = \begin{bmatrix} 20.6200 & 980.2000 \\ 14.6100 & -74.4100 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{M} = \begin{bmatrix} 0.0000 & 0.0003 \\ 0.0003 & 0.0038 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{K} = \begin{bmatrix} 0.0122 & 0.1067 \\ 0.1067 & 1.4808 \end{bmatrix}$$

となり、集中定数系の条件が満たされていないことがわかる。そして、上記の Φ 、 \mathbf{M} 、 \mathbf{K} の値を初期値として式(4.11)を用いて固有モードの修正を行った結果、次のように質量行列が対角化され、集中定数系の条件が満たされた。

$$\Phi = \begin{bmatrix} 0.9642 & -3.7492 \\ 0.6965 & 0.1791 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{M} = \begin{bmatrix} 0.0667 & 0 \\ 0 & 1.9335 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{K} = \begin{bmatrix} 0.2730 & -0.3423 \\ -0.3423 & 1.2193 \end{bmatrix} \times 10^3$$

また、内部減衰行列は以下のようなになる。

$$\mathbf{C} = \begin{bmatrix} 0.0532 & -0.0043 \\ -0.0043 & 1.4561 \end{bmatrix}$$

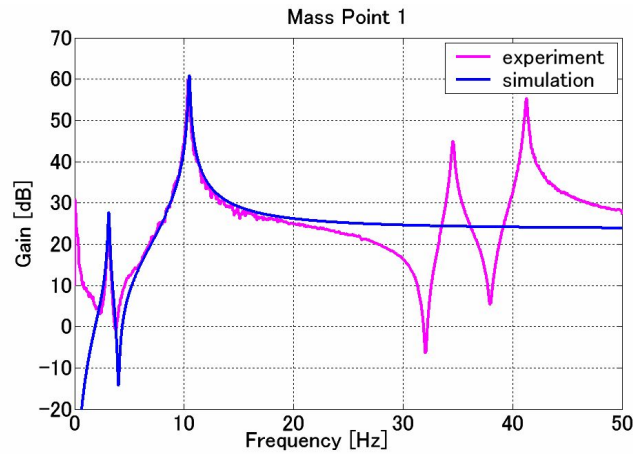
ここで、各物理パラメータは以下の値となる。

Data5-2 The Physical Parameters of Fluctuated Model

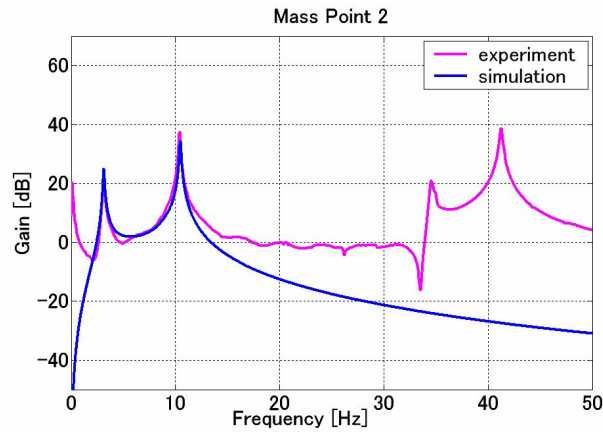
Mass[Kg]	Length[m]	Stiffness[kN/m]	Damping[Ns/m]
m1=0.0667	l01=0.791	k01= 0.6153	c01= 0.0575
m2=1.9335	l02=0.655	k02= 1.5616	c02= 1.4604
		k12= -0.3423	c12= -0.0043

5.5.4 低次元化物理モデルの有効性

以上の手順で得られた2自由度系物理モデルの妥当性を検証する。その確認方法として、2自由度集中定数系物理モデルの各質点をインパルス加振した際の質点1の周波数応答と、同条件での柔軟構造物の実測値の比較を行った。計測には、FFTアナライザーを使用した。これより、作成したモデルが制御対象であるアームの振動特性を表現していることが確認できる。



(a)Point1



(b)Point2

Fig.5-15 Frequency response of fluctuated model

5.5.5 アクチュエータモデルの作成

本研究では、アクチュエータのモデルを作成しているが、ノミナルモデルと変動モデルとでは制御対象の先端の慣性力が変化するので、そのためアクチュエータモデルも変化していくので、変動モデルのアクチュエータも同定する必要がある。ここでは、ノミナルモデルと同様の手順で変動モデルのアクチュエータモデルを作成する。

アクチュエータの伝達特性は以下の式で同定した。

$$G_f(s) = \frac{\theta}{u} = \frac{K_p K_f \omega_f^2}{s(s^2 + 2\zeta_f \omega_f s + \omega_f^2)} \quad (5-14)$$

軸の変位 θ [rad]

モータの伝達関数 $G_f(s)$ [dB]

入力電圧 u [V]
 減衰比 $\zeta_f (=0.6)[-]$
 ゲイン $K_f (=1.6)[-]$
 ポテンシオメータの係数 $K_p (=350/15)[\text{rad/V}]$
 固有振動数 $\omega_f (=25 \times 2 \pi)[\text{rad}]$

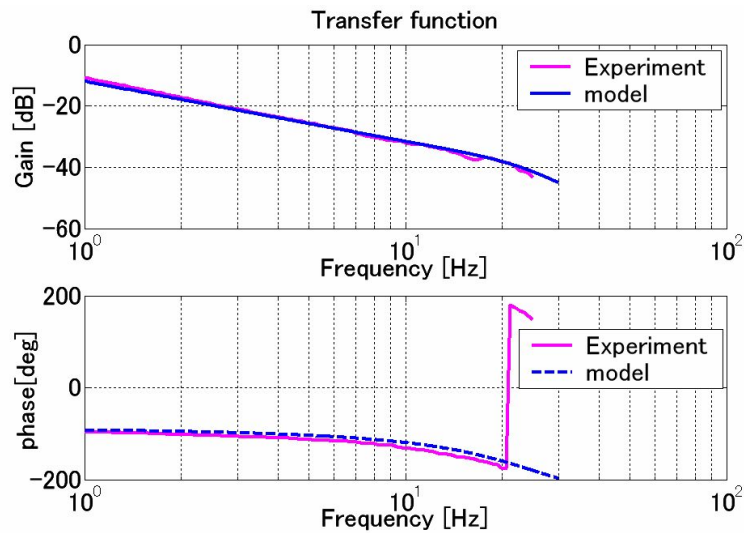


Fig.5-16 Frequency response of Actuator model

また，上式を逆ラプラス変換し，状態空間表現すると以下ようになる．ここで，アクチュエータの観測点は軸の角度とする．

$$\begin{aligned}
 \dot{x}_\theta &= \mathbf{A}_\theta x_\theta + \mathbf{B}_\theta u \\
 y_\theta &= \mathbf{C}_\theta
 \end{aligned} \tag{5-15}$$

$$\begin{aligned}
 x_\theta &= \{\ddot{\theta} \quad \dot{\theta} \quad \theta\}^T \\
 \mathbf{A}_\theta &= \begin{bmatrix} -2\zeta_f \omega_f & -\omega_f^2 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \\
 \mathbf{B}_\theta &= [K_p K_f \omega_f^2 \quad 0 \quad 0]^T \\
 \mathbf{C}_\theta &= [0 \quad 0 \quad 1]
 \end{aligned}$$

5.5.6 アクチュエータモデルの検証

次に，作成したアクチュエータモデルの妥当性を検証した．制御ブロック線図は図 5-8 と同様である．ここで，目標値を 30[deg]，ゲインを 10 としたときのシ

ミュレーションと制御実験の結果を示す。これより、本研究で作成したアクチュエータモデルが実機の特性を表現できていることがわかる。

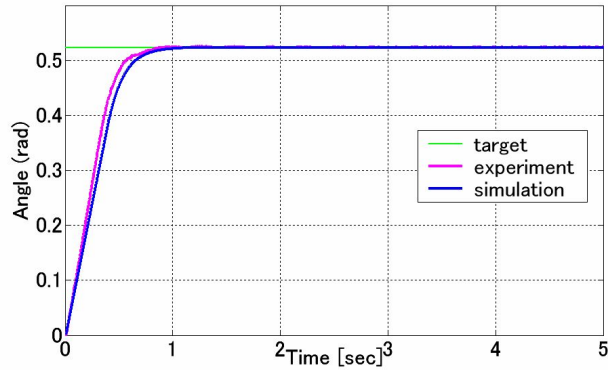


Fig.5-17 Step Response

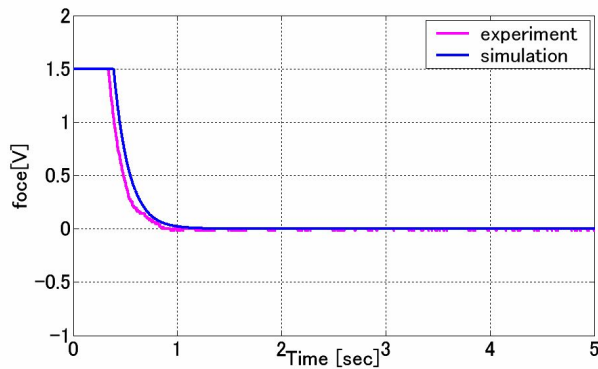


Fig.5-18 Control input value

5.5.7 制御対象モデルの作成

次に、作成した振動モデルとアクチュエータのモデルとを組みあわせ、運動と振動を表現するモデルを作成する。物理モデルの概要図を図 5-19 に示す。

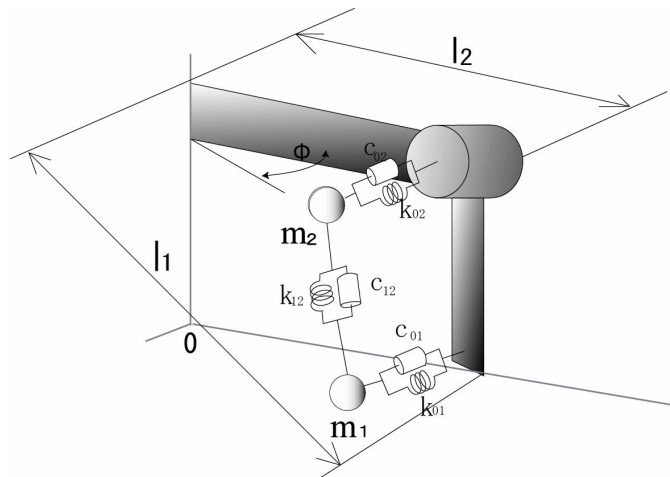


Fig.5-19 Physical Model of Fluctuated Model

また，運動方程式はノミナルモデルと同様である．

変動モデルの状態方程式は以下のようになる．ここで，観測点は質点 1 の加速度と根元の角度となっている．

$$\begin{aligned}\dot{\mathbf{x}}_f &= \mathbf{A}_f \mathbf{x}_f + \mathbf{B}_f \mathbf{u} \\ \mathbf{y}_f &= \mathbf{C}_f \mathbf{x}_f + \mathbf{D}_f \mathbf{u}\end{aligned}\tag{5-16}$$

$$\mathbf{x}_f = \left\{ \ddot{\theta} \quad \dot{x}_1 \quad \dot{x}_2 \quad \dot{\theta} \quad x_1 \quad x_2 \quad \theta \right\}^T$$

$$\mathbf{A}_f = \begin{bmatrix} \mathbf{A}_{11} & \mathbf{A}_{12} \\ \mathbf{A}_{21} & \mathbf{A}_{22} \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{A}_{11} = \begin{bmatrix} -2\zeta\omega_n & 0 & 0 & -\omega_n^2 \\ 0 & -\frac{c_{01} + c_{12}}{m_1} & \frac{c_{12}l_1}{m_1l_2} & \frac{c_{01}l_1}{m_1} \\ 0 & \frac{c_{12}l_2}{m_2l_1} & -\frac{c_{02} + c_{12}}{m_2} & \frac{c_{02}l_2}{m_2} \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{A}_{12} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ -\frac{k_{01} + k_{12}}{m_1} & \frac{k_{12}l_1}{m_1l_2} & \frac{k_{01}l_1}{m_1} \\ \frac{k_{12}l_2}{m_2l_1} & -\frac{k_{02} + k_{12}}{m_2} & \frac{k_{02}l_2}{m_2} \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{A}_{21} = \mathbf{I}(4,4), \quad \mathbf{A}_{22} = \mathbf{0}(4,3)$$

$$\mathbf{B}_f = \left[K_p K \omega_n^2 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \right]^T$$

$$\mathbf{C}_f = \begin{bmatrix} \mathbf{A}_f(2,:) \\ 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 1 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{D}_f = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}$$

5.6 構造的誤差を考慮した制御系設計

I 型のロバストサーボ系を適用した H_∞ 制御器に構造的誤差を考慮した H_∞ コントローラを作成していく．

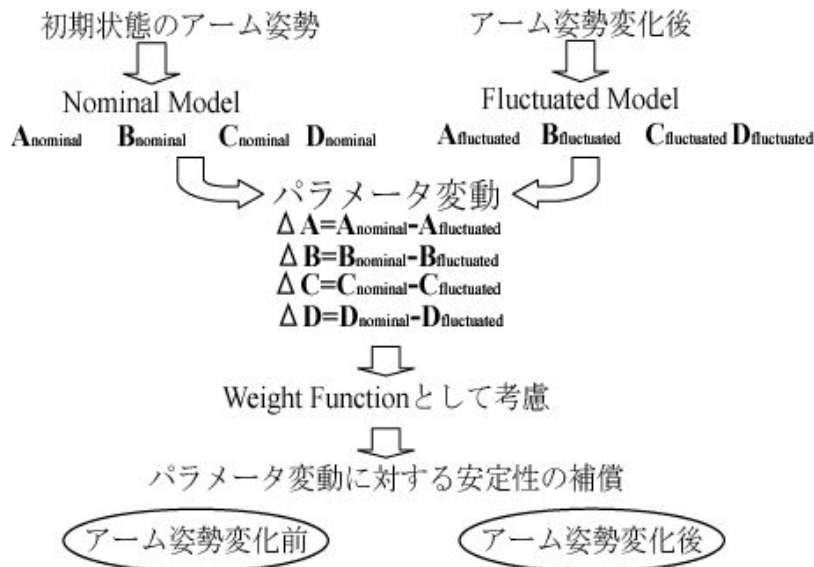


Fig.5-20 Outline of structured uncertainty

ここで、構造的誤差と非構造的誤差との関係について説明する．図 5-20 に構造的誤差を考慮した H_∞ 制御器の概要を示す．ロボットアームの姿勢変化の前後ではアームの振動特性やアクチュエータに作用する負荷などが変化している．その状態でそれぞれ物理モデルを作成すると，物理パラメータに変化が生じていることが確認できる．そのパラメータの変化量を制御系設計時に重み関数として組み込むことで H_∞ 制御理論の制御問題として扱うことができる．また，構造的誤差を用いる場合，周波数重み関数を用いずにパラメータ変動を用いて制御性能を決定することができる．ここでは，誤差行列を用いると，以下のような式が成立する．

$$\begin{aligned}
 \Delta \mathbf{A} &= \mathbf{I}_a^{-1} \Delta \mathbf{A} \mathbf{I}_a \\
 \Delta \mathbf{B} &= \mathbf{I}_b^{-1} \Delta \mathbf{B} \mathbf{I}_b \\
 \Delta \mathbf{C} &= \mathbf{I}_c^{-1} \Delta \mathbf{C} \mathbf{I}_c \\
 \Delta \mathbf{D} &= \mathbf{I}_d^{-1} \Delta \mathbf{D} \mathbf{I}_d
 \end{aligned}
 \tag{5-17}$$

図 5-21 はこれらを考慮したブロック線図となる．これを H_∞ 制御理論の制御問題に置き換えて考えてみると， $\Delta \mathbf{A}$ は 3.2.2 の外乱抑圧問題で説明した周波数重みとして， $\Delta \mathbf{B}$ は相補感度関数として， $\Delta \mathbf{C}$ は準相補感度関数として考えることができる．これは，コントローラ作成時にはロバスト性を持たせるだけでなく，制御性能を決定する重みとして用いることができる．

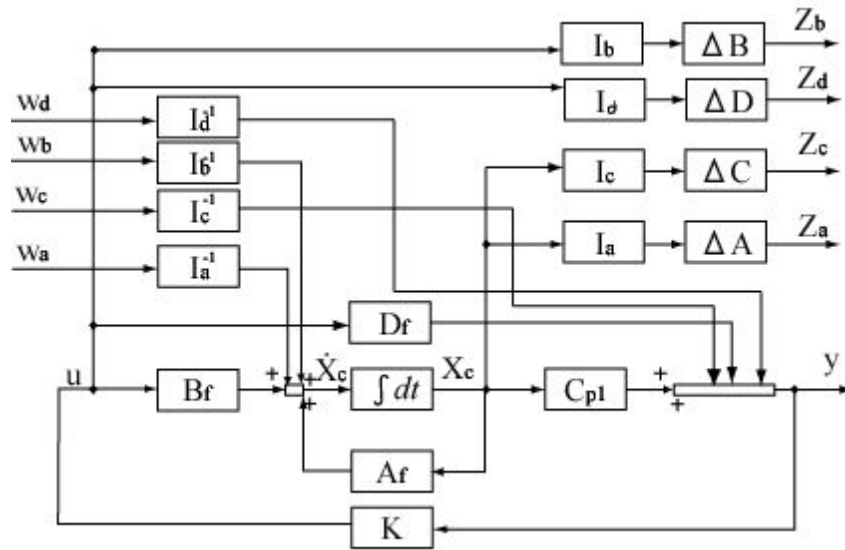


Fig.5-21 Brock diagram of structured uncertainty

また，作成する H_∞ 制御器は以下の目標を達成するように設計する．

5. 目標値への即応性及び定常偏差の改善
6. 制御対象に変動が生じた場合でも安定性を保つロバスト性
7. ロボットアームに衝撃が加わったことを想定した静止状態での外乱
8. 無視した高次モードに対するロバスト安定性

5.6.1 一般化プラントの作成

構造的誤差を用いる場合，重み関数を用いずにパラメータの変動を用いて制御性能を決定する．ここでは，式(3.36)で示した誤差行列を用いる．ここで，この I_a^{-1} ， I_b^{-1} ， I_c^{-1} ， I_d^{-1} を外乱 w に作用する重みとして， I_a ， I_b ， I_c ， I_d を抑えたい制御量 z に作用する重みとして配置し，この w から z までの一巡伝達関数が式(3.6)を持たすことで内部安定性を保つことができる．また，目標値への追従性とスピルオーバー回避のために，肩関節と目標値との誤差にローパスフィルタを，制御入力にハイパスフィルタをそれぞれ配置する．ここで，一般化プラントを作成する際に，設計モデルは変動モデルのパラメータを用いる．また，静止状態の外乱は，各質点にインパルス応答に対する外乱とした．外乱の大きさは，変動モデルの等価質量の逆数を一般化プラントに組み込んだ．

図 5-22 に構造的誤差を考慮した変動モデルの運動と振動を制御するための H_∞ ロバストサーボ系のブロック線図を示し，その状態方程式と出力方程式を以下に示す．

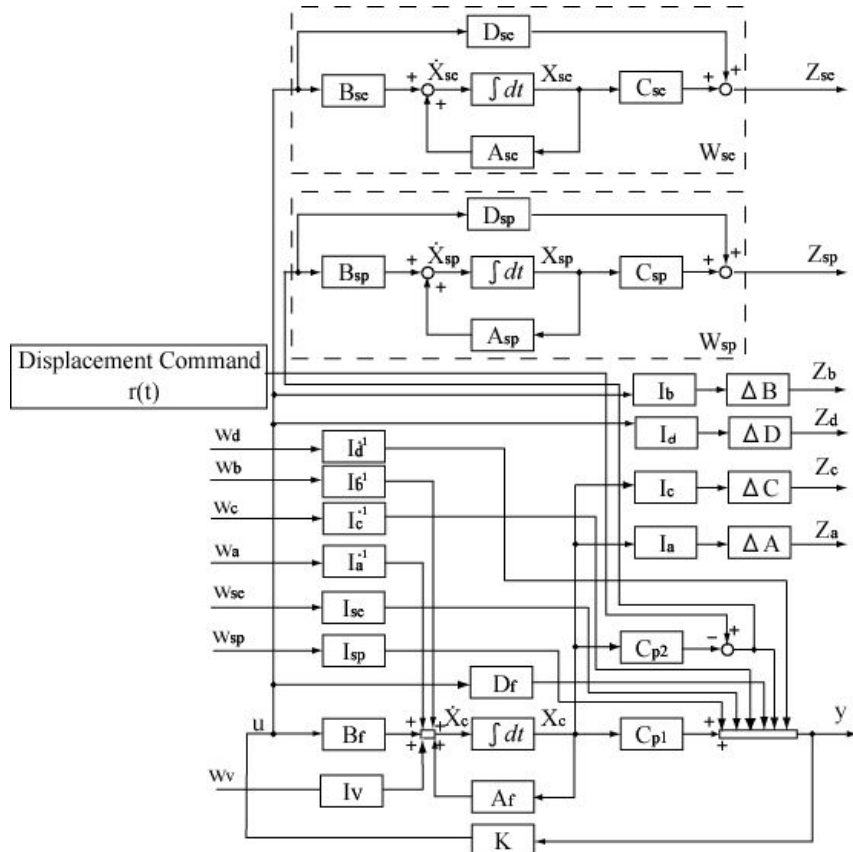


Fig.5-22 The block diagram of robust servo taking account of structured uncertainty

$$\begin{aligned}
 \dot{\mathbf{X}}_f &= \mathbf{A}_f \mathbf{X}_f + \mathbf{I}_a^{-1} \mathbf{w}_a + \mathbf{I}_b^{-1} \mathbf{w}_b + \mathbf{B}_f \mathbf{u} \\
 \dot{\mathbf{X}}_{sp} &= \mathbf{A}_{sp} \mathbf{X}_{sp} - \mathbf{B}_{sp} \mathbf{C}_{cp2} \mathbf{X}_f + \mathbf{B}_{sp} r \\
 \dot{\mathbf{X}}_{se} &= \mathbf{A}_{se} \mathbf{X}_{se} + \mathbf{B}_{se} \mathbf{u}
 \end{aligned} \tag{5-18}$$

$$\begin{aligned}
 \mathbf{Z}_a &= \Delta \mathbf{A} \mathbf{I}_a \mathbf{X}_f \\
 \mathbf{Z}_b &= \Delta \mathbf{B} \mathbf{I}_b \mathbf{u} \\
 \mathbf{Z}_c &= \Delta \mathbf{C} \mathbf{I}_c \mathbf{X}_f \\
 \mathbf{Z}_d &= \Delta \mathbf{C} \mathbf{I}_d \mathbf{u} \\
 \mathbf{Z}_{sp} &= \mathbf{C}_{sp} \mathbf{X}_{sp} - \mathbf{D}_{sp} \mathbf{C}_{cp2} \mathbf{X}_f + \mathbf{D}_{sp} r \\
 \mathbf{Z}_{se} &= \mathbf{C}_{se} \mathbf{X}_{se} + \mathbf{D}_{se} \mathbf{u}
 \end{aligned}$$

$$\mathbf{y} = \mathbf{C}_f \mathbf{X}_f + \mathbf{D}_c \mathbf{u} + \mathbf{I}_d \mathbf{w}_d + \mathbf{I}_{sp} \mathbf{w}_{sp} + \mathbf{I}_{se} \mathbf{w}_{se} + r$$

ここで、

$$\mathbf{I}_{sp} = 1, \quad \mathbf{I}_{se} = 0$$

$$\mathbf{C}_f = \begin{bmatrix} \mathbf{C}_{p1} \\ \mathbf{C}_{p2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} & \mathbf{A}_f(2,:) \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

これらを一般化プラントにすると、以下のようになる。ここで、本研究で用い

る制御系は厳密にプロパーなものとし、 $\mathbf{D}_{11}=\mathbf{0}$ とする。

$$\begin{aligned}
\dot{\mathbf{X}} &= \mathbf{A}_{1z}\mathbf{X} + \mathbf{B}_{1z}\mathbf{W} + \mathbf{B}_{2z}\mathbf{u} \\
\mathbf{Z} &= \mathbf{C}_{1z}\mathbf{X} + \mathbf{D}_{12z}\mathbf{u} \\
\mathbf{Y} &= \mathbf{C}_{2z}\mathbf{X} + \mathbf{D}_{21z}\mathbf{W} + \mathbf{D}_{22z}\mathbf{u}
\end{aligned} \tag{5-19}$$

$$\begin{aligned}
\mathbf{X} &= [\mathbf{X}_f \quad \mathbf{X}_{sp} \quad \mathbf{X}_{se}]^T \\
\mathbf{W} &= [\mathbf{W}_a \quad \mathbf{W}_b \quad \mathbf{W}_c \quad \mathbf{W}_d \quad \mathbf{W}_{sp} \quad \mathbf{W}_{se} \quad r]^T
\end{aligned}$$

$$\mathbf{A}_{1z} = \begin{bmatrix} \mathbf{A}_f & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ -\mathbf{B}_{sp}\mathbf{C}_{cp2} & \mathbf{A}_{sp} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{A}_{se} \end{bmatrix}, \quad \mathbf{B}_{1z} = \begin{bmatrix} \mathbf{I}_a^{-1} & \mathbf{I}_b^{-1} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \mathbf{B}_{sp} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{B}_{2z} = \begin{bmatrix} \mathbf{B}_f \\ \mathbf{0} \\ \mathbf{B}_{se} \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{C}_{1z} = \begin{bmatrix} \Delta\mathbf{A}\mathbf{I}_a & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ \Delta\mathbf{C}\mathbf{I}_c & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ -\mathbf{C}_{p2}\mathbf{D}_{sp} & \mathbf{C}_{sp} & 0 \\ 0 & 0 & \mathbf{C}_{se} \end{bmatrix}, \quad \mathbf{D}_{12z} = \begin{bmatrix} 0 \\ \Delta\mathbf{B}\mathbf{I}_b \\ 0 \\ \Delta\mathbf{D}\mathbf{I}_d \\ 0 \\ \mathbf{D}_{se} \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{C}_{2z} = [\mathbf{C}_f \quad \mathbf{0} \quad \mathbf{0}], \quad \mathbf{D}_{21z} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & \mathbf{I}_c^{-1} & \mathbf{I}_d^{-1} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{D}_{22z} = \begin{bmatrix} \mathbf{D}_f \\ 0 \end{bmatrix}$$

5.6.2 誤差パラメータの決定

ここでは、誤差関数の選定方法について説明する。本研究では、ノミナルモデルと変動モデルの2つを制御対象とし、低次元化物理モデル作成法を用いてそれぞれ物理モデルを作成した物理モデルに変化が生じるのは、システム行列 \mathbf{A} 、入力行列 \mathbf{B} 、出力行列 \mathbf{C} 、直達行列 \mathbf{D} である。本研究では、それらをシステム誤差行列 $\Delta\mathbf{A}$ 、入力誤差行列 $\Delta\mathbf{B}$ 、出力誤差行列 $\Delta\mathbf{C}$ 、直達誤差行列 $\Delta\mathbf{D}$ と呼ぶ。これらの誤差行列はノミナルモデルから変動モデルの差であり、以下のようになる。

$$\begin{aligned}
\Delta\mathbf{A} &= \mathbf{A}_{\text{nominal}} - \mathbf{A}_{\text{fluctuated}} \\
\Delta\mathbf{B} &= \mathbf{B}_{\text{nominal}} - \mathbf{B}_{\text{fluctuated}} \\
\Delta\mathbf{C} &= \mathbf{C}_{\text{nominal}} - \mathbf{C}_{\text{fluctuated}} \\
\Delta\mathbf{D} &= \mathbf{D}_{\text{nominal}} - \mathbf{D}_{\text{fluctuated}}
\end{aligned} \tag{5-20}$$

5.6.3 重み関数の選定

重み関数は、非構造的誤差を考慮したハイパスフィルタと定常偏差を考慮した積分特性を持ったローパスフィルタを用いた。ここで、ハイパスフィルタは2

つの制御対象の無視した高次モードである3次モードの両方に対して包含するように設計する. 図 5-23 に作成した重み関数の伝達特性線図を示す.

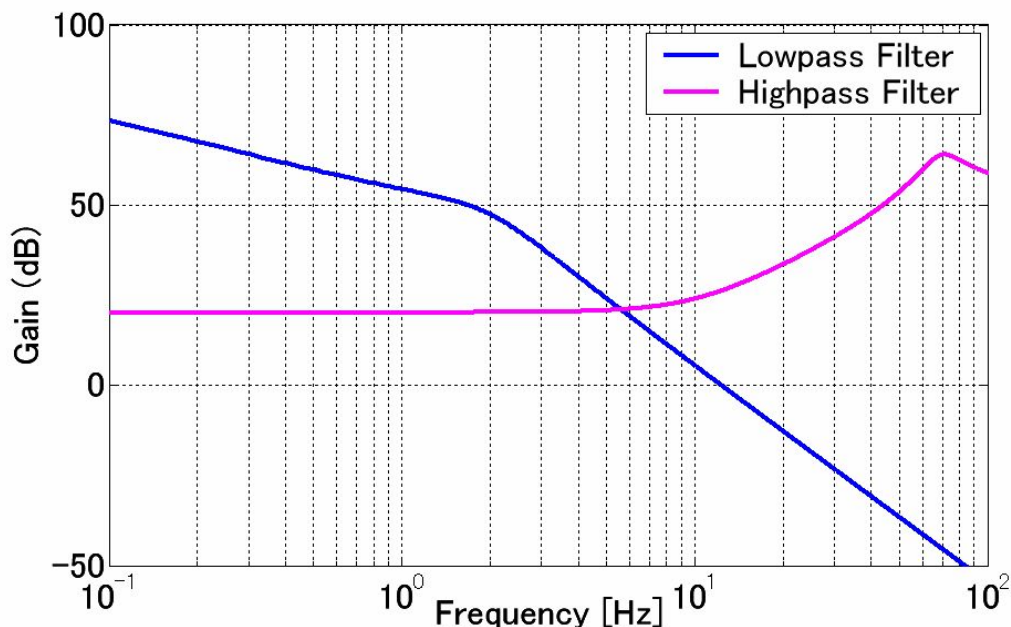


Fig.5-23 Weight function of control taking account of structured uncertainty

式(3-74)を用いた3次のローパスフィルタの伝達関数は以下のとおりである.

$$W_{sp}(s) = \frac{k_{sp} \omega_{sp}^2}{s^3 + (2\zeta_{sp} \omega_{sp} + \varepsilon)s^2 + (\omega_{sp}^2 + 2\zeta_{sp} \omega_{sp} \varepsilon)s + \omega_{sp}^2 \varepsilon}$$

$$\omega_{sp} = 2.0 \times 2\pi [\text{rad/s}], \quad \zeta_{sp} = 0.50 [-], \quad \varepsilon = 10^{-6} [-], \quad k_{sp} = 3000 [-]$$

2次のハイパスフィルタの伝達関数は以下のとおりである.

$$W_{se}(s) = \frac{k_{se} (s^2 + 2\zeta_{se1} \omega_{se1} s + \omega_{se1}^2)}{s^2 + 2\zeta_{se2} \omega_{se2} s + \omega_{se2}^2}$$

$$\omega_{se1} = 10 \times 2\pi [\text{rad/s}], \quad \omega_{se2} = 70 \times 2\pi [\text{rad/s}], \quad \zeta_{se1} = 0.76$$

$$\zeta_{se2} = 0.16, \quad k_{se} = 500$$

5.7 シミュレーション結果

作成した制御器を用いて行ったシミュレーションの結果を示す. シミュレーションは数値解析ソフト MATLAB を用いて行った. シミュレーションはそれぞれ制御対象モデルの肩関節を 30 [deg] 回転させた時の肩関節の軸の角度と先端の加速度の応答で運動性能を検証し, 肩関節を固定させアームの先端をインパルス加振したときの加速度の周波数応答で振動制御の検証を行う. また, 比較として肩関節の位置決め制御だけを行い, 振動の制御は行わない P 制御時のシミュ

レーション結果を示す。制御器の伝達関数は、運動制御と振動制御を行う低周波域でゲインが高くなり、非制御領域である高周波域で低くなり、設計目標どおり作られていることが確認できる。また、肩関節と先端の加速度の応答も P 制御と比べ良好に制御できていることが確認できる。また、加速度周波数応答から、制御対象であるノミナルモデル、変動モデルの 1 次、2 次全てで共振ピークが低減していることが確認できる。これより、本研究で作成したコントローラが、制御対象に変動が生じる場合でも良好に運動と振動の制御ができることがシミュレーションより確認できた。

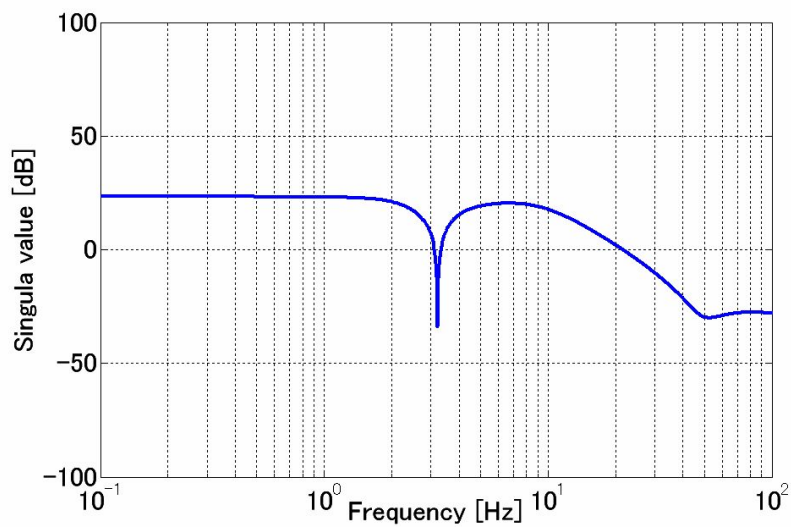
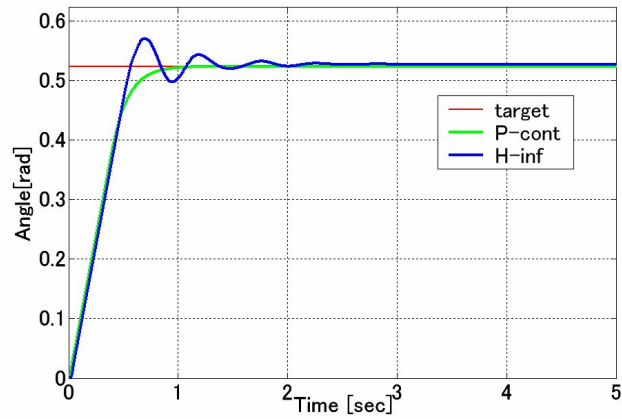
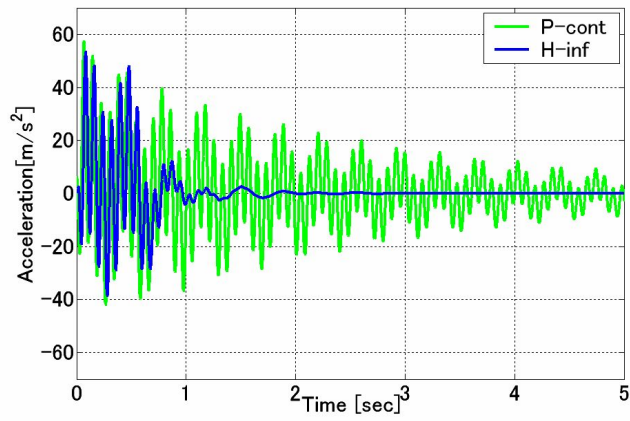


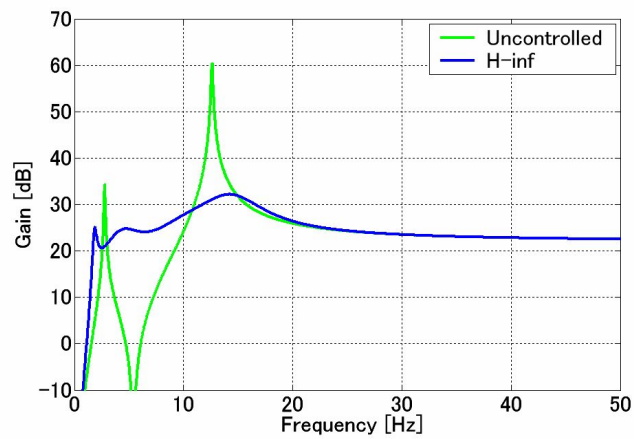
Fig.5-24 Transfer Function of Controller taking account of structured uncertainly



(a) Time Response of Shoulder Angle

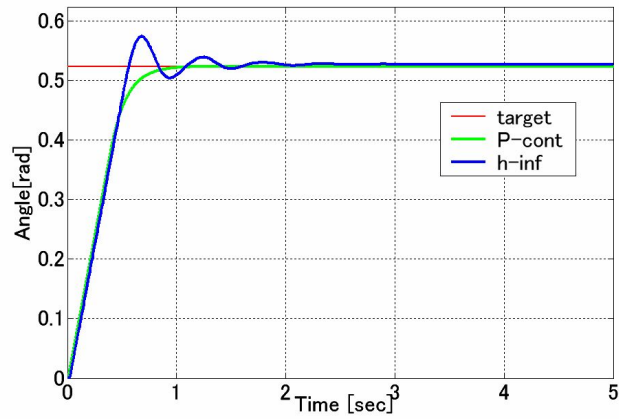


(b) Time Response of Acceleration of Point1

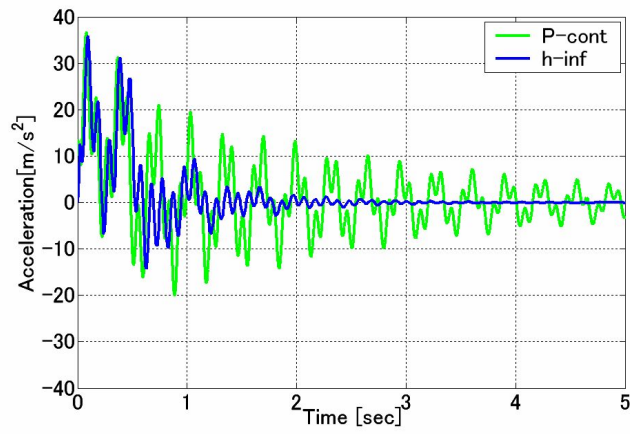


(c) Frequency Response of Point1

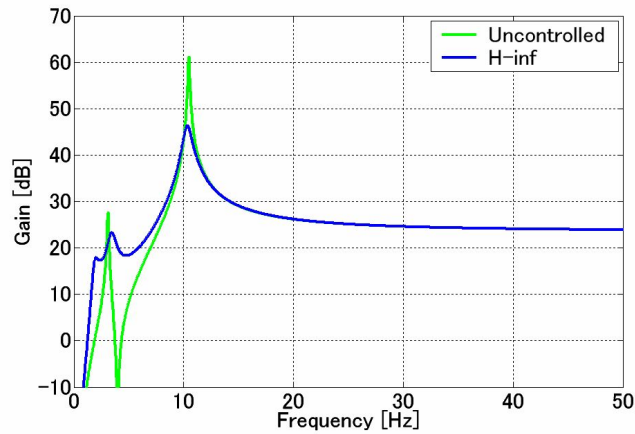
Fig.5-25 simulation results of nominal model using controller taking account of structured uncertainty



(a) Time Response of Shoulder Angle



(b) Time Response of Acceleration of Point1



(c) Frequency Response of Point1

Fig.5-26 Simulation results of fluctuated model using H_{∞} controller taking account of structured uncertainty

5.8 制御実験

5.8.1 実験方法

5.8.1.1 実験の流れ

ここでは、本研究で行う実験の流れについて説明する。まず、本研究では制御用コントローラとして AD/DA ボードを搭載したパソコンを用いる。これに C++ を用いてコントローラを作成し、そこにシミュレーションより求めたフィードバックゲインを実装し制御を行う。使用する制御用パソコンの概要について以下に示す。

・制御用パソコン	iiyama V6000JD5
OS	IBM PC-DOS
CPU	Pentium ^(R) III 600MHz
メインメモリ	128MB SDRAM
・ AD ボード	Interface 社製 PCI-3168C
入力チャンネル数	シングルエンド 32 チャンネル/差動 16 チャンネル
入力制御方式	マルチプレクサ方式
入力アクセス方式	I/O 方式
分解能	12bit
変換時間	10 μ s (チャンネル固定時) 60 μ s (チャンネル切替時)
入力レンジ	バイポーラ, $\pm 10V$
絶縁仕様	非絶縁
・ DA ボード	Interface 社製 PCI-3346A
出力チャンネル数	16
出力制御方式	電圧出力
出力アクセス方式	I/O 方式
セトリングタイム	10 μ s
出力分解能	12bit
出力レンジ	バイポーラ, $\pm 10V$
絶縁仕様	非絶縁

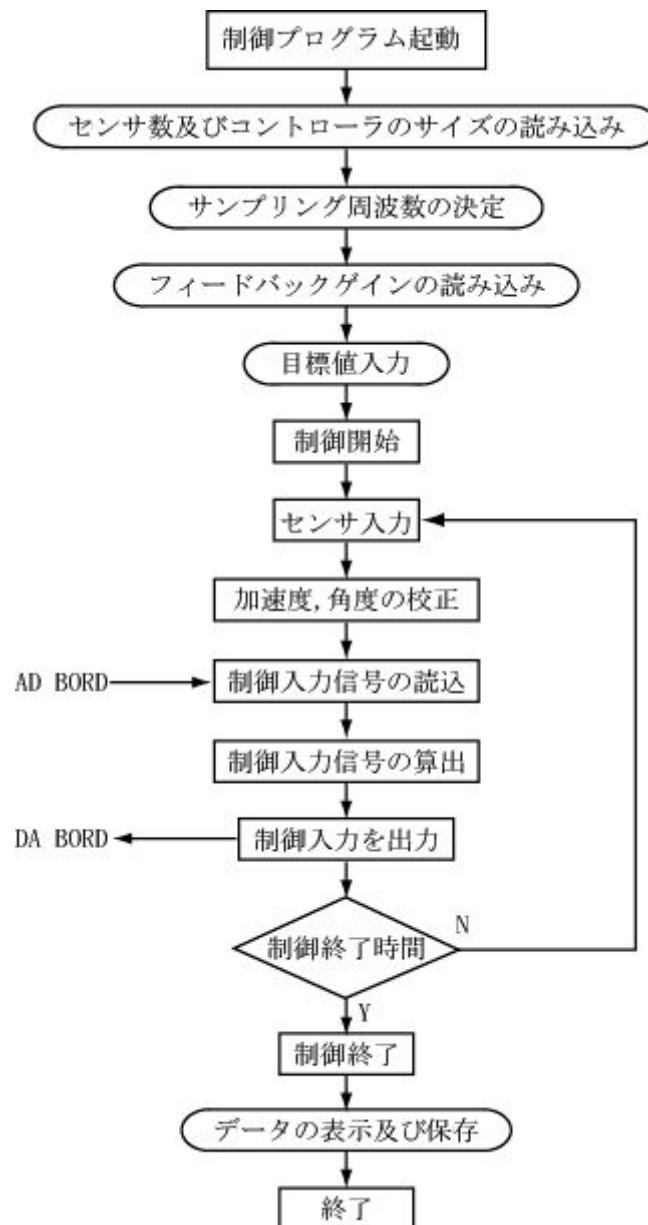


Fig.5-27 Flowchart of program

次に実験の流れについて説明する。アームの先端の加速度を加速度センサで、肩関節と肘関節の角度をポテンショメータで計測する。計測した数値はADボードを介して制御用パソコンに送られる。パソコン内では求めたコントローラと出力信号から制御出力信号を算出する。算出した値はDAボードを介してアクチュエータのアンプに送られ、アクチュエータを駆動させロボットアームを制御する機構となっている。

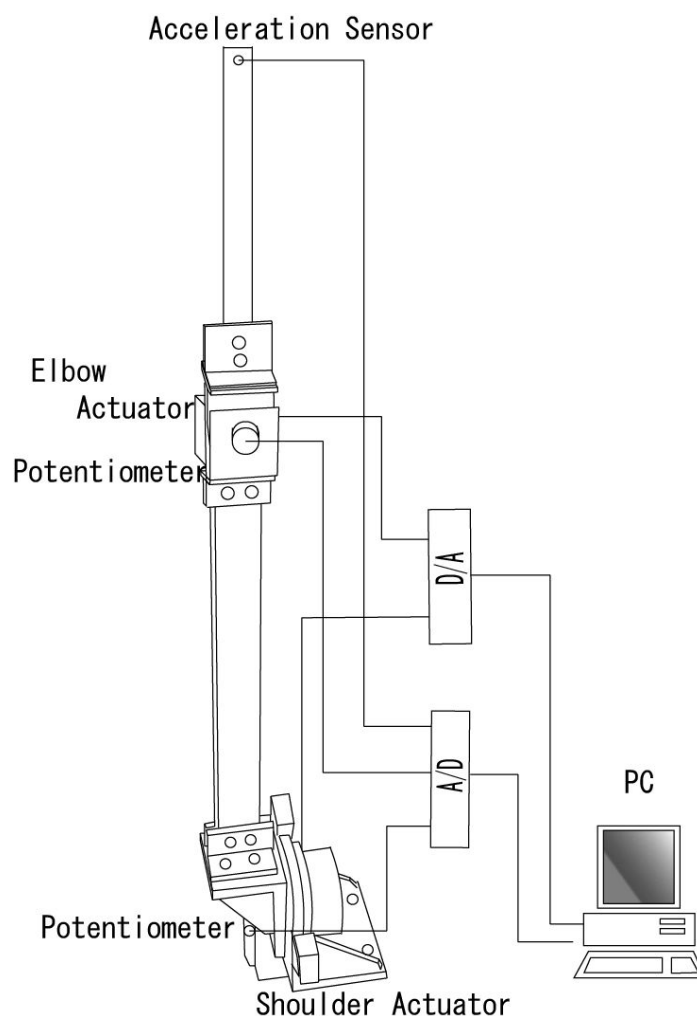


Fig.5-28 実験装置概要

5.8.2 制御器の離散化

本研究では，AD ボードでセンサ出力をデジタル信号化している．そのため，制御器の離散化が必要となってくる．ここでは，その離散化方法について説明する．ここでは，制御器の離散化について説明する．

出力フィードバック H_∞ 制御理論では，制御器はコントローラとして解が求まり，それを状態空間表現で扱うことができる．ここで，制御器を以下の状態空間表現で表す．

$$\begin{cases} \dot{\mathbf{x}}_d = \mathbf{A}_d \mathbf{x}_d + \mathbf{B}_d \mathbf{u} \\ \mathbf{y}_d = \mathbf{C}_d \mathbf{x}_d + \mathbf{D}_d \mathbf{u} \end{cases} \quad (5-21)$$

上式の解は，以下のようになる．

$$\mathbf{x}_d(t) = \mathbf{e}^{\mathbf{A}_d t} \mathbf{x}_d(0) + \int_0^t \mathbf{e}^{\mathbf{A}_d(t-\tau)} \mathbf{B}_d \mathbf{u}(\tau) d\tau \quad (5-22)$$

である。ただし、

$$\mathbf{e}^{\mathbf{A}t} = \mathbf{I} + \mathbf{A}t + \frac{1}{2!} \mathbf{A}_d^2 t^2 + \frac{1}{3!} \mathbf{A}_d^3 t^3 + \dots \quad (5-23)$$

である。ここで、初期値 $\mathbf{x}_d(t)$ から Δ 時間後の $\mathbf{x}_d(t+\Delta)$ を求めるときに、この間で $\mathbf{u}(t)$ が一定だとすると、式は

$$\begin{aligned} \mathbf{x}_d(t+\Delta) &= \mathbf{e}^{\mathbf{A}_d \Delta} \mathbf{x}_d(t) + \int_t^{t+\Delta} \mathbf{e}^{\mathbf{A}_d(t+\Delta-\tau)} d\tau \mathbf{B}_d \mathbf{u}(t) \\ &= \mathbf{e}^{\mathbf{A}_d \Delta} \mathbf{x}_d(t) + \int_0^\Delta \mathbf{e}^{\mathbf{A}_d \tau} d\tau \mathbf{B}_d \mathbf{u}(t) \end{aligned} \quad (5-24)$$

$\mathbf{x}_d(t) = \mathbf{x}_d(i)$, $\mathbf{x}_d(t+\Delta) = \mathbf{x}_d(i+\Delta)$ とすると、式は

$$\mathbf{x}_d(i+1) = \mathbf{\Phi} \mathbf{x}_d(i) + \mathbf{\Gamma} \mathbf{u}(i) \quad (5-25)$$

となる。ただし、

$$\mathbf{\Phi} = \mathbf{e}^{\mathbf{A}_d \Delta}, \quad \mathbf{\Gamma} = \int_0^\Delta \mathbf{e}^{\mathbf{A}_d \tau} d\tau \mathbf{B}_d \mathbf{u}(t) \quad (5-26)$$

である。行列 \mathbf{A}_d が正則とすると、 $\mathbf{\Gamma} = \mathbf{A}_d^{-1} (\mathbf{e}^{\mathbf{A}_d \Delta} - \mathbf{I})$ である。出力方程式は、

$$\mathbf{y}_d = \mathbf{C}_d \mathbf{x}_d + \mathbf{D}_d \mathbf{u} \quad (5-27)$$

である。これより、制御器の状態量を $\xi(k)$ 、センサからの観測を $\mathbf{y}(k)$ 、制御入力電圧を $\mathbf{u}(k)$ とすると、制御器は以下のように表される。

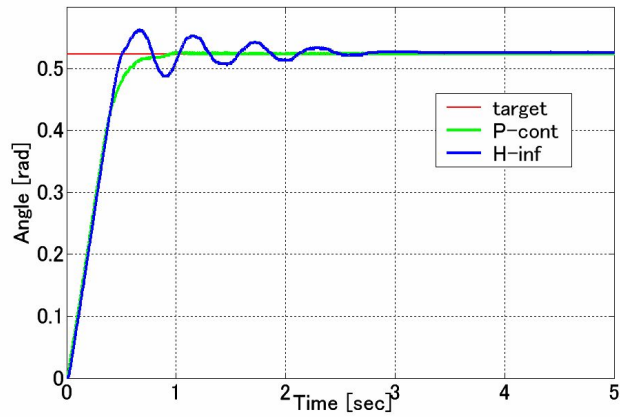
$$\begin{aligned} \xi(k+1) &= \mathbf{\Phi}_k \xi(k) + \mathbf{\Gamma}_k \mathbf{y}(k) \\ \mathbf{u}(k) &= \mathbf{C}_k \xi(k) + \mathbf{D}_k \mathbf{y}(k) \end{aligned} \quad (5-28)$$

ここで、 k はサンプル番号である。

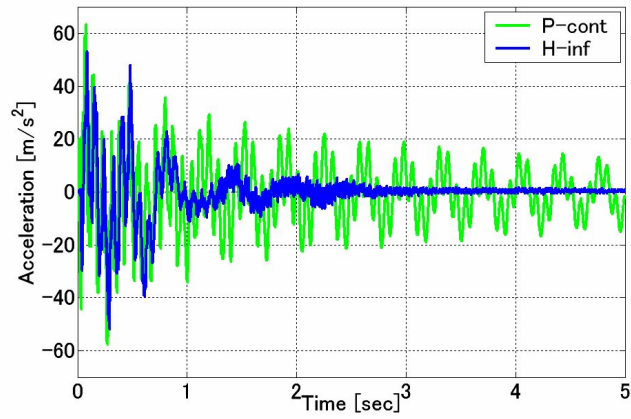
5.8.3 構造的誤差を顧慮した H_∞ 制御器による制御実験

ここでは作成した構造的誤差を考慮した H_∞ 制御器を用いた実験結果を示す。制御器は、サンプリング周波数 1000[Hz] で離散化された。実験条件は、肘関節は各角度で固定し、肩関節を 30[deg] 回転させたときの各制御対象の肩関節の応答とアームの先端の加速度応答で制御性能を検討する。また、比較として肩関節の位置制御のみ行った P 制御での制御実験結果を示す。これより、肩関節の到達時間が同様な時の P 制御時と H_∞ 制御でのアームの先端の加速度応答は P 制御時と比べ H_∞ 制御のほうがよく低減していることが確認できる。

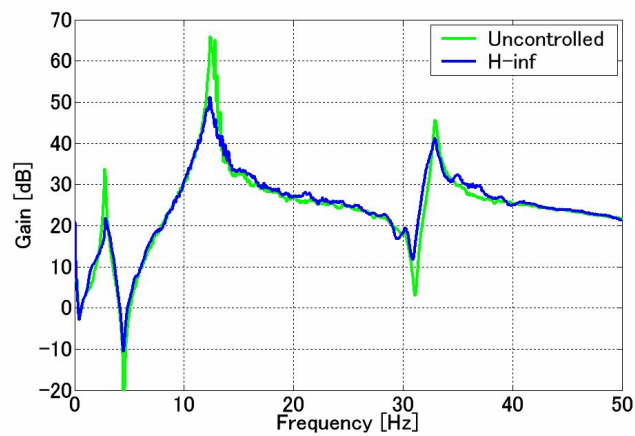
これより、本研究で作成した制御器が姿勢変化による曲げとねじれの連成振動が生じる柔軟ロボットアームの運動と振動の制御に対して有効であることが確認された。



(a) Time Response of Angle

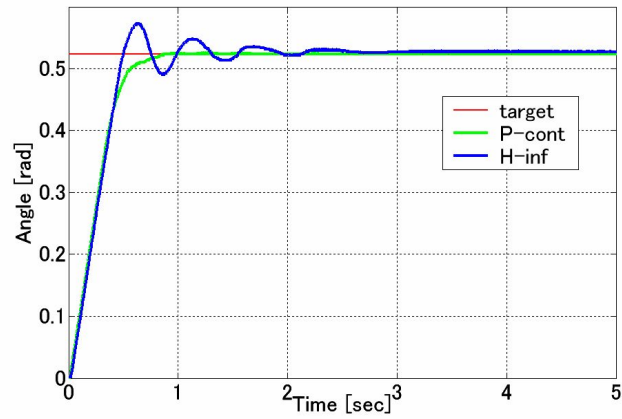


(b) Time Response of Acceleration of Pont1

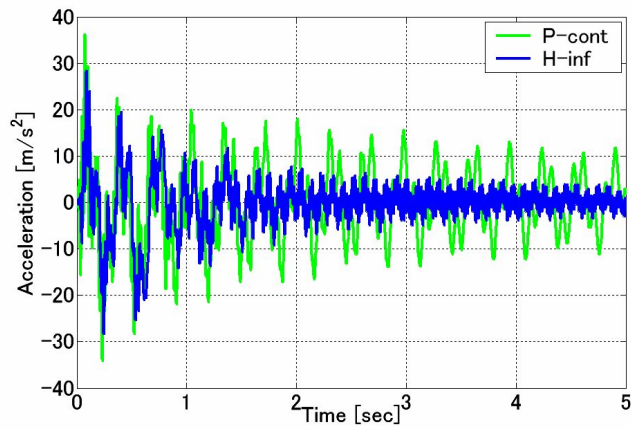


(c) Frequency Response of point1

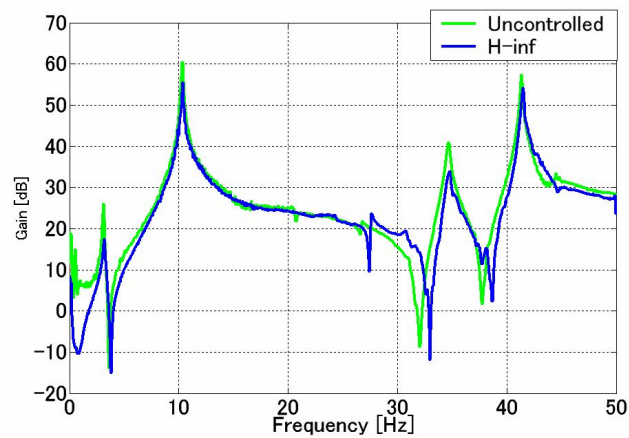
Fig.5-28 Experiment results of nominal model using controller taking account of structured uncertainty



(a) Time Response of Angle



(b) Time Response of Acceleration of Point 1



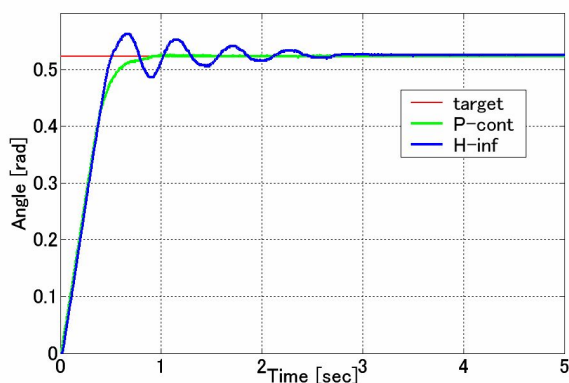
(c) Frequency Response of Point 1

Fig.5-29 Experiment Results of Fluctuated model using controller taking account of structured uncertainty

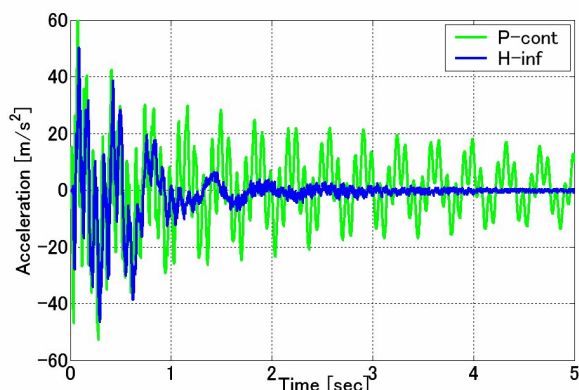
ここまでの結果よりノミナルモデル，変動モデルの制御効果は確認された．どちらのモデルも本研究で提案した H^∞ コントローラは目標値追従性能は位置制御のみの P 制御とほとんど変わらずに，振動の制御は P 制御に比べ効果的に行われていることを証明した．

次にノミナルモデルと変動モデルの間の肘関節の角度の制御性能を検証した．制御実験条件は，ノミナル，変動モデルと同様で，肘関節をそれぞれ 30 度，45 度，90 度に固定し，肩関節を 30 度回転させた．また，同様に肩関節の位置制御のみ行った結果との比較を以下に示す．

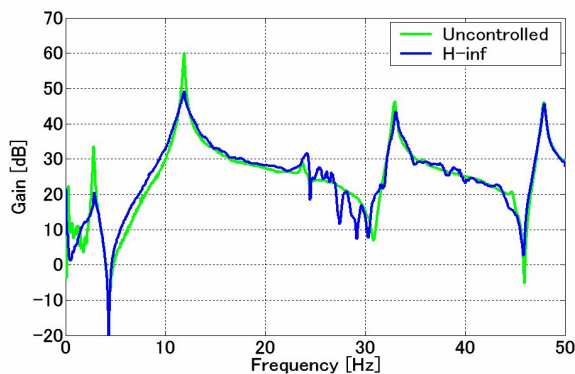
まず，肘関節 30 度の時の肩関節の角度応答と手先の加速度応答である．



(a) Time Response of Shoulder Angle



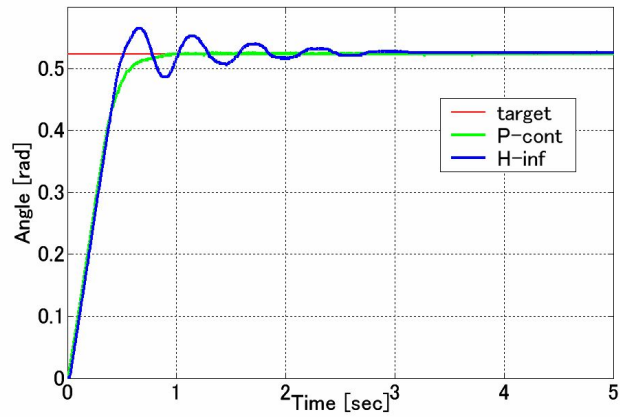
(b) Time Response of Acceleration of Point1



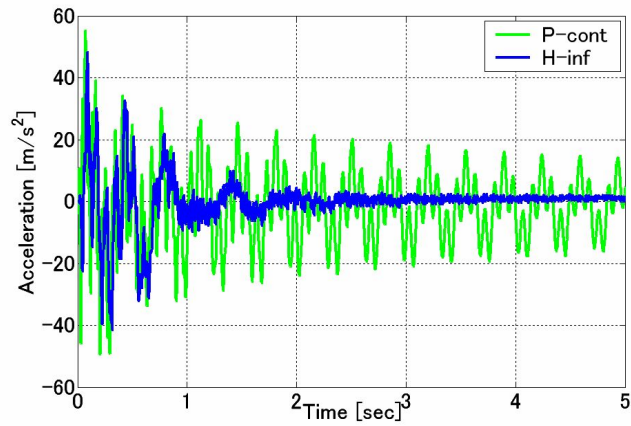
(c) Frequency Response of Point1

Fig.5-30 Experiment Results of Elbow30 using controller taking account of structured uncertainty

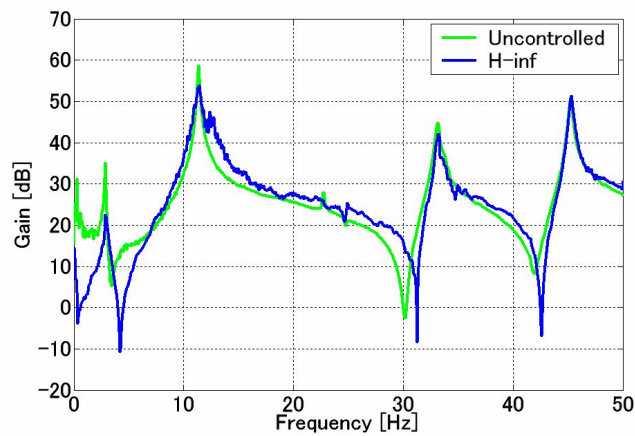
次に、肘関節 45 度の時の肩関節の角度応答と手先の加速度応答である。



(a) Time Response of Shoulder Angle



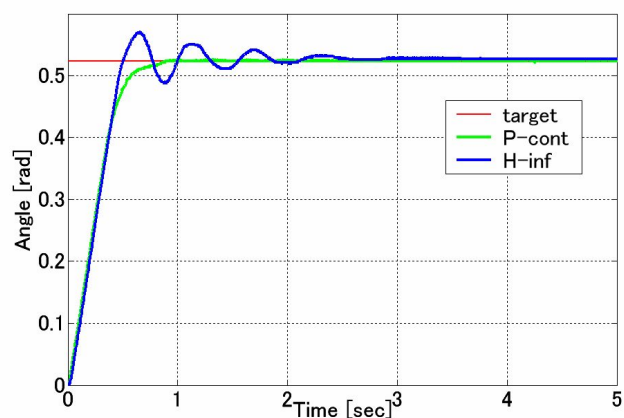
(b) Time Response of Acceleration of Point1



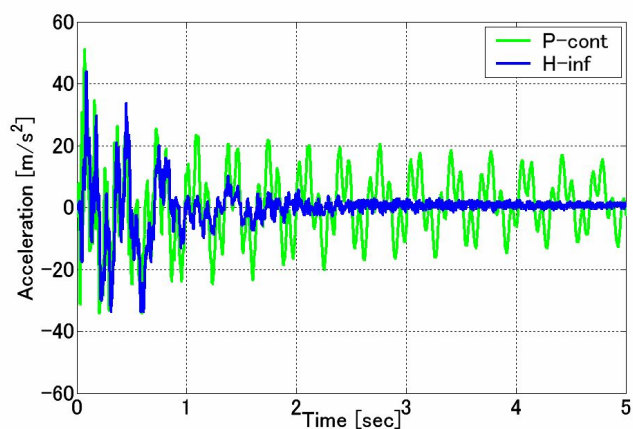
(c) Frequency Response of Point1

Fig.5-31 Experiment Results of Elbow45 using controller taking account of structured uncertainty

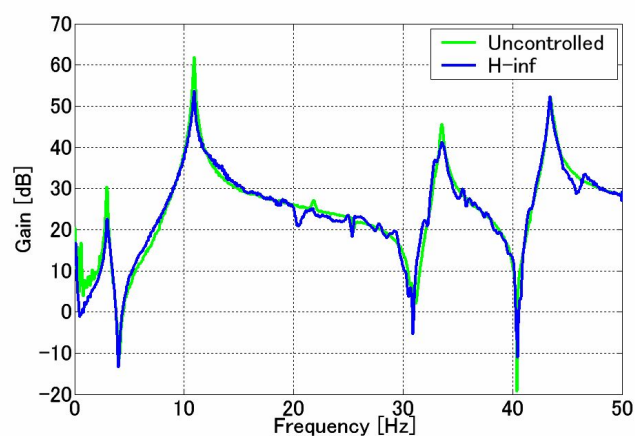
そして、肘関節 60 度の時の肩関節の角度応答と手先の加速度応答である。



(a) Time Response of Shoulder Angle



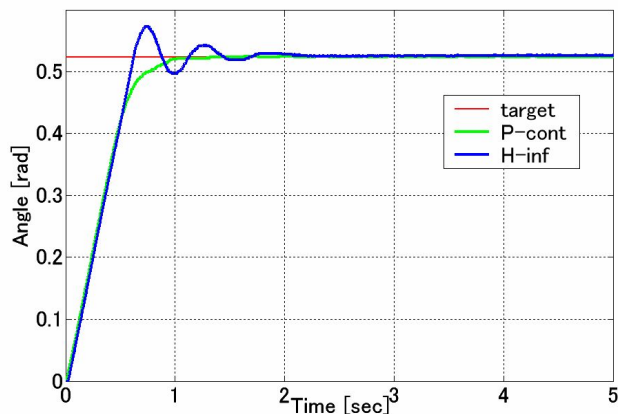
(b) Time Response of Acceleration of Point 1



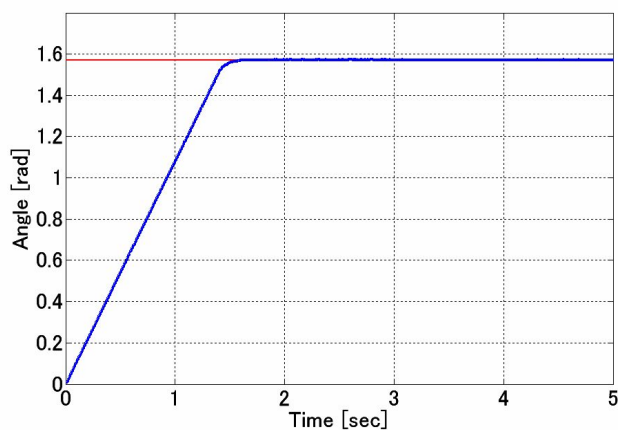
(c) Frequency Response of Point 1

Fig5-32 Experiment Results of Elbow60 using controller taking account of structured uncertainty

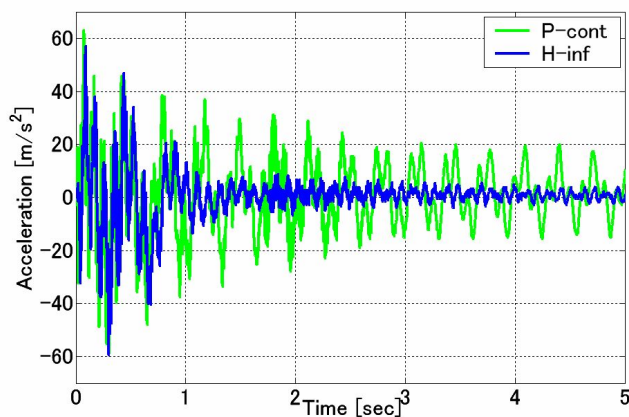
そして、次にノミナル状態から肘関節90度、肩関節30度を同時に起動し、回転させたときの肩関節と肘関節の軸応答および手先の加速度の結果を示す。



(a) Time Response of Shoulder Angle



(b) Time Response of Elbow Angle



(c) Time Response of Acceleration of Point1

Fig.5-33 Experiment Results using controller taking account of structured uncertainty

5.9 まとめ

本章では, 低次元化物理モデル作成法を用いて 2 自由度集中定数系物理モデルを作成し, 構造的不確かさを考慮した H_{∞} 制御器の設計方法及び, シミュレーション, 制御実験を行った. ここでは, アームが姿勢変化するときの慣性モーメントの変化を物理モデルのパラメータ変化と考え, そのパラメータの変化量を制御系設計にフィードバックすることで, アームが姿勢変化した場合でも制御器の安定性を保つことができると考えた. また, ロボットアームの基本的な性能である即応性に対しても, ローパスフィルタを用いることで定常偏差なく速やかに目標値に追従している.

これより, 本研究で作成したコントローラはアーム姿勢に変化が生じた場合でも不安定になることなく制御対象を良好に制御することができ, またロボットアームに求められる基本的な仕様を全て満たしていると考えられる.

第 6 章

昇降・走行搬送システムへの 適用

6.1 はじめに

第5章で適用した回転系の動きをするロボットアームに対して、ここでは、並進的な動きをする柔軟な機械系への適用事例として、昇降・走行柔軟搬送装置を選別し、本研究の提案する手法の有効性を検証する。第5章のロボットアームと同様に、第2章で説明した低次元化物理モデル作成法をもちいて3自由度集中定数系物理モデルに低次元化する。本章は、搬送装置のペイロードの質量変動などの不確かさを考慮する事例となっている。手法を適用するにあたり、選定したモデリングする状態は、制御対象である柔軟搬送システムの標準状態で搬送物（ペイロード）がない状態、もうひとつは搬送物が搬送システムの上端にある状態である。本章では、前者をノミナルモデル、後者を変動モデルと呼ぶ。

本章では、最初に本研究で用いる実験装置と制御対象の概要について説明する。次に、物理モデルを作成する。その手順は、まず制御対象を低次元化物理モデル作成法を用いて低次元化し振動を表す物理モデルを導出する。次に、アクチュエータと平板を考慮した剛体モデルを作成する。その後、その2つを運動方程式上で結合させ運動と振動を表す物理モデルを導出する。

搬送装置は、ペイロードを搬送するため、ペイロードの位置や質量に対してロバストである必要がある。変動を考慮していない制御器では、搬送装置のペイロードの質量、位置の変動により、装置にねじれ振動などが生じた場合、コントローラが不安定になる可能性が生じてくる。そこで、本研究ではこの変動を考慮した制御系設計手法を用いてペイロード付加による制御対象物の状態変化が生じた場合においても制御することのできる H_{∞} 制御器を作成する方法について説明する。制御対象の初期状態と最大変動時をそれぞれモデル化し、そのモデルのパラメータの差を構造的誤差として一般化プラントに組み込むことで、パラメータ変動を3.2節の H_{∞} 標準問題として取り扱うことができ、内部安定性と式(3.6)を満たす制御器を求めることができる。この方法を用いて、本研究では作成したノミナルモデルと変動モデルの2つを制御対象とし、この構造的誤差を考慮した H_{∞} 制御器を設計していく。

6.2 実験装置概要

図6-1は本研究で用いる実験装置図となっている。実験装置は柔軟な平板構造物と、それを駆動するアクチュエータとからなっている。アクチュエータはボールねじ（リード0.04）を介し駆動力を平板に伝える機構となっている。本研究では、装置の左右の平板の厚みを変えることで、実際の装置で、左右の

特性の違う状態を再現している。また、本研究ではアクチュエータとして AC サーボモータを、センサとして、加速度ピックアップ、ポテンショメータを使用している。使用する機材の仕様を以下に示す。



Fig.6-1 実験装置概要

- ・ AC サーボコントロールユニット
型式 ハーモニックドライブ社製 HA-655-1
最大出力電流(rms) 3.2[A]
連続出力電流(rms) 1.0[A]
出力電圧 0～±10[V]
制御方式 正弦波 PWM 方式
- ・ ハーモニックドライブ機能付き AC サーボモータ
形式 ハーモニックドライブ社製 FHA-11C
定格出力 110[W]
最大トルク 11[Nm]
最大回転数 60[Nm/s]
誘起電圧定数 1.6[V/pm]
- ・ 加速度ピックアップ
型番 小野測器製 NP-2110

感度	0.16pC/(m/s ²)±2dB
静電容量	700pF±20%
周波数範囲	f _c ~20[kHz]±3[dB]
最大使用加速度	10000[m/s ²]
質量	0.6[g]
・ 加速度ピックアップ用チャージアンプ	
型番	小野測器製 CH-1200
最大入力電荷	50000[pC]
周波数応答特性	加速度 0.2[Hz]~50[kHz]±3[dB] 速度 3.0[Hz]~3[kHz] ±0.5[dB] 変位 3.0[Hz]~500[Hz]±1[dB]
精度	加速度 ±2[%] 速度 ±3[%] 変位 ±5[%]
最大出力電圧	±5[V]
・ ポテンショメータ	
型番	日本電産コパル電子製 JLC300B
有効電氣的変位	0.3[m]+0.003[m]
機械的変位	有効電氣的変位以上
分解度	理論的に無限小
関数精度	±0.5%
定格電力	0.7[W]

6.3 制御対象構造物

本事例では、制御対象の柔軟搬送装置として柔軟な平板構造物を用いる。その概要を図 6-2 に示す。装置全体のパラメータは、高さ $L=1000\text{mm}$ 、となっている。平板構造物はアルミ合金でその寸法は、右平板が長さ $l_1=1000\text{mm}$ 、幅 $b_1=20\text{mm}$ 、厚さ $t_1=2\text{mm}$ 、となっている。また、左平板が長さ $l_2=1000\text{mm}$ 、幅 $b_2=20\text{mm}$ 、厚さ $t_2=4\text{mm}$ 、となっている。また、上部平板は、長さ $l_h=120\text{mm}$ 、幅 $b_3=20\text{mm}$ 、厚さ $t_3=2\text{mm}$ となっている。さらに、搬送物を想定したペイロードは、質量 $w_p=0.3\text{Kg}$ で構造物の平板の片方に付加される構造となっている。本研究では、搬送物のない状態をノミナルモデル(nominal model)、搬送物が上端かつ片側の梁に偏っている状態を変動モデル(fluctuated model)と呼ぶ。

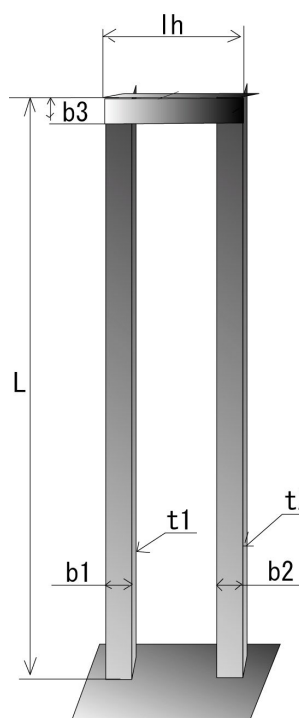


Fig .6-2 Control Object

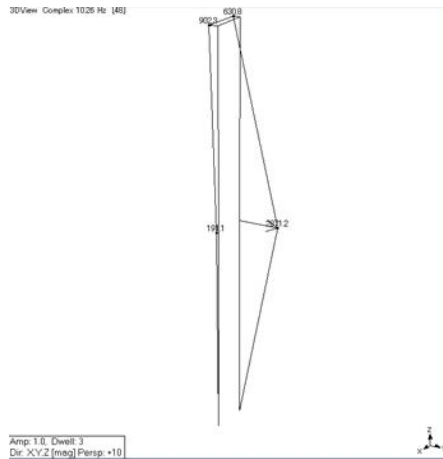
6.4 ノミナルモデルの低次元化物理モデル作成

6.4.1 実験モード解析

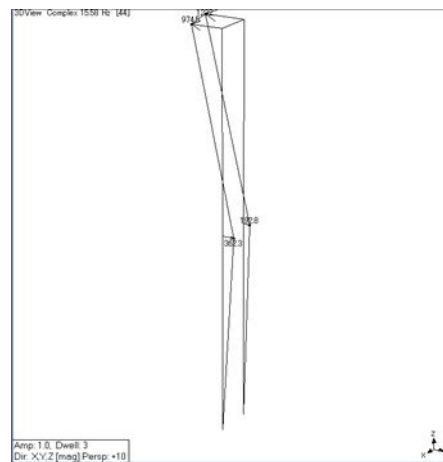
本事例では，制御対象の振動特性を得るため，FFT アナライザと MESCOOP を用いて実験モード解析を行った．その結果を図 6-3，に示す．これより，ノミナルモデルの制御対象モードを 3 次モードまでとした．



1st mode 2.00[Hz]
1st Bending mode



2nd mode 9.875[Hz]
2nd Bending mode



3rd mode 15.5[Hz]
3rd Bending mode

Fig.6-3 results of nominal model

6.4.2 低次元化物理モデルの作成

本研究では, 制御対象である柔軟構造物を低次元化物理モデル作成法を用いて 3 自由度集中定数系物理モデルに低次元化する. 図 6-4 にノミナルモデルの質点配置個所の概要図を示す. この作成法の特徴として, モデルの質点を任意の位置に配置することがある. 本研究では, 制御効果を考慮にいれ, 質点を配置した.

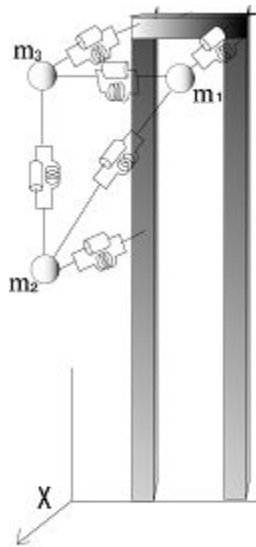


Fig.6-4 Modeling Point of Nominal Model

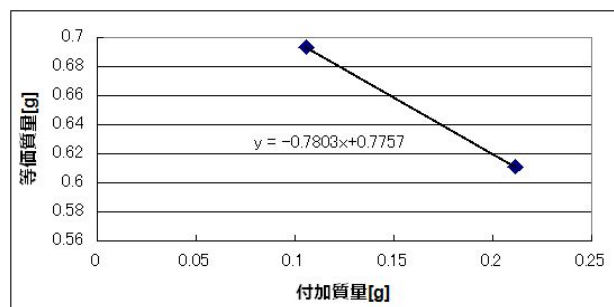
6.4.3 低次元化物理モデルのパラメータ同定

ここでは、第2章で述べた固有モード修正法に基づき、分布定数形の特徴を有する柔軟構造物を図に示した3自由度の集中定数系物理モデルへ同定する。

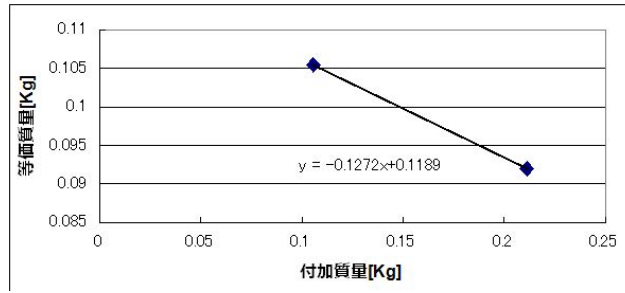
まず、実験により求めた実験モード解析の結果を以下に示す。実験モード解析は、平板の先端に加速度センサを固定し、各質点をインパルス加振し測定した。

$$\Phi = \begin{bmatrix} 271 & 190 & 20.4 \\ -902.3 & -630.8 & 2071.2 \\ -197.5 & -1222 & 192.8 \end{bmatrix}$$

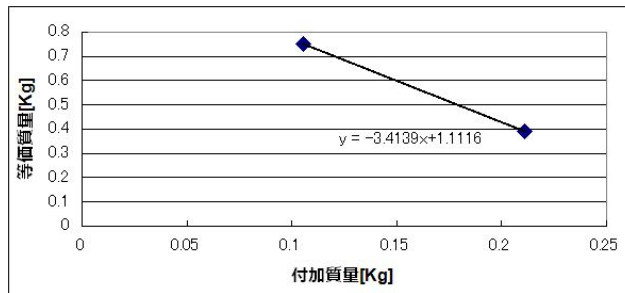
次に、等価質量の測定結果を示す。等価質量は質点に重りを付加し、重りによる固有振動数の変化から等価質量を算出する。測定後、その点をグラフ化し、それらの点の近似直線を書き、その近似曲線のy切片を等価質量とした。



(a)Mass1



(b)Mass2



(b)Mass3

Fig.6-5 Equivalent Mass of Nominal model

質点1, 質点2, 質点3における1次, 2次, 3次モードの各固有成分を用いると, 固有モード成分 Φ は次のようにおくことができる.

$$\Phi = \begin{bmatrix} \phi_{11} & \phi_{12} & \phi_{13} \\ \phi_{21} & \phi_{22} & \phi_{23} \\ \phi_{31} & \phi_{32} & \phi_{33} \end{bmatrix} \quad (6-1)$$

そして, 式(4.2)を第2章の式(2.36)に代入すると次のようになる.

$$\mathbf{M}^{-1} = \begin{bmatrix} \frac{1}{M_1} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{M_2} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{M_3} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \Delta_{11} & A & B \\ A & \Delta_{22} & C \\ B & C & \Delta_{33} \end{bmatrix} \quad (6-2)$$

$$\Delta_{11} = \phi_{11}^2 + \phi_{12}^2 + \phi_{13}^2$$

$$\Delta_{22} = \phi_{21}^2 + \phi_{22}^2 + \phi_{23}^2$$

$$\Delta_{33} = \phi_{31}^2 + \phi_{32}^2 + \phi_{33}^2$$

である. 集中質量の条件である \mathbf{M}^{-1} が対角行列になるためには, 以下の拘束条件を満たす必要がある.

$$A = B = C = 0 \quad (6-3)$$

そこで, 以下のような誤差関数を定義する.

$$\boldsymbol{\varepsilon} = \begin{cases} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \varepsilon_3 \end{cases} = \begin{cases} \phi_{11}\phi_{21} + \phi_{12}\phi_{22} + \phi_{13}\phi_{23} \\ \phi_{11}\phi_{31} + \phi_{12}\phi_{32} + \phi_{13}\phi_{33} \\ \phi_{21}\phi_{31} + \phi_{22}\phi_{32} + \phi_{23}\phi_{33} \end{cases} \quad (6-4)$$

この関数 $\boldsymbol{\varepsilon}$ を 0 に収束させるような固有モードを修正すれば、拘束条件を満たすことができる。固有モードに対する誤差関数の感度行列は次のようになる。

$$\begin{aligned} \left[\frac{\partial \boldsymbol{\varepsilon}}{\partial \boldsymbol{\Phi}} \right] &= \begin{bmatrix} \frac{\partial \varepsilon_1}{\partial \phi_{11}} & \frac{\partial \varepsilon_1}{\partial \phi_{12}} & \frac{\partial \varepsilon_1}{\partial \phi_{13}} & \frac{\partial \varepsilon_1}{\partial \phi_{21}} & \frac{\partial \varepsilon_1}{\partial \phi_{22}} & \frac{\partial \varepsilon_1}{\partial \phi_{23}} & \frac{\partial \varepsilon_1}{\partial \phi_{31}} & \frac{\partial \varepsilon_1}{\partial \phi_{32}} & \frac{\partial \varepsilon_1}{\partial \phi_{33}} \\ \frac{\partial \varepsilon_2}{\partial \phi_{11}} & \frac{\partial \varepsilon_2}{\partial \phi_{12}} & \frac{\partial \varepsilon_2}{\partial \phi_{13}} & \frac{\partial \varepsilon_2}{\partial \phi_{21}} & \frac{\partial \varepsilon_2}{\partial \phi_{22}} & \frac{\partial \varepsilon_2}{\partial \phi_{23}} & \frac{\partial \varepsilon_2}{\partial \phi_{31}} & \frac{\partial \varepsilon_2}{\partial \phi_{32}} & \frac{\partial \varepsilon_2}{\partial \phi_{33}} \\ \frac{\partial \varepsilon_3}{\partial \phi_{11}} & \frac{\partial \varepsilon_3}{\partial \phi_{12}} & \frac{\partial \varepsilon_3}{\partial \phi_{13}} & \frac{\partial \varepsilon_3}{\partial \phi_{21}} & \frac{\partial \varepsilon_3}{\partial \phi_{22}} & \frac{\partial \varepsilon_3}{\partial \phi_{23}} & \frac{\partial \varepsilon_3}{\partial \phi_{31}} & \frac{\partial \varepsilon_3}{\partial \phi_{32}} & \frac{\partial \varepsilon_3}{\partial \phi_{33}} \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} \phi_{21} & \phi_{22} & \phi_{23} & \phi_{11} & \phi_{12} & \phi_{13} & 0 & 0 & 0 \\ \phi_{31} & \phi_{32} & \phi_{33} & 0 & 0 & 0 & \phi_{11} & \phi_{12} & \phi_{13} \\ 0 & 0 & 0 & \phi_{31} & \phi_{32} & \phi_{33} & \phi_{21} & \phi_{22} & \phi_{23} \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (6-5)$$

また、固有モードの修正量を $\delta \boldsymbol{\Phi}$ とすると、誤差関数を 0 に収束させるには次式を解けばよい。

$$\left[\frac{\partial \boldsymbol{\varepsilon}}{\partial \boldsymbol{\Phi}} \right] \{ \delta \phi_{11} \quad \delta \phi_{12} \quad \delta \phi_{13} \quad \delta \phi_{21} \quad \delta \phi_{22} \quad \delta \phi_{23} \quad \delta \phi_{31} \quad \delta \phi_{32} \quad \delta \phi_{33} \}^T = - \begin{cases} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \varepsilon_3 \end{cases} \quad (6-6)$$

これを、次の最小ノルム解を使った一般化逆行列によって修正量 $\delta \boldsymbol{\Phi}$ を求める。

$$\{ \delta \boldsymbol{\Phi} \} = \left[\frac{\partial \boldsymbol{\varepsilon}}{\partial \boldsymbol{\Phi}} \right]^T \left(\left[\frac{\partial \boldsymbol{\varepsilon}}{\partial \boldsymbol{\Phi}} \right] \left[\frac{\partial \boldsymbol{\varepsilon}}{\partial \boldsymbol{\Phi}} \right]^T \right)^{-1} \{ -\boldsymbol{\varepsilon} \} \quad (6-7)$$

この修正量を用いて次のような修正を施す反復計算を繰り返せば誤差関数を 0 に収束させることができる。

$$\boldsymbol{\Phi} + \delta \boldsymbol{\Phi} \rightarrow \boldsymbol{\Phi} \quad (6-8)$$

このようにして質量行列が対角化され、3 自由度系の集中定数モデルを作成することができる。

上記の方法によって計算された修正前後の固有モード行列 $\boldsymbol{\Phi}$ と物理座標系へ変換した質量行列 \mathbf{M} と剛性行列 \mathbf{K} を以下に示す。

まず、修正前の各行列は、

$$\boldsymbol{\Phi} = \begin{bmatrix} 271 & 190 & 20.4 \\ -902.3 & -630.8 & 2071.2 \\ -197.5 & -1222 & 192.8 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{M} = \begin{bmatrix} 0.9674 & -0.0215 & 0.2098 \\ -0.0215 & 0.0031 & -0.0068 \\ 0.2098 & -0.0068 & 0.0513 \end{bmatrix} \times 10^{-4}$$

$$\mathbf{K} = \begin{bmatrix} 0.1667 & 0.0014 & 0.0438 \\ 0.0014 & 0.0023 & -0.0017 \\ 0.0438 & -0.0017 & 0.0135 \end{bmatrix}$$

となり，集中定数系の条件が満たされていないことがわかる．そこで，上記の Φ ， \mathbf{M} ， \mathbf{K} の値を初期値として式を用いて固有モードの修正を行った結果，次のように質量行列が対角化され，集中定数系の条件が満たされた．

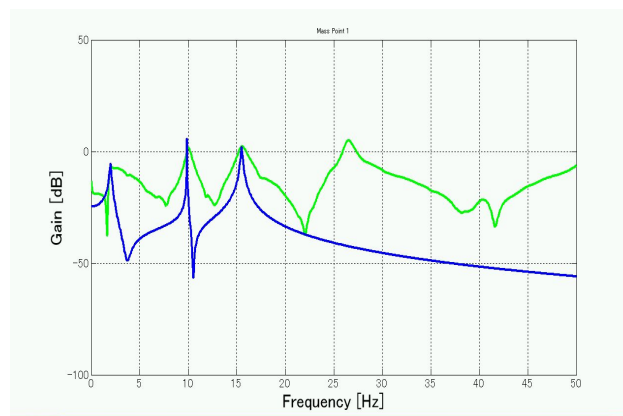
$$\Phi = \begin{bmatrix} -0.2053 & 0.0555 & 0.1144 \\ 1.0440 & 0.1259 & 1.8123 \\ 1.0611 & 6.0573 & -1.0320 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{M} = \begin{bmatrix} 17.1508 & 0 & 0 \\ 0 & 0.2278 & 0 \\ 0 & 0 & 0.0257 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{K} = \begin{bmatrix} 4.1955 & 0.7655 & 0.0061 \\ 0.7655 & 0.1628 & -0.0086 \\ 0.0061 & -0.0086 & 0.0100 \end{bmatrix}$$

6.4.4 低次元化物理モデルの有効性

以上の手順で得られた 3 自由度系物理モデルの妥当性を検証する．その確認方法として，3 自由度集中定数系物理モデルの各質点をインパルス加振した際の質点 1 の周波数応答と，同条件での柔軟構造物の実測値の比較を行った．計測には，FFT アナライザーを使用した．これより，作成したモデルが制御対象である平板の振動特性を表現していることが確認できる．



(a)Point1

Fig.6-6 Comparison of simulation and experiment of nominal model

6.4.5 アクチュエータモデルの作成

本事例では振動モデルと別に、運動を表現するモデルを作成する。ここでさすモデルとは、平板や重りが付加した際にアクチュエータに作用する慣性の変動を考慮したアクチュエータのモデルのことである。アクチュエータモデルの作成方法は、まず平板を振動しない状態に保ち、その状態でアクチュエータの伝達関数を求める。この伝達関数は、振動による慣性モーメントが作用していないので、剛体による慣性のみを計測することができる。また、このモデルについては、モデルに作用する遅れなども考慮して決定した。

アクチュエータの伝達特性は以下の式で同定した。また、図 6-7 は作成したアクチュエータのモデルと実機の応答の比較をした図である。

$$G_c(s) = \frac{X}{u} = \frac{K_p K_c \omega_c^2}{s(s^2 + 2\zeta_c \omega_c s + \omega_c^2)} \quad (6-9)$$

軸の変位	X [m]
モータの伝達関数	$G_c(s)$ [dB]
入力電圧	u [V]
減衰比	$\zeta_c (=0.7)$ [-]
ゲイン	$K_c (=0.95)$ [-]
ポテンシオメータの係数	$K_p (=0.15/10)$ [m/V]
固有振動数	$\omega_c (=19 \times 2 \pi)$ [rad]

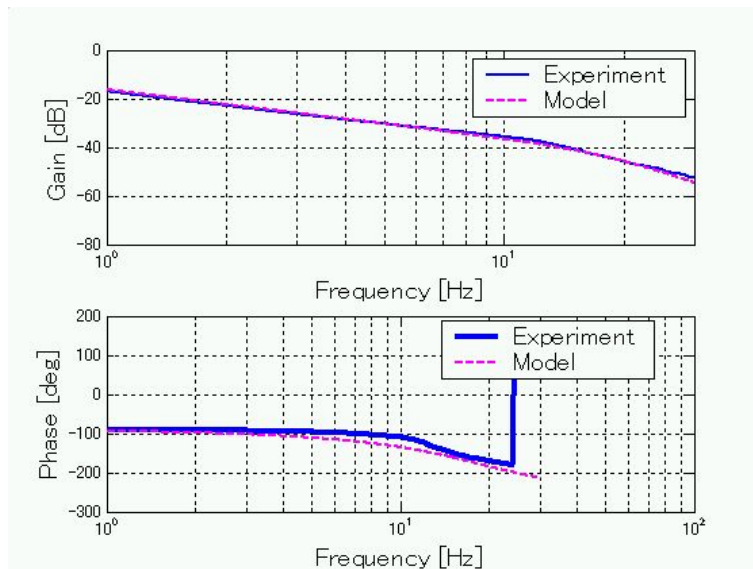


Fig.6-7 Frequency response of Actuator model

また，上式を逆ラプラス変換し，状態空間表現すると以下ようになる．ここで，アクチュエータの観測点は軸の角度とする．

$$\begin{aligned} \dot{\mathbf{x}}_X &= \mathbf{A}_X \mathbf{x}_X + \mathbf{B}_X \mathbf{u} \\ \mathbf{y}_X &= \mathbf{C}_X \end{aligned} \tag{6-10}$$

$$\mathbf{x}_X = \{\ddot{X} \quad \dot{X} \quad X\}^T$$

$$\mathbf{A}_X = \begin{bmatrix} -2\zeta_c \omega_c & -\omega_c^2 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{B}_X = [K_p K_c \omega_c^2 \quad 0 \quad 0]^T$$

$$\mathbf{C}_X = [0 \quad 0 \quad 1]$$

6.4.7 制御対象モデルの作成

次に，作成した振動モデルとアクチュエータのモデルとを組みあわせ，運動と振動を表現するモデルを作成する．物理モデルの概要図を図 6-8 に示す．

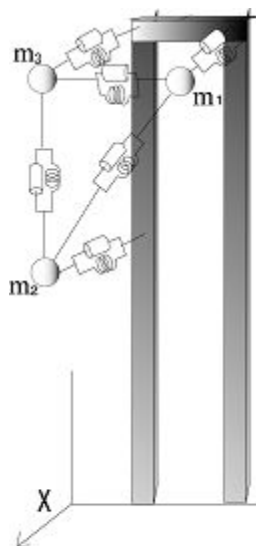


Fig.6-8 Physical Model of Nominal Model

この力学モデルにおいて、柔軟対の各質量・減衰係数・バネ定数・アクチュエータの減衰係数，制御力を概要図のようにおくと，運動方程式は以下のように表される．

$$\begin{aligned}
m_1 \ddot{x}_1 = & -c_{01}(\dot{x}_1 - \dot{X}) - c_{12}(\dot{x}_1 - \dot{x}_2) - c_{13}(\dot{x}_1 - \dot{x}_3) \\
& - k_{01}(x_1 - X) - k_{12}(x_1 - x_2) - k_{13}(x_1 - x_3) + \frac{f}{m_1}
\end{aligned} \tag{6-11}$$

$$\begin{aligned}
m_2 \ddot{x}_2 = & -c_{02}(\dot{x}_2 - \dot{X}) - c_{12}(\dot{x}_2 - \dot{x}_1) - c_{23}(\dot{x}_2 - \dot{x}_3) \\
& - k_{02}(x_2 - X) - k_{12}(x_2 - x_1) - k_{23}(x_2 - x_3) + \frac{f}{m_2}
\end{aligned} \tag{6-12}$$

$$\begin{aligned}
m_3 \ddot{x}_3 = & -c_{03}(\dot{x}_3 - \dot{X}) - k_{13}(\dot{x}_3 - \dot{x}_1) - c_{23}(\dot{x}_3 - \dot{x}_2) \\
& - k_{03}(x_3 - X) - k_{13}(x_3 - x_1) - k_{23}(x_3 - x_2) + \frac{f}{m_3}
\end{aligned} \tag{6-13}$$

とおき，上式を整理すると

$$\begin{aligned}
\ddot{x}_1 = & -\frac{c_{01} + c_{12} + c_{13}}{m_1} \dot{x}_1 + \frac{c_{12}}{m_1} \dot{x}_2 + \frac{c_{13}}{m_1} \dot{x}_3 + \frac{c_{01}}{m_1} \dot{X} \\
& - \frac{k_{01} + k_{12} + k_{13}}{m_1} x_1 + \frac{k_{12}}{m_1} x_2 + \frac{k_{13}}{m_1} x_3 + \frac{k_{01}}{m_1} X + \frac{f}{m_1}
\end{aligned} \tag{6-14}$$

$$\begin{aligned}
\ddot{x}_2 = & \frac{c_{12}}{m_2} \dot{x}_1 - \frac{c_{02} + c_{12} + c_{23}}{m_2} \dot{x}_2 + \frac{c_{23}}{m_2} \dot{x}_3 + \frac{c_{02}}{m_2} \dot{X} \\
& + \frac{k_{12}}{m_2} x_1 - \frac{k_{02} + k_{12} + k_{23}}{m_2} x_2 + \frac{k_{23}}{m_2} x_3 + \frac{k_{02}}{m_2} X + \frac{f}{m_2}
\end{aligned} \tag{6-15}$$

$$\begin{aligned}
\ddot{x}_3 = & \frac{c_{13}}{m_3} \dot{x}_1 + \frac{c_{23}}{m_3} \dot{x}_2 - \frac{c_{03} + c_{13} + c_{23}}{m_3} \dot{x}_3 + \frac{c_{03}}{m_3} \dot{X} \\
& + \frac{k_{13}}{m_3} x_1 + \frac{k_{23}}{m_3} x_2 - \frac{k_{03} + k_{13} + k_{23}}{m_3} x_3 + \frac{k_{03}}{m_3} X + \frac{f}{m_3}
\end{aligned} \tag{6-16}$$

これより，ノミナルモデルの状態方程式は以下のようになる．ここで，観測点は質点1の加速度と根元の角度となっている．また，本研究では，実機とモデルを比較した結果，慣性モーメントなどの影響によりモデル制御対象周波数内に誤差が確認されたため，本来は0であるはずのD行列をあえて付加し，D行列のパラメータを調整することにより，モデルの精度を向上させている．

$$\begin{aligned}
\dot{x}_c &= \mathbf{A}_c x_c + \mathbf{B}_c u \\
y_c &= \mathbf{C}_c x_c + \mathbf{D}_c u
\end{aligned} \tag{6-17}$$

$$x_c = \left[\ddot{X} \quad \dot{x}_1 \quad \dot{x}_2 \quad \dot{x}_3 \quad \dot{X} \quad x_1 \quad x_2 \quad x_3 \quad X \right]^T$$

$$\mathbf{A}_c = \begin{bmatrix} \mathbf{A}_{11} & \mathbf{A}_{12} \\ \mathbf{A}_{21} & \mathbf{A}_{22} \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{A}_{11} = \begin{bmatrix} -2\zeta\omega_n & 0 & 0 & 0 & -\omega_n^2 \\ 0 & -\frac{c_{01} + c_{12} + c_{13}}{m_1} & \frac{c_{12}}{m_1} & \frac{c_{13}}{m_1} & \frac{c_{01}}{m_1} \\ 0 & \frac{c_{12}}{m_2} & -\frac{c_{02} + c_{12} + c_{23}}{m_2} & \frac{c_{23}}{m_2} & \frac{c_{02}}{m_2} \\ 0 & \frac{c_{13}}{m_3} & \frac{c_{23}}{m_3} & -\frac{c_{03} + c_{13} + c_{23}}{m_3} & \frac{c_{03}}{m_3} \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{A}_{12} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{k_{01} + k_{12} + k_{13}}{m_1} & \frac{k_{12}}{m_1} & \frac{k_{13}}{m_1} & \frac{k_{01}}{m_1} \\ \frac{k_{12}}{m_2} & -\frac{k_{02} + k_{12} + k_{23}}{m_2} & \frac{k_{23}}{m_2} & \frac{k_{02}}{m_2} \\ \frac{k_{13}}{m_3} & \frac{k_{23}}{m_3} & -\frac{k_{03} + k_{13} + k_{23}}{m_3} & \frac{k_{03}}{m_3} \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{A}_{21} = \mathbf{I}(5,5), \mathbf{A}_{22} = \mathbf{0}(5,4)$$

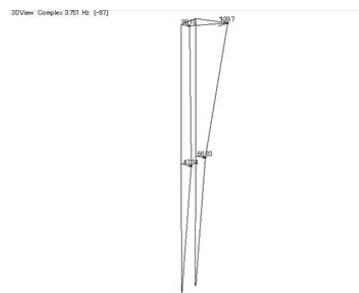
$$\mathbf{B}_c = [\mathbf{K}_p \mathbf{K} \omega_n^2 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0]^T$$

$$\mathbf{C}_c = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

6.5 変動モデルの低次元化物理モデル作成

6.5.1 実験モード解析

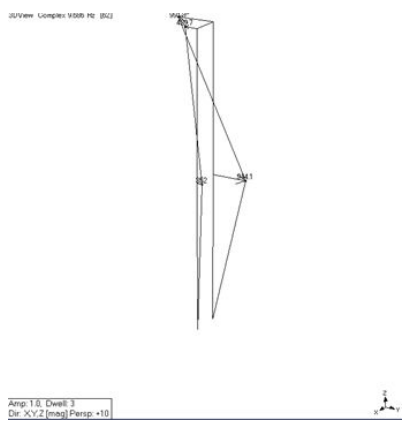
変動モデルもノミナルモデルと同様に振動特性を得るために実験モード解析を行った。解析結果を図 6-9 に示す。



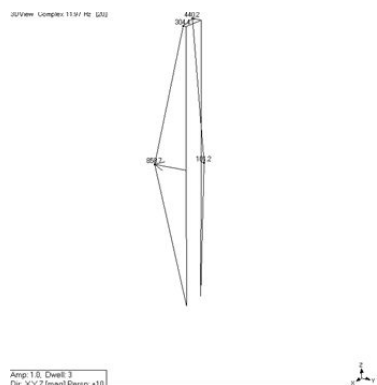
3DView: Complex 3.251 Hz (1-67)

Amp: 1.0, Dwell: 3
Dir: X:V:2 [mag] Persp: +10

1st mode 2.875[Hz]
Bending-Torsional coupled mode



2nd mode 9.375[Hz]
Bending-Torsional coupled mode



3rd mode 12.00[Hz]
Bending-Torsional coupled mode

Fig.6-9 Results of Fluctuated Model

6.5.2 低次元化物モデルの作成

変動モデルもノミナルモデルと同様に3自由度集中定数系物理モデルに低次元化する。図6-10に変動モデルの質点配置個所の概要図を示す。本研究では、実験モード解析より得られた振動モード形に基づき、手先と肘に質点を配置した。

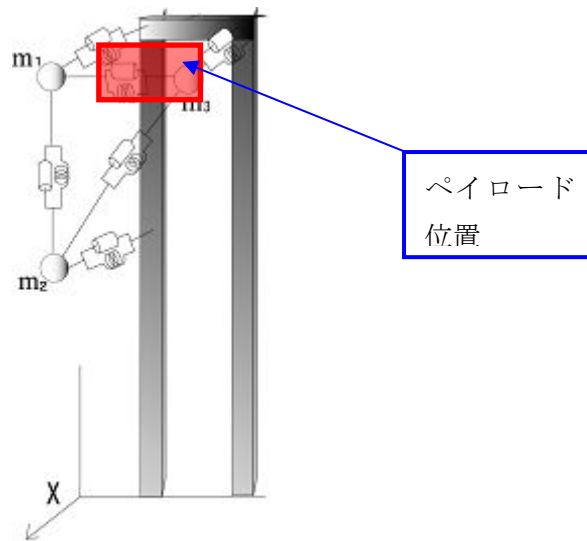
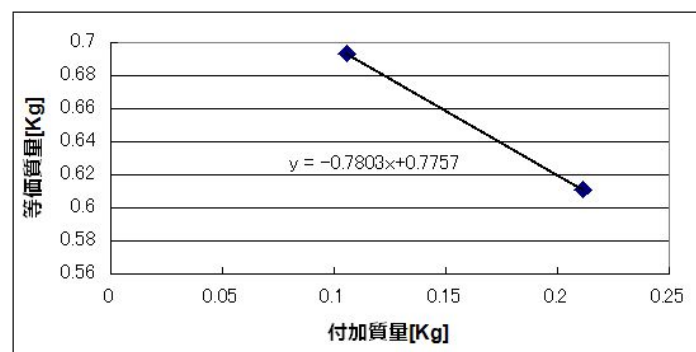


Fig.6-10 Modeling Point of Fluctuated Model

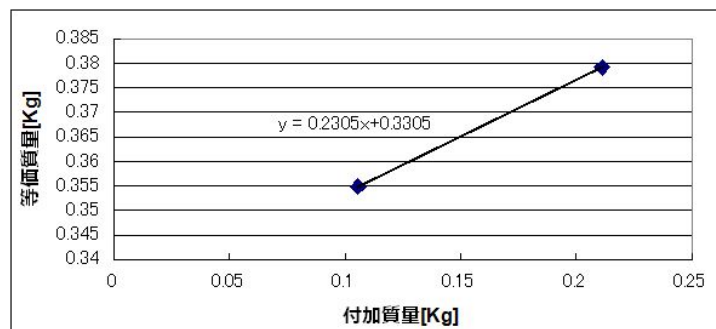
6.5.3 低次元化物理モデルのパラメータ同定

変動モデルもノミナルモデルと同様に低次元化物理モデル作成法を用いて、3自由度集中定数系物理モデルに低次元化した。物理パラメータを導く方法はノミナルモデルと同様なので、ここでは結果だけを説明する。

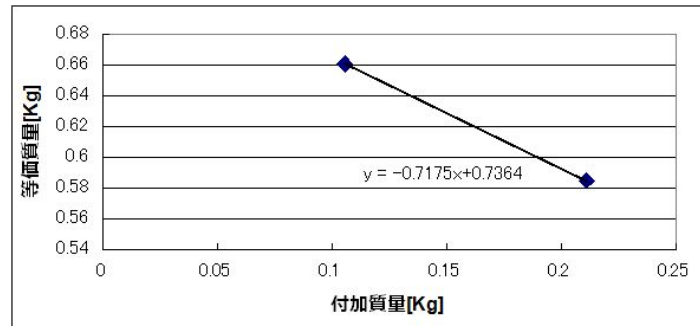
各質点での等価質量は以下のとおりである。



(a) Mass1



(b) Mass2



(c)Mass3

Fig.6-11 Equivalent Values of Fluctuated Model

次に、変動モデルの修正前後の固有モード行列 Φ と物理座標系へ変換した質量行列 \mathbf{M} と剛性行列 \mathbf{K} を以下に示す。

まず、修正前の各行列は、

$$\Phi = \begin{bmatrix} 98.19 & 139.7 & 65.29 \\ -439.7 & -991.3 & 944.1 \\ -304.4 & -440.2 & 94.79 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{M} = \begin{bmatrix} 0.0018 & -0.0002 & 0.0010 \\ -0.0002 & 0.0000 & -0.0001 \\ 0.0010 & -0.0001 & 0.0006 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{K} = \begin{bmatrix} 3.2199 & -0.3089 & 1.5200 \\ -0.3089 & 0.0367 & -0.1573 \\ 1.5200 & -0.1573 & 0.7389 \end{bmatrix}$$

となり、集中定数系の条件が満たされていないことがわかる。そして、上記の Φ 、 \mathbf{M} 、 \mathbf{K} の値を初期値として固有モードの修正を行った結果、次のように質量行列が対角化され、集中定数系の条件が満たされた。

$$\Phi = \begin{bmatrix} 0.0004 & -0.0062 & 0.0023 \\ 1.3188 & 0.2903 & 0.5546 \\ 0.1376 & -0.0963 & -0.2768 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{M} = \begin{bmatrix} 2.2892 & 0 & 0 \\ 0 & 0.0000 & 0 \\ 0 & 0 & 0.0010 \end{bmatrix} \times 10^4$$

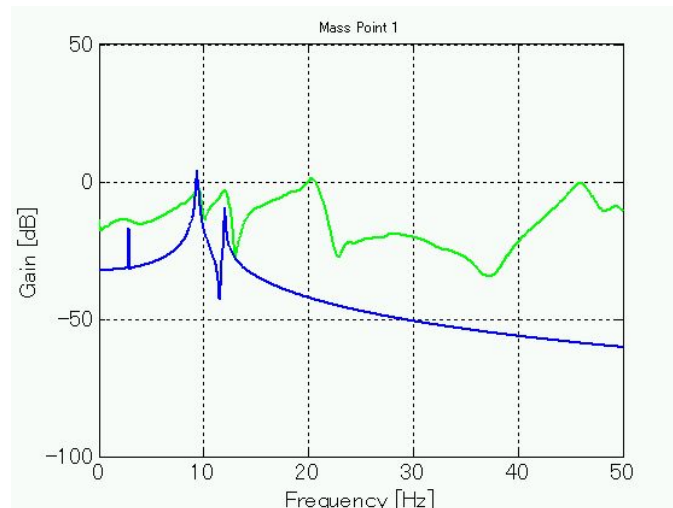
$$\mathbf{K} = \begin{bmatrix} 8.5524 & 0.0014 & -0.0348 \\ 0.0014 & 0.0001 & -0.0004 \\ -0.0348 & -0.0004 & 0.0043 \end{bmatrix} \times 10^3$$

また、内部減衰行列は以下のようなになる。

$$C = \begin{bmatrix} 1.7970 & -0.0006 & 0.0005 \\ -0.0006 & 0.0000 & -0.0001 \\ 0.0005 & -0.0001 & 0.0006 \end{bmatrix}$$

6.5.4 低次元化物理モデルの有効性

以上の手順で得られた3自由度系物理モデルの妥当性を検証する。その確認方法として、3自由度集中定数系物理モデルの各質点をインパルス加振した際の質点1の周波数応答と、同条件での柔軟構造物の実測値の比較を行った。計測には、FFTアナライザを使用した。これより、作成したモデルが制御対象であるアームの振動特性を表現していることが確認できる。



(a)Point1

Fig.6-12 Frequency response of fluctuated model

6.5.5 アクチュエータモデルの作成

本事例では、アクチュエータのモデルを作成しているが、ノミナルモデルと変動モデルとでは制御対象の慣性力が変化するので、そのためアクチュエータモデルも変化していくので、変動モデルのアクチュエータも同定する必要がある。ここでは、ノミナルモデルと同様の手順で変動モデルのアクチュエータモデルを作成する。

アクチュエータの伝達特性は以下の式で同定した。

$$G_f(s) = \frac{X}{u} = \frac{K_p K_f \omega_f^2}{s(s^2 + 2\zeta_f \omega_f s + \omega_f^2)} \quad (6-18)$$

テーブル変位 X [m]

モータの伝達関数 $G_f(s)$ [dB]

入力電圧 u [V]
 減衰比 $\zeta_f (=0.7)[-]$
 ゲイン $K_f (=0.85)[-]$
 ポテンシオメータの係数 $K_p (=0.15/10)[\text{mm/V}]$
 固有振動数 $\omega_f (=15 \times 2 \pi)[\text{rad}]$

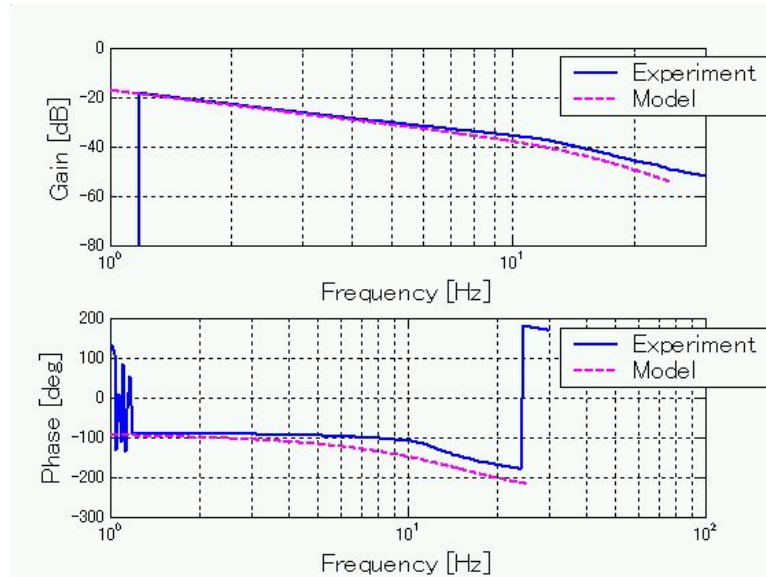


Fig.6-13 Frequency response of Actuator model

また，上式を逆ラプラス変換し，状態空間表現すると以下ようになる．ここで，アクチュエータの観測点は軸の角度とする．

$$\begin{aligned}
 \dot{x}_X &= \mathbf{A}_X x_X + \mathbf{B}_X u \\
 y_X &= \mathbf{C}_X
 \end{aligned} \tag{6-19}$$

$$\begin{aligned}
 x_X &= \{\ddot{X} \quad \dot{X} \quad X\}^T \\
 \mathbf{A}_X &= \begin{bmatrix} -2\zeta_f \omega_f & -\omega_f^2 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \\
 \mathbf{B}_X &= [K_p K_f \omega_f^2 \quad 0 \quad 0]^T \\
 \mathbf{C}_X &= [0 \quad 0 \quad 1]
 \end{aligned}$$

6.5.7 制御対象モデルの作成

次に，作成した振動モデルとアクチュエータのモデルとを組みあわせ，運動と振動を表現するモデルを作成する．物理モデルの概要図を図 6-14 に示す．

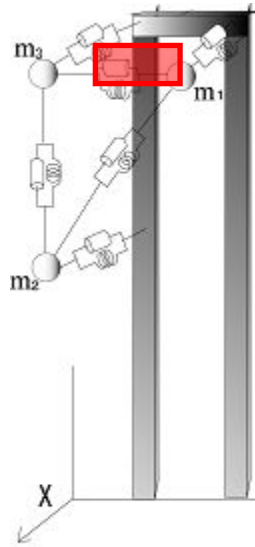


Fig.6-14 Physical Model of Fluctuated Model

また，運動方程式はノミナルモデルと同様である．

変動モデルの状態方程式は以下のようになる．ここで，観測点は質点 1 の加速度と根元の角度となっている．

$$\begin{aligned} \dot{\mathbf{x}}_f &= \mathbf{A}_f \mathbf{x}_f + \mathbf{B}_f \mathbf{u} \\ \mathbf{y}_f &= \mathbf{C}_f \mathbf{x}_f + \mathbf{D}_f \mathbf{u} \end{aligned} \tag{6-20}$$

$$\mathbf{x}_f = \left[\ddot{\mathbf{X}} \quad \dot{x}_1 \quad \dot{x}_2 \quad \dot{x}_3 \quad \dot{\mathbf{X}} \quad x_1 \quad x_2 \quad x_3 \quad \mathbf{X} \right]^T$$

$$\mathbf{A}_f = \begin{bmatrix} \mathbf{A}_{11} & \mathbf{A}_{12} \\ \mathbf{A}_{21} & \mathbf{A}_{22} \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{A}_{11} = \begin{bmatrix} -2\zeta\omega_n & 0 & 0 & 0 & -\omega_n^2 \\ 0 & -\frac{c_{01} + c_{12} + c_{13}}{m_1} & \frac{c_{12}}{m_1} & \frac{c_{13}}{m_1} & \frac{c_{01}}{m_1} \\ 0 & \frac{c_{12}}{m_2} & -\frac{c_{02} + c_{12} + c_{23}}{m_2} & \frac{c_{23}}{m_2} & \frac{c_{02}}{m_2} \\ 0 & \frac{c_{13}}{m_3} & \frac{c_{23}}{m_3} & -\frac{c_{03} + c_{13} + c_{23}}{m_3} & \frac{c_{03}}{m_3} \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{A}_{12} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{k_{01} + k_{12} + k_{13}}{m_1} & \frac{k_{12}}{m_1} & \frac{k_{13}}{m_1} & \frac{k_{01}}{m_1} \\ \frac{k_{12}}{m_2} & -\frac{k_{02} + k_{12} + k_{23}}{m_2} & \frac{k_{23}}{m_2} & \frac{k_{02}}{m_2} \\ \frac{k_{13}}{m_3} & \frac{k_{23}}{m_3} & -\frac{k_{03} + k_{13} + k_{23}}{m_3} & \frac{k_{03}}{m_3} \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{A}_{21} = \mathbf{I}(5,5), \mathbf{A}_{22} = \mathbf{0}(5,4)$$

$$\mathbf{B}_f = [\mathbf{K}_p \mathbf{K} \omega_n^2 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0]^T$$

$$\mathbf{C}_f = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

6.6 構造的誤差を考慮した制御系設計

I型のロバストサーボ系を適用した H_∞ 制御器に構造的誤差を考慮した H_∞ コントローラを作成していく。ここでは、ノミナルモデルと変動モデルの両方を使用し、制御対象をノミナルモデル、変動モデル共に1, 2, 3次モードとする。

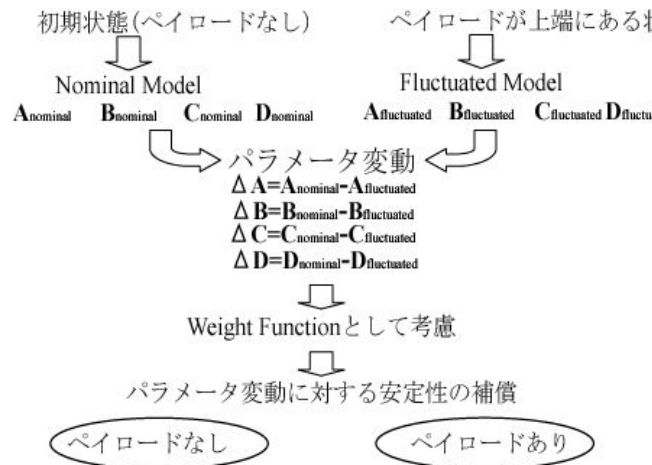


Fig.6-15 Outline of structured uncertainty

ここで、構造的誤差と非構造的誤差との関係について説明する。図6-15に構造的誤差を考慮した H_∞ 制御器の概要を示す。ペイロードの有無など変化の前後では搬送システムの振動特性やアクチュエータに作用する負荷などが変化している。その状態でそれぞれ物理モデルを作成すると、物理パラメータに変化が生じていることが確認できる。そのパラメータの変化量を制御系設計時に重み関数として組み込むことで H_∞ 制御理論の制御問題として扱うことができる。ま

た、構造的誤差を用いる場合、周波数重み関数を用いずにパラメータ変動を用いて制御性能を決定することができる。ここでは、式(3-36)で示した誤差行列を用いると、以下のような式が成立する。

$$\begin{aligned}
 \Delta \mathbf{A} &= \mathbf{I}_a^{-1} \Delta \mathbf{A} \mathbf{I}_a \\
 \Delta \mathbf{B} &= \mathbf{I}_b^{-1} \Delta \mathbf{B} \mathbf{I}_b \\
 \Delta \mathbf{C} &= \mathbf{I}_c^{-1} \Delta \mathbf{C} \mathbf{I}_c \\
 \Delta \mathbf{D} &= \mathbf{I}_d^{-1} \Delta \mathbf{D} \mathbf{I}_d
 \end{aligned} \tag{6-21}$$

図 6-16 はこれらを考慮したブロック線図となる。これを H_∞ 制御理論の制御問題に置き換えて考えてみると、 $\Delta \mathbf{A}$ は 3.2.2 の外乱抑圧問題で説明した周波数重みとして、 $\Delta \mathbf{B}$ は相補感度関数として、 $\Delta \mathbf{C}$ は準相補感度関数として考えることができる。これは、コントローラ作成時にはロバスト性を持たせるだけでなく、制御性能を決定する重みとして用いることができる。

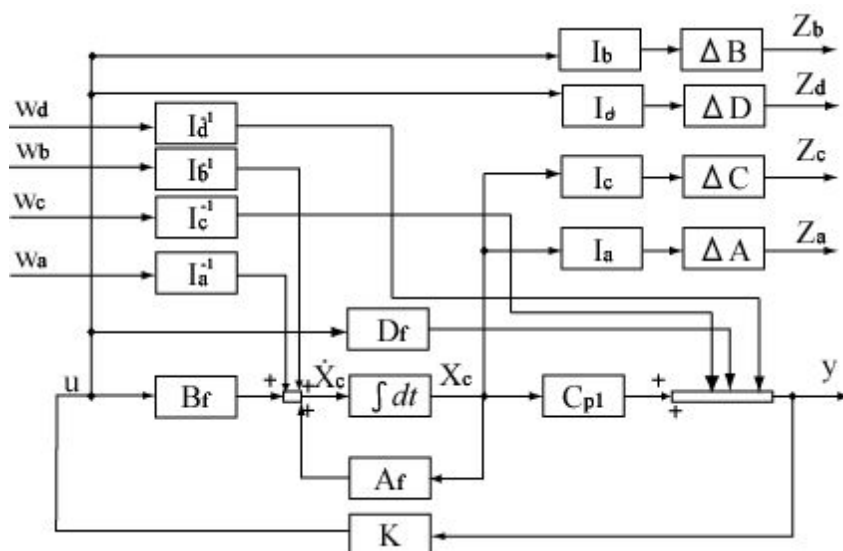


Fig.6-16 Brock diagram of structured uncertainty

また、作成する H_∞ 制御器は以下の目標を達成するように設計する。

1. 目標値への即応性及び定常偏差の改善
2. 制御対象に変動が生じた場合でも安定性を保つロバスト性
3. 搬送システムに衝撃が加わったことを想定した静止状態での外乱
4. 無視した高次モードに対するロバスト安定性

6.6.1 一般化プラントの作成

構造的誤差を用いる場合、重み関数を用いずにパラメータの変動を用いて制御性能を決定する。ここでは、式(3.36)で示した誤差行列を用いる。ここで、この \mathbf{I}_a^{-1} ,

I_b^{-1} , I_c^{-1} , I_d^{-1} を外乱 w に作用する重みとして, I_a , I_b , I_c , I_d を抑えたい制御量 z に作用する重みとして配置し, この w から z までの一巡伝達関数が式(3.6)を持たすことで内部安定性を保つことができる. また, 目標値への追従性とスピルオーバー回避のために, 肩関節と目標値との誤差にローパスフィルタを, 制御入力にハイパスフィルタをそれぞれ配置する. ここで, 一般化プラントを作成する際に, 設計モデルは変動モデルのパラメータを用いる. また, 静止状態の外乱は, 各質点にインパルス応答に対する外乱とした. 外乱の大きさは, 変動モデルの等価質量の逆数を一般化プラントに組み込んだ.

図 6-17 に構造的誤差を考慮した変動モデルの運動と振動を制御するための H_∞ ロバストサーボ系のブロック線図を示し, その状態方程式と出力方程式を以下に示す.

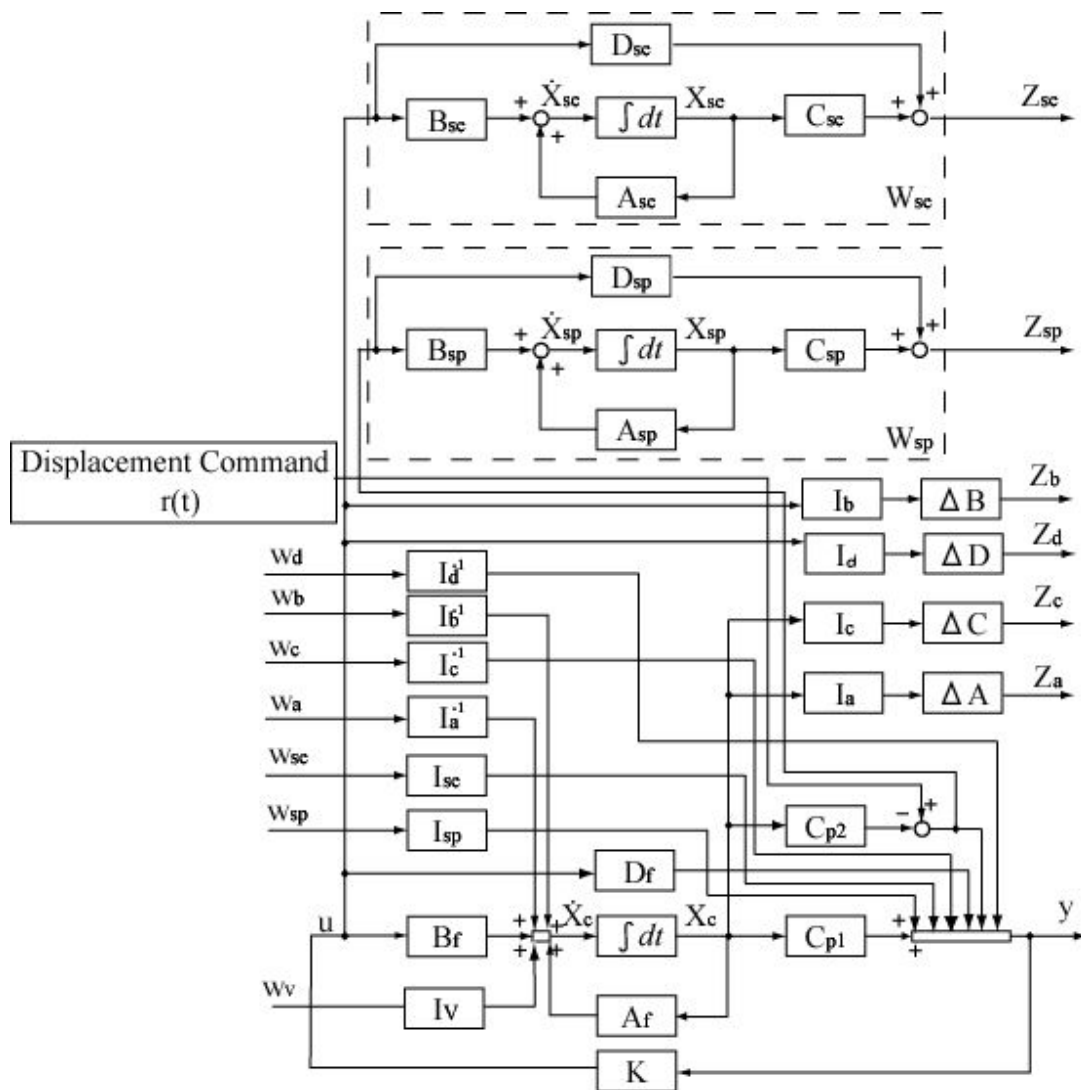


Fig.6-17 The block diagram of robust servo taking account of structured uncertainty

$$\begin{aligned}
\dot{\mathbf{X}}_f &= \mathbf{A}_f \mathbf{X}_f + \mathbf{I}_a^{-1} \mathbf{w}_a + \mathbf{I}_b^{-1} \mathbf{w}_b + \mathbf{B}_f \mathbf{u} \\
\dot{\mathbf{X}}_{sp} &= \mathbf{A}_{sp} \mathbf{X}_{sp} - \mathbf{B}_{sp} \mathbf{C}_{cp2} \mathbf{X}_f + \mathbf{B}_{sp} \mathbf{r} \\
\dot{\mathbf{X}}_{se} &= \mathbf{A}_{se} \mathbf{X}_{se} + \mathbf{B}_{se} \mathbf{u}
\end{aligned} \tag{6-21}$$

$$\begin{aligned}
\mathbf{Z}_a &= \Delta \mathbf{A} \mathbf{I}_a \mathbf{X}_f \\
\mathbf{Z}_b &= \Delta \mathbf{B} \mathbf{I}_b \mathbf{u} \\
\mathbf{Z}_c &= \Delta \mathbf{C} \mathbf{I}_c \mathbf{X}_f \\
\mathbf{Z}_d &= \Delta \mathbf{C} \mathbf{I}_d \mathbf{u} \\
\mathbf{Z}_{sp} &= \mathbf{C}_{sp} \mathbf{X}_{sp} - \mathbf{D}_{sp} \mathbf{C}_{cp2} \mathbf{X}_f + \mathbf{D}_{sp} \mathbf{r} \\
\mathbf{Z}_{se} &= \mathbf{C}_{se} \mathbf{X}_{se} + \mathbf{D}_{se} \mathbf{u}
\end{aligned}$$

$$\mathbf{y} = \mathbf{C}_f \mathbf{X}_f + \mathbf{D}_c \mathbf{u} + \mathbf{I}_d \mathbf{w}_d + \mathbf{I}_{sp} \mathbf{w}_{sp} + \mathbf{I}_{se} \mathbf{w}_{se} + \mathbf{r}$$

ここで,

$$\begin{aligned}
\mathbf{I}_{sp} &= 1, \quad \mathbf{I}_{se} = 0 \\
\mathbf{C}_f &= \begin{bmatrix} \mathbf{C}_{p1} \\ \mathbf{C}_{p2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} & \mathbf{A}_f(2,:) & \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}
\end{aligned}$$

これらを一般化プラントにすると、以下ようになる。ここで、本研究で用いる制御系は厳密にプロパーなものとし、 $\mathbf{D}_{11} = \mathbf{0}$ とする。

$$\begin{aligned}
\dot{\mathbf{X}} &= \mathbf{A}_{1z} \mathbf{X} + \mathbf{B}_{1z} \mathbf{W} + \mathbf{B}_{2z} \mathbf{u} \\
\mathbf{Z} &= \mathbf{C}_{1z} \mathbf{X} + \mathbf{D}_{12z} \mathbf{u} \\
\mathbf{Y} &= \mathbf{C}_{2z} \mathbf{X} + \mathbf{D}_{21z} \mathbf{W} + \mathbf{D}_{22z} \mathbf{u}
\end{aligned} \tag{6-23}$$

$$\mathbf{X} = [\mathbf{X}_f \quad \mathbf{X}_{sp} \quad \mathbf{X}_{se}]^T$$

$$\mathbf{W} = [\mathbf{w}_a \quad \mathbf{w}_b \quad \mathbf{w}_c \quad \mathbf{w}_d \quad \mathbf{w}_{sp} \quad \mathbf{w}_{se} \quad \mathbf{r}]^T$$

$$\mathbf{A}_{1z} = \begin{bmatrix} \mathbf{A}_f & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ -\mathbf{B}_{sp} \mathbf{C}_{cp2} & \mathbf{A}_{sp} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{A}_{se} \end{bmatrix}, \quad \mathbf{B}_{1z} = \begin{bmatrix} \mathbf{I}_a^{-1} & \mathbf{I}_b^{-1} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \mathbf{B}_{sp} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{B}_{2z} = \begin{bmatrix} \mathbf{B}_f \\ \mathbf{0} \\ \mathbf{B}_{se} \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{C}_{1z} = \begin{bmatrix} \Delta \mathbf{A} \mathbf{I}_a & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ \Delta \mathbf{C} \mathbf{I}_c & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ -\mathbf{C}_{p2} \mathbf{D}_{sp} & \mathbf{C}_{sp} & 0 \\ 0 & 0 & \mathbf{C}_{se} \end{bmatrix}, \quad \mathbf{D}_{12z} = \begin{bmatrix} 0 \\ \Delta \mathbf{B} \mathbf{I}_b \\ 0 \\ \Delta \mathbf{D} \mathbf{I}_d \\ 0 \\ \mathbf{D}_{se} \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{C}_{2z} = [\mathbf{C}_f \quad \mathbf{0} \quad \mathbf{0}], \quad \mathbf{D}_{21z} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & \mathbf{I}_c^{-1} & \mathbf{I}_d^{-1} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{D}_{22z} = \begin{bmatrix} \mathbf{D}_f \\ 0 \end{bmatrix}$$

6.6.2 誤差パラメータの決定

ここでは、誤差関数の選定方法について説明する。本事例では、ノミナルモデルと変動モデルの2つを制御対象とし、低次元化物理モデル作成法を用いてそれぞれ物理モデルを作成した物理モデルに変化が生じるのは、システム行列 \mathbf{A} 、入力行列 \mathbf{B} 、出力行列 \mathbf{C} 、直達行列 \mathbf{D} である。本研究では、それらをシステム誤差行列 $\Delta\mathbf{A}$ 、入力誤差行列 $\Delta\mathbf{B}$ 、出力誤差行列 $\Delta\mathbf{C}$ 、直達誤差行列 $\Delta\mathbf{D}$ と呼ぶ。これらの誤差行列はノミナルモデルから変動モデルの差であり、以下のようになる。

$$\begin{aligned}\Delta\mathbf{A} &= \mathbf{A}_{\text{nominal}} - \mathbf{A}_{\text{fluctuated}} \\ \Delta\mathbf{B} &= \mathbf{B}_{\text{nominal}} - \mathbf{B}_{\text{fluctuated}} \\ \Delta\mathbf{C} &= \mathbf{C}_{\text{nominal}} - \mathbf{C}_{\text{fluctuated}} \\ \Delta\mathbf{D} &= \mathbf{D}_{\text{nominal}} - \mathbf{D}_{\text{fluctuated}}\end{aligned}\tag{6-24}$$

6.6.3 重み関数の選定

重み関数は、非構造的誤差を考慮したハイパスフィルタと定常偏差を考慮した積分特性を持ったローパスフィルタを用いた。ここで、ハイパスフィルタは2つの制御対象の無視した高次モードである3次モードの両方に対して包含するように設計する。図 6-18 に作成した重み関数の伝達特性線図を示す。

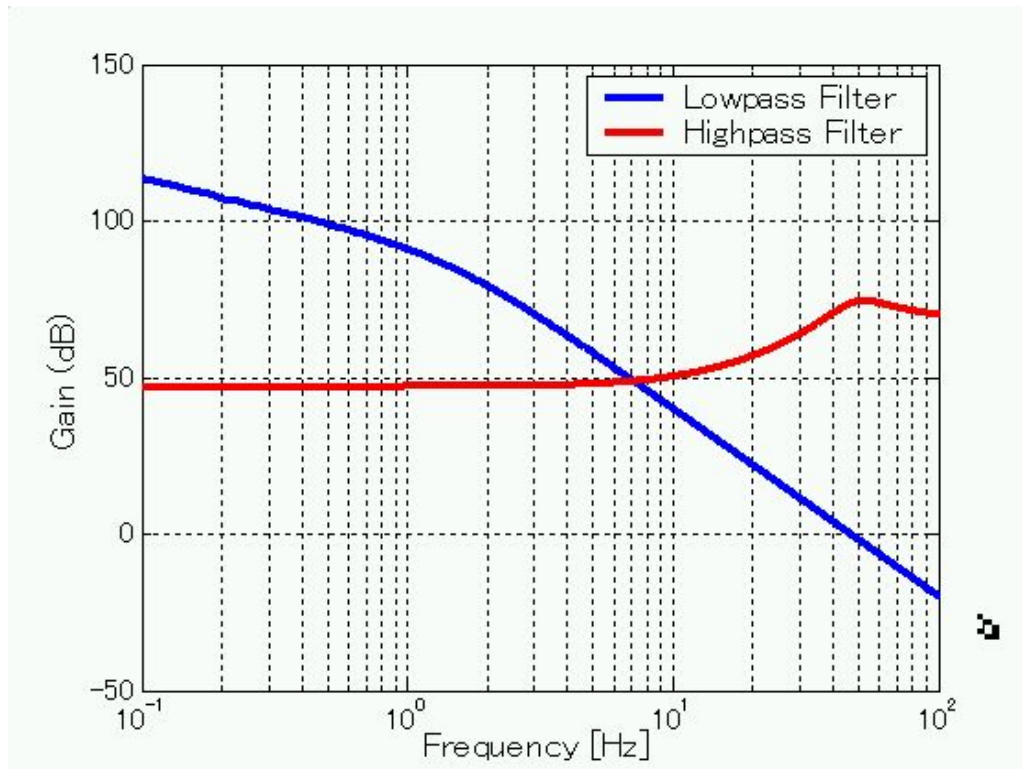


Fig.6-18 Weight function of control taking account of structured uncertainty

式(3-74)を用いた3次のローパスフィルタの伝達関数は以下のとおりである。

$$W_{sp}(s) = \frac{k_{sp} \omega_{sp}^2}{s^3 + (2\zeta_{sp} \omega_{sp} + \varepsilon)s^2 + (\omega_{sp}^2 + 2\zeta_{sp} \omega_{sp} \varepsilon)s + \omega_{sp}^2 \varepsilon}$$

$$\omega_{sp} = 1.5 \times 2\pi [\text{rad/s}], \quad \zeta_{sp} = 0.90 [-], \quad \varepsilon = 10^{-6} [-], \quad k_{sp} = 300000 [-]$$

2 次のハイパスフィルタの伝達関数は以下のとおりである.

$$W_{se}(s) = \frac{k_{se} (s^2 + 2\zeta_{se1} \omega_{se1} s + \omega_{se1}^2)}{s^2 + 2\zeta_{se2} \omega_{se2} s + \omega_{se2}^2}$$

$$\omega_{se1} = 15 \times 2\pi [\text{rad/s}], \quad \omega_{se2} = 50 \times 2\pi [\text{rad/s}], \quad \zeta_{se1} = 0.96$$

$$\zeta_{se2} = 0.26, \quad k_{se} = 2500$$

6.7 シミュレーション結果

作成した制御器を用いて行ったシミュレーションの結果を示す. シミュレーションは数値解析ソフト MATLAB を用いて行った. シミュレーションはそれぞれ制御対象モデルのテーブルを 0.1[m] 移動させた時のテーブルの位置と上端の加速度の応答で運動性能を検証し, テーブルを定位置にした時の上端をインパルス加振したときの加速度の周波数応答で振動制御の検証を行う. また, 比較としてテーブルの位置決め制御だけを行い, 振動の制御は行わない P 制御時のシミュレーション結果を示す. 制御器の伝達関数は, 運動制御と振動制御を行う低周波域でゲインが高くなり, 非制御領域である高周波域で低くなり, 設計目標どおり作られていることが確認できる. また, テーブルの位置と先端の加速度の応答も P 制御と比べ良好に制御できていることが確認できる. また, 加速度周波数応答から, 制御対象であるノミナルモデル, 変動モデルの 1,2,3 次全てで共振ピークが低減していることが確認できる. これより, 本研究で作成したコントローラが, 制御対象に変動が生じる場合でも良好に運動と振動の制御ができることがシミュレーションより確認できた.

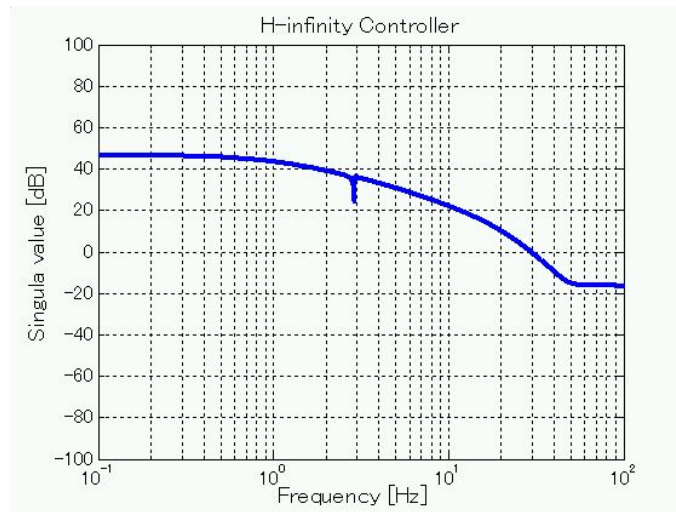
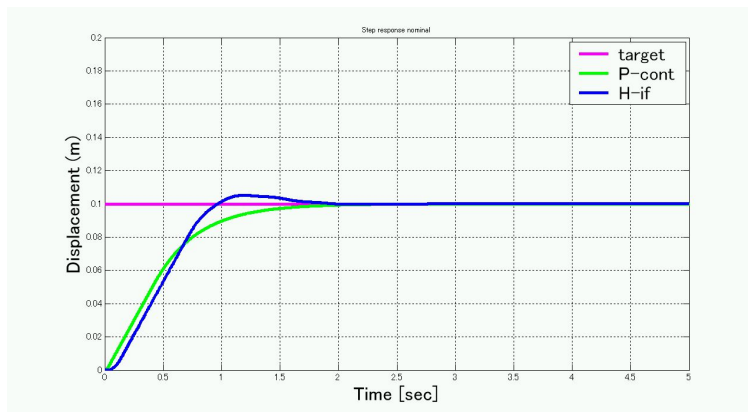
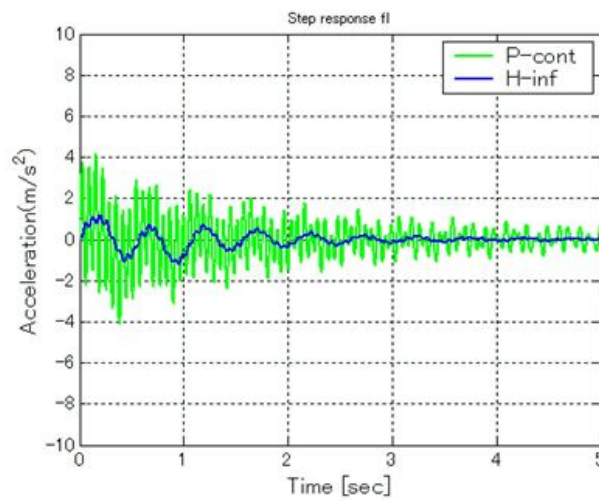


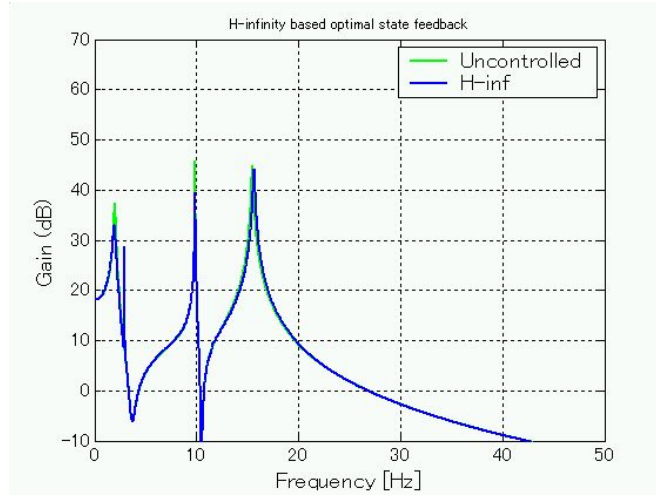
Fig.6-19 Transfer Function of Controller taking account of structured uncertainty



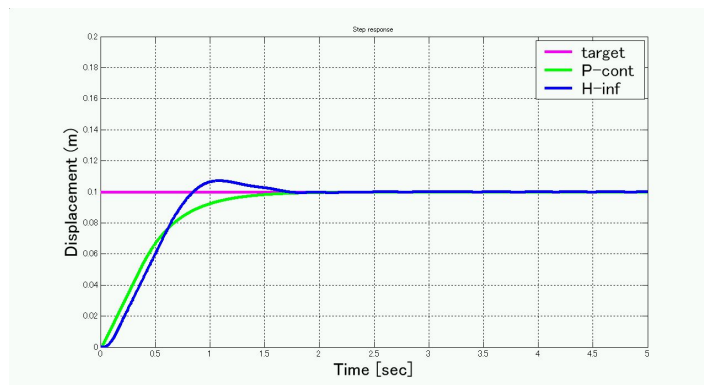
(a) Time Response of Table Displacement



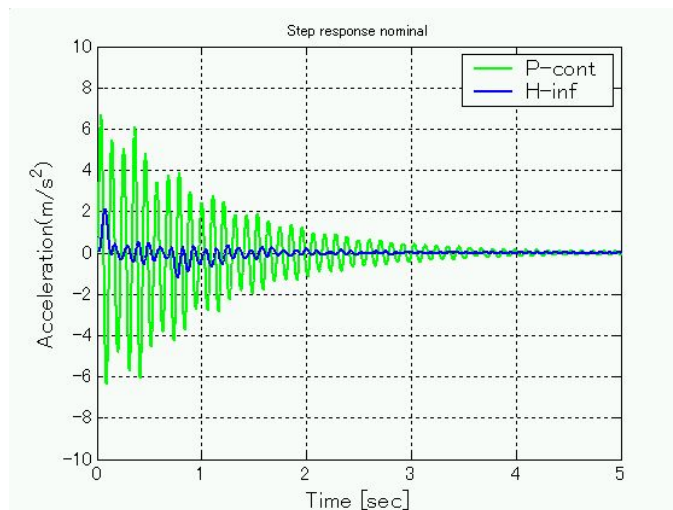
(b) Time Response of Acceleration of Point1



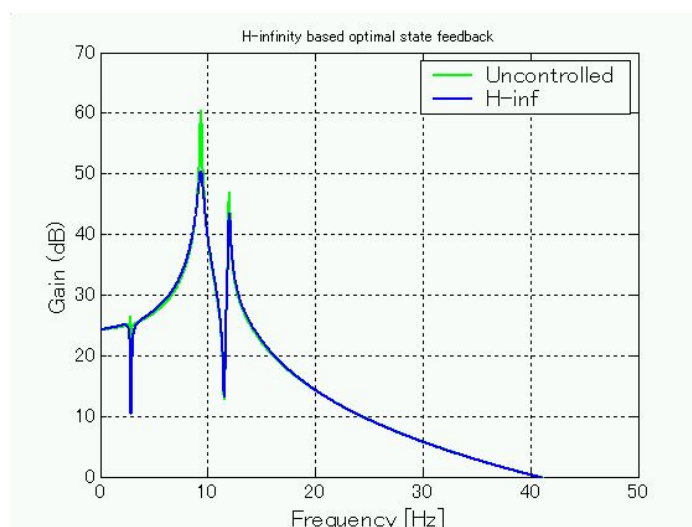
(c) Frequency Response of Point1
 Fig.6-20 simulation results of nominal model using controller taking account of structured uncertainty



(a) Time Response of Table Displacement



(b) Time Response of Acceleration of Point1



(c) Frequency Response of Point1

Fig.6-21 Simulation results of fluctuated model using H_{∞} controller taking account of structured uncertainty

6.8 まとめ

本章では、構造的な不確かさを考慮した H_{∞} 制御器の設計方法及び、シミュレーションを行った。ここでは、搬送システムのペイロードの有無により、質量と慣性モーメントの変化を物理モデルのパラメータ変化と考え、そのパラメータの変化量を制御系設計にフィードバックすることで、ペイロードが変化した場合でも制御器の安定性を保つことができると考えた。また、搬送システムの基本的な性能である即応性に対しても、ローパスフィルタを用いることで定常偏差なく速やかに目標値に追従している。

これより、本事例で作成したコントローラは搬送システムに物理的な変動が生じた場合でも不安定になることなく制御対象を良好に制御することができ、また搬送システムに求められる基本的な仕様を全て満たしていると考えられる。

第 7 章

結言

7. 結言

本論文では、パラメータ変動のある機械系の運動と振動の制御に対して、構造的誤差を考慮する H_{∞} 制御理論を用いる方法をモデリングから統合的な手法を提案した。機械系の基本性能である目標値への追従性、即応性、外乱により発生する振動の抑制、無視した高次モードによるスピルオーバ回避を満たす H_{∞} ロバストサーボ系を構築し、本手法の有効性をシミュレーションにより検証した。以下に、各章ごとに得られた知見を示す。

第2章では、本研究のモデリング手法として用いた低次元化物理モデル作成法について説明し、さらにそれを拡張した運動と振動を表現することのできるモデル作成方法について説明した。低次元化物理モデルでは、モデリングポイントを最大振幅点とすることで、振動特性を良好に再現することができた。また、この手法では振動モード形と質量を集約する点の等価質量がわかれば実施できるので、有限要素法などの数値解析法、実験モード解析法などの振動計測法のいずれでも可能であり、応用範囲が広く今後の発展性が期待できる。また、柔軟体モデルは剛体モデルには干渉しないという前提条件より、剛体モードと振動モードの実パラメータをシステムにそのまま適応することができる。

第3章では、本研究で用いる H_{∞} 制御理論について説明した。この理論では、制御対象モデルやシステムに生じるモデル誤差や外乱などを制御系設計時に考慮することで、実際の制御対象に外乱が生じてても、制御性能の安定性が補償され制御性能の劣化を回避することができる。本研究では、制御対象を物理モデルとして表すので、無視した高次モードによりスピルオーバが発生する可能性が生じる。これを H_{∞} 制御問題の一つである非構造的な不確かさに関するロバスト安定化問題として考えることで、スピルオーバを回避することができると考えられる。また、機械系に搭載されるペイロード搭載にによって生じる変動を、構造的な不確かさに関するロバスト安定化問題と考える。こうすることで、従来の制御方法では一つのコントローラは一つの制御対象しか明確に安定性が保証されていなかったが、本手法では複数の制御対象に対して安定性を補償することができると考えられる。これにさらにロバストサーボ系に適応させることで、運動の制御に求められる基本特性を満たすことができると考えられる。

第4章では、本手法を機械系に適用する手順について、手順の概要をシンプルな例にして提示した。パラメータの変動する機械系についてモデリングすべき状態の選定、モデリング時の留意点を示し、制御器にパラメータ変動による誤差を組込む手法を述べた。さらに、運動の制御について、機械系の基本性能である目標値への速やかな追従、定常偏差の改善手法について提案した。また、モデリング時に無視した非構造的誤差によって制御が不安定になるのを防

止する手法も制御器に組み込んだ。以上により、構造的誤差、非構造的誤差を考慮し運動の制御も高性能に行う制御器が導出可能である。例はシンプルなもので示したが、実際の機械系に対しても、考え方はなんら変わることはない。本手法は、同様に一般的な機械系に適用可能である。

第5章では、本研究の手法を検証するため、柔軟ロボットアームへの適用例を示した。ロボットアームでは姿勢を変化させたときに生じるアームの慣性モーメントの変化を物理モデルのパラメータが変化する。その変化を考慮した制御器を導出した。用いる制御対象構造物を示し、それを低次元化物理モデル作成法を用いてロボットアームは、2自由度集中定数系物理モデルに低次元化する。作成した物理モデルの妥当性を検証した結果、実機とモデルの振動特性がよく一致していることが確認された。また、運動を表現するアクチュエータモードは、シミュレーションと実機で一致している。これは、本研究で作成したアクチュエータモデルが、積分特性を持った近似式を用いて作成しているので、モデルでも定常偏差が発生せず、精度の高いモデルであると考えられる。さらに、本研究では、D行列をあえて付加し、パラメータを調整することにより慣性モーメントの影響等により発生した誤差を小さくし、モデルの精度の向上を行った。これより、精度の良い運動と振動を表現する物理モデルが作成できたものと思われる。作成したモデルを用いて、構造的不確かさを考慮した H_{∞} 制御理論を適用し、ノミナルモデルと変動モデルの両方を制御対象とする制御器を作成した。目標値追従性やスピルオーバーに関しても、ローパスフィルタ、ハイパスフィルタを配置することにより改善される。この結果より、本研究で作成したコントローラはアームに変動が生じた場合でも同一コントローラで不安定になることなく制御対象を良好に制御することができ、また制御対象装置に求められる基本的な仕様を全て満たしていることを示した。

第6章では、本研究の手法を検証するため、並進的な動きをする昇降・走行柔軟搬送装置への適用例を示した。搬送装置では、ペイロードの有無や、位置の変化により物理モデルのパラメータが変動する。その変動を考慮した制御器を導出した。用いる制御対象構造物を示し、それを低次元化物理モデル作成法を用いて3自由度集中定数系物理モデルに低次元化する。作成した物理モデルの妥当性を検証した結果、実機とモデルの振動特性がよく一致していることが確認された。作成したモデルを用いて、構造的不確かさを考慮した H_{∞} 制御理論を適用し、ノミナルモデルと変動モデルの両方を制御対象とする制御器を作成した。目標値追従性やスピルオーバーに関しても、ローパスフィルタ、ハイパスフィルタを配置することにより改善される。この結果より、本事例で作成したコントローラはペイロードの有無、位置に変化が生じた場合でも同一コントローラで不安定になることなく制御対象を良好に制御することができ、また制御

対象装置に求められる基本的な仕様を全て満たしていることを示した。

以上の例により，制御対象の機械系が，回転系の場合も並進系の場合も本手法は有効であることが示された．これにより，一般的な柔軟機械系の多くをカバーすることができるものであることが示された．本手法は，一般的な機械系であれば，回転系，並進系問わず同様の手順でパラメータ変動を考慮した制御器を導出できる．さらに，運動性能を損なうことなく，振動の制御も実現していることも示した．よって，本手法は一般的な柔軟機械系に対して非常に有効なスキームであると考えられる．

参考文献
著者論文目録
謝辞

参考文献

- 1) W.J.Book, M.majette : Controlled Design for Flexible, Distributed Parameter Mechanical Arms Via Combined State Space and Frequency Domain techniques, ASME Journal of Dynamic Systems, Measurement and Control, December, 1983, Vol. 105, 245/254
- 2) W.J.Book : Controlled Motion in an Elastic World, ASME Journal of Dynamic Systems, Measurement and Control, June, 1993, Vol. 115, 252/261
- 3) Robert H. Cannon, Jr, Eric Schmitz : Initial Experiments on the End-Point Control of a Flexible One-Link Robot, The International Journal of Robot Research, 1984, Vol.3, 62/75
- 4) 吉田和夫, 野波健蔵 : 振動と運動の制御手法の展望, 日本機械学会論文集, 57-534, C, 345-354(1991-2)
- 5) 背戸一登, 吉田和夫, 野波健蔵, 原文雄 : 振動と運動の制御における最近のトピックス日本機械学会論文集, 57-534, C, 355-363(1991-2)
- 6) 福田敏夫, 新井史人, 細貝英実, 矢島信之 : 柔軟構造物のフレキシビリティ制御(第1報, 曲げ・ねじり連成振動のモデル化と制御方法), 日本機械学会論文集, 54-499, C, 630-637(1988-3)
- 7) 吉田和夫, 五島満 : 2重テンドン機構による回転平板の位置決めおよび曲げ・ねじれ振動の制御, 日本機械学会論文集, 57-534, C, 557-562(1991-2)
- 8) 羅正華, 坂和愛幸 : フレキシブルアームの曲げ・ねじり連成振動の制御実験, 計測自動制御学会論文集, Vol. 27, No.4, 422-428(1991)
- 9) 前川明寛, 川村武也, 田中幸雄, 石井伸也 : 2リンクフレキシブルアームの制御(第1報, スピルオーバーに対するロバスト安定性の評価と制振実験), 日本機械学会論文集, 57-539, C, 2321-2327(1991-7)
- 10) 前川明寛, 川村武也, 田中幸雄 : 2リンクフレキシブルアームの制御(第2報, アームの姿勢および先端付加変動に対するロバスト安定性と評価と実験), 日本機械学会論文集, 56-529, C, 2441-2445(1990-9)
- 11) 下本陽一, 宮浦すが, 小林敏弘 : H_{∞} 最適制御理論による柔軟アームのロバスト制御, 日本機械学会論文集, 58-551, C, 2131-2137(1992-7)
- 12) 平澤修一, 野波健蔵 : 1リンク弾性アームのQパラメトリゼーションに基づく H_{∞} 制御超平面を有するスライディングモード位置決め制御, 日本機械学会論文集, 64-619, C, 918-924(1998-3)
- 13) 松野文俊, 梅山聡, 笠井正三郎, 神澤貴雄 : フレキシブル・アームの曲げ・ねじれ結合振動と力のロバスト制御, 計測自動制御学会論文集, Vol.33, No.7, 674-679(1997)
- 14) 背戸一登, 光田慎治 : 不可制御・不可観測性の活用による弾性構造物の低次元化物理モデル作成法と振動制御法, 日本機械学会論文集, 57-542, C, 3393-3399(1991-10)
- 15) Indra Narayan kar, Kazuto Seto, Fumio Doi : DESIGN OF H-INFINITY BASED ROBUST CONTROL LAW TO SUPPRESS THE VIBRATION OF A FLEXIBLE BRIDGE TOWER STRUCTURE, Proceedings of Motion and Vibration Control 1998, Vol.2, 429-436
- 16) 渡辺亨, 吉田和夫 : パラメータ変動と非制御モードのモデル化誤差を考慮する柔軟構造物のロバスト振動制御, 計測自動制御学会論文集, Vol.32, No.7, 1001-1010(1996)
- 17) 渡辺亨, 吉田和夫 : 複数アクティブ動吸振器を用いた並進・ねじれ連成振動の H_{∞} 制御, 日本機械学会論文集, 60-577, C, 3025-3032(1994-9)

- 18) 畠一尋, 光田慎治, 伊藤博幸: サーボ系と振動系を同時に考慮した μ -synthesis による柔軟構造物のロバスト制御, 日本機械学会論文集, 61-584, C, 1366-1373(1995-4)
- 19) 原進, 吉田和夫, 猪瀬潤: 柔軟構造物の H_{∞} ロバストサーボ位置決め制御, 日本機械学会論文集, 60-576, C, 2722-2777(1994-8)
- 20) 山本哲郎: 区間多項式のロバスト安定性に関する Kharitonov の定理をめぐって, 電子情報通信学会誌, Vol.81, No.2, 174-182(1998)
- 21) 森武宏, 小亀英己: フルヴィッツ規範によるカリトノフの定理の証明: 電気情報通信学会論文誌, A, Vol. J76-A, No.6, 898/901(1993)
- 22) 森武宏, 小亀英己: 構造的な不確かさをもつ制御系の安定解析, システム/制御/情報, Vol.35, No.5, 268/277(1991)
- 23) 小池諄一, 黒江康明, 森武宏, 小亀英己: 区間ベクトルを含む 1 入力レギュレータ系における最適性保存, 電子情報通信学会論文誌, A, Vol. J80-A, No.2, 414/417(1997)
- 24) 背戸一登, 松本幸人: パソコンで解く振動制御, 丸善(1999)
- 25) 野波健蔵: MATLAB による制御理論の基礎, 東京電機大学出版局(1998)
- 26) 野波健蔵: MATLAB による制御系設計, 東京電気大学出版局(1998)
- 27) 美多勉: H_{∞} 制御, 昭晃堂(1994)
- 28) 背戸一登, 丸山晃市: 振動工学(解析から設計まで), 森北出版(2002)
- 29) 富成襄, 背戸一登, 岡田養二: サーボ設計論, コロナ社(1979)
- 30) μ 解析・シンセシスツールボックスユーザーズガイド, サイバネットシステム
- 31) シグナルプロセッシングツールボックスユーザーズガイド, サイバネットシステム
- 32) ロバストコントロールツールボックスユーザーズガイド, サイバネットシステム
- 33) H_{∞} の基礎: 第 41 回システム制御情報講習会テキスト, システム制御情報学会編
- 34) H_{∞} 制御入門: SICE 基礎講習会テキスト, 計測自動制御学会編(1991)
- 35) 高村耕平, 信太秀夫, 渡辺亨, 背戸一登: 先端質量の不確かさを考慮したフレキシブルアームのロバスト振動制御, 第 7 回「運動と振動の制御」シンポジウム講演論文集, 23-26(2001)
- 36) 高村耕平, 信太秀夫, 渡辺亨, 背戸一登: アームの先端に質量の不確かさを有する柔軟アームのロバスト振動制御, 525, D&D2001, CD-ROM
- 37) 高村耕平, 信太秀夫, 山本幸典, 渡辺靖弘, 渡辺亨, 背戸一登: フレキシブルアームの曲げ・ねじれ連成振動のロバスト制御, 日本機械学会関東支部第 8 期総会講演会講演論文集, 213-214
- 38) 山本幸典, 高村耕平, 渡辺亨, 背戸一登: 曲げねじれ連成における不確かさを考慮したフレキシブルアームのロバスト制御, 132, D&D2003, CD-ROM
- 39) 山本幸典, 高村耕平, 渡辺亨, 背戸一登: 不確かな曲げねじれ連成が生じるフレキシブルロボットアームのロバ

ト振動制御, 第8回「運動と振動の制御」シンポジウム講演論文集, 206-211(2003)

- 40) K.Takamura, H.Shida, T.Watanabe, K.Seto : Robust Vibration Control of a Flexible Arm with Uncertainty in Payload, Proceedings of The fourth Korea-Japan Symposium of FRONTIERS VIBRATION SCIENCE AND TECHNOLOGY, 19-20
- 41) K.Takamura, K.Yamamoto, T.Watanabe, K.Seto : ROBUST CONTROL IN BENDING AND TORSIONAL VIBRATIONS OF A FLEXIBLE ROBOT ARM WITH UNCERTAINTY IN PAYLOAD, Proceedings of Motion and Vibration Control 2002, 426-431
- 42) K.Takamura, K.Yamamoto, H.Kawabe, S.J.DYKE, T.Watanabe, K.Seto : ROBUST CONTROL IN BENDING AND TORSIONAL COUPLED VIBRATIONS OF A FLEXIBLE ROBOT ARM, 48511, 2003ASME, CD-ROM
- 43) Kohsuke YAMAMOTO, Kohei TAKAMURA, Toru Watanabe, Kazuto Seto : Robust vibration control of flexible robot arm taking account of an uncertainty in bending and torsional coupled, Proceedings of the 10th Asia-Pacific Vibration Conference, Vol.2, 771-776
- 44) 山本幸典, 高村耕平, 渡辺亨, 背戸一登 : フレキシブルロボットアームのロバストH_∞制御, 平成15年度修士論文

著者論文目録

1 審査付論文

- ① 中川清春, 渡辺 亨, 背戸一登, 「3次元2リンクフレキシブルロボットアームの姿勢変化を考慮した運動と振動の H_{∞} ロバストサーボ制御」, 日本機械学会論文集(C編)78巻788号, pp.1085-1096, (2012).

2 口頭発表

国際会議

- ① Kiyoharu NAKAGAWA, Kohsuke YAMAMOTO, Toru WATANABE, and Kazuto SETO, Robust Motion and Vibration Control of Flexible Robot Arm Carrying Uncertain Load Which Bending and Torsional Coupling, *Proceedings of Motion and Vibration Control 2004*, CD-ROM, 2004.
- ② Yasuaki Ryokata , Kiyoharu Nakagawa , Toru Watanabe and Kazuto Seto, H-INFINITY ROBUST SERVO MOTION AND VIBRATION CONTROL OF TWO LINKS FLEXIBLE ROBOT ARM IN CONSIDERATION TO VARIATIONS OF POSTURE, *Proceedings of Motion and Vibration Control 2006*, CD-ROM, 2006.
- ③ Kiyoharu Nakagawa, Akihiro Negishi, Hiroshi Tajima, Toru Watanabe and Kazuto Seto, A Modeling Method of Coupled Flexible Bodies Taking the Change of Coupling Angle into Consideration, *Proceedings of Motion and Vibration Control 2010*, CD-ROM, 2010.

国内会議

- ① 中川 清春, 山本 幸典, 渡辺 亨, 背戸 一登, 不確かな曲げと捩れの発生するフレキシブルロボットアームの運動と振動のロバスト制御, 日本機械学会 Dynamics and Design Conference 2004, CD-ROM, (2004).
- ② 両方 康朗, 中川 清春, 渡辺 亨, 背戸 一登 不確かな曲げと捩れが生じる柔軟ロボットアームの運動と振動のロバストサーボ制御, 日本機械学会 第9回「運動と振動の制御」シンポジウム, CD-ROM, (2005).

- ③ 両方 康朗, 中川 清春, 渡辺 亨, 背戸 一登, 2リンク柔軟ロボットアームの姿勢変化を考慮した運動と振動の H_{∞} ロバストサーボ制御, 日本機械学会 Dynamics and Design Conference 2006, CD-ROM, (2006).
- ④ 中川 清春, 相川 量太, 渡辺 亨, 背戸 一登 2リンクフレキシブルロボットアームの手先空間制御に関する基礎研究, 日本機械学会 第11回「運動と振動の制御」シンポジウム, CD-ROM, (2009).

謝辞

日本大学大学院理工学研究科博士前期課程を修了後，社会人となってから，このような研究の機会に恵まれたことに感謝するとともに，公私にわたりご指導，ご鞭撻をいただきましたことを渡辺 亨 先生，背戸 一登 先生，田島 洋 先生に心より御礼申し上げます。

また，本論文を作成するにあたり，適切なお助言をいただきました日本大学理工学部 教授 堀内 伸一郎 先生に厚く御礼申し上げます。

さらに，社会人の仕事と研究を両立するにあたり，ご配慮を頂いた，防衛省海上自衛隊横須賀造修補給所武器部誘導武器科の皆様，防衛省海上自衛隊補給本部武器部武器整備課誘導武器整備班の皆様に御礼申し上げます。

研究室秘書の長尾加代子さんには，研究室内で当方らが研究を行いやすく，集中して行えるようサポートしていただき，深く感謝申し上げます。

本研究の実験装置を作成するにあたり，ご協力いただいた，根岸 明弘 君，研究を進めるにあたり，アドバイスを頂いた安藝 雅彦 君に感謝いたします。

研究の遂行に際して，協力していただいた渡辺研究室の皆様に感謝いたします。

社会人としての仕事と大学の研究を両立し，本論文を作成することができたのは，渡辺研究室，防衛省海上自衛隊の皆様のご理解とご配慮によるものであります。重ねて，厚く御礼申し上げます。

多くの皆様のご理解とご協力をいただきましたこと，誠にありがとうございます。心より感謝いたします。

平成27年1月