暗黒物質対消滅における
電弱制動放射の効果

平成２６年１月

日本大学大学院理工学研究科博士後期課程
物理学専攻
首　藤　健　太

目次

第1章　序論

渦巻き銀河の回転速度の観測などによって暗黒物質の存在は以前から示唆されていたが，近年における宇宙背景輻射 (Cosmic Microwave Background，CMB) の温度揺らぎ [1–3]，SDSS(Sloan Digital Sky Survey) による宇宙の大規模構造の観測 [4]，超新星 [5] などの観測結果により，その存在が確実なものになりつつある．しかし暗黒物質を構成する素粒子の正体は今だ判明しておらず，その正体を明らかにすることは素粒子物理学及び宇宙物理学における重要な研究課題の一つとなっている [6].

宇宙背景輻射の温度揺らぎの解析 [1–3] などによって，宇宙の様々なパラメータが判明している．解析によると，宇宙の年齢は約 137 億年で，宇宙の構成要素のエネルギー密度の割合は，暗黒エネルギーが 68.3 %，暗黒物質が 26.8 %，原子（バリオン）が 4.9 %である．宇宙の 26.8 %を占める暗黒物質を構成する素粒子の正体は今だ判明していないが，少なくとも電磁相互作用や強い相互作用をしないが，重力相互作用はする安定な素粒子である．ただし弱い相互作用については未だ判明していないため，本研究では弱い相互作用をする素粒子が暗黒物質であると仮定した．このような性質を持つと同時に様々な実験結果と矛盾しない素粒子は標準模型 (SM:Standard Model)[7–9] に含まれておらず，標準模型では暗黒物質を説明することができない[1]．そのため標準模型を超えた理論において，暗黒物質の正体を探る必要がある．

標準模型を超える理論として最も有望なものの一つに，超対称性理論 [10–13] がある．超対称性 (Supersymmetry) を持つように標準模型を拡張することにより，暗黒物質の候補となる素粒子を矛盾なく導入することができる．また超対称模型には他にも様々な利点がある．その最大の利点は，標準模型が持っていた質量階層性の二次発散問題を解決できることとゲージ結合定数の統一が可能となることが挙げられる[2][11, 14]．標準模型に超対称性を取り入れて拡張した最も簡単な模型が，最小超対称標準模型 (Minimal Supersymmetric Standard Model，以降 MSSM と呼ぶ) である [15, 16]．MSSM には標準模型に含まれていない未知の素粒子が数多く含まれており，その内の一つにニュートラリーノ χ がある[3]．このニュートラリーノは暗黒物質が持つ性質を自然に満たす素粒子であるため，暗黒物質の最も有力な候補の一つである [14–18]．本論文では，ニュートラリーノが暗黒物質である場合を考える．

暗黒物質を構成している素粒子を検出するため，近年多くの実験 [19–27] が行われている．その実験方法には，暗黒物質を測定器内で直接検出する直接検出と，暗黒物質の対消滅により生成される宇宙線を検出する間接検出の２つの方法がある[4]．本研究では宇宙線ニュートリノを用いた間接検出実験との比較を主眼において解析を行った．この比較を行う際，暗黒物質の対消滅の散乱断面積及び対消滅によって生成される粒子のスペクトルの解析が非常に重要となって

[1]ニュートリノについては第 2 章で説明した．
[2]質量階層性については第 3 章で説明する．
[3]ニュートラリーノについては第 3 章において説明する．
[4]実験の詳細については 2.3 節で説明する

くる．間接検出実験との比較を行っている多くの先行研究では，素粒子模型としてMSSMが多く用いられており，二体終状態過程$\chi\chi \to X\bar{X}$のみが考慮されていた．ここで，$X, \bar{X}$は標準模型に含まれる粒子である．この二体終状態過程$\chi\chi \to X\bar{X}$のうち，本研究で最も主要な二体終状態過程は次のフェルミオン対生成過程である．

$$\chi\chi \to f\bar{f}.$$

ここでfはフェルミオンであり，$\bar{f}$は反フェルミオンである．ニュートラリーノがマヨラナフェルミオン[5]であるために，軽いフェルミオン対生成過程$\chi\chi \to f\bar{f}$の散乱断面積に対してヘリシティ抑制 (m_f^2/m_χ^2 に比例) が働くことが知られている [28]．すなわちフェルミオンの質量m_fがχの質量m_χに比べて十分小さい場合，その散乱断面積は非常に強い抑制を受ける．特にニュートリノ質量が非常に小さい ($m_f \to 0$) ため，ニュートリノ対生成過程$\chi\chi \to \nu\bar{\nu}$は非常に強く抑制され，その寄与は無視できるほど小さくなる．よって二体終状態のみでの解析では直接放出されるニュートリノを解析できず，$\chi\chi \to \nu\bar{\nu}$以外の過程$\chi\chi \to f\bar{f}$に含まれる不安定粒子が崩壊することで得られるニュートリノを考慮しなければならない．つまりヘリシティ抑制された上で崩壊（摂動の高次）によって得られるニュートリノスペクトルを考えていることになる．

これに対して，ゲージボソンを放出する三体終状態がヘリシティ抑制を押し上げることが知られている．実際に，光子γを放出する制動放射過程$\chi\chi \to f\bar{f}\gamma$を評価することによって，ガンマ線観測に対する暗黒物質の影響が考察されている [29, 30]．また近年，WボソンやZボソンを放出する電弱制動放射を考慮した研究が活発に行われている [31–43]．これらの先行研究では簡単化された模型の下でニュートリノスペクトルなどの評価が行われているが，MSSMの下ではニュートリノスペクトルの評価が行われていなかった．そこで本研究では，電弱制動放射を考慮した三体終状態過程$\chi\chi \to lW\nu$(lは荷電レプトン) の対消滅散乱断面積及びニュートリノスペクトルを，MSSMの下で初めて評価した [44]．その結果，加速器実験や宇宙観測の制限を満たしつつ，電弱制動放射の効果が重要となるパラメータ領域が存在することが分かった．

本論文の構成は以下の通りである．第２章で暗黒物質の観測的な側面について説明し，第３章で超対称性理論のラグランジアンの構成法と MSSM について述べる．第４章では，MSSMの下で電弱制動放射過程$\chi\chi \to lW\nu$の散乱断面積の解析的な表式を導出した．第５章では，散乱断面積とニュートリノスペクトルの数値的評価の結果について述べる．第６章で結論と今後の課題を述べる．付録Aに，本研究で用いられた素粒子の相互作用についてまとめた．付録Bに，二体終状態過程$\chi\chi \to X\bar{X}$の散乱断面積についてまとめた．

[5]マヨラナフェルミオンは，粒子・反粒子の区別がないフェルミ粒子である．

第2章　暗黒物質

この章では，まず暗黒物質を構成する素粒子が持つべき性質を説明し，次にこれまでに行われてきた暗黒物質に関する観測や実験及びその結果について述べる．

2.1　暗黒物質の存在

暗黒物質は 1930 年代に F.Zwicky によって提唱された [45]．彼はかみのけ座銀河団やおとめ座銀河団の中の銀河の運動を調べ，ニュートン力学の予言に比べて銀河の速度分散が小さいことを導いた．そのため銀河団を維持するためには，大量の見えない物質，つまり暗黒物質が銀河団中に必要だと主張した．その後の様々な観測によっても，暗黒物質の存在が強く示唆されてきた．その論拠を，以下で簡単に述べる．

・渦巻き銀河の回転速度

光っている渦巻き銀河の回転速度を観測した際，銀河の中心から離れた領域において，回転速度が理論による予想よりも大きいことが分かった [14, 18, 46]．例として NGC6503 銀河の回転曲線を図 2.1 に示す．

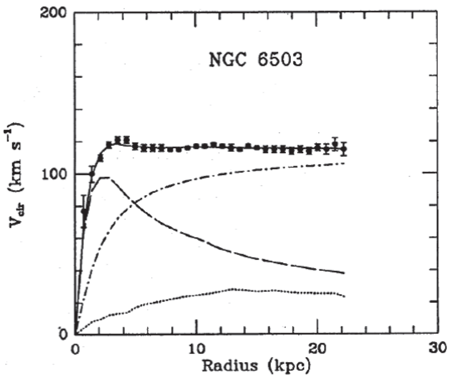

図 2.1: 渦巻き銀河 NGC6503 の回転曲線 [46]．黒点は 21cm 線 (中性水素原子のスペクトル) のドップラーシフトから求めた回転速度である．破線はコアの回転曲線，点破線は暗黒物質を仮定した場合の回転曲線，点線はガスの回転曲線，実線はこれらの和である．

ここで図 2.1 の縦軸は銀河の回転速度を表し，横軸は銀河の中心からの半径を表す．

銀河中心を回る円軌道上にある星の回転速度は

$$v = \sqrt{\frac{GM(R)}{R}}$$

と表される．ここで $M(R)$ は銀河中心からの半径 R の球内に含まれる質量，G は重力定数ある．暗黒物質を考慮しない場合，銀河コアの半径よりも離れた場所では，$M(R)$ は一定となってしまうはずであり，そのため半径 R が大きい領域での星の速度は，$1/\sqrt{R}$ に比例して減少していくことになる．この考察により中心から外側に行くほど回転速度が小さくなるはずだが，図 2.1 によるとほぼ一定の速度になっている．この現象は光っていない物質 (暗黒物質) が，通常の物質よりも何倍も多く銀河周辺のハロー部分に存在していると考えることによって説明できる．そのため，暗黒物質が存在している根拠とされている．

- 重力レンズ

  重力レンズとは，重力によって光の光路が歪められる現象である [47]．この重力レンズの効果を観測し，宇宙の質量分布を間接的に観測することが出来る．暗黒物質には質量があるため，その質量によって重力レンズが形成されると予想される．実際に光っていない領域での重力レンズの効果の観測において，光を発しない物質，つまり電磁相互作用をしていない物質が存在していないと説明できない領域が存在する．そのため光っていない物質，つまり暗黒物質の存在が示唆されている．もちろん天文物理学において，宇宙に存在している暗い星によって重力レンズの効果が説明できる可能性が提唱されている．しかし重力レンズの効果の観測などによって宇宙に存在している暗い矮星の総数はわかっているため，暗い矮星の総質量では観測されている暗黒物質の総質量に足りていないことが既に判明している．

- 宇宙背景輻射の温度揺らぎ

  宇宙背景輻射の温度揺らぎは，COBE(Cosmic Background Explorer) によって初めて観測された [1]．その後，人工衛星 WMAP(Wilkinson Microwave Anisotropy Probe) によって，さらに精度の高い宇宙背景輻射の観測が行われ，その温度揺らぎが判明した [2]．近年人工衛星 Planck によって，さらに精度の高い観測が行われている [3]．その観測結果の解析から，様々な宇宙論のパラメータが判明している．Planck の解析によると，宇宙における暗黒物質の残留密度は

$$\Omega_{CDM}h^2 = 0.1199 \pm 0.0027$$

  と判明している [3]．また，宇宙の年齢は約 137 億年であり，宇宙の構成要素のエネルギー密度の割合は暗黒エネルギーが 68.3 %，暗黒物質が 26.8 %，原子（バリオン）が 4.9 %である．この結果は暗黒物質の対消滅を計算することによっても求められる．またこの結果は，宇宙の大規模構造の観測 (SDSS)[4] による解析結果と合致しており，上述の２つの理由と合わせて暗黒物質の存在をほぼ確実なものとした．

2.2　暗黒物質の性質

銀河形成のシミュレーション解析 [48] から，暗黒物質には冷たい暗黒物質 (Cold Dark Matter) と熱い暗黒物質 (Hot Dark Matter) の２つが存在すると考えられている．さらに宇宙に残存している暗黒物質のほとんどが冷たい暗黒物質であることもわかっている．また観測結果から，暗黒物質を構成する素粒子が少なくとも満たすべき性質が判明している．その性質は少なくとも電磁相互作用と強い相互作用は受けないが，重力相互作用は受け，かつ安定であるとうものだ．ただし弱い相互作用が働くのかについては未だ議論がなされており，本研究では弱い相互作用

をする粒子だと仮定した．このように様々な性質が明確になっているにも関わらず，暗黒物質を構成する素粒子の正体は未だ判明していない．

標準模型に含まれる素粒子の内でニュートリノは，この性質を満たしている．しかし質量がほぼ 0 であるニュートリノは熱い暗黒物質の候補にはなりえるが，冷たい暗黒物質にはなりえない [14]．そのため，標準模型の中には冷たい暗黒物質の候補となる素粒子が含まれていないことが分かる．従って冷たい暗黒物質を説明するには，標準模型を超えた新しい理論が必要となる．標準模型を超える理論の中で，最も有望なものの 1 つが超対称性理論である．この理論には数多くの未知の素粒子が含まれ，その中には冷たい暗黒物質になりうると期待されている粒子が存在している．

2.3 暗黒物質検出の試み

近年，暗黒物質を構成する素粒子の検出を試みる実験が多数行われている [19–27]．その試みの方法には，大きく分けて直接検出と間接検出の 2 種類がある．以下でそれぞれについて説明する．

直接検出

直接検出実験とは，地上にある実験装置に含まれる原子核と暗黒物質粒子が衝突する際の，原子核反跳の効果を検出することで，暗黒物質を構成する素粒子の正体を解明する実験である．反応としては以下のような過程である．

$$\chi + \text{原子核} \to \chi + \text{原子核} \tag{2.3.1}$$

その実験概要を図 2.2 に示す．

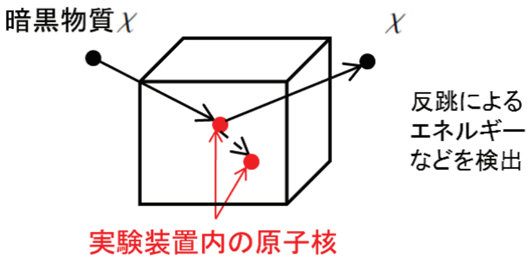

図 2.2: 暗黒物質の直接検出実験概要.

現在，CDMSI I[19]，DAMA/LIBRA[20]，XENON100[21]，IceCube[22]，XMASS[23] などを含め，１０以上の直接検出実験グループが存在している．しかし多くの研究グループでは暗黒物質のシグナルは発見されておらず，暗黒物質の質量や散乱断面積に対する制限を与えるのみだった．それに対して DAMA では 8.2σ の正確さで暗黒物質のシグナルが見つかったと報告している [20]．加えて最近，CDMSII でも同様のシグナルが検出されたと報告され，注目を集めている．また日本の神岡で稼動している XMASS でも，発見が期待されている．CDMSI I，DAMA/LIBRA，XENON100，IceCube，XMASS による直接検出実験の観測データを，図 2.3

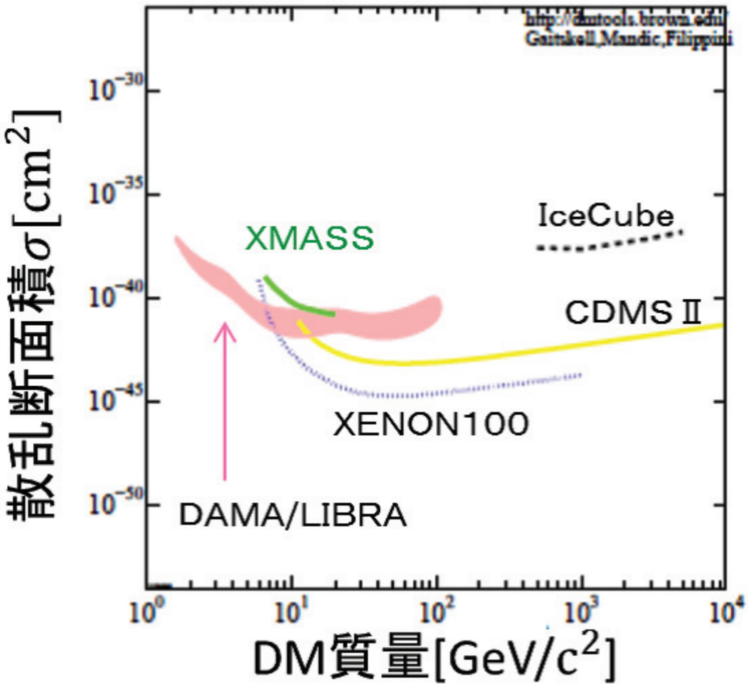

図 2.3: CDMSI I，DAMA/LIBRA，XENON100，IceCube，XMASS による直接検出実験の観測データ [49]．ただし黄実線が CDMSI I(原子核:Ge)，黒破線が IceCube，青点線が XENON100，緑線が XMASS，ピンクの領域は DAMA/LIBRA が暗黒物質を検出したと主張する領域となっている．

図 2.3 は現在の直接検出実験における散乱断面積の上限値を表す．ここで黄実線が CDMSI I(原子核:Ge)，黒破線が IceCube，青点線が XENON100，緑線が XMASS による実験結果を示している．ただし図中のピンクの領域は，DAMA/LIBRA が暗黒物質を検出したと主張する領域となっている．この結果をみると，DAMA/LIBRA とそれ以外の実験結果が真逆の結果を示していることになり，非常に多くの議論が行われている．ただし DAMA/LIBRA の解析では天体の季節変動[1]による影響を考慮しているのに対し，他の実験では季節変動を考慮していないことや，実験で用いている原子核の違いなどもあり，その原因はまだ判明していない．現在，DAMA/LIBRA 以外の実験においても季節変動を考慮する試みが行われており，DAMA/LIBRA と同じ結果を示せるかどうか解析されている．

[1]地球の公転の影響を考慮することによって，季節変動が関係してくる．

間接検出

銀河中心および太陽中心には，銀河および太陽の重力によって暗黒物質が蓄えられていると考えられる．そのような場所では，周りの空間よりも暗黒物質の対消滅が起きやすくなっている．暗黒物質 χ の対消滅過程を以下に示す．

$$\chi\chi \rightarrow \gamma\gamma,\ e^+e^-,\ \nu\bar{\nu},\ etc \tag{2.3.2}$$

そのため，この対消滅による暗黒物質由来の宇宙線のシグナルが期待される．間接検出実験とは，その宇宙線を検出することによって，暗黒物質の存在を間接的に検証しようとする実験である．この間接検出における宇宙線のフラックスを計算する際に，暗黒物質の対消滅散乱断面積が必要となる．また銀河中心および太陽中心における暗黒物質は，その空間を脱出することが出来ない粒子であるため，その速度が予想できる．過去の研究においては，暗黒物質の相対速度 $v_{\rm rel}$ を $10^{-3}c$, ($c = 3.0 \times 10^5$km/s) と予想されているため，暗黒物質の対消滅は非相対論的極限で評価することになる．

実験概要を図 2.4 に示す．

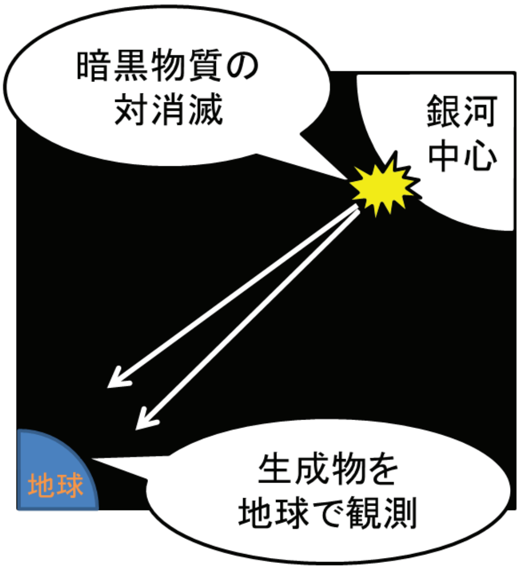

図 2.4: 暗黒物質の直接検出実験概要.

近年，PAMELA による宇宙線陽電子検出実験において，陽電子の過剰成分が検出されている [24]．この過剰な成分が観測される要因を，暗黒物質の対消滅で生成される陽電子によって，説明出来る可能性がある．また宇宙線の中のガンマ線を検出する Fermi[25] においても，ガンマ線の過剰成分が検出されている．これらは暗黒物質の解析に非常に有用な実験だと考えられている．ただし Fermi のガンマ線の過剰成分は，暗黒物質によって説明することも可能だが，天体物理学におけるガンマ線バーストによっても説明出来る可能性がある．

次に HEAT 及び PAMELA による陽電子検出実験の観測データを，図 2.5 に示す [26].

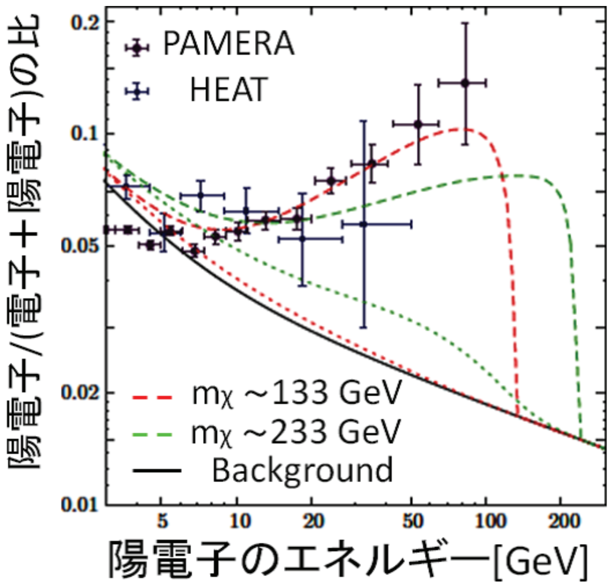

図 2.5: HEAT 及び PAMELA による陽電子検出実験結果 [26]．ただし黒線は暗黒物質対消滅の影響がない場合の理論値，黒の点は PAMELA による実験値，青の点は HEAT の実験値，赤破線は暗黒物質 (m = 133GeV) の対消滅を考慮した場合に予想される理論値，赤点線は暗黒物質 (m = 133GeV) の対消滅を考慮した場合に予想されるバックグラウンド，緑破線は暗黒物質 (m = 233GeV) の対消滅を考慮した場合に予想される理論値，緑点線は暗黒物質 (m = 233GeV) の対消滅を考慮した場合に予想されるバックグラウンドをそれぞれ表す.

図 2.5 における縦軸は陽電子/(陽電子 + 陽子) の比を表し，横軸は陽電子のエネルギーを表している．また黒線は暗黒物質対消滅の影響がないと仮定した場合の陽電子/(陽電子 + 陽子) の比である．またエラーバーがついている黒の点は PAMELA の検出シグナル，青の点は HEAT の検出シグナルを示している．ここで黒線と黒点及び青点を比較すると，陽電子の過剰量が観測されていることが分かる．この結果から，何らかの要因によって陽電子の過剰量が得られているということになるため，この過剰量を説明するために様々な研究が行われている．その一つとして暗黒物質対消滅によって過剰量を説明することが挙げられる．ここで赤の破線は暗黒物質 (m = 133GeV) の対消滅を考慮した場合の陽電子/(陽電子 + 陽子) の比，緑の破線は暗黒物質 (m = 233GeV) の対消滅を考慮した場合の陽電子/(陽電子 + 陽子) の比を表している．図において観測値と暗黒物質対消滅を考慮した理論値の形状を比較すると，形状は似ているが，過剰量に足りていない．この不足分を説明するために様々な研究が行われており，その内の一つに制動放射を考慮した研究がある[2][29, 30].

[2]制動放射及び電弱制動放射については，4.3，4.4 節で詳しく説明する.

続いて，AMANDA，IceCube，Super-Kamiokande による太陽からのニュートリノ検出実験の観測データを，図 2.6 に示す [27].

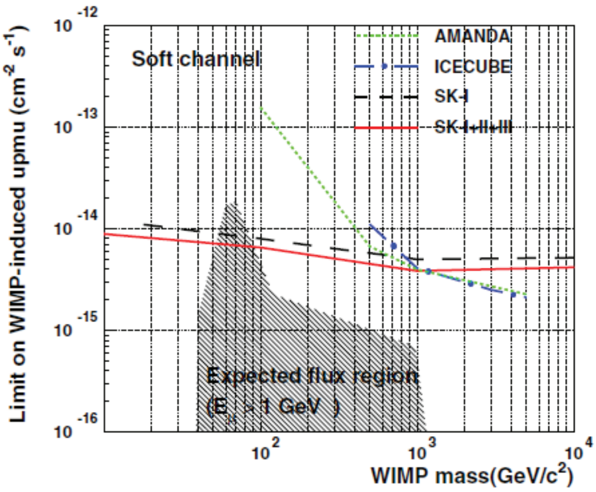

図 2.6: AMANDA，IceCube，Super-Kamiokande によるニュートリノ検出実験結果．ただし黒破線は Super-Kamiokande による制限値 (1996～2001)，赤線は Super-Kamiokande(1996～2008) による制限値，緑線は AMANDA による制限値 (2009)，青線は IceCube の制限値 (2009) をそれぞれ表す．また灰色の領域は DARKSUSY より予想されるニュートリノに由来するフラックスを表す．

図 2.6 における縦軸は up-ミューオン μ[3] の散乱断面積の上限値[4] を表し，横軸は暗黒物質 (WIMP) の質量を表している．

灰色の領域は，DARKSUSY[50] を用いて計算された太陽中における二体終状態 $X\bar{X}$ より生成されるニュートリノに由来するフラックスの予想値である．

現状では，予想されるフラックスはほとんどの領域で検出感度を下回っている．将来的に，検出実験器の検出感度を上げることにより，理論による予想値を検証できる可能性がある．一方，本研究では，解析した電弱制動放射 $lW\nu$ より得られる一次的ニュートリノスペクトルが，高エネルギー領域で従来の解析によるニュートリノスペクトルよりも大きい可能性あるとわかった [44]．これにより，電弱制動放射 $lW\nu$ より得られるニュートリノスペクトルは，間接検出実験に対して多大な影響を与えることが期待される．

[3]「up-」とは地球の裏側からくるミューオンを表している．
[4] ボトムクォーク対生成 $b\bar{b}$ に対しての解析である．

2.4 暗黒物質の残存量

現在の宇宙における暗黒物質の残存量は、次のようにして導出される。暗黒物質χは宇宙初期において熱平衡状態（対消滅と対生成の平衡状態）にあったと仮定されるが，宇宙膨張に伴って対消滅の反応がほとんど起きなくなり反応が凍結する．このため，暗黒物質は対消滅によって減ることがなくなり，宇宙に残存することになる．ここで暗黒物質を構成する素粒子を仮定すると，その対消滅散乱断面積が求められる．その散乱断面積に対してボルツマン方程式を用い，宇宙の時間発展を追うことで宇宙のエネルギー密度の割合 (残存量) が得られる．求めた残存量を宇宙背景輻射の温度揺らぎの観測などから得られた制限と比較することで，暗黒物質に対する様々な条件を得ることが出来る．

ボルツマン方程式

ニュートラリーノχの数密度n_χの時間発展は，次のボルツマン方程式を解くことで導かれる．

$$\frac{dn_\chi}{dt} + 3Hn_\chi = - < \sigma v_{\rm rel} > (n_\chi^2 - (n_\chi^{\rm eq})^2) \tag{2.4.1}$$

ただしHは宇宙膨張に関するハッブルパラメータ，$< \sigma v_{\rm rel} >$は，$\chi\chi$対消滅の散乱断面積σにその相対速度$v_{\rm rel}$をかけて熱平均を取ったものである．また$n_\chi^{\rm eq}$はχの熱平衡状態での数密度である．式 (2.4.1) において$3Hn_\chi$は宇宙膨張の効果を表し，右辺のn_χ^2はχの対消滅，$(n_\chi^{\rm eq})^2$はχの対生成の効果を表している．式 (2.4.1) を近似的に解くと，現在の宇宙におけるニュートラリーノの残留エネルギー密度$\rho_\chi(= m_\chi n_\chi)$が求められる．ここで全体の密度を表す臨界密度$\rho_c(= 3H_0^2/8\pi G_N) = 1.05 \times 10^{-5}(h^2)\mathrm{GeV/cm^3}$を用いると，現在の宇宙における暗黒物質$\chi$の割合を表す残存量$\Omega_\chi$が次のように与えられる．

$$\Omega_\chi \equiv \frac{\rho_\chi}{\rho_c} \tag{2.4.2}$$

G_Nは重力定数，hは現在のハッブル定数$H_0(H_0 = 100h$ km/s/Mpc) に含まれるパラメータである．また現在の宇宙における暗黒物質χの割合を表す残存量Ω_χは，

$$\Omega_\chi h^2 = \frac{10^9 \mathrm{GeV}^{-1}}{\sqrt{g_*} M_{\rm P} < \sigma v_{\rm rel} > x_{\rm F}} \tag{2.4.3}$$

と与えられる [13]．ただし$g_* \sim 100$であり，$M_{\rm P}(= 1.20 \times 10^{19}\mathrm{GeV})$はプランク質量，$x_{\rm F} \sim 1/20$である．

ここで Planck による宇宙背景輻射の温度揺らぎの解析によると，現在の暗黒物質 (CDM) の残存量は，

$$\Omega_{CDM}h^2 = 0.1199 \pm 0.0027 \tag{2.4.4}$$

と得られる [3]．

式 (2.4.3) によると，残存量Ω_χは暗黒物質の対消滅散乱断面積$< \sigma v_{\rm rel} >$に反比例することになる[5]．よってもし散乱断面積$\sigma v_{\rm rel}$が非常に小さければ，観測値を満たすことが出来なくなる．

[5]暗黒物質の相対速度が 0 となる極限を取ると，$< \sigma v_{\rm rel} > \approx \sigma v_{\rm rel}$と出来る．

本研究で評価した散乱断面積 $\sigma v_{\rm rel}$ では，観測値の制限を満たせる値に達していない．この場合，実験によって判明している量よりも，暗黒物質が宇宙に残りすぎてしまうことになる．この不足分を補うために，共消滅を考慮することが知られている [51–55].

以下に共消滅の原理について簡単に述べる．

共消滅

共消滅とは，最も軽い超対称粒子 χ の質量よりもほんの少しだけ重い超対称粒子 χ' が存在する場合に起きる現象である [51–55]．上記でも述べたが，暗黒物質 χ は宇宙初期において熱平衡にあったと考えられる．この際，次のような χ の対消滅過程と対生成過程

$$\chi\chi \longleftrightarrow X\bar{X} \tag{2.4.5}$$

が平衡状態にある訳だが，共消滅を考慮することにより，次のような過程も存在することになる．

$$\chi\chi' \longleftrightarrow X\bar{X} \tag{2.4.6}$$

よって，２つの熱平衡状態が存在することになる．そのため，式 (2.4.5) のみで考慮した場合に比べると，暗黒物質 χ の対消滅による減少率が増大することになる．本研究においては，ニュートラリーノとスレプトンによる共消滅 ($\chi' = \tilde{l}$) が起きうる $m_\chi \approx m_{\tilde{l}}$ となる領域において，ニュートラリーノ対消滅散乱断面積が増大する効果を取り入れる．

第3章　超対称性理論

この章では，超対称性理論について説明する．

3.1 節で，標準模型の抱える問題点と超対称性理論による解決方法について述べる．3.2 節で一般的な超対称ラグランジアンの定式化を行い，3.3 節で最小超対称標準模型 (MSSM) について述べる [15, 16]．3.4 節で，超対称粒子の質量固有状態について説明する．

3.1　超対称性を導入する理由

標準模型には，自発的対称性の破れを引き起こすヒッグス粒子が含まれる．このヒッグス粒子の質量を計算する際，量子補正項が運動量の紫外切断 Λ の二乗で発散してしまう．図 3.1 は，その量子補正項を表すファインマン図である．この発散を非常に大きな裸のパラメータと輻射補正の相殺により，ヒッグス粒子の質量を電弱スケール (数百 GeV) に保つためには，パラメータの 14 桁にも及ぶ不自然な微調整が必要となる．これは質量階層性問題と呼ばれている [11, 14].

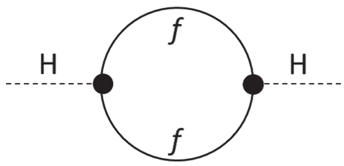

図 3.1:　標準模型の量子補正項．H はヒッグス粒子 (破線)，f はフェルミオン (実線) を表す．

この問題を解決するための方法の 1 つに，超対称性理論を導入することが挙げられる．

超対称性とは，ボソン (スピンが整数) とフェルミオン (スピンが半整数) を入れ替える対称性である．標準模型に含まれる素粒子に対して，その対となるボソンまたはフェルミオンを導入したモデルが，最小超対称標準模型 (MSSM) である．このモデルには，数多くの未知の粒子が含まれる．その中には図 3.1 の寄与を打ち消せる逆符号となる項 (図 3.2) が含まれるため，標準模型の質量階層性問題を解決できる．

図 3.2:　超対称性による量子補正項．H はヒッグス粒子 (破線)，$\tilde{f}$ は超対称粒子 (破線) を表す．

しかしこれまでの実験では，MSSM に含まれる超対称粒子は未だ発見されていない．つまり超対称性は，少なくとも低エネルギー領域では破れているはずである．超対称性が破れると，先ほど解決した二次発散を打ち消す性質は通常無くなってしまう．しかし二次発散は相殺するという性質を保ちつつ，超対称性を破るような模型を構築することが可能であると知られている [11, 14]．そのような破れを，超対称性のソフトな破れという．この超対称性をソフトに破る項を加えて，最終的に MSSM が形成される．

3.2 超対称ラグランジアン

成分場

まず，超電荷と呼ばれる 2 成分スピノル生成演算子 $Q_\alpha(\alpha = 1, 2)$ を導入する．その Q_α が満たすべき超対称代数は，

$$
\begin{aligned}
\{Q_\alpha, \bar{Q}_{\dot{\beta}}\} &= 2\sigma^m_{\alpha\dot{\beta}} P_m, \\
\{Q_\alpha, Q_\beta\} &= \{\bar{Q}_{\dot{\alpha}}, \bar{Q}_{\dot{\beta}}\} = 0, \\
[P^m, Q_\alpha] &= [P^m, \bar{Q}_{\dot{\alpha}}] = 0 \qquad (m = 0, 1, 2, 3)
\end{aligned}
\tag{3.2.1}
$$

である．ただし P_m は 4 元エネルギー運動量で，$\bar{Q}_{\dot{\alpha}}(\dot{\alpha} = 1, 2)$ は Q_α のエルミート共役である．式中の記号 {} と [] はそれぞれ反交換子と交換子をそれぞれ表す．また σ^m は，

$$
\begin{aligned}
\sigma^0 &= \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}, \qquad \sigma^1 = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \\
\sigma^2 &= \begin{pmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{pmatrix}, \qquad \sigma^3 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}
\end{aligned}
\tag{3.2.2}
$$

であり，$m = 1, 2, 3$ の行列はパウリ行列となっている．反交換パラメータ $\zeta, \bar{\zeta}, \xi, \bar{\xi}$ を使うと，式 (3.2.1) は次のように書き換えられる．

$$
\begin{aligned}
[\zeta Q, \bar{\zeta}\bar{Q}] &= 2\zeta\sigma^m\bar{\zeta}P_m, \\
[\zeta Q, \xi Q] &= [\bar{\zeta}\bar{Q}, \bar{\xi}\bar{Q}] = 0, \\
[P^m, \zeta Q] &= [P^m, \bar{\zeta}\bar{Q}] = 0
\end{aligned}
\tag{3.2.3}
$$

ただし

$$
\zeta Q = \zeta^\alpha Q_\alpha, \quad \bar{\zeta}\bar{Q} = \bar{\zeta}_{\dot{\alpha}}\bar{Q}^{\dot{\alpha}}
$$

とする．

ここで超対称変換の下で，成分の多重項の変換を考える．つまり無限小超対称変換 δ_ζ で交じり合う場（A, ψ, F）を，

$$
\begin{aligned}
\delta_\zeta A &= [(\zeta Q + \bar{\zeta}\bar{Q}), A], \\
\delta_\zeta \psi &= [(\zeta Q + \bar{\zeta}\bar{Q}), \psi], \\
\delta_\zeta F &= [(\zeta Q + \bar{\zeta}\bar{Q}), F]
\end{aligned}
\tag{3.2.4}
$$

と考える．この超対称変換はテンソル場をスピノル場へと，スピノル場をテンソル場へと変換させせる．

この超対称変換，式 (3.2.4) で交じり合う多重項として，もっとも簡単なものがカイラル多重項である．この多重項はスカラー場 A，２成分スピノル場 ψ，補助場 F を含んでいる．３つの場に対する超対称変換は，

$$\begin{aligned}\delta_\zeta A &= \sqrt{2}\zeta\psi,\\ \delta_\zeta\psi &= i\sqrt{2}\sigma^m\bar{\zeta}\partial_m A + \sqrt{2}\zeta F,\\ \delta_\zeta F &= i\sqrt{2}\bar{\zeta}\bar{\sigma}^m\partial_m\psi\end{aligned} \tag{3.2.5}$$

で与えられる．式 (3.2.5) は，式 (3.2.1)，(3.2.3) の表現になっている．

この３つの成分場に対するラグランジアンは，

$$\mathcal{L} = \mathcal{L}_0 + \mathcal{L}_m \tag{3.2.6}$$

で与えられる．ここで運動項を表す $\mathcal{L}_0$ は，

$$\mathcal{L}_0 = i\partial_n\bar{\psi}\bar{\sigma}^n\psi + A^*\Box A + F^*F \tag{3.2.7}$$

であり，また質量項を表す $\mathcal{L}_m$ は，

$$\mathcal{L}_m = mAF + mA^*F^* - m\frac{1}{2}\psi\psi - m\frac{1}{2}\bar{\psi}\bar{\psi} \tag{3.2.8}$$

である．

式 (3.2.6) から得られる場の方程式は，

$$\begin{aligned}i\bar{\sigma}^n\partial_n\psi + m\bar{\psi} &= 0,\\ F + mA^* &= 0,\\ \Box A + mF^* &= 0\end{aligned} \tag{3.2.9}$$

である．

成分場を用いて自由な粒子を記述するラグランジアンを構成した．次にこの成分場を用い，ラグランジアンをより簡単に記述する超場を導入する．

超場

超場は相互作用ラグランジアンを構成する際に，非常に有効なものである．

上述の成分場は，超場の級数展開によって得られる．以下でその具体例をみていく．まず超対称代数が式 (3.2.4) に対するリー代数と見て，Q と $\bar{Q}$ を群のジェネレータと考える．つまり，

$$\begin{aligned}\{Q_\alpha, \bar{Q}_{\dot{\alpha}}\} &= 2i\sigma_{\alpha\dot{\alpha}}{}^m\partial_m,\\ \{Q_\alpha, Q_\beta\} &= \{\bar{Q}_{\dot{\alpha}}, \bar{Q}_{\dot{\beta}}\} = 0\end{aligned} \tag{3.2.10}$$

をリー代数とみる．さらに微分オペレータ D と $\bar{D}$ を導入する

$$
\begin{aligned}
D_\alpha &= \frac{\partial}{\partial\theta^\alpha} + i\sigma_{\alpha\dot{\alpha}}{}^m\bar{\theta}^{\dot{\alpha}}\partial_m, \\
\bar{D}_{\dot{\alpha}} &= -\frac{\partial}{\partial\bar{\theta}^{\dot{\alpha}}} - i\theta^\alpha\sigma_{\alpha\dot{\alpha}}{}^m\partial_m
\end{aligned}
\tag{3.2.11}
$$

これらの定義によって，D と $\bar{D}$ は次の反交換関係を満たす．

$$
\begin{aligned}
\{D_\alpha, \bar{D}_{\dot{\alpha}}\} &= -2i\sigma_{\alpha\dot{\alpha}}{}^m\partial_m, \\
\{D_\alpha, D_\beta\} &= \{\bar{D}_{\dot{\alpha}}, \bar{D}_{\dot{\beta}}\} = 0
\end{aligned}
\tag{3.2.12}
$$

また D と Q は反交換する．

$$
\{D_\alpha, Q_\beta\} = \{D_\alpha, \bar{Q}_{\dot{\beta}}\} = \{\bar{D}_{\dot{\alpha}}, Q_\beta\} = \{\bar{D}_{\dot{\alpha}}, \bar{Q}_{\dot{\beta}}\} = 0 \tag{3.2.13}
$$

これらを用い，超場と超空間を導入していく．

超空間の要素は，$z = (x, \theta, \bar{\theta})$ によってラベル付けされる．超場 F は，この θ と $\bar{\theta}$ での級数展開の項によって理解される超空間の関数である．

$$
\begin{aligned}
F(x, \theta, \bar{\theta}) =& f(x) + \theta\phi(x) + \overline{\theta\xi}(x) \\
&+ \theta\theta m(x) + \overline{\theta\theta}n(x) + \theta\sigma^m\bar{\theta}\upsilon_m(x) \\
&+ \theta\theta\overline{\theta\lambda}(x) + \overline{\theta\theta}\theta\psi(x) + \theta\theta\overline{\theta\theta}d(x)
\end{aligned}
\tag{3.2.14}
$$

$\theta, \bar{\theta}$ のすべての高次の項は，$\theta, \bar{\theta}$ が反交換パラメータであるため存在しない．

超場についての超対称変換は，次のように定義される．

$$
\begin{aligned}
\delta_\zeta F(x, \theta, \bar{\theta}) =& \delta_\zeta f(x) + \theta\delta_\zeta\phi(x) + \bar{\theta}\delta_\zeta\bar{\xi}(x) \\
&+ \theta\theta\delta_\zeta m(x) + \overline{\theta\theta}\delta_\zeta n(x) + \theta\sigma^m\bar{\theta}\delta_\zeta\upsilon_m(x) \\
&+ \theta\theta\bar{\theta}\delta_\zeta\bar{\lambda}(x) + \overline{\theta\theta}\theta\delta_\zeta\psi(x) + \theta\theta\overline{\theta\theta}\delta_\zeta d(x) \\
&\equiv (\zeta Q + \bar{\zeta}\bar{Q})F
\end{aligned}
\tag{3.2.15}
$$

ただし最終式の Q と $\bar{Q}$ は微分オペレータを意味する．成分場 $(f, \phi, \bar{\xi}, \cdots)$ についての変換則は，級数 $\theta, \bar{\theta}$ の恒等式としてみることで式 (3.2.15) から見いだせる．

このように超場は，超対称代数の線形表記で形成される．しかしながら一般的に $\bar{D}F = 0, F = F^\dagger$ のような共変制限によって，余分な成分場を消去できるため，この表記はさらに縮約可能である．

ここで条件 $\bar{D}\Phi = 0$ を満たす超場は，カイラルまたはスカラー超場と呼ばれる．また条件 $V = V^\dagger$ から得られる超場は，ベクトル超場と呼ばれる．

次に，これら２つの超場の性質を述べる．

カイラル超場

次の条件によって，カイラル超場は特徴づけられる．

$$\bar{D}_{\dot{\alpha}}\Phi = 0 \tag{3.2.16}$$

式 (3.2.16) は $y^m(= x^m + i\theta\sigma^m\bar{\theta})$ と θ の変数を用いると，

$$\bar{D}_{\dot{\alpha}}y^m = \bar{D}_{\dot{\alpha}}(x^m + i\theta\sigma^m\bar{\theta}) = 0, \quad \bar{D}_{\dot{\alpha}}\theta = 0 \tag{3.2.17}$$

となるため，解くことが容易になる．

式 (3.2.17) より，y, θ の任意の関数 Φ は式 (3.2.16) を満たす．つまり，

$$\begin{aligned}\Phi &= A(y) + \sqrt{2}\theta\psi(y) + \theta\theta F(y) \\ &= A(x) + i\theta\sigma^m\bar{\theta}\partial_m A(x) + \frac{1}{4}\theta\theta\bar{\theta}\bar{\theta}\Box A(x) \\ &\quad + \sqrt{2}\theta\psi(x) - \frac{i}{\sqrt{2}}\theta\theta\partial_m\psi(x)\sigma^m\bar{\theta} + \theta\theta F(x)\end{aligned} \tag{3.2.18}$$

が式 (3.2.16) の一般解となる．

このカイラル超場 Φ のみを含んでいる，もっとも一般的かつ繰りこみ可能なラグランジアンは，次のように与えられる．

$$\mathcal{L} = \Phi_i^\dagger\Phi_i + [(\frac{1}{2}m_{ij}\Phi_i\Phi_j + \frac{1}{3}g_{ijk}\Phi_i\Phi_j\Phi_k + \lambda_i\Phi_i)] \tag{3.2.19}$$

ただしカップリング定数 m_{ij}, g_{ijk} はそれらの添え字 i, j, k に対して対称である．

成分場の項で書き下すと，式 (3.2.19) の $\mathcal{L}$ は次のようになる．

$$\begin{aligned}\mathcal{L} &= i\partial_m\bar{\psi}_i\bar{\sigma}^m\psi_i + A_i^*\Box A_i + F_i^*F_i \\ &\quad + [m_{ij}(A_iF_j - \frac{1}{2}\psi_i\psi_j) \\ &\quad + g_{ijk}(A_iA_jF_k - \psi_i\psi_jA_k) + \lambda_iF_i + \mathrm{h.c.}]\end{aligned} \tag{3.2.20}$$

ただし式 (3.2.20) における補助場 F_i は次のオイラー方程式を通して，消去しなければならない．

$$\begin{aligned}\frac{\partial\mathcal{L}}{\partial F_k^*} &= F_k + \lambda_k^* + m_{ik}^*A_i^* + g_{ijk}^*A_i^*A_j^* = 0, \\ \frac{\partial\mathcal{L}}{\partial F_k} &= F_k^* + \lambda_k + m_{ik}A_i + g_{ijk}A_iA_j = 0\end{aligned} \tag{3.2.21}$$

この補助場 F_i を消去することで，式 (3.2.20) は力学的な場 A_i, ψ_i の項によって書くことができる．

$$\begin{aligned}\mathcal{L} &= i\partial_m\bar{\psi}_i\bar{\sigma}^m\psi_i + A_i^*\Box A_i - \frac{1}{2}m_{ik}\psi_i\psi_k - \frac{1}{2}m_{ik}^*\bar{\psi}_i\bar{\psi}_k \\ &\quad - g_{ijk}\psi_i\psi_jA_k - g_{ijk}^*\bar{\psi}_i\bar{\psi}_jA_k^* - \mathcal{W}(A_i, A_j^*)\end{aligned} \tag{3.2.22}$$

式 (3.2.22) における $\mathcal{W}$ はスーパーポテンシャルと呼ばれ，

$$\mathcal{W} = F_k^*F_k \tag{3.2.23}$$

である．ここで F, F^* は式 (3.2.21) の解である．

ベクトル超場

ベクトル超場は次の条件を満たすものである．

$$V = V^* \tag{3.2.24}$$

この条件を満たす V は，

$$\begin{aligned} V(x,\theta,\bar{\theta}) = C(x) &+ i\theta\xi(x) - i\overline{\theta\xi}(x) \\ &+ \frac{i}{2}\theta\theta[M(x) + iN(x)] - \frac{i}{2}\overline{\theta\theta}[M(x) - iN(x)] \\ &- \theta\sigma^m\bar{\theta}v_m(x) + i\theta\theta\bar{\theta}[\bar{\lambda}(x) + \frac{i}{2}\bar{\sigma}^m\partial_m\xi(x)] \\ &- i\overline{\theta\theta}\theta[\lambda(x) + \frac{i}{2}\sigma^m\partial_m\bar{\xi}(x)] + \frac{1}{2}\theta\theta\overline{\theta\theta}[D(x) + \frac{1}{2}\Box C(x)] \end{aligned} \tag{3.2.25}$$

である．ただし成分場 C, D, M, N, v_m は式 (3.2.25) が式 (3.2.24) を満たすために，すべて実数になっていなければならない．

さらにゲージ変換の自由度を考える際に，次の Wess-Zumino ゲージを取る．

$$C, \chi, M, N = 0 \tag{3.2.26}$$

このゲージの下での V の級数展開を計算すると，次の３つの式

$$\begin{aligned} V &= -\theta\sigma^m\bar{\theta}v_m(x) + i\theta\theta\overline{\theta\lambda}(x) - i\overline{\theta\theta}\theta\lambda(x) + \frac{1}{2}\theta\theta\overline{\theta\theta}D(x), \\ V^2 &= -\frac{1}{2}\theta\theta\overline{\theta\theta}v_m v^m, \\ V^3 &= 0 \end{aligned} \tag{3.2.27}$$

が得られる．式 (3.2.27) の V を用い，ベクトル場のラグランジアンを構成する．

そのために，ゲージ場の強さ $W_\alpha, \bar{W}_{\dot{\alpha}}$ を導入する．

$$\begin{aligned} W_\alpha &= -\frac{1}{4}\bar{D}\bar{D}D_\alpha V, \\ \bar{W}_{\dot{\alpha}} &= -\frac{1}{4}DD\bar{D}_{\dot{\alpha}}V \end{aligned} \tag{3.2.28}$$

これらの超場はカイラル性を持ち，かつゲージ不変である．このゲージ場の強さ $W_\alpha, \bar{W}_{\dot{\alpha}}$ を用いると，ゲージ場のラグランジアンは以下のように与えられる．

$$\mathcal{L} = \frac{1}{4}(W^\alpha W_\alpha|_{\theta\theta} + \bar{W}^{\dot{\alpha}}\bar{W}_{\dot{\alpha}}|_{\overline{\theta\theta}}) \tag{3.2.29}$$

ただし $W_\alpha|_{\theta\theta}$ は，θ で級数展開した際の $\theta\theta$ の係数であることを意味する．

ゲージ不変相互作用

ここでは，カイラル・ヴェクター多重項のゲージ不変相互作用を，U(1) 不変性を例にとって説明する.

カイラル超場 Φ_l は，U(1) 変換の下で次のように変換される.

$$\begin{aligned}\Phi_l' &= e^{-it_l\Lambda}\Phi_l, \quad \bar{D}_{\dot\alpha}\Lambda = 0, \\ \Phi_l'^{\dagger} &= e^{it_l\Lambda}\Phi_l^{\dagger}, \quad D_\alpha\Lambda^{\dagger} = 0, \\ V' &= V + i(\Lambda - \Lambda^{\dagger})\end{aligned} \tag{3.2.30}$$

この t_l は Φ_l に適した U(1) 電荷である．式 (3.2.30) より，同様に Φ_l もカイラル超場であることが即座に分かる.

式 (3.2.30) の下で，不変かつ繰りこみ可能なラグランジアンは,

$$\begin{aligned}\mathcal{L}_{QED} =& \frac{1}{4}(W^\alpha W_\alpha|_{\theta\theta} + \bar{W}^{\dot\alpha}\bar{W}_{\dot\alpha}|_{\bar\theta\bar\theta}) + \Phi_+^\dagger e^{eV}\Phi_+|_{\theta\theta\bar\theta\bar\theta} + \Phi_-^\dagger e^{-eV}\Phi_-|_{\theta\theta\bar\theta\bar\theta} \\ &+ m(\Phi_+\Phi_-|_{\theta\theta} + \Phi_+^\dagger\Phi_-^\dagger|_{\bar\theta\bar\theta})\end{aligned} \tag{3.2.31}$$

である．ただし $t_i + t_j, t_i + t_j + t_k \neq 0$ である場合，U(1) 不変性を保つため m_{ij} または $g_{ijk} = 0$ とする.

成分で書き下すと,

$$\begin{aligned}\mathcal{L}_{QED} =& \frac{1}{2}D^2 - \frac{1}{4}v_{mn}v^{mn} - i\lambda\sigma^n\partial_n\bar\lambda \\ &+ F_+F_+^* + F_-F_-^* + A_+^*\Box A_+ + A_-^*\Box A_- \\ &+ i(\partial_n\bar\psi_+\bar\sigma^n\psi_+ + \partial_n\bar\psi_-\bar\sigma^n\psi_-) + ev^n[\frac{1}{2}\bar\psi_+\bar\sigma^n\psi - \frac{1}{2}\bar\psi_-\bar\sigma^n\psi_- \\ &+ \frac{i}{2}A_+^*\partial_nA_+ - \frac{i}{2}\partial_nA_+^*A_+ - \frac{i}{2}A_-^*\partial_nA_+ + \frac{i}{2}\partial_nA_-^*A_-] \\ &- \frac{ie}{\sqrt{2}}(A_+\bar\psi_+\bar\lambda - A_+^*\psi_+\lambda - A_-\bar\psi_-\bar\lambda + A_-^*\psi_-\lambda) \\ &+ \frac{e}{2}D[A_+^*A_+ - A_-^*A_-] - \frac{1}{4}e^2v_nv^n(A_+^*A_+ + A_-^*A_-) \\ &+ m[A_+F_- + A_-F_+ - \psi_+\psi_- - \bar\psi_+\bar\psi_- + A_+^*F_-^* + A_-^*F_+^*]\end{aligned} \tag{3.2.32}$$

である．ただしカイラル超場の場合と同様，補助場 F, D はそれぞれの運動方程式から消去する必要がある[1]．SU(N) に拡張したスカラー，スピノル，ベクトル場の超対称かつ繰りこみ可能なラグランジアンは次のように書ける.

$$\begin{aligned}\mathcal{L} =& \frac{1}{16kg^2}\mathrm{Tr}(W^\alpha W_\alpha|_{\theta\theta} + \bar{W}^{\dot\alpha}\bar{W}_{\dot\alpha}|_{\bar\theta\bar\theta}) + \Phi^\dagger e^V\Phi|_{\theta\theta\bar\theta\bar\theta} \\ &+ \left[\left(\frac{1}{2}m_{ij}\Phi_i\Phi_j + \frac{1}{3}g_{ijk}\Phi_i\Phi_j\Phi_k\right)|_{\theta\theta} + \text{h.c.}\right]\end{aligned} \tag{3.2.33}$$

[1]実際に運動方程式を用いて補助場 F, D を消去したが，本論文では構成方法の説明に留めた.

3.3　最小超対称標準模型（MSSM）

標準模型 (SM) に含まれるそれぞれの粒子に対して，その超対称パートナー (超対称粒子) を導入して作られる最も簡単な模型を，最小超対称標準模型 (MSSM) と呼ぶ [15, 16]．MSSM に含まれる粒子を次の表 1 にまとめた．

表 1　最小超対称標準模型に含まれる素粒子

スピン 0	スピン $\frac{1}{2}$	スピン 1
$\tilde{Q}_L = \begin{pmatrix} \tilde{u}_L \\ \tilde{d}_L \end{pmatrix}$ $\tilde{u}_R$ $\tilde{d}_R$ $\tilde{L}_L = \begin{pmatrix} \tilde{\nu}_{e_L} \\ \tilde{e}_L \end{pmatrix}$ $\tilde{e}_R$	$Q_L = \begin{pmatrix} u_L \\ d_L \end{pmatrix}$ u_R d_R $L_L = \begin{pmatrix} \nu_{e_L} \\ e_L \end{pmatrix}$ e_R	
	$\tilde{G}^\alpha$ $\tilde{W}^a$ $\tilde{B}$	G^α_μ W^a_μ B_μ
$H_1 = \begin{pmatrix} H_1^0 \\ H_1^- \end{pmatrix}$ $H_2 = \begin{pmatrix} H_2^+ \\ H_2^0 \end{pmatrix}$	$\tilde{H}_1 = \begin{pmatrix} \tilde{H}_1^0 \\ \tilde{H}_1^- \end{pmatrix}$ $\tilde{H}_2 = \begin{pmatrix} \tilde{H}_2^+ \\ \tilde{H}_2^0 \end{pmatrix}$	

ただし $a = 1, 2, 3,\quad \alpha = 1, 2, \cdots, 8$ であり，添え字の L，R は左巻き，右巻きを表している．

Q_L, L_L はクォーク，レプトン場の SU(2) 2 重項，H_1, H_2 はヒッグス場の SU(2) 2 重項である[2]．また右巻きアップクォーク u_R，右巻きダウンクォーク d_R，右巻き電子 e_R は SU(2) 1 重項である．$G^\alpha_\mu, W^a_\mu, B_\mu$ は，それぞれ強い相互作用を表す SU(3)，弱い相互作用を表す SU(2)，電磁相互作用を表す U(1) のゲージ場である．表の $\tilde{}$ をつけた粒子は，$\tilde{}$ がない SM の粒子の超対称パートナー (超対称粒子) である．ここでクォーク，レプトンの超対称パートナーはそれぞれスクォーク，スレプトンと呼ばれ，ゲージ粒子の超対称パートナーはゲージーノ，ヒッグス粒子の超対称パートナーはヒッグシーノと呼ばれる．また表 1 では省略しているが，クォーク，レプトン，スクォーク，スレプトンには世代の添え字 i があり，右巻きアップクォーク u_{Ri} を例にとると，

$$u_{R1} = u_R, \quad u_{R2} = c_R, \qquad u_{R3} = t_R \tag{3.3.1}$$

と表される．ここで u, c, t はそれぞれアップクォーク，チャームクォーク，トップクォークである．

この表の粒子を用いたカイラル超場は，

$$\hat{H}_1, \hat{H}_2, \hat{Q}_{Li}, \hat{d}_{Ri}, \hat{u}_{Ri}, \hat{L}_{Li}, \hat{e}_{Ri} \quad (i = 1, 2, 3) \tag{3.3.2}$$

[2] SM ではヒッグス場は 2 重項 1 つだったが，MSSM では超対称性を保ちつつ，アップクォーク，ダウンクォークそれぞれに質量を与えるために，ヒッグス場の 2 重項が 2 つ必要になっている．

であり，ベクトル超場は，

$$\hat{B}, \hat{W}^a, \hat{G}^\alpha \quad (a = 1, 2, 3, \quad \alpha = 1, 2, \cdots, 8) \tag{3.3.3}$$

である．成分場と超場を区別するために，超場には ˆ を用いた．式 (3.3.2) と式 (3.3.3) の超場を用いて，ラグランジアンを構成していく．

MSSM のラグランジアンは，次の２つの項で構成される．

$$\mathcal{L}_{\text{MSSM}} = \mathcal{L}_{\text{susy}} + \mathcal{L}_{\text{Soft}} \tag{3.3.4}$$

ここで $\mathcal{L}_{\text{susy}}$ は，3.2 節で述べたベクトル超場，カイラル超場，スーパーポテンシャル $\mathcal{W}$ に対するラグランジアンによって，次のように与えられる．

$$\mathcal{L}_{\text{susy}} = \mathcal{L}_{\text{vector}} + \mathcal{L}_{\text{chiral}} + \left(\int d^2\theta \mathcal{W} + \text{h.c.} \right) \tag{3.3.5}$$

ただし $\mathcal{L}_{\text{vector}}$ は式 (3.2.33) の 1 項目に対応するベクトル超場の運動項で，$\mathcal{L}_{\text{chiral}}$ は式 (3.2.33) の２項目に対応するカイラル超場の運動項である．またスーパーポテンシャル $\mathcal{W}$ は，R パリティと呼ばれる離散的な対称性を要請して次のように与えられる．

$$\mathcal{W} = -\mu \hat{H}_1 \hat{H}_2 + \hat{H}_1 h_e^{ij} \hat{L}_{Li} \hat{e}_{Ri} + \hat{H}_1 h_d^{ij} \hat{Q}_{Li} \hat{d}_{Ri} - \hat{H}_2 h_u^{ij} \hat{Q}_{Li} \hat{u}_{Ri} \quad (i, j = 1, 2, 3) \tag{3.3.6}$$

ここで i, j は世代を表し，μ は $\hat{H}_1, \hat{H}_2$ の質量パラメータである．R パリティとは，標準模型の粒子 ψ に対しては $\psi \to \psi$，超対称パートナー $\tilde{\psi}$ に対しては，$\tilde{\psi} \to -\tilde{\psi}$ という変換であり，バリオン数とレプトン数の大きな破れを禁止するために導入された離散的な対称性である[3]．この対称性の下では，超対称パートナーは常に対となって生成されるようになる．そのため最も軽い超対称粒子 LSP(Lightest Supersymmetric Particle) が安定になる．

また式 (3.3.6) の h_e, h_d, h_u は湯川結合定数行列であり，レプトン，ダウンクォーク，アップクォークの質量行列 M_e, M_d, M_u を用いて，それぞれ次のように表される．

$$\begin{aligned} h_e &= \frac{g}{\sqrt{2} m_W \cos\beta} M_e, \\ h_d &= \frac{g}{\sqrt{2} m_W \cos\beta} M_d, \\ h_u &= \frac{g}{\sqrt{2} m_W \sin\beta} M_u \end{aligned} \tag{3.3.7}$$

ただし m_W は W ボソンの質量である．また $\tan\beta$ は，

$$\tan\beta = \frac{v_2}{v_1} \tag{3.3.8}$$

で与えられ，v_1, v_2 はヒッグス場 H_1^0, H_2^0 の真空期待値である．

式 (3.3.4) における $\mathcal{L}_{\text{Soft}}$ は超対称性のソフトな破れを引き起こす項 (3.1 節参照) で，

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{\text{Soft}} = &- m_1^2 |H_1|^2 - m_2^2 |H_2|^2 - m_{12}^2 (H_1 H_2 + H_1^* H_2^*) \\ &- \tilde{Q}_{Li}^\dagger (M_{\tilde{Q}}^2)_{ij} \tilde{Q}_{Lj} - \tilde{u}_{Ri}^\dagger (M_{\tilde{u}}^2)_{ij} \tilde{u}_{Rj} - \tilde{d}_{Ri}^\dagger (M_{\tilde{d}}^2)_{ij} \tilde{d}_{Rj} - \tilde{L}_{Li}^\dagger (M_{\tilde{L}}^2)_{ij} \tilde{L}_{Lj} - \tilde{e}_{Ri}^\dagger (M_{\tilde{e}}^2)_{ij} \tilde{e}_{Rj} \\ &+ H_2 \tilde{Q}_{Li} (h_u A_u)_{ij} \tilde{u}_{Rj} - H_1 \tilde{Q}_{Li} (h_d A_d)_{ij} \tilde{d}_{Rj} + H_1 \tilde{L}_{Li} (h_e A_e)_{ij} \tilde{e}_{Rj} \\ &- \frac{1}{2} \left[M_1 \bar{\tilde{B}} \tilde{B} + M_2 \bar{\tilde{W}}^a \tilde{W}^a + M_3 \bar{\tilde{G}}^\alpha \tilde{G}^\alpha \right] \end{aligned} \tag{3.3.9}$$

[3] バリオン数を大きく破ると陽子が安定に存在できず，Super-Kamiokande 実験などの結果と矛盾する [27].

である．ただし M_1, M_2, M_3 はゲージーノ $\tilde{B}, \tilde{W}^a, \tilde{G}^\alpha$ の質量パラメータを表し，大統一理論質量関係 (GUT 質量関係 $\frac{M_1}{\alpha_1} = \frac{M_2}{\alpha_2} = \frac{M_3}{\alpha_3}; \alpha_i = g_i^2/(4\pi)$) を用いている [56]．$A_u, A_d, A_e$ は 3×3 の成分を持つが以下の解析では対角成分のみをパラメータとして扱い，非対角成分は 0 と考える．質量の次元をもつ 3×3 行列，$M_{\tilde{x}}^2 (x = Q, u, d, L, e)$ は質量の 2 乗の次元を持つ 3×3 対称行列である．また $\mathcal{L}_{\rm Soft}$ の 1 行目はヒッグスの質量項に対応する項，2 行目はスクォーク，スレプトンの質量項，3 行目はスカラー場の三点相互作用を表す項，4 行目はゲージーノの質量項を表す．

本研究で用いた相互作用ラグランジアンについては，付録 A で具体的に述べる．

3.4 超対称粒子の質量固有状態

この節では，超対称パートナーに対するラグランジアンから，それぞれの質量固有状態を考えていく [14]．質量固有状態が実際に観測される素粒子である．後述するニュートラリーノが超対称粒子の中で最も軽い粒子ならば，電気的に中性かつ安定な粒子であるために冷たい暗黒物質の候補となりえる．

ニュートラリーノ

超対称パートナーの内，電気的に中性 (電荷 0) なフェルミ粒子 $(\tilde{B}, \tilde{W}^3, \tilde{H}_1^0, \tilde{H}_2^0)$ を基底に用いると，式 (3.3.4) よりニュートラリーノ質量行列が次のように書ける．

$$M_{\rm neut} = \begin{pmatrix} M_1 & 0 & -m_Z \cos\beta \sin\theta_W & m_Z \sin\beta \sin\theta_W \\ 0 & M_2 & m_Z \cos\beta \cos\theta_W & -m_Z \sin\beta \cos\theta_W \\ -m_Z \cos\beta \sin\theta_W & m_Z \cos\beta \cos\theta_W & 0 & -\mu \\ m_Z \sin\beta \sin\theta_W & -m_Z \sin\beta \cos\theta_W & -\mu & 0 \end{pmatrix} \tag{3.4.1}$$

ここで m_Z は Z ボソンの質量であり，θ_W は Weinberg 角 ($\sin^2\theta_W \approx 0.23$) である．また本研究では GUT 質量関係を用いたため，

$$M_1 = \frac{5}{3} \tan^2\theta_W M_2 \simeq 0.5 M_2 \tag{3.4.2}$$

とした．

これらの場 $(\tilde{B}, \tilde{W}^3, \tilde{H}_1^0, \tilde{H}_2^0)$ の質量固有状態を考えるために，式 (3.4.1) の $M_{\rm neut}$ を次のように対角化していく．

$$N^t M_{\rm neut} N = {\rm diag}(m_{\chi_1^0}, m_{\chi_2^0}, m_{\chi_3^0}, m_{\chi_4^0}) \quad (m_{\chi_1^0} < m_{\chi_2^0} < m_{\chi_3^0} < m_{\chi_4^0}) \tag{3.4.3}$$

ただし N は 4×4 ユニタリ行列である．その際の質量固有状態は

$$\chi_i^0 = N_{i1} \tilde{B} + N_{i2} \tilde{W}^3 + N_{i3} \tilde{H}_1^0 + N_{i4} \tilde{H}_2^0 \qquad (i = 1, 2, 3, 4) \tag{3.4.4}$$

である．この χ_i^0 をニュートラリーノと呼び，そのうちもっとも軽いものを $\chi (= \chi_1^0)$ と定義する．このニュートラリーノ χ が超対称粒子の中でもっとも軽いとすると，R パリティの下で安定な粒子となる．以上よりニュートラリーノは，$(\tilde{B}, \tilde{W}^3, \tilde{H}_1^0, \tilde{H}_2^0)$ が混じり合った素粒子であるため，電磁相互作用せず，強い相互作用もしないが，重力相互作用はする安定な素粒子となっている．

そのため暗黒物質の性質を満たす素粒子であり，本研究ではこのニュートラリーノを暗黒物質と仮定した．

また式 (3.4.4) における $N_{i1}, N_{i2}, N_{i3}, N_{i4}$ の大小関係は，式 (3.4.1) の質量パラメータによって変化する．そのためニュートラリーノを構成する $(\tilde{B}, \tilde{W}^3, \tilde{H}_1^0, \tilde{H}_2^0)$ の内，どの成分が主要になるかによって，その性質が変化することが分かる．本研究では上述のように GUT 質量関係を用いているため，ニュートラリーノはウィーノライク $(\mu, M_1 \gg M_2)$ にはならず，ビーノライク $(\mu \gg M_1)$ またはヒッグシーノライク $M_1 \gg \mu)$，両方が等量含まれる場合の３つの性質が存在する．ただし 5.1 節で具体的に述べるが，本研究ではニュートラリーノがビーノライク ($\tilde{B}$ が最も主要) となるパラメータ領域で解析した．

チャージーノ

次に超対称パートナーの内，電気的に中性でないフェルミ粒子 $(\tilde{W}^\pm, \tilde{H}^\pm)$ を用いると，チャージーノ質量行列が次のように書ける．

$$M_{\mathrm{ch}} = \begin{pmatrix} M_2 & \sqrt{2} m_W \sin\beta \\ \sqrt{2} m_W \cos\beta & \mu \end{pmatrix} \tag{3.4.5}$$

この非対称行列は，２つの直交行列 U, V を用いることで対角化できる．

$$M_{\mathrm{ch}}^{\mathrm{diag}} = U^\dagger M_{\mathrm{ch}} V \tag{3.4.6}$$

$$\begin{aligned} U &= \begin{pmatrix} \cos\phi_- & -\sin\phi_- \\ \sin\phi_- & \cos\phi_- \end{pmatrix}, \\ V &= \begin{pmatrix} \cos\phi_+ & -\sin\phi_+ \\ \sin\phi_+ & \cos\phi_+ \end{pmatrix} \end{aligned} \tag{3.4.7}$$

ただし

$$\begin{aligned} \tan 2\phi_- &= 2\sqrt{2} m_W \frac{\mu \sin\beta + M_2 \cos\beta}{M_2^2 - \mu^2 + 2m_W^2 \cos 2\beta}, \\ \tan 2\phi_+ &= 2\sqrt{2} m_W \frac{\mu \cos\beta + M_2 \sin\beta}{M_2^2 - \mu^2 + 2m_W^2 \cos 2\beta} \end{aligned} \tag{3.4.8}$$

である．このときの質量固有状態は

$$\chi_n^\pm \quad (n = 1, 2) \tag{3.4.9}$$

となり，この $\chi_n^\pm$ をチャージーノと呼ぶ．

スフェルミオン

スフェルミオン $(\tilde{u}_{Li}, \tilde{u}_{Ri}), (\tilde{d}_{Li}, \tilde{d}_{Ri}), (\tilde{e}_{Li}, \tilde{e}_{Ri}),\ i = 1, 2, 3$ を，それぞれ基底として 6×6 質量行列を考える．この際それぞれの質量行列は，

$$\tilde{M}_u^2 = \begin{pmatrix} M_{\tilde{Q}}^2 + M_u^\dagger M_u + m_Z^2(\frac{1}{2} - e_u \sin^2\theta_W) \cos 2\beta & M_u(A_u - \mu \cot\beta) \\ (A_u - \mu \cot\beta)^\dagger M_u^\dagger & M_{\tilde{u}}^2 + M_u^\dagger M_u + m_Z^2 e_u \sin^2\theta_W \cos 2\beta \end{pmatrix} \tag{3.4.10}$$

$$\tilde{M}_d^2 = \begin{pmatrix} M_{\tilde{Q}}^2 + M_d^\dagger M_d - m_Z^2(\frac{1}{2} - e_d \sin^2\theta_W)\cos 2\beta & M_d(A_d - \mu\tan\beta) \\ (A_d - \mu\tan\beta)^\dagger M_d^\dagger & M_{\tilde{d}}^2 + M_d^\dagger M_d + m_Z^2 e_d \sin^2\theta_W \cos 2\beta \end{pmatrix} \tag{3.4.11}$$

$$\tilde{M}_e^2 = \begin{pmatrix} M_{\tilde{L}}^2 + M_e^\dagger M_e - m_Z^2(\frac{1}{2} - e_e \sin^2\theta_W)\cos 2\beta & M_e(A_e - \mu\tan\beta) \\ (A_e - \mu\tan\beta)^\dagger M_e^\dagger & M_{\tilde{e}}^2 + M_e^\dagger M_e - m_Z^2 e_e \sin^2\theta_W \cos 2\beta \end{pmatrix} \tag{3.4.12}$$

である．ただし $e_u = 2/3, e_d = -1/3, e_e = -1$ である．この質量行列を対角化すると，

$$\tilde{M}_f^{2\,\mathrm{diag}} = \Theta_f^\dagger \tilde{M}_f^2 \Theta_f \quad (f = u, d, e) \tag{3.4.13}$$

となる．このときの質量固有状態は，

$$\tilde{f}_I \quad (f = u, d, e, \quad I = 1, 2, \cdots, 6) \tag{3.4.14}$$

で，この $\tilde{f}_I$ をスフェルミオンと呼ぶ．式 (3.4.10)〜(3.4.12) より，左巻き右巻き混合 (LR-混合) がフェルミオンの質量 m_f に比例していないことが分かる．

ヒッグス粒子

ヒッグス場は以下の 4 つの複素場で表現されているため，その自由度は 8 つである．

$$H_1 = \begin{pmatrix} H_1^0 \\ H_1^- \end{pmatrix}, \quad H_2 = \begin{pmatrix} H_2^+ \\ H_2^0 \end{pmatrix} \tag{3.4.15}$$

ヒッグス場が真空期待値を持つことで，電弱対称性 $SU_L(2)\times U(1)_Y$ が電磁対称性 $U_{EM}(1)$ に自発的に破れ，3 つのゲージボソン W^+, W^-, Z に質量を与える．そのため，ヒッグス機構によりヒッグス場の 8 つの自由度の内 3 つがゲージ場に吸われてしまい，残りの自由度は 5 つになる．この 5 つの物理的自由度分のヒッグス粒子が存在し，それぞれ重い中性スカラーヒッグス H，軽い中性スカラーヒッグス h，中性擬スカラーヒッグス A，荷電スカラーヒッグス $H^\pm$ で与えられる．この際，軽い中性スカラーヒッグス h が，大型ハドロン衝突型加速器 LHC (Large Hadron Collider) において発見されたヒッグス粒子に対応する粒子と考えられる [57, 58]．実験によって与えられたヒッグス粒子の質量は次の通りである．

$$m_h = (125.5 \pm 0.6)\mathrm{GeV} \tag{3.4.16}$$

3.5 超対称粒子の質量に対する制限

3.4 節で述べたように，超対称模型には予言されている多数の新粒子が存在しており，その新粒子探索実験が行われている [57–60].

2000 年まで CERN（欧州合同原子核研究機構）において稼働していた LEP（Large Electron-Positron Collider）では，加速された電子陽電子の正面衝突によって素粒子模型の検証が行なわれた．LEP ではヒッグス粒子を検出できなかったが，スレプトンに関する制限が与えられている [59].

近年，LEP で用いた地下トンネルに設置された大型ハドロン[4]衝突型加速器 LHC (Large Hadron Collider) において様々な実験が行われ，素粒子物理学に対する重要な発見やデータが発表されている [60]．現時点における最大の成果はヒッグス粒子の発見であるが，それ以外にも未発見粒子の質量に対する様々な制限が得られている [60]．

LHC とは全周約 27km に及ぶ大型の円形加速器であり，そこで陽子をエネルギー 3.5TeV まで加速させ，重心エネルギー $\sqrt{s} = 7\mathrm{TeV}$ で正面衝突させることで得られる様々な生成物を検出することで，素粒子模型の検証を行う．２つの陽子をそれぞれ 3.5TeV もの高エネルギーで加速させるので，質量が大きいと予想されている新粒子を発見出来る可能性があるが，現状ではヒッグス粒子以外の新粒子は見つかっていない．しかし新粒子に対する様々な制限は得られている．陽子がハドロンであるため，特にクォークと相互作用するスクォーク・グルーイーノに対する制限が強い．その結果によると，スクォーク質量は 1.5TeV 以下では棄却されている[5]．一方，スレプトンに対しては強い制限を与えられていない．

ここで LEP 及び LHC によって与えられた制限の一部を表２に示す [61]．

表２　MSSM に含まれる粒子質量に対する制限

粒子	質量 [GeV]
ニュートラリーノ χ_1^0	> 46
ニュートラリーノ χ_2^0	> 62.4
ニュートラリーノ χ_3^0	> 99.9
ニュートラリーノ χ_4^0	> 116
チャージーノ $\chi_i^\pm$	> 94
スニュートリノ $\tilde{\nu}$	> 94
スレプトン $\tilde{l}$	> 107
スクォーク $\tilde{q}$	> 1110
グルーイーノ $\tilde{g}$	> 800

[4]ハドロンとは，強い相互作用をする粒子であり，クォークが複数結合してできる粒子である．LHC で使用されている陽子はアップクォーク２つとダウンクォーク１つで構成されている

[5]ただしこの値は制限が一番強い模型での値である．

第4章　暗黒物質対消滅における電弱制動放射

銀河中心および太陽中心には，銀河および太陽の重力によって暗黒物質が蓄えられていると考えられる．そのためそのような場所では，周りの空間よりも暗黒物質の対消滅が起きやすくなっている．この対消滅による暗黒物質由来の宇宙線ニュートリノのシグナルが期待される．その宇宙線を検出することによって，暗黒物質の存在を間接的に検証できる可能性がある．この間接検出における宇宙線のニュートリノフラックスを計算する際に，暗黒物質の対消滅散乱断面積が必要となる．

間接検出実験との比較を行っている多くの先行研究では，MSSMの下で二体終状態過程$\chi\chi \to f\bar{f}$のみで評価が行われていた．ニュートラリーノχがマヨラナフェルミオンであるために，軽いフェルミオン対生成過程$\chi\chi \to f\bar{f}$の散乱断面積に対してヘリシティ抑制が働くことが知られている [28]．ニュートリノを対生成する過程はニュートリノ質量が$m_f \to 0$であるため，この過程$\chi\chi \to \nu\bar{\nu}$の寄与は非常に強く抑制され，その寄与は無視できるほど小さくなる．よって二体終状態のみでの解析では，直接放出されるニュートリノを解析できず，$\chi\chi \to \nu\bar{\nu}$以外の過程$\chi\chi \to f\bar{f}$に含まれる不安定粒子が崩壊することで得られるニュートリノを解析していることになる．

これに対して，ゲージボソンを放出する三体終状態がヘリシティ抑制を押し上げることが知られている．このゲージボソンを放出する過程を考慮することを制動放射または電弱制動放射という．

この章では電弱制動放射による間接検出実験への影響と，その先行研究及び本研究で行った内容について具体的に述べる．

4.1　二体終状態過程

MSSMにおいて，ニュートラリーノが最も軽い超対称粒子であると以下では考えていく．これまでの研究では，ニュートラリーノ対消滅の散乱断面積を評価するほとんど全ての解析において，二体終状態過程$\chi\chi \to X\bar{X}$の寄与のみが考慮されてきた．

二体終状態過程には，フェルミオン対生成$\chi\chi \to f\bar{f}$，W/Zボソン対生成$\chi\chi \to VV^*$，ヒッグス粒子を含む過程$\chi\chi \to VH, HH$，光子対生成及びグルーオン対生成$\chi\chi \to \gamma\gamma, gg$がある．これらの過程について以下で具体的に説明する．

- フェルミオン対生成$\chi\chi \to f\bar{f}$

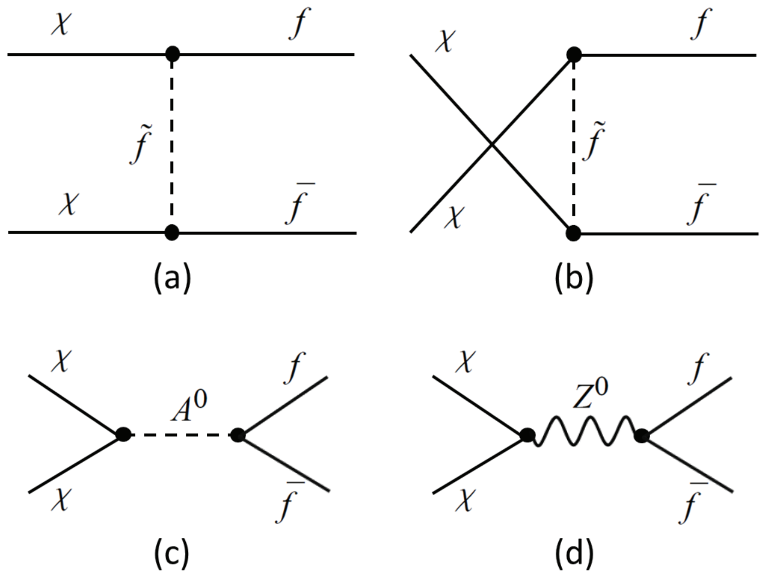

図 4.1: 二体終状態過程$\chi\chi \to f\bar{f}$のファインマン図．(a) は t-チャネル，(b) は u-チャネル，(c) と (d) は s-チャネルの散乱過程である．χ はニュートラリーノ，f はフェルミオン，$\bar{f}$ は反フェルミオン，$\tilde{f}$ はスフェルミオン，A は中性擬スカラーヒッグス，Z は Z ボソンを表す．

ニュートラリーノχの性質が，MSSM のパラメータによって変化することは 3.4 節で述べた．本研究ではニュートラリーノがビーノライクな領域において解析を行ったため，対消滅散乱断面積の最も主要な過程は，図 4.1 で表されるフェルミオン対生成過程$\chi\chi \to f\bar{f}$である [14]．また間接検出実験との比較を行う際，対消滅過程を非相対論的極限（ニュートラリーノの相対速度 $v_{\rm rel} \to 0$）で解析することを 2.3 節で述べた．同時に非相対論的極限において，対消滅過程$\chi\chi \to f\bar{f}$が m_f^2/m_χ^2 によって抑制されることが知られている [28]．この抑制のことをヘリシティ抑制と呼ぶ[1]．

ヘリシティ抑制

非相対論的極限（相対速度 $v_{\rm rel} \to 0$）の下で，次ようなニュートラリーノ対消滅過程を考えていく．

$$\chi(\mathbf{k}_1, s_1) + \chi(\mathbf{k}_2, s_2) \to f(\mathbf{p}_2, r_1) + \bar{f}(\mathbf{p}_2, r_2) \tag{4.1.1}$$

ただし $\mathbf{k}$ は始状態の粒子の運動量，$\mathbf{p}$ は終状態の粒子の運動量，s は始状態の粒子のスピン，r は終状態の粒子のスピンを表している．ここで非相対論的極限を取っているために，始状態のニュートラリーノの運動量は共に $\mathbf{k}_1 = \mathbf{k}_2 = 0$ となる．またニュートラリーノは粒子と反粒子の区別がないマヨラナ型のフェルミオンであるために，始状態のニュートラリーノは同種粒子となっている．この２つを考慮すると，フェルミ統計により始状態のスピンは逆向きである状態しか取れず，全角運動量は $S = 0$ となることが分かる．同様に散

[1]ヘリシティとは，粒子の運動方向に対して左巻きまたは右巻きに回転しているのかを表す量子数である．

乱過程において全角運動量が保存されているため，生成されたフェルミオン対の粒子のスピンは逆向きでなければならない．この過程は，フェルミオンの質量項

$$\mathcal{L} = -m_f \overline{f_L} f_R \tag{4.1.2}$$

によって引き起こされるため，散乱断面積は m_f^2 に比例することになる．つまり，軽いフェルミオン対生成過程の散乱断面積はフェルミオン質量の二乗 m_f^2 によって強い抑制を受ける．この抑制をヘリシティ抑制という．特にニュートリノの質量は非常に小さいため $m_\nu \to 0$ の極限では，$\chi\chi \to \nu\bar{\nu}$ の散乱断面積は無視できるほど小さくなる．そのため，終状態に直接含まれる一次的なニュートリノを解析できないことになる．よって宇宙におけるニュートリノスペクトルを解析するためには，生成された不安定なフェルミオン (τ, t, b) がさらに崩壊して生成される二次的なニュートリノのスペクトルを考慮しなければならない．よって二体終状態から得られるニュートリノスペクトルは，ヘリシティ抑制を受けている摂動の三次以上の寄与である．

- ゲージボソン対生成 $\chi\chi \to VV$

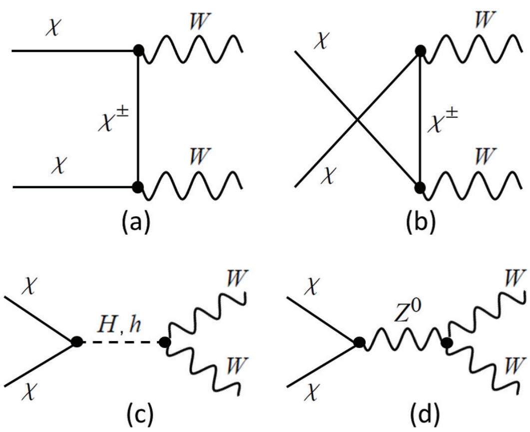

図 4.2: W ボソン対生成過程 $\chi\chi \to W^+W^-$ のファインマン図．(a) は t-チャネル，(b) は u-チャネル，(c) と (d) は s-チャネルの散乱過程である．χ はニュートラリーノ，W は W ボソン，$\chi^\pm$ はチャージーノ，H, h はヒッグス粒子，Z は Z ボソンを表す．

ゲージボソン対生成過程には，W ボソン対生成過程 $\chi\chi \to W^+W^-$ と Z ボソン対生成過程 $\chi\chi \to ZZ$ が存在する．ただし本研究では，W ボソンと Z ボソンの相互作用が似た性質を示すため[2]，簡単化のために W ボソン対生成のみ評価した．図 4.2 が W ボソン対生成過程 $\chi\chi \to W^+W^-$ を表すファインマン図である．また間接検出実験と比較を行う場合，非相対論的極限 $(v_{\mathrm{rel}} \to 0)$ おける散乱断面積を評価する必要がある．その際，図 4.2-(c) 及び (d) の寄与が非常に小さくなることが知られているため，図 4.2-(a) と (b) の寄与のみで評価を行った [14]．ただし，ニュートラリーノがヒッグシーノライクな領域において，W ボソン対生成 $\chi\chi \to W^+W^-$ が主要となることが知られている [14].

[2] ヴァーテックスの大きさが異なる以外は同じ性質なため，寄与が大きい W ボソン対生成過程のみを評価した．

- $\chi\chi \to HH, VH$

  二体終状態には，ヒッグスボソン H を対生成する過程 $\chi\chi \to HH, hh, AA, AH, Ah$ とゲージボソン V とヒッグスボソン H を生成する過程 $\chi\chi \to ZH, Zh, ZA, W^-H^+, W^+H^-$ も存在する．しかし本研究のパラメータ領域においては，上記の２つの過程に比べて寄与が小さいため無視してよい．

- $\chi\chi \to \gamma\gamma, gg$

  二体終状態には光子が対生成される過程 $\chi\chi \to \gamma\gamma$ とグルーオンが対生成される過程 $\chi\chi \to gg$ も存在している．これらの過程は全てループを含む過程となっている．ただし本研究には関係してこないため，図や説明は省略した．

上記 4 つの過程が，MSSM の下で存在する全ての二体終状態過程である．ビーノライクなパラメータの下では，ヘリシティ抑制を受けるフェルミオン対生成 $\chi\chi \to f\bar{f}$ が主要となっている．またニュートリノ対生成が起きないため，ニュートリノスペクトル解析を行うためには，終状態の不安定粒子の崩壊を考慮する必要がある．これに対し，ゲージボソンを放出する三体終状態がヘリシティ抑制を押し上げることが知られている．次の節において，ゲージボソンを放出することでヘリシティ抑制を受けない散乱過程 $\chi\chi \to f\bar{f}'V$ について具体的に述べる[3]．この過程には，直接ニュートリノが含まれる過程 $\chi\chi \to lW\nu$ が存在するため，ニュートリノスペクトルへ多大な影響が期待できる．

4.2 制動放射

4.1 節において二体終状態 $f\bar{f}$ がヘリシティ抑制を受けることを見てきた．これに対し，ゲージボソンを放出する三体終状態がヘリシティ抑制を押し上げることが知られている [29]．ゲージボソンを放出する三体終状態がヘリシティ抑制を受けない理由は，ゲージボソンが 0 でない角運動量を持っているために，終状態のフェルミオンが同じ方向のスピンを持つことができるためである．その結果，振幅がフェルミオンの質量に比例しなくなるなるため，ヘリシティ抑制を受けずに済むことになる．

光子を放出する制動放射過程 $\chi\chi \to f\bar{f}\gamma$ に関する先行研究について簡単に説明する．過去のほとんど全ての解析においては，二体終状態の寄与のみで評価が行われている．そのため PAMERA 実験における宇宙線由来の陽電子/(電子＋陽電子) の比の過剰量 [26] を満たすために，電子陽電子を生成する過程 $\chi\chi \to e^+e^-$ の散乱断面積を評価したとしても，軽い電子の質量によってヘリシティ抑制を受けてしまう．そのため間接検出実験における陽電子/(電子＋陽電子) の比の過剰量を説明できない．これに対し，ヘリシティ抑制を受けない制動放射過程 $\chi\chi \to e^+e^-\gamma$ を評価することで，過剰量を説明できる可能性がある [29]．また，制動放射過程 $\chi\chi \to e^+e^-\gamma$ によるガンマ線スペクトルへの影響も評価されている [30]．

[3] ただし $f, \bar{f}'$ は標準模型のフェルミオンを表す

4.3 電弱制動放射

この節では，W/Z ボソンを放出する電弱制動放射過程 $\chi\chi \to f\bar{f}V(V = W\ or\ Z)$ の概要と先行研究について簡単に述べる．電弱制動放射過程に関しても，光子を放出する制動放射と同様，ヘリシティ抑制を押し上げることが知られている．以降では，W ボソンを放出する電弱制動放射過程にのみ着目する．Z ボソンを放出する過程については，W ボソンを放出する過程と同様の性質を示し，かつ W ボソンを放出する過程よりも寄与が小さいため，本研究では評価していない[4]．

電弱制動放射過程 $\chi\chi \to f\bar{f}W$ とは，二体終状態過程 $\chi\chi \to f\bar{f}$ からさらに W ボソンを放出する過程となっている．図 4.3 に W ボソンを放出するメカニズムの概略例を示す．

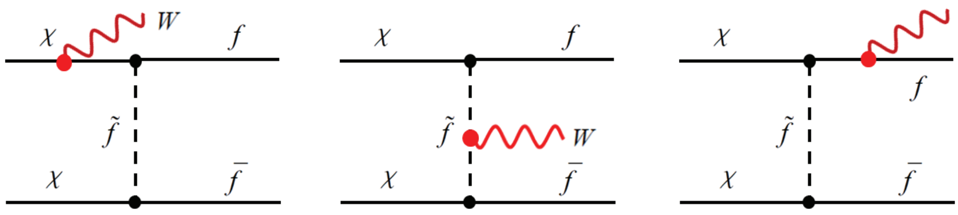

図 4.3: 電弱制動放射過程の概略．黒線が二体終状態過程 $\chi\chi \to f\bar{f}$ のファインマン図を表し，赤い線が放出される W ボソンを表す．

ここで，黒線が二体終状態過程 $\chi\chi \to f\bar{f}$ のファインマン図を表し，赤線が放出される W ボソンを表している[5]．この図は，4.1 節における図 4.1-(a) に対して，W ボソンを放出する電弱制動放射を考慮した過程となっている．もちろん図 4.1-(b)〜(d) に関しても，同様の電弱制動放射過程が存在している．ただし本研究ではニュートラリーノがビーノライクな場合なため，図 4.1-(a)〜(d) それぞれの寄与に対する大小関係が次のようになることがわかっている．

$$(\sigma v)_{f\bar{f}(a)} \approx (\sigma v)_{f\bar{f}(b)} \gg (\sigma v)_{f\bar{f}(c)}, (\sigma v)_{f\bar{f}(d)} \tag{4.3.1}$$

そのため本研究では図 4.1-(a) 及び (b) に対する効果は考慮しているが，図 4.1-(c) 及び (d) に電弱制動放射を考慮した散乱過程は評価していない．また先行研究 [37] によって，図 4.3-(1) の寄与はニュートラリーノがウィーノライクな場合でしか効いてこないことがわかっているため，この寄与に関しても本研究では考慮していない．

この W ボソンを放出する電弱制動放射を考慮した研究が，近年活発に行われている [31–43]．電弱制動放射を考慮した過程には，ニュートリノが直接含まれる散乱過程が存在するため，ニュートリノフラックスへの多大な影響が期待される．

[4]先行研究においても，W ボソンを放出する電弱制動放射過程のみが評価されている．

[5]もちろん W ボソンが放出されることにより，別の粒子を通して散乱することになるが，概略図なため詳細は記入していない．

以下に，先行研究及び本研究について簡単にまとめる．

暗黒物質がレプトンとのみ相互作用するような簡単化された模型において，電弱制動放射過程 $\chi\chi \to Wl\nu$ の寄与が，制動放射過程 $\chi\chi \to l^+l^-\gamma$ よりも主要となることが示唆された [31, 32]. 同時に，電弱制動放射の効果による様々な粒子スペクトルへの影響も解析されている [33, 34]. 電弱制動放射の効果が最大となる暗黒物質の質量 m_χ の条件及びガンマ線スペクトルへの影響が解析されている [35]. 電弱制動放射を考慮したニュートリノスペクトルのヘリシティ依存性について考察されている [36]. MSSM におけるウィーノに対応する粒子が暗黒物質であると仮定したウィーノライク模型において，始状態より W/Z ボソンを放出される電弱制動放射の効果が重要となることが示唆された [37]. MSSM の下で，ビーノライクな暗黒物質について電弱制動放射を考慮して得られるガンマ線スペクトルが解析されている [38]. 同時に，暗黒物質の残留密度に対する電弱制動放射の影響についても解析している [39]. 実験により判明している反陽子過剰量の制限への電弱制動放射の影響が考察されている [40]. MSSM の下で，二体終状態 $t\bar{t}$ に対して電弱制動放射を考慮した三体終状態 tWb によるニュートリノスペクトルへの影響が評価されている [41]. この研究では，二体終状態 $t\bar{t}$ が起きる境界 $m_\chi = m_t$ 近傍における電弱制動放射の効果に重点をおいて考察が行われている．その解析によって，$m_\chi \geq m_t$ では二体終状態 $t\bar{t}$ と三体終状態 tWb の散乱断面積が一致することを示唆している．残留密度に対する電弱制動放射の影響についても考察されている [42].

本研究では，ニュートラリーノ暗黒物質 χ の対消滅散乱断面積に対する電弱制動放射の影響を評価した．同時に，ニュートリノスペクトルに対する電弱制動放射の影響を，MSSM の下で初めて評価した．本研究における特徴的なパラメータとして，非常に重いスクォーク質量 ($\gtrsim$ 10TeV) と軽いスレプトン質量 ($\simeq$ 200GeV) の下で，評価を行った [44].

4.4 電弱制動放射過程 $\chi\chi \to lW\nu$

本研究では MSSM の下で，レプトン対を放出する電弱制動放射過程

$$\chi\chi \to W^+ l^- \overline{\nu_l} + \mathrm{h.c.} \qquad (l = e, \mu, \tau) \tag{4.4.1}$$

を解析していく[6]．本論文では，$W^+ l \overline{\nu_l}$ と $W^- \overline{l} \nu_l$ を足し合わせたものを $lW\nu$ と表記することにする．この内，本研究で評価したパラメータ領域において最も主要となる散乱過程のファインマン図を，図 4.4 に示す[7]．

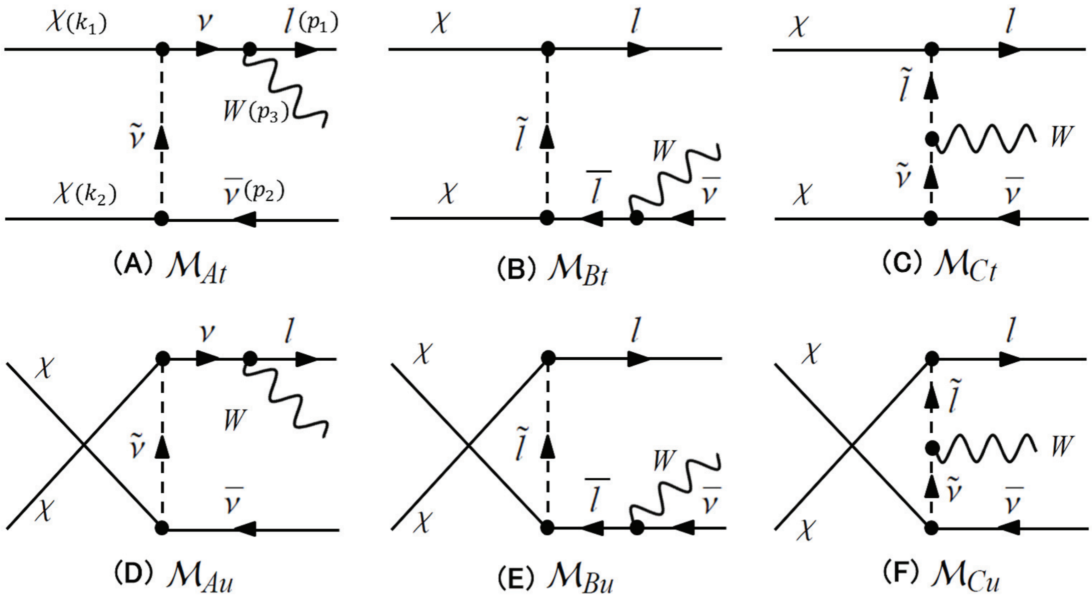

図 4.4: 電弱制動放射過程 $\chi\chi \to lW\nu$ のファインマン図．ただし図において，χ がニュートラリーノ，l がレプトン，W が W ボソン，ν がニュートリノ，$\tilde{l}$ がスレプトン，$\tilde{\nu}$ がスニュートリノをそれぞれ表している．また $\overline{l}, \overline{\nu}$ は，l, ν の反粒子を表す．

図 4.4 における粒子の 4 元運動量は，以下のように対応している．

$$\chi(k_1) + \chi(k_2) \to l(p_1) + \overline{\nu_l}(p_2) + W^+(p_3) \tag{4.4.2}$$

ファインマン則（付録 A 参照）より図 4.4 に対する不変振幅は次のように書ける．

[6] 二体終状態に対する散乱断面積については付録 B で説明する．

[7] 電弱制動放射過程 $\chi\chi \to \overline{l}W\nu$ には，図 4.4 以外の過程（始状態のニュートラリーノから W ボソンを放出する過程や s-cannel に電弱制動放射を考慮した過程）も存在しているが，本研究で評価したパラメータ領域においては主要とならないことが先行研究によって確認されている [37, 41]．もちろん本研究の解析においても主要とならないことを確認している [44]．

$$
\begin{aligned}
\mathcal{M}_{At} &= \frac{g}{\sqrt{2}q_1^2} D_{At} (\overline{u}_l \gamma_\mu P_L \not{q}_1 C_{X\nu} P_R u_\chi)(\overline{v}_\chi C_{X\nu} P_L v_\nu) \varepsilon_5^\mu, \\
\mathcal{M}_{Au} &= -\frac{g}{\sqrt{2}q_1^2} D_{Au} (\overline{u}_\nu \gamma_\mu P_L \not{q}_1 C_{X\nu} P_R u_\chi)(\overline{v}_\chi C_{X\nu} P_L v_l) \varepsilon_5^\mu, \\
\mathcal{M}_{Bt} &= -\sum_{I=1,2} \frac{g}{\sqrt{2}q_2^2} D_{BtI} (\overline{u}_l (C_{WeI} P_L + C_{XeI} P_R) u_\chi)(\overline{v}_\chi (C_{WeI} P_R + C_{XeI} P_L) \not{q}_2 \gamma_\mu P_L v_\nu) \varepsilon_5^\mu, \\
\mathcal{M}_{Bu} &= \sum_{I=1,2} \frac{g}{\sqrt{2}q_2^2} D_{BuI} (\overline{u}_\nu (C_{WeI} P_L + C_{XeI} P_R) u_\chi)(\overline{v}_\chi (C_{WeI} P_R + C_{XeI} P_L) \not{q}_2 \gamma_\mu P_L v_l) \varepsilon_5^\mu, \\
\mathcal{M}_{Ct} &= -\sum_{I=1,2} \frac{g}{\sqrt{2}} D_{At} D_{BtI} C_{ClI} (\overline{u}_l (C_{WeI} P_L + C_{XeI} P_R) u_\chi)(\overline{v}_\chi C_{X\nu} P_L v_\nu)(k_1 - k_2 + p_2 - p_1)_\mu \varepsilon_5^\mu, \\
\mathcal{M}_{Cu} &= \sum_{I=1,2} \frac{g}{\sqrt{2}} D_{Au} D_{BuI} C_{ClI} (\overline{u}_\nu (C_{WeI} P_L + C_{XeI} P_R) u_\chi)(\overline{v}_\chi C_{X\nu} P_L v_l)(k_2 - k_1 + p_2 - p_1)_\mu \varepsilon_5^\mu
\end{aligned}
\tag{4.4.3}
$$

ここで ε_5^μ は W ボソンの変極ベクトル，u は粒子のスピノル，v は反粒子のスピノルを表す．$P_L = (1-\gamma_5)/2$，$P_R = (1+\gamma_5)/2$，$\gamma_5 = i\gamma^0\gamma^1\gamma^2\gamma^3 = \left(\begin{smallmatrix} 0 & \mathbf{1} \\ \mathbf{1} & 0 \end{smallmatrix}\right)$ である．また

$$
\begin{aligned}
D_{At} &= \frac{1}{m_\chi^2 - 2k_2 p_2 - M_{\tilde{\nu}}^2}, \\
D_{Au} &= \frac{1}{m_\chi^2 - 2k_1 p_2 - M_{\tilde{\nu}}^2}, \\
D_{BtI} &= \frac{1}{m_\chi^2 - 2k_2 p_1 - M_{\tilde{l}_I}^2}, \\
D_{BuI} &= \frac{1}{m_\chi^2 - 2k_1 p_1 - M_{\tilde{l}_I}^2}, \\
C_{ClI} &= (\Theta_{\tilde{e}})_{I1}, \\
C_{XeI} &= X'_{eiJ1}, \\
C_{WeI} &= W'_{eiJ1}, \\
C_{X\nu} &= X'_{\nu i11} (i = 1,2,3,\ J = 3I,\ I = 1,2)
\end{aligned}
\tag{4.4.4}
$$

である．ここで添え字 $i = 1,2,3$ はフェルミオン f_i の世代のラベル，$I = 1,2$ はスフェルミオン $\tilde{f}_I$ のラベルを表す．また D_{At}, D_{Au} はスニュートリノのファインマン伝播関数，D_{BtI}, D_{BuI} はスレプトンのファインマン伝播関数，C_{ClI} は相互作用 (A.0.4) に関する係数，C_{XeI}，C_{WeI} 及び $C_{X\nu}$ は相互作用 (A.0.3) に関する係数を表している．ただし本研究では，フェルミオンの世代間混合はない場合を考えているため．式 (4.4.4) の左辺における添え字 i は省略した[8]．

式（4.4.3）において，$\mathcal{M}_{At}$ は図 4.4-(A)，$\mathcal{M}_{Au}$ は図 4.4-(D)，$\mathcal{M}_{Bt}$ は図 4.4-(B)，$\mathcal{M}_{Bu}$ は図 4.4-(E)，$\mathcal{M}_{Ct}$ は図 4.4-(C)，$\mathcal{M}_{Cu}$ は図 4.4-(F) にそれぞれ対応する不変振幅である．

またフェルミオンの内線に対する 4 元運動量については，以下のように定義した．

[8] 散乱過程 (4.4.1) に含まれる l, ν_l は，本来 $l_i, \nu l_j$ と表記するべきである．しかし世代間混合はないと考えると，$i = j$ となるため，世代のラベルを省略している．式 (4.4.4) の右辺において添え字 i が表記されているのは，付録 A における相互作用の定義によるものである．

$$q_1 = k_1 + k_2 - p_2,$$
$$q_2 = k_1 + k_2 - p_1 \tag{4.4.5}$$

三体過程 $lW\nu$ の散乱断面積は，次のように与えられる．

$$\sigma = \int d\Pi_3 \frac{1}{(2\pi)^5 \lambda^{\frac{1}{2}}(s, m_\chi^2, m_\chi^2)} \frac{1}{4} \left| \mathcal{M}_{At} + \mathcal{M}_{Au} + \mathcal{M}_{Bt} + \mathcal{M}_{Bu} + \mathcal{M}_{Ct} + \mathcal{M}_{Cu} \right|^2 \tag{4.4.6}$$

ただし $s = (k_1 + k_2)^2$ である．また

$$\lambda(x, y, z) = x^2 + y^2 + z^2 - 2xy - 2yz - 2zx \tag{4.4.7}$$

である [62]．ここで $d\Pi_3$ は三体の位相空間で，

$$d\Pi_3 = \int \frac{d^3 p_1}{2p_1^0} \frac{d^3 p_2}{2p_2^0} \frac{d^3 p_3}{2p_3^0} \delta^4 (k_1 + k_2 - p_1 - p_2 - p_3) \tag{4.4.8}$$

である．積分の実行順序によって積分結果が変化することはないため，一例として初めに W ボソンの運動量 p_3 に対して積分を実行する手順を見ていく[9]．

$$\begin{aligned} d\Pi_3 &= \int \frac{d^3 p_1}{2p_1^0} \frac{d^3 p_2}{2p_2^0} \frac{d^3 p_3}{2p_3^0} \delta^4 (k_1 + k_2 - p_1 - p_2 - p_3) \\ &= \int \frac{d^3 p_1}{2p_1^0} \frac{d^3 p_2}{2p_2^0} d^4 p_3 \delta\left(p_3^2 - m_W^2\right) \theta\left(p_3^0\right) \delta^4 (k_1 + k_2 - p_1 - p_2 - p_3) \\ &= \int \frac{d^3 p_1}{2p_1^0} \frac{d^3 p_2}{2p_2^0} \delta\left((k_1 + k_2 - p_1 - p_2)^2 - m_W^2\right) \theta\left(p_3^0\right) \\ &= \int \frac{d^3 p_1}{2p_1^0} \frac{d^3 p_2}{2p_2^0} \delta\left(\left(\sqrt{s} - E_1 - E_2\right)^2 - (\vec{p}_1 + \vec{p}_2)^2 - m_W^2\right) \quad (p_3^0 > 0) \end{aligned} \tag{4.4.9}$$

ただし $\sqrt{s}$ を重心系の全エネルギーとする．ここで p_1, p_2 について極座標 $(P_i = |\mathbf{p}_i|, i = 1, 2)$ に変換し，P_2 から先に実行する手順で考えると，

$$\begin{aligned} d\Pi_3 &= \int \frac{d^3 p_2}{2E_2} \frac{P_1^2}{2E_1} dP_1 dcos\theta_1 d\varphi_1 \\ &\quad \times \delta\left(s - 2\sqrt{s}(E_1 + E_2) + 2E_1 E_2 - m_W^2 - 2P_1 P_2 \cos\theta_1\right) \\ &= \int \frac{P_1^2}{2E_1} \frac{P_2^2}{2E_2} 8\pi^2 dP_1 dP_2 dcos\theta_1 \frac{1}{2P_1 P_2} \\ &\quad \times \delta\left(\cos\theta_1 - \frac{\left(s - 2\sqrt{s}(E_1 + E_2) + 2E_1 E_2 - m_W^2\right)}{2P_1 P_2}\right) \\ &= \int \frac{\pi^2 P_1^2 P_1^2}{E_1 E_2 (P_1 P_2)} dP_1 dP_2 \end{aligned} \tag{4.4.10}$$

[9] 他の順序に関しても，ニュートリノスペクトル解析に必要となるが，同じ手順で計算を行えばよいため，省略した

となる [41]．ここで，

$$x_i = \frac{2P_i}{\sqrt{s}} \quad (i = 1, 2, 3) \tag{4.4.11}$$

と定義すると，最終的に (4.4.10) は次のように書ける．

$$d\Pi_3 = \frac{\pi^2 s}{4} dx_1 dx_2 \tag{4.4.12}$$

続いて式 (4.4.10) の積分範囲を考えると，$|\cos\theta_1| \leq 1$ より x_1, x_2 の積分範囲が得られる．つまり，

$$\left(\frac{(s - 2\sqrt{s}(E_1 + E_2) + 2E_1E_2 - m_W^2)}{2P_1P_2}\right)^2 \leq 1 \tag{4.4.13}$$

である．式 4.4.13 により，x_1, x_2 の積分範囲の上限と下限が次のように求まる[10]．

$$\begin{aligned} x_{1min} &= 0, \\ x_{1max} &= 1 - \frac{m_W^2}{4m_\chi^2}, \\ x_{2min} &= 1 - \frac{m_W^2}{4m_\chi^2} - x_1, \\ x_{2max} &= 1 + \frac{m_W^2}{4m_\chi^2(x_1 - 1)} \end{aligned} \tag{4.4.14}$$

よって散乱断面積 (4.4.6) は，

$$\sigma = \int_{x_{1min}}^{x_{1max}} dx_1 \int_{x_{2min}}^{x_{2max}} dx_2 \frac{\pi^2 s}{4} \frac{1}{(2\pi)^5 \lambda^{\frac{1}{2}}(s, m_\chi^2, m_\chi^2)} \frac{1}{4} \left|\mathcal{M}_{At} + \mathcal{M}_{Au} + \mathcal{M}_{Bt} + \mathcal{M}_{Bu} + \mathcal{M}_{Ct} + \mathcal{M}_{Cu}\right|^2 \tag{4.4.15}$$

となる．ここで $\frac{\pi^2 s}{4} \frac{1}{(2\pi)^5 \lambda^{\frac{1}{2}}(s, m_\chi^2, m_\chi^2)}$ を計算することで現れるニュートラリーノの相対速度 $v_{\rm rel}$ を左辺へ移行し，$lW\nu = lW\bar{\nu}$ と $lW\nu = \bar{l}W\nu$ の両方の寄与を含めたことによる因子 2 を考慮すると，過程 (4.4.1) に対する散乱断面積が

$$\sigma v_{\rm rel} = \frac{1}{32\pi^3} \int_{x_{1min}}^{x_{1max}} dx_1 \int_{x_{2min}}^{x_{2max}} dx_2 \frac{1}{4} \left|\mathcal{M}_{At} + \mathcal{M}_{Au} + \mathcal{M}_{Bt} + \mathcal{M}_{Bu} + \mathcal{M}_{Ct} + \mathcal{M}_{Cu}\right|^2 \tag{4.4.16}$$

と求められる．

ここで，不変振幅を以下のように分類する．

[10] ただしこの積分範囲は初めに W ボソンについて積分し，次に l について，最後に ν について積分した場合の積分範囲である．他の順序で積分を実行する場合は，同様の手順を通して求められるため省略した．

$$
\begin{aligned}
M_{AA} &= \sum_{\text{spins}} \left|\mathcal{M}_{At} + \mathcal{M}_{Au}\right|^2, \\
M_{BB} &= \sum_{\text{spins}} \left|\mathcal{M}_{Bt} + \mathcal{M}_{Bu}\right|^2, \\
M_{CC} &= \sum_{\text{spins}} \left|\mathcal{M}_{Ct} + \mathcal{M}_{Cu}\right|^2, \\
M_{AB} &= \sum_{\text{spins}} (M_{At}M_{Bt}^* + M_{At}M_{Bu}^* + M_{Au}M_{Bt}^* + M_{Au}M_{Bu}^* + \text{h.c.}), \\
M_{BC} &= \sum_{\text{spins}} (M_{Bt}M_{Ct}^* + M_{Bt}M_{Cu}^* + M_{Bu}M_{Ct}^* + M_{Bu}M_{Cu}^* + \text{h.c.}), \\
M_{AC} &= \sum_{\text{spins}} (M_{At}M_{Ct}^* + M_{At}M_{Cu}^* + M_{Au}M_{Ct}^* + M_{Au}M_{Cu}^* + \text{h.c.})
\end{aligned}
\tag{4.4.17}
$$

$M_{AA}, M_{BB}, M_{CC}, M_{AB}, M_{BC}, M_{AC}$ は以下のようになる.

$$
\begin{aligned}
M_{AA} &= \frac{8g_2^2 m_\chi^4}{(q_1^2)^2 m_W^2} D_{At}^2 C_{X\nu}^4 F_2^2 F_3, \\
M_{BB} &= \sum_{I=1,2} \sum_{J=1,2} \frac{8g_2^2 m_\chi^4}{(q_2^2)^2 m_W^2} D_{BtI} D_{BtJ} \left(C_{XeI}^2 C_{XeJ}^2 F_1^2 F_3 + C_{WeI} C_{XeI} C_{WeJ} C_{XeJ} F_4 \right), \\
M_{CC} &= \sum_{I=1,2} \sum_{J=1,2} \frac{g_2^2 m_\chi^2}{m_W^2} D_{At}^2 D_{BtI} D_{BtJ} C_{ClI} C_{ClJ} C_{X\nu}^2 F_7 (C_{WeI} C_{WeJ} F_5 - C_{XeI} C_{XeJ} F_6), \\
M_{AB} &= -\sum_{I=1,2} \frac{16 g_2^2 m_\chi^4}{q_1^2 q_2^2 m_W^2} D_{At} D_{BtI} C_{X\nu}^2 C_{XeI}^2 F_1 F_2 F_3, \\
M_{BC} &= \sum_{I=1,2} \frac{8g_2^2 m_\chi^4}{q_2^2 m_W^2} C_{X\nu} D_{At} C_{ClI} D_{BtI} D_{BtJ} \left(2C_{XeI} C_{XeJ}^2 m_\chi^2 F_1 (F_1 - F_2) + C_{WeI} C_{WeJ} C_{XeJ} F_5 F_8 \right), \\
M_{AC} &= \sum_{I=1,2} \frac{16 g_2^2 m_\chi^6}{q_1^2 m_W^2} D_{At}^2 C_{ClI} D_{BtI} C_{XeI} C_{X\nu}^2 F_2 (F_1 - F_2) F_6
\end{aligned}
\tag{4.4.18}
$$

ここで,

$$
\begin{aligned}
F_i &= x_i - 1, \quad (i = 1, 2), \\
F_3 &= m_W^4 + 8m_\chi^4 F_1 F_2 + 2m_W^2 m_\chi^2 (2F_1 + 2F_2 + 1), \\
F_4 &= 8F_1^2 m_\chi^4 (1 + F_1 + F_2) + 2m_W^2 m_\chi^2 F_1 (F_1 + 2F_2) - m_W^4, \\
F_5 &= m_W^2 + 4(1 + F_1 + F_2) m_\chi^2, \\
F_6 &= m_W^2 - 4F_1 F_2 m_\chi^2, \\
F_7 &= m_W^4 + 4(1 + F_1 + F_2) m_W^2 m_\chi^2 + 4(F_1 - F_2)^2 m_\chi^4, \\
F_8 &= (1 + F_1) m_W^2 + 2F_1 (F_1 - F_2) m_\chi^2
\end{aligned}
\tag{4.4.19}
$$

である．

散乱断面積の解析的な表示解は，非常に複雑かつ長いため省略した．

4.5　ニュートリノスペクトル

本研究ではニュートリノを用いた間接検出実験との比較を行うため，$\chi\chi$ 対消滅によるニュートリノスペクトルを解析した．具体的には，電弱制動放射過程 $\chi\chi \to lW\nu$ より得られる一次的及び二次的ニュートリノスペクトルと二体終状態過程 $\chi\chi \to X\overline{X}$ より得られる二次的ニュートリノスペクトルを解析した．

PYTHIA

まず，不安定粒子の崩壊によって生じる様々な粒子のスペクトルを解析するために用いた PYTHIA について述べる [63]．4.4 節においてニュートラリーノ対消滅における散乱断面積 σv_{rel} を解析しているため，電弱制動放射過程 $\chi\chi \to lW\nu$ より直接得られる一次的ニュートリノスペクトル $d\sigma v_{\mathrm{rel}}/dx_2$ は既に解析していることになる．しかし電弱制動放射過程 $\chi\chi \to lW\nu$ 及び二体終状態過程 $\chi\chi \to X\overline{X}$ に含まれる不安定粒子 τ, W, t, b の崩壊を考慮することで得られる二次的なニュートリノスペクトルを計算するには，不安定粒子が崩壊する過程を評価する必要がある．本研究では，この不安定粒子が崩壊によって得られるニュートリノスペクトル dN_ν/dE_ν を求めるために，PYTHIA というプログラムを用いた．PYTHIA とは，不安定粒子の崩壊によって生成される粒子スペクトルをモンテカルロ計算により求める fortran プログラムである．

本研究では PYTHIA を用いることで，静止したタウレプトン τ，W ボソン，トップクォーク t，ボトムクォーク b が崩壊して得られるニュートリノスペクトルを評価した．本解析では，静止した τ レプトンなどを一万回崩壊させることで得られるニュートリノのエネルギー分布の離散的なデータを PYTHIA から出力し，それを滑らかに繋ぐ近似関数 $dN_{\nu\ \mathrm{from}\ \tau}/dE_\nu$ を作成した．

PYTHIA によって作成された不安定粒子の崩壊によるニュートリノスペクトル dN_ν/dE_ν を用いることにより，不安定粒子の崩壊による二次的ニュートリノスペクトル $\frac{d\sigma v}{dE_\nu}$ を評価することができる．電弱制動放射過程 $\chi\chi \to lW\nu$ に含まれる不安定粒子 τ, W より得られる二次的ニュートリノスペクトル $\frac{d\sigma v}{dE_\nu}$ は以下のように与えられる．

$$\frac{d\sigma v}{dE_\nu} = \int_{x_{imin}}^{x_{imax}} \frac{dx_i}{\sqrt{x_i^2 - 1}} \frac{d(\sigma v_{\mathrm{rel}})}{dx_i} \int_{E'_{min(x_i,E_\nu)}}^{E'_{max(x_i,E_\nu)}} \frac{dE'_\nu}{E'_\nu} \frac{dN_\nu}{dE'_\nu} (i = 1, 3) \tag{4.5.1}$$

ここで $i = 1, 3$ はそれぞれ τ, W に対応している．また $d(\sigma v_{\mathrm{rel}})/dx_i (i = 1, 3)$ は電弱制動放射過程 $\chi\chi \to lW\nu$ に含まれる τ, W のスペクトルをそれぞれ表している．dN_ν/dE'_ν は PYTHIA で作成した静止している不安定粒子の崩壊によるニュートリノスペクトルである．ここで電弱制動放射過程 $\chi\chi \to lW\nu$ の終状態に含まれる不安定粒子は静止していないため，ローレンツ変換によって運動している粒子へ変換している．また二体終状態 $X\overline{X}$ に対する二次的ニュートリノスペク

トルについても，式（4.5.1）によって評価することが出来る．

トップクォーク対生成過程 $\chi\chi \to t\bar{t}$ と電弱制動放射過程 $\chi\chi \to tWb$ の関係性

ここでは，トップクォーク対生成過程 $\chi\chi \to t\bar{t}$ と電弱制動放射過程 $\chi\chi \to tWb$ の関係性を考察した．

トップクォークよりも重いニュートラリーノ ($m_\chi \geq m_t$) の場合，

$$\chi\chi \to t\bar{t} \tag{4.5.2}$$

という過程が起こり得る．ここで，トップクォーク対生成過程 $\chi\chi \to t\bar{t}$ に含まれるトップクォーク一個が崩壊することを考慮する．この際，W ボソンはトップクォークよりも軽いため，トップクォーク崩壊過程 $t \to Wb$ が起きることになる．よって，トップクォーク対生成過程 $\chi\chi \to t\bar{t}$ は次のようになる．

$$\chi\chi \to \bar{t}W^+b + \mathrm{h.c.} \tag{4.5.3}$$

即ち，電弱制動放射過程 $\chi\chi \to tWb$ はトップクォーク対生成過程 $\chi\chi \to t\bar{t}$ に含まれるため，両者は等価な過程とわかる．本研究では，狭い崩壊幅の場合の近似 (Narrow Width Approximation)

$$\frac{1}{((p_1+p_3)^2 - m_t^2)^2 + \Gamma_t^2 m_t^2} \approx \frac{\pi}{\Gamma_t m_t}\delta((p_1+p_3)^2 - m_t^2) \tag{4.5.4}$$

を用いることにより，この等価性を解析的に示した [44][11]．ここで Γ_t はトップクォークの崩壊幅である [64]．そのため，電弱制動放射 tWb の数値解析は行わず，トップクォーク対生成 $t\bar{t}$ について数値解析を行った．

またトップクォークよりも軽いニュートラリーノ ($m_\chi \leq m_t$) の場合，トップクォーク対生成 $t\bar{t}$ が起きないことが分かる．これに対し，始状態の質量よりも終状態の総質量が軽い ($m_t + m_W \leq 2m_\chi < m_t$) 場合，電弱制動放射過程 $\chi\chi \to tWb$

$$\chi\chi \to \bar{t}W^+b + \mathrm{h.c.} \tag{4.5.5}$$

は起こり得る．そのため，$m_t + m_W \leq 2m_\chi \leq 2m_t$ となる場合，電弱制動放射過程 $\chi\chi \to tWb$ の解析が重要となる [41]．

電弱制動放射過程 $\chi\chi \to lW\nu$ の場合を考える．W ボソンはレプトン l よりも重いため，

$$l \to W\nu \tag{4.5.6}$$

という過程は起こらない．よってトップクォーク対生成の場合とは異なり，電弱制動放射過程 $\chi\chi \to lW\nu$ はレプトン対生成過程 l^+l^- に含まれない．

[11] ただし本論文では具体的な手順は省略した

第5章　電弱制動放射の数値解析

この章では，二体終状態過程 $\chi\chi \to l\bar{l}, \nu\bar{\nu}, W^+W^-$ に比べて電弱制動放射過程 $\chi\chi \to lW\nu$ の散乱断面積 $\sigma v_{\rm rel}$ が重要となるパラメータ領域の探索の数値解析結果について述べる．また，その領域におけるニュートリノスペクトル $d(\sigma v)/dE_\nu$ の解析結果を述べる．

5.1　パラメータ

本研究では 3.5 節の粒子質量に対する制限及び暗黒物質残留密度の観測値を満たした上で，電弱静電放射の効果が重要となる領域を探索した [44].

3.5 節で説明したが LHC の制限 [61] を満たすため，本研究ではスクォークは非常に重いがスレプトンは比較的軽い状況を考える．以下に本研究で評価を行ったパラメータ領域について述べる．

- パラメータセット 1

  固定したパラメータは，$\tan\beta = 2$, $m_A = 2$TeV, $A_q = A_l = 0 (q \neq t)$, $m_{\tilde{q}} = 14$TeV, $m_{\tilde{e}} = m_{\tilde{\mu}} = 240$GeV, $m_{\tilde{\tau}_L} = m_{\tilde{\tau}_R} = 240$GeV である．ここで $\tan\beta$ は式 (3.3.8) で定義されたものある．m_A は中性擬スカラーヒッグスの質量，A_q, A_l は超対称性のソフトな破れの質量パラメータであり，A_t についてはヒッグス質量 126 GeV とするために常に変動させている．$m_{\tilde{q}}$ はスクォーク質量，$m_{\tilde{e}}, m_{\tilde{\mu}}$ はスエレクトロン，スミューオンの質量とし，左巻き・右巻きの質量を同じにとっている．$m_{\tilde{\tau}_L}, m_{\tilde{\tau}_R}$ はそれぞれ左巻きスタウ，右巻きスタウの質量である．

  変動させたパラメータは μ, M_2 であり，それぞれ

  $$\begin{aligned} 500\text{GeV} \leq &\mu \leq 3000 \text{ GeV}, \\ 260\text{GeV} \leq &M_2 \leq 460 \text{ GeV} \end{aligned} \tag{5.1.1}$$

  と変動させた.

- パラメータセット 2

  固定したパラメータは，$\tan\beta = 2$, $m_A = 2$TeV, $A_q = A_l = 0 (q \neq t)$, $m_{\tilde{q}} = 14$ TeV, $m_{\tilde{e}} = m_{\tilde{\mu}} = 240$GeV, $m_{\tilde{\tau}_L} = 240$GeV, $m_{\tilde{\tau}_R} = 480$GeV である.（セット 1 と比べて $m_{\tilde{\tau}_R}$ が大きい）

  変動させたパラメータは μ, M_2 であり，パラメータセット 1 と同様の範囲で変動させている.

- パラメータセット 3

  固定したパラメータは，$\tan\beta = 2$, $m_A = 2\text{TeV}$, $A_q = A_l = 0 (q \neq t)$, $m_{\tilde{q}} = 14\text{TeV}$, $m_{\tilde{e}} = m_{\tilde{\mu}} = 240\text{GeV}$, $m_{\tilde{\tau}_L} = m_{\tilde{\tau}_R} = 480\text{GeV}$ である．（セット 1 と比べて $m_{\tilde{\tau}_{L,R}}$ が大きい）

  変動させたパラメータは μ, M_2 であり，パラメータセット 1 と同様の範囲で変動させている．

- パラメータセット 4

  固定したパラメータは，$\tan\beta = 10$, $m_A = 2\text{TeV}$, $A_q = A_l = 0 (q \neq t, b)$, $m_{\tilde{q}} = 12\text{TeV}$, $m_{\tilde{e}} = m_{\tilde{\mu}} = 240\text{GeV}$, $m_{\tilde{\tau}_L} = m_{\tilde{\tau}_R} = 2\text{TeV}$ である．（$\tan\beta$ が大きい場合の例）

  変動させたパラメータは μ, M_2 であり，パラメータセット 1 と同様の範囲で変動させている．

上記の 4 つのパラメータに共通する最も重要な特徴としては，スクォーク質量 $m_{\tilde{q}} (\gtrsim 10\ \text{TeV})$ を非常に重くしてあることと，電弱スケール ($\lesssim 1\text{TeV}$) に設定した軽いスレプトン質量 $m_{\tilde{l}}$ である．軽いスクォーク質量は LHC によって禁止されているが，本研究で設定したスクォーク質量は $m_{\tilde{q}} \gtrsim 10\ \text{TeV}$ ととっているため，LHC による制限を満たしている．またスレプトン質量 $m_{\tilde{l}}$ に関しては強い制限が得られておらず，電弱スケールの質量をとることができた．

5.2 二体終状態過程と電弱制動放射過程の散乱断面積の比較

この節では，MSSM の下で二体終状態 $X\bar{X}$ と電弱制動放射 $lW\nu$ の散乱断面積を数値的に評価し，その比較を行う.

1. パラメータセット 1 の場合

   パラメータセット 1 の場合において，まず μ = 1 TeV に固定した．その下でニュートラリーノ質量 ($\approx M_2/2$) を変動パラメータとした場合の電弱制動放射 $lW\nu$ と二体終状態 $f\bar{f}$, W^+W^- との比較結果を図 5.1 に示す.

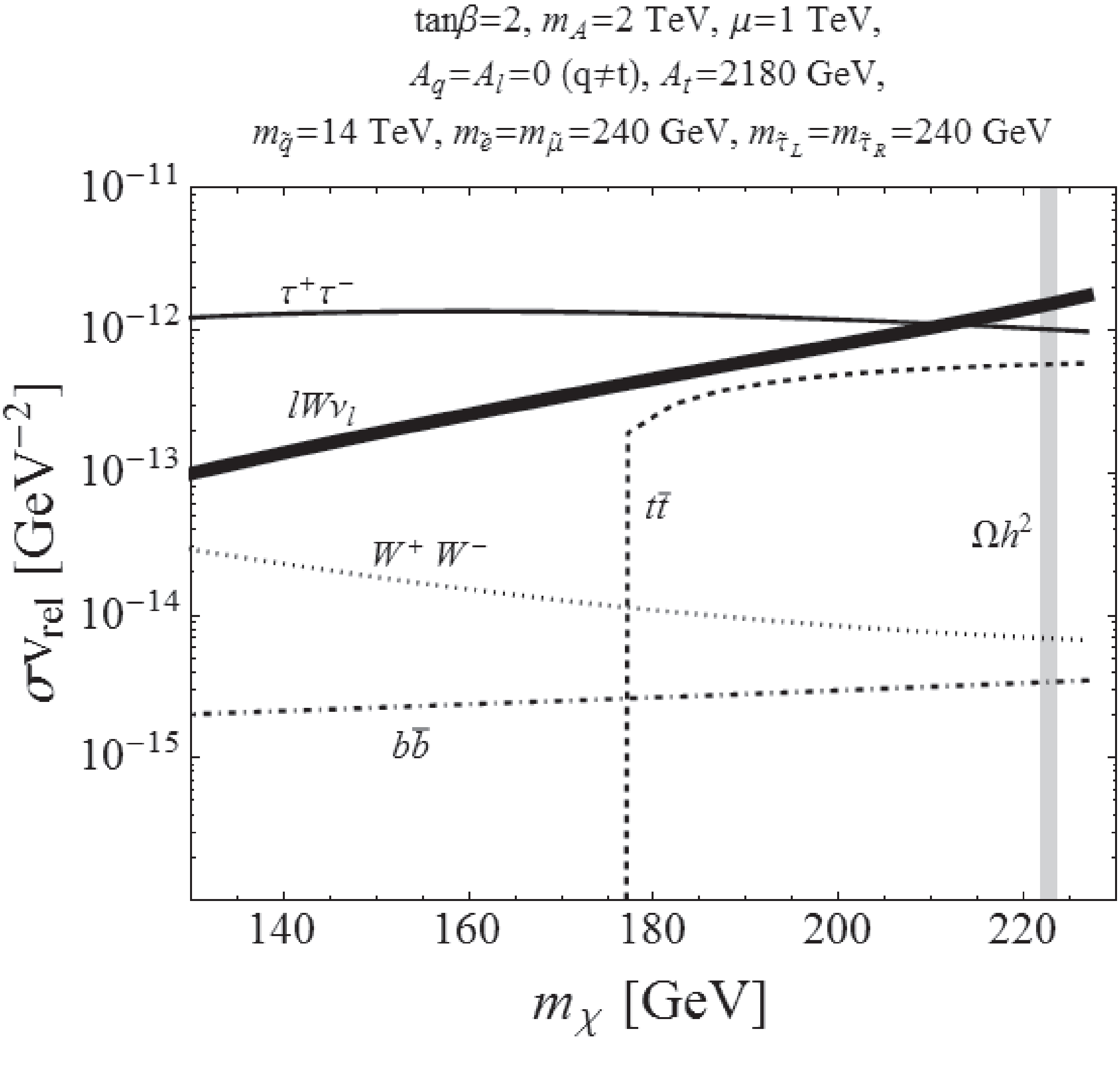

図 5.1: 非相対論的なニュートラリーノ対消滅の散乱断面積と相対速度の積 $\sigma v_{\rm rel}$ のニュートラリーノ質量 m_χ 依存性．ただし太実線は電弱制動放射過程 $\chi\chi \to lW\nu(eW\nu_e + \mu W\nu_\mu + \tau W\nu_\tau)$, 実線は二体終状態 $\tau^+\tau^-$，破線は二体終状態 $t\bar{t}$，点破線は二体終状態 $b\bar{b}$，二体終状態 W^+W^- を表す．図右側にある灰色の領域は，残留密度の観測結果 $0.11 < \Omega_\chi h^2 < 0.13$ を満たす領域である.

図 5.1 は，縦軸が散乱断面積にニュートラリーノの相対速度をかけた σv の対数表示であり，横軸がニュートラリーノ質量を表している．以降では，散乱断面積にニュートラリー

ノの相対速度をかけたσvのことを散乱断面積と省略して呼ぶこととする．

太実線は電弱制動放射過程$\chi\chi \to lW\nu$の寄与を表している．ここで$lW\nu$は３つの終状態$eW\nu_e,\mu W\nu_\mu,\tau W\nu_\tau$の総和となっている[1]．また数値解析の結果によると電弱制動放射$eW\nu_e$,$\mu W\nu_\mu$の散乱断面積は，$(\sigma v)_{eW\nu_e} = (\sigma v)_{\mu W\nu_\mu}$の関係を満たしている．その理由としては，電子$e$とミューオン$\mu$の質量が0となる極限を取っていることで，スレプトン質量行列の構造が全く同じになるためである．式(3.4)〜(3.4.12)から分かるように，この極限はスエレクトロンおよびスミューオン質量行列におけるLR-混合が0である極限となっている．その極限を取った結果，電弱制動放射$eW\nu_e,\mu W\nu_\mu$に関わる相互作用が同一のものとなり，散乱断面積が同じ値を示すことになる．ただし電弱制動放射$\tau W\nu_\tau$に関しては，タウτの質量$m_\tau = 1.7\mathrm{GeV}$が無視できないため，スタウ質量行列におけるLR-混合の影響が出てくる．その結果，電弱制動放射$\tau W\nu_\tau$の断面積は$eW\nu_e,\mu W\nu_\mu$の断面積よりも大きくなり，ここでのパラメータの値に関しては

$$\sigma_{eW\nu_e}v = \sigma_{\mu W\nu_\mu}v \simeq 1.2 \times \sigma_{\tau W\nu_\tau}v \tag{5.2.1}$$

となっていることが分かった．３つの電弱制動放射過程のm_χ依存性は同様の性質を示しており，m_χが上昇するにつれ，断面積が上昇することが分かった．この振る舞いは簡単化された模型においてみられる傾向と一致している [31, 32]．

実線は二体終状態$\tau^+\tau^-$の寄与を表しており，このパラメータ領域においては二体終状態の中で最も主要な寄与となっている．e,μの質量が0となる極限を考えているために，$e^+e^-,\mu^+\mu^-$の散乱断面積はヘリシティ抑制によって0となってしまう．4.1節で述べたが，ニュートラリーノがビーノライクな場合，フェルミオンを対生成する二体終状態$f\bar{f}$は，t，u-チャネルの寄与が主要となっている．

レプトン対の過程と同様に，クォークを対生成する二体終状態$q\bar{q}$についても，第１，第２世代の寄与はヘリシティ抑制によって小さいため，第３世代のトップクォークtおよびボトムクォークb以外のクォーク質量を0とする極限をとったために，二体終状態$t\bar{t}, b\bar{b}$の散乱断面積のみを評価した．ここで破線が二体終状態$t\bar{t}$，点破線が二体終状態$b\bar{b}$を表す．二体終状態$t\bar{t}$が図の途中$(m_\chi = m_t)$より発生している理由は，

$$\chi\chi \to t\bar{t}$$

という質量核条件を満たした過程であるが故に，ニュートラリーノ質量$m_\chi \geq m_t$の領域でなければこの対消滅過程自体が起きないためである．ニュートラリーノがビーノライクな場合，二体終状態$f\bar{f}$については通常t，u-チャネルの寄与が主要となっていることを4.1節で述べたが，特にクォーク対生成$\chi\chi \to q\bar{q}$に関しては非常に重いスクォーク質量$m_{\tilde{q}}$によってt，u-チャネルが強く抑制され，s-チャネルの寄与が主要となっている．

最後に点線が二体終状態W^+W^-を表す．ニュートラリーノがビーノライクな領域では相互作用が小さく，フェルミオン対生成に比べWボソン対生成$\chi\chi \to W^+W^-$寄与が小さくなっている．この過程は，ヒッグシーノライク$\mu >> M_2/2$の領域において主要な寄与となっている[2]．

[1]ただし$lW\nu = \bar{l}W\nu + \mathrm{h.c.}$となっている

[2]純粋なビーノ$\tilde{B}$はWボソンと相互作用しないが，$\tilde{H}$は相互作用するためである．

図 5.1 中の灰色の領域は，残留密度の観測結果

$$0.11 < \Omega_\chi h^2 < 0.13 \tag{5.2.2}$$

を満たす領域となっている．残留密度の評価には，DarkSUSY[50] という暗黒物質の残留密度などを計算するプログラムを用いた．ただし DarkSUSY の計算においては，電弱制動放射による三体終状態の効果を考慮せずに，二体終状態の寄与のみで評価を行っている．これが正当化される理由としては，ニュートラリーノ χ がビーノライクな場合において残留密度の制限 (5.2.2) を満たすパラメータ領域では，対消滅ではなく 2.1 節で述べた共消滅が支配的になっているからである．このため，電弱制動放射の寄与は残留密度の評価には影響しないと考えた．

図 5.1 中の線の種類及び灰色の領域の定義は，以降の図 5.3，図 5.5，図 5.7 においても用いられる．

図 5.1 における二体終状態のみの大小に着目すると，m_χ の全領域で二体終状態 $\tau^+\tau^-$ の寄与がもっとも主要である．また二体終状態 $\tau^+\tau^-$ と電弱制動放射 $lW\nu$ の寄与を比較すると，$m_\chi \approx 210$ GeV において両者の大小関係が変化することが分かる．特に残留密度の観測結果を満たしている $m_\chi \approx 222$GeV の領域をみると，電弱制動放射 $lW\nu$ が最も主要となっている．即ち，観測実験の制限を満たしながら電弱制動放射の効果が重要となるパラメータ領域が存在することが分かった．

以上の数値計算の結果を大雑把な見積もりと比較してみる．電弱制動放射の効果を，粗い近似を用い解析的に予想すると，

$$\sigma_{3body} v \approx 100 \times \sigma_{2body} v \tag{5.2.3}$$

であることが分かる．しかし実際に数値計算した結果は約 2 倍程度の効果しか得られなかった．この原因を解析したところ，図4.4 における $\mathcal{M}_A = \mathcal{M}_{At} + \mathcal{M}_{Au}$ と $\mathcal{M}_B = \mathcal{M}_{Bt} + \mathcal{M}_{Bu}$，$\mathcal{M}_C = \mathcal{M}_{Ct} + \mathcal{M}_{Cu}$ の干渉項による相殺効果が非常に強く働き，予想よりも電弱制動放射の効果が大きくないことが分かった．この相殺効果は簡単化された模型を用いた先行研究においても確認されている [31, 32].

続いて，M_2 と μ を変動パラメータとした場合に，電弱制動放射 $lW\nu$ の散乱断面積と比

$$R = \sigma_{lW\nu}/\sigma_{2body} \tag{5.2.4}$$

を等高線で表示した結果を図 5.2 に示す.

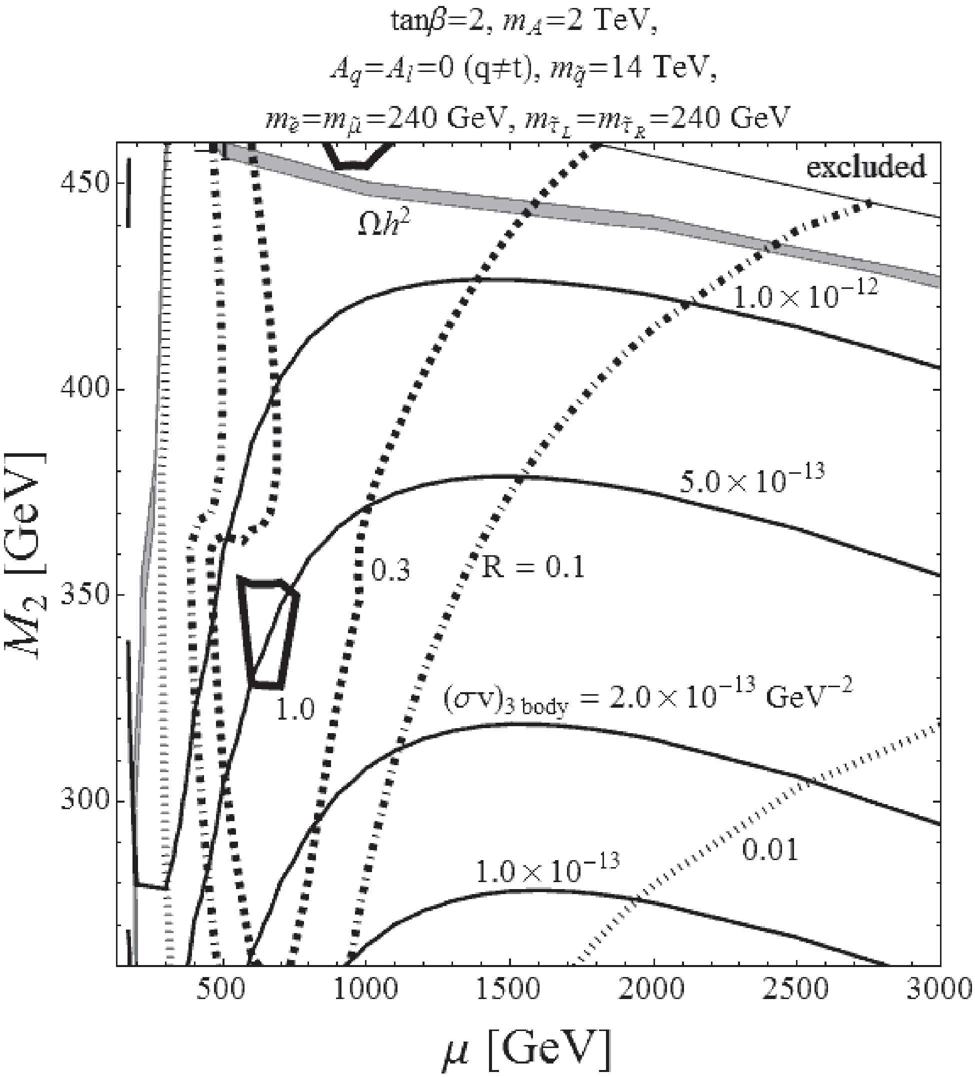

図 5.2: 電弱制動放射過程 $\chi\chi \to lW\nu$ の散乱断面積と比 $R = \sigma_{lW\nu}v/\sigma_{2body}v$ の等高線プロット．ただし細実線は電弱制動放射の $\sigma_{3body}v$ を表し，それぞれの等高線が示す値が上部に記入されている．太線は比 $R = \sigma_{lW\nu}v/\sigma_{2body}v$ であるが，R の値それぞれについて線の種類を変更してある．太実線は $R = 1$，破線は $R = 0.3$，点破線は $R = 0.1$，点線は $R = 0.01$ を表している．図右上部の「excluded」と書かれている領域はニュートラリーノが安定な粒子ではなくなってしまうために棄却される領域，灰色の領域は残留密度の観測結果を満たす領域である.

比 R における $\sigma_{2body}v$ は以下のように定義した.

$$\sigma_{2body}v = \sum_{f=t,b,\tau} \sigma_{f\bar{f}}v + \sigma_{WW}v \tag{5.2.5}$$

つまり図 5.1 において評価した全ての二体終状態の散乱断面積の和となっている．

図 5.2 において細実線で表される散乱断面積 $\sigma_{lW\nu}\nu$ の μ, M_2 依存性を見ると，μ による依存性はあまり大きくなく，M_2 による依存性が大きいことが分かった．また図 5.1 での挙動と同様に，$\sigma_{lW\nu}\nu$ は M_2 の上昇に伴い，増加することが分かる．ただし μ が小さい領域においては，$\sigma_{lW\nu}\nu$ の依存性が変化している．これはニュートラリーノに含まれるビーノとヒッグシーノの割合が変化するためである．μ が小さい領域では，ヒッグシーノの割合が上昇する（ヒッグシーノライクに近づく）ため，μ 依存性の方が強くなってくることが分かった．

続いて比 R に着目すると，$800\ \mathrm{GeV} < \mu < 1100\ \mathrm{GeV}$ の領域で $R \geq 0.3$ という結果が得られた．またその領域における R の最大値としては約 2 倍程度となっていることが分かった．つまりこの領域では電弱制動放射 $lW\nu$ の寄与を無視できないことが分かる．ただし上述した通り，電弱制動放射 $lW\nu$ の寄与は μ 依存性が小さくなっているため，$800\ \mathrm{GeV} < \mu < 1100\ \mathrm{GeV}$ の領域で $\sigma_{lW\nu}\nu$ が急に上昇しているわけではない．この領域で電弱制動放射の影響が無視できなくなった要因は，二体終状態 $\tau^+\tau^-$ に対する LR-混合の効果 $m_\tau(A_\tau - \mu\tan\beta)/(m^2_{\tilde{\tau}_L} - m^2_{\tilde{\tau}_R} + \delta); (\delta \sim -0.04 m_Z^2 \cos 2\beta)$ が小さくなったために，二体終状態 $\tau^+\tau^-$ の寄与が減少したことにある．

図右上部の”excluded”と書かれた領域に関しては，暗黒物質が電荷をもってしまうために棄却される領域である．具体的に述べると，この領域ではニュートラリーノよりもスレプトンの方が軽くなってしまうために，スレプトンが暗黒物質になってしまうことになる．よって暗黒物質が電荷をもってしまうために，この領域は棄却されることになる．

灰色の領域は残留密度の観測結果 (5.2.2) を満たす領域となっている．

また図 5.2 の全領域ではヒッグス質量が 126 GeV になるように A_t を常に変動させているため，A_t の値を記入していない．

ただし図 5.2 は $\mu > 0$ のみを描いた図であるが，$\mu < 0$ の場合についても数値解析は行った．ただし $\mu < 0$ の場合は，$\mu > 0$ と同様の結果であったため，本論文には載せていない[3]．

図 5.2 中の線の種類及び灰色の領域の定義は，以降の図 5.4，図 5.6，図 5.8 においても同様に用いられる．

[3] パラメータセット２・３・４についても同様である．

2. パラメータセット２の場合

パラメータセット２の場合において，まず μ = 1 TeV に固定した．その下でニュートラリーノ質量を変動パラメータとした場合の電弱制動放射 $lW\nu$ と二体終状態 $f\bar{f}$, W^+W^- との比較結果を図 5.3 に示す．

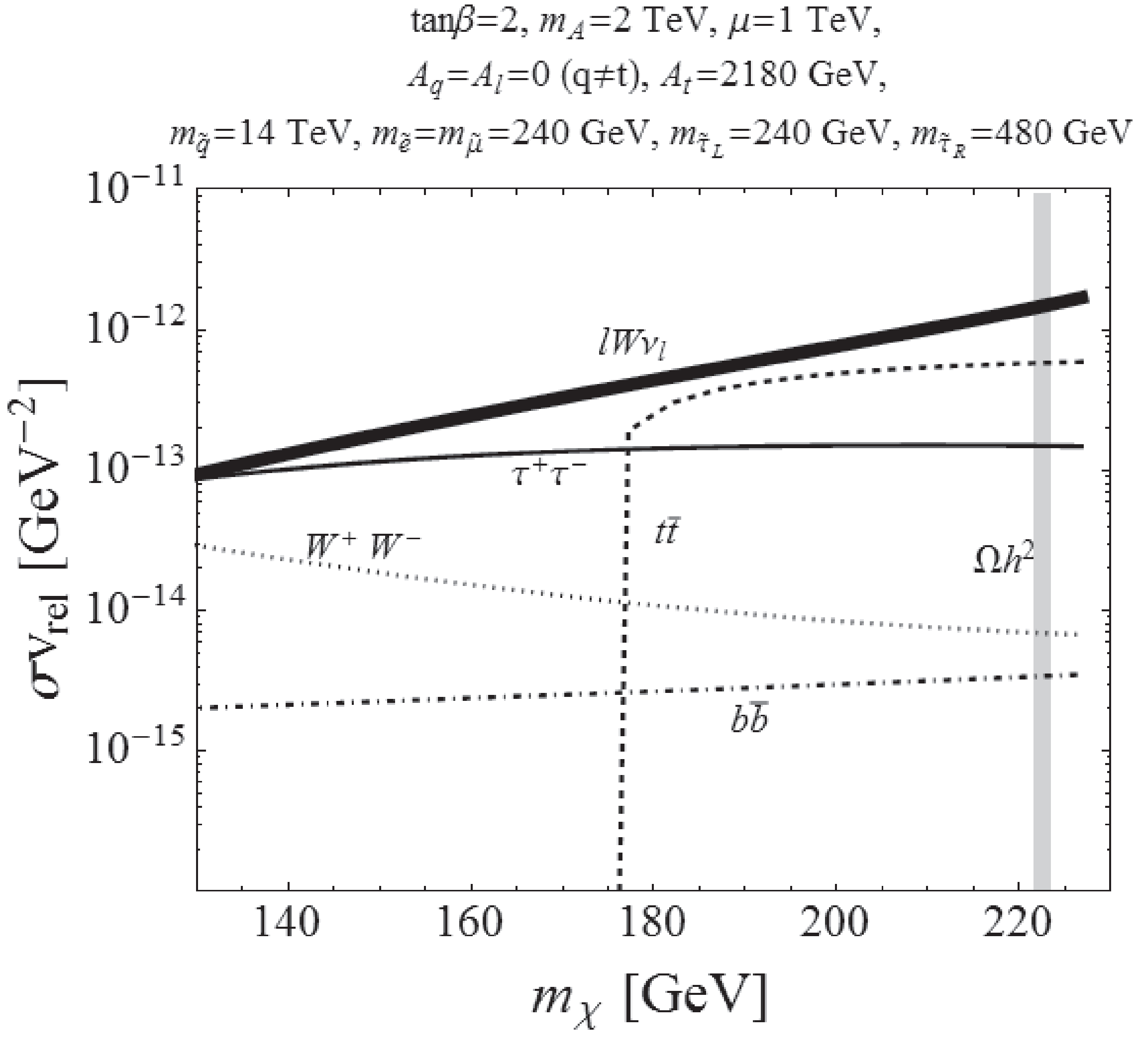

図 5.3: パラメータセット２に対するニュートラリーノ χ 対消滅の散乱断面積．各線の説明は図 5.1 と同じである．

電弱制動放射過程 $\chi\chi \to lW\nu$ の寄与に関しては，パラメータセット２では右巻きスタウ質量パラメータ $m_{\tilde{\tau}_R}$ をパラメータセット１の値の２倍にとったため，３つの終状態 $eW\nu_e$, $\mu W\nu_\mu$, $\tau W\nu_\tau$ のうち電弱制動放射 $\tau W\nu_\tau$ のみが変化している．具体的には，$m_{\tilde{\tau}_R}$ を変化させたことにより，電弱制動放射 $\tau W\nu_\tau$ に対する LR-混合の効果 $m_\tau(A_\tau - \mu\tan\beta)/(m^2_{\tilde{\tau}_L} - m^2_{\tilde{\tau}_R} + \delta)$ が小さくなってしまう．そのため電弱制動放射の内 $\tau W\nu_\tau$ の寄与のみが減少することにな

り，３つの終状態 $eW\nu_e, \mu W\nu_\mu, \tau W\nu_\tau$ の散乱断面積の大小関係は以下のようになる．

$$\sigma_{eW\nu_e}v = \sigma_{\mu W\nu_\mu}v > \sigma_{\tau W\nu_\tau}v \tag{5.2.6}$$

ここでパラメータセット 1 の場合では，式 (5.2.1) となっていた．よってパラメータセット２に対する $\sigma_{lW\nu}v$ は，パラメータセット 1 に比べ，少なく見積もっても約 2/3 倍程度に減少することになる．他の２つの終状態 $eW\nu_e, \mu W\nu_\mu$ に対する散乱断面積はパラメータセット 1 と同様であるため，パラメータセット 1 と同様の m_χ 依存性を示している．

二体終状態 $\tau^+\tau^-$ の寄与に関しては，パラメータセット 1 とは異なり，$m_\chi \geq m_t$ の領域では主要な寄与となっていない．この結果は，右巻きと左巻きのスタウ質量パラメータを異なる値にとったことで，スタウに対する LR-混合の効果を表す $m_\tau(A_\tau - \mu\tan\beta)/(m^2_{\tilde{\tau}_L} - m^2_{\tilde{\tau}_R} + \delta)$ が減少することにより，二体終状態 $\tau^+\tau^-$ の寄与が小さくなるためである．またスタウ質量のみを変更したため，二体終状態 $\tau^+\tau^-$ 以外の二体終状態はパラメータセット 1 と同じ値となっている．よってパラメータセット 1 とは異なり，二体終状態 $\tau^+\tau^-$ が抑制されたために，$m_\chi \geq m_t$ の領域では二体終状態 $t\bar{t}$ が最も主要な寄与となっていることが分かる．

図 5.3 において二体終状態過程と電弱制動放射過程を比較すると，m_χ の全ての領域において電弱制動放射 $lW\nu$ の寄与が最も主要となることが分かった．この要因は，右巻きスタウ質量パラメータ $m_{\tilde{\tau}_R}$ を 480GeV と取ったことにより，二体終状態 $\tau^+\tau^-$ の寄与が強く抑制されたの対して，電弱制動放射 $lW\nu$ の寄与は僅かしか減少しないことである．

続いて，M_2 と μ を変動パラメータとした場合における電弱制動放射 $lW\nu$ の散乱断面積と比 R を等高線で表示した結果を図 5.4 に示す.

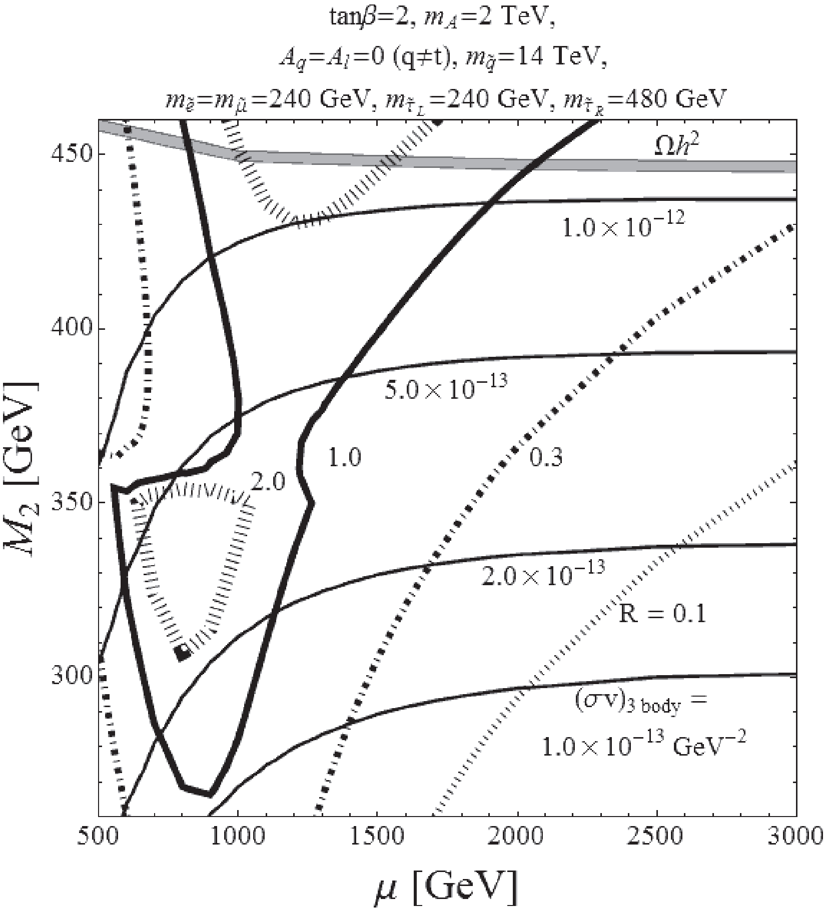

図 5.4: パラメータセット 2 に対する電弱制動放射過程 $\chi\chi \rightarrow lW\nu$ の散乱断面積と比 $R = \sigma_{lW\nu}v/\sigma_{2body}v$ の等高線プロット．図の各線は図 5.2 と同様であるが，太点線は $R = 2.0$ を表している．

パラメータセット 1 での結果と異なり，全体的に比の値が上昇している．これは図 5.3 での解析と同様に，右巻きスタウ質量 $m_{\tilde{\tau}_R}$ と左巻きスタウ質量 $m_{\tilde{\tau}_L}$ の値を異なる値にとったことで二体終状態 $\tau^+\tau^-$ に対する LR-混合の効果が失われているためである．そのため全領域で二体終状態 $\tau^+\tau^-$ の寄与が減少することになる．また電弱制動放射 $lW\nu$ に関しても，$\tau W\nu$ の寄与に対する LR-混合の効果が失われることになるが、電弱制動放射 $lW\nu$ に含まれる他の２つの終状態には変化がないため，二体に比べ減少幅が小さくなっている．この２つの要因により，比 R が全領域で上昇することが分かった．

図 5.4 において，散乱断面積 $\sigma_{lW\nu}v$ の μ, M_2 依存性は図 5.2 と同様，M_2 依存性が強く，μ 依存性が小さいことが分かった．ただし μ が小さい領域の性質は，図 5.2 とは少し異なっている．この現象は，電弱制動放射の内 $\tau W\nu$ のみが減少することにより，μ 依存性が変化したことを示している．

続いて比 R に着目すると，600 GeV $< \mu <$ 1400 GeV の領域で $R \geq 1.0$ となっていることが分かり，R の最大値は約 6 程度となっている

3. パラメータセット３の場合

パラメータセット３の場合において，まず $\mu = 1$ TeV に固定した．その下でニュートラリーノ質量を変動パラメータとした場合の電弱制動放射 $lW\nu$ と二体終状態 $f\bar{f}$, W^+W^- との比較結果を図 5.5 に示す.

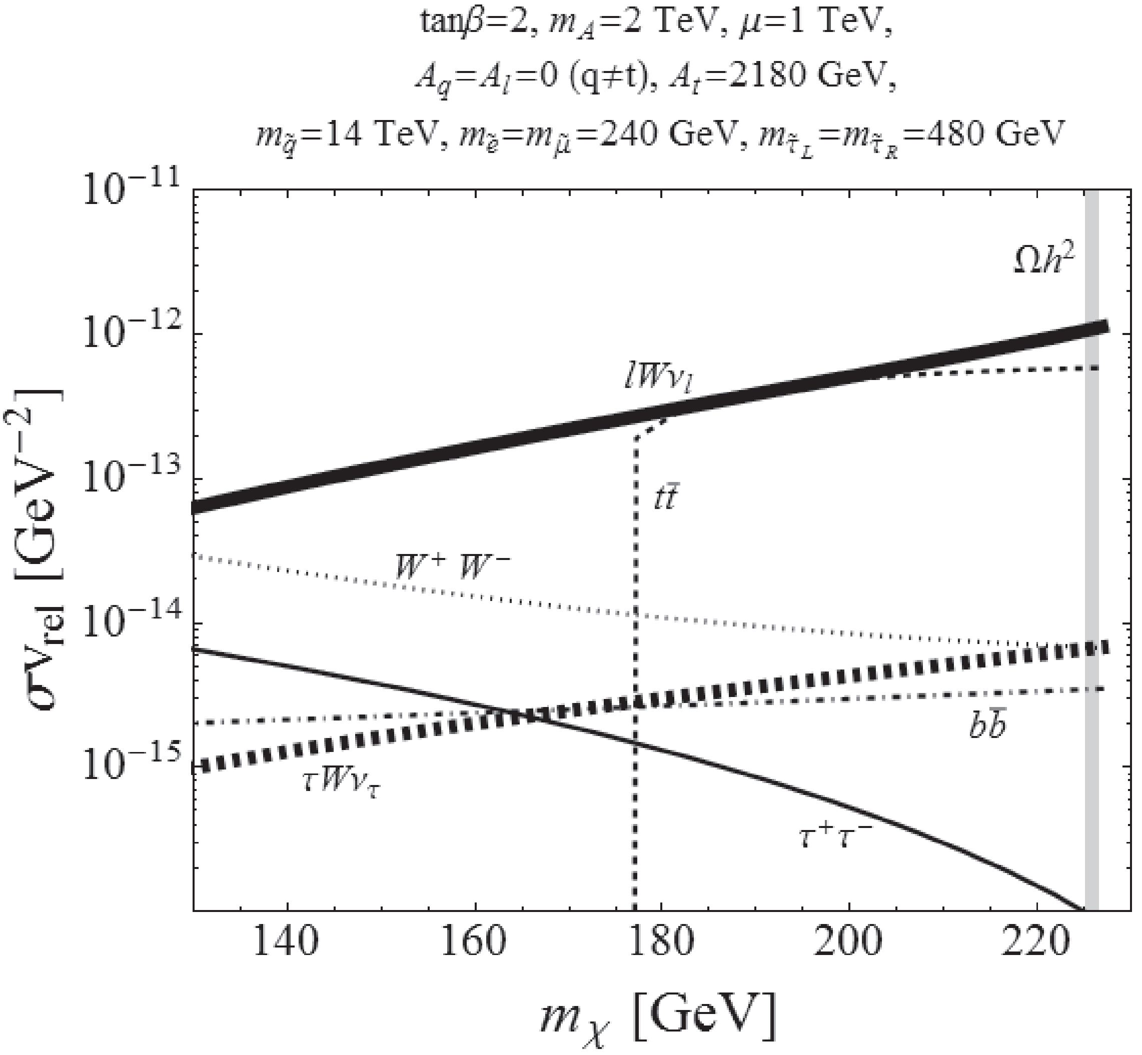

図 5.5: パラメータセット３に対するニュートラリーノ χ 対消滅の散乱断面積．ただし太破線は電弱制動放射過程 $\chi\chi \to \tau W \nu_\tau$ で，その他の線の説明は図 5.1 と同じである．

まず電弱制動放射過程 $\chi\chi \to lW\nu$ の寄与に着目すると，ここでは右巻き及び左巻きスタウ質量パラメータ $m_{\tilde{\tau}_R}$, $m_{\tilde{\tau}_L}$ をパラメータセット１の値の２倍にとったため，３つの終状態 $eW\nu_e, \mu W\nu_\mu, \tau W\nu_\tau$ のうち $\tau W\nu_\tau$(太破線) のみが強く抑制される．ここでスレプトンの質量 $M_{\tilde{l}}$ に対して $m_\chi^2 \ll M_{\tilde{l}}^2$ である場合，電弱制動放射 $\tau W\nu_\tau$ の不変振幅 (4.4.3) より，近似的に $\mathcal{M}_A \propto 1/M_{\tilde{l}}^2$, $\mathcal{M}_B \propto 1/M_{\tilde{l}}^2$, $\mathcal{M}_C \propto 1/M_{\tilde{l}}^4$ となることがわかる[4]．そのため $\tau W\nu_\tau$ の散乱断面積は $M_{\tilde{\tau}}^4$ に反比例するように思われるが，実際の解析によると不変振幅 $\mathcal{M}_A$ と $\mathcal{M}_B$ の間の

[4] ここでは $\mathcal{M}_A = \mathcal{M}_{At} + \mathcal{M}_{Au}$ などと表した.

相殺効果のために，近似的に $\mathcal{M}_A + \mathcal{M}_B + \mathcal{M}_C \propto 1/M_{\tilde{l}}^4$ となり，$\tau W \nu_\tau$ の断面積は $M_{\tilde{\tau}}^8$ に反比例することがわかる．このためスタウ質量を重く取ると，散乱断面積が抑制されてしまうことが分かる．よって３つの終状態 $eW\nu_e, \mu W\nu_\mu, \tau W\nu_\tau$ の散乱断面積の大小関係は以下のように変化することになる．

$$\sigma_{eW\nu_e}v = \sigma_{\mu W\nu_\mu}v \gg \sigma_{\tau W\nu_\tau}v \tag{5.2.7}$$

この結果によりパラメータセット３に対する $\sigma_{lW\nu}v$ は，パラメータセット１に比べ，2/3 倍程度に減少することになる．他の２つの終状態 $eW\nu_e, \mu W\nu_\mu$ に対する散乱断面積はパラメータセット１と同様であるため，パラメータセット１と同様の m_χ 依存性を示している．

タウレプトン対生成 $\tau^+\tau^-$ に関しては，パラメータセット１とは異なり，全領域で小さな寄与しか与えない．この結果は電弱制動放射と同様，スタウ質量が重くなることによってタウレプトン対生成 $\tau^+\tau^-$ の寄与が強く抑制されるためである[5]．$\tau^+\tau^-$ が強く抑制されたために，$m_\chi \geq m_t$ の領域ではトップ対生成 $t\bar{t}$ が最も主要な寄与となっている．

図 5.5 において二体終状態過程と電弱制動放射過程を比較すると，m_χ の全ての領域において電弱制動放射 $lW\nu$ の寄与が最も主要となり，パラメータセット３の領域においても電弱制動放射の効果が重要となる領域が存在することが分かった．

[5] 二体終状態の散乱断面積は $m_{\tilde{\tau}}^4$ に反比例している．二体終状態の散乱断面積の解析解については付録 B 参照のこと．

続いて，M_2 と μ を変動パラメータとした場合における電弱制動放射 $lW\nu$ の散乱断面積と比 R を等高線で表示した結果を図 5.6 に示す．

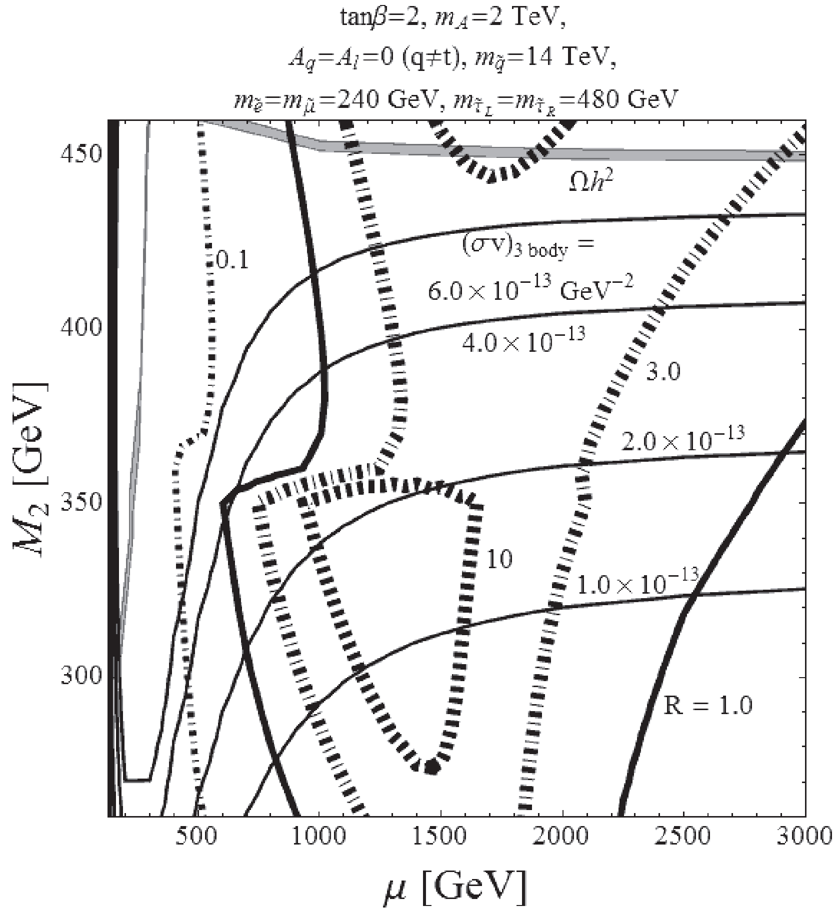

図 5.6: パラメータセット３に対する電弱制動放射過程 $\chi\chi \to lW\nu$ の散乱断面積と比 $R = \sigma_{lW\nu}v/\sigma_{2body}v$ の等高線プロット．極太点線は $R = 10$，極太点破線は $R = 3.0$，太実線は $R = 1$，太点破線は $R = 0.1$ を表しており，その他の各線は図 5.2 と同様である．

図より広い領域で $R \geq 1$ となっていることが分かる．これは図 5.5 での解析と同様に，右巻き及び左巻きスタウ質量パラメータ $m_{\tilde{\tau}_{R,\,L}}$ の値を 480GeV ととったことで，二体終状態 $\tau^+\tau^-$ が強く抑制されたことが原因である．また電弱制動放射 $lW\nu$ に関しても，$\tau W\nu$ の寄与が右巻き及び左巻きスタウ質量パラメータ $m_{\tilde{\tau}_{R,\,L}}$ によって抑制されることになるが、電弱制動放射 $lW\nu$ に含まれる $eW\nu_e, \mu W\nu_\mu$ には変化がないため，二体に比べ減少幅が小さくなっている．この２つの要因により，比 R が全領域で上昇することが分かった．

図 5.6 において，散乱断面積 $\sigma_{lW\nu}v$ の μ, M_2 依存性は図 5.2 と同様，M_2 依存性が強く，μ 依存性が小さいことが分かる．また μ が小さい領域の性質についても，図 5.2 と同様の性質を示している．

続いて比 R に着目すると，900 GeV $\lesssim \mu \lesssim$ 2200 GeV の領域で $R \gtrsim 1.0$ となっており，R の最大値は約 20 程度となっている[6]．

[6] このパラメータ領域における電弱制動放射を考慮したニュートリノスペクトルの影響は非常に大きくなることが推察できるため，評価していない．

4. パラメータセット 4 の場合

パラメータセット 4 の場合において，まず μ = 3 TeV に固定した．その下でニュートラリーノ質量を変動パラメータとした場合の電弱制動放射 $lW\nu$ と二体終状態 $f\bar{f}$, W^+W^- との比較結果を図 5.7 に示す．

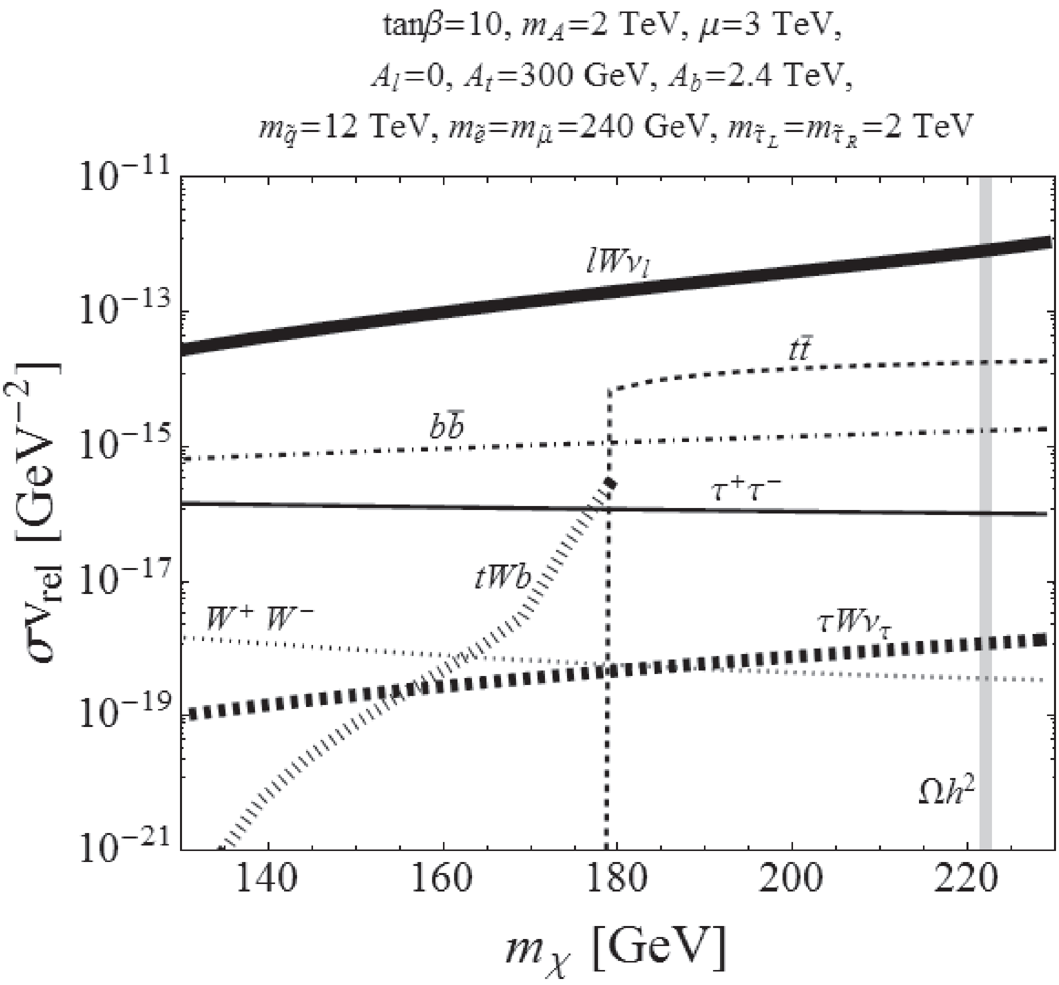

図 5.7: パラメータセット 4 に対するニュートラリーノ χ 対消滅の散乱断面積．ただし太破線は電弱制動放射過程 $\chi\chi \to \tau W\nu_\tau$，太点線は電弱制動放射過程 $\chi\chi \to tWb$ を表し，他の各線の説明は図 5.1 と同様である．

ここでは，パラメータセット 1 〜 3 とは $\tan\beta$ が異なっているため，それぞれの終状態の挙動及び大小関係が変化している．この変化は相互作用の強さを表す結合定数の変化に着目することで理解することができる[7]．$\tan\beta$ を 10 と大きくしたことで，ボトム b，タウ τ の湯川結合定数が大きくなるため，二体終状態 $b\bar{b}$ 及び $\tau^+\tau^-$ の寄与が主要となっている．ただし元々スボトムの質量パラメータ $m_{\tilde{b}}$ を非常に大きく取っているために，$b\bar{b}$ は強い抑制を受けている．そのため $\tan\beta$ の変化により上昇するが，図 5.7 の中で最も主要となってはいない．また二体終状態 $\tau^+\tau^-$ に関してはパラメータセット 1 〜 3 のような軽いスタウ質量パラメータ $m_{\tilde{\tau}}$ を取ってしまうと，$\tan\beta$ の増大に伴い，散乱断面積が非常に大きく

[7]それぞれの相互作用については，付録 A 参照のこと

なってしまう．そこでパラメータセット 4 においては重いスタウ質量 $m_{\tilde{\tau}}$ を取り，二体終状態 $\tau^+\tau^-$ の寄与を抑制している．そのためこのパラメータ領域においては，二体終状態 $\tau^+\tau^-$ の寄与は主要ではなくなっている．

二体終状態 $t\bar{t}$ に関しては $\tan\beta$ の増大に伴って，二体の中では最も主要な寄与になるが，電弱制動放射 $lW\nu$ に比べ小さい寄与となっている．またパラメータセット 4 には，太点線 tWb が追加されている．4.5 節において述べたが，$m_\chi \geq m_t$ の領域において、この終状態 tWb の寄与は二体終状態 $t\bar{t}$ と同じ値になるはずである[8]．また $m_\chi \leq m_t$ の領域については，質量核条件を満たしている二体終状態 $t\bar{t}$ の寄与は 0 であり，質量核条件を満たしていない電弱制動放射 tWb の寄与は 0 とならない．4.5 節の考察によると，$m_\chi = m_t$ において２つの寄与は一致するはずなのだが，図 5.7 ではそうなっていない．この現象は，電弱制動放射 tWb 及び二体終状態 $t\bar{t}$ の散乱過程に着目することが理解できる．本研究で評価した電弱制動放射 tWb は t，u-チャネルの寄与に対して電弱制動放射を考慮した散乱過程であるため，s-チャネルの寄与に対して電弱制動放射を考慮した散乱過程は含まれていない．これに対し，二体終状態 $t\bar{t}$ は s-チャネルが主要となっているため，図 5.7 においては２つの線が一致しないことが分かる．

電弱制動放射 $lW\nu$ に含まれる電弱制動放射 $\tau W\nu_\tau$ は重いスタウ質量 $m_{\tilde{\tau}}$ によって抑制されている．ただし残り２つの終状態 $eW\nu_e, \mu W\nu_\mu$ の散乱断面積の寄与によって，全領域のおいて電弱制動放射 $lW\nu$ が主要となっていることが分かった．

この結果より，$\tan\beta$ を大きく取った場合についても重いスタウ質量 $m_{\tilde{\tau}}$ を取ることで電弱制動放射の効果が重要となる領域を探索できる可能性があることが示唆された．本研究においては，$\tan\beta = 30$ の場合で電弱制動放射の効果が重要となる領域の探索を試みたが，現状重要となる領域を確認できていない[9]．

[8] ２つの終状態 $t\bar{t}$, tWb の総質量を比較すると，電弱制動放射 tWb の方が軽いため，4.5 節の考察より二体終状態 $t\bar{t}$ のトップクォークの崩壊を考慮した過程と電弱制動放射 tWb は同じ過程となることが分かる．

[9] $\tan\beta$ を大きく取った場合におけるパラメータ領域探索は，今後の課題として挙げられる．

続いて，M_2 と μ を変動パラメータとした場合における電弱制動放射 $lW\nu$ の散乱断面積と比 R を等高線で表示した結果を図 5.8 に示す．

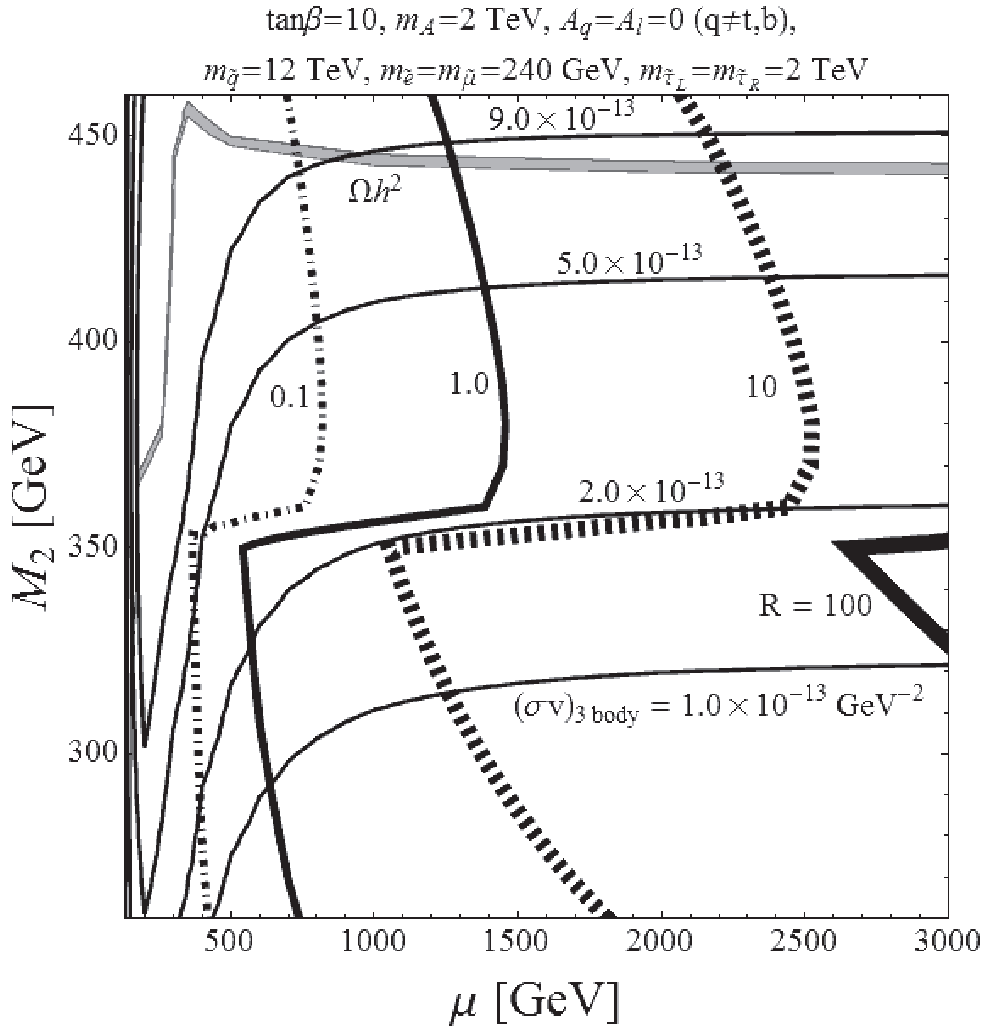

図 5.8: パラメータセット 4 に対する電弱制動放射過程 $\chi\chi \rightarrow lW\nu$ の散乱断面積と比 $R = \sigma_{lW\nu}v/\sigma_{2body}v$ の等高線プロット．極太実線は $R = 100$，極太点線は $R = 10$，極太点破線は $R = 3.0$ を表し，他の各線は図 5.2 と同様である．

図より広い領域で $R \gtrsim 1.0$ となり，$R \gtrsim 100$ と大きな領域も存在することが分かる．これは図 5.7 での解析と同様に，右巻き及び左巻きスタウ質量 $m_{\tilde{\tau}_{R,\,L}}$ の値を 2TeV ととったことで，二体終状態 $\tau^+\tau^-$ が強く抑制されたことが原因である．同時に $\tan\beta$ を 10 としたことにより，二体終状態 $t\bar{t}$ の寄与が減少したことも関係している．

図 5.8 においても，散乱断面積 $\sigma_{lW\nu}v$ の μ, M_2 依存性は図 5.2 と同様，M_2 依存性が強く，μ 依存性が小さいことが分かった．また μ が小さい領域の性質についても，図 5.2 と同様の性質を示している．

5.3　ニュートリノスペクトルの解析

この節では，非相対論的なニュートラリーノ χ 対消滅によって生成されるニュートリノ ν のエネルギースペクトルの数値解析の結果について説明する．

パラメータセット 1 の下で，$M_2 = 450\mathrm{GeV}$，$\mu = 1\mathrm{TeV}$ と固定した際の，ニュートリノスペクトルを図 5.9 に示す[10]．

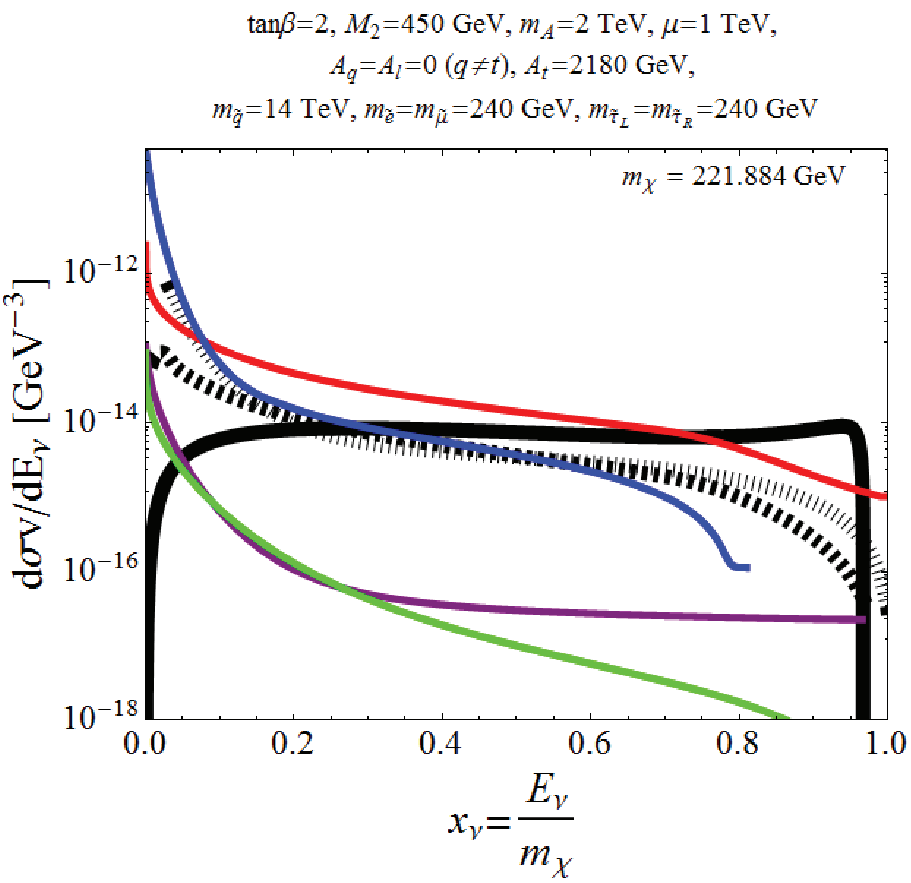

図 5.9: 非相対論的なニュートラリーノ χ 対消滅によって生成されるニュートリノスペクトル．ここでパラメータセット 1 において $M_2 = 450\mathrm{GeV}$，$\mu = 1\mathrm{TeV}$ と固定した．ただし黒実線が電弱制動放射 $lW\nu$ からの一次的ニュートリノ，黒破線が電弱制動放射 $lW\nu$ に含まれる τ からの二次的ニュートリノ，黒点線が電弱制動放射 $lW\nu$ に含まれる W からの二次的ニュートリノ，赤線が二体終状態 $\tau^+\tau^-$ からの二次的ニュートリノ，青線が二体終状態 $t\bar{t}$ からの二次的ニュートリノ，緑線が二体終状態 $b\bar{b}$ からの二次的ニュートリノ，紫線が二体終状態 W^+W^- からの二次的ニュートリノを表す．

横軸はニュートラリーノ質量で規格化されたニュートリノのエネルギー $x_\nu = E_\nu/m_\chi$，縦軸はそれぞれの終状態のニュートリノスペクトル $d\sigma v/dE_\nu$ の対数表示である．またこのパラメータでは残留密度の制限 (5.2.2) が満たされている．

[10]ただし本研究で評価したニュートリノスペクトルは真空中でのスペクトルなっている．

黒実線は電弱制動放射 $lW\nu$ に直接含まれている一次的なニュートリノスペクトルを表している．黒破線が $lW\nu$ に含まれる τ からの二次的ニュートリノ，黒点線が $lW\nu$ に含まれる W からの二次的ニュートリノを表している[11]．

赤線が二体終状態 $\tau^+\tau^-$ からの二次的ニュートリノ，青線が $t\bar{t}$ からの二次的ニュートリノ，緑線が $b\bar{b}$ からの二次的ニュートリノ，紫線が W^+W^- からの二次的ニュートリノを表している．このパラメータにおいて，ニュートラリーノ質量は 221.884GeV となっている．

二体終状態より得られる二次的ニュートリノスペクトルに着目すると，低エネルギー領域の方がスペクトルが大きく，ニュートリノのエネルギーの上昇に伴いスペクトルが減少することが分かる．同様に，電弱制動放射 $lW\nu$ より得られる二次的ニュートリノスペクトルに関しても，同様のエネルギー依存性を示している．この依存性は，不安定粒子の崩壊によって生成されるニュートリノが低エネルギーで多く放出され，高エネルギーになるにつれ減少するためである。これに対し，電弱制動放射 $lW\nu$ より得られる一次的ニュートリノスペクトルは，高エネルギー領域において主要となり，かつ強いピークを持っている．一般にニュートリノ検出実験においては，高エネルギーのニュートリノの方が反応率が大きいと期待される．過去のほとんど全ての研究では二体終状態のみで評価を行っているため，図における色つきの線の寄与のみでスペクトル解析を行っていることになる．これに対し，電弱制動放射 $lW\nu$ より得られる一次的ニュートリノスペクトルは，高エネルギー領域で主要かつピークを持っているため，二体終状態よりも検出される可能性が高いことになる．

この結果より，電弱制動放射 $lW\nu$ より得られるニュートリノスペクトルは，間接検出実験に対して多大な影響を与えると予想される．また，図 5.9 では $(\sigma v)_{3body} \approx 0.3(\sigma v)_{2body}$ であったため，散乱断面積の比較において二体 $\gtrsim$ 三体（電弱制動放射の効果）となる領域であっても，ニュートリノスペクトル解析における高エネルギー領域では電弱制動放射を考慮した三体終状態の影響が確認できるという可能性が示唆されたことになる．

[11] ミューオン μ の崩壊によって生じるニュートリノ ν の寄与は無視できる．

パラメータセット２の下で，M_2 = 450GeV，μ = 1TeV と固定した際の，ニュートリノスペクトルを図 5.10 に示す

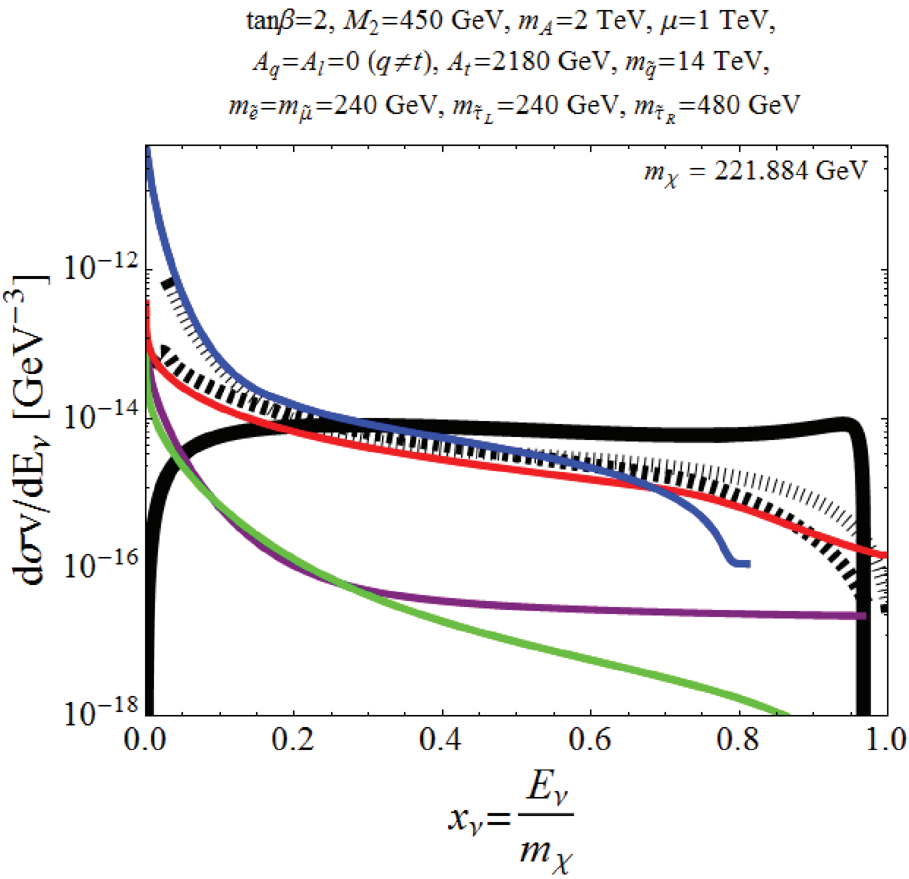

図 5.10: パラメータセット２の下で M_2 = 450GeV，μ = 1TeV と固定した際のニュートリノスペクトル．各線を表すものは図 5.9 と同様である．

図 5.10 では，右巻きスタウ質量 $m_{\tilde{\tau}_R}$ を 480GeV にしたパラメータであるため，図 5.9 における二体終状態 $\tau^+\tau^-$ による二次的ニュートリノ及び電弱制動放射 $\tau W\nu$ によるニュートリノの寄与が減少した図となっている．その結果，二体終状態 $\tau^+\tau^-$ による二次的ニュートリノが右巻きスタウ質量 $m_{\tilde{\tau}_R}$ によって抑制されるため，ほとんど全ての領域において電弱制動放射を考慮した電弱制動放射 $lW\nu$ からの一次的ニュートリノが主要となっていることが分かる．

第6章　結論と今後の課題

本研究では，非相対論的な暗黒物質χの対消滅における電弱制動放射過程$\chi\chi \to lW\nu$の散乱断面積及びニュートリノスペクトルを，MSSMの下で初めて評価した[44]．その結果，暗黒物質の残留密度の観測値と加速器実験による制限を満たしながら，電弱制動放射$lW\nu$の寄与が主要となるパラメータ領域が存在することが分かった。同時に電弱制動放射$lW\nu$に直接含まれる一次的ニュートリノが，ニュートリノスペクトルへ多大な影響を与える可能性があることが分かった．

特に，散乱断面積の比較において電弱制動放射の寄与が最大とはならず$(\sigma v)_{2body} \gtrsim (\sigma v)_{3body}$となるパラメータ領域であったとしても，電弱制動放射$lW\nu$からの一次的ニュートリノスペクトルが高エネルギー領域では主要となり得ることが分かった．この結果より，散乱断面積の比較においては電弱制動放射の寄与が大きくない領域においても，ニュートリノスペクトル解析における高エネルギー領域においては電弱制動放射の効果が確認できる可能性が示唆された．

間接検出実験で期待されるイベント数を評価するためには，太陽中もしくは銀河中心での媒質の効果を考慮して，太陽中もしくは銀河中心より飛んでくるニュートリノフラックスを計算する必要がある．本論文で得られたニュートリノスペクトルは不安定粒子の崩壊が真空中で起こると仮定して得られたものであるため，フラックスの解析については今後の課題とした．またフラックスを解析し実験と比較することで，スレプトン質量$m_{\tilde{l}}$への制限に何らかの示唆が与えられることを期待したい．

謝辞

本論文をまとめるにあたり，熱心な御指導と数多くの御助言を頂きました二瓶武史先生に，心から感謝致します．二瓶先生には，卒研より６年間に亙って御指導と励ましを頂きましたことを，この場をお借りして厚く御礼申し上げます．

また折にふれ，本研究に関する様々な御助言と励ましのお言葉を頂きました，素粒子論研究室の仲滋文先生，藤川和男先生，出口真一先生，三輪光嗣先生に深く感謝致します．学生生活と研究を支援してくださった先輩方，高梨宇宙氏，梅津光一郎氏，江上武史氏，鈴木隆史氏，野手順一氏にも大変お世話になりました．ここに御礼申し上げます．大学院でともに勉学に励んできた同研究室の江成隆之氏，神田直大氏，佐藤洋志氏，岡野諭氏をはじめとした同期の友人，後輩に感謝致します．

付録A　相互作用ラグランジアン

二体終状態及び電弱制動放射を考慮した三体終状態に必要な相互作用について述べる [14].

フェルミオン f，スフェルミオン $\tilde{f}$，ニュートラリーノ χ 間の相互作用ラグランジアン

フェルミオン f とスフェルミオン $\tilde{f}$，ニュートラリーノ χ の相互作用は次のように与えられる．

$$\mathcal{L}_{f\tilde{f}\chi^0} = \sum_{f=u,d,l} \bar{f}_i(P_R X'_{fiJ1} + P_L W'_{fiJ1})\chi^0_1 \tilde{f}_J + \bar{\nu}_i P_R X'_{\nu iJ1}\chi^0_1 \tilde{\nu}_J + \text{h.c.}\ (i = 1,2,3,\ J = 1,2,\cdots,6) \quad (\text{A.0.1})$$

ただし $P_L = (1-\gamma_5)/2$，$P_R = (1+\gamma_5)/2$，$\gamma_5 = i\gamma^0\gamma^1\gamma^2\gamma^3 = \left(\begin{smallmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{smallmatrix}\right)$ である．
またそれぞれの結合定数は，

$$\begin{aligned} X'_{fiJ1} &= X_{f1}(\Pi_L\Theta_f)_{iJ} + Z_{fik1}(\Pi_R\Theta_f)_{kJ}, \\ W'_{fiJ1} &= Y_{f1}(\Pi_R\Theta_f)_{iJ} + Z_{fik1}(\Pi_L\Theta_f)_{kJ}(i,k = 1,2,3,\ J = 1,2,\cdots,6) \end{aligned} \quad (\text{A.0.2})$$

であり，Θ_f はスフェルミオンの対角化行列を表す．また

$$\begin{aligned} X_{f1} &= -\sqrt{2}g[T_{3f}N_{21} - \tan\theta_{\mathrm{w}}(T_{3f} - e_f)N_{11})], \\ Y_{f1} &= \sqrt{2}g\tan\theta_{\mathrm{w}} e_f N_{11}, \\ Z_{uiJ1} &= -\frac{g}{\sqrt{2}m_W\sin\beta}(M_u)_{iJ}N_{41}, \\ Z_{diJ1} &= -\frac{g}{\sqrt{2}m_W\cos\beta}(M_d)_{iJ}N_{31}, \\ Z_{eiJ1} &= -\frac{g}{\sqrt{2}m_W\cos\beta}(M_e)_{iJ}N_{31} \end{aligned} \quad (\text{A.0.3})$$

となっている．ただし g は SU(2) のゲージ結合定数，$T_{3u} = 1/2, T_{3d} = -1/2, T_{3e} = -1/2$，$\theta_{\mathrm{w}}$ はワインバーグ角，$\tan\beta = < H^0_2 > / < H^0_1 >$ はヒッグス粒子の真空期待値の比，m_W は W ボソンの質量，M_f はフェルミオンの質量行列，N は 3.4 節に記述されているニュートラリーノ対角化行列である．

スフェルミオン $\tilde{f}$ と W ボソンの相互作用ラグランジアン

２つのスフェルミオン $\tilde{f}$ と W ボソンの相互作用は次のように与えられる．

$$\begin{aligned}\mathcal{L}_{\tilde{f}\tilde{f}W} = &-\frac{ig}{\sqrt{2}}[W^{\mu+}\tilde{u}_J^*(\Theta_u^\dagger V_{LL}\Theta_d)_{Jk}\overleftrightarrow{\partial}_\mu\tilde{d}_k + W^{\mu-}\tilde{d}_J^*(\Theta_d^\dagger V_{LL}\Theta_u)_{Jk}\overleftrightarrow{\partial}_\mu\tilde{u}_k,\\ &-\frac{ig}{\sqrt{2}}[W^{\mu+}\tilde{\nu}_J^*(\Theta_\nu^\dagger\Pi_L\Theta_e)_{Jk}\overleftrightarrow{\partial}_\mu\tilde{e}_k + W^{\mu-}\tilde{e}_J^*(\Theta_e^\dagger\Pi_L\Theta_\nu)_{Jk}\overleftrightarrow{\partial}_\mu\tilde{\nu}_k \quad (i,\, k = 1,2,3,\; J = 1,2,\cdots,6)\end{aligned} \tag{A.0.4}$$

ただし，Θ_ν はスニュートリノ対角化行列である．また $(\tilde{u}_L, \tilde{c}_L, \tilde{t}_L, \tilde{u}_R, \tilde{c}_R, \tilde{t}_R)$ の基底を用いて表される行列 Π_L は，

$$\Pi_L = \begin{pmatrix} 1,0,0,0,0,0\\ 0,1,0,0,0,0\\ 0,0,1,0,0,0\end{pmatrix} \tag{A.0.5}$$

であり，

$$V_{LL} = \Pi_L^\dagger V_{\mathrm{CKM}}\Pi_L \tag{A.0.6}$$

となっている．V_{CKM} は小林益川行列である．

フェルミオン f と W ボソンの相互作用

２つのフェルミオン f と W ボソンの相互作用は次のように与えられる．この相互作用に関しては標準模型により得られる相互作用となっている．

$$\begin{aligned}\mathcal{L}_{Wud} &= -\frac{1}{\sqrt{2}}g\bar{u}\gamma^\mu P_L W_\mu d + \text{h.c.}\,, \;(u = u,c,t,\; d = d,s,b)\\ \mathcal{L}_{Wl\nu} &= -\frac{1}{\sqrt{2}}g\bar{\nu}\gamma^\mu P_L W_\mu l + \text{h.c.}\; (l = e,\mu,\tau)\end{aligned} \tag{A.0.7}$$

中性擬スカラーヒッグス A，ニュートラリーノ χ 間の相互作用

中性擬スカラーヒッグス A と２つのニュートラリーノ χ 間の相互作用は次のように与えられる．

$$\mathcal{L}_{A\chi^0\chi^0} = \frac{1}{2}igA^0\bar{\chi}_1^0 T_{A11}\gamma_5\chi_1^0 \tag{A.0.8}$$

ここで

$$T_{A11} = (N_{21} - \tan\theta_{\mathrm{w}}N_{11})(\cos\beta N_{41} - \sin\beta N_{31}) \tag{A.0.9}$$

となっている．

中性擬スカラーヒッグス A，フェルミオン f，反フェルミオン $\bar{f}$ 間の相互作用

中性擬スカラーヒッグス A，フェルミオン f，反フェルミオン $\bar{f}$ 間の相互作用は次のように与えられる．

$$\mathcal{L}_{Af\bar{f}} = \bar{f}_i h_{Affij}(-i\gamma_5 A^0) f_j \ (i, j = 1, 2, 3,\ f = u, d, e) \tag{A.0.10}$$

ただし，

$$\begin{aligned} h_{Auuij} &= -\frac{g m_{uij} \cot\beta}{2m_W}, \\ h_{Addij} &= -\frac{g m_{dij} \tan\beta}{2m_W}, \\ h_{Aeeij} &= -\frac{g m_{eij} \tan\beta}{2m_W} \end{aligned} \tag{A.0.11}$$

である．

Z ボソン，ニュートラリーノ χ 間の相互作用

Z ボソンと 2 つのニュートラリーノ χ 間の相互作用は次のように与えられる．

$$\mathcal{L}_{Z\chi^0\chi^0} = \frac{1}{2}\frac{g}{\cos\theta_W} Z_\mu [\bar{\chi}_1^0 \gamma^\mu (-O_{11}^{\prime\prime L}\gamma_5)\chi_1^0] \tag{A.0.12}$$

ここで，

$$O_{11}^{\prime\prime L} = \frac{1}{2}(N_{41}^2 - N_{31}^2) \tag{A.0.13}$$

となっている．

フェルミオン f，反フェルミオン $\bar{f}$，Z ボソン間の相互作用

フェルミオン f，反フェルミオン $\bar{f}$，Z ボソン間の相互作用は次のように与えられる．

$$\mathcal{L}_{Zf\bar{f}} = -\frac{g}{\cos\theta_W} Z_\mu \bar{f}_i \gamma^\mu [(\frac{1}{2} - e_f sin^2\theta_W)P_L - e_f sin^2\theta_W P_R] f_i \ (f = u, d, e) \tag{A.0.14}$$

W ボソン，ニュートラリーノ χ，チャージーノ $\chi^\pm$ 間の相互作用

W ボソン，ニュートラリーノ χ，チャージーノ $\chi^\pm$ 間の相互作用は次のように与えられる．

$$\mathcal{L}_{W^\pm\chi^\pm\chi^0} = g W_\mu^- \bar{\chi}_1^0 \gamma^\mu [O_{11}^L P_L + O_{11}^R P_R]\chi_1^+ + \text{h.c.} \tag{A.0.15}$$

ここで

$$O_{11}^L = -\frac{1}{\sqrt{2}} N_{41} V_{21} + N_{21} V_{11},\quad O_{11}^R = \frac{1}{\sqrt{2}} N_{31} U_{21} + N_{21} U_{11} \tag{A.0.16}$$

である．ただし N, V, U は 3.4 節に記述されているチャージーノ対角化行列である．

付 録B　二体過程の散乱断面積

この付録では，二体終状態過程の散乱断面積についてまとめる．

二体終状態過程 $\chi\chi \to f\bar{f}$

二体終状態過程 $\chi\chi \to f\bar{f}$ のファインマン図を下図 B.1 に示す．

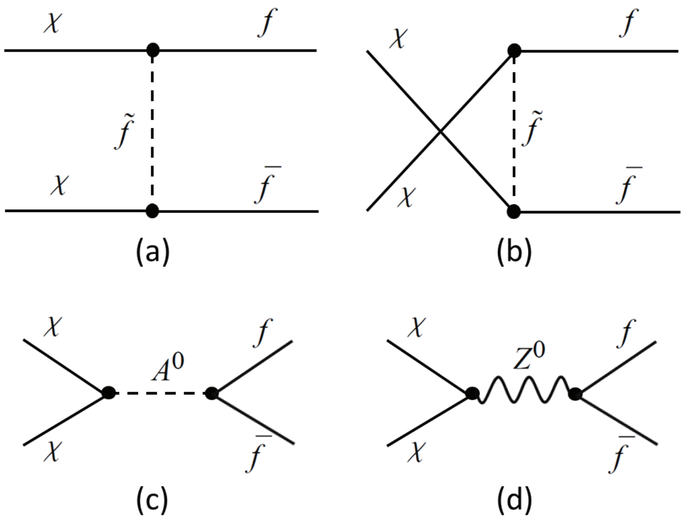

図 B.1: 二体終状態過程 $\chi\chi \to f\bar{f}$ のファインマン図．(a) は t-チャネル，(b) は u-チャネル，(c) と (d) は s-チャネルの散乱過程である．χ はニュートラリーノ，f はフェルミオン，$\bar{f}$ は反フェルミオン，$\tilde{f}$ はスフェルミオン，A は中性擬スカラーヒッグス，Z は Z ボソンを表す．

この過程に対する散乱断面積は次のように与えられる．

$$\sigma(\chi\chi \to f\bar{f})_{v_{rel}\to 0} v = \frac{c_f \beta_f}{128\pi m_\chi^2} |\mathcal{A}(\chi\chi \to f\bar{f})|^2 \tag{B.0.1}$$

ただし c_f はカラー因子 (クォークの場合３，レプトンの場合１)，$\beta_f = \sqrt{1 - \frac{m_f^2}{m_\chi^2}}$ である．また

$$\mathcal{A}(\chi\chi \to f\bar{f}) = \mathcal{A}_{sfermion} + \mathcal{A}_Z + \mathcal{A}_A \tag{B.0.2}$$

となっている．$\mathcal{A}_{sfermion}$，$\mathcal{A}_Z$，$\mathcal{A}_A$ は，図 B.1(a)+(b)，図 B.1(c)，図 B.1(d) の寄与にそれぞれ対

応しており，次のように与えられる．

$$
\begin{aligned}
\mathcal{A}_{sfermion} &= 2\sum_{J=1}^{6}\frac{1}{P_J}\left\{[(X'_{fiJ1})^2+(W'_{fiJ1})^2]\frac{m_{f_i}}{m_\chi}+2X'_{fiJ1}W'_{fiJ1}\right\}, \\
\mathcal{A}_Z &= 2\frac{g^2}{cos^2\theta_\mathrm{W}}O''_{11}T_{3f}\frac{m_{f_i}m_\chi}{m_Z^2}, \\
\mathcal{A}_A &= \frac{8gT_{A11}h_{Aff}}{4-\frac{m_A^2}{m_\chi^2}+\frac{i\Gamma_A m_A}{m_\chi^2}} \quad (f=u,\,d,l\; i=1,2,3,\; J=1,2,\cdots,6)
\end{aligned}
\tag{B.0.3}
$$

ここで，

$$
\begin{aligned}
P_J &= 1+\frac{m_{\tilde{f}_J}^2}{m_\chi^2}-\frac{m_f^2}{m_\chi^2}, \\
\Gamma_A &= \frac{g^2\sqrt{(m_h^2+m_Z^2-m_A^2)^2-4m_h^2m_Z^2}\cos^2(\beta-\alpha)}{64\pi m_A^3\cos{\theta_\mathrm{W}}^2}\left(m_Z^2-2(m_A^2+m_h^2)+\frac{(m_A^2-m_h^2)^2}{m_Z^2}\right)
\end{aligned}
\tag{B.0.4}
$$

となっている．ただし Γ_A は中性擬スカラーヒッグス A の崩壊幅を表している [65]．また

$$
\begin{aligned}
\sin 2\alpha &= -\sin 2\beta\frac{m_H^2+m_h^2}{m_H^2-m_h^2}, \\
\cos 2\alpha &= -\cos 2\beta\frac{m_A^2-m_Z^2}{m_H^2-m_h^2}
\end{aligned}
\tag{B.0.5}
$$

である．ここで m_h, m_H はヒッグスボソン h, H の質量である．

二体終状態過程 $\chi\chi \to WW$

二体終状態過程 $\chi\chi \to WW$ のファインマン図を下図 B.2 に示す.

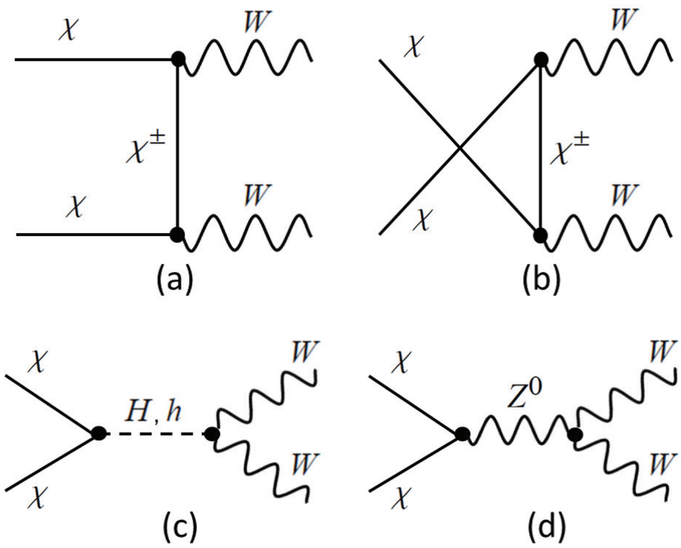

図 B.2: 二体終状態過程 $\chi\chi \to WW^*$ のファインマン図. (a) は t-チャネル, (b) は u-チャネル, (c) と (d) は s-チャネルの散乱過程である. χ はニュートラリーノ, W は W ボソン, $\chi^\pm$ はチャージーノ, H, h はヒッグス粒子, Z は Z ボソンを表す.

本研究では, 非相対論的極限 ($v_{\rm rel} \to 0$) おける散乱断面積を評価した[1]. 非相対論的極限においては, 図 B.2-(c), (d) の寄与が非常に小さくなるため, 図 B.2-(a), (b) の寄与のみで評価を行った.

W ボソンを対生成する二体終状態過程 $\chi\chi \to WW$ は次のように与えられる.

$$\sigma(\chi\chi \to WW)_{v_{rel}\to 0}v = \frac{\beta_W}{128\pi m_\chi^2}|\mathcal{A}(\chi\chi \to WW)|^2 \tag{B.0.6}$$

ここで $\beta_W = \sqrt{1 - \frac{m_W^2}{m_\chi^2}}$ である. また

$$\mathcal{A}(\chi\chi \to WW) = 2\sqrt{2}\beta_W g^2 \sum_{n=1}^{2}[(O_{1n}^L)^2 + (O_{1n}^R)^2]\frac{1}{P_n} \tag{B.0.7}$$

であり,

$$P_n = 1 + \frac{m_{\chi^\pm}^2}{m_\chi^2} - \frac{m_W^2}{m_\chi^2} \tag{B.0.8}$$

となっている. $m_{\chi^\pm}$ はチャージーノ質量を表す. ただし

$$O_{1n}^L = -\frac{1}{\sqrt{2}}N_{4n}V_{21} + N_{2n}V_{11} \quad , \quad O_{1n}^R = \frac{1}{\sqrt{2}}N_{3n}U_{21} + N_{2n}U_{11} \tag{B.0.9}$$

である.

[1]ユニタリゲージで評価を行った.

参考文献

[1] E. Komatsu et al., *Astrophys. J. Suppl.* **566**, 19-29 (2002).

[2] C.L. Bennett, *Astrophys. J. Suppl.* **148**, 1 (2003).

[3] P.A.R. Ade *et al.*, [Planck Collaboration], [arXiv:1303.5076].

[4] K.N. Abazajian et al., *Astrophys. J. Suppl.* **182**, 543-558 (2009).

[5] R.A. Knop et al., *Astrophys. J. Suppl.* **598**, 102 (2003).

[6] E. Kolb and M. Turner, *The Early Universe*, Addison-Wesley (1990).

[7] 「クォークとレプトン」, F. Halzen and A.D. Martin, 培風館 (1986)

[8] "Gauge theory of elementary particle physics", Cheng and Li, Oxford.

[9] "An Introduction to Quantum Feild Theory", M.E. Peskin and D.V. Schroeder, Westview.

[10] "Supersymmetry and Supergravity", J. Wess and J. Bagger, Prnceton.

[11] S.P. Martin, [hep-ph/9709356].

[12] "Unification and Supersymmetry", R.N. Mohapatra, Springer-Verlag, (CERN-TH-3616, C83-05-25)

[13] "Supersymmetry", P. Binetruy, Oxford.

[14] For reviews on supersymmetric dark matter, see for instance, G. Jungman, M. Kamionkowski and K. Griest, *Phys. Rep.* **267**, 195 (1996).

[15] For a review on the MSSM, see for instance, H.P. Nilles, *Phys. Rep.* **110**, 1 (1984).

[16] H.E. Haber and G.L. Kane, *Phys. Rep.* **117**, 75 (1985); J.F. Gunion and H.E. Haber, *Nucl. Phys.* **B 272**, 1 (1986).

[17] For recent comprehensive reviews on particle dark matter, see for instance, G. Bertone (ed.), "Particle dark matter: Observations, models and searches," Cambridge U.P., UK (2010).

[18] "Particle Dark Matter", G. Bertone, Cambridge.

[19] K. Cheung et al., [arXiv:1308.0067].

[20] R. Bernabei et al., [arXiv:1301.6243].

[21] XENON100 Collaboration, *Phys. Rev. Lett.* **109**, 181301 (2012)

[22] IceCube Collaboration, *Phys. Rev. Lett.* **110**, 131302 (2013)

[23] XMASS Collaboration, *Nucl.Phys.Proc.Suppl.* **564**,229-232(2012).

[24] PAMELA Collaboration, Nature **458**,607-609(2009).

[25] Fermi LAT Collaboration, [arXiv:1304.2547].

[26] L. Bergstrom, T. Bringmann, J. Edsjo, *Phys.Rev.* **D 78**, 103520 (2008).

[27] Super-Kamiokande Collaboration, *Astrophys.J.* **742**,78(2011)

[28] H. Goldberg, *Phys. Rev. Lett.* **50**, 1419 (1983); J.R. Ellis, J.S. Hagelin, D.V. Nanopoulos, K.A. Olive and M. Srednicki, *Nucl. Phys.* **B 238**, 453 (1984).

[29] L. Bergstrom, *Phys. Lett.* **B 225**, 372 (1989); R. Flores, K.A. Olive and S. Rudaz, *Phys. Lett.* **B 232**, 377 (1989).

[30] T. Bringmann, L. Bergstrom and J. Edsjo, *J. High Energy Phys.* **0801**, 049 (2008); L. Bergstrom, T. Bringmann and J. Edsjo, *Phys. Rev.* **D 78**, 103520 (2008).

[31] N.F. Bell, J.B. Dent, T.D. Jacques, L.M. Krauss and T.J. Weiler, *Phys. Rev.* **D 83**, 013001 (2011).

[32] N.F. Bell, J.B. Dent, A.J. Galea, T.D. Jacques, L.M. Krauss and T.J. Weiler, *Phys. Lett.* **B 706**, 6 (2011).

[33] N.F. Bell, J.B. Dent, T.D. Jacques and T.J. Weiler, *Phys. Rev.* **D 84**, 103517 (2011).

[34] N.F. Bell, A.J. Brennan and T.D. Jacques, *J. Cosmo. Astropart. Phys.* **1210**, 045 (2012).

[35] V. Barger, Y. Gao, W.Y. Keung and D. Marfatia, *Phys. Rev.* **D 80**, 063537 (2009); Barger, W. -Y. Keung and D. Marfatia, *Phys. Lett.* **B 707**, 385 (2012).

[36] K. Fukushima, Y. Gao, J. Kumar and D. Marfatia, *Phys. Rev.* **D 86**, 076014 (2012).

[37] P. Ciafaloni, M. Cirelli, D. Comelli, A.De Simone, A. Riotto and A. Urbano, *J. Cosmo. Astropart. Phys.* **1110**, 034 (2011); P. Ciafaloni, D. Comelli, A. De Simone, A. Riotto and A. Urbano, *J. Cosmo. Astropart. Phys.* **1206**, 016 (2012).

[38] J. Kumar and P. Sandick. [arXiv:1303.2384].

[39] N. Baro, M. Beneke, M. Kramer, and M. Rummel, PoS IDM2010, 059 (2011).

[40] M. Garny, A. Ibarra and S. Vogl, *J. Cosmo. Astropart. Phys.* **1107**, 028 (2011); M. Garny, A. Ibarra and S. Vogl, *J. Cosmo. Astropart. Phys.* **1204**, 033 (2012).

[41] X. Chen and M. Kamionkowski, *J. High Energy Phys.* **9807**, 001 (1998) [hep-ph/9805383].

[42] P. Ciafaloni, D. Comelli, A. De Simone, E. Morgante, A. Riotto and A. Urbano, [arXiv:1305.6391].

[43] P. Ciafaloni, M. Cirelli, D. Comelli, A. De Simone, A. Riotto and A. Urbano, *J. Cosmo. Astropart. Phys.* **1106**, 018 (2011); M. Kachelriess, P.D. Serpico and M.Aa. Solberg, *Phys. Rev.* **D 80**, 123533 (2009); J. Kearney and A. Pierce, *Phys. Rev.* **D 86**, 043527 (2012).

[44] K.Shudo, T.Nihei, *Phys. Rev.* **D 88**, 055019 (2013).

[45] F. Zwicky, et al., *Astrophys. J.* **86**,217(1937)

[46] K.G. Begeman, A.H. Broeils and R.H. Sanders, *Mon. Not. R. Astron. Soc.***523**, 249 (1991).

[47] D. Crowe et al., *Astrophys. J. Suppl.* **648**, L109 (2006).

[48] Volker Springel et al., **Nature. 435**, 629-636 (2005).

[49] DM tools, http://dmtools.brown.edu/

[50] P. Gondolo, J. Edsjö, P. Ullio, L. Bergström, M. Schelke and E.A. Baltz, *J. Cosmo. Astropart. Phys.* **07**, 008 (2004).

[51] K. Griest and D. Seckel, *Phys. Rev.* **D 43**, 3191 (1991).

[52] S. Mizuta and M. Yamaguchi, *Phys. Lett.* **B 298**, 120 (1993).

[53] J. Edsjö and P. Gondolo, *Phys. Rev.* **D 56**, 1879 (1997).

[54] J.R. Ellis, T. Falk and K.A. Olive, *Phys. Lett.* **B 444**, 367 (1998); J.R. Ellis, T. Falk, K.A. Olive and M. Srednicki, *Astropart. Phys.* **13**, 181 (2000).

[55] T. Nihei, L. Roszkowski and R. Ruiz de Austri, *J. High Energy Phys.* **0207**, 024 (2002).

[56] Lawrence J. Hall, *Nucl.Phys.* **B 178**75(1981).

[57] ATLAS Collaboration, G. Aad *et al.*, *Phys. Lett.* **B 716**, 1 (2012) .

[58] CMS Collaboration, S. Chatrchyan *et al.*, *Phys. Lett.* **B 716**, 30 (2012) .

[59] DELPHI Collaboration, *Phys.Lett.* **B 499**,23-37(2001)

[60] ATLAS Collaboration, *Phys. Lett.* **B 710**, 67 (2012), CMS Collaboration, *Phys. Rev. Lett.* **107**, 221804 (2011).

[61] [Particle Data Group], http://pdg.lbl.gov/

[62] “Collider Physics”, V.D. Barger and R.J.N. Phillips, Addison-Wesley, 1997.

[63] T. Sjöstrand *et.al.*, *Comput. Phys. Commun* **135**, 238-259 (2001).

[64] J. Beringer *et al.* [Particle Data Group], *Phys. Rev.* **D 86**, 010001 (2012).

[65] "The Higgs Hunter's Guide",
J.F. Gunion, H.E. Haber, G. Kane and A. Dawson, Addison-Wesley.