

## 論文審査の結果の要旨

氏名：江 成 隆 之

博士の専攻分野の名称：博士（理学）

論文題名：On correlation function of a Wilson loop operator and a local operator in the gauge/gravity correspondence（ゲージ/重力対応における Wilson loop 演算子と局所演算子の相関関数について）

審査委員：（主査） 教授 仲 滋 文

（副査） 教授 出 口 真 一 東京大学名誉教授 藤 川 和 男

自然界に存在する基本的な相互作用はその性質によって二つの種類に分類することができる。一つ目はベクトル場によって媒介される相互作用であり、ゲージ相互作用とよばれる。身近な電磁相互作用に加えて、より微小な領域で重要となる弱い相互作用および強い相互作用がこちらの種類に分類される。一方、もう一つの身近な相互作用である重力相互作用は二階の対称テンソル場によって媒介され、前者の三つとは性質が異なる。これら二種類の相互作用の最も異なる点は、微小領域における性質、つまり量子論的な性質にある。前者は標準模型と呼ばれるゲージ場の理論によってその量子論的性質が記述される。一方で古典的な重力相互作用を記述する一般相対性理論は、場の理論の枠組みを用いた量子化が困難であることが分かっている。本論文において議論されている弦理論は弦を基本的自由度とする理論であり、端を持つ開弦と端を持たない閉弦を力学変数として記述されている。弦は様々な振動の状態を持つが、その振動状態の種類が、異なった質量や様々な量子数を持った粒子の種類に対応する。特に質量を持たない状態としては、開弦の状態としてゲージ粒子を、閉弦の状態として重力子をそれぞれ含んでいる。このため、弦理論はゲージ相互作用と重力相互作用を統一的に記述する量子論を与えると期待されている。またそれと同時に、この理論が双方の相互作用の間の対応関係を示唆することも、弦理論が持つ魅力の一つである。こうした対応関係はゲージ/重力対応とよばれ、それぞれの相互作用の深い理解につながると期待され、盛んに研究されている。

このような状況に鑑みて、提出者は本論文においてウィルソンループ演算子と局所演算子の相関関数というゲージ理論の物理量に着目し、ゲージ/重力対応の新しい検証を行っている。本論文は全5章と補遺3節からなる。それらの概要と評価は以下の通りである。

まず導入部の第1章では重力の量子化や四つの相互作用の統一といった現代の素粒子論分野における課題が説明され、その課題を克服する理論の候補として弦理論が紹介されている。次に弦理論に存在するDブレーンとよばれる物体の低エネルギーにおける性質を開弦と閉弦の二つの立場から考察することで、ゲージ/重力対応が示唆されることが議論されている。ゲージ/重力対応においては一方の理論の強結合領域が他方の弱結合領域に対応する。このため対応が成立する場合には、前者の強結合領域における物理量を、後者の弱結合領域での解析を通じて計算できることとなり、強結合物理を理解するための強力な解析手法を与えうる。提出者はこうした可能性にも言及したうえで、本論文の主題としてゲージ/重力対応の検証を行うことを掲げている。ゲージ/重力対応は強結合物理の解析手法としての応用も興味深いが、その一方で対応が正しいという十分な証明が存在するものではないため、本論文のように対応そのものを突き詰める研究も重要であるといえる。

第2章ではゲージ/重力対応の中でも特に盛んに研究が行われている  $AdS_5/CFT_4$  対応が分かりやすく解説されている。この対応は IIB 型超弦理論に存在する空間3次元の拡がりをもった D3 ブレーンが N 枚重なった系を、低エネルギー領域において開弦と閉弦の二つの立場から考察することで見出される。まず提出者は開弦の立場では低エネルギーの D3 ブレーンは四つの超対称性と  $U(N)$  のゲージ対称性を持った超対称ヤン-ミルズ理論 (SYM 理論) によって記述されると述べている。一方、閉弦理論側では低エネルギーにおいて N 枚の D3 ブレーンに対応する曲がった時空が古典解として知られている。特にこの時空の D3 ブレーン近傍は 5 次元反ドジッター空間と 5 次元球面の直積空間 ( $AdS_5 \times S^5$  空間) となっており、この空間からも D3 ブレーンの性質を読み取ることができる。これら二つの立場は低エネルギー領域における D3 ブレーンという等しい系に対する異なった記述方法であるため、両者の間には対応関係の存在が期待されるが、この対応が  $AdS_5/CFT_4$  対応である。

提出者はこの対応の傍証として双方の理論が  $SO(4, 2)$  と  $SO(6)$  というボソンの大域的対称性と 3 2 成分の超対称性を持つことを挙げている。この章の後半部分ではゲージ理論と重力理論の各々のパラメータの対応関係に基づいて、重力理論側の解析が正当化されるパラメータ領域がゲージ理論側ではトーフト極限とよばれる  $N$  の大きな極限における強結合領域に対応することが議論されている。

第 3 章はウィルソンループと呼ばれるゲージ理論の演算子の解説である。この演算子は、量子色力学 (QCD) におけるクォークのようにゲージ場と結合した粒子がある場合、その粒子の伝搬関数に対するゲージ場の寄与を与える。ウィルソンループは、QCD ではクォークの閉じ込めを議論する際に有用となる演算子であるが、提出者は閉じ込めの議論のためではなく、ゲージ/重力対応の検証のためにウィルソンループに着目している。本論文で扱われている SYM 理論にはクォークに対応する場が存在しないため、ウィルソンループを議論するには工夫が必要となる。まずゲージ理論側では  $U(N+1)$  対称性を持つ SYM 理論から出発し、対称性を  $U(N) \times U(1)$  に破る。そうすることで場を表す行列の非対角成分としてクォークに対応する場を導入できる。次にこの対称性の破れを弦理論の立場から考察する。 $U(N+1)$  対称性を持つ系に対応して重なった  $(N+1)$  枚の  $D3$  ブレーンを考え、そこから 1 枚の  $D3$  ブレーンを遠方に引き離すことで対称性を  $U(N) \times U(1)$  に破る。その際、重なった  $N$  枚と離れた 1 枚の  $D3$  ブレーンの間に伸びた弦が、クォークの役割を果たすことになる。閉弦の立場では  $N$  枚の  $D3$  ブレーンは、その近傍の  $AdS_5 \times S^5$  空間によって置き換えられる。このため、クォークに対応する開弦が  $N$  枚の  $D3$  ブレーンに一方の端を持って伝搬する状況は、弦の端が  $AdS_5 \times S^5$  空間内を伝搬することに対応すると解釈される。したがって  $AdS_5 \times S^5$  空間を伝搬する弦の振幅がウィルソンループの期待値の対応物と解釈され、これらの物理量の値が一致すると推測される。第 3 節では対応の具体的な検証例として、円形のウィルソンループに関してゲージ理論側での期待値と重力理論側での弦の振幅の計算を示している。まずゲージ理論側で、トーフト極限に対応して平面グラフのみを考慮し、さらに超対称性のために相互作用項も効かないという仮定に基づいて摂動計算を行い、その結果を強結合領域に解析接続している。次に重力理論側で弦の振幅を準古典的に評価し、ゲージ理論の計算結果と一致することが示されている。

第 4 章は 6 節からなり、本論文の主題であるウィルソンループと局所演算子の相関関数に着目した  $AdS_5/CFT_4$  対応の検証が議論されている。第 1 節では先行研究に基づいてゲージ理論側の相関関数の計算が示されている。前章と同様に平面グラフで相互作用を含まないもののみを考慮することで、相関関数は変形ベッセル関数で与えられる。また相関関数の強結合領域での振る舞いは変形ベッセル関数の積分表示を鞍点で評価することで得られる。重力理論側ではゲージ理論の相関関数に対応する閉弦の振幅を経路積分によって計算することになるが、ゲージ理論の強結合領域は弦のゆらぎが抑えられる領域に対応し、経路積分を準古典的に評価できる。そのため、提出者は第 2 節では  $AdS_5$  空間の境界上に、ウィルソンループに対応するループと局所演算子に対応する点を考え、これらをつなぐ弦の解を求めている。この解は局所演算子が持つ大きなチャージ  $J$  に対応して  $S^5$  上での大きな角運動量  $J$  を持つ。次にこの解が実際にゲージ理論の演算子に対応することの確認として、求めた解が保つ超対称性を調べ、ゲージ理論側から期待される超対称性を持つことを示している。こうした解析の後に、提出者は解を作用に代入することで弦の経路積分を準古典的に評価し、結果がゲージ理論側の変形ベッセル関数の鞍点での値を忠実に再現することを見出している。さらに弦の運動方程式にはもう一つの解が存在することを指摘し、こちらの解でも弦の作用を評価している。そうすることで、この解がゲージ理論側の変形ベッセル関数の評価の際に用いた最急降下線の上にはない、もう一つの鞍点に対応することを議論している。こうした結果は、単に物理量の値がパラメータの極限において一致するだけでなく、双方の積分表示の鞍点の構造が等しいことを意味しており、ゲージ/重力対応に対する興味深い検証結果であるといえる。

第 5 章では論文のまとめを行い、より詳しく、かつ一般的な状況での対応の検証を行うことが今後の課題となることを述べている。こうした方向の研究として具体的に提出者は、重力理論側で弦の量子補正を取り入れる研究や、演算子をより一般的なものに拡張する研究を挙げている。

以上のように提出者は、自身が導き出した弦の解を用いてゲージ/重力対応におけるウィルソンループと局所演算子の相関関数に関する対応の検証を行い、実際にゲージ/重力対応が成り立つことを示している。この研究は特殊な状況での対応を検証したものではあるが、ゲージ/重力対応に対するより深い理解にもつながることが期待され、当該分野における発展に寄与するところが小さくない。

このことは、本論文の提出者が自立して研究活動を行い、またはその他の高度な専門的業務に従事するに必要な能力及びその基礎となる豊かな学識を有していることを示すものである。

よって本論文は、博士（理学）の学位を授与されるに値するものと認められる。

以 上

平成26年2月13日